

AperTO - Archivio Istituzionale Open Access dell'Università di Torino

Narrare la simpatia: pietà e stima in Rousseau e Smith

This is the author's manuscript

Original Citation:

Availability:

This version is available <http://hdl.handle.net/2318/1879555> since 2024-12-19T13:31:05Z

Published version:

DOI:10.1413/104653

Terms of use:

Open Access

Anyone can freely access the full text of works made available as "Open Access". Works made available under a Creative Commons license can be used according to the terms and conditions of said license. Use of all other works requires consent of the right holder (author or publisher) if not exempted from copyright protection by the applicable law.

(Article begins on next page)

REMERCIEMENTS

Andrea Costa

Le présent ouvrage trouve son origine dans le travail de thèse intitulée *Dynamica de potentia et legibus naturæ corporeæ. Matériaux pour une édition critique*, que j'ai soutenue en 2012 à l'École Nationale des Chartes. Il est donc tout à fait normal que nos tout premiers remerciements soient adressés à l'ensemble des collègues de cet établissement d'excellence dont l'aide, le soutien et les conseils nous ont accompagnés depuis la préhistoire de ce projet. On remerciera tout particulièrement Jérôme Belmon, Olivier Poncet, Olivier Canteaut, ainsi que Marc Smith, mon directeur de thèse, dont les immenses talents de paléographe et de codicologue ont fourni un apport si déterminant dans la réalisation de la présente édition, qu'il ne serait pas tout à fait exagéré de le compter avec nous dans le nombre des auteurs.

Je tiens ici à adresser mes plus vifs remerciements à tous mes collègues du Centre Jean-Pépin (UMR 8230) et, tout particulièrement, à son directeur Pierre Caye, envers lequel j'ai désormais une dette infinie : depuis plus de 10 ans, il soutient avec une constance extraordinaire et un engagement indéfectible la réalisation de cette édition, ayant mis tout en œuvre, et même plus, pour vaincre les obstacles qui se sont présentés sur notre chemin.

Tout au long de ces années, le travail d'étude des manuscrits des *Dynamica* a comporté plusieurs séjours auprès de la Gottfried Wilhelm Leibniz Bibliothek d'Hanovre, où nous avons toujours été accueilli avec la plus grande gentillesse et amabilité. Nous remercions sincèrement nos admirables collègues Nora Gädecke, Charlotte Wahl, Herbet Breger et Michæl Kempe pour nous avoir guidé, éclairé et accompagné au fil des innombrables étapes nécessaires à la finalisation des travaux.

Non moins précieuse a été l'aide fournie par l'*Accademia della Crusca* qui – par le biais de notre collègue Elisabetta Benucci – nous a accordé la possibilité d'explorer les formidables trésors conservés dans ses archives, nous permettant ainsi d'apporter des précisions intéressantes sur la figure du Baron de Bodenhause : les informations et les suggestions que l'on doit spécifiquement à l'expertise de la docteure Benucci sont également signalées de façon plus ponctuelles en note, lors des passages concernés.

Une contribution tout à fait fondamentale et dont nous ne saurions jamais assez souligner l'importance nous a également été fournie par nos col-

lègues et amis de la *Berlin-Brandenburgische Akademie der Wissenschaften*, et notamment par les docteurs Paolo Rubini et Marco Santi. Leur compétence philologique nous a permis de rattacher au *corpus* des *Dynamica* des pièces inédites qu'ils avaient pu identifier lors de leurs recherches dans les fonds leibniziens. Plus encore, leur générosité nous a consenti de profiter de deux des transcriptions qu'ils ont réalisées dans le cadre de leurs travaux d'édition du volume LSB VIII 4 – auquel nous renvoyons tout lecteur intéressé pour un commentaire approfondi sur ces extraits – et de les intégrer ainsi à notre ouvrage.

Puisqu'il serait impossible de rappeler ici tous les collègues qui, depuis le début de ce long chantier, ont honoré notre travail de leur attention et de leurs conseils, nous essayons de rendre un hommage explicite au moins à tous ceux qui ont doublé leur soutien «immatériel» par toute une série d'aides concrètes sans lesquelles cette édition n'aurait jamais pu connaître son aboutissement : Margherita Palumbo, Valérie Debuiche, Cristina Marras, Arnaud Pelletier, David Rabouin, Paul Rateau, François Duchesneau, Marwan Rashed, Antonio Lamarra, Roberto Palaia, Philippe Hoffmann, ainsi que tous les collègues de la *Société d'études leibniziennes de langue française* et de la *Sodalitas leibnitiana*.

Nous remercions ici le Labex Hastec, le programme Translitteræ, le Centre Jean-Pépin, le Centre Jean-Mabillon et l'Università degli Studi di Torino pour leur contribution au financement éditorial de cet ouvrage, ainsi que la Fondation des Treilles qui nous a octroyé les fonds nécessaires pour les missions de recherche sur les manuscrits. De même nous remercions Marei Peischl et Antonio Ciampoli pour l'aide informatique fournie lors de la longue et laborieuse phase de mise en page du manuscrit.

Je veux également exprimer mes remerciements personnels aux deux autres auteurs de cet ouvrage, Michel Fichant et Enrico Pasini, pour la confiance accordée dans leur implication dans cette entreprise.

Enfin, je tiens tout particulièrement à adresser mes remerciements personnels les plus sincères à toutes les personnes qui, en dehors du monde académique, m'ont accompagné et soutenu pendant toutes ces années de travail : Jean, Betty, Élise, Clément ; mes amis Alice, Giulio, Roberto, Danilo et Alice, ainsi que ma famille, Guglielmo, Titta, Alice, Carlo et Amalia. Et Cécile naturellement, mon étoile polaire : si ardu que puisse s'avérer le travail sur les *Dynamica*, supporter quotidiennement celui qui essaie de l'accomplir représente un exploit bien plus remarquable.

INTRODUCTION

Andrea Cořta, Michel Fichant, Enrico Pasini

Mechanicus, id est adulterinus, hinc dicuntur
artes mechanicæ, id est adulterinæ,
respectu liberalium, quæ sunt veræ artes.
Epistola obscurorum virorum, I, 25¹

I. Deux contingences pour un seul voyage.

Lorsque les plénipotentiaires du congrès de Nimègue nièrent aux princes allemands non-électeurs les privilèges et les droits de représentation diplomatique pourtant reconnus à certains princes italiens comme ceux de Modène et de Mantoue, la question de l'origine historique de la Maison de Hanovre quitta son statut de simple énigme héraldique pour généalogistes érudits et révéla sa véritable nature politique. C'est donc dans le cadre de l'un des fronts les plus ardues et après des *bella diplomatica* dans lequel s'engageait la maison de Hanovre que la « mission italienne » de Leibniz trouve son origine. La vieille tradition qui réunissait en une ascendance commune la Maison allemande de Brunswick et la Maison italienne d'Este, pouvait, certes, offrir une arme bien puissante pour dénoncer l'absurdité de la négation des privilèges et cela en raison de la même logique interne qui les concédait à des princes italiens issus de la même souche. Néanmoins, afin d'assurer une véritable efficacité diplomatique à cet argument, il fallait prouver – documents à la main et au-delà de tout doute possible – l'incontestable réalité historique d'une telle généalogie partagée² Comme on le sait, la « mission historique » de Leibniz à la recherche des documents sur les origines de la maison de Brunswick n'aurait dû concerner, dans un premier temps, que le Nord de l'Allemagne, visant principalement les monastères et les

¹ Ulrich von Hutten, *Lettres des hommes obscurs*, Jean-Christophe Saladin (éd.), Paris : les Belles lettres 2004, p. 231.

² On rappellera ici les premières tentatives de Leibniz de présenter – dans le cadre de ses plaidoiries diplomatiques – l'argument de l'origine commune des deux Maisons : le *Cæsarini Furſtenerii de jure Suprematus ac Legationis Principum Germaniæ* (A IV, 2, pp. 208-209), ainsi que dans son abrégé en français, les *Entretiens de Philarète et d'Eugène* (A IV, 2, pp. 324-325).

bibliothèques de la Hasse³. Il partit à la fin du mois d'octobre 1687, en passant par Hildesheim d'où il rejoint tout d'abord le monastère de Cassel. Son itinéraire dévia toutefois vite vers le Sud : tout d'abord à Marbourg, ensuite au château de Rheinfels à Sankt Goar et, enfin, à Francfort. Mais ce fut seulement lorsqu'il rejoint Munich – via les étapes intermédiaires de Aschaffenburg, Nuremberg, Sulzbach et Ratisbonne – qu'il parvint à consulter, après quelques tentatives ratées et pas mal d'insistances, le manuscrit d'Aventinus conservé à la Bibliothèque Électorale où figurait une expression aussi mystérieuse qu'équivoque :

Hat gehabt ein sun, graf Welphen den vierten, herzog in Kernten, und ein tochter, frauen Chunegund, marchgräfin zu Ast und herzogin zu Ferrari in Italien⁴.

En février 1687 le jeune professeur d'histoire de Helmstedt, Henri Meibom, avait porté l'attention de Leibniz sur ce passage et s'interrogeait sur la fiabilité de la source – une vieille chronique de Weingarten – d'où Aventinus avait puisé cette information :

[...] Monacho igitur illi Weingartensi Marchionem Estensem memorandi credidi, quorundam Marchionum Longobardiæ sedem fuisse in Urbe Ateste, illosque dictos Estenses, et ex illis primum, vel inter primos Azonem. Quod si locus ille Monachi suspectus est, uti non improbabiler colligis, fateor, nullum mihi ex vetustioribus notum esse, qui Azonem Estensem nomen : quanquam non dubitem, alios, qui ex recentioribus id asserunt, ut Aventinum, suos quoque habuisse auctores. Miror autem ab Aventino non Estensem, sed Astensem præfectum dici, ubi non esse Typographi vitium inde persvadeor pene, qui Aldzreiterus, qui post Aventinum Boicæ gentis annales scripsit, similiter Astensem marchionem nominat : ut ita juxta hos Ducum nostrorum Majores non Atestini

³A I, 4, p. 645 : « In Germanicam superiorem abituro felix iter multumque ex itinere fructum apprecor, eum imprimis qui drare possit in vitam æternam », Papebroch a Leibniz, 11 août 1697 et, également, A II, 2, p. 267 : « Je suis à present fort occupé à l'Histoire de la S^{ma} Maison de Bronsvic j'ai vu plusieurs Archif cet esté et je vais faire un tour dans la haute Allemagne pour y chercher quelques monumens », Leibniz à Arnaud, 9 octobre 1687.

⁴Aventinus, Johannes, *Johannes Turmairs genannt Aventinus sämtliche Werke*, München : C. Kaiser 1881-1908, t. 5, p. 310. La *Baierische Chronik* n'est rien d'autre que la version allemande et plus tardive des *Annales ducum Bavariæ*, où l'on retrouve en effet la même expression : « Chunegunda in matrimonio data fuit a parentibus Ætio (aliis est Azo) Astensi præfecto, quem nunc ducem Ferrariæ esse quidam tradunt unde ortus est Velipho dux Boiorum [...] », *ibidem*, t. 3, p. 176. À la bibliothèque Électorale, Leibniz consulta les manuscrits allemands d'Aventinus (cf. *Dav.* p. 68).

Longobardiæ Marchiones, sed Astenses ab Asta urbe, quæ deinde sub Marchione Montisferrati fuit, federici I historia notissima, fuerint⁵.

Déplaçant l'origine de la maison d'Este de quelques trois cent cinquante kilomètres, de la Vénétie au Piémont, l'adjectif *Astensibus* en lieu d'*Estensibus* ne pouvait donc pas être ignoré par Leibniz qui se détermina ainsi à approfondir la question, en consultant directement, auprès du monastère de Saint-Uldarich et Saint-Afra, près de Augsbourg, le manuscrit à l'origine de cette leçon douteuse. Mais si l'examen de la source manuscrite lui permit de revenir à la véritable lecture et de fixer l'origine commune des maisons allemande et italienne « mieux que par tout ce qu'on avoit vu jusqu'ici »⁶, cela ne s'avéra toutefois pas suffisant pour satisfaire pleinement son acribie d'historien. La nécessité de se débarrasser de tout doute possible lui imposait désormais de poursuivre ses recherches en Italie. Dans un premier moment toutefois, Leibniz ne manifeste pas encore l'intention de s'y rendre personnellement. Il s'agirait plutôt de donner mandat à une personne de confiance qui pourrait explorer les archives en suivant ses instructions à la lettre. Le 5 septembre 1688, cette option semble encore être la seule envisagée, comme on le voit de la lettre écrite de Vienne au secrétaire chargé des affaires des Brunswick à Venise, Francesco de Floramonti, où toute la question est efficacement résumée :

Comme les maisons de Brunsvic et d'Este viennent d'une meme origine je serois bien aise de pouvoir prouver solidement et par des pieces authentiques tant leur connexion, que leur origine commune. Mais pour cet effet il faudroit faire connoissance avec quelque personne de merite et d'erudition du pays et de la cour d[e] S.A.S. de Modene. [...] J'ay voulu marquer ces choses, afin que si vous aviez peutetre occasion de vous informer à Modene meme par quelque personne propre à cela [...]. Et si on avoit quelque amy à Modene qui fut en estat de parler de cette matiere au Prince meme il pourroit insinuer adroitement, que la maison de Brunsvic fait gloire de descendre d'une meme origine avec celle d'Este, qu'elle fait maintenant travailler à son histoire [...]⁷.

⁵ A I, 4, p. 624.

⁶ A I, 5, p. 100 : « [...] je deterray en fin le Manuscrit [...] et l'ayant examiné avec soin, je trouvay non Astensis, mais Estensis en caractères, vieux, mais bien lisibles, et je reconnus par là qu'Aventin l'avoit corrompu dans son ouvrage publié, par une fausse affectation du Latinisme, comme c'est assez sa costume », Leibniz à Vom Dem Bussche, 14/24 avril, 1688.

⁷ A I, 5, pp. 228-230. Toutefois André Robinet note justement que dans cette même lettre toute consacrée à la description des tâches qui reviendraient à cette personne tierce,

Depuis le 16 mai 1688 en effet, Leibniz était à Vienne où, grâce à la médiation du comte de Koenigseck, vice-chancelier de l'Empire, il avait pu accéder à la Bibliothèque de Leopold I^{er} et se plonger dans son vaste catalogue de Manuscrits Historiques⁸. Entretemps, Floramonti s'était engagé à trouver les recommandations nécessaires pour garantir à cet hypothétique émissaire leibnizien le plein accès aux bibliothèques et aux archives ducaux de la maison d'Este, à Modène⁹. Après une première tentative échouée par l'intermédiaire du comte Dragoni, il put finalement annoncer à Leibniz, le 1^{er} janvier 1689, la réponse favorable de la chancellerie de Frederic II d'Este, alors que le philosophe s'était déjà résigné à abandonner la piste italienne et n'attendait plus que la guérison du rhume qui l'avait frappé pour entreprendre le voyage de retour vers la Cour d'Hanovre. La décision de se rendre personnellement en Italie est ainsi annoncé dans une lettre à Heinrich Avemann du 16 janvier, par la formule solennelle : « Sed nunc de itinere Italico delibero »¹⁰.

Le voyage de Leibniz en territoire italien, dont l'histoire événementielle a été raconté dans les détails par André Robinet, durera un an environ, de début mars 1689 à la fin de mars 1690. Les différentes étapes du voyage représentent un point de repère essentiel pour nous orienter dans l'histoire de la rédaction des *Dynamica* et il est donc important de les rappeler :

VENISE	4 – 30 mars 1689
FERRARE	1 ^{er} – 7 avril 1689
BOLOGNE	8 – 9 avril 1689
LORETO	9- 10 avril 1689
ROME	14 – 30 avril 1689
NAPLES	1 ^{er} – 10 mai 1689
ROME	10 mai 1689 – 22 novembre 1689
FLORENCE	22 novembre – 22 décembre 1689
BOLOGNE	24-27 décembre 1689
MODÈNE	28 décembre 1689 – 19 janvier 1690
BOLOGNE	20-21 janvier 1690

l'option de réaliser la recherche personnellement est quand même évoquée, même s'il l'entend comme une possibilité éloignée, cf. *It*, pp. 6-7.

⁸Notamment Leibniz put ici consulter la *Narratio Altabensis de quorundm Ducum Bavariae Genealogia et incrementis* (Ms XV, 953), ainsi que les mémoires sur les Guelfes d'un chanoine de Ravensbourg (« Ladislai Gundhelmi ex oppido glorie Canonici Viennensis Familia Welforum »).

⁹Suite au renoncement au duché de Ferrare par César d'Este en 1589, le centre du pouvoir de la famille s'était replié sur Modène, qui faisait partie des territoires de la maison depuis 1452, lorsque Frederic II d'Augsbourg l'octroya à Borso d'Este.

¹⁰A I, 5, p. 359.

MODÈNE	21 janvier -2 février 1690
REGGIO EMILIA	2 février 1690
PARME	3 février 1690
BRESCELLO	4 -7 février 1690
FERRARE	8 – 9 février 1690
LA VANGADIZZA	10 février 1690
VENISE	11 février – 5 mars 1690
PADOUE	6 – 10 mars 1690
VENISE	11 – 24 mars 1690

Il fut de retour à Hanovre en juin 1690. Signalons en passant que, parmi toutes ces pérégrinations, c'est l'étape à l'abbaye de la Vangadizza, près de Rovigo, qui s'avéra être la plus féconde pour la mission historiographique de Leibniz. Comme il l'écrivait à Muratori en 1715 :

J'ay trouvé alla Vangadizza nelle Polesine de grandes pierres sepulcrales renversée. Quelqu'un me disoit qu'il y avoit des inscriptions de l'autre coté de quelcunes. Mais comme j'étois pressé, et n'avois pas toutes les instructions ou lettres de creance necessaires, je n'osais d'entreprendre de les faire renverser. On me communiqua un vieux papier, sur lequel estoit l'Epitaphe de la Celebre Cunigunde qui a porté le patrimoine des vieux Guelfes dans la Maison de nos Princes. Il commençoit ainsi :

Diſta Guniguldis regali ſtemmate fulſi

Je ne me souviens pas maintenant du reste, qui est dans mes collections. Cet Epitaphe doit avoir été alla Vangadizza. J'y copiai aussi dans un fragment d'un liber copiaris, ce Diplôme important, qui marque que le père de l'Azon chef commun des deux Maisons a été fils d'un Marchio Azo. Jugés, si je n'ay pas bien profité de mon peu de séjour et du peu d'occasions¹¹.

On pourrait par ailleurs également noter que la preuve définitive de l'origine commune des deux familles – celle à même d'enlever « toutes les difficultés sur la connexion des maisons de Brunsvic et d'Este »¹² – s'appuie sur deux typologies différentes de sources historiques, *monumenta* et *scripta*, qui se corroborent l'une l'autre et que cela satisfait un critère fondamental de la méthodologie historiographique leibnizienne. Toutefois à partir du trajet italien de l'*iter*, la mission historiographique officielle qui justifiait son éloignement de la Cour d'Hanovre passa indéniablement au second plan dans les préoccupations du philosophe. Le voyage se doubla bientôt d'autres missions « parallèles » qui lui furent confiées par la Maison de Brunswick – comme celle liée à la perspective d'un mariage entre les Cours de Hanovre

¹¹Transkriptionen des Leibniz-Briefwechsels 1715 für die Leibniz-Akademie-Ausgabe (überprüft). Version 1, p. 116.

¹²A I, 5, p. 531, Leibniz à Mabillon, 20 février 1690.

et de Modène, qui se concrétisera en 1695 grâce à l'union de Charlotte Félicitas avec le Duc de Modène – ou bien comme celle dont il s'investit tout seul, visant à entreprendre des actions diplomatiques auprès des hiérarchies Romaines pour obtenir l'enlèvement des censures sur les œuvres de Copernic et Galilée¹³.

Plus encore, Leibniz profita de l'occasion pour nouer une très ample variété de relations avec les érudits de la péninsule – sur lesquels pesaient encore les effets de la contre-réforme et de l'isolement culturel qui en découlait – et dont quelques-unes continueront par voie épistolaire au cours des années suivantes. À ce propos, le passage contenu dans la correspondance avec Arnauld, où Leibniz propose un bref bilan de son séjour, est exemplaire et souligne l'important apport dérivé de sa rencontre avec les savants italiens :

[...] comme ce voyage a servi en partie à me délasser l'esprit des occupations ordinaires, j'ai eu la satisfaction de converser avec plusieurs habile gens en matière de science et d'érudition, et j'ay communiqué à quelques uns, mes pensées particulières que vous sçavés ; pour profiter de leur doutes et difficultés, et il y en a eu, qui n'étant pas satisfaits des doctrines communes, ont trouvé une satisfaction extraordinaire dans quelques-uns de mes sentiments, ce qui m'a porté à les coucher par écrit afin qu'on les puisse communiquer plus aisément ; et peut-être en ferai-je imprimer un jour quelques exemplaires sans mon nom, pour en faire part à mes amis seulement, afin d'en avoir leur jugement ¹⁴.

C'est surtout dans le contexte du système des académies privées – véritable pivot de la vie intellectuelle de la péninsule tout au long du XVII^e siècle – que Leibniz rencontra la plupart de ces personnages notables qui devinrent ses interlocuteurs tout au long du voyage : les académies des Delphiques, la Dodonea et la Dorothea à Venise, celle des Gelati à Bologne, celles du Cimento et de la Crusca à Florence, celles des Infuriati, des Investiganti et des Discordanti à Naples et, surtout, celle des Lincei ainsi que l'Académie Fisicomatematica à Rome¹⁵. Fondée en 1677 par Giovanni Giustino Ciampini dans son palais près de la place Navone, cette institution réunissant des savants renommés tels que le jésuite Francesco Eschinardi ou Agostino Fabri, naquit sur le modèle de l'académie del Cimento mais tout en adoptant – et ce dès les toutes premières réunions – un programme

¹³Cf. *It*, pp. 96-118.

¹⁴A II, 2, p. 311.

¹⁵*It*, p. 469.

de recherche presque opposé à celui de sa célèbre homologue : tandis que l'institution florentine se consacrait presque exclusivement aux sciences expérimentales, l'Accademia Fisicomatematica di Ciampini s'orienta très vite vers le débat théorique et la dimension philosophique des sciences¹⁶.

C'est dans ce cadre que furent conçues les deux seules œuvres scientifiques rédigées par Leibniz au cours de son *iter Italicum* : le dialogue intitulé *Phoronomus seu de Potentia et Legibus Naturæ* et les *Dynamica de potentia seu de legibus naturæ corporeæ*, dont la rédaction débuta à la même époque. Mais tandis que le premier texte, beaucoup plus bref, fut terminé et probablement mis en scène, selon l'usage de l'époque, lors des réunions de l'Académie de Ciampini en juillet 1689, le texte des *Dynamica* ne cessa d'évoluer et de se modifier. Les notes et les échantillons esquissés à Rome pour les *Dynamica*, ne commencèrent en fait à s'organiser et à se structurer selon un véritable plan que lors de l'étape suivante de l'*iter italicum*, à Florence, où Leibniz arriva le 22 novembre de la même année. C'est donc dans la ville des Médicis que le projet d'édition d'un ouvrage de physique « définitif », représentant à la fois l'*ἀκμῇ* et la *summa* de toutes les découvertes scientifiques majeures de Leibniz, prit sa forme.

La figure centrale qui donna au philosophe l'impulsion pour entreprendre une telle démarche ne fut paradoxalement pas rencontrée dans les académies citoyennes, mais à la cour du duc de Toscane. Malheureusement pour l'histoire de cette entreprise, il s'agit également de l'une des figures les plus énigmatiques et impénétrables que l'on peut compter, toute époque confondue, dans la légion de savants gravitant autour de la personne de Leibniz : le Baron Rudolph Christian de Bodenhause.

II. Le Baron inexistant

Vingt ans après avoir publié les *Œuvres philosophiques latines & françoises* de Leibniz, l'inspecteur du cabinet des antiquités et médailles du landgrave de Hesse-Cassel, Rudolf Erich Raspe, confia aux aventures d'un célèbre baron – celui qui était capable se sortir des sables mouvants avec son cheval en se tirant par les cheveux – la difficile tâche de le sortir également de la pléthore de dettes dans laquelle sa déjà maigre fortune était sombrement

¹⁶W.E. Knowles Middleton, *Science in Rome, 1675-1700, and the Accademia Fisicomatematica of Giovanni Giustino Ciampini*, « The British Journal for History of Science », 8(1975), n. 29, p. 146.

en train de s'enfoncer¹⁷. Personnage fictif inspiré par une personne bien réelle dont on exagérât les exploits jusqu'à la bouffonnerie et au grotesque, le Baron imaginaire rattaché malgré lui à l'univers de Leibniz semble incarner le *Doppelgänger* parfait d'un autre baron leibnizien dont l'œuvre, en revanche, est aussi tangible qu'authentique, mais dont la biographie est tellement évanescence et insaisissable qu'elle déteint dans le fictif.

De Rudolph Christian von Bodenhausen – figure clé de l'histoire matérielle des manuscrits qui composent le *corpus* des *Dynamica* – l'on ignore en effet presque tout. Issu de l'une des plus prestigieuses familles d'Allemagne, côtoyant quotidiennement les nobles et les savants les plus renommés d'Europe au sein de l'une des cours les plus illustres au monde, Bodenhausen parvint néanmoins à traverser le demi-siècle que les Parques lui avaient réservé sans laisser presque aucune trace de son passage. À la réussite d'une telle entreprise contribua autant la discrétion naturelle de son caractère que la suite assez impressionnante de maladresses archivistiques¹⁸ qui semble fatalement intervenir à chaque fois qu'on dispose d'un document qui le concerne.

Avec le Baron en effet, les problèmes commencent déjà avec le nom. La fiche biographique de la *Deutsche Nationalbibliothek* en propose deux variantes, Rudolph Christian von Bodenhausen, mais également Otto Ru-

¹⁷ *Ceuvres philosophiques, latines & françoises de feu M. de Leibnitz*, Amsterdam - Leipzig : J. Schreuder 1765. La première édition des aventures du Baron de Münchhausen date de la fin de 1785 : Rudolf Erich Raspe, *Baron Münchhausen's narrative of his marvellous travels and campaigns in Russia*, Oxford : Smith 1786 [actually late 1785].

¹⁸ Actuellement, la littérature secondaire traitant de ce personnage pourtant central pour l'histoire de l'*iter italicum* leibnizien se résume essentiellement en deux titres : l'excellent article de Charlotte Wahl, *Between cosmopolitanism and nationalism : the role of expatriates in the dissemination of Leibniz's differential calculus*, « *Almagest* », 5(2014), 2, pp. 41-68, où le rôle du Baron est surtout évoqué en relation à sa « mission romaine », et l'article de Götz von Selle, *Ein deutscher Edelmann am Hofe der Mediceer und seine Beziehungen von Leibniz*, « *Mitteilungen, Universitätsbund Göttingen* » 8(1927), 2, pp. 34-47. Quoique cette dernière contribution n'ajoute pas grand-chose aux informations que l'on pourrait tirer directement de la correspondance entre Leibniz et le Baron et que les peu des données externes qui dérogent à cette règle soient rapportées sans aucune indication des sources originales, un détail biographique impose de considérer avec attention la reconstruction biographique qu'il propose : le bibliothécaire et historien Götz von Selle, épousa en effet en 1921 Erika Freiin von Bodenhausen, appartenant donc, par la ligne Arnstein, à la même Maison que le Baron. Il est donc envisageable que pour la rédaction de sa contribution il ait pu s'appuyer directement sur des documents privés en possession de la famille. Nous remercions ici Charlotte Wahl pour cette indication.

dolph. La base de données *Die Leibniz-Connection*¹⁹ éditée par la *Leibniz-Gesamtausgabe der Akademie der Wissenschaften zu Göttingen* et par la *Berlin-Brandenburgische Akademie der Wissenschaften*, quant à elle, lui attribue uniquement le nom de Rudolph Christian, tout en hésitant dans son identification avec le même Bodenhause qui figure dans le catalogue des académiciens de l'Académie de la Crusca, car cette dernière comptait bien parmi ses membres un Bodenhause actif à Florence à la même période que notre Baron, mais elle le mentionne dans ses registres en tant que Ferdinand Christian²⁰ et non pas comme Rudolph :

Die Information über Bodenhause's Mitgliedschaft in der Accademia della Crusca beruht auf der Annahme, dass R. Ch. v. Bodenhause identisch ist mit dem in den Katalogen der Accademia erwähnten Ferdinand Christian von Bodenhause²¹.

Si on passe du nom aux titres et à la profession, le cadre ne s'améliore pas davantage. Dans une lettre à Francesco Bianchini envoyé de Venise le 18 mars 1690, Leibniz résume, en cinq lignes à peu près, l'intégralité des informations dont nous disposons sur la figure du Baron :

Præter alios viros egregios Florentiae mihi nata est familiarior notitia cum D. Abbate Bodeno ex Bodenhuseorum Baronum Germaniæ familia qui cardinali Riccio olim fuit carissimus, et in rebus quoque mathematicis egregius est, ut de amoenioribus literis omnique doctrinæ genere nihil dicam, in quibus quantum valeat, vel ex eo intelligi potest, quod primo geniti Hettruriæ Principis studiorum ephorus fuit²².

Des trois données biographiques plus ou moins précises qui sont évoquées dans ce passage, deux seulement seront généralement retenues dans

¹⁹ *Personen- und Korrespondenz-Datenbank der Leibniz-Edition*, <https://leibniz.uni-goettingen.de/pages/index>.

²⁰ Suite à nos recherches, la fiche biographique de Bodenhause sur le site de l'*Accademia della Crusca* a été mise à jour. Dans l'ancienne version à laquelle les différents catalogues internationaux se réfèrent, son nom apparaissait uniquement en tant que Ferdinando Cristiano von Bodenhause (tout en le déclinant en quatre variantes : Ferdinando Cristiano di Bodenausen, Ferdinandocristiano di Bodenausen, Ferdinandocristiano Bodenausen et Ferdinando Cristiano Bodenhause). Un article de Alfred Reumont de 1855 consacré aux membres étrangers de l'Académie, où notre Baron devint carrément « Federigo Cristiano », n'aida pas vraiment à rendre plus claire l'affaire, cf. Alfred von Reumont, *Dei soci esteri della Accademia della Crusca. Lezione detta nel dì 11 aprile 1855*, Firenze : Tip. Galileiana 1855, p. 23.

²¹ <https://leibniz.uni-goettingen.de/persons/view/75>.

²² A IV, 3, p. 482.

la plupart des notes consacrées à Rudolph Christian : son titre de Baron et son rôle de précepteur et de *Privatlehrer* au service de Côme III de Médicis. Concernant le titre d'abbé en revanche, cela ne semblerait être attesté que par la plume de Leibniz uniquement²³.

Il est en effet vrai que l'explicitation du titre baronnieux accompagne son nom dans presque toutes les occurrences documentaires dont on dispose. Mais est-ce qu'il en était véritablement un ?

D'après un article de Götz von Selle, Rudolph Christian naquit dans la ville de Mühltröff, probablement autour de 1640, au sein de la maison des Bodenhausen, une famille de la noblesse ancestrale de Basse-Saxe dont le premier membre authentiquement connu était Teginhaurdus de Bodenhausen, vivant entre 1135 et 1150²⁴. Son père, Franz Wilke von Bodenhausen (1623-1686), était le seigneur d'Arnstein, de Mühltröff et de Leubnitz et, à partir de 1669, baron d'Empire²⁵, mais aucune des œuvres généalogiques retraçant l'arbre de cette illustre maison saxonne ne compte un Rudolph Christian parmi les cinq enfants composant la descendance de celui-ci²⁶. Ainsi, si l'on garde comme valide l'année 1640 comme date de naissance la plus probable de Rudolph et si l'on considère ensuite que le mariage du père avec Magdalene Agnese von Reden – la femme qui deviendra en-

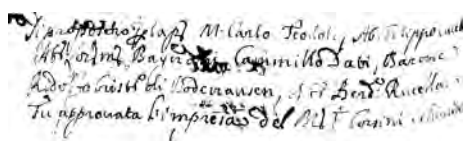
²³Il ne serait peut-être pas trop hasardeux d'envisager que l'éloignement de Christian Rudolph d'Allemagne et son long séjour d'étude à Rome aient comporté également un parcours, plus ou moins abouti, d'intégration au clergé. Notons au passage que la maison Bodenhausen est historiquement de confession protestante : l'envoi de Christian Rudolph à Rome pourrait trouver ses raisons autant dans la confession d'appartenance de la mère naturelle que, plus génériquement, dans la volonté de marquer une distance ultérieure entre le jeune homme et la famille.

²⁴Cf. Michel Huberty, Alain Giraud, F. et B. Magdelaine, *L'Allemagne dynastique. Tome V, Hohenzollern, Waldeck, familles alliées A-B*, Le Perreux-sur-Marne : A. Giraud 1989, p. 557.

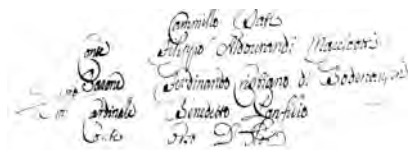
²⁵Von Selle connecte l'obtention de ce dernier titre suite au legs à l'Empereur d'un détachement de mille hommes, payés sur ses propres deniers, pour la guerre contre les Ottomans, cf. Götz von Selle, *op.cit.*, p. 34.

²⁶Cf. Rudolf von Buttlar Elberberg, *Stammbuch der althessischen Ritterschaft*, Wolfhagen : gedruckt bei W. Borner, 1888, table *von Bodenhausen*. Du mariage, en 1648, entre Franz Wilke von Bodenhausen et Magdalene Agnese von Reden naquirent cinq enfants : Elisabeth Sophie (1650-1687), Anna Magdalene (1651-1652), Melchior Otto (1652-1732), Franz Wilke (1653-1713) et Anna Magdalene (1660-1697). Dans Carl Hermann von Richter, *Die Herrschaft Mühltröff und ihre Besitzer*, Leipzig : Teubner, 1857, pp. 53 et 54, nous retrouvons exactement les mêmes données. Le *Gothaisches genealogisches Taschenbuch der freiherrlichen Häuser*, Gotha : Perthes, 1855-, 1901, Erster Jahrgang, pp. 91-96 en revanche ne se consacre qu'aux branches principales de la famille.

suite la mère de ses cinq autres enfants – ne date que de 1648, voici que le profil « classique » d'un enfant né hors mariage, fruit sans doute d'une relation moins blasonnée et avantageuse que la deuxième, semble se dessiner assez nettement. Notre hypothèse biographique paraîtra encore moins audacieuse si l'on considère l'empressement avec lequel le jeune homme fut éloigné très tôt de la famille et envoyé étudier en Italie, où il passera tout le restant de sa vie, ainsi que la manière peu élogieuse dont Franz Wilke parle de lui dans son testament, au moins d'après le témoignage de von Selle qui put consulter ce document.



Carte Segni, fascetta 110, cartella 12. inserto
13, – Ridolfo Cristiano di Bodenausen



Catalogue 82 – Ferdinando Cristiano di
Bodenausen

Malgré cela, l'appartenance de Rudolph Christian à la maison von Bodenausen ne semble avoir jamais été mise en discussion, comme le prouve par ailleurs son habitude d'adopter, dans les documents officiels au moins, cette signature patronymique à laquelle on peut finalement imputer les nombreuses équivoques qui se sont répandues autour de son nom. C'est le cas, par exemple, de l'un des rares documents le concernant dont on dispose, un contrat de vente pour le domaine agricole dénommé Villa Cecconi, dans le hameau de Majano, auprès de Fiesole, que Bodenausen aurait acheté en 1687 et où l'on trouve son nom cité ainsi :

[...] il quale la rivendeva a vita il 28 gennaio 1687 ai rogiti di Anton Benedetto del Teglio a Rodolfo Cristiano di Francesco Wilka d'Ottone Barone di Bodenausen²⁷.

On peut donc bien envisager qu'une méprise analogue, doublée d'une erreur manifeste de lecture du manuscrit, se trouve à l'origine du nom Ferdinand figurant dans certaines listes des académiciens de la Crusca : dans le registre rédigé par Alessandro Segni – secrétaire de l'Académie à l'époque de la cooptation de Bodenausen parmi ses membres – le nom du nouveau

²⁷Giovanni Baroni, *La Parrocchia di San Martino a Majano. Cenni storici*, Firenze : tipografia del vocabolario, 1875, p. 85. Nous devons cette indication à Charlotte Wahl, que nous remercions ici au passage.

cruscante, bien qu'italianisé, est correctement rapporté comme « Barone Rinaldo Cristiano di Bodenausen »²⁸. C'est seulement à partir du catalogue ACF-Cat.2 que le nom est rapporté comme « Barone Ferdinando Cristiano »²⁹ et, à partir de là, il sera retranscrit comme tel, sans vérification d'après la première liste correcte, dans tous les catalogues successifs³⁰.

Le titre de baron lui fut donc toujours attribué, mais il reflète bien plus un statut qui procède de sa Maison et investissait génériquement tous ses membres – « *ex Bodenhuisiorum Baronum Germaniae familia* » – qu'un rôle et une position effectivement reconnue au sein du système de la noblesse allemande. C'est d'ailleurs son frère Wilke von Bodenhause, avec lequel Leibniz entretenait également une correspondance occasionnelle³¹, qui portera toujours le titre de seigneur d'Arnstein.

Une explication tout à fait analogue vaut pour l'autre information biographique qui, depuis l'extrait de la lettre de Leibniz de 1690, se répand systématiquement dans toute la littérature secondaire sur le Baron, à savoir sa fonction de précepteur à la cour des Médicis. Aucune des chroniques citoyennes relatant des faits de la Cour – pourtant très détaillées lorsqu'il s'agit de magnifier, en exaltant la renommée des enseignants choisis, le zèle et le

²⁸ Carte Segni, fascetta 110, cartella 12. inserto 13, carte *n.n.*, *s.v.* Nous remercions ici chaleureusement la docteure Elisabetta Benucci qui nous a savamment guidé pendant nos recherches dans les archives de l'*Accademia*.

²⁹ On peut vraisemblablement formuler l'hypothèse qu'à l'origine de la faute se trouve le mauvais développement d'une abréviation par ponctuation en « F. » tirée d'un document où le patronymique de Rudolph Christian se serait trouvé abrégé sous cette forme. En paléographie ce cas de figure est en effet très fréquent.

³⁰ Code catalogue 82, carte *n.n.*, *s.v.* La référence aux activités de la Crusca contenue dans la lettre du 10/20 août de 1691 de Leibniz à Bodenhause (« Ist Ihre Reformiert Crusca bald fertig? », A III, 5, pp. 149-150) ne fait que corroborer cette identification. Bien plus mystérieuses, à notre sens, sont les raisons qui se trouvent à l'origine de la cooptation d'un savant, dont les intérêts portaient surtout sur les sciences et les mathématiques, au sein d'une institution qui, depuis 1583 au moins, se consacrait prioritairement à des questions littéraires et à la préservation du florentin vulgaire des auteurs du XIV^e siècle. L'hypothèse que l'admission de Rudolph Christian à la Crusca, d'après le registre Segni datant du 9 août 1690, puisse être connectée à la rédaction des entrées techniques de la troisième édition du *Vocabolario degli accademici della Crusca*, qui sera effectivement publié en 1691, nous semble tout à fait vraisemblable (cf. *Vocabolario degli Accademici della Crusca*, Firenze : stamp. dell'Accademia della Crusca 1691. La première édition du *Vocabulaire* fut de 1612). Nous remercions ici notre collègue Elisabetta Benucci pour l'indication de cette piste.

³¹ La correspondance entre Leibniz et Wilke von Bodenhause se compose de cinq lettres échangées entre 1693 et 1696 (A I, 9, n° 395 ; A I, 10, n° 446 ; A I, 11, n° 99 ; A I, 12, n° 292, 306 et 307).

soin exceptionnels qu'on prodiguait pour la formation des jeunes Princes – ne fait référence à une mission de préceptorat quelconque qui aurait été confiée à Rudolph von Bodenhause, et cela est vrai tant à propos de l'ainé de Côme III, Ferdinand, que de son frère Jean-Gaston. Ainsi, par exemple, l'on profite de toutes les occasions possibles pour rappeler que :

[...] il Gran Principe Ferdinando di Cosimo III, sesto Granduca di Toscana [...] Possedé l'architettura e il disegno ; acquarellava e torniva assai bene ; si diletto della matematica ed aveva appresso di sè due buoni professori di quella, cioè il canonico Gio. Guerrini, ed il prete Magnelli.

À cette liste, l'on peut également ajouter le marquis Luca di Girolamo degli Albizzi, Giacomo Antonio Morigia, Enrico Noris, Vincenzo Viviani et Francesco Redi.

Des énumérations tout autant détaillées sont fournies pour célébrer l'éducation du cadet :

[...] Gastone I, settimo Granduca di Toscana, figlio di Cosimo III de Medici (...) e di Margherita Luisa d'Orleans [...] fu molto versato nelle scienze e in particolare nelle belle lettere e filosofia e matematiche, avendo avuti per precettori i primi uomini dell'Italia, che sono un Averani, Noris, Bresciani, Salvini, Magliabecchi etc.³²

Sur ce point, il serait donc à notre avis plus correct de retenir l'opinion de von Selle qui, tout en admettant que l'arrivée de Bodenhause à Florence ait pu être initialement connectée à un quelconque rôle dans l'éducation des Princes, juge plus prudent de le compter plutôt dans ce cercle de savants qui étaient appelés à la Cour pour y tenir des conférences et de leçons occasionnelles³³. D'ailleurs, on pourrait aisément lire à travers ce prisme tous les jugements plus que sévères que le Baron, dans sa correspondance avec Leibniz, réserve systématiquement aux savants officiellement investis de la charge de précepteur de Ferdinand et de Jean-Gaston. Les commentaires les plus féroces sont adressés au médecin et biologiste Francesco Redi, futur archiâtre du prince Ferdinand et, apparemment, son ennemi juré à la Cour. Bodenhause ne perd pas une occasion pour le ridiculiser et souligner sa charlatanerie :

Sigre Biringucci lieget schon über 2 Monaht zu bette wegen eines gefährlichen schadens am knie, so von einem kleinen tumor aus verwarlosung eines

³²F. Orlando e G. Baccini (éds.), *Bibliotechina Grassoccia : capricci e curiosità letterarie inedite o rare*, « Giornale di erudizione », 1886-1898, (Vita di Gio. Gastone I, settimo ed ultimo Granduca della Real casa de' Medici), p. 6.

³³Götz von Selle, *op.cit.*, p. 35.

jungen Chirurghi entstanden, welchen Redi dem Printzen G. G. zum kammerdiener angehänget, v. wie der Redi alle medicamenta verachtet, v. also auch keine weiß noch suchet, sondern sich einig auf des Redi axioma chirurgicum, so er allen prediget, fundiret, welches ist : *ferro, ferro, e pulizia*; (schinden v. auswaschen) wie die schinder die Caldaunen³⁴.

Pour un personnage tel qu'Enrico Noris, en revanche, l'arme utilisée n'est pas celle du ridicule, mais plutôt l'accusation de plagiat systématique. D'après le Baron, l'érudit historien et cardinal depuis 1695 aurait en effet élevé cette pratique au rang de véritable méthode de travail bien rôdée, s'appuyant souvent pour cela sur la complicité de son ami, le bibliothécaire Magliabechi :

P. Noris ist ein schlauer Fuchs, qui scit uti foro; Ich kenne ihn intus et in cute, es ist mehr apparentz, als substantz, mit dem geringsten dinge, so er von andern erschnappet, weiß er sich große ehre zu machen, es koste auch vor mühe v. unkosten was es wolle; Er hängt sich allezeit an die favoriten, welchen zu gefallen er sachen gethan, so nicht wol io stehen; v. also macht er sich groß³⁵.

D'autres indices d'ailleurs contribuent à minorer la portée réelle de son implication au sein des échanges de la cour par rapport à l'image qu'on pourrait s'en faire à partir de la lecture de la seule correspondance avec Leibniz³⁶ : son nom est en effet systématiquement absent de toutes les listes des nobles et des gentilshommes qui recouvrent des rôles de relief au Palais ou, tout simplement, qui gravitent autour du Grand duc Côme III³⁷.

Quoiqu'il en soit, au cours de sa période d'étude à Rome, le jeune Bodenhausen devint l'élève et le protégé du cardinal Michelangelo Ricci, lui-même élève de Benedetto Castelli et ami d'Evangelista Torricelli. Auprès du cardinal il se consacra surtout à l'apprentissage des mathématiques, façonnant ainsi sa formation dès le début dans le sillon de cette tradition galiléenne dans laquelle les *Dynamica* elles-mêmes aspireront à s'insérer.

³⁴A III, 5, p. 622.

³⁵A III, 6, p. 155. Cf. également A III, 6, pp. 717-718.

³⁶Cf. notamment la présentation qu'en fait André Robinet, en *It*, pp. 259-257.

³⁷En ce sens, son absence de la liste des participants au mariage de Ferdinand avec la princesse Violante-Béatrice de Bavière en 1689 – liste vraiment minutieuse et comprenant non seulement les anciens précepteurs cités ci-dessus mais également tous les simples chanoines qui « suivirent le cortège à cheval » – contribue à corroborer l'image d'un homme relativement loin d'une pratique assidue de la vie courtoise. Cf. F. Orlando e G. Baccini (éds.), *Bibliotechina Grassoccia : capricci e curiosità letterarie inedite o rare, op. cit.*, pp. 53-78.

C'est peut-être par l'entremise de Ricci, proche de plusieurs des savants de la Cour de Côme III, qu'il fut appelé à Florence, probablement autour des années 1670, du moins si l'on veut garder l'idée d'une connexion entre le déplacement du Baron et un rôle occasionnel lié à l'éducation du jeune prince Ferdinand, né en 1663. Une lettre de Leibniz à Friesen du 30 octobre/9 novembre 1693, nous informe également de la localisation de la résidence florentine du Baron qui s'était installé « oltr'Arno », près de l'église San Niccolò, assez loin donc des lieux clés du pouvoir citoyen :

Zu Florenz ausser H. Magliabecchi, so ohne dem bekannt, habe ich sonderbare Kundschaft mit H. Baron Bodenhause, einem Teutschen, so in Florenz stabiliert wohnet vicino a S.Nicolo; pflaget mit mir zu corrispondieren, ist in omni genere studiorum sehr versit, belustiget sich aber itzo sonderlich mit physic und mathematicis [...]³⁸.

Comme Leibniz semble l'indiquer dans les différentes évocations rétrospectives de son voyage en Italie, il ne connaissait pas le Baron Bodenhause avant son arrivée à Florence, le 22 novembre 1689.

Le statut commun « d'expatriés » allemands en terre italienne contribua sans doute à faire naître entre les deux un lien fort et une amitié sincère. Même s'il était de quelques années son aîné, le Baron se considéra dès le début comme un disciple dévoué³⁹ du brillant et célèbre compatriote : il s'investira pour l'introduire auprès de différentes personnalités florentines. Il fut son tout premier guide dans la complexe géographie du pouvoir de la Cour et il se prêta volontiers à toute sorte de tâches pratiques que Leibniz lui confiait, en se transformant très tôt en une sorte de secrétaire *de facto* du grand philosophe.

D'après les documents qui nous sont restés, leur échange épistolaire débuta immédiatement après le départ de Leibniz de Florence, le 22 décembre 1689, et il se prolongea, avec une fréquence variable, jusqu'à la mort du Baron⁴⁰. La palette des sujets traités tout au long des 89 lettres qui composent ce *corpus* épistolaire est en effet très vaste, conformément à ce qu'on pourrait attendre d'un échange entre un *Universalgelehrter* et un homme versé

³⁸A I, 9, p. 604.

³⁹Cf. A III, 5, p. 24, Bodenhause à Leibniz, 19 janvier 1691 : « Utinam tanto magistro dignus sim discipulo ».

⁴⁰La première lettre de Bodenhause à Leibniz, marquant le début de la correspondance, date en effet du 31 décembre 1689 (A III, 5, pp. 435-436, 698-700). La toute dernière, de Leibniz à Bodenhause, date du 7/17 janvier 1698 (A III, 7, pp. 698-700), soit quatre mois environ avant la mort du Baron.

en « omni genere studiorum » tel qu'était le Baron d'après la définition leibnizienne.

Par commodité, on peut isoler dans cette correspondance quatre thèmes principaux : la politique et la vie de Cour (avec une extension de registre qui va de la macro politique européenne jusqu'aux potins florentins), les mathématiques et les sciences (avec des échanges occasionnés ou qui se développent souvent à partir des problèmes spécifiques et ponctuels, comme dans le cas du célèbre *Ænigma geometricum* de Viviani⁴¹ ou du problème du *labyrinthus*⁴²), l'histoire et l'historiographie (thème auquel on peut rattacher également tout le chapitre sur les vicissitudes et les polémiques liées à l'édition du *Codex juris gentium diplomaticus*) et, enfin, bien évidemment, le travail d'édition des *Dynamica de potentia* dans lequel le Baron se trouva très tôt impliqué. Une place très importante parmi les intérêts du Baron fut également occupée par la chimie et l'alchimie⁴³. Bodenhause n y revient souvent au cours de ses lettres, rencontrant toutefois les perplexités et les résistances de Leibniz qui, de toute évidence, préfère l'entraîner sur de sujets historiques, mathématiques et même géométriques, et ce, malgré le jugement peu flatteur concernant les réelles compétences du Baron en la matière, qui lui échappera dans une note de 1701 :

Florentinus amicus Dn. Baronis Bodenhause n ingeniosissimus alioqui, nunquam res Geometricas capere potuit. Inprimis ipsi negotium facessebat angulus rectus. Questo angolo recto dicebat identidem quasi mirabundus quid hoc monstri esset⁴⁴.

Un chapitre à part dans les échanges entre Leibniz et le Baron est en revanche représenté par l'affaire de la « mission romaine » dont ce dernier fut chargé par le philosophe en mars 1690. Cette affaire se situe dans le cadre des initiatives déjà entreprises par Leibniz lui-même lors de son séjour à Rome et qui auraient dû contribuer à mettre en marche la machine diplomatique pour obtenir, auprès de la hiérarchie ecclésiastique romaine, la suspension des censures contre les ouvrages de Copernic et de Galilée. La « mission romaine » du Baron se déroula de la moitié du mois de mars 1690 jusqu'au 10 juin, avec un dernier séjour dans l'*Urbs* à la fin de la même

⁴¹Cf. *It*, pp. 233-254.

⁴²*It*, p. 265.

⁴³Cf. A III, 8, p. 159, Magnus Block à Leibniz, 14 juin 1689 : « Delle Carte lasciatemi dal Sr Bar. Di Bodenh. La maggior parte consiste in processi alchimici ò notizie incirca la transmutazione ».

⁴⁴LH XXXV 1, 9, 71r. Cf. aussi *It*, p. 265 (note).

année. Dans une lettre écrite de Venise le 4 mars 1690, Leibniz donne au Baron les directives nécessaires pour l'accomplissement de cette délicate tâche diplomatique, en lui fournissant également la longue liste des personnalités à contacter, parmi lesquelles on retrouve Amable de Turreil, Giovanni Battista del Pelagio, Giuseppe Renato Imperiali, Domenico Quarteroni, Ludovico Casati, Jean Crozier et François Deseine⁴⁵. Le zèle mis par Rudolph Christian dans l'exécution de tous les *desiderata* de Leibniz illustre bien le sentiment de véritable dévotion qui le liait à son compatriote, comme on le voit également de la prévenance manifestée lors d'une maladie de son « maître » et des improbables conseils médicaux et alimentaires qu'il se sentait en devoir de lui dispenser :

Zum andern ist vonnöthen eine gewisse diäta, daß man sich vor allen harten, gesaltzenen, sauren, v. geraücherten fleisch hüte, dergl. die scharffen weine, wie der Reinische v. fast alle in Teutschland sind, item säwerlich bier, rohe obst etc. v. so M.h.H. sich mortificiren v. auf einige zeit mit folgender simplen speise sich contentiren wolte, wie viel andere glücklich gethan, könnte Er wol ohne andere medicamenten genießen, oder mit deren allergelindesten v. εὐπορίστοις wider zu recht kommen. Diese einfältige v. tägliche speise ist die süße v. frische kühmilch (nicht Esels, ziegen oder andern widerwärtigen v. übelriechenden thiere), von solcher muß das serum weggethan werden (denn mit dem vielen gebrauch des seri an statt des guten MilchRaams habe ich viel allhier sehen gantz schwind-süchtig v. contract werden, weil das serum in vitioso ventriculo versauert v. sich corrupiret, [...] Soll also solcher frische MilchRaam mit sufficiente quantitate Reiß (Orizæ) gekocht werden, biß der Reiß erweicht v. wohl aufgeschwollen, hernach so bald der sud aufgehöret, doch der brey noch warm ist (aber NB. nicht im anfang v. im sud) muß ein guter theil zucker v. guter zimmet (doch dieser mit discretion nach dem er gut) darein gethan werden v. in eben dem topffe wol untereinander gemischt, so ist es fertig v. hält sich auch etliche tage unverdorben (aber der zucker im anfang machet eine scheidung, v. verdirbt alles bald)⁴⁶.

Apparemment Rudolph Christian ne fut pas meilleur diététicien que géomètre, du moins si l'on considère ce que relate le secrétaire du cabinet de Côme III, le médecin suédois Magnus Gabriel Block, lorsque le 12 mai 1698, dans une lettre fournissant également des détails inquiétants sur les résultats de l'autopsie, il informa Leibniz de la mort du Baron survenue le 9 mai du même année :

⁴⁵ A III, 4, pp. 476-477.

⁴⁶ A III, 6, pp. 210-211

Alli 9 del Corrente mese passò a miglior vita il S. Barone di Bodenhause
l'antico servitore di V.S. Ill^{ma} (morto d'un accesso del Fegato, in cui trovammo
4 libre di marcia, aperto ch'avemmo il suo Cadavere) [...] ⁴⁷

Quoique le travail sur la copie des *Dynamica de potentia* – dont nous détaillerons les étapes dans le chapitre suivant – ne fut probablement pas la seule et unique œuvre d'édition à laquelle le Baron se consacra au cours de sa vie⁴⁸, elle fut indéniablement la plus importante. L'insistance avec laquelle il ne cessa jamais, jusqu'à ses échanges les plus tardifs avec Leibniz, de rappeler à son illustre correspondant la nécessité de terminer et d'éditer l'ouvrage, donne bien la mesure des espoirs que le Baron avait placés dans sa réalisation : sans avoir à se plier aux avilissantes pratiques courtoises qu'il condamnait si durement, son nom aurait été ainsi légué à la postérité et aurait été compté parmi les grands protagonistes de la révolution scientifique en acte, bien que dans une position ancillaire, dont il pouvait aisément s'accommoder.

Or, l'on sait que cela ne se produisit pas. L'énorme travail de secrétariat savant accompli par Bodenhause au service de Leibniz demeura presque inconnu, jusqu'à l'édition des *Dynamica* publiée par Gerhard en 1860 et son nom – perdu dans le *mare magnum* du réseau leibnizien – fut vite effacé par celui des correspondants et des collaborateurs bien plus illustres.

Il faudra attendre encore 22 ans après sa mort pour que l'Histoire – opérant par le biais de Sophie Magdalene de Arstein, la nièce de Rudolph – se charge de fermer le cercle et de réunir les deux Barons leibniziens dans une seule et même famille. En 1695 en effet, elle épousa Carl Anton von Münchhausen, le cousin issu de germain de ce fameux Karl Hieronymus⁴⁹ né

⁴⁷A III, 7, p.763. André Robinet anticipe erronément d'un mois la date de mort du Baron, cf. *It*, p. 263.

⁴⁸Le 14 juin 1699, Gabriel Block, informant Leibniz à propos des papiers de Bodenhause qui étaient restés en sa possession après la mort de celui-ci, signale en effet la présence de : « [...] due volumi manoscritti in quarto, spessi due dita » consacrés aux recherches chimiques et alchimiques du Baron. Un manuscrit de la main du Baron est conservé à la bibliothèque universitaire de Uppsala, à la fin du Konvolutus *Secreta, artificialia, medica, alchimica collecta a M.G. Block* (Uppsala, *Universitetsbibliotek*, D 1508), cf. A III, 8, p. 159 (note).

⁴⁹L'arrière-grand-père du Baron de Münchhausen historique, Karl Friedrich Hieronymus, était en effet le frère du grand-père de Karl Anton Philipp von Münchhausen, l'époux de Sophie Magdalene von Bodenhause. De Philipp Adolph von Münchhausen (1593-1657), naquit Hilmar von Münchhausen (1636-1672), le père de Karl Anton Philipp (1669-1720), tandis que de son frère Börries (1587-1646) naquit un autre Hilmar, mort

en 1720, dont les *gestæ* contre les ottomans en tant que mercenaire de l'armée russe inspirèrent l'imagination de Raspe. À la différence du Baron bien réel à la biographie presque inexistante, celui presque-fictif à la biographie débordante trouve bien sa place au sein de l'éclatant arbre généalogique de l'illustre famille saxonne.

III. Brève histoire des « méditations dynamiques » de Leibniz

Comme on le sait, Leibniz est l'inventeur du terme de *Dynamica* comme nom de la science du mouvement et de ses lois, et c'est précisément dans l'écriture du traité entrepris à Florence en 1689 que cette invention a pris place. Le *Phoronomus*, dont la rédaction précède immédiatement, ignore encore le mot « *Dynamica* », absent *a fortiori* des textes antérieurs. Il apparaît dans la correspondance entre Bodenhause et Leibniz, après avoir sans doute été avancé dans leurs conversations à Florence entre le 22 novembre et le 22 décembre 1689. La première occurrence se trouve dans la lettre de Bodenhause du 31 décembre 1689, qui évoque « *andere Sachen von unse-rer Dynamica welche ich in das reine bringe* [d'autres choses de notre *Dynamique* que je mets au propre] »⁵⁰. Dans les premiers emplois, le mot est le plus souvent entendu comme un neutre pluriel (« les dynamiques »), avant que s'introduise l'acception au féminin (« la dynamique »), qui finira par prévaloir⁵¹. Reçu d'abord comme un néologisme de l'idiome leibnizien, le nom a fini par s'imposer dans la nomenclature scientifique, tout en perdant son acception proprement leibnizienne⁵². Cette généralisation a permis que

en 1689, qui fut le grand père de Hieronymus Karl. Karl Friedrich Hiéronymus et Carl Anton Philipp von Münchhausen étaient donc cousins issus de germains éloignés au premier degré.

⁵⁰A III, 4, p. 436.

⁵¹On notera sans entrer dans les détails que la même variation est arrivée dans l'histoire du nom de *Mechanica*, qui est passé des *Mécaniques* à la *Mécanique*.

⁵²D'Alembert reconnaît dans l'article « Dynamique » de l'Encyclopédie que « M. Leibnitz est le premier qui se soit servi de ce terme pour désigner la partie la plus transcendante de la mécanique, qui traite du mouvement des corps, en tant qu'il est causé par des forces motrices actuellement & continuellement agissantes » (*Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers* [...] Mis en ordre & publié par M. Diderot [...] & quant à la partie mathématique, par M. D'Alembert, Tome V, Paris : Briasson et al. 1755, p. 174). Il le reprend à son compte dans son *Traité de dynamique* (1743), tout en lui donnant un sens différent de celui de Leibniz : « Ce nom [de dynamique] qui signifie proprement la Science des puissances ou causes motrices, pourrait paraître d'abord ne pas convenir à ce Livre, dans lequel j'envisage plutôt la Mécanique comme la science des effets, que comme

l'on parle d'une dynamique leibnizienne pour la période qui précède 1689, en tout cas pour tout le développement qui procède de la définition de la force ou puissance par le produit mv^2 , acquise en janvier 1678. Cet usage est devenu presque inévitable, même s'il présente l'inconvénient d'effacer la rupture conceptuelle dont l'invention du mot de *Dynamica* est le signe manifeste.

Il est du reste arrivé à Leibniz lui-même de faire remonter son application à la dynamique à une phase encore plus ancienne. C'est ainsi que, dans une lettre à l'abbé Foucher postérieure à la constitution du traité des *Dynamica*, Leibniz évoquant ses considérations métaphysiques qui venaient d'être publiées dans le *Système Nouveau de la nature et de la communication des substances*, ajoute :

Si Monsieur Lantin vivoit, je crois qu'il prendroit un plaisir particulier dans ces considerations, comme on peut juger par une lettre qu'il m'écrivit il y a 24 ans ou environ, jugeant deslors que mes meditations dynamiques *de conatu* pourroient éclaircir encor les matieres de Metaphysique⁵³.

Cette considération fait remonter les « méditations dynamiques » et leurs suites métaphysiques à la *Theoria motus abstracti* de 1671, soit près de dix-neuf ans avant l'invention du mot même de dynamique. Cet anachronisme établit *a posteriori* une continuité dans un développement qui a pourtant connu des inflexions doctrinales et des mutations conceptuelles. Nous en retiendrons ici les plus marquantes.

III/1. Les premières théories, 1669-1671

Le premier état de ces « méditations » de Leibniz est né d'une réaction à la lecture du mémoire publié en 1679 par Christiaan Huygens dans les *Philosophical Transactions*, organe de la *Royal Society* de Londres, et où étaient exposées les lois du choc des corps durs, compris en fait comme parfaitement élastiques (quand les corps qui se heurtent rebondissent en s'écartant

celle des causes ; néanmoins comme le mot de *Dynamique* est fort usité aujourd'hui parmi les savants, pour signifier la Science du mouvement des Corps, qui agissent les uns sur les autres d'une manière quelconque, j'ai cru devoir le conserver, pour annoncer aux Géomètres par le titre même de ce Traité, que je m'y propose principalement pour but de perfectionner et d'augmenter cette partie de la Mécanique » (*Traité de dynamique*, Paris : Gauthier-Villars 1921, vol. I, p. xxxvii-xxxviii). On peut dire que l'appellation de dynamique ne s'est généralisée que par l'abandon de sa signification initialement leibnizienne.

⁵³Extrait de ma lettre à M. Foucher, 5/15 juillet 1695, A II, 3, p. 55. La lettre de Lantin à laquelle Leibniz fait allusion est perdue.

l'un de l'autre à la même vitesse relative)⁵⁴. La réaction de Leibniz est d'admettre que de telles lois valent pour les objets des sens ou les phénomènes, mais qu'il en est autrement selon la raison : il y a donc deux façons de traiter le mouvement, selon la raison ou selon les sens, et la raison doit l'emporter sur les sens⁵⁵. C'est là l'origine de la dissociation qui sera déployée par les deux théories de 1671 : la Théorie du mouvement abstrait traite des « Raisons universelles du mouvement, indépendantes des sens et des phénomènes (*Rationes Motuum universales, à sensu & Phænomenis independentes*) » (A VI, 2, 259), et la Théorie du mouvement concret s'expose dans une « Nouvelle Hypothèse physique, par laquelle les causes de la plupart des phénomènes de la Nature sont tirées d'un mouvement universel unique, supposé dans notre globe (*Hypothesis physica nova, Quâ Phænomenorum Naturæ plerorumque causæ ab unico quodam universali motu, in globo nostro supposito, [...] repetuntur*) »⁵⁶. Les règles du choc de Huygens (et de Wren), en dépit de leur forme mathématique, seront désignées comme des phénomènes, en ce que elles présupposent dans les corps l'élasticité et la gravité, qui sont des propriétés relevant de la perception sensible ; on peut rendre compte de ces propriétés par une hypothèse générale sur la constitution du « système » formé par le monde visible ; cette hypothèse est celle du mouvement universel unique de circulation d'un éther omniprésent qui est le véhicule de la transmission de la lumière. Plus tard, Leibniz résumera cette dissociation en disant que la première théorie traitait le mouvement « hors du système comme si c'était une chose purement mathématique », alors que la seconde était celle de « l'*Hypothèse du mouvement concret et systématique*, tel qu'il se rencontre effectivement dans la nature »⁵⁷. Dans la première, les « fondements des mouvements (*Fundamenta*

⁵⁴*De Rationibus motus*, A VI, 2, N. 381. Leibniz recopie d'abord le bref mémoire de Huygens (157-159), puis propose ses propres « philosophèmes » sur le mouvement (159-165).

⁵⁵« Motus dupliciter tractari potest ratione et sensu, et sensus rationi præjudicare non potest, ratio tamen sensui » (A VI, 2, 159).

⁵⁶A VI, 2, p. 221.

⁵⁷Lettre à Foucher de fin juin 1693, GP I, p. 415 et A II, 2, p. 712. De façon similaire dans le *Phoronomus seu de Potentia et Legibus naturæ*, l'évocation des anciennes théories oppose « les Lois des mouvements abstraites de la matière sensible » à « la constitution du système » (G.W. Leibniz, *Dialoghi filosofici e scientifici*, a cura di Francesco Piro, in collaborazione con Gianfranco Mormino e Enrico Pasini, Milano : Bompiani 2007, pp. 872 sq.), ou encore « l'état brut et naturel des corps » à leur « état systématique » (ibid., p. 782). L'édition du texte du *Phoronomus* et sa traduction italienne sont dues à G. Mormino.

motuum) » relèvent d'une « doctrine de la raison abstraite des mouvements (*doctrina de abstracta motuum ratione*) » d'où les expériences doivent être écartées comme elles le sont des raisonnements géométriques, – « car ces choses se démontrent non par le fait et les sens, mais par les définitions des termes (*talia enim non ex facto et sensu, sed terminorum definitionibus demonstrantur*) »⁵⁸.

