

Ottimizzazione di percorsi di rete. Un'applicazione al sistema di sentieri montani del Trentino

Gabriele Barile ^(a), Angelo Besana ^(b), Paolo Zatelli ^(a)

^(a) Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale e Meccanica, Università degli Studi di Trento, via Mesiano, 77, 38123, Trento, tel. 0461 882618, fax 0461 882672, paolo.zatelli@unitn.it

^(b) Dipartimento Interateneo di Scienze, progetto e politiche del territorio, Politecnico e Università di Torino, Castello del Valentino, viale Mattioli, 39, 10125, Torino, tel. 011 0907446, fax 011 0907499, angelo.besana@unito.it.

Abstract

Il presente paper affronta la questione dell'elaborazione ed implementazione in ambiente GIS di algoritmi di minimo costo per l'individuazione di percorsi ottimali all'interno di grafi a rete. La Società degli Alpinisti Tridentini (SAT) mette a disposizione la mappa della rete sentieristica montana del Trentino nei formati KML, SHP e GPX con licenza ODbL. La disponibilità di questa mappa può consentire l'analisi in ambito GIS delle caratteristiche topologiche ed ambientali del grafo della corrispondente rete. Lo scopo di questo lavoro è quello di sviluppare una procedura automatica per l'analisi e l'ottimizzazione dei percorsi della rete sentieristica montana del Trentino.

Nella metodologia utilizzata il calcolo dei tempi di percorrenza dei sentieri è effettuato secondo la formula dello Schweizer Wanderwege (Ente Svizzero Pro Sentieri), che lega la velocità alla pendenza, ma con la possibilità di aggiungere dei coefficienti riduttivi della velocità in funzione dell'accidentalità del terreno. La stima dei tempi è stata effettuata, innanzitutto, facendo riferimento alla lunghezza complessiva dei sentieri in modo da verificare l'attendibilità dei risultati rispetto ai tempi di percorrenza pubblicati dalla SAT. Per poter determinare, quindi, i percorsi di "costo" minimo, la topologia della rete è stata modificata spezzando le linee nei punti di intersezione. Ad ogni tratto così prodotto sono state associate alcune variabili di "costo" per il calcolo dei percorsi minimi: il tempo di percorrenza in andata e in ritorno e il dislivello. Sono stati quindi aggiunti alla rete dei punti di interesse che possono essere usati come nodi, cioè punti di partenza e/o arrivo di percorsi o punti intermedi di sosta. A questi punti sono stati associati pertanto dei valori di "costo" relativi ai tempi medi di permanenza. Sono state fatte inoltre delle simulazioni sul grafo della rete al fine di individuare i percorsi minimi: partendo da un parcheggio, toccando alcuni punti significativi (rifugi, malghe, siti panoramici, ...) e tornando al parcheggio iniziale. Come elemento di "costo" sono stati utilizzati la distanza planimetrica, il tempo di percorrenza o il dislivello, con o senza tempi di sosta sui nodi.

L'intera procedura è stata automatizzata attraverso uno script in Python che esegue l'elaborazione in GRASS GIS.

Introduzione

La Società degli Alpinisti Tridentini (SAT) pubblica sul proprio sito web (SAT, 2018) la mappa della rete sentieristica montana del Trentino nei formati KML, SHP e GPX con licenza *Open Database License* (OdbL) (Database Contents License v1.0, 2018). Questa licenza permette l'uso libero della mappa e dei suoi derivati anche in ambito commerciale.

Mentre l'uso principale è legato all'utilizzo dei percorsi dei sentieri nel formato GPX in navigatori satellitari escursionistici, la disponibilità della mappa dei sentieri in formato digitale rende possibile l'inserimento di questa informazione in modelli ambientali in ambiente GIS. È altresì possibile utilizzare questa mappa per la determinazione di percorsi ottimali e l'analisi della rete stessa.