Selon ces définitions, le corps n'est autre chose, du point de vue rationnel ou abstrait, que « ce qui est dans l'espace, une chose coextensive à l'espace (*id quod est in spatio, Res spatio coextensum*) », qui ne connaît pas d'autre action ou passion que le mouvement, défini comme « changement d'espace (*mutatio spatii*) »⁵⁹. La théorie abstraite met en jeu le concept géométrisé de *conatus*, qui est au mouvement ce que le point est à l'espace, ou encore « commencement et fin du mouvement (*initium finisque motus*) »⁶⁰. Mais les lois ainsi obtenues divergent de ce que l'expérience du monde physique rend manifeste. La *Theoria motus concreti* est donc en charge de réduire la contrariété en faisant intervenir les propriétés physiques de la gravité et de l'élasticité requises par les « phénomènes hugeno-wrenniens (*Hugeno-Wrenniana phenomena*) »⁶¹, expliquées par l'hypothèse du mouvement universel unique de l'éther. En janvier 1693, Leibniz rendra compte de cet état antérieur de sa pensée, en rappelant le paradoxe principal auquel se heurtaient les règles abstraites du choc :

Au commencement de mes études mathématiques je me fis une theorie du mouvement absolu, où supposant qu'il n'y avoit rien dans le corps que l'étendue et l'impenetrabilité, je fis des règles du mouvement absolu que je croyois veritables, et j'esperois de les pouvoir concilier avec les phenomenes par le moyen du systeme des choses [...] Suivant cette theorie, il se feroit seulement une composition de l'effort (*conatus*) que le corps a déjà, avec celui qu'un autre tache de luy imprimer de plus, en sorte que chaque effort se conserve, mais deux efforts

⁵⁸ A VI, 2, p. 160.

⁵⁹ A VI, 2, p. 167.

⁶⁰ A VI, 2, p. 265. Que corps, mouvement et *conatus* soient les trois concepts fondamentaux de la théorie est relevé par le rappel figurant dans la première rédaction du début du second Dialogue du *Phoronomus* : « *Corpus* scilicet definiebam quod spatium implet et Motum spatii mutationem ; et *conatum* [...] considerabam ut motus extremum, nempe initium vel finem, seu ut *statum* ejus quod in motu momentaneum est » (Leibniz, *Phoronomus*, dans *Dialoghi filosofici e scientifici, op. cit.*, p. 874).

⁶¹ A VI, 2, p. 231 et cf. aussi A VI, 2, p. 228 : « Les expériences de Huygens et Wren » pour désigner les lois du choc publiées en 1669. La plus centrale est la permutation des vitesses et des directions dans le choc direct de deux corps parfaitement élastiques (*ibid.*, p. 231).

égaux contraires dans un même sujet degenerent en repos. Les choses deuvroient aller ainsi, si les corps n'estoient que ce qu'on s'en imagine⁶².

Selon ces règles du mouvement absolu ou abstrait, seule la composition des *conatus* entre en compte dans le choc, et la grandeur ou masse des corps n'y joue aucun rôle. Il en résulte entre autres contrariétés avec l'expérience, qu'un corps aussi petit qu'on veut heurtant un grand corps au repos l'entraînera avec lui avec toute sa vitesse. Ce que Leibniz rappellera plus tard quand il y aura renoncé :

Car s'il n'y avoit dans les corps qu'une masse étendue et dans le mouvement que le changement de place, et que tout se devoit et pouvoit deduire de ces definitions toutes seules par une necessité geometrique, il s'ensuivroit comme j'ay monsté ailleurs, que le moindre corps donneroit au plus grand qui seroit en repos et qu'il rencontreroit, la même vistesse, qu'il a, sans perdre en aucune façon de la sienne; et quantité d'autres telles regles tout à fait contraires à la formation d'un systeme⁶³.

III/2. La « Réforme », 1678

Leibniz ne pouvait s'en tenir à une dissociation entre la raison et l'expérience d'où l'unité ne serait restaurée que par une hypothèse. C'est bien en fin de compte « la formation du système » qui devait être rendue intelligible selon les démonstrations mathématiques accordées aux phénomènes. C'est de là que procède la rupture qui intervient avec la « réforme » (*reformatio*) opérée par Leibniz en janvier 1678, comme l'atteste la liasse de dix feuillets datés intitulés *De corporum concursu*⁶⁴ : après avoir les mois précédents, comme l'attestent des manuscrits datés ou aisément datables, travaillé intensément sur la question des lois du mouvement dans le choc direct des corps, Leibniz en est venu à adopter pleinement, comme rationnellement véridiques, les lois qu'il avaient rencontrées chez Huygens.

⁶²À Malebranche, fin janvier 1693, GP I, p. 350 sq. A II, 2, p. 659 sq. Formulations semblables dans la lettre à Bodenhausein du 17 novembre 1690 (GM 7, p. 354 et A III, 4, p. 653) et dans la lettre à Jean Bernoulli du 12/22 juillet 1698 (GM 3, p. 515, et A III, 7, p. 827).

⁶³*Discours de Métaphysique* (1686), art. XXI (A VI, 4, p. 1563). Cf. *De Rationibus motus* (1669), § 1 et § 21 (A VI, 2, pp. 159, 163) et *Theoria motus abstracti* (1671), *Theorema 1* (A VI, 2, p. 268).

⁶⁴Première publication dans G.W. Leibniz, *La Réforme de la Dynamique. De Corporum concursu* (1678), et autres textes inédits, édition, présentation, traductions et commentaires par Michel Fichant, Paris : Vrin 1994. Désormais A VIII, 3, n° 58, pp. 527-660.

La voie y avait été préparée par un fait capital, dont l'importance sera confirmée par tous les développements ultérieurs. En 1676, et alors qu'il faisait encore crédit à l'identification de la force ou puissance avec la quantité de mouvement au sens cartésien, Leibniz a formulé le principe « métaphysique », *a priori* et absolument universel, du traitement géométrique de la science du mouvement, et il s'agit du principe de l'égalité ou équipollence de la cause pleine et de l'effet entier :

Tout comme en géométrie le principe du raisonnement est pris constamment de l'égalité qu'il y a entre le tout et toutes les parties, ainsi dans les mécaniques tout dépend de l'égalité entre la cause pleine et l'effet entier. De là que comme l'axiome primitif de la géométrie est que le tout est égal à toutes ses parties, ainsi l'axiome primitif de la mécanique est que la puissance de la cause pleine et de l'effet entier est la même. L'un et l'autre axiome doit être démontré par le métaphysicien. Et celui-là dépend de la définition du tout, de la partie et de l'égal, mais celui-ci de la définition de la cause, de l'effet et de la puissance⁶⁵.

Ce principe a pour corollaire l'impossibilité du mouvement perpétuel mécanique, qui exigerait un effet plus fort que sa cause. Mais il a aussi et surtout pour valeur de fournir une règle de quantification de la puissance ou force : sa mesure correcte doit pouvoir être reconnue comme « la même » dans l'état antécédent ou cause et dans l'effet ou état conséquent. Autrement dit, si l'on est d'accord que dans la communication de mouvement dans les chocs, la même somme des forces se conserve avant et après le choc, comment mesurer la force conformément à ce principe ?

Tous les efforts de Leibniz pour y répondre échoueront jusqu'en janvier 1678. D'emblée, le *De corporum concursu* pose que « dans tout mouvement la même force est toujours conservée » et que la « force est la quantité de l'effet ». Mais au début, la quantité de l'effet est « le produit de la quantité du corps par la quantité de vitesse », c'est-à-dire ce que Descartes a conceptualisé comme quantité de mouvement (*mv*), et donc l'effet est le mouvement, caractérisé par sa seule vitesse brute (sans prendre en considé-

⁶⁵ *De Arcanis Motus, et Mechanica ad puram Geometriam reducenda* (A VIII, 2, n° 12, p. 135) : « Quemadmodum in Geometria principium ratiocinandi sumi solet ab æquatione quæ est, inter totum et omnes partes; ita in Mechanicis cuncta pendent ab æquatione inter causam plenam et effectum integrum. Hinc ut axioma Geometriæ primarium est, totum æquale esse omnibus partibus; ita axioma Mechanicæ primarium est, causæ plenæ, et effectus integri eadem potentia est. Utrumque axioma a Metaphysico demonstrandum est. Et illud quidem pendet ex definitione totius partis et æqualis; hoc vero ex definitione causæ effectus et potentiaæ ».

ration la direction). Les tentatives de Leibniz pour établir par le calcul un ensemble cohérent de règles échouent. Un dispositif où interviennent à la fois les calculs et l'interprétation de résultats expérimentaux permet de tirer du principe fondamental de l'égalité de la cause pleine et de l'effet entier que la bonne mesure de la force est celle qui se mesure par un effet où elle est intégralement dépensée. Dans un nouveau départ, l'effet doit ainsi « être estimé comme la hauteur à laquelle le corps se trouvant en mouvement peut s'élever ». La force invariante qui est identiquement celle de la cause pleine et de l'effet entier n'est pas proportionnelle à la vitesse, mais à la hauteur d'ascension, égale à celle dont il serait tombé pour acquérir cette même vitesse ; or les lois de Galilée établissent que cette hauteur est proportionnelle au carré de la vitesse (mv^2). Pour obtenir que la force se conserve, il faut qu'elle soit dissociée de la quantité de mouvement :

Assurément la force dans le corps ne doit pas être estimée par la vitesse et la grandeur du corps, mais par la hauteur d'où il est tombé. Or les hauteurs d'où les corps sont tombés sont comme les carrés des vitesses cherchées. Donc les forces aussi, en supposant les mêmes corps. Les forces sont donc de manière générale en raison composée de la raison simple des corps et de la raison double des vitesses.⁶⁶

Dès lors peuvent être formulées les trois équations de conservation qui demeureront l'acquis définitif : conservation de la force absolue, de la force directive ou quantité de progrès, et de la vitesse relative ou force respective, selon les dénominations qui interviendront plus tard. Dans une note ajoutée au début du huitième feuillet (*scheda octava*) du *De corporum concursu*, Leibniz, le formule en ces termes :

Le calcul résulte de ces trois principes : de la conservation des forces, de la conservation de la direction totale, de la conservation des apparences⁶⁷.

Plus tard, Leibniz rendra compte de cette première formation de la future dynamique, en rupture avec les premières théories. Dans l'exposé autobiographique du premier dialogue du *Phoronomus*, il en dira :

⁶⁶ « Nempe vis in corpore non æstimanda est a celeritate et magnitudine corporis, sed ab altitudine ex qua decidit. Sunt autem altitudines ex quibus corpora deciderunt, ut quadrata quæsitæ celeritatum. Ergo et vires, corporibus positæ iisdem. Generaliter autem vires sunt in composita ratione ex simplici corporum, et duplicata celeritatum », Leibniz, *La Réforme de la Dynamique*, p. 134, et A VIII, 3, p. 623.

⁶⁷ « Calculus ex his tribus principiis : virium servatarum, servatæ directionis in summa, et servatarum apparentiarum », Leibniz, *La Réforme de la Dynamique*, p. 152 et A VIII, 3, p. 636.

Pour me sortir enfin de ce labyrinthe, je n'ai pas trouvé d'autre fil d'Ariane que l'estimation des puissances sur la base de ce principe métaphysique : *L'effet entier est toujours égal à sa cause pleine*. Comme je découvrais qu'il s'accordait parfaitement avec les expériences et satisfaisait à tous mes doutes, j'en fus d'autant plus confirmé dans l'opinion que j'ai dite, que les causes des choses ne sont pas pour ainsi dire aveugles et purement mathématiques, comme le sont les chocs des atomes ou une force aveugle de la nature, mais procèdent d'une intelligence qui use de raisons métaphysiques⁶⁸.

Leibniz tirera peu à peu de cette redécouverte des conclusions métaphysiques quant à l'essence du corps qui ne peut consister, comme le soutenaient les cartésiens, dans la seule étendue géométrique, mais doit impliquer quelque chose de « plus réel » dont la force est l'indice. De là d'abord la réhabilitation des formes substantielles (1679) comme concept transcrivant la réalité supra-géométrique du corps. Mais à quelques années de distance, cette même découverte donnera l'argument de la bataille publique que Leibniz engagera en 1686 contre Descartes et les cartésiens, et qui durerait encore au moment de son séjour italien de 1689-1690. La plupart des historiens ont admis qu'à partir de là, avec cette cardinalité du nouveau concept de force, la dynamique de Leibniz était constituée, sans trop prêter attention au fait que le nom même n'en existait pas encore. Pour Leibniz, il s'agissait toujours de mécanique, mais renouvelée ou réformée par rapport à son acception cartésienne.

III/3. La fondation de la dynamique, 1689

Les rencontres de Leibniz durant son voyage en Italie et les riches échanges avec les milieux savants dont elles ont donné l'occasion, dans la patrie de Galilée, ont sans doute incité Leibniz à vouloir prendre les choses d'un point de vue plus élevé et plus global que ce que permettaient les polémiques. Deux textes répondront à cette attente : le *Phoronomus seu de Potentia et Legibus naturæ*, rédigé à Rome en juillet 1689, et les *Dynamica de Potentia et Legibus naturæ corporeæ*, commencées à Rome fin août 1689, poursui-

⁶⁸ « Ut igitur ex illo Labyrintho me tandem expedirem, non aliud filum Ariadnæum reperi, quam æstimationem potentiarum assumendo Principium hoc Metaphysicum *Quod Effectus integer sit semper æqualis causæ suæ plenæ*. Id vero cum experimentis perfectè consentire et omnibus dubitationibus satisfacere deprehenderem eo magis confirmatus sum in ea quam dixi sententia, causas rerum non esse surdas ut ita dicam et pure Mathematicas, ut sunt concursus Atomorum aut cæca quædam vis naturæ, sed ab intelligentia quadam proficisci, quæ metaphysicis rationibus uteretur », Leibniz, *Phoronomus*, *op. cit.*, p. 802.

vies à Florence et jusqu'au retour de Leibniz à Hanovre en juin 1690. Les deux textes diffèrent par leur conception et leur style : le *Phoronomus* est la réunion de deux dialogues où Leibniz (sous le nom de Lubinianus) s'entretient avec un jeune homme et des personnages rencontrés à Rome, notamment dans les discussions de l'*Accademia fisicomatematica* ; le second est un traité systématique et démonstratif. On n'en retiendra ici que les apports principaux à la fondation de la dynamique.

Ces apports trouvent leur expression définitive dans les *Dynamica*, après avoir été préparés par le *Phoronomus*. Ils s'expriment par trois redoublements : sur le plan conceptuel, une nouvelle notion est formée, celle de l'action au sens dynamique et non plus seulement métaphysique, qui vient doubler celle de puissance ou force : le nouveau nom de « dynamique » désigne une « nouvelle science de la puissance et de l'action » ; sur le plan de la méthode, le concept d'action légitime une construction *a priori* des lois du mouvement, à partir des seules notions mathématiques d'espace et de temps, qui prend le pas sur la démonstration *a posteriori* utilisée jusqu'alors, en recourant aux propriétés physiques de la gravité et de l'élasticité ; enfin, du point de vue systématique, l'exposé de la nouvelle science peut se diviser en deux parties, « dynamiques simples ou abstraites des choses et dynamiques concrètes portant sur ce qui arrive dans le système des choses ».

Dans le *Phoronomus*, Leibniz s'avance sur la voie qui mène à ce nouveau dispositif théorique, sans toutefois parvenir encore à en expliciter complètement les réquisits.

Au début du *Deuxième Dialogue* est rappelée l'équivalence selon laquelle, si deux corps *A* et *B* se déplacent à la même vitesse et si la grandeur de *A* est double de celle de *B*, sa puissance aussi est double. Mais, demande-t-on alors, peut-on dire symétriquement selon quel rapport, pour un même corps, le doublement de la vitesse entraîne un accroissement de la puissance ? la puissance est-elle en ce cas aussi doublée ?⁶⁹

C'est pour répondre à cette question que Leibniz va donner une nouvelle interprétation à la définition de la puissance par la quantité d'effet : l'innovation du *Phoronomus* est de reconnaître comme un effet de la puissance le simple mouvement uniforme, reconnu comme étant le mouvement propre au corps considéré *per se*, et antérieur à l'accélération et au mouvement des graves. Cet effet est déterminé par la composition de deux facteurs, l'espace parcouru et la vitesse. L'équivalence fondamentale est celle-ci : « Si un corps parcourt une droite dans la moitié du temps, c'est deux fois plus que

⁶⁹ *Phoronomus*, op. cit., p. 804

si ce corps parcourt la droite dans le temps entier » (*op. cit.*, p. 808). L'effet comme mouvement uniforme à une vitesse déterminée est ainsi rapporté directement à la puissance. Par une série de raisonnements, Leibniz aboutit à la formule selon laquelle le doublement de la vitesse quadruple la puissance mesurée par son effet dans le mouvement uniforme (p. 814). On rejoint ainsi par une *ratio a priori* une conclusion dont la suite du dialogue va bientôt confirmer ce que l'on savait déjà, à savoir qu'elle est attestée par des « démonstrations *a posteriori* invincibles »⁷⁰. Or c'est une loi logique que, si une conclusion est vraie, et qu'il n'y en a pas d'autre raison antécédente, cette raison est vraie (p. 816). Un ensemble de 27 propositions d'équivalence sur le mouvement uniforme est censé attester qu'il n'y a en effet pas d'autres relations possibles que celles dont la conclusion a été tirée. L'interlocuteur de Leibniz-Lubinianus dans le dialogue peut alors avouer son admiration devant ce résultat :

Tu m'as ébloui, Lubinianus, par tant de décrets inattendus et si admirables d'une science nouvelle de la puissance et de l'effet, par lesquels des lois sont prescrites à l'univers même⁷¹.

Nous trouvons donc dans le *Phoronomus* une situation logique où la légitimation de la voie *a priori* repose entièrement sur la possession préalable de la preuve *a posteriori*. C'est la conséquence du fait qu'ici l'effet du mou-

⁷⁰ « Et cum mox invictis a posteriori demonstrationibus veram esse conclusionem appariturum sit; non puto aliam in natura dari rationem a priori, quam quæ hic allata est », Leibniz, *Phoronomus*, *op. cit.*, p. 814 *sqq.*

⁷¹ « In stuporem me dedisti Lubiniane, tot inexpectatis et tam admirabilibus novæ de potentia et effectu scientiæ decretis, quibus ipsi universo leges præscribuntur », Leibniz, *Phoronomus*, *op. cit.*, p. 824. Cette science nouvelle ne s'appelle pas encore « dynamique » : pour obtenir la définition de la Dynamique, il faudra remplacer « effectu » par « actione ». Dans le *Premier Dialogue*, Leibniz avait proposé de nommer la science du mouvement en reprenant l'appellation de « phoronomique », empruntée au titre du livre de Joachim Jungius *Phoronomica, id est de motu locali*. Mais il soulignait qu'il n'entendait pas par là la même chose que ce que Jungius a mis dans ce livre « où il n'étudie que les lignes comme traces du mouvement, ce qui est la partie purement géométrique de la théorie du mouvement », mais qu'il l'appliquait aux « lois même de la nature, que les forces motrices exercent à l'égard des communications des mouvements » (p. 754). La publication posthume du livre de Jungius (1587-1657) s'est toujours faite dans des recueils composites, dont le premier est paru à Hambourg en 1689, suivi d'un autre en 1699. Dans la *Theoria motus abstracti* (1671), Leibniz dit en connaître l'existence comme d'un ouvrage inédit (A VI, 2, 275), mais il en faisait déjà état dans sa lettre à Oldenburg du 23 juillet 1670, en en souhaitant la publication (A II, 1, N. 26, 96, avec la note critique ligne 15). Cf. Vol. II, Introduction, pp. XVI-XVII.

vement uniforme est posé directement comme expression de la puissance. Mais il en résulte aussi une équivoque, puisque le même mot de « puissance » se trouve impliqué dans deux modes de quantification différents, l'un où la puissance croît ou décroît en fonction d'une hauteur de chute ou d'ascension, l'autre où elle est mesurée à partir du mouvement uniforme qui la maintient invariable.

C'est pour lever cette équivoque que Leibniz a formé le nouveau concept d'action au sens dynamique, et en symétrie avec celui de puissance⁷².

Le concept d'action a été introduit par Leibniz entre autres motifs pour répondre à la critique des cartésiens qui lui reprochaient de n'avoir pas tenu compte du temps dans la mesure de la force. Comme la force ou puissance, l'action sera mesurée à partir d'un effet, mais un effet dans lequel la force n'est pas dépensée : effet formel ou essentiel du mouvement, entendu comme « mouvement absolument libre, lequel est uniforme, horizontal, dans un milieu non résistant »⁷³, et dont la quantité est mesurée par la translation d'un corps sur une longueur déterminée, *quel que soit le temps du déplacement*. L'action, dans le nouvel emploi qu'elle reçoit, *ajoute* à cet effet la considération du temps et donc de la vitesse. Leibniz justifie la transposition d'un terme emprunté à la métaphysique et doté d'une métrique nouvelle par la commodité et l'absence d'ambiguïté :

Si toutefois on supporte mal un vocable métaphysique dans une matière mathématique, on s'avisera de ce qu'aucun autre n'était plus commodément disponible, et que toute ambiguïté est levée par la définition assignée⁷⁴.

La métrique de l'action permet d'établir une démonstration *a priori*, qui fait l'économie de toute considération de la structure du système du monde, des lois particulières de la nature et des propriétés physiques des corps, « sui-

⁷²Un ensemble de manuscrits, dont la rédaction s'insère entre celle du *Phoronomus* et celle des *Dynamica* pourra permettre, quand ils seront intégralement édités et analysés, de repérer l'émergence de ce nouveau concept d'action. Il s'agit notamment de manuscrits rassemblés en LH XXXV, 10, 11, ff. 49-118. Dans son article *Les surprises du Phoronomus : l'art d'inventer, le principe d'action, et la dynamique*, « Les Études philosophiques », 2/1989, pp. 171-185, André Robinet en avait fait état comme de « brouillons préliminaires à la *Dynamica*, postérieurs au *Phoronomus* », tout en esquissant une première tentative de mise en ordre.

⁷³« Hæc autem semper intelligantur de Motu liberrimo, qualis est uniformis, horizontalis, in medio non resistente » (*Demonstrationum specimen, Dem. 4a*).

⁷⁴« Si quis autem vocabulum Metaphysicum ægrius fert in re mathematica, cogitet non aliud commodius suppetiisse, et assignata definitione omnem ambiguitatem esse sublatam » (*Pars I, Sect. 3, Cap. 1, Def. 3*).

vant les raisons du mouvement abstraites de la matière sensible (*ex abstractis a materia sensibili motuum rationibus*) : la proposition démontrée est que « l'action de faire le double en un temps simple est quadruple de l'action de faire le simple en un temps simple »⁷⁵, autrement dit que pour un même mobile (ou des corps égaux) se déplaçant uniformément, une vitesse double représente une action quadruple. De façon générale, pour des quantités de matière égales et en des temps égaux, « les actions formelles des mouvements seront en raison double des vitesses »⁷⁶.

Mais il y a plus : la construction *a priori* de l'action permet maintenant de construire tout autant *a priori* le concept de la force ou puissance, dite ici « *potentia absoluta* » : cette puissance est « proportionnelle à la quantité d'action formelle que le mobile exercerait si le mouvement continuait uniformément dans un temps d'une grandeur déterminée »⁷⁷.

La conséquence en vient immédiatement qu'en des temps égaux et pour des actions formelles uniformes, « les puissances motrices absolues sont comme les actions formelles (*potentiae motrices absolutae sunt ut actiones formales*) ». D'où résulte aussi que « si des mobiles contiennent une quantité de matière égale, les puissances motrices absolues sont en raison doublée des vitesses ou comme les carrés des vitesses »⁷⁸.

C'est bien retrouver la proposition établie depuis 1678, mais redécouverte comme un corollaire de la définition de la puissance mesurée « par l'action résultante *per se* (donc uniformément) de cette même puissance s'exerçant dans un temps de grandeur déterminée »⁷⁹.

Le rapport dual entre puissance et action peut être définitivement établi sans aucune ambiguïté. D'une part, la puissance est à l'action comme le momentané est à la diffusion ou extension dans le temps :

⁷⁵ « Actio faciens duplum tempore simplo est quadrupla actionis facientis simplo seu eodem » (*Demonstrationum specimen, Dem. 4a*).

⁷⁶ « Si æquales sint materiæ quantitates, et tempora actionum æqualia, actiones motuum formales erunt in duplicata ratione velocitatum vel longitudinum motus » (*Pars 1, Sect. 3, Cap. 1, Prop. 18*).

⁷⁷ « Potentia absoluta ejus quod movetur est affectio ejus, proportionalis quantitati actionis [...], seu quantitati actionis formalis, quam exerceret mobile, si motum per datæ magnitudinis tempus uniformiter continuaret. » (*Pars 1, Sect. 3, Cap. 2, Def.*).

⁷⁸ « Si mobilia æqualem contineant materiæ quantitatem, potentiae motrices absolute sunt in ratione duplicata velocitatum seu ut velocitatum quadrata. » (*Pars 1, Sect. 3, Cap. 2, Prop. 4*).

⁷⁹ « [...] per positam definitionem potentiae, quam actione ex ipsa per se consequente (adeoque uniformi) intra datæ magnitudinis tempus exercenda, æstimamus. » (*Ibid.*).

Ainsi est momentané dans la puissance ce qui, dans l'action successive, est diffusé uniformément dans le temps⁸⁰.

Et réciproquement :

À puissances données égales, les actions sont comme les temps durant lesquels elles sont exercées⁸¹.

On retrouve ainsi une proposition métaphysique, traduite en langue mathématique : l'action est l'exercice de la puissance dans le temps, ou $A = pt$, c'est-à-dire aussi $A = mv^2t$. L'originalité et l'apport de la *Dynamica* ne consistent pas seulement à dédoubler la doctrine de la puissance ou force précédemment établie *a posteriori* par une doctrine de l'action démontrée *a priori* : le traitement de la puissance est lui-même intégré au développement *a priori* de la dynamique, via l'équivalence qu'exprime la résolution de l'action comme produit de la puissance par le temps.

Au moment presque terminal de la rédaction de la *Dynamica*, ce résultat trouve sa traduction dans l'organisation que Leibniz décide de donner à son traité selon le nouveau plan de l'ouvrage, envoyé par Leibniz à Bodenhause de Venise le 18 mars 1690⁸². C'est alors qu'intervient la formule déjà citée : l'œuvre peut être divisée en deux parties : « dynamiques simples ou abstraites des choses et dynamiques concrètes portant sur ce qui arrive dans le système des choses »⁸³.

La première partie (abstraite) isole tout ce qui relève de la nouvelle voie *a priori* ouverte par l'innovation du concept d'action. Elle se construit comme une doctrine de la mesure : sont successivement formés les concepts métriques de la quantité de matière, du mouvement uniforme et de la vitesse, de l'action et de la puissance, du mouvement varié ou difforme, de la quantité de mouvement et de la quantité de translation. L'ensemble est encadré par une présentation générale de la mesure (*de rerum æstimatione in universum*, chap. 1 de la Section 1) et un échantillon de l'application du calcul infinitésimal à la dynamique (*Specimen calculi analytici pro phorometria*

⁸⁰ « Nempe in potentia momentaneum est, quod in actione succedente per tempus uniformiter est diffusum » (*Ibid.*).

⁸¹ « Potentiis existentibus æqualibus, actiones sunt ut tempora quibus exercentur » (*Part 1, Sect. 3, Cap. 2, Prop. 4*).

⁸² A III, 5, 483 sq. Cf. Introduction au vol. II, pp. vi sq.

⁸³ « Dynamica simplicia seu a rebus abstracta, et Dynamica concreta circa ea quæ in systemate rerum contingunt ». Le texte transmis par Leibniz a été soigneusement recopié deux fois par Bodenhause, et c'est Leibniz qui a inscrit en tête de la seconde copie le titre de *Conspectus operis* (cf. vol. II, pp. 6-9).

dynamica, chap. 4 de la Section 5). C'est là qu'est obtenue *a priori* la métrique de l'action formelle et de la puissance absolue, et prouvée l'entière équivalence de leurs rapports aux accroissements de vitesse, toujours sous la condition que « nous considérons les corps comme transportés dans un milieu très libre et dénués de pesanteur, ou si nous leur laissons la pesanteur, comme mus sur l'horizon »⁸⁴.

Cette partie abstraite ne formule pas encore de principe de conservation, puisqu'un tel principe, qu'il s'agisse de la puissance ou de l'action, est relatif à la structure du monde ou au système des choses, et relève donc des dynamiques concrètes.

La deuxième Partie (concrète) synthétise et ordonne dans un exposé démonstratif les acquis de la période antérieure et met en forme l'établissement *a posteriori* des lois de la nature ; en l'état de sa rédaction incomplète, elle s'achève par où tout avait commencé, c'est-à-dire par un nouveau *De concursu corporum*⁸⁵.

Il revient à cette Partie d'appliquer au système du monde la métrique établie abstraitement dans la Ière. Elle le fait en définissant d'emblée la puissance dite active relativement aux propriétés physiques de la gravité et du ressort et, avec elles, de la résistance au mouvement par l'inertie de la matière. Un effet est dit actif quand il produit un changement que d'elle-même la matière inerte ne produirait pas. C'est par rapport à un tel effet qu'est reformulé le principe de l'équivalence de la cause pleine avec l'effet entier où elle est entièrement absorbée⁸⁶. Il est ici désigné comme un Axiome ou une « proposition de la Métaphysique la plus élevée, qui ne se paie pas de mots vides mais qui traite des attributs universels des choses » : sans cette loi, il ne resterait aucun moyen de mesurer les puissances ou d'établir la grandeur des effets à partir des causes. On parviendra ainsi aux propositions 7 : la même puissance se conserve toujours dans un système isolé de corps et 8 : il y a toujours la même puissance dans l'univers, d'où l'on montre facilement qu'il se conserve la même quantité d'action dans l'univers en des temps égaux. Il ne reste qu'à confirmer au lieu fixé par la rigueur démonstrative les résultats des contestations antérieures en montrant que dans les interactions des corps, ce n'est pas la même quantité de mouvement, mais

⁸⁴« Corpora consideramus ut in medio liberrimo translata et gravitate exuta, vel si gravitatem ipsis relinquamus, ut mota in horizonte » (*Pars I, Sect. I, Adm. I*).

⁸⁵*Sectio tertia* de la *Pars 2*, GM VI, pp. 488 sq. D'après le *Conspectus operis*, l'ouvrage aurait du comporter une *Sectio 4 De applicatione virium seu de Machinis*.

⁸⁶*Sectio I, De causa et effectu activis, Axioma et def. 3*.

la même quantité de puissance absolue qui se conserve (prop. 40), et que deux corps ayant la même quantité de mouvement n'ont pas pour autant la même puissance (prop. 41 et 42). D'où cette section se conclut par ces mots :

Et ainsi il me semble avoir révélé les sources, jusqu'ici insuffisamment recherchées, de la science de la dynamique concernant la nature de la puissance et de l'action, toutes les ambiguïtés étant levées et en établissant le principe absolument simple et général de l'égalité entre la cause et l'effet⁸⁷.

Telle est, douze ans après la « réforme » initiale, la fondation de la dynamique dans la mise en forme la plus rigoureuse de son exposé complet.

La conjonction directe des deux parties des *Dynamica* s'opère sans que s'interpose le hiatus qui séparait en 1671 la théorie abstraite de la théorie concrète, quand l'intelligibilité du système relevait d'une hypothèse. En 1690, la partie abstraite établit avec tout un luxe de détails et de distinctions conceptuelles les relations d'une métrique du mouvement qui trouve son centre dans la quantification *a priori* de l'action formelle et de la puissance absolue. Les concepts mathématiques ainsi obtenus fournissent les instruments d'intelligibilité applicables au « système des choses » dont la structure est ordonnée, sans aucune hypothèse, par l'axiome métaphysique de l'égalité de la cause pleine et de l'effet entier. Ainsi est obtenue la « conformité » entre la raison *a priori* et la preuve *a posteriori*, la conjonction harmonieuse de l'abstrait (la nomenclature des rapports quantifiables) et du concret (la légalité du système de la nature).

III/4. Après 1690

De retour à Hanovre en juin 1690, Leibniz a rapidement abandonné le travail qui aurait dû achever le traité et ses suppléments, à la grande déception de Bodenhause. Il confiera en janvier 1692 :

La raison qui me fit laisser à Florence mon brouillon d'une nouvelle science de la Dynamique, est qu'il y eut un amy [Bodenhause], qui se chargea de le débrouiller, et de le mettre au net, et même de le faire publier. Et il ne tient qu'à moy qu'il paroisse, puisqu'il est mis au net, je n'ay qu'à y envoyer la fin. Mais

⁸⁷ « Atque ita fontes Scientiæ Dynamicæ de natura potentiæ et actionis hætenus non satis exploratos aperuisse mihi videor, sublati ambiguitatibus et simplicissimo generalissimoque principio æqualitatis inter causam et effectum constituto » (prop. 42).

toutes les fois que j'y pense il me vient une foule de nouveautés là dessus, que jen'ay pas le loisir de digérer⁸⁸.

Pour autant, il considérait comme acquise l'instauration de cette « nouvelle science », et il allait s'employer à en faire connaître l'existence et les conséquences métaphysiques, mais en suivant des stratégies qui peuvent paraître déroutantes.

En 1692, Leibniz a envoyé à l'Académie des sciences de Paris, par l'intermédiaire de Paul Pellisson-Fontanier, un *Essai de dynamique*, destiné à faire accréditer la nouvelle science par l'institution. Dans sa lettre à Pellisson du 8/18 janvier 1692, il explique que c'est après lui avoir déjà communiqué les éléments des discussions antérieures et les pièces des polémiques avec Catelan et Malebranche, qu'il a « crû qu'il seroit à propos, de mettre mes pensées sur ce sujet en meilleur ordre, c'est ce que j'ay voulu faire dans l'essai cy joint de Dynamique, où j'ay pris la chose d'un peu plus haut que je n'avois fait dans les papiers qui avoient servi à la contestation ».

Mais il ajoutait qu'il ne s'agissait pas cependant d'un exposé complet de tout ce qui constitue la nouvelle science, dont toute une partie échappe encore à la transmission publique (et à vrai dire y échappera toujours du vivant de Leibniz) :

Il entrent [*sic*] bien d'autres choses dans ma Dynamique, tant pour expliquer le tout à priori, que pour en montrer l'usage et l'application à la solution des cas particuliers, mais je n'en ay pris, que ce qui me paroist plus aise, et convenable au dessein, d'expliquer le principe general de la conservation de la force absolue (à Pellisson, 8/18 janvier 1692, A II, 2, pp. 485-6).

En d'autres termes, cet *Essai de dynamique* est l'exposé en forme démonstrative plus rigoureuse de ce qui a été *déjà* discuté et contesté avant 1690, c'est-à-dire essentiellement la conservation de la force mesurée en mv^2 . L'explication *a priori* n'est pas exposée, et, de fait, elle ne le sera jamais dans les textes destinés à la publication.

Dans ces textes, Leibniz ne dévoile pas les innovations de la dynamique proprement dite, ou il n'en fait état que de façon obscure. L'*Essai de dynamique* transmis à l'Académie des sciences en 1692, dont l'exposé *more geometrico* se fonde sur la méthode *a posteriori* et les démonstrations indirectes, évoque de manière sibylline une autre manière de concevoir l'effet que sous la modalité de l'effet qui dépense la force :

⁸⁸A Simon Foucher, Janvier 1692, A II, 2, n° 137, p. 494. Cf. encore L. à De L'Hospital, 15/25 janvier 1696, A III, 6, n° 197, p. 617.

J'ai voulu me servir de cette marque extérieure de la force augmentée qui est la réduction au mouvement perpétuel pour m'accommoder davantage aux notions populaires, et pour éviter les considérations métaphysiques de l'effet et de la cause. Car pour expliquer les choses *a priori*, il faudrait estimer la force par la quantité de l'effet prise d'une certaine manière qui a besoin d'un peu d'attention pour être bien entendue⁸⁹.

Le *Specimen dynamicum*, publié en 1695, pour répondre à la curiosité du public, observe la convergence des résultats obtenus par deux méthodes d'estimation de la force, en mentionnant le terme d'action sans l'expliquer et en renvoyant à une autre occasion l'exposé de la démonstration *a priori* :

En outre, je suis parvenu à la véritable mesure des forces, et bien à tout-à-fait la même par des voies différentes : par l'une *a priori*, de par la très simple considération de l'espace, du temps et de l'action (ce que j'exposerai ailleurs), par l'autre *a posteriori*, à savoir en mesurant la force par l'effet qu'elle produit en se consumant⁹⁰.

Quant au second *Essay de dynamique* (1700 environ), très vraisemblablement composé en vue d'une parution dans un journal, on y trouve bien l'exposé détaillé du concept d'action, mais la démonstration *a priori* y est complètement passée sous silence, au profit d'une vérification de la conformité entre la conservation de l'action et la conservation de la force- mv^2 , vérifiée par « les règles de la percussion que l'expérience a justifiées » (GM 6, 220 sq.), et donc selon une voie entièrement différente de celle du traité fondateur. Ce seront seulement des correspondants choisis, Jacob et Johann Bernoulli, De Volder, Hermann, Papin, Wolff, qui bénéficieront d'informations précises et détaillées sur les arcanes de la nouvelle science.

Au bout du compte, c'est à Wolff qu'il reviendra de rendre publique la construction *a priori* de l'action dans ses *Principia dynamica*, parus en 1728 dans les travaux de l'Académie de Saint-Petersbourg⁹¹.

⁸⁹Dans Pierre Costabel, *Leibniz et la dynamique. Les textes de 1692*, Paris : Hermann 1960, p. 98.

⁹⁰« Porro ad veram virium æstimationem, et quidem prorsus eandem, diversissimis itineribus perveni : uno quidem a priori, ex simplicissima consideratione spatii, temporis et actionis (quod alias exponam), altero a posteriori, vim scilicet æstimando ab effectu quem producit in se consumendo » (GM 6, p. 243).

⁹¹*Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae*, Tomus I ad 1726, 1728, pp. 217-238 (repris dans C. Wolff, *Gesammelte Werke*, II. Abt. Lateinische Schriften, t. 35, Hildesheim : Olms 1974, pp. 151-166). Wolff souligne bien dans la Préface qu'il doit à Leibniz la connaissance de l'argument *a priori*, et reproduit au § 58 un morceau de la

IV. Brève histoire codicologique des manuscrits des *Dynamica*

Le *corpus* des *Dynamica* se compose de 562 pièces (nombre dans lequel nous comptons également les bandes de titres, les feuilles blanches et les feuilles de notes). Le département des manuscrits de la Gottfried Wilhelm Leibniz Bibliothek – Niedersächsische Landesbibliothek a divisé l'intégralité du *corpus* en trois ensembles identifiés par les indexations suivantes : LH XXXV 11, 18 A (440) ; LH XXXV 11, 18 B (242) ; LH XXXV 11, 18 C (216). À cet ensemble il faudra toutefois rattacher également un certain nombre des pièces échappées aux anciennes classifications et que les explorations les plus récentes des fonds leibniziens ont enfin permis d'apparenter à ce *corpus*. Pour une liste détaillée de ces documents, nous renvoyons le lecteur aux tomes 3 et 4 de la série VIII de l'édition de l'Akademie, où les raisons qui permettent de mettre en relation chacune des pièces identifiées avec la rédaction des *Dynamica* sont illustrées avec la plus grande précision philologique. Parmi-celles-ci, nous avons décidé dans notre travail d'édition de n'en retenir que deux : le manuscrit LH 37 4 ff. 166-167, un autographe leibnizien contenant la fin de la Propositio 25 et la Propositio 26, qui se situent à la fin de la Troisième Section de la Seconde Partie ; et le manuscrit LSB VIII, 3 N. 31, pp. 331-340, une note rédigée par Leibniz lors de son séjour à Modène et sur laquelle on trouve la glose en allemand suivante : « So kan es abgeschrieben werden als appendix de vi absoluta »⁹². Le premier document a été retenu car son appartenance à la série LH XXXV 11, 18 A est indiscutable tant du point de vue philologique que codicologique : seule une erreur de catalogage peut se trouver à l'origine de son exclusion de la série des brouillons autographes des *Dynamica*. La note leibnizienne présente sur le deuxième manuscrit est, en revanche, à l'origine de notre choix de l'intégrer au présent travail⁹³.

Enfin, d'après le plan éditorial du traité tel que Leibniz l'avait envisagé, il faut également considérer comme appartenant au *corpus* des *Dynamica* toute une série d'articles scientifiques parus dans les revues savantes de l'époque, ainsi qu'une série de textes, plus ou moins aboutis, qui auraient trouvé une nouvelle contextualisation au sein de la dernière partie de l'ouvrage⁹⁴.

lettre que Leibniz lui avait adressée le 12 janvier 1711 (cf. *Briefwechsel zwischen Leibniz und Christian Wolff*, éd C.I. Gerhardt, Halle : Schmidt 1860, pp. 132-133).

⁹²A VII, 3, p. 334.

⁹³Cf aussi *Introduction*, II, 2.4. La force absolue (*de vi absoluta*), p. XII-XIII.

⁹⁴Cf aussi *Introduction*, II. Mélanges dynamiques (*Miscellanea* ou *Varia dynamica*), vol.

IV/1. LH XXXV 11, 18 A : *Dynamicorum prima redactio*

Sous la cote LH XXXV 11, 18 A, la GWLB a catalogué 220 feuillets contenant la première rédaction autographe de la *Dynamica*, ainsi qu'un chapitre (De Causa et effectu et Potentia eorum motrice absoluta) rédigé par le copiste que Leibniz, lors de son séjour à Rome, avait chargé d'effectuer la première mise au net du brouillon. Presque la totalité des manuscrits de cette série est rédigée sur des feuilles de format *in-quarto*. Dans la plupart des cas, selon l'habitude de Leibniz, le texte est rédigé seulement sur l'une de deux moitiés des feuillets, prévoyant de réserver la moitié restante pour les corrections et les intégrations. Dans cette série se concentre la majeure partie des difficultés paléographiques du manuscrit, qui dérivent de l'usage généralisé du cursif minuscule et de nombreuses suppressions.

IV/2. LH XXXV 11, 18 B : *Dynamicorum transcriptio media*

La plus grande partie de la série 18 B est constituée par les pièces rédigées par le copiste auquel Leibniz, lors de son séjour à Rome, avait confié la tâche de mettre au propre du brouillon⁹⁵. Vers la fin de la série, les corrections et les intégrations de la main de Leibniz augmentent progressivement, au point de ne plus pouvoir être ajoutées comme *marginalia* dans la copie du scribe, elles finissent par rendre nécessaire l'ajout de nouvelles feuilles entièrement rédigées par Leibniz. Tout semble indiquer que le départ de Rome de Leibniz, le 22 novembre 1689, a également marqué la fin de cette collaboration. La confirmation de cette hypothèse permettrait d'identifier les parties du texte des *Dynamica* qui remontent au premier noyau conceptuel du traité, celui qui commença à prendre forme dans le cadre de l'*Accademia Fisicomatematica* de Ciampini. Les chapitres compris dans la *transcriptio media* nous fourniraient ainsi le squelette de ce noyau originel datant du séjour romain, à savoir, d'après la dénomination définitive des parties :

- De Duſtibus seu de æſtimationum compositione
- De Motu
- De Motu uniformi
- De Velocitate in Motu æquidistributo

II-1, p.vii.

⁹⁵D'après André Robinet, le copiste travaillant aux *Dynamica* est le même scribe auquel fut confié la copie du *Phoronomus*. L'étude détaillée du *ductus* dans les deux *corpus* nous fait avancer quelques perplexités sur cette identification, cf. Andrea Costa, *Dynamica de potentia seu de legibus naturæ corporeæ. Matériaux pour une édition critique*, Thèse pour le diplôme d'archiviste paléographe, Paris : École Nationale des Chartes, I, pp. 55-56.

De Velocitate in Motu simul æquidistributo et uniformi
 De Motu simpliciter simplice
 De Actione Motus formali ejusque Effectu
 De Potentia Motrice absoluta demonstrata a priori
 De Tractu seu spatio per motum absoluto
 De Velocitate in universum
 De Quantitate Motus seu impetu
 Conspectus phorometricus
 Specimen calculi analytici pro phorometria dynamica

IV/3. LH XXXV II, 18 C : *Dynamica de potentia et legibus nature corporeæ*

À l'exception de quelques autographes leibniziens, parmi lesquels figure la célèbre dédicace au prince Côme III des Médicis, la série C se compose essentiellement de la copie du traité mise au propre par le Baron Rudolph Christian von Bodenhause⁹⁶. Aujourd'hui la copie se présente en deux cahiers, reliés en carton recouvert de papier marbré rouge qui cache le plat et le contreplat des deux volumes. Le dos des cahiers est renforcé par une bande en maroquin rouge avec nervures apparentes. L'histoire de la copie C peut être suivie relativement de près à travers l'étude de la correspondance entre Leibniz et le Baron. Ce dialogue à distance nous fournit rétrospectivement également des informations importantes concernant les Séries A, la B, ainsi que sur l'évolution générale d'un plan éditorial qui, en grandissant progressivement, prévoyait l'intégration d'un nombre de plus en plus important de pièces étrangères au projet initial.

Comme pour honorer une vieille tradition qui lie les destinées glorieuses aux origines modestes, la toute première occurrence du mot *Dynamica*⁹⁷, indubitablement le plus célèbre néologisme leibnizien, fait son apparition dans un passage parenthétique, relégué aux toutes dernières lignes d'une lettre consacrée à l'affligeant mal fonctionnement des postes italiennes. Le

⁹⁶Rappelons ici que dans la copie Bodenhause l'on retrouve, outre l'écriture du Baron qui est bien évidemment prédominante, également les signes de quelques interventions leibniziennes autographes, ainsi qu'un certain nombre de marques laissées par un projet éditorial non abouti, envisagé autour de 1750 par Samuel König. À ce propos, voir l'article de Charlotte Wahl, *Zur Provenienz der Gothaer Leibnitiana Chart. A 448-449 und zum umstrittenen Leibnizbrief*, dans : Nora Gädeke u. Wenchao Li (Hrsg.), *Leibniz in Latenz. Überlieferungsbildung als Rezeption (1716-1740)*, « Studia Leibnitiana Sonderhefte » 50, Stuttgart : Steiner 2017, pp. 63-83.

⁹⁷Voir également *Introduction*, vol. I, p. xxv-xxvi.

31 décembre 1689 en effet, au dernier paragraphe de la première des nombreuses épîtres qu'il adressera à Leibniz, Bodenhause nous introduit, *in medias res*, au sein d'un chantier éditorial déjà bien opérationnel, en spécifiant que :

Weil es nun schon gegen 3 Vhr in der Nacht ist, muß ich abbrechen, v. andere sachen von unserer Dynamica, welche ich in das reine bringe, v. keinen tag sine linea oder vielmehr lineis passiren laße, auf das nächste verschieben, wenn ich erst von Ihm werde nachricht haben, wo Er sich anjetzo aufhalten werde [...]⁹⁸

Malgré son style succinct, ce passage nous livre en réalité déjà un indice très intéressant concernant l'histoire du manuscrit des *Dynamica* et des phases de son élaboration. Cette lettre datant du 31 décembre, fait en effet référence à un travail de mise au propre du brouillon qui - tout en admettant que la rencontre avec le Baron ait eu lieu immédiatement après l'arrivée de Leibniz à Florence - ne peut avoir débuté au plus tôt qu'à la fin du mois de novembre. Néanmoins l'allusion à un engagement exercé *quotidie* et qui se prolonge jusqu'au milieu de la nuit, nous suggère qu'à cette date, le matériel transmis au Baron devait déjà être important et que donc, à l'arrivée de Leibniz dans la ville des Médicis, la rédaction des *Dynamica* devait forcément être déjà relativement bien avancée. Les références successives aux progrès du chantier éditorial semblent confirmer cette hypothèse, puisqu'on retrouve une affirmation analogue et à la même teneur rassurante dans une lettre du 7 janvier 1690⁹⁹, tandis que le 21 janvier, Bodenhause communique à Leibniz les premières informations ponctuelles concernant l'état d'avancement des travaux :

Ich bemühe mich täglich die Dynamica in das reine zu bringen, v. bin mit dem dritten theil schon fertig; Erwarte ehestens darvon das ende der 6. Sect. De concursu corporum, v. habe die miscellanea der 7. Sect hin v. her aus dem gedruckten nunmehr alle abgeschrieben, deren ordnung ich auch verlange nach Seinem belieben. Es wären unterschiedliche sachen darinnen etwan zu ändern, welche künheit ich mir nicht ohne Seine expresse order nehmen werde. [...] Die Dynamica ist schon zum dritten theil vor mir in das reine gebracht, verlange also ehestens das ende von der 6 Section De concursu corporum, wie auch die anfang v. ordnung 7. Section (Miscellanea) deßen stücke ich nunmehr alle hier v. dar aus den Actis abgeschrieben, v. bald werde auf die figuren v. kupffer bedacht seyn¹⁰⁰.

⁹⁸A III, 4, p. 436.

⁹⁹A III, 4, p. 436 : « Ich continuire täglich die *Dynamica* in das reine zu bringen ».

¹⁰⁰A III, 4, pp. 448 et 450.

Un mois à peine après le départ de Leibniz de la ville des Médicis, le travail du Baron de mise au propre et de correction des manuscrits avait donc déjà atteint la fin de la troisième section – *De Actione et Potentia* – d'un manuscrit qui, à ce moment-là, suivait encore le plan¹⁰¹ tracé en *COp*². Puisqu'entre cette lettre du 21 janvier et le départ de Leibniz de Florence, Bodenhause n ne recevra qu'une seule et unique communication de la part du philosophe et que celle-ci ne contient aucune référence à des nouveaux morceaux du traité qui lui auraient été transmises entretemps¹⁰², on peut en déduire que la plupart des pièces des *Dynamica* à l'état *COp*² se trouvaient déjà dans les mains du Baron lorsque Leibniz partit pour Modène en novembre 1689. Il est aussi questions des *Miscellanea* que Bodenhause n est en train de copier « aus dem gedruckten » : il s'agit en effet du *Schediasma de Resistentia Medii* et du *Tentamen de motuum cœlestium causis*, parus dans les *Acta Eruditorum* respectivement en janvier et en février 1689. L'ordre dans lesquels les deux articles devront figurer dans les *Dynamica* n'est toutefois pas encore établi, et Bodenhause n demande à Leibniz des éclaircissements sur ce point.

Le passage cité permet de repérer également la première occurrence d'un thème qui, par la suite, s'imposera comme le véritable *leitmotiv* de presque toute la correspondance successive entre les deux hommes : la requête d'envoi de la fin de la Section 6, *De concursu corporum*. Bodenhause n y reviendra presque systématiquement à chaque occasion, jusqu'en 1695¹⁰³.

Une semaine après ce compte-rendu détaillé, le 28 janvier, annonçant la fin des travaux de révision et de copie de la Quatrième section, le Baron évoque aussi pour la première fois l'existence d'une transcription intermédiaire réalisée par un copiste (*transcriptio media*) qui, de toute évidence, faisait donc déjà partie du matériel que Leibniz lui avait laissé. À la fin du février 1690, après avoir reçu une nouvelle promesse de la part de Leibniz concernant l'envoi du nouveau matériel Bodenhause n fait à nouveau le point sur l'état du chantier éditorial, en suggérant également de légères interventions sur le texte du *Tentamen de Motuum Cœlestium* – qui seront finalement retenues par Leibniz – afin de contourner à l'avance tout problème éventuel de censure. Une référence à l'envoi d'un paquet contenant les dernières pages de la Sixième Section (*De concursu corporum*) et qui n'est

¹⁰¹Cf. *Introduction, I. Conspectus operis*, vol. II-I, pp. III-VI.

¹⁰²A III, 4, p. 444, Leibniz à Bodenhause n, 13 janvier 1690 : la lettre s'ouvre bien, il est vrai, avec la mention d'un paquet, mais qui aurait été adressé par Bodenhause n à Leibniz.

¹⁰³A III, 6, p. 280, Bodenhause n à Leibniz, 8 février 1695.

malheureusement jamais parvenu à son destinataire, nous éclaire directement sur la pratique concrète de travail qui s'était établie entre les deux collaborateurs : afin de terminer la rédaction de la dernière section de l'ouvrage, Leibniz avait besoin de toute évidence de pouvoir reprendre le fil du discours, en se replongeant dans les dernières pages de son brouillon resté à Florence.

Indeßen weil ich mit der *Dynamica* nummehr fast fertig v. am ende bin, hätte ich nöthig das ende der 6 Section De Concursu Corporum, (deßen letztes blat demselben ich in dem verlohrnen v. widergefunden Päcklein überschicket;) wie auch den anfang der 7 Section v. ordnung der Miscellaneorum, so ich hin v. her aus dem gedruckten abgeschrieben, unter welchen im anfang der *Tentaminis de Motuum Coelestium causis* des Kepleri, Galilæi v. Copernici zwar rühmlichst v. billichst gedacht, aber wegen der Inquisition nöhtig seyn wird, diese Nahmen v. etliche wenige worte, so auf den *Motum terre* argwohnen machen, auszulaßen, welches doch dem Tractat v. schönen erfindungen nichts benehmen wird¹⁰⁴.

Ainsi, au début du mois de mars 1690, la copie des *Dynamica* réalisée par le Baron à partir du matériel dont il disposait est essentiellement terminée et elle comprend également les figures destinées à accompagner et illustrer les propositions du texte. Le 4 mars, il est pour la première fois question de l'ajout de la *Nova methodus pro maximis et minimis* (appelé dans la lettre « Methodum differentialem ») qui, à ce stade d'élaboration du plan, est encore destinée à la section des *Miscellanea* et non pas encore à être intercalée entre la fin du troisième chapitre de la première section (*De ductibus*) et le début de la deuxième (*De motu et velocitate*) : Bodenhause copie le texte paru dans les *Acta eruditorum* en octobre 1684 tout en signalant à Leibniz la nécessité de corriger les fautes contenues dans l'imprimé¹⁰⁵.

Entre le 4 et le 18 mars 1690 finalement, le Baron recevra de Venise une série de trois lettres de Leibniz contenant des informations capitales pour la nouvelle organisation du traité, ainsi qu'une série de pièces inédites. Parmi celles-ci, nous comptons tout d'abord des intégrations au chapitre 4 de la deuxième section¹⁰⁶ (et, en effet, la proposition 8 de ce chapitre ne figure

¹⁰⁴A III, 4, p. 468-469.

¹⁰⁵A III, 4, p. 471 : « [...] wie auch die ordnung der tractaten, so in die Miscellanea gehören, zu welchen weil ihm also beliebt, ich den Methodum differentialem setzen wil, so ich aus den Actis abgeschrieben; aber es sind viel fehler im calculo wegen des engen druckes v. an den schwersten örtern eingelauffen, welche ich noch nicht examinieret, ob ich capable sey sie zu corrigieren, wie ich an etlichen gethan ».

¹⁰⁶A III, 4, p. 470 : « Ich habe H. Baron Walthern ein versiegelt Paquetlein an M. h.

pas dans le premier brouillon leibnizien, mais uniquement comme intégration autographe à la copie du copiste, B 92). Ensuite nous avons « 3 folia capitis De motus acceleratione suppletoria »¹⁰⁷ (correspondant au chapitre 3 de la quatrième section, *De Gradibus velocitatis in Motu varie difforni* qui, en effet, ne figure pas dans la copie intermédiaire : on peut ainsi, dans le *corpus* de la *prima redactio*, dater précisément ce chapitre du mois de février-mars 1690). Enfin, la lettre du 18 mars 1690 était accompagnée également une « scheda »¹⁰⁸ contenant toutes les corrections et les intégrations à apporter au texte de 1684 de la *Nova Methodus*, ainsi que l'indication de la nouvelle collocation de celle-ci dans le texte. Le Baron répondit à Leibniz le 6 mai 1690 par une lettre d'où transparait – pour autant que la dévotion infinie nourrie envers son mentor lui en permet l'expression – un certain mécontentement pour les intégrations et les modifications dans l'ordre de présentation des pièces décidées par Leibniz, alors que les travaux de mise au net du traité semblaient toucher à leur fin¹⁰⁹. Ce qui contribue aussi à rendre intéressante cette étape de la correspondance est une liste des pièces diverses et variées destinées aux *Miscellanea* dont le Baron réclame l'envoi à Leibniz et qui comprend une « ratio dividendi Thermometrum »¹¹⁰, une « solutio difficultatis circa tensionem chordarum », ainsi qu'un « Problema staticum generale per methodum differentialem ». Probablement issu des échanges verbaux entre les deux hommes lors du séjour florentin du philosophe, ce catalogue ne trouve toutefois pas d'autres retours parmi les pièces autographes de Leibniz¹¹¹.

H. mitgeben, darinn noch einige supplementa quibus generalis redditur æstimatio velocitatis, effectus, potentiæ welche sonst in den vorigen nur von motibus uniformibus und æquidistributis zu verstehen ».

¹⁰⁷A III, 4, p. 480. L'identification du chapitre en objet est corroborée par la lettre de Bodenhause du 10 juin 1690, A III 4, p. 513.

¹⁰⁸A III 4, p. 487 sq.

¹⁰⁹A III, 4, p. 514 : « Er verberge meinem unverstand etc. Im übrigen lebe ich in sorgen wegen der in Seinem letzten erwehnten veränderung der sectionmu v. capitulum, so ich nicht ohne Mühe v. fleiß mit beygefügtten Zahlen der figuren in das reone gebracht, v. sich neben den Miscellaneis über 2 Alphabeta belauft. Ich sehe kein ander Mittel, als wider von newen alles abzuschreiben, doch nicht eher als biß mein h.H. alles wird geendiget v. mir mit einer exacten ordnung aller capitum überschicket haben, aber es wird zeit darzu gehören ».

¹¹⁰De la division du thermomètre il sera également question dans la lettre de Bodenhause du 17 janvier 1638 (A III, 5, p. 474).

¹¹¹*Ibidem*. À l'exception de la « solutio difficultatis circa tensionem chordarum » qui pourrait être connectée aux pièces sur la propagation du son mentionnées dans le plan

Les intégrations de mars 1690 entérinent une réorganisation complète du plan du traité qui parvint ainsi à son état *COp*⁴, avec l'ajout d'une deuxième partie où basculent les anciennes sections de 4 à 7 de l'ancienne Première partie¹¹². L'on ajoutera à cela l'annonce d'une *præfatio*¹¹³ – avec des considérations générales que Leibniz juge «so wichtig seyn als die *scientia dynamica* selbst» – dont il sera ensuite question dans une lettre du 17 novembre 1690 et dont l'intégration éventuelle impliquerait, bien évidemment, des nouvelles interventions sur la copie.

Très discrètement, Bodenhause n s'en plaindra encore le 12 janvier 1692, lorsqu'il avouera à Leibniz que le travail nécessaire afin que sa copie se conforme au nouveau plan des *Dynamica* n'est pas encore tout à fait terminé et que, de toute façon, il ne pourra pas s'occuper de redessiner les figures avant que toutes les parties du traité ne soient définitives et, surtout, en sa possession¹¹⁴. Il est également question de faire parvenir à Leibniz les papiers du premier brouillon et de la *transcriptio media* que le Baron conservait à Florence depuis son départ, dans l'espoir implicite que la possibilité de consulter à nouveau ce matériau puisse stimuler le philosophe à terminer la rédaction des parties encore manquantes. L'envoi est en effet annoncé le 12 juillet 1692 et Leibniz en accusera réception le 25 septembre¹¹⁵.

*Cop*³, les autres sujets ne figurent pas dans les différents plans des *Dynamica* rédigés de la main de Leibniz qui ont orienté nos choix d'éditeurs.

¹¹²Cf. Introduction, Le I. *Conspectus operis*, vol. II-1, pp. III-VI

¹¹³A III 4, p. 653. On relèvera la référence à la possibilité, envisagée par Leibniz à ce moment-là, de donner à cette préface la forme d'un dialogue («oder *per modum dialogi*»). Une telle allusion pourrait évoquer une recontextualisation du *Phoronomus*, dont les mots prononcés par le personnage de Ciampini qui ouvrent la première rédaction du Second Dialogue, seraient reçus comme particulièrement significatifs dans l'optique d'une conjonction avec l'œuvre majeure : «Velut in vestibulo detinuisse nos videri, Lubianæ, tempus est ut in sacraria naturæ intromittamur» (G. Mormino, éd., *Phoronomus seu de Potentia et Legibus Naturæ*, dans : G.W. Leibniz, *Dialoghi scientifici*, Francesco Piro, éd., *op.cit.*, p. 873). Il est toutefois évident qu'une telle réutilisation du *Phoronomus* aurait dû, avant tout, comporter une révision et une actualisation profonde d'un texte qui demeure inactuel par rapport à l'évolution conceptuelle dont les *Dynamica* sont porteuses. Ainsi, une réutilisation de ce matériel aurait pu se limiter aux éléments du décor narratif du dialogue.

¹¹⁴A III, 5, p. 245.

¹¹⁵A III, 5, p. 342-43. Dans sa réponse, Leibniz fait référence à la réception d'un «Manuscriptum Phoronomicum» (sic, p. 400). S'il est vrai qu'une telle expression semblerait ne faire référence qu'au *Conspectus Phorometricus*, la référence de Bodenhause n aux difficultés logistiques et économiques de l'envoi d'un volume important de documents, semble plutôt indiquer que cette formule désigne, par extension, l'ensemble du *corpus* des *Dyna-*

Cela ne se produisit toutefois pas. Au contraire, c'est justement à partir de l'année 1692 que le chantier éditorial des *Dynamica* connut son véritable coup d'arrêt, principalement à cause de l'édition du *Codex juris gentium diplomaticus* qui, en ce temps-là, monopolisait tout le temps et toutes les énergies de Leibniz. Bodenhause le sait bien et, même s'il s'en plaint de temps en temps¹¹⁶, il semble se résoudre à espacer ses requêtes des pièces manquantes, en attendant la fin des travaux historiques de son maître. Le 12 janvier néanmoins, il propose à Leibniz de lui transmettre la copie qu'il avait réalisée afin de lui simplifier la tâche de se replonger dans le sujet, ce qui nous informe, au passage, qu'à ce moment-là au plus tard, les travaux de réagencement de la transcription selon le nouveau plan devaient déjà être relativement avancés. La proposition, renouvelée le 29 avril¹¹⁷, fut toutefois nettement refusée par Leibniz le 12/29 juin :

Wegen M.h.H. hochgeneigter offerte mir ein mundirtes exemplar des Phonomici operis zu schicken, sage zwar dienstl. Danck, aber werde damit ganz nicht bemühen, sondern kan mich gar wohl darin finden, wenn nur die zeit hatte zu absolviren¹¹⁸.

Bodenhause reviendra quand même à la charge en deux occasions encore : le 17 novembre 1694¹¹⁹ et le 8 février 1695. Mais tandis que la lettre

mica resté à Florence : « Erwarte also von neuen M. h. Hn Order, ob Er so lange noch warten will, oder ob ich dieses MS. gleich soll schicken, welches ich nicht gern auf die Post dem Procaccio übergeben wolte, weil ein iedes blat geschriebener sachen einen unbilligen unkosten machet » (A III, 5, p. 246).

¹¹⁶Le 17 novembre 1694 par exemple, l'énième demande d'envoi de la fin de la sixième section s'appuie sur une dévaluation générale des études sur l'histoire contingente qui, au fond et contrairement à la physique, ne demanderaient pas un *ingenium* tel que celui de Leibniz pour être menés à bonne fin : « [...] als wenn Er alle geist- v. weltliche gesetze, statuta, Reichs-Abscheide v. Historien könnte auf den fingern herzehlen; welche zwar alle gute studia v. Ihn schon genugsam bey dem vulgo bekandt gemacht, sind aber Seiner zeit v. talents nicht würdig, sondern nur vor diejenigen, so selber nichts præstiren können, sondern nur cramben istam tot millies recoctam tag v. nacht widerkäwen müssen, v. wird es niemals an viel 1000 solcher leute in der Welt fehlen. Aber etwas neues erfinden, methodos v. canones (so dieses nahmens werth) publiciren, ist kein handwerck vor die faquins. Es könnte ja eine einzige stunde des tages M. h. Hn genug seyn Seine meditata successive zu ordiniren, v. die übrige zeit der gesundheit v. nöhtigen ruhe zu concediren, dabey ich erinnere die verfertigung des capitis ult. Dynamicorum de Concursu corporum, welches Tractats edition nicht wird versaümet werden, so Gott ein glückliches Ende gegenwärtiger sorgen bescheren wird » (A III, 6, p. 210).

¹¹⁷A III, 5, p. 536.

¹¹⁸A III, 5, p. 599.