Il calcolo di percorsi risolve i classici problemi di ottimizzazione utili agli utenti di una rete: percorso più breve tra due punti, percorso più breve che passa per un set di punti dato e percorso ad anello più breve che passa per un set di punti dato. Questo ultimo caso costituisce il cosiddetto "problema del commesso viaggiatore" (*Travelling Salesman Problem, TSP*) che richiede l'individuazione del percorso più breve per raggiungere tutti i clienti. In termini operativi, la soluzione del problema prevede la costruzione di un grafo i cui nodi rappresentano la sede ed i clienti del commesso viaggiatore, mentre gli archi corrispondono ai percorsi fra i nodi, per poter individuare un "ciclo" che tocchi tutti i nodi minimizzando la strada da percorrere. Il problema, per quanto semplice da descrivere, è alquanto complesso da risolvere, poiché il numero delle sue soluzioni cresce molto rapidamente all'aumentare del numero dei nodi (Reinelt, 1994). Il percorso ottimale viene determinato minimizzando un "costo", che solitamente corrisponde alla distanza geometrica tra due punti. Spesso, tuttavia, a seconda del campo di applicazione, può essere opportuno utilizzare altre grandezze come elemento di "costo": in particolare per i percorsi montani, in virtù delle forti variazioni altimetriche, può risultare maggiormente significativo minimizzare il tempo di percorrenza ed il dislivello totale.

Gli strumenti di analisi delle reti sono utili ai gestori per studiarne la connettività, individuandone alcune componenti critiche, quali ad esempio i tratti (*archi*) che costituiscono i cosiddetti *bridge*, vale a dire gli elementi di raccordo fra differenti sottoreti altrimenti non connesse. Si tratta di archi che per la loro importanza relativa devono essere salvaguardati e sottoposti a maggiore manutenzione.

Questo articolo presenta un'applicazione dell'analisi di rete per l'ottimizzazione dei percorsi su sentieri alpini con minimizzazione di: distanza, tempo di percorrenza, dislivello in salita. L'analisi della rete vera e propria è quindi preceduta dal calcolo dei tempi di percorrenza dei sentieri e del dislivello in salita su ciascun tratto.

Area di studio

L'area sulla quale è stata testata la metodologia implementata è il gruppo del Brenta, nel Trentino occidentale, e comprende 47 dei 1085 sentieri SAT inclusi nella relativa, per una lunghezza di 119.975 metri, rispetto ai 4.778.638 metri dell'intera rete sentieristica, vale a dire il 2,5%. Come punti di interesse dei percorsi interessati sono stati aggiunti alla rete 15 rifugi, 2 malghe e 2 baite.

Luogo	Quota	Luogo	Quota
Baita Ciclamino	927	Rifugio Croz dell'Altissimo	1.441
Baito Brenta Alta	1.668	Rifugio Montanara	1.507
Malga Cavedago	1.852	Rifugio Pedrotti	2.500
Malga Spora	1.857	Rifugio Pradél	1.364
Rifugio Alberto e Maria ai Brentei	2.179	Rifugio Sella	2.282
Rifugio Alimonta	2.589	Rifugio Selvata	1.656
Rifugio Brenta	1.357	Rifugio Tosa	2.449
Rifugio Cacciatori di Spora	1.868	Rifugio Tuckett	2.270
Rifugio Casinei	1.825	Rifugio XII Apostoli	2.490

Tabella 1 – Punti di interesse utilizzati come nodi dei percorsi e loro quota.

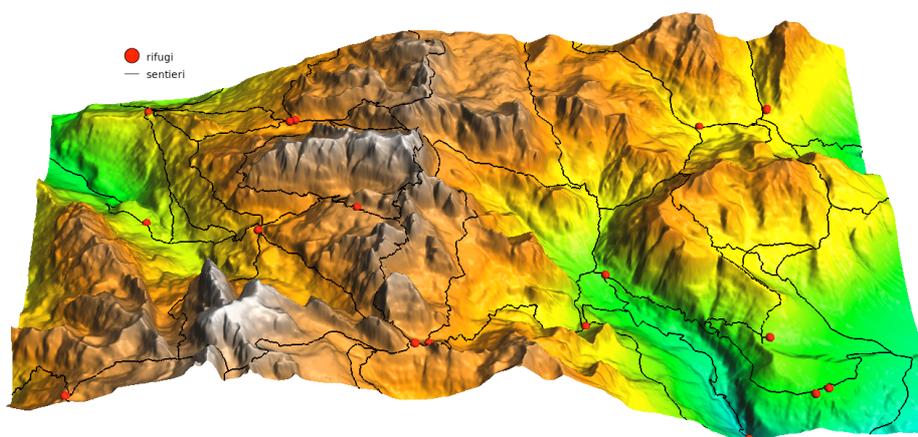


Figura 1 – La rete sentieristica analizzata, nel gruppo del Brenta.

Tempi di percorrenza dei sentieri

I tempi di percorrenza dei singoli tratti dei sentieri sono stati valutati nei due versi utilizzando le indicazioni dell'Ente Svizzero Pro Sentieri (Schweizer Wanderwege, 2006), che mettono in relazione la velocità di marcia di una persona standard (individuo adulto in buone condizioni fisiche ma senza specifiche capacità atletiche) con la pendenza del sentiero. Sulla base di questo parametro è stata quindi formulata una relazione tra velocità di percorrenza e pendenza del sentiero come polinomio di terzo grado a tratti (Ciolli et al., 2006a), come riportato nella tabella 2.

È possibile introdurre coefficienti penalizzanti in funzione delle caratteristiche del terreno (quota, accidentalità del terreno e densità della vegetazione) e della persona (sesso, età e condizione fisica) (Ciolli et al., 2006b; Ciolli et al.,

2006c), ma per lo scopo del lavoro si fa riferimento, più semplicemente, ad una persona standard.

Intervallo di pendenza [gradi]	Calcolo della velocità [Km/h]
[-90 ÷ -80]	0.05
(-80 ÷ -45]	$0.0002 p^2 + 0.0285 p + 1.162$
(-45 ÷ -7]	$0.0005 p^3 + 0.0067 p^2 + 0.3169 p + 5.8524$
(-7 ÷ 4]	$0.0012 p^3 \square 0.0194 p^2 \square 0.1559 p + 4.2097$
(4 ÷ 25]	$\square 0.00008 p^3 + 0.0091 p^2 \square 0.3296 p + 4.5583$
(25 ÷ 80]	$0.0003 p^2 \square 0.0437 p + 1.6718$
(80 ÷ 90]	0.05

Tabella 2 – Polinomi per il calcolo della velocità di percorrenza dei sentieri in funzione della pendenza p .

I sentieri sono stati discretizzati in tratti di 10 m e per ciascun tratto sono stati calcolati dislivello, pendenza e velocità di percorrenza nelle due direzioni. Questo perché uno stesso tratto può presentare un costo significativamente diverso a seconda del verso di percorrenza, in ragione della sua pendenza. Per questo il grafo ed il modello di calcolo implementato sono definiti asimmetrici. Le quote sono state ricavate da un modello digitale del terreno (DTM) con risoluzione di 10 m. Test condotti in precedenza su alcuni sentieri di un'altra area nel Trentino centrale, nel gruppo della Vigolana, hanno evidenziato che DTM con risoluzione maggiore portano ad una differenza significativa nella valutazione dei tempi di percorrenza solo per sentieri corti e sinuosi .

Cat	Tempo andata [h]	Tempo ritorno [h]	Disliv. andata [m]	Disliv. ritorno [m]
3	0.0329743479822	0.0261499075074	6.588	0
11	0.00853886552828	0.00529175344211	2.485	0
13	0.0584883958547	0.0353668167964	20.479	0
15	0.0860949005253	0.0706774417197	12.765	0
20	0.0335188959806	0.0370889238667	0	4.213
21	0.188366093759	0.234224039195	0	43.094

Tabella 3 – Gli attributi associati ai tratti di sentiero. Il valore nullo, nelle colonne del dislivello, indica che si deve utilizzare il corrispondente valore dell'altra colonna ma con segno negativo.

I tempi di percorrenza calcolati sono stati confrontati con i tempi tabellari pubblicati dalla SAT stessa (un esempio è in Tabella 2): sono stati riscontrati buoni accordi, con una sottostima dei tempi in alcuni casi, anche tenendo conto del fatto che i tempi tabellari hanno tipicamente risoluzione di 15', mentre i tempi sono calcolati con risoluzione di 1'.

Sentiero	Tempi calcolati		Tempi tabellari SAT	
	Andata	Ritorno	Andata	Ritorno
447	4:44h	2:59h	5:00h	3:45h

442	2:55h	1:46h	3:00h	2:00h
431	5:09h	3:14h	5:15h	4:00h
425	5:06h	4:12h	4:40h	4:00h

Tabella 4 – Tempi di percorrenza di alcuni sentieri nel gruppo della Vigolana.

Analisi della rete

Per la determinazione dei percorsi ottimali la rete sentieristica è rappresentata da un insieme di nodi ed archi che indicano le connessioni e quindi i possibili percorsi tra i nodi.