¹¹⁹A III, 6, p. 210.

du mois de novembre laisse transparaître encore quelques lueurs d'espoir concernant la possibilité de clore les travaux, celle de février annonce, *de facto*, la fin de toutes les illusions du Baron. La formule « Seiner Dynamicorum » substituant le « unserer Dynamica » qui était fièrement revendiquée dans la toute première lettre du 31 décembre 1689, atteste la conclusion de la collaboration entre Bodenhause et Leibniz d'une façon bien plus efficace et définitive que toutes les justifications et les mots de circonstance qui l'accompagnent :

Ich bekenne zwar, daß die verschiebung der edition Seiner Dynamicorum mich öffters beunruhiget, weil ich besorget, daß weil ich darinnen mich eines theils engagiret, v. doch solche dieses Jahr hero bey Ihm nicht pressiret, etwan scheinen möchte, daß mein guter willen erkaltet; doch aber, ob ich mich wohl entschuldigen könnte, daß solches an M. h. Hn gelegen, so das Ende des letzten Tractats noch nicht verfertigt, muß ich Ihm in vertragen entdecken, daß auch bey Seiner befertigung die edition doch nicht erfolget wäre, weil ich dieses gantze Jahr hero durch so wunderliche v. considerable avanturen passiret, welche mich mir selbst fast benommen v. noch nicht geendiget, wie ich doch bald mit Gottes hülffe v. segen verhoffe; v. wennsolches erfolget, werde ich M. h. Hn in diesen v. höhern unfehlbar dienen; Mehr darff ich der feder nicht vertragen¹²⁰.

Même si la correspondance continua jusqu'au mois d'octobre 1697, il ne fut plus question, à partir de cette lettre de février 1695, de l'édition. C'est seulement en 1698, à la mort du Baron, que Leibniz se préoccupa de récupérer la copie des *Dynamica* restée à Florence, via le secrétaire du cabinet de Côme III, Magnus Block :

Feu Monsieur le Baron de Bodenhause s'est souvenu de me renvoyer par Monsieur Block une feuille de papier que je luy avois envoyée un peu avant sa mort. Mais la force de son mal l'aura empêché de mettre ordre à me faire renvoyer aussi un traité Manuscrit du Mouvement, qu'il avoit copié et mis au net sur mon brouillon, et qu'il avoit promis de me faire tenir, comme je puis prouver par ses lettres. [...] Apparemment Monsieur Block en pourra donner quelques lumieres et ceux qui ont soin de la succession de feu Mons. de Bodenhause auront sujet d'en estre contents¹²¹.

Après avoir contacté les exécuteurs testamentaires de Bodenhause (l'historien Pietro Andrea Andreini, que Leibniz avait rencontré à Venise le 17 février 1690, et le capitain Cosimo Della Renna), Block promis à Leibniz

¹²⁰ A III, 6, p. 280.

¹²¹ A III, 7, p. 785.

de se charger de la tâche. Ainsi, le 5 juin 1698, il annonça l'expédition du manuscrit qui, en passant par Venise dans les mains du marchand Pandolfo Mendlin, parvint finalement à Hanovre le 20/30 juin 1698¹²².

Contrairement à ce que certains commentateurs ont soutenu par le passé¹²³, Leibniz intervint à nouveau sur le texte des *Dynamica* récupéré de Florence après la mort du Baron. Les marques de sa relecture et de sa révision du texte ont en effet bien présentes dans les pages de la copie de Bodenhause en au moins deux endroits. Tout d'abord dans tout le chapitre V de la Sectio Secunda (*De motu et velocitate*), où il ajoute systématiquement – tout comme il le fait aussi dans le même chapitre de la *transcriptio media* – l'adverbe « simpliciter »¹²⁴, absent dans la version du baron. Il s'agit d'un exemple classique d'erreur disjonctive grâce auquel nous pouvons dater cette intervention autographe – figurant sur des pages qui n'avaient jamais quitté Florence auparavant – à une époque assurément postérieure au 9 mai 1698. Le deuxième exemple est représenté par un billet autographe¹²⁵ contenant une intégration au texte du deuxième chapitre de la troisième section (*De Potentia Motrice absoluta demonstrata a priori*) qui se trouve, selon un usage bien répandu chez Leibniz, relié dans le cahier de Bodenhause en correspondance avec le passage concerné par cette insérende. Cette pièce, il est vrai, est moins probante car Leibniz aurait déjà pu rédiger la variante sur la *transcriptio media* en septembre 1692 (en admettant que l'on puisse compter cette dernière parmi les pièces transmises à cette date par le Baron) et la reporter ensuite sur un billet qu'il aurait transmis au Baron afin qu'il l'ajoute à sa copie. Dans un contexte marqué par le croissant détachement de Leibniz du projet éditorial, ce scénario nous semble toutefois un peu trop laborieux et improbable : l'hypothèse la plus économique est, sans aucun doute, que l'intégration de la Propositio 7 ait suivi exactement le même parcours que celle de l'intégration autographe mentionnée précédemment.

¹²²Pour les références à l'envoi des *Dynamica* dans la correspondance entre Leibniz et Magnus Block, voir : A III, 7, p. 801, p. 804 et pp. 830-831.

¹²³Cf. notamment André Robinet, *Architectonique disjonctive, automates systémiques et idéalité transcendante dans l'œuvre de G. W. Leibniz*, Paris : J. Vrin, 1986, p. 266 : « [...] le dossier C est de la main de Bodenhause et n'a pas été revu par Leibniz. Ce qui veut dire que, après avoir récupéré ses documents restés à Florence après la mort de Bodenhause en 1698, Leibniz ne les a plus enrichis ».

¹²⁴LH XXXV 11, 18 B, ff. 85r-92r et LH XXXV 11, 18 C, ff. 69r-73v.

¹²⁵LH XXXV 11, 18 C, f 86.

V. L'édition

Cette édition est basée, outre la recherche de la précision philologique d'usage, sur deux orientations stratégiques : la restitution au moins approchante de l'œuvre que Leibniz avait esquissée dans ses plans plus ou moins développés, que l'on trouvera exposée en détail dans l'introduction du second volume, et qui est un caractère unique de notre entreprise¹²⁶ ; et la restitution la plus fidèle possible du premier état des textes, c'est-à-dire du complexe des brouillons de la main de Leibniz¹²⁷.

Comme l'existence de trois rédactions majeures clairement distinguées est indéniable, elles devaient structurer la restitution. Les trois états principaux ne pouvant être imprimés ensemble, l'un à côté ou en apparat critique de l'autre, ne serait-ce que parce que dans certaines sections, leurs propres apparats critiques remplissent déjà la majeure partie de nombreuses pages, ils ont été traités comme des textes indépendants, et donc ils se présenteront l'un après l'autre. De ce point de vue, c'est le fait de l'édition et les obligations qu'elle implique, qui assignent à chaque état du texte sa place. Mais, bien que le contenu en soit à-peu-près le même, aux divers états reviennent des fonctions différentes.

Les manuscrits de la première ébauche¹²⁸ sont considérés ici – ces dénominations ont déjà été introduites dans la section précédente – comme la

¹²⁶Dans la table des matières la plus complète qu'il compose, Leibniz se propose de compléter le plan de son œuvre avec l'incorporation de quelques essais qu'il a déjà publiés ou au moins composés. C'est un schéma de publication qu'il envisagera encore au temps des échanges épistolaires avec Rémond à propos du projet d'une édition de la *Théodicée* en France et qui laissera peut-être quelques traces dans un brouillon de la *Monadologie*. Nous avons retenu la dénomination leibnizienne de *Miscellanea* pour la partie qui contient ces *Addenda et annexa*; même le mot *appendix*, sous lequel nous rangeons des matériaux qui aident à la consultation de l'édition, est déjà employé par Leibniz dans une lettre à Bodenhausen de 1690 (A III, 4, p. 444).

¹²⁷Ces brouillons se trouvent principalement dans le groupe A, mais aussi dans B et C; nous les avons édités ensemble, à la seule exception de quelques additions à C où l'on reconnaît une composition tardive. Pourtant, on a renoncé à publier ici une section (18 A, 221-226) qui ne fait pas proprement partie des *dynamica*, et doit plutôt être rapportée à la dispute avec Papin.

¹²⁸Toute l'œuvre reste encore pour Leibniz, après coup, une ébauche; mais à laquelle il ne manquait que la conclusion. Ou encore, plutôt qu'un ouvrage resté à l'état d'ébauche, une ébauche de ses idées en la matière, et pour cela restée en arrière : "un projet de mes Dynamiques que j'avois ébauché en Italie et laissé même à un ami de Florence intelligent en ces matieres, qui se chargea de l'impression. Mais ce fut moy qui l'a suspendue, car je luy en devois envoyer la fin ce que j'ay différé, à cause de quantité de meditations qui me sont survenues" (à l'Hôpital, 1696; A III, 6, p. 617).

rédaçtion primitive (*prima redactio*). Ecrits de premier jet et corrigés immédiatement, il sont parfois un peu difficiles à lire¹²⁹, et Leibniz a dû corriger fréquemment les travaux d'un ou de deux copistes professionnels, dont est issu pareillement le deuxième état de l'œuvre, incomplet et transitoire, ici nommé *transcriptio media* (transcription intermédiaire). Bodenhause, responsable de la version presque finale (que nous publions comme la partie majeure de la *versio completa*) dut aussi se corriger et être corrigé; parfois il néglige un mot¹³⁰, parfois, tout simplement, il a eu sous la main une version que Leibniz allait encore modifier¹³¹.

À partir de là, en s'appuyant sur une métaphore physique bien connue quoique vieillie, on pourrait distinguer entre les états gazeux, liquide, solide du texte, dans un procès de concrétion croissante de 18 A à 18 C. Quant à l'ensemble des brouillons qui se distribuent entre les fascicules A, B et C, il s'agit de l'état gazeux par excellence, dans lequel les mouvements chaotiques des molécules textuelles sur la page mettent sans cesse les éditeurs à l'épreuve. En fait, les protestations du copiste ont probablement persuadé Leibniz de la nécessité, à laquelle il se plie à partir de la page 18 A 33, de lui fournir des ébauches moins indéchiffrables. Cela, malheureusement, ne va pas durer.

La difficulté à donner forme au texte dans la phase terminale, se déclare en vérité déjà dès les premiers tâtonnements; le désarroi est parfois tel qu'en deux cas Leibniz se trouve dans la nécessité d'ajouter à une page déjà trop brutalisée une nouvelle rédaction composée sur un feuillet à part – un état de choses aimablement indiqué au copiste italien avec l'annotation « Biglietto »¹³². En tête d'une page moins tourmentée, il appose la glose lapidaire et autodestructrice : « Gilt nichts »¹³³.

On a parfois suggéré que, de cette façon, pourrait être étudiée la genèse de la pensée et même observée la pensée qui s'étale sur la page – et, as-

¹²⁹Ce traité leibnizien pourrait en effet aisément faire office de catalogue pour exemplifier, sur un seul cas d'école, toute la palette des difficultés auxquelles les éditeurs contemporains d'une œuvre scientifique du dix-septième siècle pourraient devoir faire face.

¹³⁰Comme par exemple le *tantum* de A 20 (vol. I, p. 39) omis en C 40v, ou le *pondus* de A 24 (p. 45) omis en C 42v.

¹³¹Aux *specimina* déjà mentionnés ci-dessus on peut ajouter le cas exemplaire de la page C 136r, où les additions de Leibniz à B 223 sont ajoutées au texte de Bodenhause, qui évidemment ne les a jamais vues, par une autre main, peut-être celle d'Anton Brugmans

¹³²18 A, pp. 21, 26.

¹³³18 A, p. 12.

surément, l'on peut aussi surprendre le philosophe dans ses égarements et analyser ses moindres erreurs ; mais nous nous en passons¹³⁴.

D'un côté, cette apparente confusion nous fournit des indices sur les pré-occupations de Leibniz au moment où il entamait son œuvre. Ce *Traité Dynamique*¹³⁵ est conçu dès le commencement comme un ouvrage fondateur, au style souvent didactique et au procédé conceptuel et définitoire, similaire en cela aux traités que Leibniz avait connus déjà durant ses études. Cela dissimule et indique à la fois le programme de Leibniz : les pénibles analyses sur la composition de substances aux différents poids spécifiques préparent les lecteurs à l'étude du centre de gravité des corps composés, dont la décomposition en plusieurs parties à la forme géométrique simple, prépare à son tour l'introduction du calcul infinitésimal, quoiqu'avec réticence. Un « *inf* » raturé à la page A 77 (ici p. 75) nous révèle soudainement cet exercice d'auto-répression. Les controverses sur la nouvelle mathématique leibnizienne n'ont pas encore vraiment commencé. Cette façon de mettre en jeu le calcul sans que cela paraisse, peut-elle être considérée comme une marque de respect pour de possibles lecteurs tels que Huygens, ou comme l'effet de l'émulation du procédé encore plus réservé de Newton ? Ou plutôt la préparation du crescendo qui culmine dans le *Specimen calculi analytici* ? En tout cas, dans la *redactio prima* le deux thèmes du centre de gravité et du calcul infinitésimal s'avèrent comme la toile de fond à l'avant-scène de laquelle le jeu des notions statiques, mécaniques, et finalement dynamiques (en particulier le trio de *cause*, *force*, *action*) peut se dérouler.

Nous n'avons pas toujours respecté la séquence numérique des manuscrits de 18 A, ce qui s'explique par le fait qu'ils ont été réarrangés, ou désarrangés, ces remaniements n'étant pas nécessairement étendus mais pourtant perceptibles. Cependant, nous n'avons pas modifié leur structure de manière significative, ni proposé d'hypothèses de reconstitution ; nous avons seulement mis en ordre quelques sections où la succession des pages a été bousculée (on en trouve une indication dans la courte description des sources qui précède chaque section sous le titre de *Traditio*). Bien que nous nous soyons référés au *Conspectus operis* et à la *Tabula* que nous avons appelée *quam maxime completa* pour la structure générale, nous n'avons pas modi-

¹³⁴Par exemple, Leibniz fait quelquefois une fausse addition, ou s'embrouille avec les lettres qui marquent une figure. Mais on sait bien que cette dernière approche est vraiment appauvrissante, et que l'autre ne donne que très rarement des résultats convaincants.

¹³⁵Lettre de Leibniz à Bodenhause, 20-2-1690 : « J'envoie par M. le Baron Walther ici quelques choses qui appartiennent encore *ad tractatum dynamicum* » (A III, 4, p. 462).

fié les titres des sections et chapitres pour les aligner sur ceux qui y figurent, mais nous avons toujours reproduit ce qui se trouvait dans les manuscrits respectifs, en ajoutant seulement l'indication des parties et la numérotation des chapitres (en chiffres arabes, selon l'usage dominant de Leibniz) là où elles manquaient.

Dans la transcription intermédiaire, nous n'avons pas signalé, sauf dans quelques cas où il y avait une raison significative, les corrections apportées par le copiste (ou, dans la version finale, par Bodenhause) à son propre texte, ni, en règle générale, les réécritures par Leibniz du texte du copiste pour le rendre plus lisible.

L'orthographe des mots n'a pas été corrigée, sauf dans des cas expressément signalés et dans le cas du V majuscule dans le latin ; à l'exception de quelques cas particuliers, les abréviations ont été développées. Quant à la ponctuation, nous l'avons modifiée le moins possible. Nous avons conservé le point après les nombres, ce qui est parfois destiné à indiquer un ordinal. Nous avons aussi conservé les séquences de ponctuation-parenthèse comme dans l'original. Là où il y avait manifestement un point sans majuscule, nous avons introduit cette dernière et vice versa. Lorsque, par souci de lisibilité, nous avons introduit des signes de ponctuation, nous les avons placés entre [].

Enfin, nous avons soit reproduit les dessins de main de Leibniz, tirés des manuscrits, soit présenté dans la traduction du texte des figures redessinées. Nous en avons respecté ou, s'il était nécessaire, reconstitué la numérotation. En particulier, lorsque Bodenhause ne mentionne pas les numéros des images, nous les avons inclus en suivant la logique des insertions précédentes.

L'édition vise à une reproduction fidèle du texte manuscrit, avec le maximum de précision possible. Les variantes et les ratures, ainsi que les notes éditoriales et les références essentielles, sont le plus souvent données sous une forme similaire à celle utilisée par l'*Akademieausgabe*. Ce n'est que dans la *version complète* que des notes explicatives plus détaillées ont été ajoutées, dont le nombre a toutefois été limité grâce au Glossaire qui figure dans l'Appendice du second volume, à côté de la Bibliographie et d'un Tableau synoptique des manuscrits du *Traité Dynamique*.

Liste des abréviations

A	G.W. Leibniz, <i>Sämtliche Schriften und Briefe</i> , Leipzig-Berlin : Akademie der Wissenschaften 1923sq.
D	G.W. Leibniz, <i>Opera omnia</i> , 6 vv., éd. L. Dutens, Genevae : Fr. de Tournes 1767 (réimpr. Hildesheim : Olms 1989).
FC	<i>Lettres et opuscules inédits de Leibniz</i> , éd. L.A. Foucher de Careil, Paris : De Lagrange, 1894 (réimpr. Hildesheim : Olms 1975).
GM	<i>Leibnizens mathematische Schriften</i> , 7 vv., éd. C.I. Gerhardt, Berlin : Asher 1849-63 (réimpr. Hildesheim : Olms 1961-62).
GP	<i>Die philosophischen Schriften von G.W. Leibniz</i> , 7 vv., éd. C.I. Gerhardt, Berlin : Weidmann 1875-90 (réimpr. Hildesheim : Olms 1965).
Grua	<i>Textes inédits d'après les manuscrits de la Bibliothèque provinciale de Hanovre</i> , 2 vv., éd. G. Grua, Paris : PUF 1948.
DM	<i>Discours de métaphysique</i> .
Mon.	<i>Monadologie</i> .
NE	<i>Nouveaux essais sur l'entendement humain</i> .
PNG	<i>Principes de la Nature et de la Grâce fondés en raison</i> .
AT	<i>Œuvres de Descartes</i> , 11 vv., éd. Ch. Adam, P. Tannery, B. Rochot, P. Costabel, Paris : Vrin 1964-1974.
EN	<i>Le opere di Galileo Galilei. Edizione nazionale</i> , 20 vv., dir. A. Favaro, Firenze : G. Barbèra 1890-1909.
G	B. Spinoza, <i>Opera</i> , 4 vv., éd. C. Gebhardt, Heidelberg : C. Winters 1924.
It	A. Robinet, <i>G.W. Leibniz Iter italicum (mars 1689 - mars 1690). La dynamique de la République des Lettres</i> , Firenze : Olschki.
Dav	L. Davillé, <i>Leibniz historien, essai sur l'activité et la méthode historique de Leibniz</i> , Paris : Alcan 1909.

Fig., fig.	figura	ed.	editor
⟨ ⟩, ⟨ ? ⟩	incerte, conjecturaliter legitur	om.	omittit / omisit / omittitur
⟨ — ⟩	non legitur	L, L ₂	Leibniz, Leibniz (postmodum)
	novum paragraphum fecit	A	alia manu
acc.	accidentaliter	B	bibliothecarius
add.	addit / addidit / additur	Bh	Bodenhausen
corr.	corrigit / correxit / corrigitur	Br	Brugmans
del.	delet / delevit / deletur	C	copista

DYNAMICORUM PRIMA REDACTIO

[Tabula]

Traditio

L LH XXXV 11, 18C, f. 24^r

[24^r] DYNAMICA
DE POTENTIA ET LEGIBUS
NATURÆ CORPOREÆ

Specimen præliminare	5
Seçt. 1. De Quantitate Materiæ et de æstimatione in universum	
Cap. 1. De rerum æstimatione	
Cap. 2. De quantitate materiæ	
Cap. 3. De Duçtibus seu de æstimationum compositione	
Seçt. 2. De Motu et velocitate	10
Cap. 1. De Motu	
Cap. 2. De Motu uniformi	
Cap. 3. De Velocitate in motu æquidistributo	
Cap. 4. De Motu simul æquidistributo et uniformi	
Cap. 5. De Motu simplice	15
Seçt. 3. De Açtione et potentia	
Cap. 1. De Effectu et Açtione formali	
Cap. 2. De potentia motrice absoluta	
Seçtio 4. De Causa et Effectu activis	
Seçtio 5. De Centro Gravitatis et directione motus	20
Cap. 1. De centro gravitatis et quod tale centrum cuivis mobili attribui possit	
Cap. 2. De Motus directione et figura	
Seçtio 6. De concursu corporum	
Seçtio 7. Miscellanea ad usum præcedentium spectantia	25

6 in universum *add.* *L* 18 absoluta | Cap. *del.* | *L* 25 Miscellanea (1) circa *del.* (2)
ad *add.* *L* 25 spectantia *add.* *L*

[Tabula quam maxime completa]

Traditio

L LH XXXV 11, 18A, p. 239

DYNAMICA

De Potentia et Legibus Naturæ Corporeæ Tentamen scientiæ novæ[†]

[239]

5 Specimen præliminare

Seçt. 1. De Quantitate materiæ et de æstimatione in universum

Cap. 1. De rerum æstimatione

Cap. 2. De quantitate materiæ

Cap. 3. De ductibus seu de æstimationum compositione vel de ratio- nibus ordinatim compositis

10 Append. De calculo incrementalì

Seçt. 2. De Motu et Velocitate

cap. 1. De Effectu et Actione formali

cap. 2. De Potentia motrice absoluta

15 Seçt. 3. De Causa et Effectu Activis

[†]*In margine* Partes tres dynamicæ[:]

1 Dynamica simplex seu a rebus abstracta

2 Dynamica concreta composita

3 Varia dynamica

2 (1) Tent (2) De legibus (3) DYNAMICA *L* **6** et de æstimatione in (1) et ductibus in *del.* (2) et ... in *add.* *L* **7** (1) Seçt. 2 *del.* (2) Cap. 1 *L* **9** de *add.* *L* **9-10** vel ... compositis *add.* *L* | *add.* de *add.* et *acc. non del., del. ed.* | *L*₂ **11** Append. ... incrementalì *add.* *L* **4.12-5.4** Seçt. 2. ... Seçt. 5. *del.* *L* **13** De (1) Actione *del.* (2) Effectu *L*

In not. marg.: 1 (1) abstracta a rebus *acc. non del., del. ed.* contemplationis *del.* (2) | 2. Dynamica *add. et del.* | (a) abstracta (b) abstracta seu simplex *del.* | (3) Dynamica *add.* | simplex ... abstracta *add.* | *L*

Seçt. 4. De centro gravitatis et motus directione	
cap. 1. De centro gravitatis et quod omni mobili tale centrum attribui possit	
cap. 2. De motus directione et figura	
Seçt. 5	
Seçt. 2. De Motu in Genere et speciatim de motu invariato [et velocitate, 5	
sed potissimum de invariata seu sub notione simpliciore accepta] [†]	
cap. 1. De Motu	
cap. 2. De Motu uniformi	
cap. 3. De velocitate in motu æquidistributo	
cap. 4. De motu simul æquidistributo et uniformi	10
cap. 5. De Motu simplice [‡]	
Seçt. 3. De actione et potentia	
cap. 1. De Effectu et Actione formali	
cap. 2. De Potentia	
[Textum in margine a Leibnitio hic incommode additum]	
Partis I. Sectio I. De motu difformi ^{††}	15
Cap. 1. De tractu seu spatio per motum absoluto.	
Cap. 2. De velocitate in universum.	
Cap. 3. De gradibus velocitatis in motu varie difformi.	
Seçt. 2. Phorometrica.	
Cap. 1. De quantitate motus seu impetu.	20
Cap. 2. De quantitate translationis seu effectu motus.	
Cap. 3. Conspectus phorometricæ	
Cap. 4. De calculo analytico pro phorometria dinamica	
Pars II. Sectio I. De causa et «effectu»	
Seçt. 2. De centro et directi[one]	25
Seçt. 3. De concursu	
Seçt. 4. De machinis.	
Seçt. 4. De Causa et Effectu Activis, seu de vi absoluta concreta, mortua et	
viva	

[†]*In margine* Addenda esset seçtio phorographica

[‡]*In margine* Addendum caput 6. de motu accelerato et retardato

^{††}*In margine* Et præter motum in rationes venit consideratio causæ

5 | in ... invariato *add.* | invariata *acc. non del., del. ed.* | L₂ 5-6 [et] *add.* L 5-6
, sed ... accepta *add.* L₂ 12 actione | formali *del.* | L 12 potentia | absoluta *del.* |
L 14 Potentia | (1) absolut (2) motrice absoluta *del.* | L 15 (1) Seçt. 1. *del.* (2)
Partis L 15 difformi (1) hæc *del.* (2) Cap. 1. De quantitate motus seu impetu Cap. 2.
De quantitate translationis seu effectu motus formali *del.* L 18 De | motu varie *del.* |
L 24 et «effectu» *add.* L 26 concursu | Seçtio *del.* | L 28 (1) Seçt. 4. De centro
gravitatis et motus *del.* (2) Seçt. 4. L 28-29 , seu ... viva *add.* L₂ 28 de (1) $\longleftrightarrow$ vi
absoluta *del.* (2) vi ... concreta *add.* L₂

Seçt. 5. De Centro gravitatis et directione motus seu de vi directiva
cap. 1. De centro gravitatis et quod tale centrum cuivis mobili attribui
possit

cap. 2. De motus directione

5 Seçtio 6. De concursu corporum seu de vi respectiva ad cæterarum consi-
derationem accedente[†]

Seçtio 7. Miscellanea circa usum præcedentium

Post sectionem de concursu corporum seu vi respectiva poni posset[:]

Seçtio de Resistentia Firmi et Fluidi

(ubi mea specimina

10 Seçtio de Physica motuum Compositione

(ubi mea Tentamina Astronomica (hic sollicitationis definitio in ge-
nere, quod sit «sollicitatio» nova impressio infinite parva quæ priori
impetui accedens dat motum.) Hic de motu terræ si fingeretur quod
graviorum descendendum linea incidentiæ [*desinit abrupte*] Angelis et

15 Borelli

Seçtio de elastico. Soni propagatio, qua velocitate.

[*Textum a Leibnitio in margine additum*]

Pars 1. De dynamicis simplicibus seu a rerum systemate ac movendi causa
abstractis.

20 Pars 2. De dynamicis concretis ubi corpora in communi systemate versa
intelliguntur

[†]*In margine* Addenda forte seçtio de applicatione virium seu de machinis

1 seu de vi directiva *add.* L₂ 4 directione | et figura *del.* | L 5-6 seu de vi respectiva
ad cæterarum considerationem accedente *add.* L₂ 7 Seçtio 7. (1) Specimina *del.* (2)
Miscellanea L 11 hic | de *del.* | L 12 «sollicitatio» *add.* L 13 quod | (1) in ea (2)
non *del.* | L 16 (1) Cap. de Res *del.* (2) Seçtio L 16 Soni ... velocitate *add.* L
17 Pars | Part. *corr. ed.* | L 19 Pars | Part. *corr. ed.* | L 19 concretis (1) quatenus *acc.*
non del., del. ed. (2) ubi *add.* L₂ 19 corpora (1) sed *acc. non del., del. ed.* (2) in L₂

14-15 Angelis et Borelli *vide*: G. A. Borelli, *De vi percussiois liber*, Bononiæ: I. Monti
1667; *De vi percussiois, et motionibus naturalibus a gravitate pendentibus, ... una cum*
eiusdem actoris responsionibus in Animadversiones ... Stephani de Angelis ad librum De
vi percussiois, Lugduni Batavorum: P. Vander Aa 1686, forsan pp. 244 sqq.; S. Degli
Angeli, *Terze considerationi sopra una lettera del molto illustre, & eccellentissimo signor Gio.*
Alfonso Borelli, Venetia: Heredi Leni 1668; S. Degli Angeli, *Quarte considerationi sopra la*
confermatione d'una sentenza del Sig. Gio. Alfonso Borelli, Padova: Cadorin 1669.

[*Uterior additio Leibnitii in margine*]

- Seçt. 4. De motus etiam variati tractu et velocitate
 1. De tractu seu spatio per motum absoluto
 2. De velocitate in universo
 Cap. 3. De gradibus velocitatis in motu varie difformi
 Seçt. 5. Phorometrica difformium
 1. De quantitate motu seu impetu
 2. De quantitate translationis seu effectu motus formali
 3. Conspectus phorometricus
 4. Specimen calculi analytici pro phorometria dinamica.

5

I | (1) Seçt. 4. «de phoro»metrica genera«tim» *del.* | (2) De velocitate etiam (3) De velocitate (a) variata (b) etiam variata *add. et del.* | (4) Seçt. ... velocitate *add.* | **L** **I** De (1) motu etiam variato *corr.* (2) motus ... variati **L** **I** tractu et velocitate *add.* **L** **3** in universo *del. et rursus add.* **L** **4-5** Cap. ... difformium *add.* **L** **6** 1. 3. *corr.* **L** **7** 2. 4. *corr.* **L** **8** 3. 5. *corr.* **L** **9** 4. 6. *corr.* **L**

[Alia tabula cum accurata ratione 5. sectionis]

Traditio

L LH XXXV 11, 18A, pp. 240-242

De lege naturæ circa corporum potentiam demonstrationum specimen[†] [241]

Seçt. 1. De quantitate Materiæ et de ductibus in universum

Cap. 1. De rerum æstimatione. C. 2. De quantitate materiæ. C. 3. De ductibus.

Seçt. 2. De motu et velocitate. Cap. 1. De motu. Cap. 2. De motu uniformi. C. 3. De velocitate in motu æquidistributo. C. 4. De motu simul æquidistributo et uniformi C. 5. De motu simplici[‡]

Seçt. 3. De actione et potentia. Cap. 1. De actione et effectu formale. C. 2. De potentia motrice absoluta

Seçt. 4. De Causa et effectu activis

Seçt. 5. De centro gravitatis et directione motus. Cap. 1. De centro gravitatis. Cap. 2. De motus directione et figura

Seçt. 6. De concursu corporum

Seçt. 7. De applicatione legum ad resistentias solidorum et fluidorum, motus cœlestes, etc.

Seçt. 5. Cap. 1. Prop. 2. Sustentans eodem modo premitur si tota gravitas collecta in centrum. Prop. 5. Omne extensum grave habet centrum gravitatis et quidem unicum.

[†]In p. 240: Inter modum explicandi effectus per compositionem motuum, et per generalem considerationem effectus et causæ, non interest quod inter eum qui problemata Geometrica solvit per speciales quasdam constructiones commodæque aut per analysin generalem. Prius sufficit, posterius plus habet elegantiae magisque afficit mentemque illustrat.

[‡]In margine add. cap. 6 De motu accelerato et retardato

2 (1) Specimen *add. et del.* (2) De ... specimen *add.* L 3 | (1) De mat (2) DE Quan *del.* | (3) || Seçt. 1. L 3 de *add.* L 3 universum | Cap. 1. de quantitate *del.* | L 4 æstimatione. | Cap. *del.* | L 9 actione (1) C. 2. De effectu *del.* (2) et ... formale *add.* L 10 absoluta *add.* L 17 Sustentansans L *corr. ed.* 18 in *add.* L In not. marg.: commodæque | et *del.* | L

Seçt. 5. Cap. 2. De motus directione. Prop. 1. De motu in diagona-
 li. Prop. 3. Omnis motus rectilinei dant rectilineum. Prop. 11 Si puncta
 quotcumque in rectis parallelis etiam centrum nisi quiescat. Et si punc-
 torum motus proportionalis erit et centri. Prop. 12. Via centri ducta in
 pondus aggregatum omnium punctorum pallelle motorum æquatur sum- 5
 mæ punctorum ex viis suis ductorum per prop. 13 etiam. Prop. 11 et 12
 etiam locum habent in motibus punctorum æquidirectis licet curvis. Prop.
 15. Via centri gravitatis mensuranti descriptura si viæ puncti ferantur lineis
 eundem angulum facientibus ad superficiem.

Prop. 16. Eadem φænomena per varias hypotheses obtineri possunt. Et 10
 si phænomena effici possunt per motus uniformes rectilineos poterunt et
 effici adhuc aliis modis innumeris mobili datum assignando motum.

Prop. 17. Si motus punctorum in lineis rectis et centrum gravitatis est
 in linea recta.

Prop. 18. Punctum habens varios conatus simul tendit ad centrum gra- 15
 vitatis terminorum sed conatu multiplice per motus punctorum. Prop. 19.
 Idem est in figura intra terminos conatum exprimente.

Seçtio 6. De concursu. Prop. 1. Servata summa absoluta «virium». Prop.
 2. Elastum corpora dirimit proportionaliter reciproce. P. 3. Item de plu-
 ribus corpori[bus] aggre[g]atis, dividendo in duo reciproce moventur «—». 20

Prop. 5. Nulla corpora inflexilia. 6. Corpora non agunt immediate invi-
 cem motibus suis nec moventur nisi a suis elastis. 7. Eadem vis respectiva
 in quocunque corpore sit motus. 8. Corpora respectivis velocitatibus venen-
 tia tota vi sua invicem agunt et qua velocitate venere reflectuntur. Prop. 9.
 Vis respectiva qua corpora invicem agunt est ea pars vis absolutæ quæ ha- 25
 betur corporibus tribuendo velocitates reciproce proportionales ex quibus
 sequatur præsens celeritas respectiva.

[10]. Vis agendi respectiva non mutat quantitatem per eorum actionem
 in se invicem nec inde mutatur celeritas respectiva modo corpora non nisi
 invicem agant et patiantur, nec portio virium ab eorum partibus retineatur. 30
 Quæ autem de duobus dicta sunt ad plura producuntur ut prop. 3 et 7.
 Prop. 11. Potentia absoluta corporum agendi invicem componitur ex vi
 respectiva et progressiva. 12. Non mutatur per concursum vis progressiva
 seu vis directionis in summa compositi ex pluribus corporibus ante et post
 concursum. Et proinde in per se libere motis eadem quantitas non quidem 35
 motus sed tamen progressus secundum quascumque parallelas eademque

4 12. (1) Ducta del. (2) Via ... ducta add. L 6 per ... etiam add. L 7 æquidirec-
 tis | «pro» del. | L 10 possunt | (1) Si (2) «—» del. | L 15 18. | rect del. | L 28 9
 corr. ed. (1) Celeritas corr. L

celeritas centri gravitatis totius compositi remanebit. Nec refert corpora sint mollia an dura seu perfecte elastica.

13. Tum demum eadem manet quantitas motus ante concursum et post concursum cum et ante concursum corpora ibant simul ad easdem partes, et post eundem rursus simul eunt ad easdem, non vero ad contrarias sibi partes secuti alias.

14. Si corpora moveantur libere ex vi semel impressa quaecumque sint hypotheses φ ænomenis corporum quoad situs inter se satisfaciens in causa eadem prodibunt φ ænomena et in effectu seu hypotheses [diversæ a se] invicem discerni non possunt.

Prop. 15. Si motus communis rectilineus corporibus addatur eadem manent eorum actiones mutuæ eademque φ ænomena inter ipsa. Et si corpora plura præter motus proprios (velut naves) motu etiam rectilineo ferantur nihil inde mutatur quoad proprios motus. [242]

15 Prop. 18 Si in corporum concurrentium composito ex concursu gyrys oriatur, is fit circa centrum commune gravitatis et motibus contrariis reciproce proportionalibus seu respective æqualibus utrinque compensatur. Atque ita et vis respectiva eadem et vis progressiva seu progressus dicti centri rectius uniformis conservatur ut in motibus rectilineis ita et in circularibus uniformibus aliisque curvilineis qui horum compositione nascuntur. Quod si tales non sint motus, saltem tales intelligi possunt conatus et speciatim ultimus conatus ante concursum, qui proinde dictos per se motus, vel saltem si impediuntur tales rursus conatus producent summam directionis conservantes.

25 Prop. 19. Non tantum in corporibus rectilineis (ut hætenus ostendimus) sed et in universum vera est quam stabilivimus naturæ lex de æquipollentia Hypothesium seu quod Hypothesis semel respondens φ ænomenis præsentibus respondebit semper adeoque et φ ænomenis consequentibus quomodocunque corpora agant inter se, modo scilicet corporum systema sit cum aliis incommunicans, seu nullum superveniat agens externum.

Prop. 20. Corporum firmitas seu partium cohæsiō oritur a motu seu conatu unius corporis versus aliud impulsu.

Prop. 21. Corpus omne gradum aliquem habet firmitatis in omnes partes. 22. Vacuum dari legibus naturæ consentaneum non est.

35 23. In motu composito ex duobus angulum rectum facientibus eadem

2 dura | $\langle \rightarrow \rangle$ del. | L 4 simul add. L 9 [diversæ a se] hic chartæ margo dirutus, add. ed. de ms. C 17 utrinque | $\langle \text{confereatur} \rangle$ del. | L 25 corporibus Sane motibus ed. . 27 φ ænomenis | præ del. | L 34 22. ... est. add. L 35 23 | 22 corr. | L

est potentia absoluta in motu composito secundum directionem diagonalis quæ est in ambobus motibus secundum latera rectanguli simul sumtis.

24. Ictus corporum concurrentium fit secundum rectam perpendicularem ad planum contactus in puncto concursus quatenus ex directione ejus ipsa motus directio componitur. 5

Prop. 25. Si corpus incurrens totam vim servat anguli incidentiæ et reflexionis sunt æquales anguli scilicet ad planum contactus.

[Epistola dedicatoria]

Traditio

L LH XXXV 11, 18 C, ff. 25^r-26^v

E GM 6, pp. 283-284.

Scientiæ quam novam appellare ausim, tentamenta quædam, SERENIS-
SIME DUX, in regia vestra relinquo, insignium quos habes in his aliisque
literis virorum iudicio, si videbitur publicanda. Cæterum nemini majori
5 jure, si quid in his est boni[,] quam ei Principi debebatur, qui hæreditario
jure a divis majoribus non populorum magis quam scientiarum curam pos-
sessionemque accepit; et summo iudicio ac splendore tantum decus tuetur.
Tuæ familiæ Europa translatam ad Italos Græciam; et cunabula debet rena-
scentium literarum. Sed tanto beneficio contenti non fuistis. Majus aliquid
10 a vobis orbi datum est, veritates scilicet inauditæ seculis, in rerum arcana
admissi sumus.

Vobis enim faventibus nata, vestra cura suscepta atque educata sunt im-
mortalia Galilæi monumenta, quæ inscripta cœlo Medicea nomina per-
petuo posteritatis consensu loquentur. Vobis natura divites sinus aperuit,
15 et nova sidera atque inexpectatam Mundi faciem ostendit. In vestra ditio-
ne nova Motuum doctrina effulsit, unde pendulorum auxilia, ad tempora
metienda, et spatia locorum dijudicanda tanto fructu prodire. Hoc vere

2 appellare (1) audeo *del.* (2) ausim *add.* L 3 DUX, (1) | mea *del.* | in regia (a) tua *del.* (b) vestra *add.* (aa) relicta, *corr.* (bb) relinquo | iudic *del.* | L 3 insignium (1) apud Te *del.* (2) quos habes *add.* L 4 videbitur | publ *del.* | L 4 nemini | re *del.* | majore *corr.* | L 5 jure, | debebatur *del.* | si ... boni *add.* | L 5 debebatur *add.* L 6 jure (1) «divis» a *del.* (2) a divis *add.* L 6 majoribus | (1) non minus (2) non (a) scientiarum minus glori (b) ditiones *corr.* (c) ditionum magis quam scientiarum (d) po *del.* | L 6-7 possessionemque *add.* L 8 Tuæ | Genti *del.* | L 8-9 nascentium | nascentium *corr.* | L 9-10 fuistis (1) , majus (2) . Majus aliquid (a) generi (b) | humana *corr.* | (c) humano generi vobis (d) | a ... orbi *add.* | L 10 scilicet *add.* L 10 seculis, per quas (1) quibus *del.* (2) per quas *add.* L 11 sumus. (1) In vestra enim ditione nata sunt immortalia Galilæi monumenta *del.* (2) Vestro *add. et del.* (3) vestro favore suscepta atque educata sunt immortalia Galilæi monumenta *del.* L 12 vestra (1) benignitate *del.* (2) cura *add.* L 14 Vobis | primis *del.* | L 16 effulsit, | cui hoc *del.* | L 16 auxilia, | et temporis metiendi *del.* | L 17 prodire. | (1) Sed (a) ea (b) privatim ea res «agn» (2) Hoc «→ demum est *del.* | L

dignum Principe est beneficentia ampliare limites suos, et meritis late patentibus genus humanum complecti. Ad me vero nunc privatim agnoscendi publici debiti gratitudo pertinet in limine operis, quod prosequitur cœpta Galilæi. Ille fundamenta jecit, nos parietes quosdam erigimus; erunt qui cætera absolvant et fastigia paulatim imponant.

[26r] Ille quidem Motuum accelerationem a gravitate profectam in lucem protulit[;] nos initiis illis adjuti invenimus veram potentiæ corporeæ estimandæ rationem, unde jam generales quædam rerum leges sane admirabiles nascuntur, et parum cognita hæctenus corporis ac motus natura magis magisque patet; magno etiam ad pietatem fructu.

Nunc enim sese paulatim aperit incredibile Conditoris artificium in generali virium materiæ dispensatione. Ut quod optavit Socrates a bono, a pulchro a fine reddi rationes rerum naturalium paulatim assequi videamur. Id vero est totidem hymnos divinæ magnitudini canere, et quod majus est ipsam audire creaturarum universitatem incredibili majestate suavitateque Autoris immensi sapientiam celebrantem. Sed hæc latius ista loquetur meditantibus tractatio, mihi causas devotæ ac debitæ oblationis nunc dixisse satis esto.

1 est | beneficiis ampliare *del.* | L 1 ampliare | (1) j (2) jurisdicti *del.* | L 1 limites (1) et (a) bona (b) orbem terrarum (c) genus humanum *del.* (2) suos *add.* L 1 et *add.* L 2 complecti. (1) Sed *corr.* (2) Ad L 2 nunc | privatam *corr.* | hæc agnoscendi *del.* | L 2-3 agnoscendi (1) nunc hæc *del.* (2) publici debiti *add.* L 3 pertinet | (1) S (2) qui (3) qui (4) quem (5) hæc enim ipsum *del.* | L 4 parietes (1) educimus *del.* (2) quosdam erigimus *add.* L 4 erigimus; (1) erit *del.* (2) erunt *add.* L 5 cætera absolvant et *add.* L 6 (1) Equidem *del.* (2) Ille | quidem *add.* | L 6 gravitate | potissimam *del.* | L 6-7 profectam (1) in lucem eduxit; (a) potentiæque naturam (b) sed potentiæ naturam (aa) et (bb) et nat (cc) veras naturæ leges in universum *del.* (2) in lucem protulit *add.* L 7 corporeæ *add.* L 8 quædam (1) naturæ *del.* (2) rerum *add.* L 8-9 sane (1) admirabiles, (a) et incognit (b) parum (2) admirabiles | constituuntur, et *del.* | L 9-10 magis magisque *add.* L 10 fructu. Intelligitur enim totam naturæ vim rati naturam omnia mi miris artificiis sum intelliguntur admira *del.* L 11 enim (1) magis magisque *del.* apparet *acc. non del., del. ed.* (2) sese ... aperit *add.* L 11-12 in (1) rerum *del.* (2) Mundi corporum *add. et del.* (3) generali (a) rerum (b) virium materiæ *add.* L 12 materiæ *add.* L 13 reddi (1) causas (a) rer (b) naturalium *del.* (2) rationes *add.* L 13 videamur | videatur *corr.* | L 14 divinæ (1) Majestati *del.* (2) magnitudini *add.* L 14 canere, (1) aut potius ipsam audire naturam *del.* (2) et ... est *add.* L 15 audire (1) rerum *del.* (2) creaturarum *add.* L 16 latius (1) ipsa *del.* (2) ista *add.* L 17 mihi (1) «do—» rationem *del.* (2) causas *add.* (a) devotior— *corr.* (b) devotæ L 17 nunc (1) reddidisse *del.* (2) dixisse *add.* L

De Lege Naturæ circa corporum Potentiam Demonstrationum Specimen

[17]

Traditio

L LH XXXV, 10, ff. 1^r-2^v

Cum invenerim potentiam corporum non ut vulgo creditur, in
quantitate motus seu facti ex magnitudine ponderis in velocitatem
5 consistere, neque adeo in transferenda de corpore in corpus potentia ean-
dem motus summam conservari, ut Cartesianis maxime persuasum est; sed
hanc potius Naturæ Legem esse ne violato rerum ordine per exces-
sum effectus supra causam ad notum perpetuum, (quem absurdum esse
pro certo sumo et ad hoc absurdum adversam sententiam redigi ostendo)
10 perveniatur, ut effectus integer causæ suæ plenæ æquivaleat;
ideo vim ratiocinationis meæ evidentissimis demonstrationibus complecti
operæ pretium judicavi ut paulatim vera novæ de Potentia et Ac-
tione scientiæ, quam Dynamicen appellare possis Elementa
condantur, quorum initia quædam peculiari tractatione sum complexus,
15 unde nunc præsens specimen excerpere volui, ut excitentur ingenia ad in-
quisitionem veritatis, et pro imaginariis naturæ Legibus genuinæ recipian-
tur. Apparebit hinc quam intuitum sit in Mathematicis ex verisimilibus ar-
gumentis aliquid affirmare, cum vires duorum æqualium ponderum inæ-
qualibus velocitatibus præditorum non sint ut velocitates, sed ut causæ ve-
20 locitatum, exempli causa ut altitudines ex quibus descendendo velocita-
tes illas acquirere potuerunt. Constat autem velocitates non esse in ratione
altitudinum, sed in ratione earum subduplicata. Unde jam aliud parado-
xum sequitur facilius esse gradum velocitatis corpori quiescenti imprimere,

6 conservari, | sed *del.* | L 6-10 sed (1) hoc potius a natura curari *del.* (2) hanc ...
perveniatur *add.* L 8 esse | assumo *del.* | L 9 sumo | perveniatur *del.* | L 10 ple-
næ | (1) sit (2) æquivaleat, ne excedente effecti in motuum perpetuum mechanicum
incidatur quemadmodum ex adversa sententia sequitur *del.* | (3) æquivaleat *add.* |
acc. non del., del. ed. | quam si violare daretur, motum perpetuum mechanicum obtine-
ret facile foret qui etiam ex adversa sententia sequitur, quod ego absurdum esse arbitror
del. | L 11 meæ | sequerit *del.* | L 11 evidentissimis | ad omnium captum *add. et*
del. | L 12 pretium judicavi (1) putavi *del.* (2) judicavi *add.* L 15 specimen (1)
excerpendum *corr.* putavi *del.* (2) excerpere | volui *add.* | L 16 veritatis, | et pro fictis
naturæ Legibus veræ recipiantur *del.* | L 16 Legibus | veræ *del.* | L 18 æqualium *add.*
L 19-20 causæ ... ut *add.* L 21 non *add.* L 22, sed ... earum *add.* L 23
sequitur | difficilius esse *del.* | L

quam eidem jam in motum concitato eundem gradum dare adhuc semel
 sic ut velocitas ejusdem directionis duplicetur. Cujus contrarium tamen ex
 male intellecta doctrina compositionis Motuum indubitatum videri pote-
 rat. Ne quis autem logomachiam subesse, aut de varia acceptione potentiae
 litigari suspicetur; sciendum est id quæri (exempli causa) quantam corpus 5
 unius (si placet) libræ antea quiescens velocitatem accipere debeat si po-
 tentia vel actio tota corporis 4 librarum velocitate unius gradus præditi, in
 ipsum sit transferenda; ita ut corpus quadruplum ad quietem redigatur solo
 motu simpli remanente. Vulgaris opinio est, sed Cartesianorum scriptis ma-
 xime consentiens celebrata, accepturum esse velocitatem quatuor graduum; 10
 mea sententia est non nisi gradus duos accipere posse. Illi sic statuunt ut
 eadem servetur quantitas motus, quam cum potentia confundunt; ego ut
 eadem servetur quantitas potentiae, id est æqualitas causæ et effectus, ne hoc
 excedente motus perpetuus oriatur. Sed tempus est ut ad demonstrationem
 veniamus. 15

PROPOSITIO

Si omnis potentia corporis quatuor librarum velocitate
 unius gradus in horizonte moti transferri debere ponatur
 in corpus unius libræ antea quiescens; ita nimirum ut vi-
 cissim quiescente deinde corpore quatuor librarum in so- 20
 lo corpore unius libræ supersit motus; tunc fieri non po-
 test ut servetur eadem quæ antea erat, quantitas motus,
 corporique unius libræ velocitas quatuor graduum tribua-
 tur, et omnino fieri non potest ut velocitatem accipiat
 duobus gradibus majorem. 25

2 ejusdem directionis *add.* L 2 duplicetur. (1) Quod *del.* (2) Cujus contrarium *add.*
 L 4 subesse | suspicetur *del.* | L 5 quæri | (exempli causa) *add.* | (1) si corpus (2)
 si corpus quadruplum velocitate simpla præditum transferre deberet omnem vim suam
 in corpus simplum quiescens, ita ut postea quadruplo (a) quiescente simplum solum in
 mo (b) ad quietem redacto simplum (aa) solum in motu esse (bb) solum sit in motu;
 quantam velocitatem corpus simplum accipere oporteat. Vulgaris (aaa) sententia (bbb)
 opinio est, sed Cartesianorum maxime, (aaaa) accipere (bbbb) corpus simplum acceptu-
 rum esse velocitatem quadruplam ejus quam habuerat (aaaaa) corpus simplum (bbbbb)
 corpus quadruplum; mea vero (aaaaaa) est (bbbbbb) sententia est, hoco loco demon-
 strata, non nisi duplam accepturum esse, aut motum perpetuum, id est absurdum, sequi.
 || PROPOSITIO (3) quantam in Casu sequentis *del.* | L 6 libræ (1) in casu sequentis
 propositionis *del.* (2) antea quiescens *add.* L 6-9 si ... remanente *add.* L 9 Carte-
 sianorum | dogmatibus *add. et del.* | scriptis *add.* | L 10 consentiens celebrata *add.* L
 22 quæ (1) ante *del.* (2) antea erat, *add.* L

LEMMA *prædemonstratum*,
tribus prioribus Demonstrationibus secuturis commune

[1v]

Altitudines perpendiculares gravium sunt ut quadrata
celeritatum quas ex illis altitudinibus descendendo acqui-
5 rere possunt, vel quarum ope sese ad illas ipsas altitudi-
nes possunt attollere. Hæc propositio est Galilæi, demonstrata ex
natura motus gravium uniformiter accelerati, recepta a Mathematicis, et
experimentis multiplicibus comprobata.

Demonstratio prima

10 AXIOMA. Ejusdem est potentiæ attollere quatuor libras ad
unum pedem, et attollere unam libram ad quatuor pedes.

Hoc concesso ponamus corpus A 4 librarum, vi velocitatis suæ quæ
est unius gradus ascendere posse ad altitudinem (perpendicularem scilicet)
unius (si placet) pedis; si verbi gratia in pendulo, vel plano inclinato sic
15 moveatur, ut vim sursum dirigere possit. Ergo corpus A habet potentiam
attollendi 4 libras (corpus scilicet proprium), ad altitudinem unius pedis.
Vel quod eodem redit (per Axioma præcedens) unam libram ad quatuor
pedes. Rursus si vi velocitatis unius gradus corpus A attollitur ad pedem
unum, utique vi velocitatis quatuor graduum B attollitur ad pedes 16 (per
20 Lemma ex Galilæo præmissum) itaque corpus B habet vim attollendi li-
bram, (corpus scilicet proprium) ad pedes 16. Ergo quadruplo major est
potentia ipsius B , quam ipsius A , quod libram non nisi ad quatuor pedes
attollere posse ostendimus contra hypothesin, qua eandem quæ in A erat
potentiam, in B transferri postulabatur.

25

Demonstratio secunda

AXIOMA. Non datur motus perpetuus Mechanicus.

Hoc concesso sit corpus A quatuor librarum in horizonte ${}_2A_3A$ incedens
velocitate unius gradus [Fig. 1, p. 26]. Hujus omnis potentia transferri ponat-
tur in corpus B unius libræ quiescens in loco ${}_1B$; ita ut deinde moveatur

1 | (1) Demonstratio prima || Ex Axiomate (2) L (3) LEMMA PRÆDEMONSTRATUM (a)
: ↔ (b) commune tribus prioribus del. | (4) Lemma L 2 secuturis add. L 18 A add.
L 20 Lemma | Gali del. | L 22 quod del. et rursus add. L

6 Galilæi vide: G. Galilei, *Dialogo ... sopra i due massimi sistemi del mondo*, Firenze:
G.B. Landini 1632, Giornata prima; EN VII, 46-47; *Discorsi e dimostrazioni matematiche*,
intorno a due nuove scienze attenenti alla mecanica e i movimenti locali, Leiden: Elsevirii
1638, Giornata prima; EN VIII, 138.

solum B per ${}_1B_2B$, ipsum vero A quiescat in ${}_3A$. Dico fieri non posse ut
 quantitas motus in B fiat æqualis quantitati motus qui fuit in A , seu ut B
 accipiat velocitatem 4 graduum vel etiam aliam maiorem duobus. Accipiat
 enim quatuor gradus, si fieri potest; et ponatur (quod fieri potuit) corpus A
 velocitatem suam ut 1, accepisse descendendo ex altitudine perpendiculari
 ${}_1AH$, unius pedis, per planum inclinatum ${}_1A_2A$. Ponatur deinde B accepta
 velocitate ut 4, ascendere quantum potest per acclivitatem ${}_2B_3B$; ascendet
 ad altitudinem ${}_3BM$ 16 pedum (per Lemma ex Galilæo præmissum.) Ad-
 sit jam statera quædam ${}_3AL_3B$, pertingens a ${}_3A$, loco in quo quiescit A in
 horizonte ad ${}_3B$ locum ad quem ascendit B , ita divisa in hypomochlio seu
 centro L ut sit brachium L_3B paulo majus quadruplo brachii L_3A , exempli
 causa quintuplum. Igitur B elevatum in ${}_3B$ vi sui impetus, ut incidere ibi
 possit in stateram, præponderabit in statera ipsi A , in altero extremo ${}_3A$ po-
 sito; quia cum A sit quadruplum ipsius B , distantia tamen ipsius B a centro
 L major est quam quadrupla distantia ipsius A . Itaque B descendens usque
 ad ${}_4B$ in horizontem HM attollet A ex ${}_3A$ in ${}_4A$. Jam ex ${}_4A$ et L demittantur
 in horizontem perpendiculares ${}_4AP$ et LN . Itaque quia ${}_3BL$ est quintupla
 (si placet) ipsius ${}_3AL$, erit ${}_3AL$ sexta pars ipsius ${}_3A_3B$, ergo et LN sexta pars
 ipsius ${}_3BM$. Rursus ${}_4A_4B$ est ad ${}_4BL$ ut 6 ad 5; ergo et ${}_4AP$ erit ad LN ut 6
 ad 5. Jam LN ad ${}_3BM$ ostensa est esse ut 1 ad 6. Ergo ${}_4AP$ est ad ${}_3BM$ ut 1 ad
 5, seu ${}_4AP$ est quinta pars 16 pedum. Ergo cum initio habuerimus corpus
 4 librarum A elevatum tantummodo ad pedem unum ${}_1AH$, nunc habemus
 idem elevatum ad tres pedes cum una quinta; tanta enim est altitudo ${}_4AP$.
 Atque ita corpus vi solius descensus sui et eorum quæ per potentiam inde
 productam sunt effecta, sese ipsum prope quadruplo altius extulit, quam
 erat ante. Quod est absurdum (per Axioma proxime præcedens). Motus
 enim perpetuus sic habetur in promptu. Nam fieri (exempli causa) potest
 ut grave A ex ${}_4A$ rursus decurrat in ${}_1A$, et inter decurrendum per altitudi-
 nem plusquam duorum pedum operationes aliquas Mechanicas desideratas
 præstet, (veluti pondera alia eleve, ligna secet, similiaque agat) et nihilo-
 minus deinde in ${}_1A$ rediens, ubi initio fuerat, in statu sit eundem lusum
 repetendi. Nam et B in locum priorem ${}_1B$ iterum redire potest, si ipsum
 in ${}_4B$ existens, non prorsus in horizontem HM descendisse, sed tantillo al-
 tius mansisse ponatur, ut decurrere potuerit ex ${}_4B$ in ${}_1B$. Unde omnibus in

3-4 graduum (1). Sit enim ut 4 del. (2) Accipiat enim 4 gradus add. et del. (3) vel ...
 gradus, add. L 4 fieri | potest del. | L 5 descendendo | ex altitudine ${}_3BM$ 16 pedum
 per del. | L 17 in horizontem add. L 23 ad | sedec del. | L 27 habetur | in pr del. |
 L 27 promptu. (1) Fieri corr. enim del. (2) Nam add. fieri L 30 præstet, | pondera
 del. | L 34 ex | ex del. | L

tatem quæ non sit minor duobus gradibus; ne scilicet ultra (*B*) altitudinem 4 pedum ascendere possit.

Scholion

Modum quo revera effici potest ut totius alicujus corporis dati *A* potentia data transferatur in aliud datum corpus *B* antea quiescens, ita ut deinde 5 vicissim quiescat *A*, et solum moveatur *B*; explicui in specimine Elementorum Dynamicorum. Hoc loco sufficit eam translationem tanquam possibilem concipi, ut ex hypothesi intelligatur data velocitate ipsius *A*, quantam accipere debeat *B*, ut potentiam ipsius *A* æquet. Certe duæ potentiæ (ut corporis 4 habentis velocitatem 1, et corporis 1. habentis velocitatem 4) æquales esse non possunt, si una in locum alterius substituta motus perpetuus oritur.

[2 v]

Demonstratio quarta

ex abstractis a materia sensibili motuum rationibus

Actio faciens duplum tempore simplo est dupla actionis, facientis duplum tempore duplo. 15

Actio faciens duplum tempore duplo est dupla actionis facientis simplum tempore simplo.

Ergo Actio faciens duplum tempore simplo est quadrupla actionis facientis simplum tempore simplo seu eodem. 20

Sed operæ pretium est rem exponere paulo fusius. Sit *L* actio percurrendi spatium simplum tempore simplo, et *M* actio percurrendi spatium duplum tempore duplo, et denique *N* actio percurrendi spatium duplum tempore simplo. Hæc autem semper intelliguntur de Motu liberrimo, qualis est uniformis, horizontalis in medio non resistente; intelligatur præterea 25 mobile esse idem, vel saltem mobilia esse æqualia, jam *N* est duplum ipsius *M* (duas leucas percurrere in hora duplum est percursionis duarum leucarum 4 corporis (1) pote del. (2) dati add. L 5 data add. L 5 datum add. L 9-12 ut (1) | potentia corr. | æqualis sit (a) *A* del. | (b) ipsi corr. *A* (2) potentiam ... æquet. | Certe ... oritur add. | L 13 (1) Demonstratio quarta ex abstractis a materia sensibili motuum rationibus || Hæc demonstratio del. (2) Demonstratio L 15-20 Actio ... eodem add. L 15 (1) Duplum facere del. (2) Actio ... duplum add. L 15 est | actio del. | L 15 actionis, add. L 17 (1) Duplum corr. facere del. (2) Actio faciens add. duplum L 17 est | actio del. | L 17 actionis add. L 19 Ergo (1) duplum | facere del. | (2) | Actio faciens add. | duplum L 19 est | (1) du (2) actio del. | L 19 actionis add. L 21 Sed ... fusius. add. L 22 percurrendi | spatium del. | L 24-26 Hæc ... æqualia add. L 24 (1) imo del. hoc corr. semper | intelligatur corr. | motu del. | (2) Hæc ... intelliguntur L 25 resistente; | et corpus motum supponatur æquale del. | L 25-26 præterea (1) mobilia del. (2) mobilia corr. L

rum in duabus horis) et M est duplum ipsius L (duas leucas percurrere in duabus horis duplum est percursionis unius leucæ in una hora, si enim duæ leucæ percurrantur in duabus horis bis fit actio percurrendi unam leucam in una hora). Ergo N est quadruplum ipsius L (duas leucas percurrere in una hora quadruplum est percursionis unius leucæ in una hora) seu duplam celeritatem per æquale tempus habere quadruplum est, et similiter triplam habere, noncuplum; et ita porro. Jam actiones uniformes tempore æquali durantes sunt inter se ut potentiæ agendi itaque absolute si in mobili æquali celeritas sit dupla, erit potentia quadrupla, seu æqualibus positis corporibus potentiæ sunt in duplicata ratione velocitatum. Unde manifestum est potentias corporum inæqualium esse in ratione composita ex simplice corporum ac duplicata velocitatum. Itaque si tota potentia corporis A , 4. præditi velocitate ut 1 debeat dari corpori B , 1. hoc debet accipere velocitatem ut 2. Nam $A.4$ in 1 (quadratum velocitatis 1.) idem producit quod $B.1$ in 4 (quadratum velocitatis 2.) Quod erat demonstrandum.

Scholion ad demonstrationem 4

Hæc Demonstratio ultima iis qui liquidam veritatum perceptionem quærunt imprimis placere debet. Mihi certe ut postrema reperta est, ita dignitate prima videatur; cum a priori proficiscatur, et ex sola spatii ac temporis contemplatione nascatur sine ulla assumptione gravitatis aliarumve hypothesis natura posteriorum. Inde jam non tantum consensus habetur veritatum insignis; sed et via aperitur nova demonstrandi propositiones Galilæi de motu gravium, sine hypothesi qua ille uti debuit, quod scilicet in motu illorum uniformiter accelerato æqualibus temporibus æqualia velocitatis incrementa acquirantur. Id ipsum enim pariter ac Lemma supra positi-
 3 bis | «ra» del. | L 5 una add. L 5 percursionis (1) duarum leucarum in duabus horis del. (2) unius ... hora add. L 5 seu | qua del. | L 6 per ... tempus add. L 6 est, | triplam noncu del. | L 7 et (1) in universum del. (2) ita porro add. L 7-9 Jam ... seu add. L 8 durantes (1) sunt del. (2) sunt ... se add. L 8 agendi itaque add. et del. | L 8 itaque | abs del. | L 8-9 absolute (1) | celeritate duplum, est potentia quadruplum; seu (a) dico (b) dici (c) erit corpus æquale del. | celeritate corr. | (2) si ... æquali add. celeritas L 9 sit | duplum ... quadruplum corr. | L 9 Æqualibus corr. ed. | scilicet add. et del. | L 11 est | corporum positas del. | L 12 Itaque | ejusdem potentiæ est del. | L 12 corporis (1) $\leftrightarrow A$ add. L 13 præditum corr. L 13 corpori | $\leftrightarrow$ del. | L 14 ut 2. | Nam $A.4$ in quadratum velocitatis 1. del. | L 16 Scholion (1) «in» corr. (2) ad del. et rursus add. L 17 (1) Quamquam del. hæc corr. Demonstratio | ultima add. | ad gustum acc. non del., del. ed. | (a) captumque (b) captumve (aa) omnium esse non possit (bb) fortasse non sit, del. | , iis | tamen del. | (2) Hæc ... iis L 18 ut (1) ultima corr. (2) postrema L 23 quod (1) in del. (2) scilicet in add. L 25 acquirantur. | Id enim del. | L

tum ex demonstratione hac nostra quarta ab ipsis independente, concludi potest. Quod imprimis memorabile maximique ad perficiendam motuum Scientiam momenti visum est.[†]

[†]*In margine*

Actio facientis duplum tempore simplo est major actione facientis duplo tempore duplo.

Actio facientis duplum tempore duplo est dupla actionis facientis simplum tempore simplo.

Ergo Actio facientis duplum tempore simplo est plus quam dupla actionis facientis simplum tempore simplo.

Adeoque et potentia plus quam dupla opus est ut idem mobile eandem lineam dimidio tempore seu dupla velocitate percurrat .

Hoc merebatur demonstrari separatim quia facilius confici potest.

1 hac *add.* *L* **2** memorabile (1) | visum est, et anno *del.* *L*

In not. marg.: (1) Actio temporis *del.* (2) Actio ... potest

[Pars I.] Sectio I. Caput I.
DE RERUM ÆSTIMATIONE IN UNIVERSUM

[7]

Traditio

L LH XXXV 11, 18A, pp. 7-10

†QUANTITAS exprimitur numero (partium) congruentium
et incommunicantium, quæ constituunt rem quantitate
5 præditam. Ita quantitas passus *B* [Fig. 1, p. 26] est quinquepedalitas, et ex-
primitur quinario pedum. Hoc est numero quinque partium incommu-
nicantium seu nullam partem communem habentium; congruen-
tium autem pedi *A*, adeoque et congruentium inter se.