La mappa vettoriale originale, in formato ESRI Shape, non fornisce la topologia, che deve quindi essere ricostruita in fase di acquisizione in un sistema GIS. La mappa contiene i tracciati dei singoli sentieri come linee, i tratti comuni tra più sentieri sono riportati con linee vicine ma separate, e le intersezioni fra i sentieri non corrispondono a nodi: ciò richiede un pretrattamento della della mappa per eliminare i tratti duplicati e spezzare le linee dei sentieri in corrispondenza delle intersezioni. L'applicazione di strumenti automatici per la correzione della topologia hanno risolto la maggior parte dei problemi, ma in alcuni casi è stato necessario intervenire manualmente, in particolare dove alcuni tracciati di sentieri si intersecavano più volte.

Alla mappa vettoriale rappresentante la rete dei sentieri topologicamente corretta sono stati aggiunti come ulteriori nodi punti di interesse per escursionisti, come rifugi, malghe e parcheggi. Ad ognuno di questi nodi è stato attribuito un tempo tipico di permanenza, utilizzabile come *costo* di "attraversamento" del nodo nella determinazione dei percorsi ottimali.

La rete così preparata è stata usata in GRASS GIS per la determinazione dei percorsi lungo i sentieri che minimizzano le grandezze associate a ciascun tratto di sentiero: distanza planimetrica, tempo di percorrenza e dislivello in salita.

L'intera procedura è stata codificata in uno script in linguaggio Python in GRASS GIS 7.4, rendendo la procedura automatica quando si ha a disposizione una mappa vettoriale contenente la rete di sentieri ed un DTM per il calcolo di dislivelli, pendenze e tempi di percorrenza.

Risultati

Per le prove è stato studiato un percorso ad anello, che parte da Rifugio Casinei a quota 1825 m e passa per il Rifugio Tosa (2449 m), il Rifugio Montanara (1506 m) e Malga Cavedago (1852 m), per tornare al Rifugio Casinei. I percorsi ottimali sono stati determinati in tre modi diversi, usando come *costo* da minimizzare rispettivamente la distanza planimetrica, il tempo di percorrenza ed il dislivello in salita. In Tabella 5 sono riportati distanza, tempo di percorrenza e dislivello in salita per i tre percorsi ottimali.

Costo minimo	Distanza [m]	%	Tempo [h]	%	Dislivello [m]	%
--------------	--------------	---	-----------	---	----------------	---

Costo minimo	Distanza [m]	%	Tempo [h]	%	Dislivello [m]	%
Distanza	34.797	100,00	25,24	100,52	2.626,74	102,79
Tempo	35.398	101,73	25,11	100,00	2.815,55	110,18
Dislivello	41.927	120,49	31,80	126,64	2.555,52	100,00

Tabella 5 – Distanza, tempi di percorrenza e dislivelli in salita per i tre percorsi determinati minimizzando le tre grandezze.

È possibile notare che una diversa scelta della grandezza da minimizzare determina percorsi ottimali con caratteristiche significativamente diverse, ad esempio minimizzare il dislivello in salita aumenta la distanza di circa il 20% rispetto al percorso più breve ed il tempo di percorrenza di circa il 27% rispetto al percorso più veloce.

Le Figure da 2 a 4 riportano i tre percorsi minimi, la Figura 5 riporta il confronto fra i percorsi: è possibile notare che alcuni tratti vengono selezionati qualunque sia la grandezza (distanza, tempo o dislivello in salita) che si minimizza, mentre alti tratti cambiano, soprattutto nella parte est della mappa.

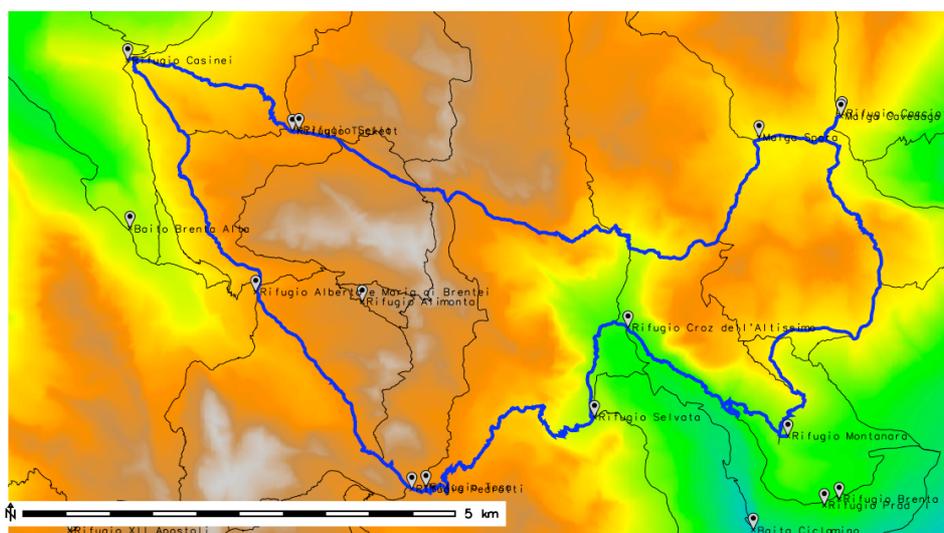


Figura 2 – Percorso minimo rispetto alla distanza planimetrica.

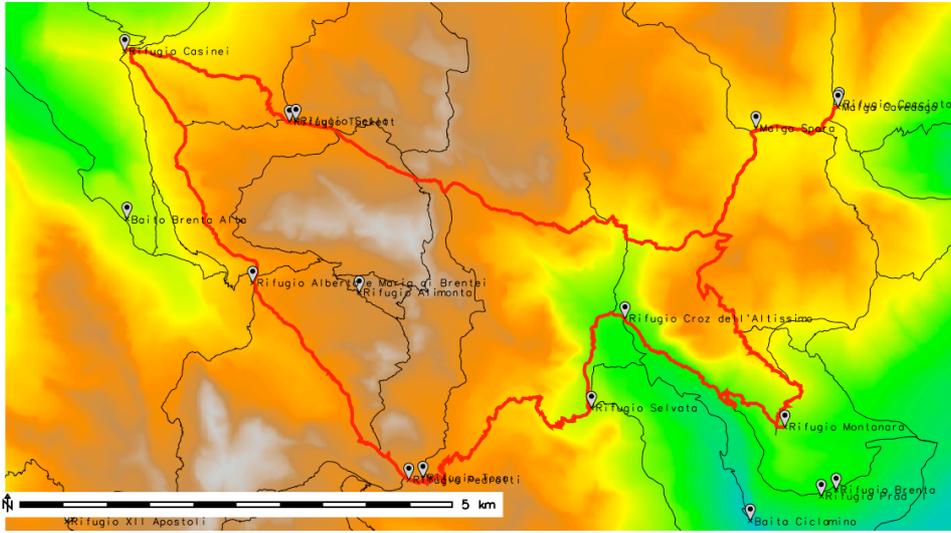


Figura 3 – Percorso minimo rispetto al tempo di percorrenza.

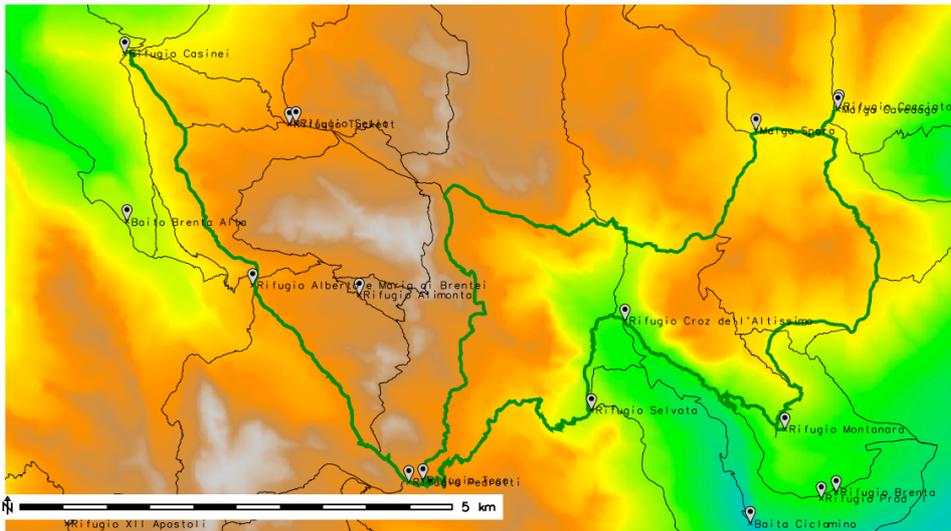


Figura 4 – Percorso minimo rispetto al dislivello in salita.