Cum Quantitas rei idem sit quod Numerus indefinitus partium qui va-
10 rius est prout pars mensurans major minorve assumitur, hinc, ut obiter
dicam, ratio petenda est, cur Logistica vel Algebra latissime accepta,
quæ nihil aliud est quam scientia de numero generalis sive incerto (ut de
C, D, E loco 3, 4, 5), simul sit scientia de quantitate in universum; et plus
possit, quam videtur posse. Ex nostra etiam quantitatis definitione æstima-
15 re discimus, quæ hæcenus calculum non subiere, sic actio puncti *A* motu
uniformi intra duas horas percurrentis duas leucas, est dupla actionis punc-

†*In margine* Quantitas rei exprimitur numero partium incommunicantium ei-
dem mensura tanquam unitati congruentium

1 [Pars I.] *add. ed.* 2 (1) | DE FUNDA *del.* | (2) DE RERUM L 3 QUANTITAS (1)
est *del.* (2) exprimitur *add.* L 4-5 quæ ... præditam *add.* L 5 est | quinque pe
del. | L 5-6 quinquepedalitas, (1) seu *del.* (2) et exprimitur *add.* L 6 est | numerus
corr. | L 6 quinque | PARTIUM INCOMMUNICANTIUM *del.* | L 7 partem | ha *del.* |
L 7 habentium; | sed *del.* | L 8 autem *add.* L 9-10 (1) | Hæc (a) ratio est (b)
est ratio, *del.* | cum ... dicam | cur (aa) $\longleftrightarrow$ (bb) Scientia (cc) Analysis (dd) Log *del.* |
(2) Cum ... assumitur, *add.* | L 10 assumitur, | (1) hinc sit $\longleftrightarrow$ bile *del.* | (2) hinc
add. | L 11 | ratio ... est, *add.* | cur *acc. non del., del. ed.* | L 11 est, | cur *add.* | L
11 latissime accepta, *add.* L 12 generalis | seu *corr.* | L 12 ut (1) $\longleftrightarrow$ *del.* (2) de
add. L 22.14-23.4 Ex ... inveniendam. *add.* L 14-15 (1) Hinc etiam computare
interdum possumus *del.* (2) Ex ... discimus *add.* L 15 subiere, (1) sic actio (a) eius
qui in (b) | duorum corporum æqualium *A* et *B* «quo?» *corr. et del.* | (c) | puncti *add.* | *A*
L 16 intra | hora *del.* | L 16 actionis *add.* L

In not. marg.: eidem | communi *del.* | L

ti *B* intra horam percurrentis unam leucam. Nam quod prior actio continet bis, id posterior semel, cum *A* et *B* intra horam percurra[n]t leucam, sed *B* rursus intra horam percurrat leucam[;] quæ consideratio nobis profuit ad veram quantitatem potentiæ motricis inveniendam.

MENSURA est cujus numerus quantitatem exprimens est 5 unitas, seu quod congruit cuivis earum partium quarum numerus facit quantitatem, ut pes in exemplo præcedenti congruit cuilibet ex quinque partibus inter se congruentibus et incommunicantibus ipsius passus, atque ea ratione pes est mensura passus, seu si pes sit 1. passus est 5.

[8] Si tamen passus notior sit pede, vicissim utiliter passum adhibebimus ut mensuram pedis. Nam numerus pedis quantitatem exprimens erit $\frac{1}{5}$ passus, seu unitas passus per 5 divisa; seu pes est ad passum ut $\frac{1}{5}$ ad unitatem vel etiam est $\frac{1}{5}$ absolute, si ipse passus dicatur unitas. Neque enim tantum numeros intelligimus integros, sed et fractos, imo irrationales. Ideo licet Mensurandum propositum sit mensuræ incommensurabile, ut vocant; non ideo minus recte quantitas ipsius exprimetur per numerum irrationalem, posito mensuram exprimi per unitatem. Et vero semper incommensurabilia reduci possunt ad commensurabilia ab iis minus differentia, quam est error datus.

HOMOGENEA sunt quæ per eandem mensuram cognoscuntur. Ita homogenea est linea lineæ, superficies superficiei, solidum solido, tempus tempori, celeritas celeritati. Mensura autem communi cognoscuntur etiam curva et recta, aut plana et gibba; imo etiam incommensurabilia; nec obstat quod sæpe resolutio quædam in infinitum vel saltem indefinite

1 continet | semel, id *del.* | L 2 semel, | nam *corr.* | L 2 et *B add.* L 4 potentiæ (*x*) motus *del.* (2) motricis *add.* L 5-7 est (*x*) id quod congruit cuivis partium, quarum numerus facit quantitatem, | seu est ad id de cuius quantitate agitur ut unitas ad numerum qui exprimit quantitatem *add. et del.* | (2) id (*a*) | quod *del.* | (*b*) | cuius numerus *add.* | est unitas (3) | cuius numerus (*a*) est unitas (*b*) quantitatem exprimens est unitas, (*aa*) et congruit (*bb*) seu (*aaa*) congruit (*bbb*) quod *add.* | congruit cuivis (*aaaa*) partium quarum (*bbbb*) | earum quorum *corr. et del.* | earum partium quarum *add.* | numerus L 7 præcedenti | cuilibet *del.* | L 11-12 vicissim | passus esse potest *del.* | utiliter ... ut *add.* mensura *corr.* L 12 pedis. (*x*) Ut (2) Nam L 12 $\frac{1}{5}$ | pedis *del.* | L 12-14 passus, (*x*) seu *del.* (2) | seu ... etiam est *add.* | L 15 intelligimus | fractos *del.* L 15 licet | (*x*) qua (2) Res quos *del.* | L 17 numerum | ratio *del.* L 22 Ita ... linea (*x*) Sic superficies et planæ (2) | ut *add.* | superficies inter se, et (3) | ut *del.* | (4) | Ita ... est *add.* | linea L (*x*) planæ | ut *add.* | L 22 superficies | (*x*) puncti, soli (2) tem *del.* | L 23-24 celeritas (*x*) | celeritati; *corr. ed.* | (*x*) earum linea *del.* | (2) Mensura ... etiam *add.* | L 24 recta | vel plana *del.* | L 24 gibba; (*x*) etiam *del.* (2) imo etiam *add.* L 24 incommensurabilia; | in quibus scilicet *del.* | L 25 in (*x*) | infini *del.* | (2) infinitum | adhibenda prout *del.* | L 23.25-24.1 vel saltem indefinite producibilis | vel ... (*x*) producta *corr.* (2) producibilis *add.* | L

producibilis considerata est, antequam rei quantitas per Mensuram inve-^[9]
niatur. Interim homogenea incommensurabilia, etsi per eandem mensuram
seu unitatem æstimantur, seu quoad quantitatem cognoscantur, non tamen
eadem mensura duo inter se incommensurabilia metitur, seu non possunt
5 hæc ejusdem mensuræ repetitione exacte exhauriri.

ÆQUALIA sunt quorum eadem est quantitas. Seu quæ per ean-
dem mensuram eodem modo exprimuntur. Homogenea igitur sint necesse
est.

MINUS est, quod alterius (MAJORIS) parti æquale est.

10 Itaque in majore sumi potest pars æqualis minori quo po-
stulato, sæpe indigemus in demonstrationibus.

Et pars est minor toto.

Nam pars est æqualis parti totius (nempe sibi)[,] quod autem parti totius
æquale est, id toto minus est (per definitionem minoris). Itaque pars toto
15 minor est, seu totum est majus parte.

Et totum est æquale summæ partium incommunicanti-
um, cum numerus ejus colligatur ex numeris partium. Oportet autem
partes esse incommunicantes[,] alioqui idem bis in calculum veniret.

RELATIO QUANTITATUM est modus unam quantitatem inve-^[10]
20 niendi per aliam.

RATIO seu PROPORTIO est relationum simplicissima, seu
potius habetur per Relationem quantitatis simplicissima,
seu quæ est inter duo homogenea sine assumptione homo-
genei tertij.

25 Itaque sufficit dato numero exprimente quantitatem unius, dari nume-
rum exprimentem quantitatem alterius[,] ut si dicam *A* esse 2, posito *B* esse

2-5 Interim ... exhauriri *add.* L 4 seu | repetitione *del.* | L 9 (1) | MAIUS *del.* | (2)
MINUS L 10 (1) Quod nec majus nec minus est et tamen homogeneous est, id æquale
est (2) In maj (3) Itaque 10-11 minori | (1) quo *corr.* qua sæpe indigemus (2) quo
axiomate *del.* | (3) | quo *add.* | postulato L 11 in | cons *del.* | L 12 Et | totum *del.* |
L 13 totius | alterius *del.* | L 15 parte | «Et?» *del.* | L um | scilicet numero *del.* |
L 18 veniret. *Additur in margine et deletur:* Ducitur *A* in *B*, (1) si (2) ut gravitas trium
graduum in (a) velocitatem (aa) sex (bb) $\longleftrightarrow$ (cc) du (b) volumen duorum pedum
cubicorum (3) si (4) si | *A add. et del.* | utrumque resolvendo in (a) partes (aa) «*eju*» (bb)
qui æqua (b) mensuram seu partes æquales (c) ejusve partes (seu in partes æquales) (5) si
(a) «num» (b) ex e L 19 RELATIO QUANTITATUM (1) RATIO seu PROPORTIO *es del.* (2)
RELATIO L 21-24 RATIO | (1) | quantitatis *add. et del.* | est relatio inter (a) quantitates
ad (b) duo homogenea (c) ad quam nullum tertium homogeneous assumitur *del.* | seu
est relationum simplicissima *add. et del.* | (2) seu ... tertij *add.* | L 21-22 seu po-
tius *add.* L 23 homogenea | explicabilis *del.* | L 25 Itaque | satis sufficit numerus
quo est *del.* | L 25 numero (1) exprimente relationem *del.* (2) exprimente quantitatem
add. L 24.26-25.1 esse₁ (1) | $\frac{2}{3}$ ipsius *corr.* | (2) 2 | posito *add.* | B | esse 3 *add.* | L

3[,] seu A esse $\frac{2}{3}$ ipsius B . Item si dicam latus quadrati quod sit duplum quadrati ipsius B . Et ita (in triangulo) Ordinatae (seu basi parallelæ) a recta (ut hypotenusa) ad axem [() ut cathetum) ductæ habent talem relationem simplicem communem seu rationem constantem ad respondentes abscissas seu partes axis inde a puncto fixo sumtas. Sed in circulo relatio communis inter 5 ordinatam et abscissam, verbi gratia sinum rectum et sinum complementi, non est ratio communis vel quod idem est, sinus complementi non sunt sinibus rectis proportionales; cum assumendum sit aliquid tertium homogeneum utrique nempe radius; nam relatio generalis inter sinum rectum et sinum complementi in eo consistit, quod eorum quadrata simul æquantur 10 quadrato radii.

Ex hac definitione rationis sequitur (ut obiter moneam), æquationes huiusmodi (in quibus x et y sunt ordinatae et abscissæ,) $xx + ayy = bxy$, vel $cx^3 + yxy + exxy = fy^3$, et similes in infinitum, esse ad lineam rectam [homogenea], quia salva lege homogeneorum, constantes a, b, c, e, f pro numeris 15 haberi possunt, ita ut nulla tertia homogenea præter x et y assumatur; unde inter ipsas datur ratio constans.

Cum ratio A ad B rationis C ad D multipla dicitur, tunc intelligitur numerum, qui exprimit quantitatem seu valorem ipsius A , posito B esse unitatem[,] esse multipulum numeri qui exprimit valorem ipsius C 20 posito D esse unitatem. Sic ratio novenarii ad binarium tripla est rationis ternarii ad binarium.

Componitur ratio A ad B ex rationibus L ad N , et M ad P , si sumto quodam E sit A ad E ut L ad N , et E ad B ut M ad P . Et numerus ipsius A est ad numerum ipsius B , ut factum multiplicando numeros L, M ad factum 25 multiplicando numeros N, P .

Cum ratio A ad B multiplicata dicitur rationis C ad D , intelligitur numerus rationum æqualium rationi C ad D , interponibilium inter ratio-

1 seu ... dicam (1) | vel *del.* | esse | rationem quadratam ex duplo quadrato ipsius B *del.* |
 (2) seu ... dicam *add.* | esse L 2-5 Et ... sumtas *add.* L 2 (in triangulo) *add.* L
 2 (seu basi parallelæ) *add.* L 2-3 recta (1) ad axem *del.* (b) ut₁ ... cathetum *add.*
 L 3-4 simplicem | id est rationem «constantem» *del.* | L 5 axis | (inde *corr. ed.* | a (1)
 | rectis sumtas) *del.* | (2) puncto ... sumtas L 5 Sed ! inter si *del.* (2) in circulo *add.* L
 5 communis *add.* L 6 ordinatam ... gratia *add.* sinu *add. et del.* L 6 sinum (1)
 | et *corr.* | chordam *del.* | (2) rectum | et *add.* | L 7 communis *add.* | seu sinus *del.* L
 7 vel quod idem est, sinus *add.* L 8 assumendum (1) est *del.* (2) sit *add.* L 8
 tertium *add.* L 12-17 Ex ... constans. *add.* L 12 rationis *add.* L 13 quibus | y
 et *del.* | L 14 fy^3 | (1) $\frac{exy}{x}$ (2) $xx + yy = xy$ *del.* | L 14-15 homogenea *add. ed.*
 16 assumatur; | quod apparebit in æquatione per x divisa per y sub *del.* | L 18 A ad
 B *add.* L 18 C ad D *add.* L 18 tunc *add.* L 21-22 Sic ... binarium *add.* L
 21 ratio (1) decenarii *del.* (2) novenarii *add.* L 23-26 Componitur ... N, P *add.*
 L 27 ratio | ratio *del.* | L 27 D , | «sensus est» *del.* | L 28 æqualium rationi *add.* L

nem A ad B , seu logarithmus, esse multiplus. Vel quoties sumenda sit ratio C ad D ut inde componatur ratio A ad B . Veluti si sit A ad E ut C ad D et E ad F ut C ad D , et F ad B ut C ad D , dicetur ratio A ad B esse triplicata rationis C ad D , composita scilicet ex ipsa ter sumta et multiplicatione
 5 instituta reperietur esse A ad B ut cubus de C ad cubum de D .

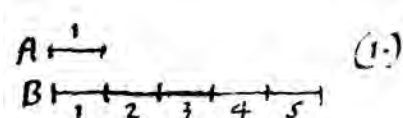


Figura 1



Figura 2

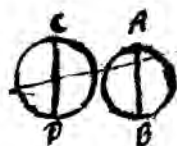
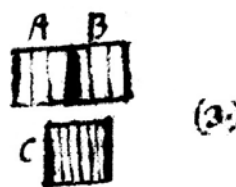
Figura 3.1 (*del.*)Figura 3.2 (*del.*)

Figura 3

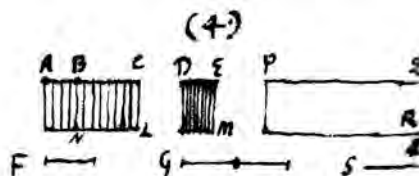
Figura 4.1 (*del.*)

Figura 4

1 esse *add.* L 2-5 Veluti ... de *D.* *add.* L 2 Veluti | cum *del.* | L 2 sit | ad *acc.*
 non *del.*, *del. ed.* | L 4 sumta | unde *del.* | L

[11] [Pars 1.] Sectio 1. Caput 2.
DE QUANTITATE MATERIÆ SEU VOLUMINE
ET DENSITATE

Traditio

L LH XXXV 11, 18A, pp. 11-29

Definitio 1

VOLUMEN[†] seu EXTENSIO MATERIÆ est magnitudo loci quem oc- 5
cupat materia; loci scilice (proprii idest) congruentis seu mi-
nimum quem tunc habet.

Ut si mobile *A* [Fig. 2, p. 26] ex loco ${}_1A$ sit translatum in locum ${}_2A$, in-
tra sphæram $B(B)$ et ipsius ${}_2A$ magnitudo sit et ipsius ${}_2A$ magnitudo sit
pes cubicus, dicemus pedem cubicum esse volumen mobilis *A* in ${}_2A$ exi- 10
stentis. Et si autem *A* existens in ${}_2A$, etiam existat in sphæra $B(B)$, locus
tamen qui volumen ejus determinat proprius intelligitur seu minimus
qui ei ut nunc situm est assignari potest, qui ei ut nunc situm est. Itaque

[†]In margine Consulatur Ghetaldi Archimedes promotus

1 Pars 1 add. ed. Sectio ... 2. add. B 2-3 (1) IMPETUS seu QUANTITAS MOTUS est
factum ex velocitatibus in moles ordinatim ductis (2) De IMPETU SEU
QUANTITATE MOTUS del. (3) DE IMPE add. et del. | L (4) | DE QUANTITATE MATERIÆ
DE DENSITATE ET del. | (5) DE ... DENSITATE L 5 | (1) IMPETUS seu QUANTITAS
motus (a) est (b) facit (2) MOLES est del. | (3) VOLUMEN (a) et (b) est extensio mobilis
del. | L 5 seu EXTENSIO MATERIÆ add. L 5 quem (1) mobile del. (2) ipsa add. et
del. L 6 materia; | minimi scilicet qui ipsi del. | L 7 habet | mobile del. | L 8 (1)
Sic (a) | locu del. | (b) | corporis del. | (c) mobilis add. | A locus prior sit ${}_1A$ posterior ${}_2A$,
sitque ${}_2A$ pes cubicus (aa) utique (bb) volum (cc) hanc in (2) Ut L 8 loco add. L 8
locum add. L 8-9 | intra ... $B(B)$ add. | (1) ibique «vero» del. (2) sitque ${}_2A$ del. (3) et
... sit add. L 10 cubicus, (1) | hæ del. (2) dicemus (a) hæc del. (b) pedem cubicum
add. L 11 A | possit del. | L 12 tamen | ejus del. L 12-13 ejus (1) determinatur
corr. minimus intelligitur del. (2) determinat | proprius ... potest add. | L 13 est (1)
| assignari potest, multum enim a sphæra includente BB del. | (2) , itaque licet sphæra
 $B(B)$ sit add. et del. | L 27.13-28.2 Itaque ... a sphæra add. | L

In not. marg.: Ghetaldi ... promotus vide: Marino Ghetaldi, *Promotus Archimedes, seu,
De varijs corporum generibus grauitate & magnitudine comparatis*, Romæ: Apud Aloysium
Zannettum 1603.

licet sphæra quoque sit locus ipsius *A*, est tamen communis, non proprius, quia pars ut (*B*) a sphæra potest resecari salvo loco mobilis minoris inclusi. Unde, ut obiter dicam, locus non est superficies ambientis, alioqui puncta et lineæ non forent in locis sibi propriis. Intelligitur autem locus proprius
 5 præsens seu quem mobile nunc habet, fieri enim potest fortasse ut alio tempore rarefactum aut condensatum maiorem aut minorem occupet, sed tunc etiam aliud quam nunc volumen habere dicitur.

DENSITAS[†] seu INTENSIO MATERIÆ est, secundum quam mobile exi-
 10 gui voluminis cæteris paribus quoad impulsu idem efficit quod aliud maioris voluminis; ita ut qua proportionem minus est volumen, hoc ipsa densitas major intelligatur; et in gravibus dicitur GRAVITAS SPECIFICA.

Sint [Fig. 3.1, 3.2, p. 26] duæ sphæræ inæquales una minor ex plumbo *AB* altera major ex ferro *CD* quæ in libra, aliisque omnibus casibus ubi de ipsorum firmitate aut flexibilitate, itemque qualitatibus peculiaribus, quæ respectu certorum corporum habent, non agitur, eosdem circa motum effectus habeant, dicemus,
 15 eas differre densitate seu gravitate specifica et tanto densiorem et graviorem esse plumbeam quanto minus est volumen ejus. Itaque si ferri volumen ad volumen

[12]

[†]In margine Gilt nichts

1 quoque | pars del. | L 1 sit | ↔ aliqua del. | L 2 salvo add. L 2 mobilis | salvo del. | L 2 inclusi | manente del. | L 3-7 | (1) DENSITAS (2) MOLES seu (a) «Po» (b) est quantitas materiæ similis quod in mobilibus si gravitatem habere intelliguntur ponderi proportionale est, quod habitura essent, si gravia forent. (aa) N (bb) Et (cc) Considerandum enim es del. | (3) Imo del. (4) Unde ... dicitur add. L 3-4 puncta (1) lineæ et superficies del. (2) et lineæ add. L 4 propriis. | Loquor autem del. | L 5 præsens (1) quia del. (2) seu (a) proprius del. (b) quem L 6 minorem (1) capiat, sed del. (2) occupet L 28.8-29.15 DENSITAS ... PONDUS. *est textus deleti prima pars* 8 (1) | est del. | intensio materiæ | quæ sit ut del. | seu secundum quam | exiguum del. | minus volumen cæteris paribus idem quoad motum (2) DENSITAS L 8 quam | exiguum volumen del. L 9 paribus idem efficit (1) quoad motum (2) quoad (a) impulsu (b) motum del. L 9 impulsu | eodem in del. | L 10 ut | densi del. | L 10 qua | min del. | L 11 intelligatur; | et add. et del. L 13-14 (1) Sit vas quoddam ex materia | con del. | constans (2) Sit corpus vel vas ex materia quadam rigida, intusque cavitas quædam, quæ (3) Ut si duæ sint sphæræ | inæquales add. | una (a) ex auro altera ex stanno (b) ex argento vivo altera ex ↔ (c) argenti vivi altera aquæ, et (aa) ambæ (bb) ambæ diametri pedalis et ambæ (4) | Ut del. | Ut si duæ sint sphæræ in add. et del. | (5) | Sint ... CD add. | L 13-14 inæquales (1) AB et CD una ex (a) auro (b) | plumbo add. et del. (c) plumbo add. | , altera ex ferro fuso | (2) una ex plumbo add. et del. | (3) una ... CD add. | L 14-15 casibus | (1) ubi (a) ipsarum (b) de ipsarum «mate?» (2) ubi del. | (3) ubi ... ipsorum | (a) fir (b) corporum firmitate del. | (c) firmitate del., res. ed. | L 15 flexibilitate, | uti del. | L 17 et graviorem add. L 17-18 esse (1) auream del. (2) plumbeam add. L 18 volumen | eum corr. | L 18 (1) | Et cum del. | (2) Itaque (a) cum deprehensum sit del. (b) si add. L 18 ferri | fusi del. | L 28.18-29.1 volumen (1) auri del. (2) plumbi add. L

plumbi paris gravitatis seu sphæra *CD* ad spheram *AB* sit circiter ut 2 ad 3, (etsi diametri *AB* ac *CD* sint tantum circiter ut 20 ad 23) erit contra gravitas specifica seu densitas plumbi ad gravitatem specificam seu densitatem ferri ut 3 ad 2 seu sesquialtera. Voluminis autem æstimationem intelligo quæ sensu constat, nam interioribus rerum inspectis, fieri potest ut corpus quod minus gravitatis specifica densitatisve habet sit porosius adeoque et voluminis exacti minoris; aut ut corpus quod in pari volumine majorem habeat materiæ intra datum tempus perlabentem, non tamen maiorem simul ac semel. Ita idem semper manebit volumen exactum ejusdem materiæ[;] sed nobis hæc discussio nunc necessaria non est, tametsi dissimulandum non sit verius videri, ut materia ubique sit sibi similis (motu ac perceptione exceptis) nec nisi in speciem hoc est ad sensum densitate discriminetur.

MOLES est quantitas materiæ quatenus impulsuum effectum cognoscitur, seu est factum ex densitatibus seu ex gravitatibus specificis in volumen ordinatim ductis quod in gravibus dicitur PONDUS.

Definitio 2.

DENSITAS est quæ proportionalis est quantitati materiæ (ad rem facientis intra seu mobile constituentis) futuræ in voluminibus magnitudinis ejusdem (in gravibus dicitur GRAVITAS SPECIFICA) opponiturque RARITAS (aut LEVITAS SPECIFICA).

I paris gravitatis *add.* *L* **I** seu (1) | sphæram *corr.* | *BD del.* | (2) sphæra *L* **I-3** *AB* | (1) esse circiter ut (a) 10 ad 4 (b) 4 ad 10 erit | contra *add.* | gravitas specifica (2) sit ... specifica *add.* *L* **I-2** (etsi ... 23) *add.* *L* **2** circiter *add.* *L* **3** densitas (1) auri *del.* (2) plumbi *add.* *L* **3-4** densitatem (1) ferri fusi ut 10 | $\longleftrightarrow$ *del.* | ad 4 et contra (2) ut 10 ad 4. (a) Utrum vero diversæ gravitates (b) Datur autem (aa) ad | $\longleftrightarrow$ *del.* | sensum (bb) diversa gravitas (aaa) constat *corr.* (bbb) ex experimentis constat (3) ferri ... sesquialtera *add.* *L* **4-5** constat, (1) utque enim *del.* (2) nam ... inspectis *add.* *L* **5** fieri | enim *del.* | *L* **5** quod | levius *del.* | *L* **6** adeoque ... minoris *add.* *L* **7** in ... volumine *add.* *L* **7** habeat | materiam *corr.* | copiam *add.* | *L* **8** Ita | $\longleftrightarrow$ *del.* | *L* **8** idem (1) erit *corr.* (2) et *acc. non del., del. ed.* (3) semper manebit *add.* *L* **9** exactum (1) eorum quæ ejusdem sane ponderis *del.* (2) ejusdem materiæ *add.* *L* **10** verius | veri *del.* | *L* **10-11** similis (1) nec nisi (2) nisi in speciem densitate aut aliis (3) (motu ... exceptis) *add.* *L* **11** ac (1) sensu *del.* (2) perceptione *add.* *L* **11** hoc est ad sensum *add.* *L* **11** densitate | aut cæteris qualitativis *del.* | *L* **12** discriminetur. Effectis porro non tantum gravitate cognoscitur, sed et in aliis omnibus impulsibus cognoscitur. Et videmus quæ in pari volumine graviora sunt, non tantum pondere, sed et (a) plus (b) ex alio impetu omni plus efficere, cuius rei ratio est *del.* *L* **14** factum ex densitatibus seu (1) | ex *del.* | gravitatibus specificis in vol (2) ex densitati (3) ex ... seu *add.* *L* **16-20** *Defin. 2* ... SPECIFICA). *est textus deleti secunda pars, primam partem supersedens* **17** proportionalis | (1) est (2) esse (3) est *del.* | (4) est *add.* | *L* **17-19** materiæ (1) | intra (a) volumen (b) volumina æqualia, quæ (c) rem *del.* | (2) | (ad rem facientis) intra *add. et del.* | si volumina (a) essent (b) assumentur magnitudinis ejusdem *add. et del.* | (3) | (ad ... constituentis) *add.* | (a) inter *del.* (b) futuræ ... ejusdem *add.* | (4) Ut si aer *del.* | *L* **18-19** in (1) quæ *del.* (2) voluminibus ... ejusdem *add.* *L* **19** SPECIFICA) | quibus *del.* | *L* **20** LEVITAS | SPECIFICA *del.* | *L* **20** SPECIFICA) | (1) Ut si aer compressione intra dimidium spatium redigatur, aut (2) Ut si aer (a) | antea similis, compress *del.* (b) | duorum pedum A et B *add.* | intra dimidium aut trientem spatii rediga *del.* | *L*

Definitio 2

DENSITAS (seu INTENSIO MATERIÆ) est cujus quantitates sunt proportionales quantitatibus materiæ (ad rem facientis seu mobile constituentis) in voluminibus æqualibus contenta (in gravibus dicitur GRAVITAS SPECIFICA)[;] opponitur ei RARITAS (aut LEVITAS SPECIFICA).

Ut si [*Fig. 3, p. 26*] aer (similaris) duorum pedum cubicorum *A* et *B* comprimendo redigatur intra. Unum pedem *C*, erit in pede *C* duplum materiæ ejus quæ fuit in pede *A* ed ideo dicitur aer *C* duplo densior aere *A* duploque ponderosior et aer *A* duplo rarior aere *C* duploque levior. Interim non assero in rigore philosophico eandem materiæ quantitatem majus minusve volumen occupare posse, imo contrarium verius puto nobis vero hic sufficit ad sensum sic videri, et si fortasse materia levior revera sit spongiosior nec volumen suum exacte impleat, inter fluente alia materia tenuiore, sed quæ ad rem non facit, nec mobile de quo agitur constituit, nec in motu ejus computatur. Cæterum etsi mobile in diversis partibus diversæ sit densitatis, nihilominus ipsi quædam certa densitas seu specifica gravitas media attribuitur, ea ipsa scilicet quam definitio indicat. Et sane non perfectam in rigore philosophico similitudinem necessariam esse ex metallis in unam massam fusis intelligi potest, etsi enim aurum in mixtura salvum maneat, pariterque argentum et proinde nihil aliud, quam æqualis distributio per partes voluminis sensibiles postuletur, perinde tamen loquimur, ac si nullum esset punctum in quo non gravitas specifica nova ex auro argentoque mistis resultans existat. Interim notandum, corpus posse esse dissimulare, et tamen æquabilis ubique seu uniformis gravitatis, ut si pars sit argentea, pars ex stanno per plumbum ita temperato, ut ligatura argentum gravitate specifica æquet.

1-5 Defin. 2 ... SPECIFICA) *add.* *L* **2** DENSITAS est cujus *del.* *L* **3** quantitatibus | materiam *corr.* | inter æqualia volumina in æqualibus *del.* | *L* **3-4** constituentis) in (1) inter æqualia volumina (2) in (3) in | æq *del.* | *L* **4** contenta | (1) in (2) (in *g del.* | *L* **6** aer antea *del.* *L* **6** pedum (1) *A* et *B del.* (2) *A del.* (3) cubicorum ... *B add.* *L* **6-7** comprimendo *add.* *L* **8-9** duploque ponderosior *add.* *L* **9** *C* (1) . Et cum experimenta confirment, gravitatem semper quantitate materiæ (ad rem facientis) esse proportionalem, «veram» *del.* (2) duploque levior *add.* *L* **9** levior. (1) Quanquam (2) Interim *L* **9-10** non | asseram *corr.* | *L* **10** philosophico | idem corpus *del.* | *L* **11** imo | potius *del.* | *L* **11** verius | putem *corr.* | *L* **13** impleat *L* **13** tenuiore *add.* *L* **14** rem | fa *del.* | *L* **14** de quo agitur *add.* *L* **14** constituit | (1) etsi fortasse (2) nec impulsus «v» eius *del.* | *L* **14** in *add.* *L* **15** ejus (1) contineatur *corr.* (2) continetur *del.* (3) computatur *add.* *L* **15-26** Cæterum ... æquet. *add.* *L* **16** seu | gravitas *del.* | *L* **19** aurum | in mixtum *del.* | *L* **20** argentum | nec non *del.* | *L*

Definitio 3.

MOLES est quantitas materiæ in mobili contentæ (et in gravibus dicitur PONDUS) itaque moles sunt ut mobilia.

Sunt qui molem pro volumine accipiunt, ego pro pondere malim, quod
 5 movere utique maioris molis esse Latini dicent. Itaque in auro cæteris pari-
 bus plus dicimus materiæ ad rem facientis sive molis esse quam in pumice;
 minus tamen in nummo aureo, quam in frusto pumicis cubitali; in libra
 autem plumbi tantum erit materiæ, quantum in libra ex levissimis plumis
 congestis facta. Pondus autem nobis indicat quantitatem materiæ ad rem fa-
 10 cientis seu quæ a nobis percipi potest. Nec unquam pondera nisi proportio-
 ne additorum aut detractorum ponderosorum augeri minuive compertum
 est. Hic tamen abstrahendo animum a sensibus generaliter intelligo quan-
 titatem materiæ ad rem facientis seu ad mobile perinentis. Unde aliquando
 excluditur quod est in poris.

Propositio 1

15

Diversæ moles ejusdem densitatis sunt ut volumina, seu
 quarum quæque densitatem ubique æqualem vel constantem habet.

Hoc per se manifestum est, globum aureum esse ad cubum aureum, ut
 globus ad cubum.

Propositio 2

20

Moles æqualis voluminis sunt inter se ut densitates.

Consecutarium est definitionis 2 hic.

Ita si per idem foramen ducendo metalla obtineantur duo fila ejusdem
 longitudinis[,] unum aureum alterum argenteum, pondera eorum erunt ut

2 MOLES | (1) seu QUANTITAS MOBILIS *add. et del.* (2) seu QUANTITAS (a) «MOTUS» *corr.*
 (b) MATERIÆ *add. et del.* L 2 est (1) quantitas | mobilis, seu *add.* | (2) | quantitas
add. | materiæ L 2 et *add.* L 3 dicitur *add.* L 3 itaque ... mobilia *add.*
 L 4 malim, | «—» ut tanto *del.* L 5 auro | plus dicemus *del.* | L 6 plus | dicemus
corr. | L 6 ad ... molis *add.* L 6 in (1) «pondere», *del.* (2) pumice; | in magni tamen
 pumice *del.* | L 7 tamen | in «aure» *del.* | L 7 in | «pup» *del.* | L 7 pumicis | «quot»
 pedali *del.* | L 9-14 Pondus ... poris *add.* L 11 minuive *add.* L 16 (1) In (a)
 corpori (b) mobilibus *del.* (2) | Diversæ moles *add.* | vel mobilia *add. et del.* |
 L 16-17 volumina (1) , et vicissim *del.* (2) seu ... habet *add.* L 17 quarum
 quæque *add.* L 17 constantem | habentes *corr.* | et sunt ut volumina, et vicissim *del.* | si
add. et del. | L 19 cubum (1) cum sit materiæ quæ voluminis *add. et del.* (2) cum non
 alia quam voluminis institui possit comparatio *del.* L 21 (1) Mobilia ejusdem
del. (2) Moles æqualis *add.* L 21 densitates (1) ; et vicissim *del.* (2) si moles sint
 ut densitates, æqualia sunt volumina *add. et del.* L 23-24 foramen | (1) ducatur filum
 aureum et (a) fer (b) | aliud *add.* | argenteum, sintque ambo fila ejusdem longitudinis,
 pondera eorum (2) ducendo ... eorum *add.* L 23 | ducendo metalla *add.* | obtineatur
corr. | L 24 , pondera eorum *add.* L 24 ut *add.* L

gravitates specificæ, id est pondus fili aurei erit paulo minus duplo ponderis fili argentei.

Propositio 3

[15]

Moles mobilium, vel ipsa mobilia sunt in ratione com-
5 posita voluminum et densitatum, seu extensionum et in-
tensionum materiæ.

Sint [Fig. 4.1, 4, p. 26] moles *ACL* et *DEM*, quarum volumina sint ut *AC*
ad *DE*; at densitates ut *F* ad *G*. Si quidem æqualia essent volumina forent
moles ut densitates (per propositionem 2) id est in ratione composita den-
10 sitatum et voluminum, quia ratio æqualitatis nil mutat. Si volumina sint
inæqualia tunc id quod est majus vel æquabilis ubique seu constantis est
densitatis vel non. Hoc est, vel eandem in suis partibus omnibus densita-
tem habet, vel diversam. Si æquabilis ubique est densitatis, sumatur ejus
pars *ABN*, volumine ut *AB* æqualis ipsi *DE*. Jam moles *ACL* est ad molem
15 *ABN*, ut volumen *AC* ad volumen *AB* seu *DE*, (per propositionem 1) nam
densitates sunt æquales. Et moles *ABN* est ad molem *DEM* ut densitas *F*
ad densitatem *G* (per propositionem 2) quia volumina sunt æqualia. Ergo
jungendo prima postremis moles densitate æquabilis *ACL* est ad molem
quamcunque volumine minorem *DEM* in ratione voluminum *AC* ad *DE*,
20 et densitatum *F* ad *G*. Quod si *ACL* moles volumine major non sit constan-
tis seu æquabilis ubique densitatis; assumatur alia quæcunque moles *PQR*,
cujus volumen ut *PQ* sit majus quam *AC*, adeoque et quam *DE*, densitas
autem sit quæcunque ut *S* ubique eadem. Cum igitur (per jam demonstra-

1 pondus | aurei *del.* | L 3 (1) DE QUANTITATE MOTUS SEU IMPETU (2) Prop. 3 L In
margine: (Seçtio 1. Capitulum 2. propositio 3.) (2) o 4 (1) IMPETUS Mobilia *del.* (2)
Moles | mobilium ... mobilia *add.* | L 7 (1) Molem *ACL* aio esse ad molem
DEM in (a) compos (b) ratione composita voluminis *ACL* ad volumen ei *del.* (2) Sint
... L 8 G. | Si quidem densitates essent *del.* | L 11 inæqualia | sumatur ejus cuius
majus *del.* | L 11 vel (1) constantis *del.* (2) æquabilis *add.* L 11-13 ubique (1) est
densitatis, | seu simile *add.* | vel non (2) seu ... diversam *add.* L 13 Si (1) constantis
del. (2) æquabilis *add.* L 14 *ABN*, (1) volumine *del.* (2) cuius volumen ut *AB* *add.* et
corr. (3) volumine ... ipsi (a) *BD* *del.* (b) *DE* L 15 *AB* (1); quia densitates *del.* (2)
seu *DE*, *add.* L 15 per | propos *del.* | L 16 æquales | et (1) constantes *corr.* (2) seu
gradus constantis. *add. et del.* | L 18 densitate æquabilis *add.* L 19 quamcunque ...
minorem *add.* L 20 G | modo (1) «esse» «tra» (2) moles volumine major «suæ» sit pars
prior (3) æqualis ubique sit densitas *add. et del.* | L 20 *ACL* (1) | non sit *del.* | volumen
majus *corr.* | (2) | moles *add.* | ... major L 21 seu æquabilis *add.* L 21 assumatur (1)
aliud quodcunque *corr.* (2) alia quæcunque L 22 sit | majoris *del.* | L 23 sit *add.*
L 23 S (1) . (2) | itaque *del.* ubique (a) | constans *del.* | (b) | eadem *add.* | *add.* L 23
eadem. | Per jam demonstrata *del.* | L 32.23-33.1 demonstrata | in hac «*add. et*
del. | L

ta) sit moles *DEM* ad molem volumine majorem ac densitate similem seu uniformem *PQR*, in ratione composita *DE* et *G* ad *PQ* et *S*; similiterque moles eadem *PQR* ad molem *ACL* in ratione composita *PQ* et *S* ad *AC* et *F*. Ergo jungendo prima postremis erit moles *DEM* ad molem *ACL* in ratione composita *DE* et *G* ad *AC* et *F*,] voluminum scilicet et densitatum. 5

[16] Habet aliquid notatu dignum hæc demonstratio generalis circa molem quamcumque mobilis etiam densitatem in diversis partibus variam habentis. Quæ tamen semper ostenditur esse in ratione composita voluminum et densitatum, licet densitas quædam media inetr variarum partium densitates pro ipsa mobilis densitate ex definitionis præscripto assumatur. Itaque 10 si massa quædam ex variis constet partibus, diversæ densitatis sive gravitatis specificæ, qualis esse possit aggregatum mille nummorum, pondere et ligatura metalli valde variantium; poterit nihilominus toti massæ communis quædam assignari gravitas specifica seu densitas, singulis licet nummis non 15 examinatis, si scilicet ope aquæ exploretur quantum tota massa spatii occupet, et ope libræ quantum ponderet. Et eadem quoque futura esset gravitas specifica constans massæ quæ fieret ex omnibus in unum conflatis. Quæ clarius habebuntur exemplo problematum mox secutorum.

Propositio 4

Si plures sint moles, quarum densitates (constantes vel 20 inconstantes) sint æquales, ipsæ moles erunt ut volumi-

1-2 volumine ... uniformem *add.* L 1 densitate | æqua *del.* | L 1 seu | constantem *del.* | L 2 composita | *PQ* et *S* ad *del.* | L 3 eadem *add.* L 6-7 circa | moles quascunque | ut *del.* | mobilium *corr.* L 7 densitatem | vari *del.* | L 7-8 habentis. (1) Quæ semper in densitatis (a) «et» (b) cuiusdem medi *del.* (2) Quæ L 8 composita | mobilium et d *del.* | L 9 densitatum (1) . Licet *del.* (2) , licet L 11 si | constet ma *del.* | L 12 nummorum, | ex (1) «su» (2) argento et aere constantium *add. et del.* | L 14-15 densitas, (1) quam et ubique *del.* (2) singulis ... examinatis *add.* L 14 nummis *add.* | particulatim *del.* | L 15 quantum | omnes simul occupent spatii, et deinde ponderetur *del.* | L 16 ponderet. (1) Hinc enim facile definiri potest quæ « $\longleftrightarrow$ » toti | massæ *add.* | gravitas specifica ascribi debeat. *del.* (2) Et L 16 eadem *add.* L 17 specifica | ubi *del.* | L 17-18 conflatis. | (1) Ponatur enim constare æquale (2) Ut exemplo docebo ad problema mox secuturum (3) Quæ (4) Et habebiturque ex *del.* | (5) Quæ ... habebuntur *add.* | L 18 exemplo | problematis ... secuturi *corr.* | L 20-21 | (1) Mobilium ejusdem (a) molis (b) densita (2) Si moles sint in (3) Si plura sint mobilia (a) | unumquodque *corr.* | (b) unaquæque densitatis constantis vel inconstantis) quarum densitates *del.* | sint (4) Si unaquæque moles | cujuscunque *add. et del.* | (5) | Si ... moles (a) (aa) cujuscunque (bb) unaquæque earum sit (b) quarum ... inconstantes *add.* | sint L

na, et vicissim, si moles sint ut volumina densitates erunt æquales.

Patet ex propositione præcedenti 3. quia ratio æqualitatis quæ est densitatum in rationum compositione abjici vel adjici possit. [17]

- 5 In propositione 1. tantummodo habebatur veritas in casu constantium densitatum, et cum ejus ope demonstrata sit propositio 3[,] nunc vicissim ope propositionis 3 ipsa propositio 1 redditur generalior. Nimirum si duo sint fila ducendo per idem foramen obtenta unum altero longius duplo, et ponamus volumina eorum (hoc loco longitudes,) esse ut pondera[;]
- 20 erunt ipsæ gravitates specificæ æquales. Idque verum foret, etiamsi unumquodque filum esset compositum ex diversorum metallorum filis (ejusdem semper foraminis seu crassitie), reperietur enim unoquoque filo composito in unam massam fuso, massas factas fore gravitatis specificæ æqualis.

Propositio 5

- 15 Si moles sint ut densitates, volumina sunt æqualia.

Sequitur itidem ex propositione 3. Nam æqualia esse necesse est volumina, ut ratio eorum in compositione adimi possit, salva manente ratione composita, seu ut ratio composita voluminum et densitatum eadem sit quæ densitatum.

- 20 Est conversa propositionis 2. Ut si duo sint nummi ejusdem ligaturæ (seu proportionis eorundem metallorum) et ponderis, erunt ejusdem voluminis, et inde per idem foramen duci possent æqualis longitudinis fila.

2 æquales. | Sint duæ (a) nummi (b) coronæ A et L, quæ immittantur in (aa) aquam (bb) vitrum in gradus (cc) aquam vitro in gradus distincto infusam, noteturque quantum (aaa) hæc (bbb) aqua assurgat ab unaquaque, (aaaa) et habebitur eius volumen (bbbb) et habebuntur earum volumina B et M, rursus, *del.* | L 3 3. | *dem del.* | L 3 est | voluminum *del.* | L 5 | (1) | *Et del.* | Cum «is?» (2) Hanc propositionem (a) tantum aff (b) tantum aff (3) Hanc (4) Prop. 1. er *del.* | (5) In L 7-13 generalior. (1) Nimirum (2) Sic (a) «unum» (b) filum ejusdem crassitie sit duplo longius, *add. et del.* Nimirum ... æqualis *add.* L 8 ducendo *add.* L 8 obtenta | (1) unum (2) A et B *del.* | L 8 altero | duplo *del.* | L 8 duplo, | (unumquodque licet constans ex (1) partibus (2) pluribus filis diversorum metallorum ejusdem crassitie) *del.* | L 9 volumina | eorum esse ut (1) pond (2) longitudes *del.* | L 10 etiamsi | fila componerentur *del.* | L 12 crassitie), | (1) verbigratia ex aureo (2) nihilo *del.* | L 12 composito | fuso *del.* | L 13 fuso *add.* L 13 fore | ejusdem *del.* | L 15 (1) Si plures sint (a) mobi (b) moles, (aa) ejus (bb) quæ sint ut densitates, (cc) æqualium | volumi *add. et del.* | densitatum sunt ut volumina (2) Nam (3) Si (a) plures (b) moles L 15 densitates, | mobilia sunt æqualium voluminum *del.* | L 16 (1) Nam vo (2) Sequitur ex prop. 3. (3) Sequitur L 20 2. (1) Itaque (2) Si con (3) Ut (4) Scilicet *add. et del.* (5) Ut *add.* L 21 (seu ... metallorum) *add.* L 21 metallorum *add.* L 21-22 ejusdem | (1) longitudinis, et si in (2) voluminis. Quod verum erit *del.* | (3) voluminis, et *add.* | L

Idem esset de vasis[,] licet alterius metalli esset pes quam caput, modo media gravitas specifica (quæ scilicet fundendo oriretur) esset eadem, et tunc longitudo fili integri licet filis diversarum partium diversorum metallorum compositi utrobique æqualis prodibit.

[18]

Propositio 6

5

Si moles sint æquales, volumina et densitates sunt reciproce proportionales.

Patet etiam ex propositione 3. nam in omni ratione composita hoc locum habere constat ex elementis.

Itaque si sint duo nummi[,] unus aureus alter argenteus, ejusdem ponderis, necesse est argenteum aureo magnitudine circiter esse duplum; quoniam auri gravitas specifica duplo circiter major est quam argenti. Et ideo si per idem foramen ambo ducantur, argenteus duplo longius filum dabit. Idemque verum est de duobus vasis æqualis ponderis, quorum quodque sit ex dissimilibus partibus compositum, ut fila dent in contraria ratione gravitatum specificarum mediarum, quæ ex fusione orientur.

Propositio 7. Problema

Data proportione voluminum et densitatum in partibus componentibus, definire densitatem seu gravitatem specificam compositi.

20

Specificæ gravitates seu densitates, ut auri, argenti, æris (solis, lunæ, veneris,) notentur per numeros s , l , v ; et volumina seu extensiones partium cujusque metalli per numeros a , b , c , erit gravitas specifica compositi ut numerus $as + bl + cv$ divisus per numerum $a + b + c$. Nam as , bl , cv , notant

1 quam | navis del. | L 3 integri | ex $\longleftrightarrow$ m del. | L 4 compositi | utroque del. | L 6-7 et (x) | pondera del. | ... proportionalia corr. | (2) densitates add. | ... proportionales L 8 (x) Id enim in omni relatione composita locum habet ubi constat ex elementis del. (2) Patet L 10 Itaque | si sit num del. | L 11 est (x) unum altero del. (2) argenteum aureo add. L 11-12 quoniam | aurum argento d del. | L 12 gravitas | dupl del. | L 12 circiter add. L 12 est add. L 12-13 Et (x) si del. (2) ideo si add. L 13 ambo add. L 13 argenteus add. L 13 filum | argenteus del. | L 14 vasis | æqualis ponderis add. | ex del. | L 15 ex (x) diversis metallis del. (2) dissimilibus partibus add. L 18 Data (x) prortione partiu del. (2) proportione add. L 18 voluminum | et earum add. et del. | L 18-19 et (x) gravita (2) densitatum (a) compo (b) | in partibus del. et rursus add. | componentibus L 21 (x) Sit mixt (2) Sint et aurum S, argentum L cuprum V; et (3) Sit specifica gravitas seu densitas auri significata per numerum S, argenti per numerum L, cupri (a) per veneris (b) per V (solis lunæ veneris) (4) Specificæ L 21 densitates, | ut add. | sol del. | L 22 seu | quantitates part del. | L 24 cv, (x) sunt del. (2) notant add. L

partium moles (per propositionem 3.) quæ componunt molem totius. Et $a+b+c$ notat volumen totius compositum ex voluminibus partium[.] Quoniam igitur numerus voluminis $a+b+c$ multiplicans numerum gravitatis specificæ dat molis $as+bl+cv$ (per propositionem 3), ideo vicissim numerus molis seu ponderis divisus per numerum voluminis, dabit numerum gravitatis specificæ.

In exemplo, si tria fila ejusdem crassitie sumantur[.] aureum argenteum et æreum, quorum longitudines sint pedum 3, 4, 5 (seu a, b, c) respective[.] ex his fuis fieri debet massa. Jam auri, argenti et æris gravitates specificæ sunt circiter ut 10, $5\frac{1}{2}$, $4\frac{4}{5}$; seu filorum unus pes 10, $5\frac{1}{2}$, $4\frac{4}{5}$ granorum (s, l, v), et pondera partium (as, bl, cv) erunt 30, 22, 24 granorum; quorum summa seu pondus totius $106^{\dagger}$ granorum divisum per volumen totius $3+4+5$ seu 12 pedes, dabit $106 : 12$ seu $8\frac{3}{4}$ pro gravitate specifica massæ ex filis. Seu si ex filis dictis conflatur massa, filum unius pedis ejus massæ, erit $8\frac{3}{4}$ granorum.

Ita si plurium vasorum vinorum detur capacitas, et vinorum detur bonitas seu pretium eodem modo dabitur bonitas vini ex omnibus commixti.

Propositio 8

Data proportione molium et densitatum in partibus, definire densitatem compositi.

				30
				32
[†] In margine	1	0	6	$8\frac{3}{4}$
	1	2		24
				106

I partium *add.* **L** **2** $a+b+c$ (*x*) est volumen *del.* (*2*) notat volumen *add.* **L** **2-6** partium (*x*) quod cum ductum in gravitatem specificam det molem (prop. 3) ideo vicissim mo (*2*) Quoniam ... specificæ *add.* **L** **3** igitur (*x*) volumen multiplica *del.* (*2*) numerus voluminis *add.* **L** **3** numerum | dens *del.* | **L** **4** dat quantitatem (*x*) | molem *corr.* | $as+bl+cv$ *del.* (*2*) molis (*a*) numerum *del.* (*b*) quantitatem *add.* **L** **5** seu ponderis *add.* **L** **7** exemplo, (*x*) si tria fila ejusdem crassitudinis commi *del.* (*2*) si | «duo» *corr.* | **L** **7** crassitie | (*x*) unum aureum alterum argenteum (*2*) sumantur aureum *del.* | **L** **8** sint | $a(3) b(4)$ *del.* | **L** **8** (seu a, b, c) *add.* **L** **9** ex ... massa *add.* **L** **10** circiter (*x*) 99, 55, 48; seu rotundius *del.* (*2*) ut ... pes *add.* **L** **10** granorum *add.*; *acc. non del., del. ed.* (*x*) et (*b*) seu *del.* **L** **11** et ... partium *add. et del.* **L** **11** granorum *add.* **L** **11-12** summa | seu *add.* | pondusque *corr.* | **L** **12** 106 | quod *del.* | **L** **12** granorum *add.* **L** **13** seu | (*x*) $8\frac{3}{4}$ (*2*) *s del.* | **L** **13** filis | (*x*) confusis (*2*) | seu gravitate fili «i-d» *add. et del.* | ex *acc. non del., del. ed.* | **L** **13-14** seu ... granorum *add.* **L** **13** si | massa *del.* | **L** **15** (*x*) Ita *del.* (*2*) Ita si (*a*) duorum *del.* (*b*) plurium *add. et del.* (*c*) plurium *add.* **L** **16** seu pretium *add.* **L** **16** bonitas | «fin» *del.* | **L** **16** commixti | quod «a» *del.* | **L** **18** proportione (*x*) ponderum partium et gravitatum specifica *del.* (*2*) molium *add.* **L**

In not. marg.: $8\frac{3}{4}$ | $9\frac{3}{4}$ *corr.* | **L** 106 *potius*: 86 *ed.*

Resumtis prioribus, sint rursus auri, argenti et æris gravitates specificæ s , l , v , pondera f , g , b . Datis densitatibus et ponderibus partium dantur volumina (dividendo numeros ponderum per numeros densitatum) per propositionem 3. Et datis jam voluminibus et densitatibus partium datur (per propositionem 7) densitas totius.

5

In priori exemplo, ponamus auri sumi grana 30, argenti 22, æris 24, dividendo hæc pondera seu moles per densitates seu gravitates specificas respective, 10, $8\frac{1}{2}$, $4\frac{4}{5}$ provenient volumina.

[Calculations sequentes reperiuntur in margine]

$$\begin{array}{r} 3 \cdot 13 + 9 \cdot 1 \\ 39 \\ 9 \\ \hline 48 \\ 16 \end{array}$$

$$a + b = 1$$

10

$$\text{et } 13a + 9b = 12$$

$$a = 1 - b$$

$$13 - 13b + 9b = 12$$

$$13 - 12 = \overline{13 - 9b}$$

$$b = \overline{13 - 12} : \overline{13 - 9}$$

15

$$a = \frac{\textcircled{13} - 9 - \textcircled{13} + 12}{13 - 9} [b]$$

$$a : b :: \overline{12 - 9} : \overline{13 - 9}$$

$$31 \quad 12 \text{ \textit{dsh}} 4 \text{ \textit{dsh}}$$

$$\begin{array}{r|l} 36 & \langle 9 \rangle \\ \hline 16 & \langle 4 \rangle \end{array} \quad \begin{array}{r} \langle 39 \rangle \\ \langle 12 \rangle \\ \hline \langle 51 \rangle \end{array}$$

Datis densitatibus et ponderibus partium dantur volumina (dividendo 20 numeros ponderum per numeros densitatum, per propositionem 3). Datis jam voluminibus et densitatibus partium datur (per propositionem 7) densitas totius.

In priori exemplo ponamus sumi auri grana 30, argenti 22, æris 24, et dividendo hæc pondera seu has moles per densitates seu gravitates specificas 25

1-8 Resumtis ... volumina *del.* *L* 4 partium | dantur *corr.* | dens *del.* | *L* 6 sumi | partes 30, ar *del.* | *L* 6-7 dividendo | per *del.* | *L* 7 pondera | (1) per densitates (2) ex densita *del.* | (3) seu moles *add.* *L* 8 $4\frac{4}{5}$ | redibunt *del.* | *L* 8 volumina (1) constructio est similis priori, pondera partium in a *del.* (2) retentis notis *add. et del.* (3) proble *del.* *L* 13 *Posſt hanc æquat.* | $13 - 4b = 12$ $4b = 1$ $b = 1 : 4$ *del.* | *L* 16 b *add. ed.* **18** *Posſt hanc lineam* | $16 - 13 - 12 \cdot \frac{3 \cdot 13}{4}$ $16 - 9 - 4$ $12 \cdot 1$ *del.* | *L* 20 ponderibus | dantur *del.* | *L* 21 densitatum (1)) *del.* (2) per *del.*, *res. ed.* *L*

respectively, $10, 5\frac{1}{2}, 4\frac{4}{5}$ prodibunt volumina 3, 4, 5, quorum summa est ut [20]
12; pondus vero totius granorum 106; quod divisum per 12 dabit gravitatem
specificam $8\frac{4}{5}$.

Canon generalis talis erit: sint pondera partium f, g, h , gravitates speci-
5 ficæ auri, argenti, æris, s, l, v erit gravitas specifica totius: $f + g + h$ divis.
per $\overline{f} : s + \overline{g} : l + \overline{h} : v$. Significat autem mihi $f : s$ idem quod f divis. per s .
et ita in reliquis. Si quis fractiones tollere velit, fiet: $f + g + h$ multipl. per
 slv et divis. per $sl + sv + lv$, et proveniens erit numerus gravitatis specificæ.

[Calculations sequentes reperiuntur in margine]

$$\begin{aligned}
 D &\stackrel{(1)}{=} \frac{as + bl + cv}{a + b + c}. \quad as + bl + cv \stackrel{(2)}{=} E \\
 10 \quad a &\stackrel{(3)}{=} E : s - bl : s - cv : s \quad \text{per 2.} \\
 &\overline{a + b + c} D \stackrel{(4)}{=} E \quad \text{per 1 et 2.} \\
 DE : s - bDl : s - cDv : s + bD + cD &\stackrel{(5)}{=} E \quad \text{per 3 et 4} \\
 \text{seu } E \overline{1 : D - 1} : s &= b \overline{1 - l} : s + c : \overline{1 - v} : \overline{s} \\
 \text{si sit } c = 0 \text{ et } v = 0 \text{ fiet } b &= \overline{ES - ED} : \overline{DS - L} \\
 15 \quad \text{seu } b &= \overline{ES - ED} : \overline{DS - DL} \\
 \text{et } a &= \overline{ED} : \overline{-EDL} - \overline{ESL} : \overline{+EDL} : \overline{DS} + \overline{DL} \\
 \text{et } a : b &= \overline{D - L} : \overline{S - D} \\
 \text{proba} \\
 \frac{sbD \overline{-sbL} + \overline{bLs} - bDl}{S - D} &= Da + Db \\
 20 \quad = \frac{\overline{DbD} - Dbl + Dbs \overline{-Dbd}}{S - D} \\
 \text{quod succedit.} \\
 \text{Ergo } a : b &= \overline{1 - 1} : \overline{1 - D + S} : \overline{D - S} \\
 aS : bL &= \overline{DS - LS} : \overline{SL - DL}
 \end{aligned}$$

1 respective, | 3 del. | L **5** v | erunt del. | L **6** per | (1) s (a) : (b) et (2) $\overline{f} : s + \overline{g} : l +$
 $\overline{h} : v$ del. | L **6** Significat ... quod (1) Significat corr. (2) Significat ... mihi | duo
puncta divisionem seu del. | $f : s$ | est del. | idem quod add. | L **13** (1) seu | $\overline{E} \rightarrow$ del. |
 $E \overline{1 - v} : \overline{s}$ (2) seu L **13** b | $\overline{c}$ del. | L **13** potius: $E \overline{1 - D} : s = b \overline{1 - l} : s + c \overline{1 - v} : \overline{s}$
ed. **14** fiet | $a = E : s \quad b = \overline{ES + ED}$ del. | L **14** b = | $\overline{ED}$ del. | L **15** (1) et a = (2)
seu L **16** $-\overline{ESL}$ potius: $-\overline{ESL}$ ed. **18** | (1) $D = 1 : a + b + D - L : S - D$ seu (a) $D =$
(b) D (c) $Da + Db = \overline{S} \rightarrow$ (d) = (2) (a) $D \rightarrow$ (b) bDs (c) $\overline{bsD - bsL} : \overline{s - D + bL}$ del. |
(3) proba add. | (a) = (b) $\overline{b} \rightarrow$ del. | L **19** $Da + Db$ add. L **20** = | $\overline{DbS}$ del. | L **21**
quod succedit add. L **22** Ergo add. L **22** Ergo (1) $a : b =$ (a) DD (b) $\overline{1 - s^D + 1} :$
 $\overline{D - 1}$ del. (2) $a : b =$ | (a) $E - E$ del. | (b) $\overline{1 - 1} : \overline{+S} : \overline{D - S}$ del. | L **23** Post hanc
æquat. | = acc. non del., del. ed. | (1) $DS + DL$ corr. (2) $DS - DL : \overline{SL - DL}$ del. | L

[*Calculationes sequentes in margine eodem delevit Leibnitius*]

$$D = \frac{as + bl + cv}{a + b + c}$$

$$D \cdot \overline{a + b + c} = as + bl + cv$$

Datur D et s , et l , et $as + bl + cv = E$. Dabitur et $a + b + c$, nempe

$$a + b + c \stackrel{(1)}{=} E : D$$

et $as + bl + cv = E$. Et per 1 erit $a = E : D - b - c$ et fiet:

5

$$\overline{E : D} s - bs - cs + bl + cv = E$$

$$E \overline{1 - s : D} = \overline{bl - s} + \overline{cv - s}$$

in duobus

$$a = E : D - b = E : D - \overline{E \overline{1 - s : D} : \overline{l - s}}$$

$$\text{et } b = \overline{E \overline{1 - s : D}}$$

10

Propositio 9. Problema

Data gravitate specifica partium et data gravitate specifica quæ desideratur in composito[,] invenire proportion-
es voluminum vel ponderum inter partes; seu regu-
lam alligationis.

15

Hoc problema est determinatum in eo casu quo duæ sunt tantum diver-
sæ gravitates specificæ in componentibus; nam si plures sint, infinitis mo-
dis quæsito satisfieri potest. Itaque in casu duarum gravitatum specificarum
datarum detrahatur numerus repræsentans gravitatem specificam mediam
seu desideratam in ligatura a numero majoris specificæ gravitatis partium
et rursus a numero gravitatis specificæ in ligatura desideratæ seu mediæ de-
trahatur numerus minoris gravitatis specificæ partium, et residuum prius
erit ad residuum posterius, ut volumen minori gravitati specificæ assignan-

20

[21]

2 + c add. L 3 et | ab + b del. | L 3 + cv add. L 3 E. | Fiet del. | L 4 + c add.
L 4 $\stackrel{(1)}{=}$ (1) $D : c$ corr. (2) $E : D$ L 4 $E : D$ | et $as + bl + cv = 1$. Substitu del. | L
12 Data | (1) gravi (2) densitate del. | (3) gravitate specifica add. | L 13 invenire |
(1) ponde (2) volumina vel pondera partium del. | L 16 problema | tantum del. | L
16 determinatum | in casu du del. | L 16 tantum add. L 17 componentibus; | et
debet del. | L 18 potest | (1), (quod notare debebant Arithmetici regulam alligationis
tractantes) (2) Itaque del. | (3) Itaque L 18 duarum | volumen majoris sive ad volumen
del. | L 18 specificarum | fit diff del. | L 19 datarum | S et L auri et argenti, ut habentur
magnitudo seu del. | L 19 mediam add. et del., add. L 20 seu ... ligatura add.
L 21 rursus | numerus gra del. | L 21 seu mediæ add. L 22 minoris add. L 22
specificæ | (1) maj (2) mi del. L 22 partium, | minoris del. | L 22 residuum | posteri
del. | L 23 volumen | minoris gravitatis corr. | L 39.23-40.1 specificæ (1), et del.
(2) assignandum add. L

dum ad volumen assignandum gravitati specificæ majori. Ex voluminibus autem habitis, et gravitatibus specificis habentur et pondera partium (per propositionem 3.) multiplicando gravitates specificas per volumina.

Pro ponderibus tamen inveniendis habetur et peculiaris canon; nempe si pro
5 gravitatibus specificis substituantur numeri proportionum experimentium quantum in unaquaque massa partiali contineatur materiæ gravitate æquivalentis. Si gravitates specificæ partiales determinantur per proportionem duarum materialium A et B quæ confusæ eas dare possent, et ex numeris unus ex ipsis, ut A
10 significantibus, proportionem[,] ad eos habebitur proportio ponderum partialium ut ex ipsis gravitatum specificarum numeris habita est paulo ante proportio voluminum. Et hæc methodus servatur in cu[d]endo monetam.

Eadem pondera peculiari canone sic habentur: fiat pondus partis gravitatem specificam maiorem habentis ad pondus habentis minorem in ratione composita voluminum jam inventorum et ipsarum gravitatum specificarum. Demonstratio-
15 tionem in re præstita dare non vacat.

Si plures sint duabus datæ gravitates specificas partiales; in omnibus assumantur proportionem ponderum vel voluminum pro arbitrio, et ex his omnibus præter unam sumtis componetur novum compositum certæ gravitatis specificæ, et reductum est problema ad casum duarum datarum gravitatum specificarum, jam solutum.