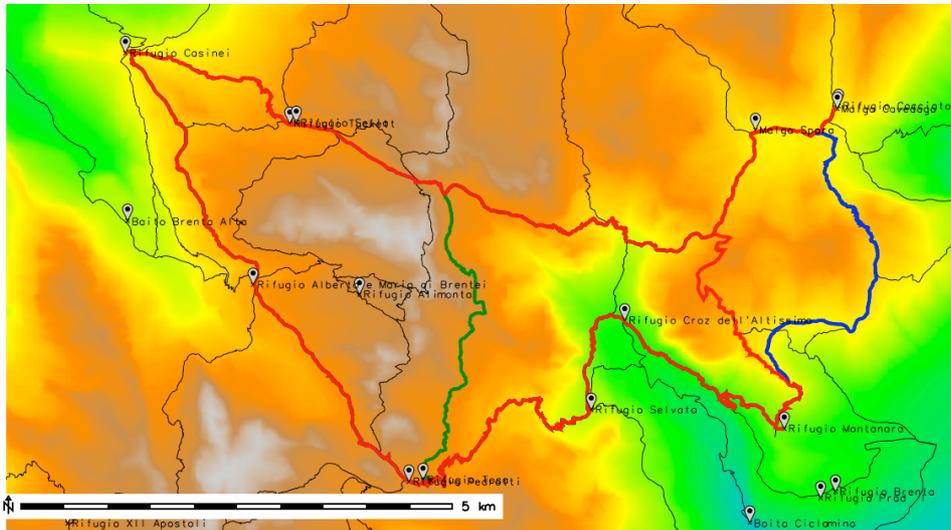


Figura 5 – Confronto tra percorsi minimi; in blu il percorso di minima distanza, in rosso il percorso di minimo tempo ed in verde quello di minimo dislivello in salita.

Conclusioni

La disponibilità della mappa dei sentieri SAT in formato digitale e con licenza OdbL apre la possibilità di un ampio range di analisi interessanti sia per chi gestisce la rete sia per chi ne usufruisce.

Come preconditione per qualunque analisi di questo tipo la topologia della mappa deve essere corretta, passando da una mappa semplice collezione delle linee che rappresentano i sentieri ad una configurazione di rete, senza archi duplicati e con nodi ad ogni intersezione. Sulla mappa attuale è possibile correggere la topologia solo parzialmente in modo automatico ed è quindi necessario intervenire manualmente in alcune situazioni problematiche.

La determinazione automatica dei dislivelli e dei tempi di percorrenza di tratti di sentieri permette di attribuire dislivelli e tempi a ciascun arco della rete e quindi di usare queste grandezze come *costi* da minimizzare nel calcolo dei percorsi. La sperimentazione effettuata ha dimostrato che una diversa scelta del parametro rispetto a cui si ottimizza porta a percorsi significativamente diversi.

Ai punti di interesse tradizionali, come rifugi, malghe e parcheggi, potrebbero essere aggiunti altri punti significativi ricavati da una analisi di intervisibilità per la determinazione automatica dei punti panoramici.

Lo studio proseguirà con l'analisi della rete in termini di connettività delle sottoreti e visibilità dei nodi, per fornire indicazioni sulla importanza dei singoli archi per la fruibilità della rete e dare anche indicazioni sulle priorità delle operazioni di manutenzione.

Ringraziamenti

Si ringraziano Francesca Alba, Riccardo Bonanomi, e Simone Colli Tibaldi per i dati di tabella 4.

Bibliografia

Ciulli M., Mengon L., Vitti A., Zatelli P., Zottele F. (2006a), "A GIS-based FOSS decision support system for the management of SAR operations in mountain areas". In *Proceedings of FOSS4G2006*, pagg. 1–15, Losanna, 15 September 2006. OSGEO.

Ciulli M., Mengon L., Vitti A., Zatelli P., Zottele F. (2006b), "Un sistema di supporto alle decisioni per la gestione delle operazioni di ricerca e soccorso", in *Atti del convegno ASITA (Federazione delle Associazioni Scientifiche per le Informazioni Territoriali e Ambientali)*, 1: 697–702, Bolzano, 17 novembre 2006. Asita.

Ciulli M., Mengon L., Vitti A., Zatelli P., Zottele F. (2006c), "A GIS-based decision support system for the management of SAR operations in mountain areas", *Geomatics Workbooks*, 6:1–17.

Database Contents License (DbCL) v1.0 (2018)
<https://opendatacommons.org/licenses/dbcl/1.0/>, visitato il 8/8/29018.

Reinelt G. (1994), *The traveling salesman: computational solutions for TSP applications*, Springer-Verlag.

Schweizer Wanderwege (Ente Svizzero Pro Sentieri) (2006), "Walking time estimate for trails", CH-4125 Riehen.

Società degli Alpinisti Tridentini (SAT) (2018), sito web <http://www.sat.tn.it>, visitato il 5/8/2018.