1 volumen | assignandum *add.* | gravitatis ... majoris *corr.* | (1) Quod si pondera par (2) Ha *del.* | L 3 multiplicando [...] volumina *add.* L 4-11 Pro ... monetam *add. et del.* L 4 nempe | erunt pondera partialia *del.* | L 5 substituantur | <conten→ *del.* | L 6 materiæ | ad *del.* | L 6 Si | pond *del.* | L 8 quæ | eas *del.* | L 8 unus | unum *corr.* | L 8 ipsis, | A *del.* | L 9 significantibus, proportionem[,] ad eos (1) per gravitates specificas | eodem *corr.* | modo habebuntur volumi (2) | proportionem *add.* | <re→am tum *add. et del.* | ad eos L 9 proportio *add.* L 11 Et (1) hac methodo servata *corr.* multiplicando volumina *del.* (2) hæc [...] servatur L 11 in cuendo *corr. ed.* L 12-15 Eadem ... vacat *del.* L 12 pondera | pec *del.* | L 12 habentur seu *add. et del.* L 13-14 pondus (1) | in *corr.* | ratione composita gravitatis specificæ (a) | majoris ad *del.* | (b) totalis in ligatura desiderata ad partialem *add.* | minorem; et summa gravitatum specificarum partialium, ad excessum | maj *del.* | gravitatis specificæ partialis majoris supra totalem. (2) | in *corr.* | (a) hab *add. et del.* ratione *del.* | (b) habentis ... specificarum *add.* | L 14 specificarum | Summæ partialium gravitatum ad minorem (1) et summæ ex (2) et mediæ totalis majoris a minore partiali ad differentiam inter maiorem totalem ad partialem et mediam (a) densi (b) gravitatis mediæ ad minorem, et differentię inter maximam et (aa) mediam bb minimam ad differentiam inter maximam et (aaa) minimam (bbb) mediam *add. et del.* | L 14-15 (1) Ut si marca fini argenti (2) Quodsi plure (3) Demonstrationem L 15 re (1) | facili cognita et (a) <pure> (b) pure arithmetica dare (2) manifesta *del.* | (3) præstita *add.* L 15 vacat. | Si *del.* | L 16 Si | plura *corr.* | L 16 partiales; | (1) omnes partes (2) omnium *del.* | (3) in omnibus *add.* L 16-17 assumantur *add.* L 17 voluminum | assumantur *del.* | L 18 sumtis *add.* L 19 et | habetur *del.* | L 20 solutum *Sequitur iuxta amplum insertionis signum:* (| <nell'unito> *del.* | biglietto) et ad paginam 27 iuxta similem signum legitur: Ad prop. 9 de quantitate materiæ post verba: jam solutum. 41.1-42.10 Pagina 27 et sua versa 28 textum hic insertum Sed demonstrationem ... accomodata est. *continent.*

[27] Sed demonstrationem subjiciamus. Sint duæ gravitates specificæ una auri s altera argenti l . Quæritur volumen auri a et argenti b quantam proportionem inter se habere debeant, ut compositum volumen $a + b$ habeat gravitatem specificam datam d . Quoniam pondus auri est as et pondus argenti bl (per propositionem 3) erit pondus massæ $as + bl$; sed idem pondus (per dictam propositionem 3) est $\overline{a + b}$ in d et fit $as + bl$ æqu. $ad + bd$ seu $as - ad$ æqu. $bd - bl$. Ergo fiet b ad a ut $s - d$ ad $d - l$ seu b volumen minori gravitati specificæ (argenti nempe) assignandum, se habet ad a volumen assignandum majori, (auri scilicet) ut $s - d$ excessus majoris gravitatis specificæ datæ s super mediam præscriptam d ad $d - l$ excessum mediæ d super minorem datam l . Ex voluminum autem auri et argenti proportionem jam reperta habentur et pondera ducendo rationem voluminum inventam in rationem gravitatum suarum specificarum. Operæ tamen pretium est notare peculiarem dari canonem pro ponderum ratione inveniendi sine mentione voluminum et gravitatum specificarum. Nam sint duæ massæ una melior in qua sit pondus auri ad pondus totum ut e ad unitatem seu certa portio marcæ verbi gratia $\frac{13}{16}$ seu 13 lotones ad unam marcam altera deterior in qua sit pondus auri ad pondus totum ut h ad unitatem seu certa portio marcæ verbi gratia $\frac{9}{16}$ seu 9 lotones ad unam marcam et componenda inde sit massa nova in qua sit pondus auri ad pondus totum, ut n ad unitatem seu ut 12 lotones ad marcam, quæritur quæ sit proportio ponderum sumendorum de massis datis, ut componatur massa nova? Pondus massæ melioris sit m , peioris seu minus auri habentis p . ad componendum pondus massæ novæ quod sumatur 1 seu una si placet marca fiet 1 æqu. $m + p$ et $me + ph$ æqu. n , aurum enim in pondere m de massa meliore sumto contentum est ut me seu

1 subjiciamus | Partium ab *del.* | L 2 b (1) | quanta *corr.* | assumi *del.* | L 5 bl | erit pon *del.* | L 5 sed | eade *del.* | L 7 fiet | (1) $a : b$ (2) a ad b ut $d - l$ ad $s - dl$ hoc est volumen minoris *del.* | L 8 specificæ (1) assignandum (a) est (b), se habet *del.* (2) assignandum, ... habet *add.* L 10 s | quæsitæ *del.* | L 11 Ex (1) | voluminibus *corr.* | autem pro quaque gravitate specifica (2) voluminum (a) proportionem *add. et del.* (b) auri ... proportionem *add.* L 12 reperta | repertis *corr.* | L 12-13 pondera (1) ducendo | volumina inventa *corr.* | in | gravitates suas *del.* | (2) | ducendo rationem *add.* | ... | rationem ... suarum *add.* | L 13 Operæ | pre *del.* | L 14 dari | pro *del.* | L 15 duæ | gravitates specificæ *del.* | L 15 una (1) melior habens auri partes *del.* (2) melior *add.* L 16-17 pondus (1) totum ut e ad (a) a *corr.* (b) t *del.* (c) unitatem *add.* (2) | e ... portio (a) marcæ ad (b) marcæ ... gratia (aa) $\frac{13}{16}$ (bb) $\frac{13}{15}$ *corr.* (ccc) $\frac{13}{16}$... marcam *add.* | L 17 deterior *add.* L 18-19 h (1) t *del.* (2) | ad ... seu (a) unam (aa) libram (bb) marcam (c) certa ... marcæ (aa) ad unam (bb) verbigratia ... marcam *add.* | L 19 et (1) comp *del.* (2) et L 20-21 totum, (1) ut n ad t *del.* (2) ut ... marcam *add.* L 22 nova? | (1) S (2) Pondus *del.* | L 24 sumatur | t *del.* | L 24 1 (1) fiet $m + p$ æqu. 1 *del.* (2) seu ... $m + p$ *add.* L 24 si placet *add.* L 24 æqu. (1) h *del.* (2) n L 41.25-42.2 aurum ... ph *add.* L 25 enim | (1) sumtum (2) sumtum *del.* | (3) in L

in ratione composita ponderis sumti m , et bonitatis ejus seu proportionione auri e , in unitate ejus contenti; similiterque aurum in pondere p est ut ph . Ergo fiet n in $m + p$ seu $mn + pn$, æqu. $me + ph$ seu $me - mn$ æqu. $pn - ph$. Seu p ad m ut $e - n$ ad $n - h$ proditque canon prorsus similis priori, etsi
 5 in aliis subiectis, nempe p pondus massæ deterioris est ad m pondus massæ [28]
 melioris ut $e - n$ (seu $13 - 12$ seu 1) excessus ipsius e seu auri in massa
 meliore super n seu aurum in massa media componenda; ad nh (seu $12 - 9$
 seu 3) excessum ipsius n auri in massa media componenda super h aurum
 in massa deteriore. Et hæc praxis monetariorum usibus magis accomodata
 10 est.

[Duo textus a Leibnitio deleti sequuntur]

In numeris ponamus Marcam argenti habere 16 lotones et duas dari gravitates [21]
 specificas duarum massarum ex argento et ære, unam 13 lotonum argenti puri in
 marca, alterum lotonum 9; quæritur quomodo faciendum sit compositum quod
 contineat in marca lotones 12. Si spectentur volumina, ut si habentur fila æque
 15 crassa ex massis datis, sit filum ex massa meliore ad filum ex massa deteriore ut 12
 minus 9 ad $13 - 12$, hoc est illud sit triplum hujus et composita marca ex tribus
 filis melioris et uno deterioris erit lotonum 12. Sin pondera desiderentur quod in
 negotio metallorum præstat, fiat pondus massæ melioris ad pondus deterioris ut [22]
 ratione composita $12 - 9$ ad $13 - 12$, et 13 ad 9 seu in ratione composita ex 3 ad 1
 20 et 13 ad 9 , quæ est ratio 13 ad 3 . Itaque si sumantur 13 lotones massæ melioris et
 3 massæ deterioris, habebitur marca massæ mediæ continens 12 lotones argenti
 puri.

In numeris ponamus (cum Germanis) Marcam esse esse 16 lotonum et duas
 esse massas diversæ bonitatis ex auro et argento mixtas in una meliore 13 lotones

4 Seu | m ad n ut 1 Δ del. | L 5 aliis (x) terminis, nempe pondus massæ pejoris est ad
 pondus p , massæ me del. (2) subiectis add. L 6 excessus (x) ponderis del. (2) ipsius e
 seu add. L 7 n seu add. L 7 componenda add. L 11 argenti (x) esse 8 lotonum
 (2) fi (3) puri (a) esse 16 lotones del. (b) habere 16 lotones add. L 12 specificas |
 (1) unam ære (2) ex argento et ære (3) compositorum ex a del. | (4) duarum add. | L
 12 unam | 13 lotonum habent del. | L 12-13 argenti (x) in mar (2) puri (3) | puri
 in marca add. | L 13 quomodo (x) facienda corr. massa del. (2) faciendum L 13
 quod | sit del. | L 14 Si | mas del. | L 15 datis, | sumatur filum ex massa meliore del. |
 L 16-17 (x) hoc est sit triplum (a) et (b) ma (c) | compositi corr. | ex (aa) tribus
 filis melioris deterioris (aaa) unoque (bbb) unoque (bb) | ex add. uno filo melioris, et
 tribus (3) | hoc ... sit (a) tertia pars (b) triplum hujus add. | et add. | composita | marca
 ... erit add. | L 16 illud add. L 19 composita (x) gravitatis specificæ (a) majoris
 ad minorem (b) partialis (c) major (2) gravitatum specificarum 13 ad 9 . et summæ
 gravitatum partialium $13 + 9$ seu 22 ad $13 - 12$ (3) | $\longleftrightarrow$ del. | (a) $12 + 9$ ad 9 et 21 (b)
 $13 + 9$ ad 9 et 12 ad $13 - 12$ (c) 12 ad 9 et $13 - 9$ ad $13 - 12$ seu in ratione composita
 4 ad 3 et | 3 del. | 3 ad 1 hoc est in ratione 4 ad 1 (4) $12 - 9$... L 19 seu | 3 ad 1 del. |
 L 19 ex add. L 20 massæ | 13 lotones del. | L 23 ponamus | Marcam auri duas
 massas unum continentem 13 del. | L 23 esse add. L 24 diversæ bonitatis add. L
 24 meliore (x) 16 corr. (2) 13 L

auri cum 3 lotonibus argenti et in altera deteriore 9 lotones auri cum septem lotonibus argenti. Posita jam auri gravitatem specificam esse argenti duplum, erit (per propositionem 7.) gravitas specifica massæ melioris bis 13 + semel 3 divis. per 13 + 3 seu $\frac{29}{16}$, et massæ deterioris gravitas specifica erit bis 9 + semel 7 divis. per 9 + 7, seu $\frac{25}{16}$. Ex his jam componenda est massa mediæ bonitatis 12 lotonum auri et 4 argenti, seu gravitatis specificæ $\frac{28}{16}$. Quæritur quantum sit sumendum a massa meliore, quantum a deteriore. Erit volumen seu extensio sumendæ partis melioris ad volumen sumendæ partis deterioris ut 28 – 25 ad 29 – 28 seu ut 3 ad 1, et pondus partis melioris ad pondus deterioris ut ter 29 ad semel 25 seu ut 87 ad 25.

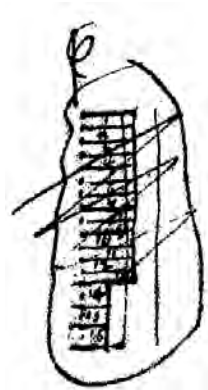


Figura 5.1 (del.)

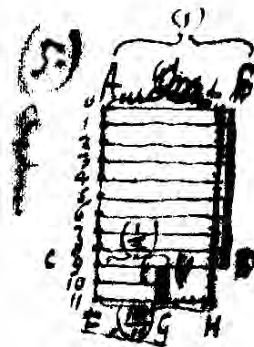


Figura 5

[23] In numeris ponamus (cum Germanis) Marcam esse 16 lotonum, et duas esse massas diversarum bonitatum seu gravitatum specificarum, ex auro et argento mistis factas. In melioris marca [Fig. 5.1] esse 13 lotones auri et 3. lotones argenti. In marca deterioris esse 9 lotones auri et 7 argenti. Quæritur quomodo ex his componenda sit massa mediæ bonitatis, habens in marca

1 auri (1) |, del. | cum add. | 3 argenti cuius gravitas specifica sit (2) | cum ... argenti add. | L 1-2 et (1) qua posita (a) | num del. | gravitatem specificam esse corr. | (b) | ejus add. et del. | eius add. | gravitas specifica erit (2) | in ... auri (a) cum 7 lotonibus (b) cum septem lotonibus argenti add. | L 2-3 erit (1) gravitas specifica del. (2) per ... specifica add. L 3 massæ | huius del. | L 3-4 melioris (1) | 13 · 2 + 9 divis. per 13 + 9 corr. | seu (a) 26 (b) 35 divis. 22 (c) 35 : 22 (d) | $\frac{35}{22}$ corr. et del. | (2) bis ... $\frac{29}{16}$ L 3 bis add. L 3 semel add. L 4 et add. L 4 gravitas ... erit add. L 5 massa | 12 lotonem aut del. | L 6 seu | $\frac{28}{16}$ del. | L 6 (1) Fiat (2) Quæritur L 7 (1) Ajo pa del. (2) Erit add. L 7 sumendæ partis add. L 8 ad (1) volumen del. (2) volumen ... partis add. L 8 ut | 29 – 28 del. | L 8 ut | (1) 29 (2) 3 ↔ del. | L 9 et | po del. | L 9 ut | 3 del. | L 11 ponamus | Ma del. | L 12 massas | diversæ bonitatis seu gravitatis specificæ corr. | L 13 argento | mistas del. | L 13 In | meliori corr. | marca add. | L 13 et (1) tres del. (2) 3. add. L 14 (1) Ex his componenda del. (2) Quæritur L

- lotones auri 12 et argenti 4. Placet autem in exemplo hoc, simul volumina et gravitates specificas indagandas exponere. Auri gravitas specifica sit ut 2. argenti ut 1. Erit in massa meliore 13 lotonum auri volumen $\frac{13}{2}$ (id est 13 divis. per 2) et 3 lotonum argenti $\frac{3}{1}$ seu 3. et in massa meliore volumen marcæ erit $\frac{13}{2+3}$ seu $\frac{19}{2}$ (per propositionem 3). Ergo dividendo pondus marcæ melioris per volumen, seu 16 per $\frac{19}{2}$ fit $\frac{32}{19}$ gravitas specifica massæ melioris (ob eandem propositionem 3). Et similiter in massa deteriore volumen 9 lotonum auri est $\frac{9}{2}$ et volumen 7 lotonum argenti $\frac{7}{1}$ seu 7. et volumen marcæ $\frac{9}{2} + 7$, seu $\frac{23}{2}$, et gravitas specifica 16 divis. per $\frac{23}{2}$ seu $\frac{32}{23}$. Et in massa media desiderata volumen 12 lotonum auri est $\frac{12}{2}$ seu 6, et 4 lotonum argenti est $\frac{4}{1}$ seu 4, et volumen marcæ est $6 + 4$ seu 10; et gravitas specifica massæ fit $\frac{16}{10}$ seu $\frac{32}{20}$. Quæritur quantum voluminis aut ponderis a massis extremis capiendum, ad faciendam mediam. Et primum, si volumina capienda desideramus, ob regulam præsentis problematis fiat volumen massæ deterioris capiendum ad volumen capiendum melioris, ut $\frac{32}{19} - \frac{32}{20}$ excessus gravitatis specificæ maximæ super mediam ad $\frac{32}{20} - \frac{32}{23}$ excessum mediæ super minimam seu ut $\frac{1}{19}$ demto $\frac{1}{20}$ ad $\frac{1}{20}$ demto $\frac{1}{23}$ seu ut $\frac{1}{19}$ ad $\frac{3}{23}$ seu ut 23 ad 57. Cumque pondera capienda fiant multiplicatione voluminum per gravitates specificas, itaque multiplicando volumen deterioris $\frac{1}{19}$ per suam [24] gravitatem specificam $\frac{32}{23}$. fit pondus massæ deterioris ut $\frac{1}{19}$ multipl. per $\frac{32}{23}$. Similiter pondus massæ melioris fit ut $\frac{3}{23}$ multipl. per $\frac{32}{19}$ unde postremo

I autem | exempli huius *del.* | **L 2** exponere. Auri (*x*) Massa melioris *del.* (**2**) Auri **L 2** specifica | est ut *del.* | **L 3** meliore | (*x*) 15 voluminu (**2**) 13 volum *del.* | **L 3** volumen | 13 : 2 *del.* | **L 4** et *del.*, *res. ed.* trium *del.* **L 4** argenti | 3 : 1 *del.* | **L 4** et (*x*) massa *corr.* (**2**) marca *del.* (**3**) in massa *add.* **L 4-5** volumen (*x*) erit 16 *del.* (**2**) marcæ *add.* | (*a*) erit 13 : 2 + 3 seu (*aa*) 13 (*bb*) $\frac{13}{2+3}$ *del.* | (*b*) erit *add.* | $\frac{13}{2+3}$ | 2 *corr. ed.* | **L 5** seu | (*x*) $\frac{19}{2}$: 2 (**2**) 19 : 2 *del.* | **L 6** volumen | (*x*) (*a*) per (*b*) ob eandem prop. 3) *add. et del.* | **L 6** per (*x*) $\frac{19}{2}$: 2 fit $\frac{32}{19}$ (**2**) $\frac{19}{2}$: 2 (**3**) $\frac{19}{2}$: 2 (**4**) $\frac{19}{2}$ *del.* (**5**) | $\frac{19}{2}$ *add.* | **L 6** 32 : 19 *corr.* | **L 6-7** melioris (*x*) in massa *del.* (**2**) (ob ... 3) *add.* **L 7** volumen | 16 *del.* | **L 8** est (*x*) 9 : 2 (**2**) $\frac{9}{2}$ **L 8** argenti | 7 : 1 *corr.* | **L 9** specifica | 32 : 23 *del.* | **L 9** 16 (*x*) : 23 *corr.* (**2**) per (*a*) $\frac{23}{2}$: 2 *del.* $\frac{23}{2}$ *add.* (**2**) div *add. et del.* divis. *add.* per ... **L 9** seu | 32 : 23 *corr.* | **L 10** auri | est *add.* | 12 : 2 *corr.* | **L 11** est | 4 : 1 *corr.* | **L 11** est *add.* **L 12** massæ | fit *add.* | 16 : 10 *corr.* | **L 12** | seu (*x*) 32 : 20 (**2**) $\frac{32}{20}$ *add.* | **L 12** Quæritur | quodnam volumen aut po *del.* | **L 14-15** massæ (*x*) deterioris *del.* (**2**) melioris *add.* **L 15** capiendum (*x*) deterioris ut *del.* (**2**) | ad ... capiendum *add.* | melioris **L 15** ut | $\frac{32}{19}$: 19 *corr.* | ad *del.* | $\frac{32}{20}$: 20 *corr.* | **L 15-16** excessus ... mediam *add.* **L 16** ad | $\frac{32}{20} - \frac{32}{23}$ *corr.* | **L 16-17** excessum ... minimam *add.* **L 17** ut | 1 : 19 ... 1 : 20 ... 1 : 20 ... 1 : 23 ... 1 : 19 ... 3 : 23 *corr.* | **L 17-18** seu ... 57 *add.* **L 17-18** ad | 87 *corr. ed.* | **L 18** capienda (*x*) sint in (**2**) fiant (*a*) | volumina *del.* | multiplicanda *corr.* | multiplicatione | voluminum *add.* | **L 19** specificas, | fiat pondus capiendum de massa meliore ad capiendum de massa deteriore ut 32 : 19 · 19 ad (*x*) 32 (**2**) 3 · 32 : 23 · 23 seu ut 1 : 19 · 19 ad 3 : 23 · 23 *del.* | **L 21** unde | pondus *del.* | **L**

sublatis 32, 23, 19, quæ utrobique eodem modo reperiuntur erunt pondera capienda ut 1 ad 3. Sive pro uno pondere massæ deterioris capiendum est triplum massæ melioris, seu in marca massæ mediæ erunt 12 lotones massæ melioris, et 4 massæ deterioris. Quod examine comprobatur. Nam 12 lotones massæ melioris continent $\frac{3 \cdot 13}{4}$ seu $\frac{39}{4}$ lotones auri, et $\frac{3 \cdot 3}{4}$ seu $\frac{9}{4}$ argenti. 5
At 4 lotones massæ deterioris continent $\frac{9}{4}$ auri et $\frac{7}{4}$ argenti. Ergo addendo in unum $\frac{39}{4}$ auri in massa meliore, et $\frac{9}{4}$ in deteriore fiunt $\frac{48}{4}$ seu 12 lotones auri in marca massæ mediæ seu compositæ. Et addendo in unum $\frac{9}{4}$ argenti in massa meliore, atque $\frac{7}{4}$ in massa deteriore fiunt $\frac{16}{4}$ seu 4 lotones argenti in marca massæ mediæ seu compositæ. Quod desiderabatur. 10

Sed idem in præsentī casu brevius consequi poteramus, nec opus erat gravitatem specificam aut volumina massarum investigare; quod tamen ideo præstitimus, ut ostenderemus praxin calculandi, quando his opus est[,] sequenti etiam problemati profuturam.

Hic vero ex eo solo quod constat quotnam lotones auri sint in massis meliore et deteriore et quot requirantur in media componenda, nempe in meliore 13, deteriore 9, media 12 haberi potest pondus secundum canonem 15
[25] problematis, ut volumina ex gravitatibus specificis paulo ante investigavimus, nempe, pondus capiendum de deteriore est ad pondus capiendum de meliore, ut excessus auri in meliore super aurum in media (id est 13 — 12 seu 1) ad excessum auri in media super aurum in deteriore (id est 12 — 9 seu 3) hoc est pondus capiendum de meliore est triplum capiendi de deteriore, ut ante. 20

I reperiuntur | fit pondus capiendum de massa meli *del.* | L 3 seu (1) ad *del.* marcam *corr.* (2) in *add.* L 3 erunt | 13 lotones auri *del.* | L 3 massæ | medi *del.* | L 4 deterioris. (1) Nam in his 12. lotonibus massæ melioris (2) Ut sunt (3) Comprobatio (4) Quod L 4 comprobatur, nam *corr.* L 5 $\frac{3 \cdot 13}{4}$ | auri *del.* | lotones auri *add. et del.* | seu $\frac{39}{4}$ | auri *del.* | lotones auri, *add.* | L 5-6 argenti at *corr.* L 7 massa | deterior *del.* | L 8 auri ... compositæ *add.* L 8 in (1) massæ mediæ *del.* (2) marca 9 massa (1) deteriore *del.* (2) meliore *add.* L 9 $\frac{7}{4}$ (1) in ma *del.* (2) in (a) massa *del.* (b) deteriore L 10 in | massa me *del.* | L 11 poteramus, | quia *del.* | L 13 ostenderemus | faciendi modum quando his *del.* | L 13-14 est (1) Nempe quoniam hic gravitas specifica massarum melioris (a) et deterioris (b) mediæ et deterioris ex hoc solo determinatæ sunt, quod constat quantum in (2) In marca cujusque (3) Nempe ex hoc solo (4) sequenti ... profuturam *add.* L 15 ex | hoc *corr.* | L 15 constat (1) quantum *del.* (2) quotnam *add.* L 16 meliore | et de *del.* | L 17 media 12 | requiri *del.* | L 18 problematis, nempe pondus capiendum de (1) meliore (2) deterio (3) meliore (4) deteriore est ad pondus capiendum de meliore, eodem modo *del.* L 18 ante | specificis *del.* | L 19 capiendum | de meliore est ad pondus $\leftrightarrow$ *del.* | L 20 in (1) media *del.* (2) meliore *add.* L 20 in (1) deteriore *del.* (2) media *add.* L 21 in | meliore *del.* | L 22 de (1) media *del.* (2) deteriore *add.* L

Propositio 10. Problema[†]

Datis densitatibus duorum componentium massam datam, invenire sine separatione, qua proportionem componentium, modo volumen ejus et pondus scire liceat[,] quod
5 est problema coronarium Archimedis.

Ponamus coronam auream Hieronis regis ab artifice admixto argento esse nonnihil adulteratam, et quæri quantum sit argenti in ea, quantum auri, ita tamen ut coronam refundi necesse non sit. Datur coronæ pondus quod sit 10 librarum, seu 20 marcarum, datur et auri gravitas specifica argentine; illa hujus circiter dupla. Postremo datur nobis coronæ volumen comparandum cum volumine auri argente puri, paris ponderis. Quod sciri commode potest immersione in aquam[;] ponamus enim libram auri immersam in vas cylindricum in pollices altitudinis distinctum facere assurgere aquam ad pollicem 1, tunc argenti libra faciet assurgere ad pollices
15 2. Ponamus jam coronam immersam 10 librarum facere aquam assurgere ad pollices 11, et volumen unius libræ talis massæ qualis est corona erit ut $\frac{11}{10}$ seu ad $\frac{11}{10}$ pollicis aquam attollet, gravitasque specifica quæ in auro 1, in argento $\frac{1}{2}$ in corona erit $\frac{10}{11}$ dividendo scilicet pondus libræ per volumina, in auro 1, in argento 2 et in corona $\frac{11}{10}$. Jam ergo quærendum est, qua pro-
20 portione aurum et argentum misceri debeat, ut gravitas specifica compositi fiat $\frac{10}{11}$. gravitatis specificæ auri. Solutio habetur per problema præcedens seu propositionem 9 nempe volumen capiendum de deteriore (argento) est

10
† *In margine delevit Leibniti*: 1 libr. arg. vol. 2
1 libr. aur. vol. 1
9 libr. aur. vol. 9

2 (1) Data massa, datisque duabus materiis (2) Datis duabus materiis specificis (3) Datis
L 2 densitatibus | materiæ componentiu del. | L 2 componentium (1) inveni
(2) datoque (3) massam L 4 modo ... liceat add. L 5 Archimedis |, modo
volumen et ejus et pondus scire liceat del. | L 6 (1) Sint (2) Sit corona data (a) in
qua (b) cui (3) Ponamus L 6 Hieronis regis add. L 6 argento | solo del. | L 8
sit. (1) Fiat quon del. (2) | Quoniam duæ del. | nobis | dantur, del. | (3) Dantur add. L
9 librarum, | et del. | L 9 marcarum, | et ejus volumen, comparandum cum volumine
auri puri et argenti puri del. | L 12 sciri | po del. | L 13 vas | aqua plenum del. | L
13 cylindricum | cui aqua infusa est, in gradus dist del. | L 14 ad pollices 3 corr. L
14 tunc add. L 14-15 pollices (1) 6 (2) 2 L 15 immersam | facere 10 del. | L 16
11, (1) erit del. (2) et add. L 16 libræ | $\frac{11}{10}$, et gravitas specifi del. | L 16 erit (1) ad
del. (2) ut add. L 17 seu ... attollet add. L 17 specifica | erit ut $\frac{10}{11}$ del. | L 22
nempe | massa del. | L

In not. marg.: arg. vol. (1) 6 del. (2) 1 corr. (3) 2 add. L aur. vol. (1) 3 del. (2) 2
del. (3) 1 add. L aur. vol. (1) 27 del. (2) 9 add. L

ad capiendum de meliore (auro) ut excessus gravitatis specificæ maximæ seu auri super mediam seu coronæ (sive ut 1 demto $\frac{10}{11}$, hoc est ut $\frac{1}{11}$) est ad excessum mediæ seu coronæ super minimam seu argenti (sive ad $\frac{10}{11}$ demto $\frac{1}{2}$, hoc est ad $\frac{9}{22}$) [Fig. 5, p. 43] itaque volumen capiendum de argento est ad volumen capiendum de auro ut $\frac{1}{11}$ ad $\frac{9}{22}$ seu ut 2 ad 9. Sed pondera habentur multiplicando volumina 2 deterioris seu argenti et 9 melioris seu auri per gravitates specificas $\frac{1}{2}$ argenti, et 1 auri. Jam 2 multiplic. per $\frac{1}{2}$ dat 1 et 9 multiplic. per 1 manet 9. Itaque in corona pondus argenti est ad pondus auri ut 1 ad 9. id est in 10 libris auri coronarii est una argenti et novem auri obrizi. Ita enim cum una libra auri aquam faciat assurgere ad pollicem unum, una argenti ad duos, utique novem libræ auri aquam attollent ad pollices 9. Et corona composita ex una argenti et novem auri attollet aquam ad pollices 11.

Sed utile erit rem in figura oculis subijcere. *ABCD* sunt 9 libræ auri, et *CEGF* est una argenti. Volumen auri est *AC* pollicum 9, volumen argenti *CF* pollicum 2. Volumen totius coronæ pollicum 11. Gravitas specifica auri *AL*, et argenti *FG*, dimidia ejus quæ est auri. Pondera fiunt ex multiplicatione seu ductu voluminum in gravitates, seu *ABCD CEF* pondera auri et argenti sunt rectangula sub *AB* et *AC*, item sub *FG* et *CF*. Gravitas autem specifica totius coronæ est *AL*, quæ ducta in volumen *AF* dat rectangulum *ALHF* æquale rectangulis duobus prioribus, seu pondus coronæ repræsentat; eritque adeo $\frac{10}{11}$ ipsius *AL* vel quod idem est medium Arithmeticum inter undecim quantitates, ex quibus novem sunt ut *AB*, duæ ut *FG* seu ut dimidia *AB*.

[29] Sed utile erit rem in figura oculis subijcere. *ABCD* sunt novem libræ auri, et *CEFG* est una argenti. Volumen auri est *AC* pollicum 9, et volumen argenti *CF* pollicum 2, at volumen totius coronæ pollicum 11. Gravitas specifica auri *AL*, et argenti *FG*, dimidia ejus (circiter scilicet) quæ est auri. Pondera fiunt ex multiplicatione seu ductu voluminum in gravitates, seu *ABCD*, *CEFG* pondera auri et argenti sunt rectangula sub *AB* et *AC*,

I-2 maximæ (i) (auri) del. (2) seu auri add. L 2 mediam | seu add. | (coronæ) corr. | 1— $\frac{10}{11}$ del. | (nempe demto add. et del. | L 2 est | ut add. | $\frac{1}{11}$ | ad excessum del. | L 3 sive ad add. L 4 $\frac{1}{2}$, | seu $\frac{9}{22}$ del. | L 4 ad add. L 5 $\frac{9}{22}$ | seu ut $\frac{2}{22}$ ad $\frac{9}{22}$ del. | L 6 volumina | 2 et 9 per del. | L 6 seu argenti add. L 6 seu auri add. L 7 auri. | Fient ergo pondera capienda de auro del. | L 8 in corona add. L 8 pondus | (i) capiendum (a) de auro est ad pon (b) de auro del. (c) argento add. et del. (2) capien add. et del. (3) | argenti add. est ad pondus (a) capiendum $\leftrightarrow$ (b) auri L 9 coronarii | sunt del. | L **11-12** aquam (i) attollet corr. (2) attollent ... 9. del. et iterum add. L **14-23** Sed ... *AB* del. L 14 libræ | argenti del. | L 18 *ABCD* | pondera auri del. | L 23 dimidia | *AL* del. | L 47.24-48.5 Juxta signum insertionis partis deletæ denuo amplum insertionis signum sequitur cum inscriptione: biglietto et ad paginam 29 juxta similem signum legitur: Ad prop. 10 de quantitate materiæ. Hæc pagina textum hic insertum Sed utile ... dimidia *AB*. continet. 25 et₂ add. L 27 ejus | quæ est del. | L

item sub FG et CF . Gravitas autem specifica totius coronæ est AL , quæ ducta in volumen AF , dat rectangulum $ALHF$ æquale rectangulis duobus prioribus, seu pondus coronæ repræsentat, eritque adeo AL (vel FH) idem quod $\frac{10}{11}$ ipsius AB , vel quod idem est medium Arithmeticum inter undecim
 5 quantitates, ex quibus novem sunt ut AB , duæ ut FG seu ut dimidia AB .

Eodem res redit, si idem corpus modo in aëre, modo in aqua seu aliquo [26] liquore notos ponderemus, quod Monetariis quibusdam audit examen per aquam. Nam differentia ponderum æqualis est ponderi liquoris, qui corpori ponderato volumine est æqualis, ut Archimedes in æquiponderantibus
 10 ostendit. Datur jam aliunde volumen liquoris ex dato pondere. Pondus scilicet per gravitatem ejus specificam dividendo; itaque habemus volumen etiam corporis dati. Datis autem volumine et pondere, datur ejus gravitas specifica. Itaque si constet corpus ex duobus componentibus notæ gravitatis specificæ constare, habetur desideratum per problema præsens. Unde etiam
 15 intelligitur nihil aliud efficere ponderationem in liquore, quam ut doceat nos volumen corporis dati, ne scilicet opus sit vase cylindrico in gradus diviso. Patet etiam plures ponderationes in pluribus liquoribus nihil nos novi docere. Unde etiam porro quando componentes sunt plures duobus, tunc proportionem (infinitis quippe modis variabilem) designare non licet, nisi
 20 aliquid præterea sit cognitum. Ut si nummus constet ex auro, argento et ære, non potest ex volumine ejus et pondere datis definiri, quantum in eo cujusque metalli nisi forte constet qua proportionem argentum et æs sint commixta, quæ solet esse æqualis sive (ut loquuntur) anatica. Compertum enim est eam maxime accedere ad auri colorem. Usi autem sumus propor-
 25 tione gravitatis specificæ auri ad argenti specificam, quasi illa hujus esset dupla, compendii causa, etsi exactius constituenda sit proportio quæ 10 ad $5\frac{1}{2}$ circiter.

1 totius | AL del. | L 3 adeo | $\frac{10}{11}$ del. | L 7 notos add. L 7-8 quod ... aquam add. L 8 ponderum | dab del. | L 8 qui | ma del. | L 9-10 ut ... ostendit add. L 10 aliunde | pondus del. | L 12 etiam (1) liqu (2) massæ (3) corporis L 13 specifica. (1) Ex qua datis componentibus duobus habetur proportio (2) Unde (3) | Itaque add. | L 13 constet | ex qui del. | L 13 duobus | duorum corr. | L 14 problema | posterius del. | L 14 etiam add. L 18 tunc add. L 19 infinitis ... variabilem add. L 20 aliquid | aliud corr. | L 20 nummus | corona corr. | L 22 eo | auri arg del. | L 23 ut | iniqui del. | L 24 sumus add. L 24-25 proportione | dupla auri del. | L 26 quæ (1) 100 ad 54, (a) vel | ut aliqui malunt add. | quæ 99 ad 55 (b) «si mavis» quæ 99 ad 55 (2) 10 L

9-10 ut ... ostendit sic, sed vide Archimedes, De corp. fluit., I, 5.

[33] [Pars 1. Sectio 1. Caput 3.]
DE DUCTIBUS ET DIMENSIONIBUS, seu DE
RATIONIBUS ORDINATIM COMPOSITIS

Traditio

L LH XXXV 11, 18A, pp. 33-61

Definitio 1

DUCTUS seu FACTUM EX PLURIBUS unius SERIEI IN PLURA ALTE- 5
RIUS SERIEI ORDINATIM DUCTIS est quantitas quæ fit, cuilibet
eorum quæ insunt unius seriei applicando unum respon-
dens ex his quæ insunt alteri, eo modo quo fit pondus
aggregati ex pluribus mobilibus, si cuilibet eorum quæ
cuique mobili insunt attribuitur certa gravitas specifica 10
respondens. Et ductus dicentur esse IN RATIONE ORDINATIM COM-
POSITA, eorum quæ invicem ducuntur.

Hac scilicet analogia ponderis uti volo, quæ omnium captui exposita est,
ne rem cogar hoc loco altius repetere ex profundiore continui consideratio-
ne. Ponamus *AB* [*Fig. 6, p. 52*] liquorem esse, cujus partes fundo *B* propiores, 15
sint graviores, totum ejus pondus æstimari non potest, nisi cuilibet sectioni
ut *CD*, suam gravitatem specificam attribuendo. Et eodem modo, si po-
namus hunc liquorem ejusdem quidem gravitatis ubique esse, sed partes
[34] fundo propiores moveri velocius (quemadmodum contingere potest ex eo
quod alveus alicubi versus fundum se contrahit magis quam ante vel post); 20
et quæri totum impetum seu totam quantitatem motus, quam aqua in illa

1 In pagina 31: De Ductibus et Motu B 1 Pars ... 3. add. ed. 4 (1) DUCTUS
(2) Definitio L 5 unius SERIEI add. L 5-6 IN (1) UNUM (2) del. PLURA ... SERIEI
add. L 6 est del. et rursus add. L 6-8 fit, (1) cuilibet eorum quæ in uno illo sunt
applicanda (2) cuilibet ex unis applicando unum (a) ex alteris (b) respondens ex alteris;
eo modo quemadmodum (3) | cuilibet ... modo add. | quo add., del. et rursus add. |
L 7 unius seriei add. L 9 pluribus | corporibus del. | L 10 cuique add. L
10 insunt | in mobili assumi possunt del. | L 10 attribuitur (1) sua del. certa add.
L 11-12 Et ... ducuntur add. L 12 invicem add. L 13 (1) Volo (2) Hac
L 18 esse, | sed ejus loco del. | L 19 velocius | et (1) quan (2) totam quantitatem
motus vel impetum del. | L 20 alveus | initio æqualis ubique imp del. | L 20 magis
... post add. L

alvei loco habet; cuilibet sectioni sua attribuenda est velocitas, et ponendo
 velocitates eadem proportionem crescere, qua paulo ante gravitates specifi-
 cæ, utique quæ antea ponderis eadem nunc impetus æstimatio erit. Atque
 hoc vocamus velocitates ordinatim ducere in magnitudines, sectionum sci-
 5 licet hoc loco quarum quæque ut *CD* suam velocitatem certam habere as-
 seritur. Et impetus dicemus esse in ratione ordinatim composita
 magnitudinem et velocitatem.

Definitio 2

UNUM IN ALIUD DUCITUR ABSOLUTE, cum in omnia quæ in-
 10 sunt uni ducitur æquale alteri.

Ut cum gravitas specifica auri ducitur in magnitudinem cubi pollicaris
 ad æstimandum quantum futurum esset pondus cubi pollicaris aurei. Patet
 enim nullam ejus esse partem in quem non gravitas specifica auri (adeoque
 semper æqualis) ducatur. Sic si campus ubique si æque latus, habetur ejus
 15 magnitudo ducendo latitudinem in longitudinem.

Definitio 3

[37]

PLURA IN UNUM ORDINATIM DUCUNTUR, VEL CONTRA, cum series
 plurium ordinatim ducitur in seriem constituentem unum illud.

Sic in magnitudinem liquoris supradicti *AB* gravitates specificæ diversæ
 20 quas habet, duci dicuntur, quia in plures sectiones ut *CD* quæ ipsi insunt,
 ducuntur ordinatim respondentes gravitates specificæ

UNUM IN ALIUD ORDINATIM DUCITUR, cum quæ uni insunt, in respon-
 dentia alterius ducuntur.

2 qua |supra del. | L 4 hoc (1) dicimus del. (2) vocamus add. L 4 sectionum | hoc
 add. et del. | L 5 hoc loco add. L 6-7 Et ... velocitatem add. L 6 impetus (1)
 dicitur corr. (2) dicemus del. (3) dicemus L 11 magnitudinem (1) Nummi Impe-
 rialis argentei del. (2) cubi pollicaris add. L 12 pondus (1) aurei, qui argenteo im-
 periali magnitudine æquaretur del. (2) cubi ... aurei add. L 13 ejus add. L 13
 partem | nummi aurei del. | L 13 quem | non gravitatis del. | non add. | L 13-14
 (adeoque semper æqualis) add. L 17 (1) UNUM IN PLURA del. (2) PLURA ... UNUM
 add. L 17 ORDINATIM (1) DUCITUR del. (2) DUCUNTUR add. L 17-18 CONTRA, (1)
 plura quæ ducuntur in plura alia insunt uni del. (2) hæc del. (3) cum ... illud add. L
 19 Sic | in add. | magnitudo corr. | L 19 AB | in del. | gravitates | specificas corr. | seu
 del. | diversas corr. | L 20 duci (1) dicitur del. (2) dicuntur add. L 20 in add. L
 21 ordinatim | in suos del. | L 21 respondentes | seu del. | gravitates specificas corr. | L
 21 specificæ | || Definitio 4 add. et del., et paginæ in fine Definitio 4 sequitur post propo-
 sitionem 10 add. L 22 ORDINATIM | SECUNDUM CERTUM ALIQUEM MODUM del. | L
 22-23 DUCITUR, (1) si (a) assignetur (b) quænam unius in quænam alterius ducantur, ut
 magnitudo liquoris ducitur in gravitatum specificarum del. (2) cum ... ducuntur add.
 L 22 uni (1) sunt del. (2) insunt add. L

Ut si magnitudo liquoris in gravitatum specificarum aggregatum ordinatim ducatur, nempe unaquæque sectio ut CD quæ magnitudini liquoris inest.

[38] *Corollarium*

Si plura A ordinatim ducantur in unum B ut fiat ductus C et rursus plura D in unum E , ut fiat ductus F ; et similiter plures gravitates specificæ L in unum mobile M ut fiat pondus N ; rursusque plures gravitates P in unum mobile Q ut fiat pondus R ; sintque gravitates specificæ plures L et plures P proportionales. 5

Propositio 1

Si mobilia sint proportionalia ductum recipientibus, et gravitates specificæ ducendis pondera erunt ut ductus. 10
Constat ex definitione ductus.

Ut si corpus A in diversis suis punctis varias habeat velocitates, et velocitates in corpus ordinatim ducendo, quærat integra quantitas motus, quam habet corpus A . Idemque contingat in corpore B . Dico si loco velocitatis unumquodque punctum horum corporum (aut proportionalium) poneretur recipere gravitatem specificam proportionalem ei quam habet, 15
[39] velocitati fore quantitatem motus in corpore A , ad quantitatem motus in corpore B , ut pondus ipsius A ad pondus ipsius B .

[41] *Propositio 2*

20

Si absolute ducantur duo in se invicem, quantitas ductus erit ut numerus, factus ex numeris quantitatem ducendorum exprimentibus invicem multiplicatis; unitate ductum æstimante ea, quæ fit ex unitatibus ducendorum invicem ductis. 25

1 in (1) gravitates specificas seu earum *del.* (2) gravitatum specificarum *add.* L 2 CD | in suam *del.* | L 3 inest | in *acc. non del., del. ed.* | velocitatem suam *del.* | L 4 Corollar. ... proportionales *corollarium hoc iterum inchoavit delevitque* L 4 *Corollarium add.* L 5 (1) Si plura | ordinatim *add.* | ducantur in unum sintque illa gravitatibus specificis pro (2) Si L 5 ordinatim *add.* L 5 ut ... C *add.* L 6 unum | D *corr.* | L 6 specificæ | in *del.* | L 6-7 unum (1) extensum *del.* (2) mobile *add.* L 7 unum (1) extensum *del.* (2) mobile L 8 proportionales | (1) Corollar. Si (a) mobilia *corr.* (b) mobile sit ad mobile aliud ut (aa) in (bb) unum in quod plura ducuntur ordinatim; sintque plura illa respective ut (aaa) velocitates (bbb) gravitates (2) Corollar. (3) Corollar. Si duo mobilia sint ut (a) duo (b) ductum *del.* | L 15-16 | loco (1) velocium *corr.* (2) velocitatis *add.* | L 17 recipere | velocitatem *del.* | L 18 fore | quantitatem *del.* | L 19 pondus | A *del.* | L 21 absolute (1) unum ducatur in aliud *del.* (2) d *add. et del.* (3) | ducantur ... invicem *add.* | (a) ductus erit ut numerus pro *del.* | (b) quantitas L 23-25 multiplicatis |; unitate ... ductis *add.* L 24 ductum (1) metiente *del.* (2) existente *del.* (3) æstimante *add.* L

Sit mobile trium pedum cubicorum ducendum in gravitatem specificam duorum graduum; (quod est unum in aliud duci absolute, per definitionem 2) et unus pes gravitate præditus unius gradus, sit unius (si placet) libræ adeoque pes gravitate duorum graduum præditus, sit duarum librarum; manifestum est bis ter repeti libram, seu pondus fore librarum sex. Et quod in ponderibus, idem in aliis quoque ductibus intelligendum esse patet ex ductus definitione.

Propositio 3

Si absolute ducantur duo in se invicem, ductus est in ratione composita eorum quæ ducuntur.

In rationibus commensurabilibus patet ex præcedenti; nam factum ex 3 pedibus in 2 gradus ductis est ad factum ex 5 pedibus in 7 gradus ductis in ratione composita 2 ad 5 et 3 ad 7 seu in ratione 2 in 3 hoc est 6 ad 5 in 7 hoc est 35. Idem est in ipsis incommensurabilibus, quia semper dari possunt commensurabiles, quæ ab incommensurabilibus minus differant errore dato, itaque error minor est quam assumebatur, id est nullus assumi potest.



Figura 6

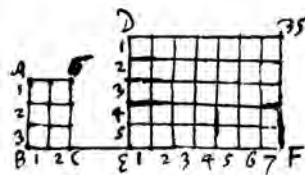


Figura 7

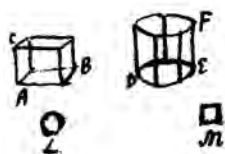


Figura 8

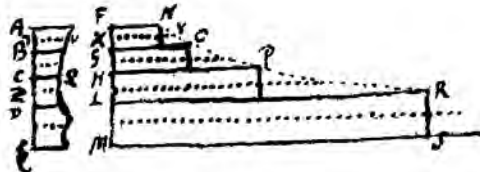


Figura 9

1 specificam | trium graduum *del.* | L 2-3 graduum; (1) sitque gravitas unius gradus *del.* (2) | (quod est (a) duci (b) unum ... 2) *add.* | et unus pes *acc. non del., del. ed.* | L 3 præditus (1) unius libræ *del.* (2) unius gradus *add.* L 4 adeoque ... librarum *add.* L 4 graduum (1) positus *del.* (2) præditus, sit *add.* L 5 ter | erunt *del.* | L 5 fore | gra *del.* | L 5-6 quod ... ponderibus, *add.* L 11-12 factum (1) ex 2 in 3 *del.* (2) ex ... ductis *add.* L 12 est | ex f *del.* | L 12 factum ex (1) 5 in 7 *del.* (2) ↔ *add. et del.* (3) 5 ... ductis *add.* L 13-14 | seu ... 3 (a) seu 6 (b) hoc est 6 ... 7 (aa) seu 35 (bb) hoc est 35 *add.* | L 16-17 assumi potest *add.* L

Propositio 4

Si duo quæ in se invicem absolute ducuntur sint ut latera, ductus sunt ut rectangula.

Est enim rectangulum ABC ad rectangulum DEF in ratione composita AB ad DE , et BC ad DF ; sed (per præcedentem) ductus sunt eodem modo. 5

[42] Si quædam æqualibus existentibus certis quantitibus sint semper ut aliæ, et rursus æqualibus existentibus his sint semper ut illæ, erunt generaliter ut ductus harum in illas.

In motu uniformi punctorum mobilium, (ut exemplo rem inter demonstrandum exponam) temporibus insumtis æqualibus spatia percurta sint ut velocitates, et velocitatibus existentibus æqualibus spatia sint ut tempora; dico spatia percurta esse ut ductus temporis in velocitatem, seu (per) in ratione composita temporum et velocitatum. Sit [Fig. 7, p. 52] spatium AB transmissum tempore TL et velocitate LM , et spatium CD tempore VN , velocitate NP aio fore AB ad CD in ratione composita ex ratione TL ad VN , et LM ad NP seu (per) in ratione rectanguli TLM ad rectangulum VNP . Si æqualia sint tempora vel æquales velocitates res jam constat. Nam temporibus æqualibus si spatia sunt in ratione velocitatum, sunt etiam in ratione composita temporum et velocitatum. Sin tempora sint inæqualia, sumatur majoris ut TL pars TQ equalis minori qua temporis parte TQ percurta sit AE pars spatij AB eadem velocitate qua AB 10 15 20

Itaque dicimus rectangulum ABC fieri ex ductu longitudinis AB , in latitudinem BC .

Si duorum quæ in se invicem ducuntur [*desinit abrupte*]

Propositio 5

[43]

Si duo quæ invicem ducuntur sint unum ut basis alterum ut altitudo, ductus est ut figura super basi ejusque ubique altitudinis. 25

Ut si sit mobile L ad mobile M [Fig. 8, p. 52] ut basis AB ad basin DE , et gravitas specifica mobilis L ad gravitatem specificam mobilis M , ut altitudo AC ad altitudinem EF erit pondus L ad pondus M , ut figura ABC ad figuram DEF . Nam ut ductus sunt (per propositionem 3) in ratione composita eorum quæ invicem ducuntur: ita et figuræ in ratione sunt composita basium et altitudinum. 30

1-3 (1) Si duo (2) Si | duo *add.* | quæ invicem (a) ducuntur (b) absolute ducuntur sint ut latera, ductus sunt ut rectangula (3) | *Propositio ... rectangula add. L 6-23* Si ... ducuntur *del.* *L 6* (1) Si «eisdem» *del.* (2) Si æqualibus existentibus certis quantitibus (a) A (b) A , (aa) certæ (bb) aliæ L sint ut quantitates B ; *del.* (3) Si $L 6$ semper *add.* $L 7$ semper *add.* $L 9$ mobilium, | si tempora *del.* | $L 11-12$ spatia percurta | spatium percursum *corr.* | $L 14$ $CD ... NP$ *add.* $L 18$ velocitatum. (1) Sint *del.* (2) Sin *add.* $L 21$ ABC *add.* $L 23$ Si (1) eorum *del.* (2) duorum *add.* $L 27$ Ut (1) Ut si sint duo mobilia L et M ut duæ basis *del.* (2) Ut $L 29$ figura | DEC *del.* | $L 31$ ita | et (ex geometria) *del.* | $L 31$ sunt *add.* L

Tales figuræ sunt vel planæ, ut parallelogramma, vel solidæ ut parallelepipedæ, columnaria aut cylindrica.

Propositio 6

Si plurium series in unum aliquod recipiens ducatur, ductus est ut
5 figura scalaris composita ex omnibus rectangulis quorum
altitudines sint ut termini ipsius seriei, bases vero sint
partes rectam constituentes, proportionales partibus reci-
pientis.

Nam si gravis *AE* [Fig. 9, p. 52] partes *AB, BC, CD, DE* sint proportionales
10 rectæ *FM* partibus respondentibus *FG, GH, HL, LM* et utræque partes
sint constituentes sui totius, sintque rectæ *FN, GO, HP, LR* proportionales
gravitatibus specificis partium gravis *AB, BC* etc. erit (per propositionem 4)
rectangulum quodque ut *NFG* proportionale ponderi partis respondentis
ut *AB*. Ergo et *FNOPRSM* figura scalaris ex omnibus rectangulis composita,
15 ipsi ponderi gravis *AE* proportionalis erit

Propositio 7

[45]

Iisdem positis si nulla sit pars recipientis, in quam
non varia sint ordinatim ducenda, tunc figura scalaris a-
bit in isogonium curvilineum ductui proportionale.

20 Ut si quæ fundo *E* propiora sunt in gravi *AE*, ponatur esse graviora;
utique in quavis sectione ut *TV* diversa erit gravitas, cui inter *FN* et *GO*
proportionalis *XY* respondeat, atque ita semper continuando interpolatio-
nem, ut rectangula velut *YXG* perpetuo fiant minora, donec tandem latitu-

1 ut (1) rectangula vel *del.* (2) parallelogramma, vel *add.* L 1-2 parallelepipedæ, | cylin-
drica *del.* | L 2 aut cylindrica *add.* L 3 *Propositio 6 add.* L 4 Si (1) plura *corr.* in
del. (2) plurium | series in *add.* L 4 unum (1) ordinatim *del.* (2) recipiens *add. et del.*
(3) aliquod recipiens *add.* L 4 ducatur | ducantur *corr.* | L 5 omnibus *add.* L 5
rectangulis | factis ductu cuiusque (1) rectæ proportionalis *corr.* unius ex (2) rectarum
proportionalium pluribus in (a) partem *corr.* (b) partes rectæ recipientis proportionales *p*
quarum (aa) latera sint (bb) bases sint ut *del.* | L 6 vero | ut partes re *del.* | L 14-15
omnibus ... erit *add.* L 16 (1) Si plura in aliud ordinatim ducenda sint infinitæ
varietatis, (a) $\leftrightarrow$ (b) pars ejus recipientis (2) Si nulla sit pars recipientis in quo non (a)
variæ sumi possint (b) sit (c) sit varietas eorum quæ in ipsum sunt ducenda (3) *Propositio*
L 17 posit is | si series plurium contineat varietates (1) infi (2) numero infinitas *del.* | L
19 in (1) curvam *del.* (2) orthogonium *del.* (3) | isogonium *add.* | curvilineum L
20-21 (1) Ut si in parte quacunque gravis velut *AB* pars rursus sumi possit *AT* (a) «cuius»
(b) gravitate specifica differens a reliqua *TB*, (aa) et interpolando (bb) «si priorem seriem»
(cc) utique alia erit (2) Ut ... erit *add.* L 20 esse | semper gr *del.* | L 21 gravitas, | (et
inter *del.* | L 22 respondeat, | figu *del.* | L 23 velut | ut *corr.* | L

do eorum sit evanescens, figura scalaris desinit in isogonium curvilineum *NYOPRL* proportionale ponderi partis respondentis *AD*.

Isogonium curvilineum voco, quia omnes rectæ ut *FN*, *GO*, seriei ducendorum proportionales (nempe gravitatibus specificis) angulum eundem faciunt ad rectam *FM* magnitudini ipsius gravis *AE* responden- 5 tem; si angulus sit rectus, vocabo orthogonium curvilineum. Figuram scalarem simpliciter vocabo isogonium rectilineum, et tam scalarem quam isogoniam curvilineam communi nomine figuram isogoniam appellabo, et ipsa quæ eodem angulo insistunt dicentur ordinatim applicata, ut *FN*, *GO* terminis scilicet seriei respondentia. Sed 10 partes rectæ *FM*, ab initio aliquo sumtæ dicantur Abscissæ, ut si *HP* sit ordinatim applicata respondens termino seriei; *FH* erit abscissa, quæ proportionalis erit numero exprimenti, quoties in serie sit terminus, si ponatur recta applicationes recipiens uniformiter crescere ab *F* versus *M*.

[46]

Propositio 8

15

Serie in seriem ordinatim ducta, ductus est proportionalis solido facto ex duabus figuris isogoniis, quarum ordinatim applicatæ sint terminis serierum respondentes.

Ut si grave supradictum *AE* non tantum gravitatem specificam augeat, quo magis ad fundum *E* accedit, sed et ubique varias habet crassities seu ma- 20 gnitudines sectionum factarum per plana fundo parallela, patet sectionum magnitudines ducendas ordinatim in gravitates specificas. Sit jam [*Fig. 10, p. 56*] isogonium *PQFCB* (in alia figura hic adiecta) cujus ordinatæ ut *KF* sint proportionales gravitatibus specificis in sectionibus gravis respondentibus, ut *C*, si scilicet abscissæ *B, K* sint proportionales ipsis *EC* distantis a fun- 25 do. Et eodem modo sit isogonium *PRGLB*, cujus ordinate ut *KG* proportionales magnitudinibus sectionum gravis respondentium ut in *C*. Eritque ductus solidus *PRGLCFQSTM* proportionalis ponderi totius *AE*. Singulæ enim sectiones gravis in suas gravitates specificas ductæ repræsentatur rec-

1 scalaris | desinit del. | L 1 in | orthogonium curvilineum del. | L 2 *NYOPRL* (1) *NYOG* corr. | L 2 ponderi | partis ipsius *AB* del. | L 3 (1) 'Iso' (2) Isogonium L 3 *FN*, | ↔ del. | L 5-13 (1) Serie in seriem ordinatim ducta. Ductus est proportionalis ductui solido duarum figurarum isogoniarum quarum ordinatæ sunt del. (2) Figuram ... versus *M* add. L 7 vocabo | figuram del. | isogoniam rectilineam corr. | L 16 est | respondens del. | L 19 supradictum add. L 23 ordinatæ (1) *TF* del. (2) ut *KF* add. L 24 specificis (1) in sectione gravis *C*, 'prius' del. (2) in (a) later (b) sectionibus L 25 proportionales | dis del. | L 29 enim | magnitu del. | L 29 sectiones | in suas del. | L 55.29-56.1 rectangulis (1) ut *GKF* del. (2) vel ... *GKFT* add. L

tangulis vel aliis parallelogrammis isogoniis ut $GKFT$, quæ in partes ipsius rectæ BP respondentes, ducta constituunt totidem parallelepipeda isogonia ut $KFTN$, componentia ductum solidum; ut sectiones gravis componunt grave. Prorsus scilicet uti CQ sectio ipsius gravis per planum fundo parallelum ducta in suam gravitatem, et prætera in CZ particulam altitudinis gravis ipsi KN in ductu solido assumpti proportionem respondentem, componit cum reliquis similiter tractatis integrum gravis pondus. Id tantum observando, quod CZ vel KN evanescent, cum nulla est assignabilis portio gravis ut QCZ , quæ eandem ubique habeat gravitatem specificam.

10 Hæc solida primus consideravit Gregorius a S. Vincentio.

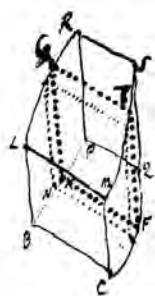


Figura 10

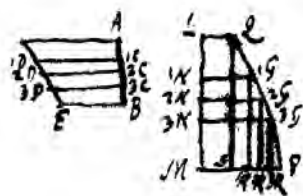


Figura 11

Propositio 9

[49]

DUCTUS est factum ex ordinatim ducendis in elementa recipientis; proportionale figuræ isogoniæ, cujus abscissarum elementa sunt ut elementa recipientis, ordinatim
15 vero applicatæ sint proportionales ordinati, in recipientis elementa ducendis.

1 quæ (1) partibus *del.* ipsius *corr.* (2) | in partes *add.* ipsius L 2 BP | ut KN | iis ductibus *del.* | L 2 totidem | (1) pa (2) recta *del.* | L 2 isogonia | ex quibus componitur *del.* | L 3-4 solidum |, *corr.* |; sectiones (1) |; *acc. non del., del. ed.* | prorsus *del.* | (2) | gravis ... scilicet *add.* | ut | (in figu *del.* | L 4 ipsius *add.* L 7 cum ... tractatis *add.* (*legit editor translatis sed copiat Leibnitijs ipse in folio B14 ut tractatis*) L 8 evanescent, | *im del.* | L 8 portio | (1) C (2) ut *del.* | L 9 eandem | tota *del.* | L 11 (1) Si quid in (2) Propositio 9. | Si in aliquo talia sumi possint *del.* | L 12-16 Ductus (1) fit ex or (2) est | ut *del.* | factum (a) | a *del.* | abscissis in (b) ex (aa) | ordinatis in *corr.* | elementa abscissarum *del.* | (bb) ordinatim ducendis | in *acc. non del., del. ed.* | in elementa ... applicatæ (aaa) in hæc elementa (aaaa) ducend (bbbb) recipientis (bbb) sint ... ducendis *add.* | L

10 Vide: Grégoire de Saint-Vincent, *Opus geometricum quadraturæ circuli et sectionum conicarum*, Antverp: Jo. & Jac. van Meurs 1647, lib. VI, De ductu plani in planum.

Gravitates specificæ majores versus fundum, ducendæ sint respectivè in CD sectiones liquoris per plana fundo horizontali parallela. Sumatur [Fig. 11, p. 56] recta LM et in ea puncta N quotlibet, ut sit LN ad LM uti spatium liquoris vel extensio ACD ad totam ejus extensionem seu volumen ABE , et tunc portiones rectæ LM inter duo N distantiam evanescentem habentia interceptæ, quales sunt ${}_1N{}_2N$, ${}_2N{}_3N$ erunt proportionales ipsis elementis spatiorum liquoris inter respondentes interceptis, ut ipsis ${}_1C{}_1D{}_2D{}_2C$, ${}_2C{}_2D{}_3D{}_3C$, quod si crassities spatiorum ${}_1C{}_2C$, ${}_2C{}_3C$ assumantur æquales, ita ut ipsæ AC crescant uniformiter, erunt spatia intercepta ut ipsæ sectiones, et erit ${}_1N{}_2N$ ad ${}_2N{}_3N$, ut ${}_1C{}_1D$ ad ${}_2C{}_2D$. Itaque sectiones CD sunt ut abscissarum LN , elementa ut ${}_1N{}_2N$. Si jam ad abscissas ordinatim applicentur NG gravitatibus specificis sectionum CD proportionales, patet ductum LNG vel LMP , esse ut compositum ex ductibus gravitatum specificarum ut NG in sectiones respondentes ut ${}_1N{}_2N$, adeoque esse ponderi proportionalem, pondus scilicet liquoris ACD ad pondus liquoris ABE ut isogonium $LQGN$ ad isogonium $LQPM$.

[50]

Propositio 10

Si plurium series in unum Recipiens ordinatim (scilicet secundum ipsius respondentia cuique Elementa) ducatur, quantitas ductus eadem est quæ alterius ductus, qui fieret si aggregata elementorum Recipientis ducerentur in ipsa crementa seriei ducendorum.

Sequitur ex præcedenti, quia uti MN (verbi gratia) sint abscissæ, et NG ordinatæ, ita vicissim intelligi possunt MR ipsis NG æquales esse abscissæ, RG ipsis MN æquales esse ordinatæ; itaque ut area isogonii fit ex ductu ordinatarum in elementa abscissarum, ita et fit ex ductu abscissarum in Elementa ordinatarum. Et in exemplo ut pondus, liquoris ABE , seu proportionale ipsi isogonium $LQGPM$ factum est ipsas NG gravitates specificas liquoris

1 sint | sunt corr. | L 2 CD | (1) liq sectiones (2) magnitu del. | L 3 uti | (1) sp (2) volumen del. | L 5 | (1) erunt del. (2) et tunc add. L 5 rectæ (1) ut ${}_1N$ del. (2) LM add. L 5-6 | distantia evanescentis corr. | habentia add. | L 6 quales sunt add. L 6 erunt add. L 6 ipsis | sectionibus del. | L 6-7 elementis | liquoris, se del. | L 7 respondentes add. L 9 erunt | crassities del. | L 10 (1) et del. (2) et erit add. | L 10 CD add. L 10 ut | elementa del. | L 11 abscissarum | CN ut del. | L 13 ut add. L 13 ex | sectionibus del. | L 18 Recipientis corr. L catur, | (1) ita est ductus (2) qui sit del. | L 21-22 Recipientis (1) | inde ab initio ducantur del. | (2) ducantur corr. | L 23 (1) si del. (2) uti add. L 27-28 pondus, | $\longleftrightarrow$ del. | liquoris ... $LQGPM$ add. | L 28 est ipsas NG gravitates | (1) velocitates $\langle LN \rangle$ (2) gravitates del. | (3) ipsas (a) GN (b) NG gravitates add. | L

ducendo in ${}_1N_2N$ vel ${}_2N_3N$ quæ sunt ut elementa liquoris, vel abscissarum MN incrementa liquoris a fundo sursum versus repræsentantium; ita idem pondus vel isogonium fit RG aggregata Elementorum liquoris, seu terminos seriei liquorum in vase a fundo B sursum crescentium versus A ducendo
 5 in ${}_1R_2R$, ${}_2R_3R$ quæ sunt æqualia clementis gravitatum specificarum ordine respondentium.

Eadem et ad ductus solidos applicari possunt, et magnum habent fructum, quia scilicet uno sæpe modo facilius, quam alio totus ductus seu aggregatum ex singulis ductibus invenitur.

10

Definitio 4

[53]

Si uni comparabilia infinita nullam partem communem habentia in alio ponantur, secundum seriem punctorum quæ in recta linea assumi possunt, posterius est UNA DIMENSIONE ALTIUS priori.

15 Sic linea AB [Fig. 12] est una dimensione altior puncto C . Nam ex quovis puncto rectæ DE ducantur plana inter se parallela FG secantia lineam AB in punctis F , patet infinita in AB poni F comparabilia ipsi C , secundum seriem punctorum G rectæ DE . Sed superficies HLM est rursus una dimensione altior linea AB . Nam per quodvis rectæ DE punctum G transeant plana GN ,
 20 secantia superficiem in linea PQ comparabili cum linea AB . Et eodem modo solidum $RSTV$ est una dimensione altius superficie HLM quia quodvis ex dictis planis solidum secant in superficie ut XYZ quæ ipsi superficiem HLM est comparabilis.

1 ${}_2N_3N$ quæ sunt ut *add.* L 4 *Badd.* L 4 versus *Aadd.* L 5 clementis | velocitatum *del.* | L 5 specificarum | respondententi *del.* | L 7 solidos | cum fructu *del.* | L 8 (1) et *del.* (2) quam alio *add.* L 9 *in verso eiusdem folii, deleto custode* prop. 11 *substituatur* def. 4 10 (1) *Propositio 11 del.* (2) *Definitio 4 add.* L 11 comparabilia | infinities *del.* | L 11-12 infinita (1) quibus nihil commune insit *add. et del.* (2) nullam ... habentia *add.* L 12-13 ponantur, (1) | sic *acc. non del., del. ed.* | ut quoties (a) alia puncta (b) diversa puncta *del.* | (2) sicut (a) toties «omnino» (b) quoties *add. et del.* | (3) secundum ... quæ *add.* | L 13 possunt, | diversa etiam «uni» *del.* | L 15 (1) Sic recta est una dimens (2) Sic linea est una dimensione altior puncto, tot enim diversa puncta assumi possunt in linea quot in recta (a) ; superficies (b) Et superficies est una (aa) altio (bb) dimensione altior (aaa) linea (bbb) quam linea. Sit enim linea (3) Sic linea (4) Sic linea AB est una dimensione altior puncto C . (a) Notatur enim punctum F in (aa) «re» (bb) linea AB , et punctum G velocitate (b) Nam ex quolibet puncto ipsius F perpendiculara (5) Sic L 16-17 puncto (1) ut F lineæ AB ducatur (a) normalis in rectam DE (b) normalis ad eam FG , patet infinita in AB poni $\leftrightarrow$ *del.* (2) rectæ ... poni *F add.* L 19 AB | Secantur enim « G » *del.* | L 21 solidum | est *del.* | L 21 est *add.* L 23 comparabilis | «Prior?» *del.* | L

Propositio 11

Itaque id quod secundum ordinem punctorum rectæ alteri comparabilia continet infinites, vel infinitesies infinities, vel infinitis vicibus infinitesies infinities et ita porro, altius ipso est dimensione una, duabus, tribus, etc. 5

Propositio 12

Si unum in aliud ducatur absolute, numerus dimensionum ductus inde facti est summa numerorum indicantium dimensiones eorum, quæ invicem ducuntur; et, si series ordinatim ducatur in seriem, numerus dimensionum ductus, est summa numerorum indicantium dimensiones terminorum serierum amborum, unitate aucta. 10

Ut si sit recta ducenda in planum, elementa quæ in recta sunt infinities ea in plano sunt infinitesies infinities; ergo in ducta sunt infinitis vicibus infinities infinities. Quod si series rectarum ducatur in aliam seriem rectarum ordinatim, seu isogonium in isogonium; elementa quæ in recta sunt infinities, ea in ductu quovis rectæ in rectam respondentem sunt infinities infinities; ergo in ductu integro ex infinitis ductibus singularibus composito elementa sunt infinitis vicibus infinitesies infinities; et ductus erit trium dimensionum. 20

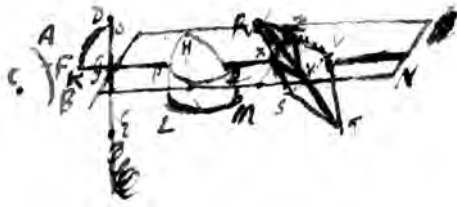


Figura 12

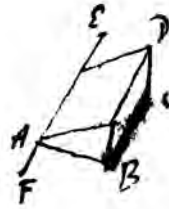


Figura 13

1 *Propositio 11 add.* L 2 Itaque (1) duobus *del.* (2) id quod *add.* L 2 rectæ | (1) qu (2) sume (3) quod *del.* | L 4 vel | infinities *del.* | L 4 infinities | etc. *del.* | L 5-6 (1) Omnis ductus est altioris dimensionis quam quæ ducuntur, et dimensionum ejus summa æquatur summæ dimensionum eorum quæ invicem ducuntur. Ut si (2) Omnis ductus est (3) *Propositio 12* (a) U (b) Uniu (c) Si L 9 ducuntur; | et *del.* | L 13 sit | re *del.* | L 14 ea | m *corr.* | L 15 infinities. *Sequitur de manu Leibnitii:* verte et signo ⊙ perge et in verso legitur: ⊙ ad paginam versam cui "... et 14-19 Quod ... dimensionum. *sequuntur* 16 isogonium; | singula *del.* | L 18 integro | solido *add.* et *del.* | L 18 ex (1) his composito inf *del.* (2) infinitis *add.* L

Propositio 13. Problema 1

[55]

Exhibere quantitatem plusquam trium dimensionum.

Solidum *ABCD* [Fig. 13, p. 59] est trium dimensionum. Iam si quodvis
ejus elementum in suam gravitatem specificam ducatur, fit pondus, quod
5 est quatuor dimensionum. Si præterea ponderis cujusque elementum in di-
stantiam a plano ad horizontem normali, per axem æquilibrii *EF* transeun-
te ducatur, habetur momentum, quod est quinque dimensionum. Et altius
iri potest in infinitum, quia ductus quoque seu rationum compositiones in
infinitum multiplicari possunt.[†]

10 Fieri non potest ut diversorum superficiei aut corporis
punctorum quodlibet certæ cujusdam denominationis quanti-
tatem diversam a quovis alio puncto recipiat. Sed si regulam
habet distributio, necesse est in superficie infinitas reperiri
lineas, et in corpore infinitas superficies, quarum puncta ha-
15 bent eandem quantitatem.

Exempli causa fieri non potest ut quodlibet corporis punctum habeat veloci-
tatem vel gravitatem specificam quæ sit ipsi propria. Ex puncto *A* educatur recta
indefinita *ABB*; et sint velocitates et gravitates diversæ quotcunque utique pos-
sunt assignari rectæ ut *A1B*, *A2B*, etc. ipsis proportionales. Itaque velocitates sunt
20 numero infinitæ primi gradus.

Propositio 16. Problema 2

Quantitati dimensionum plurium proportionalem exhibere quantita-
tem dimensionum pauciorum.

Constat solidis vel superficiebus exhiberi posse lineas ordinatim respon-
25 dentes ut si sit isogonium planum *OKG* cujus quævis ordinata *GK*, sit pro-

[†]In *marginē* Propositio 14. Propositio 15. Ex alia scheda sumantur.

1 | (1) In «fi» (2) Problema *del.* | (3) Propositio ... 1 *add.* | L 1 13 | 11 *corr.* | L 2
(1) Dimensiones exhibere tert *del.* (2) Exhibere L 3 | *ABCD del. et rursus add.* L 6
plano | æquilibrii ducatur *del.* | L 10-20 Fieri ... gradus *del.* L 10 | (1) In «eor»
(2) Non (3) Fieri L 10 potest | (1) ut (2) uti quantitatem excipientis (3) quantitatem
del. | (4) ut diversorum | (a) corporis punctorum unumquodque habeat *del.* | (b)
superficiei | et m *del.* | L 11 quodlibet | diversam *del.* | L 11 cujusdam |
del. | L 12 alio | recipiat *del.* | L 12 regulam | reci *del.* | L 13 in | corpore
lineam, *del.* | L 16 quodlibet | superficiei *add. et del.* L 17 quæ | sit omnium *del.* | L
17 propria | Nam gravitates vel velocitates (1) «inter» (2) non possunt esse plures, quam
puncta assumi possunt in aliqua recta. Nam quoniam quantitates homogeneæ inter se non
possunt esse plures quam (a) rectæ p (b) rectæ *AB* ex puncto *A* sumtæ in recta indefinita
ABB etc., infinitæ scilicet non vero *del.* | L 18 *ABB*; | «cum» cuivis *del.* | L 18 et (1)
| sit velocitas *corr.* | (2) sint velocitates | quæcunque *del.* | gravitates *add.* | et *corr. ed.* | L
18 diversæ (1) quot *del.* (2) quotcunque *add.* L 18 utique *add.* L 19 rectæ | *AB*
ipsi *del.* L 21 | (1) Problema *del.* | (2) Propositio ... 2 *add.* | L 21 16 | 12 *corr.* | L
24 (1) Superf (2) Constat L 25 sit | figura *del.* | L

portionalis ipsi PQ , vel ipsi XYZ sectioni superficiei vel solidi per unum ex planis ad rectam DE isogonis, factæ, quæ et planum OKG , secant in KG ; patet isogonium OKG ipsi superficiei vel solido esse proportionale. Sed in dimensionibus, quæ solidum transcendent nec proinde figuris perfecte exhibentur, nihilominus exhiberi possunt figuræ, planæ (si lubet) perfecte proportionales. Etsi enim infinitæ sint varietates gravitatum specificarum in aliquo solido; fieri tamen non potest, ut quodlibet ejus punctum habeat gravitatem specificam nulli alteri ejus puncto communem, nam gravitates solidi variantur tantum infinities, tum rectæ ipsis proportionales assumi possint; sed puncta solidi variantur infinitis vicibus infinities infinities; necesse est ergo in solido infinities infinita puncta solidi eandem habere gravitatem specificam (per propositionem 14), et proinde cadere in superficiem (per propositionem 15) unde solidum in sua elementa proxima dividitur seu resolvitur per infinitas superficies, et his elementis solidis totidem per ordinatas in figura plana isogonia applicatas elementa plana proportionalia exhiberi possunt. Superficiebus autem solidum constitui dico, non quod componant, sed quia omnia ejus puncta lineasque absorbent, exceptis forte quibusdam determinatis. Uti superficies cylindricæ cylindro inscriptæ absumunt omnia ejus puncta et lineas, præter axem.

Sed placet methodum exhibere in exemplo. Sit solidum $ABCD$ [Fig. 14, p. 67] quod gyratur circa axem QE , quæritur ejus impetus seu ipsa quantitas motus, quæ est quatuor dimensionum, si solidum uniformem habeat partium gravitatem. Iam per QE axem transeat planum QEF et circa QE describantur quotlibet superficies cylindrorum rectorum quorum hic est axis, qualis superficies est $GHIKML$, secans planum in LM , et solidum portione sui $IKML$. Cum ergo omnia sectionis $IKML$ puncta sint ejusdem velocitatis; sumantur quot superficies cylindricæ, tot rectæ MN in ipsis LM (si opus continuatis) ad easdem partes applicate ad rectam AM , et rectæ istæ MN sint in composita ratione sectionum solidi, et velocitatum quas habent sectiones adeoque impetui cujusque sectionis proportionales. Idemque fa-

2 et | et et corr. ed. | L 5 figuræ, | si libet del. | L 12 (per ... 14) add. L 12-13 (per ... 15) add. L 13-14 seu resolvitur add. L 14 per add. L 15 ordinatas | ordinatæ corr. | L 15 applicatas elementa plana add. L 15-19 proportionalia | proportionales corr. | (1) ex (2) exhiberi possunt. Et (a) ex (b) | his acc. non del., del. ed. | superficiebus (3) | exhiberi ... cylindricæ (a) circa ea (b) parallelæ (c) cylindro ... axem add. | L 21 axem (1) AE del. (2) QE add. L 22 est (1) quinque del. (2) quatuor add. L 22 uniformem add. L 22 habeat | pondus «varium» del. | L 23 Iam | circa del. | L 26 $IKML$ | Patet omnia del. | L 27 sumantur (1) totidem del. (2) quot ... tot add. L 27-28 MN | MG in ipsa LK (si opus continuata) corr. | L 28 rectam AM (1) MG del. (2) AM add. L 28-30 | (1) quæ (2) et ... sectionum (a) $\longleftrightarrow$ (b) solidi, ... proportionales add. | L 28 istæ add. L 29 in add. L

ciendo ubique, habebimus figuram quantitati motus proportionalem, ita ut portio ejus ANM , sit ad totam ANP , ut impetus portionis a superficie cylindrica absectæ, $ABIKML$, est ad impetum totius solidi. Et similiter ut figura ANP , est ad figuram aliam secundum aliud solidum eodem modo
 5 factum, erit impetus solidi hujus $ABCD$ ad impetum solidi alterius.

Propositio 14

[57]

Fieri non potest ut diversorum superficiei aut corporis punctorum quodlibet certæ cujusdam denominationis quantitatem (ut velocitatis, gravitatis specificæ, etc.) di-
 10 versam a quovis alio puncto ejusdem recipiat. Et necesse est semper infinita in superficie, infinities infinita in corpore dari, easdem quantitates recipientia, paucis determinatis aliquando exceptis.

Sit [Fig. 15, p. 67] superficies CED , cujus puncta E , ajo fieri non posse, ut
 15 quodvis punctum E habeat gravitatem specificam sibi propriam. Sit recta ex puncto A educta et ab altera parte indeterminata ABB . Et sint gravitates specificæ diversæ quotcunque, poterunt semper exhiberi rectæ AB ipsis proportionales, et ita cuivis puncto B sua respondebit gravitas specifica. Per quodvis punctum B , transeat planum, secans superficiem CED , sectiones
 20 CD erunt totidem numero infinitæ inter se diversæ (exceptis paucis numeri determinati aliquando coincidentibus), et proinde in superficie non potest assignari velocitas, cui non aliqua hujusmodi respondeat linea[,] seu velocitates assignabiles sunt numero infinitæ primi gradus. Sed puncta in superficie sunt infinities infinita. Cum quælibet linea rursus infinita habeat puncta
 25 itaque fieri non potest, ut tot sunt gravitates diversæ, quot in superficie sunt puncta, et (paucis determinatis exceptis) necesse est infinita puncta habere communem gravitatem. Idem magis adhuc locum habet si CED sit corpus,

2 ad (1) portionem del. (2) totam add. L 2 ut | portio solidi resecta del. | L 4 aliam (1) ad aliud del. (2) secundum aliud add. L 5 alterius. | Finis del. | L 7 diversorum | punctorum del. | L 9 specificæ, | &c del. | L 10-13 Et ... determinatis (1) exceptis (2) aliquando exceptis add. L 11 semper add. L 14 (1) Sit recta (2) Sit L 14 superficies | (1) A (2) DC (3) CED (4) C (5) EDC del. | L 15 recta | indefinita del. | L 16 ABB . | Const del. | L 16 Et (1) su (2) sint | veloci del. | L 18 proportionales | . (1) Per B (2) Nam puncta B del. | L 19 planum, | (1) alteri (2) sintque plan del. | L 19 secans | rec del. | L 20 totidem | (1) inter se diversæ (except (2) infinitæ, del. | L 21 in | (1) corpore non posse (2) non p del. | L 22 linea | (1) seu (2) . Sed punct del. | L 23-24 in (1) corpore del. (2) superficie add. L 24 infinita | ; itaque necesse est (paucis determinatis (1) acc (2) exceptis infinita dari (a) communi gravitate corr. (b) communes gravitates habentia del. | L 25 sunt | velocit del. | L 27 magis (1) est del. (2) adhuc add. L

sectiones enim *CD* erunt superficies, itaque infinites infinita puncta corporis debent habere gravitatem specificam eandem momento, velocitate, aliisque quantitatem habentibus quibuscunque.

Finge enim corpus propositum transformari in ipsum *CED*, ita ut quælibet puncta transferantur in planum suæ respondens velocitati, utique necesse est ut puncta superficies in planis seu partes planorum constituent, alioqui si in planis constituerent puncta tantum seu in uno plano esset non nisi unum punctum, non corpus ex omnibus fieret sed linea a planis secta.

[58] Si lineam in suo quæque plano formarent non fieret ex ipsis corpus sed superficies in illis lineis a planis secta. 10

Propositio 15

Iisdem positis corporis puncta eandem quantitatem recipientia, cadunt in unam superficiem, et superficiei in lineam, exceptis quibusdam determinatis lineis vel punctis in corpore; punctis in superficie. 15

Ponamus enim in superficie quodvis punctum a quovis alio ejusdem quantitatis esse disjunctum [*Fig. 16, p. 67*] punctum *A*. et inde ad quævis puncta conformia ducantur lineæ *AB, AC, AD, AE, AF* minimæ quæ in hac superficie duci possunt. Harum quævis non potest transire nisi per numero finita puncta ipsi *A* conformia. Sit maximus itaque numerus finitus 20 in unam ex his lineis cadentium; verbi gratia si ea quæ maximum numerum punctorum conformium habet, sit *AEMN*, et numerus punctorum ejus sit *X*. utique numerus omnium punctorum omnium linearum non est major

2 eandem | . acc. non del., del. ed. | Idem est de del. | L 4 (1) Finge corpus esse æquale proposito, (a) «eri» (b) ita formatum ut sectiones quævis a proposita recta accipiant (2) Et (3) Finge L 4 enim add. L 4 propositum | æquale ipsi del. | L 4 *CED*, | ita ut puncta (1) ejusdem gravita (2) ejusdem g del. | L 5 puncta | eju del. | L 5 in | superfici del. | L 6 est (1) | constituere et (a) in | (b) ut add. et del. | (2) ut puncta add. L 6 superficies (1) seu partes «mas?» del. (2) in ... planorum add. L 7 planis | plano corr. | L 8 ex (1) ipsis del. (2) omnibus add. L 9 puncto (1) servarent del. (2) formarent add. L 9 non | (1) fieret (2) componeretur del. | L 10 a | puncto del. | L 11 (1) *Propositio 15*. Si distributionis causæ | certæ add. | assignari possint (2) *Propositio 15* add. L 12 positis | infinita del. | L 13 et | infini del. | L 14 determinatis | corporis in del. | linea corr. | ve del. | L 15 superficie. | Si quidem distributio orta est a quibusdam causis determinatis del. | L 16 (1) In rebus (2) Fieri enim non potest in in his quæ a certis causis sunt orta, ut puncta inassignabiliter differentia quantitate differant assignabiliter quantitate recepta (3) Ponamus L 16 punctum | (1) cum quovis non posse conjungi (2) cum sint per lineam punctorum ejusdem quantitatis del. | L 17 disjunctum | (1) ita ut non possit (2) ut del. | L 19-20 numero add. L 20 ipsi (1) *A* co del. (2) *A* add. L 20 maximus | horum numerus quicunque, «ita» sumo *N* del. | L 21 lineis | ut *A* del. | L 21 cadentium | *N* del. | L

numero punctorum proximorum ut B , C , D etc. per numerum X multiplicato. Proxima scilicet puncta voco, inter quæ et punctum A , in lineis istis minimis ductis nullum aliud conforme cadit punctum. Tot enim sunt lineæ quot puncta proxima, et numerus omnium punctorum non potest
 5 esse major numero linearum multiplicato per X . Sed puncta proxima et ipsa sunt numero finita, alioqui inciderent in lineam continuam, contra Hypothesin. Ergo numerus omnium punctorum conformium est finitus per X finitum multiplicatus seu est omnino finitus, quod est absurdum (per propositionem præcedentem). Itaque fieri non potest ut puncta
 10 conformia quævis in superficie a se invicem sint discreta, nec componant lineas. Idem argumentum in corpore valet; ut puncta conformia superficies componere intelligantur.

Definitio 5

[59]

EX EJUSDEM NOMINIS APPLICATIS CONSTITUENTIUM RESULTANS
 15 est id quod absolute ductum in totum tantundem efficit, quantum factum ex omnibus ejusdem nominis in constituentia ordinatim ductis.

Ut si sit [Fig. 17.1, 17, p. 67] virga metallica $A(B)B$ ex auro argentoque composita, cujus partes viciniores extremo B sint graviores plusque auri habeant
 20 ita ut gravitates specificæ crescant in ratione rectorum AB tunc ipsi virgæ attribuamus gravitatem specificam mediam quam si ubique æqualem haberet, tantum ponderis haberet quantum nunc. Seu eam quam acciperet si funderetur in massam homogeneam, ita ut aurum et argentum æqualiter distribuerentur. Nempe in exemplo proposito, si BC repræsentet gravitatem specificam in B , tunc triangulum normale ABC repræsentabit pondus
 25 integrum virgæ, cui fiat æquale rectorangulum $ABGH$, ejusdem cum triangu-

1 proximorum | B del. | L 1-2 multiplicato. | Sit del. | L 4 non | est del. | L 8 omnino add. L 8-9 est (1) absurdum (a) et (b) et cont (c) et contra Hypothesin del. (2) absurdum ... præced.) add. L 10 conformia | invicem sint discreta del. | L 10 in superficie add. L 10 discreta, | seu del. | L 11 lineas. | (1) Qua (2) Ex (3) Quanquam fieri possit ut lineas componant in se invicem discretas del. | L 11 argumentum | adhuc magis del. | L 14 (1) Si attributa æqualia eiusdem nominis (2) | ATTRIBUTUM del. | QUANTITAS add. et del. | APPLICATUM add. | TOTIUS seu «MEDIUM» (3) EX ATTR (4) EX ATTRIBUTIS CON (5) EX ... L 14 APPLICATIS | ATTRIBUTIS corr. L 15 totum | idem q del. | L 18 Ut (1) Ut (a) gravis (b) si mobile AB (2) Ut si mobile AB sit inæqualiter grave (3) Ut L 18 $A(B)B$ | cujus partes eo sint gravibus et plus del. | L 19 cujus (1) $\leftrightarrow$ (2) partes ... B add. L 19 habeant | «quo» del. | L 20 gravitates | sint del. | L 20 tunc add. L 20 virgæ | eam del. | L 21-22 ubique (1) tot haberet (2) æqualem (a) tantum del. (b) haberet, tantum add. L 23 in ... homogeneam add. L 24 repræsentet | maximæ ext del. | L 25 B , (1) | tu add. et del. | triangulum (a) ABC (b) ABC del. | (2) triangulum (a) rectorangulum (b) normale ABC add. | L

lo altitudinis AB , ejus basis AH seu BG repræsentabit mediam gravitatem specificam, attribuendam toti virgæ.

Propositio 17

Si factum ex applicatis in totum aliquod ordinatim ductis repræsentetur per figuram, cujus basis repræsentet 5 totum, altitudines variæ repræsentent ordinatim ducta; applicatum totius resultans repræsentabitur per rectam constantem quæ in totam basin ducta figuram priori æqualem producit.

Ut si AB [Fig. 18.1, 18, p. 67] sit virga diversarum in diversis punctis (B) 10 gravitatum (B)(C) gravitas ipsius virgæ seu media erit LM , id est AH vel BG basis rectanguli ABG æqualis figuræ planæ $AD(C)KB$ ex variis rectis ordinatim ad AB applicatis factæ. Patet ex definitione 5. additis propositionibus 7 et 8.

Definitio 6

[60]

15

MEDIUM ARITHMETICUM est summa quotcunque quantitatum divisa per quantitatum numerum.

Sic medium Arithmeticum inter 3 et 5 est 4 nempe summa 3 plus 5 seu 8, divisa per numerum quantitatum, seu per 2, fit 4. Medium Arithmeticum inter tres quantitates 3, 5, 8 est $\frac{16}{3}$. 20

Hujus medii tam late sumti maximus est usus, exempli causa in alternativis æstimandis. Ut si tres æstimatores a judice deputati singulatim rem æstiment unus 81, alter 90, tertius 96 nummorum aureorum; medium pretium eligendum erit $\frac{267}{3}$ seu 89 aureorum. Idem in alea et æstimatione spei obtinet. Eodem autem modo et medium Geometricum inter plures 25 quantitates intelligi potest, cujus scilicet logarithmus est medium arithmeticum inter logarithmos quantitatum.

2 virgæ. | Et est æqualis *del.* | L 4 ex | (1) ductu attributorum inæqua (2) attributis *del.* | (3) applicatis *add.* | L 6-7 ducta; | attributum *corr.* | L 7 resultans | erit *del.* | L 7 rectam | quæ *del.* | L 11 erit (1) AH *del.* (2) LM ... AH *add.* L 14 et 8 *add.* L 18 inter | numeros *del.* | L 18 est | (1) $3 + 5$ seu 8, (a) divi (b) divisos (2) nu *del.* | (3) 4 nempe *add.* L 18 plus | et *corr.* | L 19 seu per *add.* L 20 quantitates | (1) 3, 6 (2) 6 (3) 3 6 9 (4) 5 (5) 3, 5, 8, est *del.* | L 21 (1) Hoc Medio Arithmetico (2) Hujus L 21 usus, (1) ut in *del.* (2) exempli ... in *add.* L 21-22 alternativis | æstimandis. Ut si plures æstimatores æqualis autoritatis a judice (a) de (b) deputati singulatim quisque pretium rei dixerint unus (aa) $\leftrightarrow$ (bb) 300, alter 500, tertius 81 et spe *del.* | L 23 96 | 99 *corr.* | L 24 erit | (1) 180 *del.* (2) $\frac{270}{3}$ *corr.* (3) $\frac{267}{3}$ hoc est *del.* | L 24 89 | num *del.* | L 24 Idem (1) in *corr.* | (2) in alea *add.* | L 25-27 Eodem ... quantitatum *add.* L

Propositio 18

Applicatum totius resultans ex applicatis constituentium, est medium arithmeticum inter omnia applicata æqualium totius elementorum.

- 5 Sint [Fig. 19, p. 67] ipsius *AB* elementa æqualia 01, 12, 23 etc. in quæ ordinatim ducantur quantitates 0.10; 1.11; 2.12; etc. ut si elementa 01, 12 etc. sint partes virgæ, et quantitates 0.10, et 1.11 etc. sint ut partium gravitates specificæ erunt partium moles seu pondera ut ipsa rectangula 10.0.1, 11.1.2, [61] etc. quarum summa est pondus totius, quod divisum per *AB* longitudinem
 10 seu volumen virgæ, dat *BG* gravitatem ejus specificam (mediam) per Definitionem 5. Sed cum eadem sit rectangulorum ubique latitudo idem prodit; si dividas summam longitudinum per numerum elementorum æqualium, quorum unumquodque consideratum instar unitatis nihil mutat. Itaque *BG* est media arithmetica inter omnes ordinatim applicatas 0.10, et 1.11 et
 15 2.12 etc. Idemque est, etsi partes ipsius *AB* sumantur data quavis minores, atque adeo si figura scalaris abeat in curvilineam.

Propositio 19. Problema

Medium Arithmeticum invenire inter quantitates numero infinitas inter quarum duas quasvis aliæ ex ipsis
 20 cadunt.

Repræsententur [Fig. 20.1, 20.2, 20, p. 67] per rectas *CE* ordinatæ ad axem *AB*, sumtis abscissis *AC* uniformiter crescentibus, et constituent figuram *ADEKB*, cui æquale exhibeatur rectangulum sub axe seu altitudine *AB*, et basi *BF*, et *BF* vel ordinata (*LM*) quæ erit medium arithmeticum quæsitum

2 Attributum corr. L 2 totius | ex del. | L 2 ex | attributis corr. | L 2-3 constituentium | ejusdem nominis del. | L 3-4 omnia (1) attributa corr. (2) applicata | (a) æqualium (aa) tam (bb) elemento (cc) totius elementorum del. | (dd) totius add. et del. | (b) æqualium ... elementorum add. | L 6 quantitates add. | 10, 11 del. | L 7 1.11 | etc. del. | L 7 partium | quantitat del. | L 8 ut add. L 9 totius, | quæ divisa per del. | L 10 dat | *BC* del. | L 10-11 (mediam) (1) re del. (2) (per Def. 5) del. (3) per ... 5. | (a) Quæ idem est (b) Sed del. | (c) Sed L 11 ubique (1) altitudo del. (2) basis add. et del. (3) latitudo add. L 13-14 mutat. | (1) Itaque (a) longitudo del. | (b) magnitudo add. et del. | ipsis (aa) *G* (bb) *BG* del. | (2) Itaque *BG* add. | L 14 est | medium arithmeticum corr. | L 14 inter | omnia del. | L 15 etc. (1) Quodsi elementa 01, 12, etc. sint inæqualia, et tamen commensurabilia (a) quæratam (b) ponantur dividi in partes æquales omnium mensuræ communi et totum (aa) in part (bb) *AB* (aaa) el (bbb) in elementa æqualia divisum pro *AB* (2) φ — *AB* (3) Idemque L 18 quantitates | infinitas del. | L 19 infinitas | (1) differentiis (2) in quar (3) in infinitum sibi approp del. | L 21 ordinatas corr. ed. 22 *AB* | et del. | L 22 et | fiet del. | L 23 æquale | æquali corr. | L 23 altitudine | et basi del. | L 24 *BF* (1) ord (2) medium corr. (3) mediam corr. (3) | vel ... erit add. | medium L

(per propositionem præcedentem). Habemus ergo medium arithmeticum inter infinita.

Fieri potest in casu flexuum ut plures sint ordinatæ LM eidem mediæ BF æquales, si scilicet modo crescant, modo decrescant ordinatæ seu attributa.

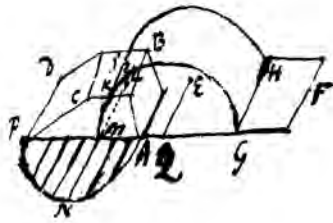


Figura 14

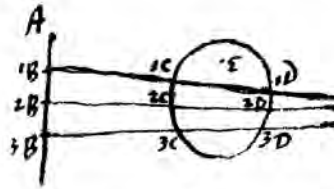


Figura 15



Figura 16



Figura 17.1 (*del.*)

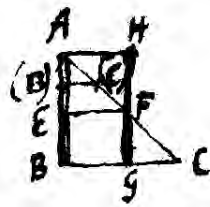


Figura 17

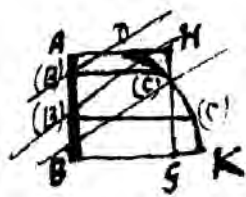


Figura 18.1 (*del.*)

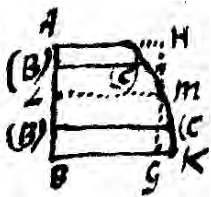


Figura 18

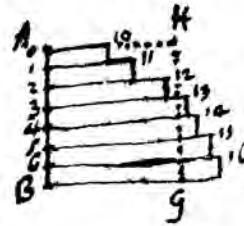


Figura 19

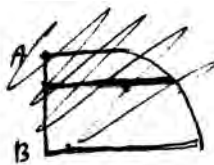


Figura 20.1 (*del.*)

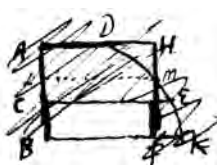


Figura 20.2 (*del.*)

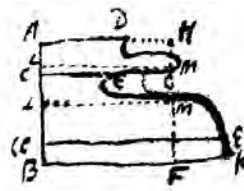


Figura 20

3 LM add. L 3 mediæ (1) LM add. et *del.* (2) BF add. L

[De motu textum deperditum]

Traditio

L LH XXXV 11, 18A, pp. 63-66

MOVETUR in quo assumi potest aliquid ab ipso minus data quantitate differens qui [*desinit abrupte*] [63]

LOCUM MUTAT cujus quodlibet punctum in alio est loco quam in quo fuit
5 ante tempus dato quolibet minus

LOCUM MUTAT vel PROGREDITUR LOCO quod in loco est et cujus punctum quodlibet quacunque temporis cujusdam assignabilis parte in eodem loco non est.[†]

MOVETUR in quo assumi potest locum mutans, ab ipso differens infra discrimen datum.
10

Aliud vero est locum mutare quam moveri. Ubi sphaera vel cylinder cum circa suum axem moveri dicuntur, non ideo egredi loco dicuntur, sunt enim puncta in ipsis quæ locum non mutant, ea scilicet quæ in axem cadunt.

MOVETUR in quo assumi potest locum mutans, ab ipso differens infra
15 discrimen datum.

Sic a sphæra circa axem immotum mota mente detrahatur sphærule concentrica inscripta minor data quantitate. Residuus erit orbis concentricus convexo-concavus, qui a sphaera ipsa per sphærulem differt, et ideo minus data quantitate; et orbis iste in hoc motu utique locum mutat, itaque sphæra ipsa locum mutare dicitur. Cum id quod locum mutat ad ipsam tam
20 accedat, ut non possit magis, nisi fiat idem.

[†]*In margine* Male. Annulus non egreditur loco et tamen omnia ejus puncta.

1 De ... deperditum *add. ed. quia eum non copiaverunt C Bh* 2-5 MOVETUR ... minus *del. L* 4 quam | in quo fuit et in quo erit *add. et del. | L* 6-7 MUTAT (1) DURANTE aliquo quodlibet (2) DURANTE ALIQUO TEMPORE NUNC (3) vel ... LOCO *add. (a)* unius punctum *del. (b)* quod ... punctum *add. L* 7 quacunque | «quidem» *del. | L* 7 parte | (1) durante (2) non manet *del. | L* 9-10 MOVETUR ... datum. *del. L* 12 ideo (1) progredi seu locum mutare *del. (2)* egredi loco *add. L* 13 cadunt | Punctum autem *del. | L* 16 sphæra | suu *del. | L* 16 circa | suum *del. | L* 16 detrahatur | sphæra *corr. | L* 18 ipsa | minus *del. | L*



Figura 21a

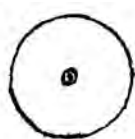
Figura 21b
(del.)

Figura 21c

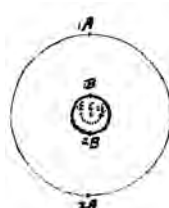
Figura 22.1
(del.)

Figura 22

LOCUM occupat quod loco suo æquale est [Fig. 21a].

TRANSFERTUR, quod in loco est et cujus punctum quodlibet «quacunque» alicujus temporis parte in eodem loco non est. Quod si præterea punctum ejus aliquod aliqua ejusdem temporis parte non occupatione puncti mobile a puncto «allato» mobilis ejusdem. LOCUM MUTAT intra temporis partem assignatam quod in loco est, cum temporis parte quacunque 5

SUCCEdit INTRA ALIQUOD TEMPUS quod inter quod dum transfertur in aliquo instanti in eo est loco in quo aliud fuit intra tempus.

LOCUM MUTAT quod ita transfertur ut ejus aliquod punctum non succedat in loco in quo aliud ejusdem ante tempus dato minus jam fuit. 10

Si corpus contrahet se et restituat, ita ut omnia ejus puncta locum mutant, tamen non dicitur moveri.

Quid si sphæra [Fig. 21b] se dilatet et contrahat manens sphæra, eodem servato centro, ejus puncta novum occupando locum præter centrum.

1 quod (1) «se? an lo?» (2) s del. | L 1 est | quod add. et acc. non del., del. ed. 2-8 TRANSFERTUR ... tempus. *Sequentem inconcinnum textum solum in parte deleuit* L 2 TRANSFERTUR, | cujus punctum quodlibet locum mutat. (1) Ita annulus transfertur (2) Nam Sphæra qu del. | L 2 est del. et rursus add. L 3 præterea add. L 4 aliqua | eun del. | L 4 non | (1) «suo» (2) in loco alterius del. | L 4 puncti | «dentur?» del. | L 5 MUTAT (1) «inter locum» del. (2) | intra add. | (a) eandem acc. non del., del. ed. | part (b) cuius aliquod del. | (c) temporis acc. non del., del. ed. | temporis ... assignatam add. | L 6 est, | aut cuius pun del. | L 6 cum | aliqua del. | L 6 temporis | assignati del. | L 6 parte (1) punctum ejus aliquod in «quod» del. (2) quacunque forte acc. non del., sequuntur: (3) assignabilem partem quamcumque del. (4) cujus punctum quodlibet quod in loco est, et cujus p del. (5) quod ita transfertur, ut non qu del. L 7 INTRA ALIQUOD TEMPUS add. L 7 quod | (1) dum tran (2) aliquando dum transfertur in eo est loco in quo aliud fuit del. | L 7 quod (1) inter transferendum del. (2) dum transfertur add. aliquandiu del. L 8 aliquo | mom del. | L 9 MUTAT | cuius aliquod punctum del. | L 9 transfertur | transferend corr. | L 9 ut (1) aliud del. (2) ejus add. L 9 punctum | aliquo tempore del. | L 10 aliud | (1) durante trans (2) necessario jam fuit (3) tempore translationis jam fuit del. | (4) ejusdem add. | L 11 (1) Si corpus figuram acc. non del., del. ed. (2) Si L} 11 corpus | se del. | L 13 sphæra | etsi del. | L 13 se | amplificet e del. | L 14 novum | (1) imple (2) «↔» del. | L

MOVETUR quod in loco est et cui nihil inest homogeneous, in quo [64]
non punctum sumi possit, quod per certi temporis quamcunque partem
in eodem loco non est.

Hæc definitiones ænigmaticæ videri possunt, rem non satis conside-
ranti cum clara per se credatur motus notio. Sed aliud est res imaginatione
aliud intellectu assequi, quod ad demonstrandum requiritur. Nec dubito, si
quando veræ colorum aliarumve rerum physicarum definitiones reperien-
tur, eas maxime ænigmaticas visum iri, ita ut ex illis ipsum definitum
non facile possit agnosci. Neque aliter hoc loco contingere potuit. Et per-
plexitas inter alia ex eo nata est, quod definitio et puncto et corpori conve-
nire debet; et licet in omni motu insit mutatio loci, non tamen omne quod
movetur locum mutat. Sed rem distinctius exponamus.

Scilicet quæ in loco omnino non sunt, eorum quidem nulla pars in eo-
dem loco manet, tamen nec moventur. Porro quæ in loco sunt, ea si par-
tibus carent nempe puncta, nihil in se habent, homogeneous sibi (vel
comparabile) nisi semetipsa. Homogeneous enim quod mobili inest vel
ipsummet est mobile vel pars ejus. Nec aliud est in puncto, infra datum
discrimen ab eo differens, quam punctum.

Ergo ut punctum moveri dicatur, oportet tempus assignari posse, cujus
nulla pars sumi queat, qua durante punctum ipsum in eodem sit loco. Sed
si extensum moveri ponamus, non est necessarium ad ipsius motum, ut
singula ejus puncta moveantur; nam rectam motu suo circa punctum me-
dium quiescens circulum describere intelligimus, et cum solidum movetur
circa axem suum quiescentem, infinita sunt in solido puncta quiescentia,
ea scilicet quæ cadunt in axem. Verum quidem est quamlibet partem ejus
quod movetur moveri, sed hoc ad intelligendum [*desinit abrupte*]

1 (1) MOVETUR quod ab aliquo locum continue mutante (a) intra | (aa) se sumto (bb)
ip *del.* | (b) (intra se sumto) minus differt (aa) quam (bb) discrimine quovis dato. Vel
add. et del. (2) MOVETUR L 1-2, in ... possit *add.* L 3 loco ... est *del. et rursus*
add. L 4-12 (1) Mirum fortasse videbitur (2) Seu (a) est (b) ut brevius loquar: quod
in loco est, (aa) cu (bb) et cui nihil inest homogeneous (cc) cujus | non *del.* | punctum
aliquod continue locum | non *add.* | mutet (3) Hæc ... exponamus *add.* L 4 Hæc
... possunt | Hac definitio ænigmatica ... possit *corr.* | L 4 non | non con *corr.* | L
7 aliarumve ... physicarum *add. et del. et denuo add.* L 9 aliter | res *del.* | L 11
debet; | corpus autem *del.* | L 11 insit | locus *del.* | L 11 mutatio | loci *del.* | L 13
omnino (1) sunt *del.* (2) non sunt, *add.* L 14 manet, | sed *del.* | L 14 in | eodem
del. | L 15 puncta, | ea *del.* | L 16 Homogeneous | q *corr.* | L 17-18 ejus (1)
Nec aliud est in puncto (a) cujus (b) ab eo (aa) differens (bb) parum differens quam
punctum *add. et del.* (2) Nec ... punctum *add.* L 17 pars ejus *del. et rursus add.* L
17 puncto, | quam «minime» *del.* | L 19 | (1) «Ut» *corr.* (2) Ergo punctum (3) Ergo
ut moveri *del.* | (4) Ergo L 25 quidem | (1) est (2) quod movetur ejus *del.* | (3) est
add. | L 25-26 ejus ... movetur *add.* L 26 sed (1) sic *corr.* (2) hoc L

[65] Totius motum non sufficit, quamdiu nondum intelligimus quid sit moveri. Nec verum est id solum moveri quod loco suo exit, seu locum mutat; globus enim, aut cylinder vel annulus circa suum axem moti, manent in eodem loco. Et verum quidem est circumferentiæ circuli aut integræ superficiei cylindricæ circa suum axem motarum partem quamlibet locum 5 mutare; sed idem falsum est in globo aut cylindro; horum enim pars utique est globus aut cylinder interior circa eundem axem descriptus, qui non magis locum mutat, quam ipse globus aut cylinder totus.

Interim illud verissimum est nullam posse sumi partem globi tam exiguam in qua non punctum assignari queat locum continue mutans, et hoc 10 ad globi motum sufficit. Poteramus etiam hoc indicio uti, quod nulla est pars globi, in qua non pars sumi possit continue locum mutans,[†] et tunc ita concinnanda fuisset definitio: *Movetur* quod in loco est, et in quo nihil homogeneum assumi potest (homogeneum nomino pro parte quia puncti pars non est) in quo non homogeneum assumi possit continue locum mutans. Sed simplicius visum est, pro posteriori homogeneo uti puncto. Alia 15 adhuc succurrit definitio quæ eodem quidem et ipsa reddit, annotata tamen digna visa est. *Movetur*,[‡] in quo assumi potest aliquid ab ipso minus data quantitate differens, quod continue locum mutat. Sic ex sphaera data si dematur sphaera inscripta concentrica quantumlibet parva et prope evanescens 20 relinquit partem sphaeræ concentricæ majoris a toto suo tam parum differentem quam volumus; eaque pars (nempe orbis solidus convexo-concavus concentricus) locum utique mutat.

Itaque sphaera locum non mutans, tamen moveri dicatur, quia a locum mutante orbe solido cavo differt quantitate, quavis data minore; sphaerula 25 scilicet concentrica quantillavis. Superiori tamen definitione uti maluimus, quia motus mobilis ut intelligatur tandem in motus singulorum punctorum

[†]*In margine* Iam video aliquid mutandum. Nam et orbis non egreditur loco, etsi omnia ejus puncta loco egrediantur.

[‡]*In margine* hæc definitio non succedit in liquido

3 globus (1) enim *del.* (2) enim, ... cylinder *add.* L 3 annulus | aliquis *del.* | L 4-5 est (1) cuiuslibet annuli *del.* (2) circumferentiæ ... cylindricæ *add.* L 5 motarum | moti *corr.* | L 5 quamlibet *add.* L 7 cylinder | descriptus vel interi *del.* | L 9 verissimum (1) esse *del.* (2) est *add.* L 11 sufficit. | Verum *del.* | L 11 quod | nullus *del.* | L 15 est | in quo non rursus *add. et del.* | L 17-18 quæ ... est *add.* L 19-20 Sic (1) demta *del.* (2) ex ... dematur *add.* L 20 et prope evanescens *add.* L 21 majoris (1) ab ipsa *del.* (2) a ... suo *add.* L 22 volumus; | et hæc *del.* | L 22-23 (nempe ... concentricus) *add.* L 24 (1) Et hæc vera esse ratio videtur cur *del.* (2) Itaque *add.* L 25 mutante | minus *del.* | L 25 solido cavo *add.* L 71.26-72.4 Superiori ... relictam *add.* L 27 mobilis | tandem *add. et del.* | L 27 tandem *add.* L

resolvi debet, cum fieri possit ut ubique variet. Atque hæc distinctius exponere et ad vivum resecare volui, ut appareat quam confusas de rebus quæ compertissimæ creduntur notiones habeamus. Mirum enim videri poterat provinciam definiendi motus mihi fuisse relictam.

- 5 Porro motum hic ita interpretari volui, ut non absolutum minus quam respectivum comprehendat, prout locum diversimode accipimus. Fieri enim potest, ut mobile absolute quiescat, licet habeat in se physicam motus causam, impetum scilicet ac vim motricem imo agat; quanquam id valde paradoxum sit.. Ut si globus in navis tabulato aliquo plano
- 10 currat directe a prora versus puppim, eadem prorsus celeritate, qua navis fertur contrario motu puppis versus proram; ita enim spectanti ex ripa apparebit quiescere, (præsertim si navim non videat, ut noctu si globus sit ignitus) et posita absoluta quiete ripæ, etiam absolute quiescet licet intra navim corpus aliquod obstans magna vi frangere possit. Unde intelligitur
- 15 aliud esse actionem, aliud motum. Quæ pulcherrimum habent usum ad tollendas difficultates circa motum terræ. Potest enim Astronomus et Philosophus ad phænomena simplicissime explicanda, physicas motuum respectivorum causas terræ tribuere, ex magnetismi et vorticum legibus, quas solis respectus postulat, etsi non ideo asserat terram moveri absolute.
- 20 TEMPUS MOTUS est totum tempus, cuius nulla pars assumi potest, in qua non cujuscunque in mobili assumti homogenei punctum aliquod locum mutet. Dicitur et Tempus impensum.[†]

[†]In imo paginae contraria directione inscriptus MOVETUR quod in loco est, et cui nihil

1 distinctius | volui *add. et del.* | L 2 volui *add.* L 3 compertissimæ | vid *del.* | L 5 ita | (1) definire *del.* (2) interpretari *add.* L 6 locum | (1) defi (2) accipimus *del.* | L 7-8 habeat (1) | physicam *del.* | in se | motus *del.* | (2) physicam motus *add.* L 8-9 motricem (1) . *corr.* (2) , | quanquam ... sit. *add.* | (3) | imo agat; *add.* | ... sit. L 9 navis | currat *del.* | L 12-13 (præsertim ... ignitus) *add.* L 13-15 licet ... motum *add.* L 13-14 licet intra navim corpus aliquod obstans magna vi frangere possit. *add.* L 17 ad | reddendas simplicissimas phænomenorum rationes *del.* | L 17 simplicissime | explicandum *corr.* | L

Traditio

L LH XXXV 11, 18A, pp. 67-73

Definitio 1

MOVETUR quod in loco est et cui nihil inest homogeneum, in quo non punctum sumi possit, quod per certi 5
tempori quamcunque partem in eodem loco (congruente)
non est.

Sit circulus rigidus *A* [Fig. 22.1, 22, p. 69] in plano suomet motus circa centrum suum immotum *C*, tunc equidem verum est, ipsum circulum loco suo non egredi; verum etiam est punctum in eo assumi posse, nempe ipsum *C* 10
quod quiescit; et in sphaera vel cylindro circa axem immotum motis, puncta assumi possunt infinita quiescentia, quæ scilicet cadunt in axem. Interim ut moveri dicantur sufficit, non posse assumi in ipsis homogeneum tam exiguum in quo non sit motus. Ita in circulo *A* non potest assumi pars tam exigua ut circulus concentricus *B* utcunque parvus, quin in ipso punctum ali- 15
quod ut *E* reperitur, quod continue per aliquod tempus locum mutat seu in diversis loci punctis reperitur. Et licet axis in sphaera mota possit esse im-

1 Pars ... 1. *add. ed.* 3 (1) LOCUS CONGRUENS (a) in quo s (b) in quo alius ejusdem locus sumi non potest *del.* (2) Definitio L 5 punctum | aliquod *add. et del.* | L 6 eodem | (1) loco non est (2) spatii puncto (3) loci puncto *del.* | L 6 (congruente) *add.* L 8 rigidus *add.* L 8 plano | imm *del.* | L 10 nempe (1) circa *del.* (2) ipsum *C* *add.* L 11 et | in *corr.* | L 11 immotum *add.* L 12 Interim | (1) ut (2) ad motum *del.* | L 13-14 assumi | (1) partem homogeneam (2) ho *del.* | (3) in ... homogeneum (a) q *del.* (b) tam exiguum *add.* L 14 motus. | (1) Seu (2) Est autem *del.* | L 15 ut ... ipso | (ut ... parvus,) ... ipsa *corr.* | L 16 *E* (1) sumi possit *del.* (2) reperitur *add.* L 16 continue | locum mutet *del.* | L 73.16-74.2 mutat (1) . At in (a) ipso (b) puncto *E*, cum nihil aliud ipsi assumi possit homogeneum seu comparabile quam ipsum punctum *E* (omne enim homogeneum quod mobili inest, aut est ipsummet, aut pars ejus) et ipsum punctum *E* continue locum mutet, (aa) moveri utique dicetur (bb) utique et de puncto *E* verum erit, nihil in eo assumi posse ipsi homogeneum, in quo non aliquod punctum continue locum mutet, unde definitio etiam puncto competit. *del.* (2) seu ... potest *add.* L

motus, homogeneous tamen ipsi non est neque enim linea corpori comparari potest.

Conseſtarium 1

[68]

Punctum quod per certi temporis quamcunque partem
5 in eodem loco non est, movetur.

Id punctum sit *E*, jam omne homogeneous quod in eo assumi potest, est ipsum *E* et omne punctum quod in hoc homogeneous (nempe in *E*) assumi potest, est *E*, nullum igitur punctum in ullo ejus homogeneous assumi potest, quod non continue per datum tempus locum mutet. Quod (per
10 definitionem) est moveri.

Conseſtarium 2

Punctum quod movetur, id per certi temporis quamcunque partem in eodem loco non est.

Id punctum sit rursus *E*. Cum moveatur, ideo (per definitionem) nullum
15 in eo homogeneous assumi poterit cujus non aliquod punctum continue locum mutet, sed punctum *E* est solum quod assumi possit in homogeneous ipsius *E*, id est in ipso *E*, ergo continue locum mutat.

Conseſtarium 3

[69]

Extensi moti quævis pars movetur.

2 potest | Porro locum (1) intelligo pro (2) intelligo (a) proprium < (b) congruentem (aa), in quo sit (bb) | seu in qua [sic] alius eiusdem locus sumi non potest add. |, (aaa) talem scilicet ut punctum in pluribus sine mutatione (aaaa) non possit esse simul; (bbbb) non sit necessario simul (bbb) talem scilicet, ut plures esse ejusmodi non possint <—> quorum prius alterum inferat del. | L 3 Conseſtarium | (1) Corollar (2) Extensi moti quævis pars movetur. (a) Movetur corr. (b) Moveatur extensum AD. Ajo et partem ejus quamcunque ut BC moveri nam si non movetur poterit in eo (3) Corollarium del. | (4) Conseſtarium L 4 certi | certum corr. | L 4 quamcunque add. L 6 (1) | Nam in puncto del. | E corr. | (2) | Id punctum sit *E*. Jam in ipso *E* add. et del. | nihil potest assumi homogeneous ipsi, quam ipsum punctum *E*, (a) et (b) ergo in ipso puncto *E* (aa) nihil (bb) nullum assumi potest punctum quod non per certam temporis [partem] continue locum mutet. Itaque (3) Id punctum sit *E*, patet nihil in eo assumi posse homogeneous (a) in quo non assumi possit punctum præter *E*, et ideo (b) in quo non assumi possit punctum continue per datum tempus add. et del. (4) Id punctum del. (5) Id L 6 jam add. L 6 in | ei corr. | homogeneous del. | L 7 in | (1) homo (2) *E* assumi potest del. | (3) hoc (a) | *E* del. | (b) homogeneous (aa) | (ipsi *E*) del. (bb) | (nempe ... *E*) add. | L 12 (1) Punctum quod (a) | movetur del. | (b) per (aa) | certam corr. | ali del. | (bb) certi temporis quamcunque partem in eodem loco non est, movetur (2) Punctum L 12 id add. L 14 moveatur, (1) ideo add. et del. (2) ideo ... definitionem add. L 15 aliquod add. L 15 punctum (1) | continui corr. | <pot> del. | (2) continue L

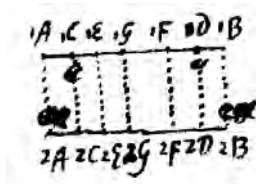


Figura 23



Figura 24

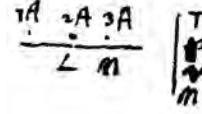


Figura 25



Figura 26

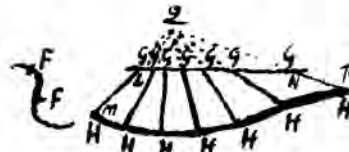


Figura 27

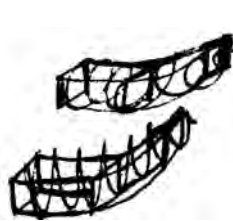


Figura 28.1 (del.)

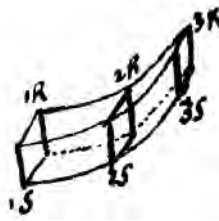


Figura 28

Moveatur extensum AB [Fig. 23], et sit ejus pars quæcunque CD ; ajo et hanc moveri. Esto CD non moveri. Si quidem id fieri potest, itaque (per definitionem) in eo assumi potest homogeneous ipsi, ut EF , cujus aliquod punctum ut G per aliquod tempus non continue locum mutet. Jam EF inest etiam ipsi AB , et homogeneous est eidem (cum ejus parti CD insit et homogeneous sit) itaque in AB assumi potest homogeneous ipsi nempe EF , cujus aliquod punctum G continue locum non mutat. Ergo (per definitionem) non movetur AB , quod est contra hypotesin. Itaque necesse est moveri et partem ejus CD .

I (1) In figura præcedente moveatur extensum A et sit ejus pars quæcunque B , ajo et hanc moveri *del.* (2) Moveatur L 2 moveri. | Sumamus *del.* | L 2 CD *add.* L 2-3 itaque (1) in eo *del.* (2) (per ... eo *add.* L 4 G | (1) non c (2) cont *del.* | L 4-5 Jam (1) ϵ *del.* (2) EF (a) | in ϵ *del.* | (b) inest (aa) | ipsi AB *del.* | (bb) etiam ipsi AB , (aaa) | ergo in AB assumi potest homogeneous ipsi, (aaaa) EF (bbbb) ipsi EF (quippe homogeneous eius parti CD) *del.* | (bbb) et L 9 CD | (1) In omni moto assumi potest aliquid ab ipso (a) inf (b) minus differens (aa) discrimine dato cuius quævis puncta moventur (bb) quantitate homogeneous data, cuius quævis puncta moventur. || Sit motum AB (2) Omnia puncta moti quiescentia cadunt in partem minorem quantitate data *infra add. et del.* | L

Consectarium 4

Quicquid movetur id a quovis de loco egrediente non differt assignabiliter.

Corpus loco egredi dico cuius quodvis punctum locum mutat, et
 5 aliqua pars locum occupat in quo nulla corporis pars fuit. Sit [Fig. 24, p. 75]
 ergo mobile *A*, quod quantitate assignata *B* differre dicatur a quocunque
 locum deserente, ajo id dici non posse, et assignari posse ipsius ad partem
CDEFGC, quæ ab *A* differat quantitate minore quam *B*. Nam locus om-
 nium punctorum mobilis *A* locum non mutantium non est magnitudine
 10 comparabilis ipsi *A* (per definitionem hic); itaque pars ipsius *A* assignari
 potest *CHS* minor data in quam cadunt. Præterea si ponatur pars quæ-
 vis ipsius *A* in alterius partis locum succedere, hoc quoque evitari potest
 partem aliquam ut *DCFG* data licet quavis minorem resecando ita quod in
 ejus locum succederet si adesset, nunc ipsa detracta, non succedit in alicuius
 15 partis locum. Iam duo *CHG* et *DCGF* quæ singula talia assumi possunt, ut
 sint data quacunque quantitate minora, etiam sic assumi possunt, ut am-
 bo simul sint data quantitate *B* minora, (singula scilicet sumendo minora
 ejus dimidio.) Itaque potest summa eorum *HCDFGH* assumi minor data
 quantitate *B*. Adeoque detractis ipsis ab *A* residuum *CDEFGC* minus ab *A*
 20 differt quam assignata quantitas *B*.

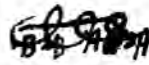


Figura 29.1
(del.)



Figura 29.2
(del.)



Figura 29.3
(del.)

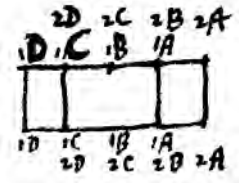


Figura 29

2-3 id (1) a quovis *del.* | «egre» *add. et del.* | (2) | non differt assignabiliter *del.* | a quovis (a)
 ex *corr.* (b) de ... | non ... assignabiliter *add.* | L 4-5 et (1) | aliquod *corr.* | punctum
del. | (2) aliqua (a) | puncta *del.* | (b) pars L 6 ergo (1) corpus *del.* (2) mobile *add.*
 L 6 quod | differat *del.* | L 7 locum (1) egrediente *del.* (2) deserente *add.* L 7
 ajo | ipsum *del.* | L 7 ipsius *add.* L 8 *CDEFGC* | *A, C, D, E, F, G corr.* L 8
 Nam | «cum» *del.* | L 9 *A* | *q del.* | L 9-10 mutantium (1) | est *acc. non del., del.*
ed. | incomparabiliter *corr.* | «minor» quam *del.* | (2) | non est *add.* | ... comparabilis | ipsi
add. | L 9 magnitudine *add.* L 10 (per definitionem hic) *add.* L 11 *CHS add.*
 L 11 cadunt. (1) Rursus (2) Et eadem (3) Præterea L 11-12 quævis (1) in *del.* (2)
 ipsius ... in *add.* L 15 duo | (1) quæ (2) quæ *del.* | L 16 quacunque *add.* L 18
HCDFGH | minor *del.* | L

[70]

Definitio 2

TEMPUS MOTUS est tempus cuius pars nulla assumi potest, in qua non cujuscunque in mobili assumti homogenei punctum aliquod locum mutet.

Sit punctum illud A , et tempus TM , ejus pars pro arbitrio assumpta PV , non debet A per tempus PV utcunque parvum manere in eodem loco (congruente) L sed semper eum mutare, translatione aliqua ut ex L in M .

Conseſtarium

Quod movetur, id per temporis motus partem quamvis movetur.

10

Moveatur mobile [Fig. 25, p. 75] tempore TM , ajo moveri et per partem ejus quamcunque PV . Ponatur non moveri, ergo (per definitionem motus) pars ipsius PV assumi potest, in qua aliquod punctum A in homogeneo a mobili contento sumtum, locum non mutat, sed pars ipsius PV est etiam pars ipsius TM , ergo pars temporis TM assumi potest in qua non utique cuiuslibet in mobili assumti homogenei punctum A , locum mutat. Id est (per definitionem) TM non est tempus motus, contra Hypotesin.

[71]

Definitio 3

LOCUS MOTUS, vel VIA, vel SPATIUM MOTU DESIGNATUM vel VESTIGIUM MOTUS est locus proprius omnium mobilis locorum in quibus durante motu fuit; locorum inquam congruentium seu VESTIGIORUM MOBILIS. LOCUS autem PROPRIUS est, qui non et aliis est communis, quæ nempe punctum habeant, quod in nullo sit mobilis loco.

Ut si rectangulum $ABCD$ [Fig. 26, p. 75] intra duas rectas ${}_1A{}_1D$, ${}_1B{}_1C$, continuatas motum, transferatur ex ${}_1A{}_1B{}_1C{}_1D$ per ${}_2A{}_2B{}_2C{}_2D$ in ${}_3A{}_3B{}_3C{}_3D$,

2 est | totum del. | L 4 punctum | locum mutet del. | L 5 (1) Sit A (2) Sit (a) mobilis (b) in aliquo mobilis homogeneo (3) Sit quodcunque mobilis hom (4) Sit L 6 per | totum del. | L 6 utcunque parvum add. L 7 mutare, | transla del. | L 7 M . | Totum autem tempus voco, in quo omne tempus tale (1) $\longleftrightarrow$ (2) ut PV comprehenditur. Per partem temporis motus (a) «move» (b) quamcunque del. | L 11 mobile | A del. | L 12 definitionem | temporis del. | L 13 aliquod add. L 15 ergo | homogeneum ipsi TM del. | L 16 mutat. (1) Ergo del. (2) Id est add. L 18 | TEMPUS MOTUS est totum tempus cuius nulla pars assumi potest, in qua non cujuscunque in mobili assumti homogenei punctum aliquod moveatur del. | L 21 inquam (1) | æqualium del. | (a) sive corr. | (b) seu | vestigiorum mobilis del. | (2) | congruentium add. | seu L 22 MOBILIS | in quibus scilicet nullus alius mobilis locus assumi potest del. | L 23 communis, | (1) seu in quo (2) nihil in quibus sit del. | L 25 (1) Si rectam (2) Ut L 26 per ${}_2A{}_2B{}_2C{}_2D$ add. L

via erit rectangulum ${}_1A_1B_3C_3D$, vestigium vero aliquod rectanguli, erit ${}_2A_2B_2C_2D$.

Nempe puncti F , via est linea FF [Fig. 27, p. 75]. Lineæ autem via est
 5 superficies, ut rectæ GH via seu locus successivus est superficies $LMHPN$,
 si recta GH ex loco primo LM , in ultimum GP ita verbi gratia transferatur,
 ut extremo G incedens per rectam LN semper respiciat punctum Q .

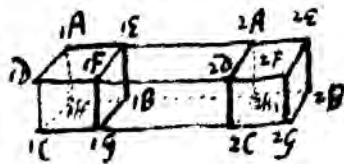


Figura 30 (del.)

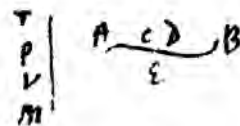


Figura 31

Superficiei autem via est solidum ut [Fig. 28.1, 28, p. 75] superficiei RS so- [72]
 lidum ${}_1R_2R_3R_3S_2S_1S$. Nisi tamen linea vel superficies sua vestigia incedat;
 10 ut $ABCD$ linea vel superficies [Fig. 29.1-3, 29, p. 76] cujus pars quæcunque
 CD in qua non est extremum A succedit in locum alterius ut BC , ita ut
 coincidant locus prior ipsius BC , nempe ${}_1B_1C$ et locus posterior ipsius DC ,
 nempe ${}_2C_2D$. Ex lineis autem non nisi recta, arcus circuli, et arcus helicis
 seu cochleæ cylindricæ per sua vestigia incedere possunt; quoniam ea est ha-
 15 rum linearum solarum communis proprietas, ut diversæ quæcunque partes
 æquales unius lineæ inter se congruere possint, et in recta extremis con-
 gruentibus etiam congruere debeant. Ex superficiebus solæ plana et sphæ-
 rica, et cylindrica, et cochleatim cylindro incisa, et omnes rotatione genitæ,
 possunt per alias æquales et similes seu congruas, incedere; sed hæ [Fig. 30]
 20 cubus $ABCDEFGH$ intra duas hedras oppositas continuatas ED et BC in-
 cedens, et transiens ex ${}_1A_1B_1C$ in ${}_2A_2B_2C$ nil aliud producit non nisi uno

3 ${}_2A_2B_2C_2D$ | Ex hic manifestu del. | L 4 puncti | via del. | L 5-6 superficies (1) $LMHN$ corr. si del. (2) N , si ... GH add. L 6 GP (1) ita del. (2) ita ... gratia add. L 7 ut | ut pun del. | L 7 Q . | Hoc tamen intelligendum est, nisi linea ita moveatur ut (1) per quodlibet ejus punctum (2) quodlibet ... punctum (a) cadat præter extremum (b) succedat alteri ejusdem lineæ del. | L 9 superficies (1) per del. (2) ut $ABCD$ add. et del. (3) per add. L 9 incedat | incedant corr. | L 10 ut (1) | ABB , corr. | ubi del. | ubi add. et del. | (2) $ABCD$ L 10 cujus add. L 10-11 quæcunque (1) ${}_1B$ del. (2) | (a) $\leftrightarrow C$ (b) B corr. | (3) CD L 14 seu cochleæ add. L 15 ut | «quævis earum» del. | L 17 Ex | lineis del. | L 17 superficiebus | solæ del. | L 17-18 solæ ... omnes add. L 17 plana | planæ corr. | L 17-18 et ... incisa add. L 18 et | gibbæ del. | L 19 æquales et similes seu add. L 19 hæ add. L 20 cubus | ABC ex ${}_1A_1B_1C$ in ${}_2A_2B_2C$ corr. (2) $ABCD$ ex ${}_1A_1B_1C_1D$ in ${}_2A_2B_2C_2D$ transiens del. | L 20-21 intra ... et add. L 21 ex | AB del. | L

modo quam solidum, quod etiam produceret sola hedra ex ${}_1A_1D_1C_1H$ translata in ${}_2E_2F_2G_2B$, nempe parallelepipedum ${}_1A_1C_2B_2F$. Nam omnia puncta solidi quæ non sunt puncta superficiei ambientis, cum durante motu non nisi in loca punctorum superficiei succedant, non aliam viam designant, quam ipsa superficies. 5

Consectarium 1

Quicquid movetur, describit viam.

Semper enim est in loco, et datur locus aliquis, in quem cadunt hæc loca omnia, id est (per definitionem præcedentem) via.

Consectarium 2

10

Via per partem temporis impensi est pars viæ integræ.

Sit [Fig. 31] temporis TM pars PV , et via mobilis per tempus PV sit E , et per tempus TM via ejusdem sit AB , ajo E esse partem ipsius AB . Nam E est locus omnium locorum mobilis durante tempore PV (ex definitionem præcedentem) ut loca mobilis durante tempore PV sunt etiam loca mobilis durante tempore TM ; cadunt ergo in AB , ergo id quod constituunt nempe via E , cadit etiam in AB , ideo cum E sit homogenea ipsi AB , nec sit ipsa AB , erit pars ejus. 15

Consectarium 3

Parte temporis impensi describitur pars viæ. 20

Tempore TM describitur via AB , ajo parte temporis ut PV describi partem viæ, ut CD . Nam quia mobile movetur tempore TM , movetur et tempore PV (per consectarium subjectum definitioni temporis motus.) Quicquid autem movetur describit viam (per consectarium 1 hic.) Hæc via sit E , jam E est pars ipsius AB (per consectarium præcedens). Ergo ipsi E coincidit aliqua ipsius AB pars CD . 25

Consectarium 4. Problema

Motum exhibere in quo coincidat locus mobilis et via motus.

1 ex *add.* *L* **1-2** translata ... ${}_1A_1C_2B_2F$ *add.* *L* **3** solidi | extra superfici *del.* | *L* **4** viam (1) definiunt, *corr.* (2) designant, *del.* (3) designant, | *L* **8** et (1) locus | est *del.* | (2) | datur *add.* | locus *L* **11** Via (1) partis *corr.* (2) per *add.* partem *L* **13** ejusdem *add.* *L* **15** sunt (1) loca *del.* (2) (a) inter (b) etiam loca *add.* *L* **16** in | E *del.* | *L* **16** constituunt | cadit e *del.* | *L* **17** via *add.* *L* **17** AB , (1) et *del.* (2) ideo *add.* *L* **17** E *add.* *L* **17** sit | homogenum *corr.* | ipsi AB *add.* | *L* **17** ipsa | ipsum *corr.* | *L* **21** (1) Nam parte temp *del.* (2) Tempore *L* **28** coincidat (1) via *del.* (2) locus *add.* *L* **28** et | vestigium motus *del.* | *L*

Includatur mobile corpus alteri rigido immoto, ita ut congruat superficies; tum mobile inclusum moveatur, et habebitur desideratum quia ob rigidum obstans loco exire non potest interim tamen partes inter se loca permutare possunt.

- 5 Si mobile sit fluidum, quamcunque figuram habere potest, sin rigidum sit, oportet esse genitum circumrotatione, ut annulus, cylinder, sphæra, conus rectus cum moventur circa suos axes.

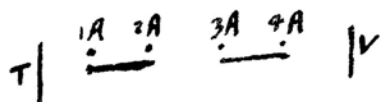


Figura 32

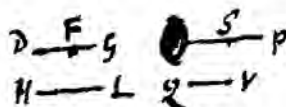


Figura 33

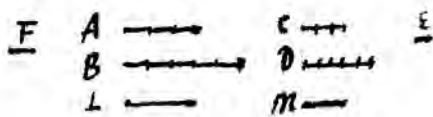


Figura 34

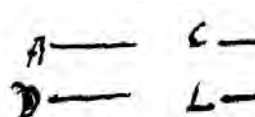


Figura 35

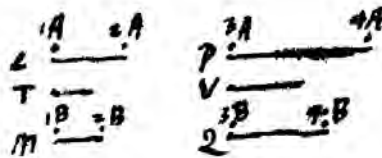
Figura 36.1 (*del.*)

Figura 36

1 immoto, | cuius superficies *del.* | L 1-2 superficies; tum (1) ut (2) si jam mobile (a) «sic» in (b) inclusum ita moveatur, ut quodvis (3) et in mobili *add. et del.* (4) | et *del.* | tum *add.* | L 5 | (1) Ex rigidis autem solida non nisi (2) Quod si rigid *del.* | (3) Si L

[75] [Pars 1. Sectio 2. Caput 2.]
DE MOTU UNIFORMI[†]

Traditio

L LH XXXV 11, 18A, pp. 75-78

Definitio

MOTU UNIFORMI MOVETUR, cujus quodlibet punctum æqualibus temporibus æqualia spatia describit. 5

Sit mobilis punctum A [Fig. 32] percurrentes tempore T lineam ${}_1A_2A$, et tempore V lineam ${}_3A_4A$; positis T et V æqualibus, reperiuntur ${}_1A_2A$ et ${}_3A_4A$ esse idque, si succedit in puncto mobilis quocunque motus dicetur uniformis. Et contra motu posito uniformi debet succedere.

Propositio 1

10

In motu uniformi si spatia a puncto mobilis absoluta sint æqualia, erunt et tempora impensa æqualia.

Spatiis enim DG et HL [Fig. 33] æqualibus, sint inæqualia, si fieri potest tempora OP , et QV , et tempus alterutrum ut OP sit majus[;] ergo ipsi QV æqualis erit ipsius OP pars aliqua OS , qua durante percursa est spatii DG 15 pars aliqua DF , et æquali tempore QV percursum est spatium HL . Ergo (ex definitione motus uniformis) æquantur DF et HL , jam HL æquatur ipsi DG ex hypothesi, ergo æquales sunt DF et DG pars et totum quod est absurdum, æqualia igitur sunt tempora OP , et QV . Quod asserebatur.

[†]*In margine* Subjici hic possent aliæ propositiones de spatiis ab ipso mobili descriptis, non tantum ab ejus punctis. Sed has ad particularem tractationem differre possumus.

1 Pars ... 2. *add. ed.* 2 DE ... UNIFORMI *add. L* 3 *Definitio add. L* 8 esse | vel positis ${}_1A_2A$, et (1) ${}_3AA$ (2) ${}_3A_4A$ æqualibus reperiuntur T et V æqualia *del.* | *L* 9 uniformi | succedet *del.* | *L* 10-19 *Propositio 1 ... asserebatur add. L* 12 tempora | æqual *del.* | *L* 13 (1) Sunt enim inæqualia si *f del.* (2) Spatiis *L* 14-19 QV tota prius erunt LV et *corr. L* 18-19 quod ... absurdum *add. L*

Propositio 2

Omne punctum mobilis uniformiter moti, movetur motu uniformi.

Nam omne punctum mobilis uniformiter moti æqualibus temporibus
5 æqualia absolvit spatia (ex definitione) et puncti æqualibus temporibus æqualia absolvunt spatia quodlibet punctum, (cum puncti non aliud punctum sit quam ipsummet) æqualibus temporibus æqualia absolvit spatia; ergo (per eandem definitionem) uniformi motu movetur.

Propositio 3

10 Omne mobile cuius quodlibet punctum uniformiter movetur, ipsummet motu uniformi movetur.

Nam mobile cuius quodlibet punctum uniformiter movetur, ejus (per definitionem) cuiuslibet puncti quodlibet punctum, id est ejus quodlibet punctum æqualibus temporibus æqualia absolvit spatia, quod (per defini-
15 tionem) est mobile uniformiter moveri.

Propositio 4

In motu uniformi multiplis temporibus impensis, æquimultipla sunt spatia absoluta a mobilis puncto.

Hoc est, si punctum mobilis tempore simplo percurrat spatium sim- [76]
20 plum, tempore duplo, triplo, quadruplo, etc. absolvit respectiva spatium duplum, triplum, quadruplum. Nam si simplo absolvit simplum, altero simplo æquali absolvit rursus simplum æquale (per definitionem) ergo bis simplo bis simplum, hoc est duplo duplum, et ita porro.

Propositio 5

25 In motu uniformi spatia absoluta a mobilis puncto sunt temporibus impensis proportionalia.

I *Propositio 2 add.* L 4 | (1) Nam omne (2) Et omne mobile cuius quodlibet punctum uniformiter movetur, ipsummet motu uniformi movetur *del.* | (3) Nam L 5 et | omne *del.* | L 6 spatia (1) omne *del.* (2) quodlibet *add.* L 9 *Propositio 3 add.* L 10 punctum (1) | uniformi *corr.* | motu *del.* | (2) uniformiter L 12 Nam | cuius *del.* | L 12-13 movetur, (1) ejus *del.* (2) ejus ... def.) *add.* L 13-14 , id ... punctum *add.* L 14-15 spatia, (1) quod *del.* (2) quod ... def.) *add.* L 16 *Propositio 4 add.* L 19 si | mobile tempore simplo *del.* | L 20 quadruplo, | &c *del.* | L 20 absolvit | spatium *del.* | L 22 simplum |, *acc. non del., del. ed.* | (1) et (2) (per definitionem) *del.* | L 24 *Propositio 5 add.* L 25 spatia | sunt temporibus proportionalia *del.* | absoluta | sunt *del.* | L 26 proportionalia. | Et vicissim, si sint (1) semper *add. et del.* (2) proportionalia motus est uniformis. *del.* | L

Ponamus [Fig. 34, p. 80] punctum mobilis uniformiter moti, absolvere spatium A tempore C , et spatium B tempore D , dico esse A ad B ut C ad D . Et quidem si tempora sunt commensurabilia, sit maxima eorum mensura communis, æqualis ipsi E ; et sit exempli causa C triplum ipsius E , et D quintuplum, erit C ad D , ut 3 ad 5. Et tempore E percursum sit pars ipsius A æqualis ipsi F , ergo (per præcedentem) A percursum tempore C triplo ejus quo percursum est pars ejus æqualis ipsi F , erit tripla ipsius F . Iam pars ipsius B percursum tempore æquali ipsi E , est etiam æqualis ipsi F (ex definitione motus uniformis) ergo (rursus per præcedentem) B percursum tempore D quintuplo ejus quo percursum est æqualis ipsi F , erit quintupla ipsius F , ergo erit etiam A ad B ut 3 ad 5. Quodsi rationes sint incommensurabiles, constat ex Euclide reduci posse ad commensurabiles sic, ut error minor sit errore quovis dato; adeoque nullus. Universaliter igitur vera propositio est.

Propositio 6ta

Si spatia a quovis mobilis puncto percursum sint temporibus impensi proportionalia, motus est uniformis.

Sit enim [Fig. 35, p. 80] punctum mobilis percurrans tempore C lineam A , et tempore D lineam L . et sint tempora C et D æqualia; jam C ad D [est] ut A ad L ex hypothesi, ergo etiam lineæ A et L erunt æquales. Et proinde æqualibus temporibus æqualia spatia percurruntur, quod est motum esse uniformem.

Propositio 7ma

Si diversa mobilia moveantur motibus uniformibus, spatia æqualibus temporibus a mobilium punctis percursum erunt proportionalia.

25

1 mobilis |, absol del. | L 2 spatium | D tempore del. | L 5 Et | per del. | L 5 E add. L 6 percursum | (1) triplo (2) E del. | L 7 est (1) F del. (2) pars ... F add. L 7 pars ejus add. L 9 præcedentem | B quintuplo tempore del. | L 13 | Universaliter ... est. add. | Conversa autem eius ostendi potest ducendo ad absurdum add. et del. | L 14 (1) Si diversa mobilia moveantur motibus uniformibus spatia æqualis temporibus percursum del. (2) | Propositio (1) 5 corr. (2) 6ta add. | L 17 (1) In figura præcedente sit A ad B ut C ad D [,] ajo motum esse uniformem. Sit ab eodem puncto tempore M æquali ipsi (a) | percursum corr. | spatium del. | (b) percursum | recta add. | spatium L , ajo æquari ipsi A . Est enim M ad C ut L ad A per præcedentem[,] jam ratio M ad C est æqualitatis. Ergo et ratio L ad A . Temporibus itaque æqualibus et spatia sunt æqualia, quod est motum (2) Sit 22 | Propositio (1) 6 del. (2) 7ma add. | L 23 mobilia del. et rursus add. L 24 æqualibus (1) temporibus del. (2) temporibus ... punctis add. L

Sit [Fig. 36.1, 36, p. 80] punctum A describens lineam L tempore æquali ipsi T , et lineam P tempore æquali ipsi V et ob motum uniformem erit L ad P ut T ad V (per propositionem præcedenti anteriorem.) Similiter B describat lineam M tempore æquali ipsi T , et lineam Q tempore æquali ipsi V , et ob
 5 motum uniformem erit T ad V ut M ad Q . Ergo L ad P ut M ad Q seu L [78]
 ad M , ut P ad Q . Quod asserebatur.

Propositio 7

Si spatia æqualibus temporibus a diversorum mobilium punctis percurra sint proportionalia unumquodque mobile movetur motu uniformi. Est conversa præcedentis. Sit punctum
 10 A [Fig. 37, p. 86] quodcunque unius mobilis describens lineas L et P temporibus T et V , et punctum B quodcunque alterius mobilis describens lineas M et Q temporibus E et N . Sintque æqualia, tempus T tempori E , et tempus V tempori N , erit (ex hypothesi) L ad P ut M ad Q . Jam in motu alterutrius
 15 mobilium, ut B assumatur aliud tempus ut S æquale tempori E vel T , eoque tempore S describat B lineam R ostendendum est lineam R fore æqualem ipsi M adeoque ex æqualibus temporibus sequi æqualia cujuslibet in mobili puncti B absoluta esse spatia, quod est mobilis motum esse uniformem (ex definitione). Ob tempora S et T æqualia, itemque N et V æqualia, erunt lineæ R ad Q , ut L ad P ; sed ob tempora E et T itemque N et V æqualia, sunt etiam lineæ M ad Q ut L ad P . Ergo R et M sunt æquales. Et quia similis
 20 ratiocinatis etiam in alterius mobilis puncto A institui potuisset, similiter ipsum quoque uniformiter moveri concluditur. Quod asserebatur.

Si iisdem tantum temporibus (non vero æqualibus quibuscunque) dixissemus spatia describi proportionalia, non sequeretur motus uniformis, unde problema mox sequens solvi potest.

Propositio 8

Mobilis uniformiter moti puncta æqualibus temporibus spatia describuntur proportionalia.

2 et *del. et rursus add.* L 6 asserebatur. | Hæc propositio converti non potest. (1) Licet «eni» (2) Nam etsi (a) $\longleftrightarrow A$ et B (b) A pariter ac B moveantur (aa) unumquodque motu uniformi, (bb) difformiter, si tamen velocitates eorum eadem proportionem accelerentur *del.* | L 7 *Propositio 7 add.* L 8 *diversorum add.* L 9 *proportionalia* | (1) motus est uniformis (2) motu *del.* | L 15 tempori (1) E , *del.* vel T *add. et del.* (2) $E \dots T$, *add.* L 17 temporibus | sequi æqualibus *acc. non del., del. ed.* | L 17 cujuslibet | puncti B *del.* | L 18 mobilis *add.* L 19 et | (1) T (2) E *del.* | L 20 itemque | N et V æqualia *del.* | L 21 Et (1) cuius *del.* (2) quia *add.* L 22 etiam | et *corr.* | L 24 vero *add.* L

Nam mobilis uniformiter moti puncta moventur uniformiter (per supra demonstrata) sed plura mota uniformiter æqualibus temporis proportionalia describunt spatia per præcedente proxime anteriorem.

Propositio 9. Problema

Exhibere mobilia unumquodque motu non uniformi 5
motum, quæ iisdem temporibus durante motu spatia describant proportionalia.

Sit [Fig. 38] punctum æqualibus temporibus CD, DE, EF, FG describens
lineas ${}_1A_2A, {}_2A_3A, {}_3A_4A, {}_4A_5A$; ex quibus duæ priores sint æquales, et duæ
posteriores etiam æquales inter se, sed inæquales prioribus. Et punctum 10
 B iisdem temporibus describat lineas ${}_1B_2B, {}_2B_3B, {}_3B_4B, {}_4B_5B$ ita ut etiam
duæ priores sint æquales inter se, et duæ quoque posteriores, licet inæqua-
les prioribus, quælibet autem linea describatur motu uniformi, et sit ${}_1A_2A$
ad ${}_3A_4A$, ut ${}_1B_2B$ ad ${}_3B_4B$. Utique iisdem temporibus spatia describentur
proportionalia. De temporibus assignatis patet[;] idem ostenditur et in eo- 15
rum partibus, quia sunt partes temporum motus uniformis. Ac proinde
et in temporibus inde compositis utcunque. Totus tamen motus ipsius A
non est uniformis quia æqualibus temporibus $DGEF$ spatia describuntur
inæqualia, ${}_2A_3A$ et ${}_3A_4A$. Idemque «est» in B . Quod erat propositum.

3 per (1) antecedenti del. (2) præcedente add. L 4 | (1) Problema (2) Problema: (3)
Prop (4) Problema del. | (5) Propositio ... Problema add. L 5-6 mobilia (1) | motibus
del. | non | uniformibus corr. | mota corr. | (2) | unumquodque add. | motu add. | (a) dif-
formi add. et del. | (b) non ... motum, L 6 durante motu add. L 8 æqualibus add.
L 9 ${}_4A_5A$; | et aliud punctum del. | L 13 uniformi, | spatia a punctis del. | L

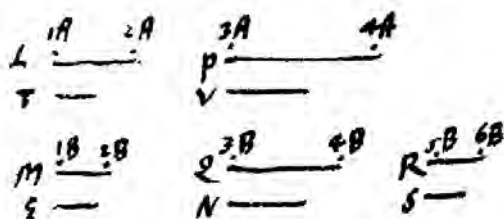


Figura 37

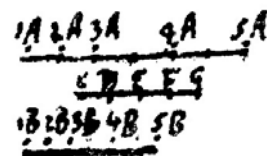


Figura 38



Figura 39



Figura 42.1 (del.)

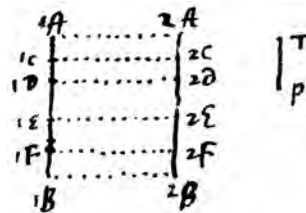


Figura 42



Figura 40

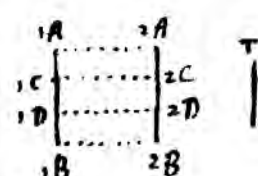


Figura 41



Figura 40.1 (del.)



Figura 40.2 (del.)

[79] [Pars 1. Sectio 2. Caput 3.]
DE VELOCITATE IN MOTU ÆQUIDISTRIBUTO

Tradio

L LH XXXV 11, 18A, pp. 79-83

Definitio 1

MOTU ÆQUALITER DISTRIBUTO MOVETUR cujus punctum lineam describit lineæ a quovis alio ejusdem mobilis puncto eodem tempore descriptæ æqualem.

Veluti si mobile $ABCD$ [Fig. 39] transferatur ex loco ${}_1A{}_1B{}_1C{}_1D$ per ${}_2A{}_2B{}_2C{}_2D$ in ${}_3A{}_3B{}_3C{}_3D$, et punctum ejus B describat lineam ${}_1B{}_2B{}_3B$; tunc, si motus sit æqualiter distributus aliudque mobilis ejusdem punctum quodcunque C describat lineam ${}_1C{}_2C{}_3C$ æquales erunt lineæ ${}_1B{}_2B{}_3B$, et ${}_1C{}_2C{}_3C$. Et vicissim si æquales reperientur punctorum mobilis quorumcunque lineæ eodem tempore descriptæ motus erit æqualiter distributus. Omnis motus rigidi rectilineus, (quo sic movetur ut omnia ejus puncta rectas describant) est æqualiter distributus; sed non omnis motus æqualiter distributus est rectilineus, quamvis quævis sic moti rigidi recta maneat suis vestigiis parallelas.

Definitio 2

VELOCITAS IN MOTU ÆQUALITER DISTRIBUTO est affectio mobilis quæ proportionalis est lineæ quam describeret punctum mobilis, si motus per datæ magnitudinis tempus hac eadem mobilis affectione retenta continuaretur. Eadem autem manet, si idem punctum æqualibus temporibus æqualia describat spatia.

1 Pars ... 3. *add. ed.* 2 (1) De Velocitate in M *del.* (2) DE L 2 MOTU | UNIFORMIET *del.* | L 3 | (1) Axio (2) Axioma 1. Si motu qui mobile moveatur motu uniformi, eadem est velocitas ejus durante motu (3) Axioma *del.* | (4) Definitio L 4 | MOTUS *corr.* | L 8-9 tunc ... distributus *add.* L 12-16 distributus. | Scholion *add. et del.* | Omnis ... parallelas *add.* | L 15 quævis | sic *add.* | moti | recta *del.* | rigidi recta *add.* | L 18 mobilis | quam proportionalis *del.* | L 19 describeret | punctum motus, *del.* | L 20-21 tempus | (1) uniformiter continuaretur *af del.* (2) eadem veloc *add. et del.* (3) eadem affectione retenta uniformiter continuaretur *del.* | (4) | hac *add.* | eadem L

Sit [Fig. 40.1, 40.2, 40, p. 86] mobile AB , cuius motus ${}_1A_1B_3A_3B$ sit æqualiter distributus, ita ut lineæ ${}_1A_2A_3A$, et ${}_1C_2C_3C$ a duobus punctis quibuscunque mobilis, A et C descriptæ eodem tempore T sint inter se æquales. Et velocitas mobilis AB dum transit per locum (seu vestigium) ${}_1A_1B$ sit V . Hanc ita æstimabimus: si mobile durante motu ${}_1A_1B_3A_3B$ retinet eandem velocitatem, hoc ipso motu utemur, ut sequitur. Si non retinet eandem velocitatem, fingamus eandem velocitatem retinere, seu mobile AB ex ${}_1A_1B$ porro progredi non motu proposito ${}_1A_1B_3A_3B$, sed alio æquveloce et æqualiter distributo ${}_1A_1B_{13}A_{13}B$, et tempore T datæ magnitudinis puncto aliquo suo C percurrere rectam ${}_1C_{12}C_{13}C$, hanc possumus sumere pro mensura velocitatis, ita ut longitudo huius lineæ repræsentet velocitatem V , hoc est ut velocitates sint huiusmodi rectis proportionales. Quorum diversa puncta inæquales simul lineas describunt, de his dubitari potest an aliquam habeant certam velocitatem. Possumus tamen et illis velocitatem quandam ascribere mediam, qua motum mobile, motu uniformiter distributo eundem quem antea impetum in summa haberet. Quam et dicere possumus summam omnium velocitatum quas habent æqualia mobili inexistencia motu quodque æqualiter distributo latum per numerum ipsorum inexistantium divisam.

1 (1) Sit *del.* (2) Sit mobile AB cuius motus æqualiter distributus | ${}_1A_2B_2A_2B$ *del. et rursus add.* |, (a) ejus velocitas V (aa) proportionalis *corr.* (bb) | hanc dico *add.* | proportionalem | esse *del. et rursus add.* | rectæ ${}_1C_2C$ quam punctum ejus quodcunque describere, si mobile motu uniformiter continuato est (b) et velocitas præsens V , quanquam fortasse continue immutanda retardandaque aut acceleranda, durante hoc motu (a) ita (b). Ita ut par *del.* (3) Sit L **1** sit *add.* L **2** ut | tempore DF *del.* | L **3** tempore (1) DG *del.* (2) DF *del.* (3) T *add.* L **3-4** velocitas (1) mobilis *del.* (2) mobilis AB *add.* L **4** per | (1) ${}_1A_1B$ (2) vesti *del.* | L **4** Hanc | hanc *corr.* | A **5-7** æstimabimus: (1) Si mobile AB (a) movetur (aa) motu (bb) revera (b) | durante *add.* | motu *acc. non del., del. ed.* | (aa) uniformi ${}_1A_1B_3A_3B$, hoc utemur; sin minus fingamus (bb) | quem revera *acc. non del., del. ed.* | habet *del. et rursus add. et acc. non del., del. ed.* |, (aaa) non *del.* (bbb) retinet eandem velocitatem, hoc ipso motu utemur. Sin minus fingamus ipsum eam (aaa) retineri, et (bbb) non reti (2) si ... retinere, *add.* L **6-7** velocitatem, (1) (ita ut parte temporis DE (a) mo (b) pars motus (c) prior motus pars ${}_1A_1B_2A_2B$ «sit» celeri minore fiat velocitate describatur, et parte temporis $D EF$ posterior motus pars ${}_2A_2B_3A_3B$ velocitate majore) fingamus eandem *del.* (2) fingamus mobile AB eandem velocitatem retineri, et motum mobilis æquivelocem (a) esse (b) et æqualiter distributum esse ${}_1A_1B_{13}A_{13}B$; ita ut pars motus tempore *del.* (3) | eandem *add.* | velocitatem retinere, (a) alium | (aa) mobilis *corr.* | (bb) «mobile» ejusdem motum (b) mobile (c) | seu ... AB *add.* | ex *add. et del.* | L **8** alio | æqui *del.* | L **9** tempore (1) DF *del.* (2) T *add.* L **9** magnitudinis | pu *del.* | L **10** rectam | ${}_1C_{12}C_{12}C$ *del.* | L **11** V , | seu velocitates mobilium quorumcunque eodem tempore *del.* | L **88.12-89.10** proportionales. (1) Quæ in di *del.* (2) quorum *corr.* (3) Quorum ... prius *add.* L **13** describunt, | hi *del.* | L **16** quem | nunc *corr.* | L **16-17** haberet. | (1) Sed hic nunc opus (a) non habemus (b) est *del.* (2) | Sed est *del.* | summa *corr.* | omnium | (a) mo *corr.* | (b) quæ mobili insunt velocitatum | quam *corr.* | (3) Quam ... possumus *add.* | summa ... quas L **18** latum | lata *corr.* | L

Definitio 3

LONGITUDO MOTUS ÆQUALITER DISTRIBUTI est longitudo lineæ quam aliquod mobilis punctum describit.

Ut ${}_1C_2C_3C$ est longitudo motus æqualiter distributi ${}_1A_1B_3A_3B$. Interim si linea quædam moveretur motu inæqualiter distributo, ita ut diversa puncta simul inæquales vias describant, poterit etiam longitudo quædam totius motus concipi, quæ sit medium arithmeticum inter omnes singulorum punctorum vias. Si linea tamen non esset similis, aut si extensum esset altius linea, medium arithmeticum inter impetus esset quærendum prius.

10

Propositio 1

Quicquid est in mobili, motum æqualiter distributum habente, id ipsum motu æqualiter distributo movetur.

Sit [Fig. 41, p. 86] AB cuius motus ${}_1A_1B_2A_2B$ æqualiter distributus. Et in ipso AB sit CD ; ajo et huius motum ${}_1C_1D_2C_2D$ fore æqualiter distributum. Nam quodlibet punctum ipsius CD est punctum ipsius AB , et quodlibet punctum ipsius AB æquales tempore quovis T , lineas describit (per definitionem 1. hic). Ergo et quodlibet punctum ipsius CD æquales tempore quovis T lineas describit; id est (per definitionem 1.) CD motum habet æqualiter distributum.

20

Propositio 2

Quæ insunt mobili motum habenti æquidistributum, eorum velocitates simul existentes sunt æquales et vicissim[,] si eorum quæ mobili insunt velocitates simul existentes sint æquales, motus est æqualiter distributus.

25

[82] Sit [Fig. 42.1, 42, p. 86] mobile AB , cujus motus æqualiter distributus; et sint in mobili duo quæcunque ut CD et EF , ajo eorum velocitates existentes eodem instanti T , esse æquales. Ponatur mobile motu æqualiter æqui-
 5 quædam | ut AB del. | dimi add. et del. | L 5 distributo, | nihilominus del. | L 5-6 puncta | diversas del. | L 6 inæquales | $\langle$ lineas $\rangle$ corr. | L 6 describant, | linea del. | L 7 sit | in linea quidem | similari add. et del. |, (non vero semper in superficie aut solido) del. | L 7 inter | (1) inter (2) linea del. | L 12-13 mobili, (1) cuius del. (2) | motu corr. | est add. et del. | ... | distributo corr. | habente add. | L 14 AB | motum $\rightarrow$ del. | L 14 in | hoc del. | L 17 AB | movetur motu del. | L 17 tempore (1) T lineas del. (2) quovis ... lineas add. L 17-18 definitionem 1. | (1) hu (2) huius del. | L 19 definitionem 1.) | mo del. | L 21 | (1) Prop. 2 || Punctorum motu æquivelece motorum velocitates sunt ut lineæ descriptæ (2) Pr del. | (3) Prop. 2 L 22 (1) Quicquid (a) inest in mobi (b) inest mobili motum æqualiter del. (2) Quæ L 23 velocitates | sunt æquales del. | L 23-24 vicissim | si mobilium inexistis del. | L 26 distributus | ${}_1A_1B_2A_2B$ del. | L 27 in | eo quæcunque del. | L 27 velocitates | sem del. | L 28 motu | æquivelece et del. | L

distributo latum, eundem æquivalociter continuare per tempus TP , eoque transferri ex ${}_1A_1B$ in ${}_2A_2B$ et puncta C et E lineas describere ${}_1C_2C$, ${}_1E_2E$]; jam quia AB movetur motu æqualiter distributo, etiam CD et EF , moventur unumquodque motu æqualiter distributo (per propositionem 1). Ergo
 5 (per definitionem 2.) velocitas ipsius CD est ad velocitatem ipsius EF , ut ${}_1C_2C$ ad ${}_1E_2E$; sed ${}_1C_2C$ et ${}_1E_2E$ sunt æquales (per definitionem 1.) Ergo et velocitas ipsius CD velocitati ipsius EF æqualis est. Vicissim, si velocitates ipsorum CD et EF sunt æquales, erunt et lineæ ${}_1C_2C$ et ${}_1E_2E$ æquales, (per definitionem 2) quod cum de quibusvis ipsius mobilis AB punctis dici
 10 possit, utique (per definitionem 1.) motus erit æqualiter distributus.

Propositio 3

Æqualis est velocitas mobilis et puncti in eo sumti, si motus mobilis sit æquidistributus.

Nam et punctum C et ipsum mobile AB , mobili AB insunt. Ergo per
 15 propositionem 2. æqualis est eorum velocitas.

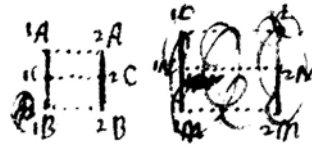


Figura 43

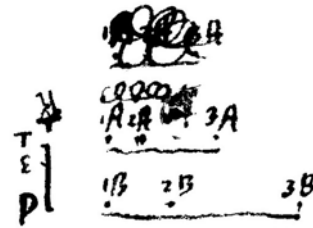


Figura 44

Propositio 4

In motibus æqualiter distributis, si duorum mobilium quæcunque eodem tempore descriptæ longitudines motus

1 continuare |, *acc. non del., del. ed.* | et tempore TP trans *del.* | L 1 tempus *add.* L
 2 ${}_2A_2B$ (1) et punctum aliquod A describere lineam *del.* (2) et ... et (a) C (b) E ...
 | ${}_1E_2F$ *corr. ed.* | *add.* L 3 jam *add.* L 6 sed | (1) per def. (2) qu (3) lineæ *del.* | L
 7-8 velocitates | *C del.* | L 8-9 æquales, (1) (per d *add. et del.* (2) (per (a) prop. (b)
 def. 2) *add.* L 12 | (1) Si duo sint (2) Quæ motu (3) Si plura motu unumquodque
 æqualiter dis (4) Si (5) Si plura moveantur unumquodque motu suo æqualiter distributo,
 eorum velocitas eorum ut velocitates punctorum in ipsis (6) Si AB [Fig. 43] moveatur motu
 uniformi æqualiter distributo, itemque LM , et sit in illo punctum C , in hoc punctum N ,
 dico esse velocit *del.* | (7) Æqualis L 14 *C add.* L 14 AB *add.* L 15 est | veloci
del. | L 17 In | motus ... distributo *corr.* | L 17-18 mobilium (1) viæ *del.*
 (2) quæcunque *add.* L

seu viæ punctorum sint proportionales, etiam velocitates simul existentes erunt proportionales. Et vicissim.

Sit [Fig. 44] punctum mobilis unius A alterius B , et lineæ ab his simul descriptæ seu longitudines motus ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$ descriptæ tempore TE , et ${}_1A_3A$, ${}_1B_3B$ descriptæ tempore TEP . Jam si semper sit ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_2B$ ut ${}_1A_3A$ ad ${}_1B_3B$, ajo et velocitatem ipsius A in instanti aliquo E esse ad velocitatem ejusdem A in alio instanti P , ut velocitas B in instanti E , ad velocitatem B in instanti P . Nam si motu æqualiter distributo datis semper velocitatibus dantur hæ longitudines, et vicissim. Generaliter autem quæ discerni non possunt per determinantia, nec discerni possunt per determinata. Hæc 10 propositione non utor in sequentibus, alioqui demonstrarem more recepto. Nunc usus sum novo hoc demonstrandi principio latissime patente (alias explicando) ut aliquod ejus indicium facerem.

[83]

Propositio 5[†]

In motu uniformi punctorum vel æquidistribute motorum 15
longitudine æqualibus amborum velocitatibus percursæ sunt
ut tempora impensa.

Sint [Fig. 45, p. 92] mobilia duo AB et CD æquidistribute mota sintque præterea 20
velocitates eorum æquales. Sit punctum quodcunque L in AB , et punctum quodcunque M in CD , utique (per propositionem capitis præcedentis) æqualis
est velocitas in L et in AB , itemque in CD et in M ; sed (ex hypothesi) AB et CD
habent eandem velocitatem. Ergo etiam L et M puncta quæcunque in AB et CD
habent eandem velocitatem. Et proinde (per propositionem capitis præcedentis) in toto composito ex AB et CD motus est æquidistributus. Rursusque (ex 25
hypothesi) motus in AB est uniformis, ergo (per propositionem 2. de motu uniformi) et in puncto ejus quocunque L similiter in CD est uniformis ergo et in puncto ejus quocunque M . Ergo in quolibet puncto compositi ex AB et CD , ergo

[†]In *marginē* NB referatur ad præcedentem. Quæruntur propositiones citatæ.

I seu ... punctorum *add.* L 3 (1) Nam dato tempore et velocitati *del.* (2) Sit L 3-4 his (1) | de *del.* | scriptæ (2) simul de *del.* (3) | simul de *add.* | scriptæ L 4 motus (1) quæcunque *del.* (2) quæcunque sint *add.* L 5 | Jam *add.* | Si *corr.* | L 6 A | in *acc. non del., del. ed.* | puncto aliquo ut E *del.* | L 6-7 velocitatem (1) ipsius B *del.* (2) eiusdem A *add.* in (a) eodem *del.* et velocitatum *add. et del.* (b) alio *add.* L 7 velocitas B in instanti E , (1) A in alio quocunque *del.* (2) B in *add.* instanti (a) P *del.* (b) E *add.* L 8 in | eodem *del.* | L 11 recepto. | Est *del.* | L 12-13 demonstrandi (1) | principia *del.* | (alias | explicanda *corr.* |) (2) | principio ... patente *add.* | quod *add. et del.* | ... explicanda) L 91.14-92.2 Prop. 5 ... erit *del.* L 16 amborum *add.* L 18 AB (1) | «et BD» *del.* (2) et (a) B *del.* (b) CD *add.* L 18 mota | sintque et motibus *del.* | L 20 in (1) B *del.* (2) CD, (a) patet *del.* (b) utique (aa) æqualis est velocitas ipsius L et ipsius AB *del.* (bb) (per) | L 20 præcedentis | simi *del.* | L 21 velocitas | (1) ipsius L (2) et ip *del.* | (3) in L L 21 in | M *del.* L 23 proinde | in toto composito ex AB et CD motus est æquidistributus. Rursus ex hypothesi motus (1) est (2) in AB est uniformis *del.* | L 25 ergo | et in *del.* | L

(per propositionem 3 de motu uniformi) motus est uniformis in ipso composito ex AB et CD . Cum ergo hoc compositum moveatur motu uniformi erit [*desinit abrupte*]

Propositio 5

5 Punctum motu æqualiter distributo movetur.

Nam omne punctum quod sumi potest in puncto A , est ipsum A [;] ergo et linea quam describit quodcunque punctum in A sumtum tempore T , coincidit ei quam describit A tempore T , ergo et æqualis est ei quam describit A tempore T . Itaque omne punctum quod in A sumi potest tempore quocunque T lineam describit æqualem. Quod (per definitionem 1.)
10 est motum esse uniformiter distributum.

Propositio 2. In moto æquidistributo quæ insunt æquali moventur velocitate. Et vicissim cujus omnia puncta æquali moventur velocitate id movetur motu æquidistributo.

15 Propositio 1. In æquidistributo motu quæ insunt moventur æquidistribute.

Propositio 3. In motu æquidistributo eadem est velocitas puncti et mobilis.

Propositio 4. Quæ simul (respondentibus ordine temporibus) proportionalia absolvunt spatia, eorum velocitates semper sunt proportionales, (et si semel æquales semper æquales).



Figura 45 (*del.*)

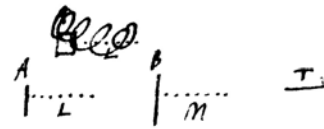


Figura 46

2 uniformi | et æquidistributo *del.* | L 5 (1) Omnis punct *del.* (2) Punctum (a) non nisi *del.* (b) motu L 6 | (1) Nam quodlibet puncti punctum, quod semper idem est, (a) nempe (b) eandem utique lineam describit, id est æqualem (2) Nam punctum A simul eandem lineam describi *del.* | (3) Nam L 9 T . (1) Ergo *del.* (2) Itaque *add.* L 10 Quod | est motum ipsius *del.* | L 11-18 Prop. 2 ... æquales) *add.* L 12 Prop. (1) 1 *corr.* quod *del.* (2) 2 L 12-13 velocitate. (1) Prop. 2 Quæ insunt *del.* (2) Et *add.* L 14 æquidistributo | «proportionale» *del.* | L 15 (1) Prop. 1 *add. et del.* (2) Prop. 1 *add.* L 16 (1) In m *del.* (2) Prop. 3 L 17 Quæ (1) i *acc. non del., del. ed.* (2) simul m *del.* (3) simul L 17-18 temporibus) (1) æquales *del.* (2) eorum velocitates *add. et del.* (3) proportionalia *add.* L 18-19 (et ... æquales) *add.* L

[Pars 1. Sectio 2. Caput 4.]
DE VELOCITATE IN MOTU ÆQUALITER
DISTRIBUTO ET UNIFORMI

Traditio

L LH XXXV 11, 18A, pp. 151-156

L LH XXXV 11, 18A, pp. 84-94

[151] DE VELOCITATE IN MOTU UNIFORMI

Definitio 1

5

LINEA MOTUS est via quam durante motu describit mobilis centrum gravitatis.

Pari autem tale punctum in omni mobili, et viam ejus in mobile ductam semper spatium a mobili absolutum producere ostenditur peculiari capite de centro gravitatis.

10

Definitio 2

VELOCITAS est affectio in moto proportionalis lineæ motus, quæ describenda esset, si ille per datæ magnitudinis tempus uniformiter continuaretur.

Propositio 1

15

Si mobilium motus uniformiter continuaturorum æquales futuræ essent æqualibus temporibus lineæ motus, de-

1 Pars ... 2. *add. ed.* 4 IN (1) M *del.* (2) MOTU *add.* UNIFORM *add. et del.* L 5-10 | (1) Extensum (2) Propositio 1. || In motu uniformi velocitas est ut linea motus *del.* | (3) VELOCITA *add. et del.* (4) Definitio ... gravitatis *add.* L 6 via | centri gravitatis *del.* | L 8 (1) Conferatur definitio 3. de Tractu cum propositionibus aliquot *del.* (2) Pari L 8 ejus | metiri «secus» *del.* | L 9 spatium | a motu abs *del.* | L 9 absolutum (1) metiri, suo loco *del.* (2) producere *add.* L 11 *Def. 2 add.* L 12 affectio | (1) mobilis (a) propo (b) quæ lineæ (aa) «per m» (bb) motus continuatione uniformi intra datæ magnitudinis describendæ propor (cc) pro *del.* | (b) | in motu positi, *add. et del.* | quæ *del. et add. et del.* | proportionalis | est *del.* | (2) | in (a) mobili (b) moto *add.* | proportionalis L 16-17 (1) Si punctum moveatur in motu uniformi «*del.*» (2) Si duorum mobilium | in motu uniformi *add. et del.* | æquales sint *del.* (3) Si ... essent *add.* L 16 continuatorum *corr.* L 93.17-94.1 motus, | jam nunc *add. et del.* | descripta ... altero *add.* L

scripta ab uno descriptæ ab altero velocitates sunt æquales; et vicissim.

Sit mobile A [Fig. 46, p. 92] ejusque velocitas talis, ut si uniformiter continuaret motum, tempore æquali ipsi T descripturum esset lineam L , et aliud
 5 sit mobile B ejusque velocitas talis, ut si uniformiter continuaret motum tempore æquali ipsi T descripturum esset lineam M æqualem ipsi L . Ajo velocitates A et B esse æquales. Nam (per definitionem 2) sunt ut lineæ L et M , quæ sunt æquales ex hypothesi. Itaque et similiter si velocitates sint æquales erunt lineæ L et M æquales.

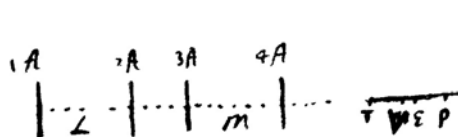


Figura 47

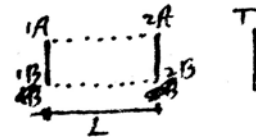


Figura 48

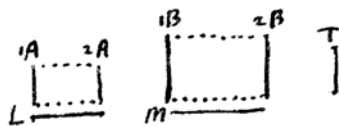


Figura 49

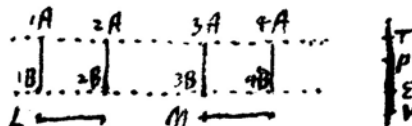


Figura 50

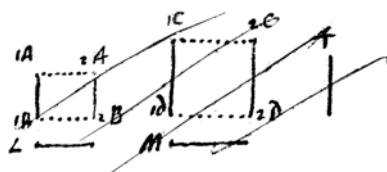


Figura 51.I (del.)

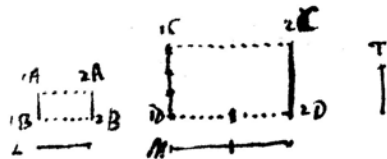


Figura 51

10

Propositio 2

Si mobilium unumquodque uniformi motu moveatur, et æqualibus temporibus æquales sint lineæ motus descripta ab uno descriptæ ab altero, etiam velocitates sunt æquales. Et vicissim.

15 Sequitur ex præcedenti.

[152]

3 | Si corr. | mobile A | moveatur del. | L 4 L, | «et» tem del. | L 6 ipsi (1) M del. (2) T add. L 6 M | Ajo velocitat del. | L 7 2 | velocitates del. | L 8-9 Itaque ... æquales add. L 11 (1) Mobilium uniformiter motorum quor del. (2) Si L 11 unumquodque | uniformiter del. | L 15 præcedenti |, (1) quod enim verum (a) est (b) futurum es add. et del. si motus uniformiter continuat (2) nam si (3) posito (4) si (5) cum del. | L

Cum enim eadem ratio futura esset velocitatum et linearum motus si motus uniformiter continuaretur, (per præcedentem) et nunc uniformiter continuetur (ex hypothesi) utique eadem erit ratio et cum ratio una sit æqualitatis (ex hypothesi) etiam altera erit.

Propositio 3

5

Si mobile moveatur motu uniformi æqualis manet ejus velocitas.[†]

Ponatur [Fig. 47, p. 94] mobile A moveri motu uniformi, ergo punctum ejus quodvis, æqualibus temporibus æquales describit lineas (per definitionem motus uniformis). Ergo (per definitionem 1.) etiam linea motus L descripta tempore TV , æqualis est lineæ motus descriptæ æquali tempore EP . Sed si mobilia ${}_1A$ et ${}_3A$ motibus uniformibus ${}_1A_2A$, ${}_3A_4A$ æqualibus temporibus TV et EP æquales describunt lineas motus L et M ,] eorum velocitates sunt æquales (per propositionem præcedentem). Est ergo eadem velocitas mobilis A in ${}_1A$ et in ${}_3A$, hoc est velocitas ejus durante motu uniformi manet eadem. 15

Propositio 4

Si æqualis maneat mobilis velocitas, motus ejus est uniformis.

[†]*In margine* Si mobile æqualibus quibuscunque temporibus æqualia absolvat spatia vel contra; eandem retinet velocitatem.

Si mobile mutat velocitatem saltem reperietur pars temporis dividatur tempus in partes utcunque parvas et spatium in totidem; si ergo [*desinit abrupte*]

1 (1) Hic *del.* (2) Cum L 1 enim (1) æquales *del.* futuræ essent *corr.* (2) eadem ratio *add.* ... esset | (a) si (aa) mo (bb) lineæ *del.* | (b) velocitatum ... motus *add.* | L 2 motus | mover $\rightarrow$ *del.* | L 2 continuaretur, | et $\leftrightarrow$ *del.* | L 3 erit | eo *del.* | L 6 motu *add.* | L 6 uniformi | manet *del.* | L 6 manet *add.* | L 8 ergo | æqualibus temporibus TM , EP , æquali *del.* | L 9 quodvis, | adeoque et centrum gravitatis *del.* | L 10 uniformis). | Ergo et linea motus L descripta tempore TM , æ *del.* | L 11 tempore | TM *corr.* | L 12 mobilia | ut A et A *del.* | L 15 ${}_3A$, (1) seu *del.* (2) hoc est *add.* | L 18 Si | æquabilis *del.* | L

In not. marg.: quibuscunque *add.* | L æqualia | utique spatia vel *del.* | L contra; | re *del.* | L velocitatem | Nam si æqualibus temporibus TP , EV , æqualia absolvit spatia (1) æquales (2) ${}_1A_2B$, ${}_3A_4B$, æquales absolvet spatiorum longitudines. || Ponamus mobile AB tempore TP absolvere spatium ${}_1A_2B$, et tempore æquali EV æquale spatium ${}_3A_4B$, ajo æquales esse velocitates. Si enim velocitas inæqualis *del.* | L dividatur | mobile *del.* | L tempus | et sp *acc. non del., del. ed.* | L

Definitio

[153]

VELOCITAS est moti affectio quæ si per tempus datæ magnitudinis proportionalis longitudini spatii percurrendi si per tempus datæ magnitudinis hæc affectio permaneret.

- 5 Sit in motu positum AB , [Fig. 48, p. 94] cuius sit affectio quam velocitatem vocamus; hæc ponatur permanere per tempus T eoque tempore mobile percurrat tractum seu spatium ${}_1A_2B$, cuius longitudo sit L . Dicemus eam esse huius affectionis naturam, ut repræsentetur per L . Notandum autem est, etsi puncta mobilis diversis motibus moverentur, tamen semper
 10 longitudinem spatii dato tempore percursi assignari posse; nam singulorum punctorum viæ ipsi mobili in suis punctis ordinatim applicentur, ut inde fiat tractus integer, seu spatium percursum; uti totum pondus gravis habetur gravitatibus singulorum punctorum specificis licet variis in grave ductis. Deinde ut pondus aliud æqualis voluminis haberi potest dicto
 15 æquale, cuius gravitas specifica sit ubique eadem, ita haberi potest longitudo tractus æque distributi seu medii qui sit proposito æqualis. Atque hæc longitudo repræsentabit velocitatem mediam ipsius mobilis, si eadem fuisset mobilis velocitas durante motu. Et in universum ut jam a nobis explicatum est Longitudo spatii est quod ductum in mobile
 20 tractum seu spatium percursum producit.

Propositio I

[154]

Si mobilia suas velocitates retinentia moveantur æquali tempore erunt velocitates ut spatiorum percursorum longitudo.

- 25 Ponamus [Fig. 49, p. 94] mobile A suæ velocitatis retinens moveri per tempus æquale ipsi T , spatii autem longitudinem esse L ; similiter B suæ velocitatis retinens per tempus etiam æquale ipsi T , spatii longitudine M , ajo velocitatem ipsius A esse ad velocitatem ipsius B ut L ad M . Sunt enim (ex

1 *Definitio add.* L 2 est | affectio mobilis a m $\leftrightarrow$ del. | L 2 affectio (1) proportionalis longitudine spatii percurrendi, cui si per dati tempus permaneret del. (2) quæ ... magnitudinis add. L 3 si | per datum tempus del. | L 3 magnitudinis | tempus del. | L 4 affectio | in 'quovis' del. | L 5 Sit | mobile del. | L 5-6 velocitatem | ponamus del. | L 10 nam | omni del. | L 13 licet variis add. L 14 potest | homogeneum del. | L 15 potest | longitudo tractus æque del. | L 17 (1) ipsiu del. (2) ipsius L 17 si | motus fuisset (1) uniformiter (2) æqu del. | L 18 fuisset | per t del. | L 18 universum | jam a del. | L 22 mobilia | iisdem momentibus del. | L 23 ut | lineæ motus del. | L 23 spatiorum | longit del. | L 25 A (1) eundem del. (2) suæ add. L 26 T , | et B del. | L 26 autem | long del. | L 27 tempus | æqu del. | L

definitione velocitatis) velocitates in A vel B , proportionales dictis longitudinibus L et M .

Hæc propositio converti non potest. Licet enim durantibus motibus velocitates duorum mobilium maneant ut spatiorum percursorum longitudines non ideo tamen necessario sunt retinentia suæ velocitatis, fieri enim potest ut velocitates proportionaliter augeantur.

Propositio 2

Si mobilia æqualia suas velocitates retinentia moveantur æquali tempore erunt velocitates ut spatia percursa.

Propositio 3

10

Si mobile retineat suam velocitatem æqualibus temporibus æqualia percurrat spatia.

Has duas propositiones simul demonstrabimus.

Mobile ${}_1A_1B$ [Fig. 50, p. 94] tempore TP percurrat spatium ${}_1A_2B$ et mobile ${}_3A_3B$ tempore æquali EV percurrat spatium ${}_3A_4B$, ajo spatia ${}_1A_2B$ et ${}_3A_4B$ esse æqualia. Sint longitudines spatiorum illius L , hujus M , jam quia mobile ${}_1A_1B$ toto motu ${}_1A_2A$ suam retinet velocitatem, similiterque mobile ${}_3A_3B$, toto motu ${}_3A_4A$ suam retinet velocitatem; et tempora TP , EV sunt æqualia, erit velocitas ipsius ${}_1A_1B$ ad velocitatem ipsius ${}_3A_3B$, ut L ad M (per propositionem 1.). Sed velocitates ipsius ${}_1A_1B$ et ipsius ${}_3A_3B$ sunt æquales ex hypothesi. Ergo et longitudines spatiorum L et M sunt æquales; jam spatia fiunt ex ductu longitudinum in mobilia (ut ${}_1A_2B$ ex ${}_1A_1B$ in L) et longitudines ostensæ sunt æqualia, mobilia autem ${}_1A_1B$ et ${}_3A_3B$ sunt etiam æqualia, secundum propositionem 2. et coincidentia secundum propositionem 3.

[155] Ergo spatia percursa sunt æqualia.

25

I velocitates | A del. | L **I-I** | (1) *Propositio 2 add.* || (a) Si idem mobile movea
(b) Si mobile retineat suam velocitatem, æqualibus temporibus æqualia percurrat spatia del. | (2) Hæc propositio converti non potest. Licet enim durantibus motibus velocitates (a) maneant (b) duorum mobilium maneant ut spatiorum percursorum longitudines, non ideo tamen sunt retinentia suæ velocitatis, fieri enim potest ut velocitates proportionaliter augeantur *add. et del.* | (3) Hæc ... demonstrabimus *add.* | L **14** ${}_1A_2B$ (1) et mobile ${}_3A_3B$ tempore del. (2) et | idem del. | L **17** mobile | ${}_1A$ tot del. | L **17** suam *add.* L **19** ipsius | ${}_1A_2A$ del. | L **20** velocitates | sunt æquales del. | L **22** mobilia | et mobilia hoc sunt del. | L **23** æqualia, | imo *acc. non del., del. ed.* | coincidentia del. | L **24** 3. [155] Cum idem sit mobile ex hypothesi, del. L

Propositio 4

Si mobile æqualibus temporibus æqualia percurrit spatia, etiam æqualibus spatiis æqualia impendit tempora vel contra.

- 5 Demonstrari potest ad modum quo demonstrata est propositio 1. de motu uniformi.

Propositio 5

Si mobile retinet suam velocitatem æqualibus spatii æqualia impendit tempora.

- 10 Sequitur ex propositionibus 3. et 4.

Propositio 6

Si mobile semper æqualibus temporibus æqualia percurrit spatia vel contra eandem retinet velocitatem.

- 15 Nam etiam æquales erunt semper æqualibus temporibus spatiorum longitudo (cum ob mobile idem æqualibus spatiis sint æqualibus) ut (per definitionem hic) ex his solis æqualia tempora differentibus intelligi potest diversa velocitas.

Propositio 7

- 20 Si spatia sint æqualibus temporibus æqualia, (vel tempora æqualibus spatiis) spatia sunt temporibus proportionalia.

Demonstratur ut propositiones 4. et 5. de motu uniformi ex ipsius definitione.

Propositio 8

- 25 Si mobile retineat suam velocitatem vel æqualia mobi-

1 *Propositio* | 3. *corr.* | *L* **2-3** mobile | (1) æqualibus temporibus æqualia percurrat spatia (2) retinet suam velocitatem, et (a) æqualia percurrat spatia *corr.* (b) æqualibus (aa) percurrat *del.* (bb) spatiis, etiam æqualia *del.* | (3) æqualibus ... spatiis *add.* *L* **3** æqualia *add.* *L* **5** potest | ex præcedente *del.* | *L* **5** modum | propositionis 1. de *del.* | *L* **6** uniformi | ex motus uniformis definitione *del.* | *L* **4-20** *Propositio 5* ... definitione *del.* *L* **7** *Propositio* | 4 *corr.* | *L* **8** mobile | (1) æqualibus (2) eandem retinet velocitatem (3) velo *del.* | (4) retinet ... velocitatem *add.* *L* **10** propositionibus | 2. et 3. *corr.* | *L* **11** (1) *Propositio 5* *del.* (2) *Propositio* | 5 *corr.* | *L* **12** semper *add.* *L* **14** etiam (1) æqualia *corr.* (2) æqualies *corr. ed.* *L* **16** solis | æqualibus temporibus *L* **18** *Propositio* (1) 5 *corr.* (2) 6 *del.* (3) 7 *add. et supra hæc signum insertionis del.* *L* **19** (1) Si spatia sunt temporibus impensis *del.* (2) Si *L* **22** ut | (1) prop (2) *propositio 5. de motu uniformi del.* | *L* **24** *Propositio* (1) 4 *del.* (2) 5 *add. et corr.* (3) 6 *del.* (4) 7 *add. et corr.* (5) 8 *add.* *L* **98.25-99.1** velocitatem (1) vel æqualia mobilia *add. et del.* (2) vel ... æqualem *add.* *L*

lia æqualem spatia absoluta sunt temporibus impensis proportionalia.

Nam (ex propositione 3 vel 5) si mobile retineat suam velocitatem spatia æqualibus temporibus æqualibus spatiis æqualia sunt. Ergo (per propositionem 7) spatia sunt temporibus proportionalia.

5

Propositio 9

Si spatia a mobili absoluta sint temporibus impensis proportionalia, retinet suam velocitatem.

Nam ad modum quo demonstratur propositio 6 de motu uniformi, ostendetur æqualibus temporibus fore spatia æqualia. Ergo (per propositionem 6. hic) mobile suam retinet velocitatem.

Propositio 10

In motu æquivelece spatia æquali tempore percurra sunt in ratione composita mobilium et velocitatum.

[156] Sint [Fig. 51.1, 51, p. 94] mobilia AC , CD , velocitatem suam retinentia 15 unumquodque tempore æquali ipsi T , quæ percurrant spatia ${}_1A_2B$, et ${}_1C_2D$. Jam hæc sunt in ratione composita mobilium AB et CD , ac longitudinum fractus seu spatii, L et M ; et longitudines (per propositionem 1.) sunt ut velocitates ergo spatia sunt in ratione composita mobilium et velocitatum.

Itaque si mobile CD sit triplum mobilis AB , et velocitas CD dupla velocitatis AB erit spatium ${}_1C_2D$ spatii ${}_1A_2B$ sextuplum.

3-5 (1) Demonstratur ad modum propositionis 5 de motu uniformi (a) || Propositio 5 || Si spatia *del.* (b) | nam *corr.* | (2) | Nam (ex propositione (a) 1 *corr.* (aa) vel 3 *del.* (bb) vel 4 *corr.*) (aaa) æ (bbb) si ... proportionalia *add.* | L 3-4 si ... spatiis *add.* L 3 velocitatem | t *del.* | L 4 æqualibus | spatiis *del.* | L 4 temporibus (1) vel spatia *del.* (2) vel tempora *add.* L 4 æqualibus | temporibus *del.* | L 4-5 propositionem | 6 *corr.* | L 6 *Propositio* | 6 *corr.* | L 8 proportionalia, | mobile retinet *del.* | L 9-11 (1) Demonstratur ad modum propositionis 6 de motu uniformi. || Propositio 7. || Si spatia sint æqualibus temporibus æqualia proportionalia, vel (a) mo (b) tempora æqualibus spatiis mobile retinet velocitatem *del.* (2) Nam ... velocitatem *add.* L 9 motu (1) ostendetur *del.* (2) uniformi *add.* L 12 *Propositio* (1) 8 *del.* (2) 10 *add.* L 13 | (1) Si mobilia sint æqualia (2) Mobilia sunt *del.* | (3) In L 13 In | motibus æquivelocibus *corr.* | æquivele *del.* | retenta velocitate *add. et del.* | percurra *add. et del.* | L 13 spatia (1) sunt *del.* (2) æqualibus temporibus *corr.* L 13 percurra *del. et rursus add.* L 13 sunt *add.* L 14 in | com *del.* | L 15 | velocitates *corr.* | L 15 retinentia | tempore æquali ipsi T *del.* | L 16 T , | (1) erit velocit (2) et describentia *del.* | L 16 ${}_1C_2D$. | Aio spatia fore in ratione composita m *del.* | L 20 si | si AB *del.* | L 20 sit (1) duplum *del.* (2) triplum *add.* L 20-21 velocitas (1) AB tripla velocitatis CD *del.* (2) CD ... AB *add.* L 21 ${}_1C_2D$ spatii *add.* L 21 ${}_1A_2B$ | duplum spatii ${}_1C_2D$ *del.* | L 21 sextuplum *add.* L

Propositio 11

In motu æquivelece velocitates sunt in ratione spatiorum æqualibus temporibus percursorum directa, et mobili-
um reciproca.

5 Constat ex præcedente.

DE VELOCITATE IN MOTU ÆQUALITER DISTRIBUTO ET UNIFORMI

[84]

Propositio 1

Si motus punctis uniformis, eadem manet ejus veloci-
tas.

10 Nam si motus sit uniformis æqualibus temporibus æqualia a puncto
absolvuntur spatia (per definitionem motus uniformis). Iam eadem ma-
net velocitas si unum punctum mobilis motum habentis æqualiter distri-
butum, id est hoc loco puncti (per propositionem 5. capitis præcedentis)
15 æqualibus temporibus æqualia absolvat spatia (per definitionem 2. capitis
præcedentis)

Propositio 2

Si eadem maneat puncti velocitas, motus ejus est uni-
formis.

2 (1) Velocitates sunt in ratione spatiorum percursorum directa *del.* (2) In L 2 æqui-
velece | (1) spatia sunt temporibus (2) spatia æqualibus temporibus percursa *del.* | (3)
velocitates *add.* L 3-4 et (1) temporum *del.* (2) mobiliū *add.* L 6 | (1)
Linea (2) Defin. 3 *del. et rursus add.* || (a) SPATIUM MOTUS ÆQUALITER DISTRIBUTI est
linea (b) LONGITUDO MOTUS ÆQUALITER DISTRIBUTI est longitudo lineæ quam describit
punctum mobilis durante motu (3) DE VELOCITATE IN MOTU ÆQUALITER DI-
STRIBUTO ET UNIFORMI || (a) I (b) Prop. 1. || In motu æqualiter distributo,
(aa) si eadem maneat mobilis velocitas, motus est uniformis. Idem est
(bb) Coincidunt eandem manere mobilis velocitatem et motum esse uni- (c) Prop. 1.
|| Coincidunt hæc duo, eandem manere puncti velocitatem et *del.* | ejus
add. et del. | motum esse uniformem *del.* [in marg. fig. 52, p. 102] *del.* | (4) DE L
9 (1) Si eadem maneat puncti *del.* (2) Si L 9 motus (1) sit *del.* (2) puncti (a) sit
(b) sit *add.* L 9 manet | puncti *corr.* | L 11 æqualia | abs *del.* | L 13 si | unius
puncti *corr.* | L 13-14 distributum, (1) id est hoc loco puncti *add. et del.* (2) id est
... (per (a) | def. *corr.* | (b) prop. ... præced.) *add.* L 15 æqualia | distribu *del.* | L
16 præcedentis | (1) Id est (2) Id est (3) Jam aliud non est puncti punctum quam ip-
summet punctum autem semper habet motum æqualiter distributum, cum quodlibet ejus
punctum, (quod semper idem est) æquales lineas describat eodem modo moveatur *del.* |
L 3-14 (1) Prop. 1 *del.* (2) DE ... præced.) *add.* || Prop. 2 L

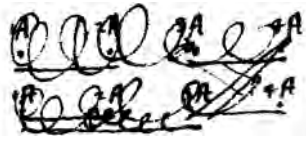
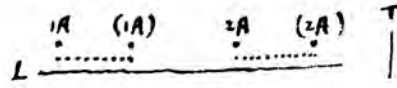

 Figura 53.1 (*del.*)


Figura 53

Moveatur punctum A per lineam L [Fig. 53.1, 53] et in duobus quibuscunque lineæ punctis seu locis ut ${}_1A$ vel ${}_2A$ sit eadem puncti moti velocitas, dico motum esse uniformem. Nam ponatur ex ${}_1A$ tempore æquali ipsi T absolvere lineam ${}_1A({}_1A)$ et ex ${}_2A$ tempore æquali ipsi T rursus absolvere lineam ${}_2A({}_2A)$. Iam motus puncti in ipso puncto est æqualiter distributus, 5 (per propositionem 5. capitis præcedentis). Et in omni motu æqualiter distributo velocitates sunt, ut lineæ eadem manente velocitate descriptæ (per definitionem 2. capitis præcedentis), ergo velocitas in ${}_1A$ est ad velocitatem in ${}_2A$, ut ${}_1A({}_1A)$ ad ${}_2A({}_2A)$ [5] sed inter velocitates ratio est æqualitatis; ergo et lineæ sunt æquales. Itaque punctum æqualibus temporibus describit 10 æquales lineas quod (per definitionem motus uniformis) est motum puncti esse uniformem.

Propositio 3

In eo quod motu æqualiter distributo movetur coincidunt hæc duo: Motum mobilis esse uniformem, et æqui- 15 velocem.

Nam si mobile movetur motu uniformi, quodlibet ejus punctum movetur motu uniformi, (per propositionem 2 motus uniformis). Ergo quod-

1 (1) Sit (2) Moveatur L **2** lineæ punctis seu *add.* L **2** puncti | velocitas *del.* | L **3** ponatur | tempore *del.* | L **4** absolvere (1) rectam *del.* (2) lineam *add.* L **4** tempore (1) $\longleftrightarrow$ *del.* (2) æquali ... T *add.* L **5** ${}_2A({}_2A)$ | (1) In (2) Iam in motu $\propto$ *del.* | (3) Iam L **5** motus (1) puncti *del.* (2) puncti ... puncto *add.* L **5-6** distributus, (1) «nam» (a) sum (b) (quoniam enim non nisi unicum in eo punctum sumi potest utique quodcunque in eo sumtum punctum ejusdem semper magnitudinis lineam describit) *del.* (2) (per ... præced.) *add.* L **9** ${}_2A({}_2A)$ | sed velocit *del.* | L **12** uniformem. | (1) Vicissim (2) Si lineæ sint æquales (3) Si motus sit uniformis æqualibus ipsi T temporibus lineæ ${}_1A({}_1A)$ et ${}_2A({}_2A)$ sunt æquales (ex def. motus unif.). || Nam retenta figura præcedente, (a) quia motus est uniformis æqualibus temporibus (b) si (aa) velocitas *corr.* A et *del.* (bb) velocitates puncti A , in ${}_1A$ et in ${}_2A$ (aaa) sint inæquales (bbb) (utcunque assumtis (aaaa) puncti (bbbb) ejus locis) sint inæquales, erunt et (aaaaa) temp (bbbbbb) lineæ inæquales (aaaaaa) si (bbbbbb) quæ retentis his velocitatibus describerentur *del.* | L **1-12** Moveatur ... uniformem. *add.* L **13** (1) Prop. 2. || Si motus puncti sit uniformis eadem manet (1) v (b) ejus velocitas (c) ejus velocitas *del.* (2) Prop. 3 L **14** (1) Coincidunt hæc duo eandem manere velocita in motu æqua in motu æqualiter distributo (2) In L **15** mobilis *add.* L **15-16** et | eandem manere mobilis velocitatem *del.* | L **18** uniformis) | Seu *del.* | L

libet ejus punctum eandem retinet velocitatem (per propositionem 1. hic). Sed in motu æqualiter distributo eadem est velocitas puncti et mobilis (per propositionem 3 capitis præcedentis) Ergo et mobile eandem retinet velocitatem. Vicissim si mobile, cujus motus est æqualiter distributus, eandem
 5 retinet velocitatem, etiam quodlibet ejus punctum eandem retinet velocitatem (per dictam propositionem 3. capitis præcedentis) Sed punctum eandem retinens velocitatem movetur motu uniformi, (per propositionem 2. hic). Et cujus quodlibet punctum movetur motu uniformi, id ipsum movetur motu uniformi (per propositionem 3. de Motu uniformi) Ergo mobile
 10 movetur uniformi.

Itaque in motu æqualiter distributo et ex motu uniformi sequitur eadem [86] velocitas, et vicissim ex eadem velocitate motus uniformis. Quod est motum uniformem et æquivelocem in mobili æquidistribute moto coincidere.



Figura 52 (del.)



Figura 54.1 (del.)

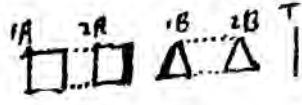


Figura 54

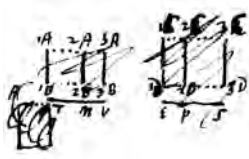


Figura 55.1 (del.)



Figura 55.2 (del.)



Figura 55

Scholion

15 In eo cuius motus non est æquidistributus non semper coincidunt motus æquivelox et motus uniformis; quanquam id paradoxum videri possit. Nam quoties mobilis puncta diversas habent velocitates, tunc si mobili ipsi volumus tribuere certam velocitatem mediam inter diversorum punctorum velocitates, fieri poterit ut mobile quidem in summa eandem velocitatem

4 , cujus ... distributus, add. L 11 Itaque (1) ex motu del. (2) | in ... et add. | ex motu L 12 et (1) ex del. (2) vicissim ex add. L 12 velocitate | sequitur del. | L 13 in | hoc del. | L 15 (1) Sed del. (2) In L 15 est | æquidistrib. del. | L 15-16 coincidunt | (1) æquidistr (2) enim mobi del. | (3) motus ... possit add. L 102.19-103.1 eandem | velocitatem add. | retineat | velocitatem del. | L

retineat dum quod uni puncto detrahitur, alteri additur, ipsa vero puncta singula non retineant suas; quod tamen requiritur, ut mobilis motus sit uniformis.

Propositio 4

In motibus uniformibus punctorum vel æquidistribute motorum, velocitates mobilium sunt ut longitudines æqualibus temporibus percursæ.

Sint æquidistribute mota A et B [Fig. 54.1, 54, p. 102] absolventia temporibus ipsi T æqualibus longitudines ${}_1A_2A$, ${}_1B_2B$, motibus uniformibus: dico esse velocitatem in A ad velocitatem in B , ut ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_2B$. Nam in motibus æquivelocibus et æquidistribute motis est velocitas ad velocitatem ut ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_2B$ (per definitionem 2. capitis præcedentis) seu ut longitudines percursæ (per definitionem 3. dicti capitis) Sed in æquidistribute motis idem est motus æquivelox et uniformis (per propositionem 3. hic). Itaque in æquidistribute et uniformiter motis (qualia semper per propositionem 5 capitis præcedentis semper sunt puncta uniformiter mota) velocitates sunt ut longitudines æqualibus temporibus percursæ.

Ut si velocitas ipsius A sit multipla utcunque velocitatis ipsius B , (ut dupla tripla, sesquialtera, etc.) longitudo uniformiter æquali tempore percursa ab ipso A erit æquimultipla (etiam respective dupla tripla sesquialtera) percursæ a B .

Propositio 5

In motu uniformi punctorum vel æquidistribute motorum, longitudines æqualibus amborum velocitatibus per-

[87]

2 singula (1) | eandem velocitatem *del.* | non retineant | quod *del.* | (2) non ... | suas; quod *add.* | L 2 requiritur, | ad hoc *del.* | L 3-6 (1) Prop. 4 *acc. non del., del. ed.* || In motibus (a) uniformibus et (b) æquidistributis et uniformibus, velocitates (aa) sunt ut (bb) mobilium sunt ut longitudines (aaa) eodem (bbb) æqualibus temporibus percursæ *del.* (2) Prop. 4 || (a) In motu uniformi *corr.* (aa) si *del.* (bb) punctum ... motum *corr.* (b) In motibus ... motorum L 3-6 Prop. 4 ... percursæ *add.* L 9 ${}_1B_2B$, | motu uniformi *corr.* | L 10-11 Nam (1) eadem manente velocitate *del.* (2) in ... æquivelocibus (a) ad (b) est (c) et ... motis *add.* L 12 per (1) | prop. *del.* | ... *corr.* | (2) | def. *add.* | 2. L 12-13 ut (1) longitudo *corr.* (a) pu *corr.* (b) motus ad *del.* (c) percursa *corr.* (2) longitudines percursæ | (per ... cap.) *add.* (a) | Sed (aa) mo (bb) in (aaa) æqui (bbb) motu (b) Sed L 15 in | æquidistribu *del.* | L 18-21 (1) Sic A habeat velocitatem *add. et del.* (2) Ut ... a B *add.* L 18 utcunque *add.* L 19 uniformiter ... tempore *add.* L 20 æquimultipla | percur *del.* | L 20 sesquialtera) | velocitatis ipsius *del.* | L 23 vel (1) m *corr.* (2) æquidistribute L

cursæ sunt ut tempora impensa. Et vicissim in æquidistribute motis (aut punctis) si semper longitudines ut tempora motus sunt uniformes.

Sint [Fig. 55.1, 55.2, 55, p. 102] mobilia duo AB , et CD quorum motus ${}_1A_1B$ ${}_3A_3B$, item ${}_1C_1D$ ${}_3C_3D$ facti respectu temporibus TV et ES , sint uniformes, et æquidistributi; et præterea velocitas ipsius AB æqualis velocitati ipsius CD , ajo esse longitudinem ${}_1A_3A$ tempore TV percursam, ad longitudinem ${}_1C_3C$ tempore ES percursam, ut TV ad ES . Nam ponantur in motu sumi tempora æqualia TM et EP , et his percurrantur a punctis A et C longitudines ${}_1A_2A$ et ${}_1C_2C$ (per consecutarium 3. definitionis Loci Motus). Quoniam mobilium AB et CD motus sunt uniformes, etiam punctorum A et C motus sunt uniformes (per propositionem 2. de motu uniformi) Rursus quia motus mobilium AB et CD sunt æquidistributi æqualis est velocitas puncti A et mobilis AB , itemque mobilis CD et puncti C (per propositionem 3. capitis præcedentis) Iam ex hypothesi æqualis est velocitas mobilis AB et mobilis CD , ergo æqualis est velocitas puncti A et puncti C . Porro longitudines ${}_1A_2A$ et ${}_1C_2C$ motibus uniformibus a punctis A et C æqualibus temporibus TM et EP percursæ, sunt inter se ut velocitates ipsorum A et C (per præcedenti propositione) quæ sunt æquales ut ostendimus; ergo et ${}_1A_2A$ et ${}_1C_2C$ sunt æquales.[†]

[†]In margine NB ${}_1A_2A$, ${}_1C_2C$, TM et EP devono esser uguali.

1-2 impensa. (1) Et vicissim *del.* (2) | Et vicissim (a) si long (b) in (aa) motu (bb) æquidistribute (aaa) moto *corr.* (bbb) motis (c) si longitudines tempora *add. et del.* | (3) Et ... motis (a) si semper (b) (aut ... semper (aa) velocitates (bb) longitudines ... uniformes *add.* L **3-4** ${}_1A_1B$ (1) ${}_2A_2B$ *corr.* ${}_3A_3B$ *del.* (2) ${}_3A_3B$, ... ${}_1C_1D$ (a) ${}_2C_2D$ *corr.* (b) ${}_3C_3D$ | sint uniformes et æquidistributi, et sit *del.* | L **4** temporibus (1) TMV , EPS *del.* (2) TV et ES *add.* L **6** longitudinem | ${}_1A_1B$ *del.* | L **6** tempore (1) TM *del.* (2) TV *add.* L **6-7** longitudinem | (1) ${}_2B$ (2) ${}_1B_2B$ *del.* | (3) ${}_1C_3C$ *add.* L **7** tempore (1) EP *corr.* (2) ES percursam, (a) | ut tempus *del.* | (b) ut (aa) | TM ad EP *corr.* | L **7-9** (1) | Nam *del. et rursus add.* | ob motus uniformes (per prop. 7. de Motu uniformi) spatia *del.* (2) Nam ob motus uniformes æqualibus temporibus puncta mobilium A et B AB et CD , longitudines a punctis ${}_1A_3A$ et *del.* (3) Cum igitur longitudines a punctis *del.* | A et B *add. et del.* | æqualibus temporibus percursæ sint ut velocitates punctorum *del.* | (a) (per præced.) *del.* (b) (per consecut. 3. definitionis Loci Motus) *add.* (4) Cui *del.* (5) Iam *del.* (6) Nam *del. et rursus add.* ponantur ... ${}_1C_2C$ *add.* (per ... Motus) L **7-8** ponantur (1) continuari tempora et motus ita ut tempora TMV et et EPS sint æqualia *del.* (2) (si opus) *add. et del.* in ... EP *add.* L **8** percurrantur | longit *del.* | L **8-9** et (1) B *del.* (2) C *add.* (a) spatia *del.* (b) longitudines | ${}_1A_3A$ *corr.* | et *del.* | et | ${}_1B_3B$ *corr.* | ${}_3C$ *del.* | (c) ${}_1A_2A$ et ${}_1C_2C$. | (aa) Cum longitudine (bb) Manifestum est puncti A vel B motum esse uniformem quia *del.* | L **11** quia | (1) mobilis *corr.* (2) motus sunt æquidistributa uti *del.* | L **12** velocitas | mobilis A et *del.* | L **15** CD , (1) æqualis *del.* (2) ergo æqualis *add.* L **16** C | per *del.* | L **17** ut | tempora (per *del.* | L **18** propositione) | ergo *del.* | L **18** et | longitudo *del.* | L

[88] Iam ob motum uniformem est ${}_1A_3A$ ad ${}_1A_2A$ seu ad ${}_1C_2C$, ut TV ad TM seu ad EP (per propositionem 5 de motu uniformi) et (per eandem) est ${}_1C_2C$ ad ${}_1C_3C$ ut EP ad ES . Ergo jungendo prima postremis, erit ${}_1A_3A$ ad ${}_1C_3C$ ut TV ad ES longitudines scilicet a motibus AB et CD percursæ, ut tempora impensa. Eadem ratiocinatio est si mobilia AB et CD contrahantur in ipsa 5 puncta A et C cum puncta (per propositionem 5. capitis præcedentis) semper censeantur æquidistribute moveri. Vicissim si semper longitudines a mobili percursæ sunt ut tempora etiam (ob motum æquidistributum per definitionem 3. capitis de motu æquidistributo) punctorum longitudines percursæ seu viæ erunt ut tempora. Ergo punctorum motus uniformes (per 10 propositionem 6. de motu uniformi) Ergo et velocitates punctorum constantes (per propositionem 1 hic). Ergo et mobilis velocitas constans (per propositionem 2 hic). Ergo et mobilis motus uniformis (per propositionem 3 hic.).

Nempe si AB et CD moveantur motibus uniformibus et æquidistributis, et sint velocitates eorum æquales, sitque ES tempus motui impensum a CD multipulum utcunque (ut duplum triplum, sesquialterum) temporis TV impensi a mobili AB ; erit ${}_1C_3C$ longitudo a CD percursa similiter æquimultipla (ut dupla, tripla, sesquialtera) ipsius ${}_1A_3A$ longitudinis ab AB percursæ. 20

Propositio 6

In motibus uniformibus punctorum vel æquidistribute motorum longitudines percursæ sunt in ratione composita temporum et velocitatum.

Sint [Fig. 56] mobilia uniformiter et æquidistribute mota A et B , et A 25

1 uniformem (1) puncti A est *del.* (2) est | longit *del.* | L 1 ${}_1A_2A$ | (1) seu ad $\hookrightarrow$ (2) ut *del.* | (3) seu ad (a) ${}_1C_2C$ *del.* (b) ${}_1C_2C$ L 2 seu ad EP *add.* L 5-14 Eadem ... hic.) *add.* L 5 (1) Et facilius adhuc in punctis *del.* (2) Eadem ratiocinatio L 6 propositionem 5. | præced *del.* | L 6-7 semper | moveantur ut *del.* | L 7 si *del. et rursus add.* L 7-8 longitudines | (1) a (a) qu (b) quo (2) a quocunque puncto percursæ *del.* | (3) | a ... percursæ *add.* | sunt ... tempora (a) | motus est uniformis *del.* | (b) etiam L 8 æquidistributum |) longitudines ab unoquoque puncto *del.* | L 8-9 per (1) prop. 3. *del.* (2) def. 3. *add.* | L 11 6. | 5. *corr.* | L 11 et velocitates (1) | eadem puncti *del.* | velocitas *corr.* | (2) velocitates | (per *del.* *del.* | L 12 per (1) $\hookrightarrow$ *del.* (2) prop. (a) 2 *corr.* (b) 1 L 12 mobilis | eadem *del.* | L 12 constans *add.* L 15 (1) Prop. 6 *del.* (2) Nempe si | duo mobilia AB et CD *del.* | L 16 æquales (1) et *del.* sit *corr.* tempus impensum ab *del.* L 16 motui *add.* L 16 impensum | ab *del.* | L 17 CD | duplum, tripl *del.* | L 18 TV | *sci* *del.* | L 18 AB ; (1) erunt *del.* (2) erit | longitudo (a) ab C (b) a *del.* | L 19 æquimultipla | tem *del.* | (1) | tripla *del.* | (2) | ut *add.* | L 25 æquidistribute | æquidistributa *corr.* | L

percurrat tempore TE velocitate V , longitudinem ${}_1A_2A$. Similiter B tempore MS vel MP velocitate L , longitudinem ${}_1B_2B$ vel ${}_1B_3B$, ajo esse ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_2B$ in ratione composita V ad L et TE ad MS , vel ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_3B$ in ratione composita V ad L et TE ad MP . Nam. si tempora TE et MP essent
 5 æqualia, utique forent longitudines ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$ in ratione velocitatum V et L , (per propositionem 4. hic) adeoque in ratione composita temporum (æqualium), et velocitatum. Sint tempora quibus longitudines ${}_1A_2A$ et ${}_1B_3B$ sunt percursæ sint inæqualia TE et MP , sumatur in maiore MP pars minori æqualis MS , quo (per consecutar. 3. definitionis loci motus) percurreretur
 10 pars longitudinis ${}_1B_3B$, nempe ${}_1B_2B$. Ob tempora TE et MS æqualia erit longitudo percursa ${}_1A_2A$ ad longitudinem percursam ${}_1B_2B$, ut velocitas V ad velocitatem L (per propositionem 4. hic.) Rursus quia motus ipsius B per ${}_1B_2B_3B$ est uniformis eadem retinetur velocitas (per propositionem 1. hic) et in uniformiter et æquidistribute motis, quorum eadem est velocitas,
 15 nempe in B percurrente longitudinem ${}_1B_2B$ et in B percurrente longitudinem ${}_1B_3B$, longitudines percursæ, ${}_1B_2B$, et ${}_1B_3B$ sunt ut tempora impensa MS (seu TE) et MP (per propositionem præcedenti). Itaque jungendo, quia ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_2B$ ut V ad L et ${}_1B_2B$ ad ${}_1B_3B$ in ratione composita V ad L et TE ad MP . Quod affirmabatur.

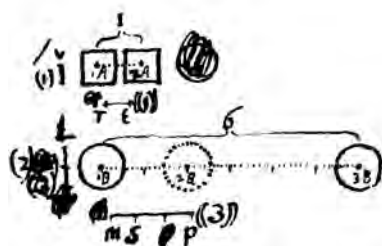


Figura 56



Figura 58

1 TE | T corr. ? | L 1 V , | VE , corr. | L 1 ${}_1A_2A$ | ${}_1A_3A$ corr. | L 2 add. L 2
 L | E corr. | L 2 ${}_1B_2B$ vel add. L 2 ${}_1A_2A$ | ${}_1A_3A$ corr. | L 3 ${}_1B_2B$ | ${}_1B_3B$ corr. | (1)
 in ratione (2) vel ${}_1A_3A$ ad ${}_1B_3B$ del. | L 3 ad | E corr. | L 3 et | T corr. | L 3-4
 MS , | (1) si tempora del. (2). Nam (3) | vel (a) V ad L et T (b) ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_3B$ in ... MP
 add. . Nam L 5 utique | foret ${}_1A_1A$ in del. | L 5 ratione | co del. | L 6 hic | idest
 corr. | L 7 (æqualium) | et velocitatum. Si tempora (1) MS (2) TE ad MS del. | L 7
 velocitatum | V ad L del. | L 7 tempora | sint inæqualia del. | L 10 nempe | ${}_1A$ del. |
 L 10 tempora | æqualia erit del. | L 10 æqualia | erunt lo del. | L 12-13 B | (1)
 est uniformis (a) et æquidistr (b) erit eadem ejus velocitas durante motu ${}_1B_2B_3B$ (per
 propositionem 1. hic). Et quia est del. | (2) | per ... uniformis add. | et æquidistributus
 (ex hypothesi del. | L 14 quorum | v corr. | L 15 nempe (1) A corr. (2) | B in corr.
 ed. | des del. | L 16 percursæ, | ${}_1B$ et del. | L 16-17 ut (1) tempora impensa MS
 et MP del. (2) tempora ... MP L 18 ad | E corr. | L 18 ${}_1B_3B$ | ad del. | L 19
 Quod | asserebatur del. | L



Figura 57

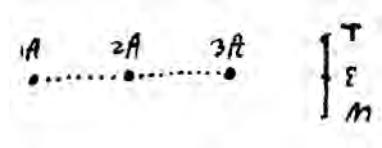


Figura 59

[90] In numeris sit velocitas L dupla velocitatis V et tempus MP triplum temporis TE , erit longitudo ${}_1B_3B$ velocitate L tempore MP percursa ad longitudinem ${}_1A_2A$ velocitate V tempore TE percursam in ratione composita 3 ad 1 et 2 ad 1, id est in ratione 6 ad 1 sive ut factum ex tempore in velocitatem, seu si velocitas ipsius B sit dupla et tempus triplum, respectu velocitatis et temporis ipsius B , erit ipsius B percursa longitudo bis tripla, seu ter dupla, hoc est sextupla longitudinis ab A percursa.

Propositio 7

Quandocunque percursa a mobilibus longitudo ea esse censetur quæ ab aliquo puncto est percursa, et velocitas quæ ejusdem puncti et motus mobilium sunt uniformes, longitudines percursæ sunt in ratione composita temporum et velocitatum.

Nam in punctis sunt tales (per præcedentem) et hoc loco idem esse intelligitur motus mobilis qui puncti, perinde ac si motu æquidistributo secundum hujus puncti motum moveretur.

Ut si sphæra AB [Fig. 57, p. 107] cujus centrum A provolvatur super linea LMN , solet sphæræ attribui motus centri A perinde ac si in punctum reducta percurreret lineam ${}_1A_2A_3A$ (parallelam ipsi LMN) vel perinde ac si motu æquidistributo sine ulla rotatione moveretur, quo casu etiam longitudo motus sphæræ eadem censetur quæ puncti in ea ut A , per definitio-

I (1) In n del. (2) In L **I** velocitas | C del. | L **I** dupla | velocitas E corr. | L **I** tempus | (1) L triplum (2) velocitas trip del. | L **2** longitudo (1) tempore MP del. (2) ${}_1B_3B$ add. L **2** ad | velocitat del. | L **3** ${}_1A_2A$ | te del. | L **4** sive ... velocitatem, add. L **5** si | tempore ipsius B sit tripl del. | L **5** ipsius | A sit tri del. | L **5** triplum, | erit longitudo del. | L quæ ejusdem puncti | (1) Ut del. (2) Quandocunque | (a) Mobilium (aa) lon (bb) longitudines del. a mobilibus | percursæ del. | eæ esse censentur, ... sunt ... velocitates corr. | (b) | percursa add. | (aa) longitudinis add. et corr. | (bb) longitudo ea ... censentur ... est percursa, | et ... puncti add. | tunc in mobilibus uniformibus del. | L **11** mobilium add. L **12** percursæ add. L **I** (1) Sunt enim in punctis del. (2) Nam L **4** sphæra (1) provolvatur del. (2) AB add. L **5** solet | negligi puncti del. | L **5-6** reducta | (1) lineam, vel a (2) lineam vel etiam del. | (3) percurreret ... si add. | L **7** rotatione | mota del. | L

nem 3 capitis præcedentis neglecta scilicet rotatione puncti B , cycloidem
10 quandam describentis.

Propositio 8

[91]

In prædictis mobilibus propositionis 6 vel 7 uniformiter motis velocitates sunt in ratione composita ex longitudinum percursarum directa et temporum reciproca.

15 In figura propositionis 6 hic, ajo esse velocitates L ad V in ratione composita ex ratione longitudinum ${}_1B_3B$ et ${}_1A_2A$ directa, et ex ratione temporum MP et TE inversa, seu esse L ad V in ratione composita ex ${}_1B_3B$ ad ${}_1A_2A$ et TE ad MP . Est enim (per propositionem 6 hic) ${}_1B_3B$ ad ${}_1A_2A$, ut in ratione composita ex L ad V et ex MP ad TE , ergo (ex elementis) est L ad
20 V in ratione composita ${}_1B_3B$ ad ${}_1A_2A$ et TE ad MP .

In numeris mobilis B velocitas L (dupla) est ad ipsius A velocitatem V (simplam) ut numerus longitudinem a B percursam ${}_1B_3B$ exprimens (6) divisus per numerum tempus MP a B impensum exprimentem (3) est ad numerum longitudinem ab A percursam ${}_1A_2A$ exprimentem (1) divisam per
25 numerum tempus TE ab A impensum exprimentem (1) nam 2 est ad 1 ut $\frac{6}{3}$ ad $\frac{1}{1}$.

Propositio 9

In iisdem mobilibus uniformiter motis tempora sunt in ratione composita ex longitudinum percursarum directa et temporum reciproca.

[92] Patet ex præcedenti vel ad eundem modum.

5

In numeris quoad casum figuræ propositionis 6. tempus MP a B impensum (triplum) est ad tempus TE ab A impensum (simplum) ut numerus

9-10 neglecta ... describentis add. L 9 scilicet add. L 9 B | circa centrum A del. | L 12-13 uniformiter motis add. L 13 ratione | longitud del. | L 15 hic, (1) | ubi add. et del. | ajo del. | esse acc. non del., del. ed. | ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_3B$ in ratione compresa (a) V ad L (b) L ad V ubi (aa) tempora sunt (bb) velocitates sunt L et V longitudines percursæ (aaa) ${}_1A$ (bbb) ${}_1B_3B$ et ${}_1A_2A$, tempora impensa (aaaa) vel (bbbb) T (cccc) MP et TE (2) ajo esse | L ad V del. | L 16 ratione (1) directa del. (2) longitudinum ${}_1B_3B$ add. L 17 composita ex add. L 18 hic) | ${}_1A_2A$ del. | L 21 mobilis B add. L 21 L (1) (si corr. (2) (dupla) L 21 ipsius | B del. | L 22 (simplam) (1) ut del. (2) ut | longitudo percursa a mobili del. | L 22 numerus | longitudinis corr. | ab [A] del. et corr. | L 22 B (1) ex del. (2) percursam add. L 22 (6) add. L 23 per | tempus a B impensum (1) <3> (2) divis. per del. | L 23 MP add. L 25 TE add. L 1 Propositio | 8 del. | L 2 mobilibus (1) velocitates del. (2) uniformiter motis add. L 6 tempus (1) M del. (2) MP | ab A del. | L

longitudinem a B percursam ${}_1B_3B$ exprimens (6) divisus per numerum ipsius B velocitatem L exprimentem (2) est ad numerum longitudinem ab A percursam ${}_1A_2A$ exprimentem (1) divisum per numerum ipsius A velocitatem V exprimentem (1) seu 3 est ad 1 ut $\frac{6}{2}$ ad $\frac{1}{1}$ et ut generaliter rem designemus Longitudo est ut Tempus in Velocitate et Velocitas est ut Longitudo per Tempus et denique Tempus est ut Longitudo per Velocitatem.

Propositio 10.

In iisdem mobilibus uniformiter motis, coincidit longitudo- 15
gitudines esse æquales et velocitates esse temporibus reciproce proportionales.

Patet ex propositione 8 vel 9. Nam [Fig. 58, p. 107] quia velocitates (3) et (2) sunt in ratione composita ex directa longitudinum 6 et 6, et reciproca temporum ((2)) et ((3)) (per propositionem 8 hic) et longitudes nunc 20
sunt æquales ex hypothesi, itaque demta ratione æqualitatis erunt velocitates (3) et (2) reciproce ut tempora ((2)) et ((3)) seu erit velocitas (3) ad velocitatem (2) ut tempus ((3)) ad tempus ((2)). Idemque succedit et vicissim.

[93] Non inutile erit indiculum subijcere positionum in his quæ demonstra- 25
vimus contentarum, etsi quædam bis diverso habitu occurrant:

In mobilibus motus æquidistribute, aliisque omnibus quorum motum æstimamus motu puncti tanquam æquidistributum; si motus sint uniformes

(1) temporibus impensis æqualibus velocitates sunt ut longitudes percursæ. Veluti si eodem tempore percurratur longitudo dupla erit velocitas dupla. Per propositionem 4.

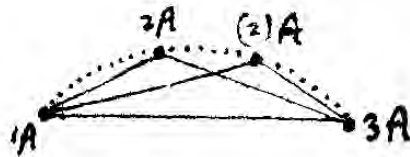
(2) longitudinibus percursis æqualibus velocitates sunt reciproce 5
ut tempora. Veluti si longitudo aqualis percurratur tempore duplo velocitas erit dimidia; sin tempore dimidio, erit dupla. Per propositionem 10.

8-9 per (1) velocitatem *del.* (2) numerum (a) | *L del.* ... | ipsius B *del.* | (b) | ipsius B *add.* | velocitatem | *L add.* | *L* 13 denique *add.* *L* 15 motis, | (1) si (2) ide (3) «conc» *del.* | (4) coincidunt *corr.* | *L* 16 et (1) spatia *del.* (2) velocitates *add.* *L* 18 quia | longitudo ${}_1A$ *del.* | *L* 18-19 (3) et (2) *add.* *L* 19 6 et 6 *add.* *L* 21 hypothesi, | erunt velocitates (3) et (2) *del.* | *L* 25 indiculum | subijcere articulorum *add. et del.* | *L* 26 etsi (1) idem sæpius *del.* ... occurrat *corr.* (2) quædam bis *add.* ... occurrant *L* 27 mobilibus | æquidistributis, alii *add. et del.* | motus ... omnibus *add.* *L* 28-29 tanquam æquidistributum *add.* *L* 2 percursæ. (1) Uti *del.* (2) Veluti *add.* *L* 2 dupla | spatium duplum *del.* | *L* 3 Per propositionem 4 *add.* *L* 4 (2) (1) spatiis *del.* (2) longitudinibus *L* 5 tempora. | Uti si *del.* | *L* 5 si | (1) «eri» (2) «du» *del.* | *L* 6-7 Per ... 10 *add. et del. et denuo add.* *L*

- (3) velocitates sunt in ratione composita ex directa et temporum reciproca. Veluti si sextupla longitudo percurratur tempore triplo, erit
 10 velocitas dupla. Per propositionem 8.
- (4) Velocitatibus æqualibus tempora sunt ut longitudines. Veluti si eadem sit velocitas, ad percurrendam longitudinem duplam requiritur tempus duplum, per propositionem 5.
- (5) longitudinibus æqualibus tempora sunt reciproce ut velocitates. Veluti si longitudo æqualis dupla velocitate percurratur impendetur
 15 tempus dimidium. Coincidit cum positione 2.
- (6) tempora sunt in ratione composita ex longitudinum directa et velocitatum reciproca. Veluti si longitudo tripla velocitate dimidia percurratur impendetur tempus sextuplum. Per propositionem 9.
- 20 (7) velocitatibus æqualibus longitudines perscursæ sunt ut tempora. [94] Sic, eadem manente velocitate longitudo dupla percurratur tempore duplo. Coincidit cum positione 4.
- (8) temporibus æqualibus longitudines perscursæ sunt ut velocitates. Sic eodem tempore velocitate dupla percurratur longitudo dupla.
 25 Coincidit cum positione 1.
- (9) Longitudines perscursæ sunt in ratione composita (directa) temporum et velocitatum. Sic duplo tempore, et tripla velocitate percurratur longitudo sextupla per propositionem 6.



Figura 60.1 (del.)



Tractatio

L LH XXXV 11, 18A, pp. 95-98

Definitio 1

MOTUS SIMPLEX est cum motus punctorum ejusdem mobili-
5 lis prorsus conveniunt, sibi et inter se, ita ut non possint
magis.

Hoc est cum nec unus puncti status ab alio priore aut posteriore, nec
unum punctum ab alio, discerni potest, quatenus tantum motus eorum
spectatur. Motibus quippe semper existentibus similibus et similiter positis
10 inter se, nullum est ex ipsis discernendi principium. Et si fortasse discerni
puncta possint respectu corporum per situm scilicet quem habent in corpo-
ribus, quod evitari non potest. Ut taceam qualitates quibus corporis partes
variantur, quorum hic non habetur ratio.

Propositio 1

15 Motus simplex est uniformis.

Sit [Fig. 59, p. 107] punctum mobilis quodcunque *A* ajo motum ejus esse
uniformem, adeoque (per definitionem 1. capitis de Motu uniformi) etiam
motum mobilis ipsius esse uniformem. Ponamus punctum *A* tempore *TE*

1 Pars ... 3. add. ed. 4 motus | duorum quorumvis add. et del. | L 4-5 ejusdem
mobilis add. L 5-6 se (1) . corr. (2) , ita ... magis add. L 9-10 Motibus ...
principium add. L 9 Motibus (1) nempe del. (2) quippe add. L 11 puncta add.
L 11 possint (1) situ del. (2) respectu ... scilicet add. L 11-12 corporibus, | quod
... potest. add. | (1) $\leftrightarrow$ (2) ut aliis del. qualitatibus corr. | $\langle q \rightarrow$ del. | (3) ut taceam add. |
qualitates ... | corporum corr. | L 15 (1) Mot del. (2) Motus ... uniformis
| et rectiline del. | L 16 (1) Sint duo quaecunque del. (2) Sit L 16 punctum (1)
corporis del. (2) mobilis add. L 16 motum | ess del. | L 17 adeoque | et motus m
del. | L 17 per | prop. del. | L 18 mobilis | es del. | L

describere lineam ${}_1A_2A$, et tempore æquali EM lineam ${}_2A_3A$, erit et et linea ${}_1A_2A$ æqualis lineæ ${}_2A_3A$, alioqui non satis convenient motus prior posteriori (contra definitionem motus simplicis) itaque punctum æqualibus temporibus æqualia describit spatia, hoc est (per dictam definitionem 1.)] motus ejus est uniformis.

5

Propositio 2. Definitio 2

Motus simplex est rectilineus. RECTILINEUS autem motus est in quo unumquodque punctum mobilis describit lineam rectam.

Sit mobilis punctum quodcunque A , describens lineam ${}_1A_2A_3A$, si motus mobilis est simplex ajo lineam descriptam esse rectam. Sit enim [Fig. 60.I, 60, p. 111] non recta si possibile est, et sumto aliquo puncti A loco intermedio ut ${}_2A$, non cadente in directum cum primo et ultimo punctis ${}_1A$ et ${}_3A$, utique junctæ rectæ ${}_1A_2A$ et ${}_3A_2A$, facient angulum ${}_1A_2A_3A$ quodsi jam motus prior et posterior conveniunt (ex definitione motus simplicis) angulus ${}_1A_2A_3A$ semper erit æqualis, ubicunque durante motu sumatur punctum ${}_2A$ vel $({}_2)A$ (itaque linea ${}_1A_2({}_2)A_3A$ erit arcus circuli ex elementis) sed hoc esse non potest. Jungatur enim recta ${}_1A_3A$ necesse est (ob motum simplicem) angulum ${}_2A_1A_3A$ æqualem esse angulo $({}_2)A_1A_3A$; cumque et angulus ad ${}_2A$ sit æqualis angulo ad $({}_2)A$, etiam tertius in triangulis ${}_1A_2A_3A$ et ${}_1A({}_2)A_3A$ angulus erit æqualis, nempe ${}_2A_3A_1A$ et $({}_2)A_3A_1A$; sunt ergo triangula æquiangula, et cum habeant et latus commune ${}_1A_3A$, erunt et congrua, adeoque latus ${}_2A_3A$, erit æquale lateri $({}_2)A_3A$, ac proinde durante motu omnia puncti mobilis A loca intermedia ut ${}_2A$ et $({}_2)A$ semper æqualiter distabunt ab extremo motus puncto ${}_3A$, quod est absurdum, nunquam enim perveniret mobile ad ${}_3A$. Necesse est ergo ut rectæ ${}_1A_2A$, ${}_3A_2A$ nullum faciant angulum neque inter se neque ad rectam ${}_1A_3A$ hoc est necesse est motum ${}_1A_2A_3A$ fieri in linea recta.

1 et (1) $EM \dots {}_2A_3A$, | (a) erit (b) et tempus TE esse æquale erit (c) erit (aa) recta ${}_1A_2A$ ad rectam corr. (bb) linea ${}_1A_2A$ ad lineam ${}_2A_3A$, ut tempus TE ad EM alioqui motus prior et posterior non convenirent tempori EM del. | (2) | tempore æquali add. | $\dots {}_2A_3A$, erit et L 2-3 non | satis add. (1) | conveniunt corr. | motus prior | et del. | posterior corr. | (2) convenient $\dots$ posteriori L 10 A , | et del. | L 11 ajo lineam del. et rursus add. descriptam add. L 12 est, | et juncto ali del. | L 13 ${}_2A$, (1) jungantur rectæ ${}_1A_2A$ del. (2) non | in d del. | L 14 rectæ | (1) ${}_1A_2A$, et 2 (2) facient angulum ${}_1A_2A_3A$ del. | L 15 prior (1) | a del. | posteriore corr. | discerni non potest del. | (2) et add. $\dots$ conveniunt add. L 15 motus | prioris et posterioris del. | L 16 angulus | in? del. | L 18 est | angulos del. | L 20 cumque | oste del. | L 20 tertius | triangulorum ${}_1A$ del. | L 21 $({}_2)A_3A_1A$; | et del. | L 24 mobilis A add. L 24 intermedia | durante motu add. et del. | L 28 est₂ | line del. | L

Propositio 3. Definitio 3

Motus simplex est consentiens. MOTUS autem CONSENTIENS est in quo puncta mobilis easdem inter se distantias servant, seu moventur ad modum RIGIDORUM.

- 5 Magis enim convenient motus si easdem servant distantias, et possunt servare, itaque (per definitionem motus simplicis) eas servabunt.

Propositio 4

Motus simplex est æquidistributus.

- 10 Sint [Fig. 61] mobilis puncta duo quæcunque A et B , quæ eodem tempore describant lineas ${}_1A_2A$, et ${}_1B_2B$ erunt lineæ æquales (ex definitione motus simplicis). Jam mobile cujus duo puncta quævis eodem tempore æquales describunt lineas (seu æquali velocitate moventur) id utique (per definitionem 1 capitis de velocitate motus æquidistributi) movetur motu æquidistributo.

Propositio 5. Definitio 4

[97]

15 Motus simplex est æquidirectus. ÆQUIDIRECTUS autem MOTUS est, si directiones quas duo quævis mobilis puncta habent eodem tempore sunt parallelæ et ad easdem partes.

22-8 Prop. 3 ... æquidistributo. (1) | Prop. 3 corr. | (a) MOTUS SIMPLEX est æquidistri del. | (b) Motus ... æquidistributo. (2) | Prop. 3. ... servabunt add. | (a) Prop. 4. || In motu simplice puncta describunt rectas parallelas. || Nam (aa) ${}_1A_2A$ (aaa) est $\leftrightarrow$ (bbb) et (bb) rectæ ${}_1A_1B$ et ${}_2A_2B$ sunt æquales (per prop. 3. hic) et ${}_1A_2A$ (cc) ${}_1A_2A$ add. itemque ${}_1B_2B$ sunt rectæ (aaa) ergo (per elementis) sunt parallelæ (bbb) (per prop. 2. hic) add. et del. | (b) Prop. 4 ... æquidistributo. L 5 motus add. L 6 itaque | serva del. | L 10 ${}_1B_2B$ | (x) ut (2) igitur rectæ erunt rectæ æquales (3) erit recta ad rectam ut tempus ad tempus del. | L 11 Jam | (x) pu (2) linea del. | (3) mobile add. | L 12 lineas (seu æquali velocitate moventur) id utique | (x) movetur motu æquidistributo del. (2) id utique add. et del. (3) | (seu ... moventur) add. | id utique add. | L 13 definitionem | 2 del. | L 13 æquidistributi | Ergo del. | L 114.17-115.3 MOTUS (x) | est, (a) ut lineæ a duobus quibuscunque mobilis punctis (aa) descriptæ sint parallelæ et ductæ ad easdem partes (bb) si (cc) simul add. (aaa) descriptæ ... partes (bbb) descriptæ sint parallelæ et tendant ad easdem partes del. | (2) | est, add. | (a) si recta tangens pu (b) si recta tangens lineam ab uno puncto descriptam in loco ubi unum est punctum, parallela est rectæ tangenti lineam ab alio puncto descriptam, in loco (aa) est del. (bb) ubi (aaa) est alterum punc del. (bbb) eodem tempore est alterum punctum et motus ambo del. | (c) si ... tendit add. L 17 mobilis add. L

DIRECTIO autem puncti est recta tangens lineam a puncto descriptam ex loco puncti educta ad eas partes ad quas punctum porro tendit.

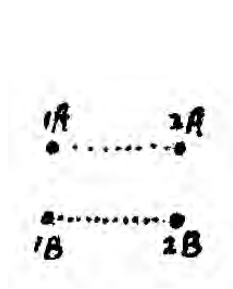


Figura 61

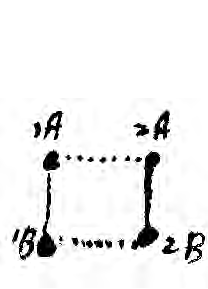


Figura 62



Figura 63

Sint [Fig. 62] duo mobilis puncta quæcunque A et B , sintque simul A in loco ${}_1A$, et B in loco ${}_1B$ continueturque utcunque motus ipsius A in ${}_2A$, 5 et eodem tempore ipsius B in ${}_2B$, jam cum ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$ sint rectæ, (per propositionem 2 hic) et recta tangens rectam non possit esse nisi recta ipsamet coincidens ei quam tangit (neque enim aliter recta rectæ occurrere potest quin producta eam secet) et ob æquales ${}_1A_1B$ et ${}_2A_2B$ (per propositionem 3 hic) itemque ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$ (per propositionem 4 hic) sint (ex 10 elementis) ipsæ ${}_1A_2A$, et ${}_1B_2B$ parallelæ[,] erunt tangentes in easdem partes in quas puncta ex ${}_1A$ et ${}_1B$ porro tendunt eductæ, adeoque et directiones, parallelæ inter se et ad easdem partes; id est (per definitionem hic) motus æquidirectus.

Possunt autem duo puncta habere motus æquidirectos etsi non descri- 15 bant lineas parallelas; nam [Fig. 63] duæ esse possunt curvæ non parallelæ,

I-3 DIRECTIO ... tendit *add.* **L I-3** autem (1) est pla *del.* (2) linearum *corr.* descriptarum *del.* (3) lineæ *del.* (4) puncti *add.* (a) eadem *del.* est | quæ rectarum eas tangentium *del.* | (b) est | plaga ad quam tendit *del.* | (c) recta ... puncti | (aa) tendit (bb) educta *del.* | (cc) educta ad (aaa) eam *del.* (bbb) eas partes | ad *del.* et rursus *add.* | quas (aaaa) | ducitur ipsa linea a puncto descripta *del.* | (bbbb) punctum ... tendit **L 4** (1) Sit linea *del.* (2) Sint **L 4** B , (1) sitque simul A in ${}_1A$, et B in *del.* (2) sintque | (a) simul A in loco *del.* | (b) simul **L 5** ${}_1B$ | dico *del.* | **L 5** utcunque | motus ${}_1A$ in ${}_2A$, *del.* | **L 6** eodem tempore *add.* **L 6** ${}_2B$, (1) cum *add.* et *del.* (2) jam cum *add.* **L 7** propositionem 2 | 3 *corr.* | **L 7-8** nisi (1) ipsamet *del.* (2) ipsa *del.* recta (3) recta ipsamet **L 9** secet | (1) itaque (2) jam rectæ *del.* | **L 10** hic | et *del.* | **L 13** ad *add.* **L 115.15-116.4** Possunt ... æquidirectus *add.* **L 15** (1) Notandum autem est posse dari motum æquidire*del.* (2) Possunt **15** puncta (1) describere *del.* (2) habere *add.* **L 15-16** describant (1) rectas *del.* (2) lineas *add.* **L 16** parallelas; | (1) modo velocita (2) si *del.* | (3) ut si *del.* | nam duæ | essent *corr.* | (4) nam ... esse **L 115.16-116.1** parallelæ, (1) quarum *del.* (2) CC et DD *add.* **L**

CC et *DD* tales ut dato puncto *C* in una assignari possit semper respondens punctum *D* in alia cujus tangens sit tangenti prioris parallela. Et si punctis *C* et *D* ita motis, ut semper in locis duarum linearum respondentibus simul reperiantur motus erit æquidirectus.

5

Propositio 6

Si motus sit et uniformis et æquidistributus et rectilineus, et æquidirectus, est simplex.

Nam motus ejusdem puncti in mobili durante aliquo tempore non magis convenire potest sibi ipsi quam si sit uniformis et in linea recta et in
10 easdem partes. Et motus duorum quorumlibet punctorum non magis convenire possunt inter se, quam ut æquales simul describant lineas, easque prorsus similes et similiter positas nempe rectas et parallelas, et ad easdem partes ductas; data enim magnitudine temporis, lineæ descriptæ, et hujus specie et directione motus puncti dati est datus. Quæ vero conveniunt in his
15 quibus datis dantur, non magis convenire possunt, nisi prorsus coincident, quod est contra Hypothesin.

Horum quatuor motus simplicis requisitorum unumquodque sine reliquis stare potest, et velocitatem quidem uniformem aut non uniformem fieri posse constat, eadem manente linea motus. Et lineæ motus a diversis
20 punctis simul descriptæ magnitudo manere potest, mutata licet directione et flexu lineæ. Ut cum mobile aliquod concipitur velus compositum ex pluribus globis disjunctis in liquore natantibus, aut ad instar gregis vel exercitus ex militibus compositi, quorum aliqui in diversam ab aliis pla-

1-2 dato (1) | uno corr. | assignari possit semper punctum in | alio corr. | (2) | puncto *C* add. | in una ... semper | respondens add. | ... | *D* add. | in alia | (a) cujus (b) ubi tangens del. | L 2 punctis | (1) *C* (2) duobus ita motis ut del. | L 3 locis | lineis corr. | L 5 Prop. (1) 4 del. (2) 5 add. et corr. (3) 6 L 6 et add. L 8 | (1) Cum (a) magis del. (b) motus (aa) magis (bb) in eodem mobili add. magis sibi (aaa) inter se c (bbb) et inter se convenire non possint, quam ut temporibus æqualibus sint (aaaa) spati (bbbb) lineæ punctorum descriptæ æquales, (2) Nam (a) duorum quo (b) punctum mobilis del. in fine pagine 97 | (3) Nam L 8 In marg. *Leibn. scrips. et del.* Prop. 5. (1) Si motus sit rectilineus consentiens del. (2) Si corpus (a) ad mo (b) si (c) quod instar rigidi movetur (3) Si motus rigidi sit rectilineus erit (a) simplex (b) æquidistributus et æquidirectus (aa) ((aaa) infini (bbb) mo (ccc) si «motus rigidi si» (bb) (infinita sunt puncta in (aaa) mobili | rectilineo corr. | (bbb) figura add. | rectilinee (aaaa) moventia (bbbb) mota, quæ moveatur lineis rectis parallelis. Add. *Leibn.*: fallit in recta et plano 8 motus | puncti del. | L 8 durante aliquo tempore add. L 10 duorum | puncti del. | L 11 ut | sint del. | L 11 æquales (1) æqualibus temporibus del. (2) simul add. L 11 easque | (1) similes nempe rectas, et (2) maxime similes et simi del. | L 12 positas | adeoque del. | L 12 ad add. L 13 enim | (1) velocita (2) ma (3) t del. | L 14 specie | et acc. non del., del. ed. | positione del. | L 14 directione | est motus del. | L 22 globis | disj del. | L 22 ad | inst del. | L

gam tendunt; [quod in corpore continuo sine turbatione motus rectilinei quorundam punctorum succedere non potest] [et multo minus in corpore rigido et consentienter moto, quod hoc habet ut motus eo ipso dum est rectilineus sit etiam æquidistributus et æquidirectus. Et sufficit in corpore rigido tria puncta in directum non cadentia rectas describere, ut cætera rectas 5 describere, adeoque motum si uniformis sit, simplicem esse pronuntiemus].

Propositio 7.

Quicquid est in moto motu simplici id ipsum movetur motu simplici.

Quicquid enim verum est de omnibus punctis continentis, id etiam verum est de omnibus punctis contenti, quippe quæ sub illorum numero continentur. Motus autem simplex (per definitionem 1.) ex illis cognoscitur quæ de omnibus mobilis punctis sunt vera.

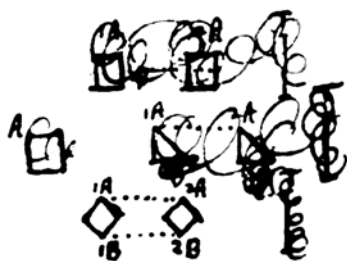


Figura 64.1 (prima versio)

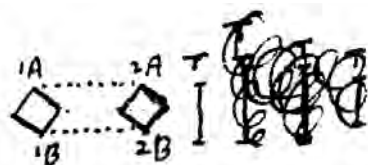


Figura 64

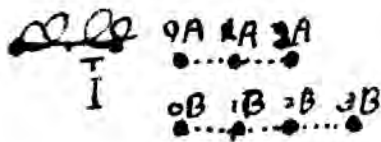
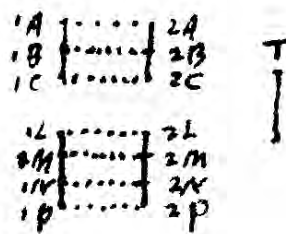


Figura 65



Traditio

L LH XXXVII 4, ff. 164r–165r

L LH XXXV 11, 18A, pp. 99–118

[Trium propositionum prima versio]

5 EFFECTUS MOTUUM FORMALES sunt qui nihil aliud continent
quam quantitatem materiæ per spatium esse translata[m]. Et AC- [164r]
TIONES MOTUUM FORMALES sunt quæ nihil aliud continent quam
quantitatem materiæ per spatium in tempore transferri.

Itaque nulla hic ratio habetur obstaculi superati quod nasci forte potuit a
10 corpore alio occurrente aut ipsius corporis moti adhæsione vel attractione, aliis-
que materiæ concretæ accidentibus. Sed consideratur tantum materiæ quantitas
locum mutans per tempus[,] quæ scilicet motui essentialia sunt, itaque Effec-
tum vel actionem formalem appellavi. Differt autem Effectus ab Actio-
ne quod in Effectu solum ejus quod præstitum est, nempe ejus quod est transla-
15 tum et spatii per quod facta est translatio; in actione vero integra etiam temporis
quo præstitus est effectus, ratio habetur.

QUANTITAS EFFECTUS FORMALIS IN MOTU est cujus mensura est
materiam certæ quantitatis motu æquidistributo moveri
per certam longitudinem.

20 *Axioma 1.*

1 Pars ... 1. *add. ed.* 118.2–120.6 DE ... pes. *add.* L 2 ACTIONE | ET P *del.* |
L 5–16 EFFECTUS ... habetur | *del.* | L 5 (1) ACTIONES *del.* (2) EFFECTUS L 9
forte | (1) potuit (a) a medio in quo fertur mo (b) a medio (aa) *ferente* (bb) in quo
fertur mobile aut corpore oc *del.* | (2) potuit *add.* L 10 alio *add.* L 10 corporis (1)
movendi qualitate *del.* (2) moti *add.* L 10 adhæsione (1) aut *del.* (2) vel *add.* L
12–13 quæ ... appellavi *add.* L 17 | (1) EFFECTUS MOTUUM (a) FORMALIS *corr.*
(b) FORMALIS INTER SE sunt, quorum (2) QUANTITAS EFFECTUS FORMALIS A MOTU
del. | (3) QUANTITAS L 17 QUANTITAS (1) ACTIONIS *del.* (2) EFFECTUS *add.* L 17
FORMALIS | A MO *del.* | L 18 materiam | (1) datæ quantita[tu]s motu æquidistributo
certæ velocitatis moveri *del.* | (2) certæ quantitatis *add.* motu æquidistributo
add. motam esse *add.* L 19 longitudinem | et quidem motu æquidistributo (1)
d (2) datæ velocitatis (3) certæ velocitatis (4) qui certum habeat gradum velocitatis *del.* |
(5) || Effectum *add. et del.* L 118.20–119.3 Axioma ... dato | *del.* | L

Duo quantitatem habentia sunt inter se ut numeri partium æqualium in quas ita resolvi possunt, ut quod superest sit minus quovis dato.

[164v] Ut quantitatem materiæ contentam in AB [Fig. 64.1, p. 117] translata[m] esse ex ${}_1A_1B$ in ${}_2A_2B$, per longitudinem quæ est lineæ ${}_1A_2A$ a quocunque corpo- 5 ris puncto ut A , descriptæ; quæ scilicet est longitudo motus æquidistributi (definitione 1. capitis de velocitate motus æquidistributi) ubi nempe lineæ a quocunque mobilis puncto descripta est æqualis (definitione 1. dicti capitis).

Itaque si hæc mensura in motu repetatur, etiam toties repetetur seu mul- 10 tiplicabitur quantitas Effectus. Hunc autem Effectum vero formalem, [165v] quia motui est essentialis[;] secus ac sunt effectus alii qui a peculiari qualitate moti, aut obstaculo occurrente ac superato nasci forte possunt.

Axioma

Duo quantitatem habentia sunt inter se, ut numeri æ- 15 qualium partium in quas resolvi possunt. Quicquid autem de genere aliquo quantitatum verum est universaliter, id de alia verum est quantitate, quæ a priori minus differt errore quovis dato.

Exempli causa Hexapoda resolvi potest in pedes sex, decempeda in pedes 20 decem, vel (posita ulna duarum pedum) resolvi potest Hexapoda in ulnas tres, decempeda in ulnas quinque. Itaque Hexapoda est ad decempedam ut 6 ad 10 seu ut 3 ad 5. Et vero in universum nihil aliud est quantitas quam numerus partium posito mensuram quandam semper sibi congruentem assumi pro unitate. Et hinc usus Salarum in partes æquales 25 divisarum nascitur.

1 partium *add.* L 4-5 esse (1) ex ${}_1A$ *del.* (2) ex *add.* L 5 ${}_2A_2B$, | tempore T , *del.* | L 5 longitudinem | ${}_1A_2A$, a quocunque corporis p *del.* | L 7 defin. 1. | *de del.* | L 7 velocitate | (1) mo (2) m *del.* | L 8 æqualis | (dict. *del.* | L 9 cap.) | Effectum *del.* | L 10 hæc | «mesura» *del.* | L 15 | (1) Duo quanti (2) Duo qua (3) Duæ *del.* | (4) Duo L 16 quas | ita *del.* | L 16 possunt | (1) ut quod superest sit $\leftrightarrow$ (2) resolvitur autem in partes quod ita exhauritur (a) ut quod sup (b) ut si quid | detractis partibus *add.* | superest, sit minus quovis dato. *del.* | L 17 de (1) quantitate aliqua *del.* (2) genere ... quantitatum *add.* L 17 est (1) generaliter *del.* (2) universaliter *add.* L 18 alia | qu *del.* | L 20 in | pedes sex *del.* | L 26 nascitur | (1) «M» (2) Hæc autem etiam ad incommensurabilia producuntur, quæ definito numero rationali (a) ex unitatibus composito (b) exprimi non possunt seu numero unitatum aut ejus partium æqualium exprimi non possunt, (aa) item ad *add. et del.* (bb) ostendendo errorem esse minorem quovis errore dato, adeoque revera esse nullum *del.* | L

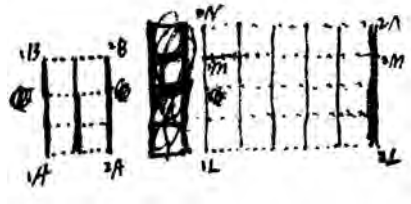


Figura 67

DE ACTIONE MOTUS FORMALI ET POTENTIA ABSOLUTA

Definitio 1.

QUANTITAS est numerus partium posito mensuram esse unitatem.

- 5 Ita decempedæ quantitas et denarius pedum; seu denarius cujus unitas est pes.[†]

[†]In margine, veloci calamo scripta, hæc leguntur:

7 si eadem materiæ quantitas transferatur per longitudines æquales velocitates translationum sunt actionibus proportionales.

8 æquales effectus «motus tempora» ut long.

9. si eadem sit quantitas effectus in motibus actiones motuum formales sunt velocitatibus agendi proportionales.

10 actiones formales sunt in ratione compos. quant. mat. et veloc. seu quant. mat. long. et vel.

defin. «4.» diffusionis et intensionis.

prop. 11. actiones motuum formales in ratione composita diffusionum intens.

si Effectus (formales) sint proportionales temporibus, erunt actiones (formales)] ut longitudines et vicissim.

prop. 13 si eadem quantitas materiæ et translationes actionum sint ut tempora erunt actiones quoque ut tempora et vicissim.

prop 15. si velocitates sint æquales effectus pariterque actiones sunt in ratione composita quantitatum materiæ et temporum motibus impensorum et vicissim.

prop. 16. Effectus motuum formales sunt in ratione comp. motuum velocitatum et temporum translationis.

prop. 17. Actiones autem formales sunt in ratione composita mobilium tempo-

3 partium | posito e del. | L 3 esse | (1) uni (2) ut uni (3) ut del. | L

In not. marg.: compos. | mat. del. | L defin. | «4.» add. | «inte» del. | L diffusio-
num | «inten» del. | L

Definitio 2.

QUANTITAS EFFECTUS FORMALIS IN MOTU est cujus mensura est materiam certæ quantitatis (motu æquidistributo) motam esse, per certam longitudinem.

Ut quantitatem materiæ contentam in AB translata[m] [Fig. 64, p. 117] esse ex ${}_1A_1B$ in ${}_2A_2B$ per longitudinem quæ est lineæ ${}_1A_2A$ a quocunque corporis puncto ut A descriptæ quæ scilicet est longitudo motus æquidistributi (defin. 1. cap. de velocitate motus æquidistr.) ubi nempe linea a quocunque mobilis puncto descripta est æqualis (defin. 1. dicti cap.) Itaque si hæc mensura in motu repetatur etiam toties repetetur seu multiplicabitur quantitas effectus.

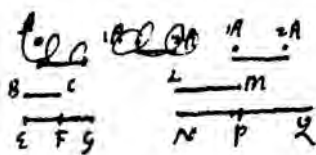


Figura 68

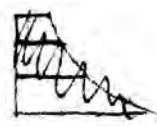


Figura 69 (del.)

Definitio 3

QUANTITAS ACTIONIS FORMALIS IN MOTU est cujus mensura est materiam certæ quantitatis motam esse per certam longitudinem (motu æquidistributo) intra certum tempus.

Itaque differt Effectus ab Actione, quod in Effectu solum ejus quod præstitum est nempe materiæ translata, et spatii per quod facta translatio est, in actione vero integra etiam velocitatis seu temporis T quo præstitus est effectus seu quo (in figura definitionis præcedentis) facta est translatio ex ${}_1A_1B$ in ${}_2A_2B$ habetur ratio. Formalem autem appellavi tam Effectum

quam Actionem, quia ut hoc loco definivimus motui est essentialis. Serum et duplicatarum velocitatum translationis.

prop. 18. si æquales sint materiæ quantitates et tempora actionum æqualia actiones sunt in duplicata ratione velocitatum vel longitudinum tran[s].

1 Definitio (1) 1 corr. (2) 2 L 2 QUANTITAS | ef del. | L 11 effectus. | Hinc autem del. | L 12 Definitio (1) 3 corr. (2) 2 del. (3) 3 add. L 13 est (1) qua del. (2) cujus mensura (a) quantitas effectus del. (b) est add. L 14-15 longitudinem | (1) (motu æquidistributo) certæ velocitatis (2) certo gradu velocitatis (motus æquidistributi) del. | (3) (motu ... tempus add. L 18-19 quo ... seu add. L 19 præcedentis) | AB del. | L

cus ac sunt alii effectus aliæve actiones, ex impedimento quodam peculiari nascentes, ut ex vi gravitatis corpora versus centrum terræ prementis, aut ex resistantia medii vel contactus, aut ex elastro aliquo vincendo et similibus materiæ concretæ accidentibus. Si quis autem vocabulum Metaphysicum ægrius fert in re mathematica, cogitet non aliud commodius suppetiisse, et assignata definitione omnem ambiguitatem esse sublatam.

Propositio 1

Si eadem quantitas materiæ per diversas longitudes translata sit, effectus formales motuum sunt ut longitudes, quod si præterea velocitatum gradus sint æquales, etiam actiones formales motuum sunt ut longitudes.

Sit [Fig. 65, p. 117] Materia A (unius libræ si placet) translata per longitudinem ${}_0A_2A$, et materia ei æqualis (etiam unius libræ) per longitudinem ${}_0B_3B$, et mensura longitudinum communis sit pes, resoluta longitudine ${}_0A_2A$ in pedes quotcunque verbi gratia duos, ${}_0A_1A$, ${}_1A_2A$; et resoluta longitudine ${}_0B_3B$, in pedes quotcunque ut tres ${}_0B_1B$, ${}_1B_2B$, ${}_2B_3B$; et unusquisque pedum absolvatur eadem velocitate nempe tempore æquali ipsi tempori T , veluti tempore minuti, si placet. Mensura Actionum formalium erit actio movendi materiam unius libræ per longitudinem pedis unius tempore minuti (per definitionem 3. hic) et ad transferendam libram A per duos pedes, transfertur libra A per pedem unum ${}_0A_1A$ tempore minuti, et rursus transfertur libra A per pedem unum ${}_1A_2A$ tempore minuti. Itaque actio trans-

1 alii | af del. | L 1 actiones, (x) quæ in su del. (2) ubi del. ex (a) obstaculo del. (b) impedimento add. L 2 nascentes, | ut ex objectu alicujus corporis obstantis, aut del. | L 3-4 et ... accidentibus add. L 7 (x) Axioma. || Quicquid de genere aliquo quantitatum verum est universaliter del. (2) Prop. 1 9 effectus | sunt ut long del. | L dines, | sit (x) quantitas (2) materia A translata per del. | L 12 (x) Sit materia A translata per longitudinem duorum pedum, et materia (a) B per longitud (b) B priori æqualis sit translata per longitudinem trium pedum velocitate æquali del. (2) Sit 12 (unius ... placet) add. L 13 (etiam ... libræ) add. L 14 et | sit del. | L 14 ${}_0A_2A$ | (x) et (2) in numerum pedum (3) in pedes exempli gratia duos del. | L 15 duos, | et longitudine ${}_0B_3B$ del. | L 16-17 pedum (x) absolvatur del. (2) (per add. et acc. non del., del. ed. (3) absolvatur ... nempe add. L 17-18 T , | (x) m (2) veluti (a) minuti (b) tempore ... placet add. | L 18 Mensura (x) | Actionis corr. | (a) erit (b) communis, erit del. | (2) Actionum | formalium erit add. | (a) Actio (aa) movendi (bb) transferendi (b) actio formalis del. | (c) actio L 19 materiam | (x) æqu (2) magnitudine æqualem ipsi A vel B per (a) distant (b) longitudinem pedis unius tempore m del. | L 19-20 minuti (x) | seu velocitate semper ejusdem gradus del. | (per def. (x) 2 (2) 3. add. hic) acc. non del., del. ed. | (2) (per ... hic) add. L 21 transfertur | tunc del. | L 21 A (x) tem del. (2) per | (a) pedem unum del. | (b) pedem unum (a) ${}_0A_1$ (b) ${}_0A$ (c) ${}_0A_1A$ add. | L 21-22 transfertur | transfertur del. | L 122.22-123.1 transferendi (x) A del. (2) libram A add. L

ferendi libram A per ${}_0A_2A$ duos pedes continet mensuram actionis toties quoties longitudo ${}_0A_2A$ continet pedem sive mensuram longitudinis, nempe bis. Similiter actio transferendi libram B per ${}_0B_3B$ pedes tres continet mensuram actionis quoties longitudo ${}_0B_3B$ continet mensuram longitudinis sive pedem, nempe ter. Jam quantitates sunt ut numeri posito mensura 5
esse unitatem; (per definitionem 1.) Itaque quantitates actionum sunt ut quantitates longitudinum. Idem est de quantitatibus effectuum, etiamsi velocitates non fuissent æquales. (per definitionem 2. hic)

Quod si longitudines sint incommensurabiles, possunt pro ipsis substitui commensurabiles ab ipsis differentes minus differentia quavis data; 10
veluti si mensura data differentia tanto minor assumatur, data error etiam prodeat minor errore quovis dato, id est nullus.

[102] Propositio familiariter ita enuntiari ostendique potest. Effectus movendi libram unam per pedes duos (tres) est duplus (trip-
plus) effectus movendi libram unam per pedem unum. Et 15
Actio movendi libram unam per pedes duos (tres) tempore duorum (trium) minutorum est dupla (tripla) effectus movendi libram unam per pedem unum tempore unius minuti. Manifestum enim est in quantitate composita bis (terve) repeti
simplicem, quæ est mensura (per definitiones 2. et 3.) Itaque composita 20
quantitas erit ad simplicem (per definitionem 1) ut numerus repetitionum ad unitatem. Et constat ejusdem velocitatis esse percurrere unum pedem

1 duos pedes *add.* L 1 actionis *add.* L 2-3 longitudo (1) continet *del.* (2) ${}_0A_2A$... pedem *add.* | sive *add.* | mensuram | (a) seu *del.* | (b) longitudinis, nempe *add.* | L 3 libram *del.* et rursus *add.* L 5 numeri | (1) partium mensuræ æqualium, (per (a) prop. (b) def. 1.) (2) repectivum *del.* | L 6 unitatem; itaque Actiones sunt ut longitudines *del.* | L 7 effectuum, | (1) etiamsi veloci (2) quæcunque demum ponatur motuum velocita *del.* | L 8 velocitates | æquales *del.* | L 8 (per ... hic) *add.* L 10-11 differentes (1) erro *del.* (2) minus | (a) errore *del.* | (b) differentia ... data; | (aa) ut si *del.* | (b) veluti si *add.* | L 11 data | quantitate *del.* | L 11 tanto *add.* L 11 data *del.* et rursus *add.* L 11-12 etiam | (1) minor erit quovis dato, seu n *del.* | (2) | prodeat ... dato *add.* | (a) seu nullus *del.* | (b) id ... nullus *add.* | L 13 enuntiari (1) | potest: *corr.* | iisdem pe *del.* | (2) potest. (a) Æqualibus materiæ quantitatibus actiones (b) Si æquales sint materiæ motæ quantitates, erunt actiones movendi (c) Actio movendi (aa) eandem materiæ quantitatem (bb) libram unam per pedes duos, (aaa) | dupla *del.* | (bbb) (tres) dupla (tripla) (aaaa) | est *del.* | (bbbb) tempore duorum | (trium) *add.* | minutorum | est *add.* | dupla | (tripla) *add.* | est *add.* et *del.* | Actionis movendi (aaaaa) pe (bbbbbb) libram (aaaaaa) per pedem unum tempore unius minuti (bbbbbb) | unam *add.* | per ... minuti (3) ostendique potest *add.* L 13-14 (1) Ef *del.* (2) Effectus | (a) movendi libram unam *del.* | (b) | motarum *del.* | librarum *corr.* | duarum (trium *del.* | (c) | libram *del.* | (aa) unam (bb) unam *add.* et *del.* | (d) movendi ... unam *add.* L 19 est in quantitate | (1) a priori (2) bis terve repeti posteriorem *del.* | (3) in quantitate *add.* | L 19 repeti | posteriorem *del.* | L 20 (per | pro *del.* | L 21 (per ... 1) *add.* L 123.22-124.3 Et ... uniform. *add.* L 22 percurrere | libram *del.* | L

tempore unius minuti, et percurrere duos (tres) pedes tempore duorum (trium) minutorum (per propositionem 5 capitis de Motu æquidistributi et uniformis)

Propositio 2.

- 5 Si diversa mobilia moveantur per longitudes æquales, effectus motuum formales erunt ut mobilia; quod si præterea et velocitatum gradus sint æquales etiam actiones motuum formales erunt ut mobilia.

Sint mobilia AC et LP [Fig. 66, p. 117] translata per longitudinem ${}_1A_2A$
 10 vel ${}_1L_2L$ unius pedis, æquali velocitate seu tempore T , unius si placet minuti. Et mobilium mensura sit libra et mobile AC resolvatur in libras si placet duas, AB , BC ; mobile autem LP in libras tres LM , MN , NP , habemus in ipsius AC , motu bis mensuram actionis, nempe libram AB translata per longitudinem unius pedis tempore T seu velocitate unius gradus,
 15 (per definitionem 3) et rursus libram BC . Similiter in motu ipsius LP habemus mensuram actionis ter; utrobique toties mensuram actionis quoties mensuram materiæ in mobilibus. Sunt ergo quantitates actionum ut mobilium (per definitionem 1.). Idem est in effectibus (per definitiones 2 et 1) quæcunque sit velocitas aut quotcunque impensum tempus. Et idem
 20 est in mobilibus incommensurabilibus ut patet per rationem adhibitam in propositionem præcedentem.

Propositio familiaris ita enuntiari potest: Effectus movendi libras duas (tres) per pedem unum est duplus (triplus) effectus movendi libram unam per pedem unum. Et actio
 25 movendi libras duas (tres) per pedem unum tempore u-

1 duos | ped del. | L 1 tempore | minutorum del. | L 5 mobilia (1) transferantur del. (2) moveantur add. L 7 et add. L 9 mobilia | ABC del. | L 9 longitudinem | AL del. | L 10 ${}_1L_2L$ (1) tempo del. (2) unius pedis add. L 10-11 minuti. | Sitque mobilium mensura del. | L 11 libra | resol del. | L 11 mobile | AB del. | L 12 BC ; (1) et del. (2) mobile | autem add. | LN corr. | L 13 in (1) priore del. (2) ipsius AC add. et del. (3) ipsius AC add. L 13 motu (1) ter del. (2) bis add. L 14 gradus, | et in posteriore del. | L 15 (per definitionem 3) add. L 16 actionis add. L 16 ter; | habemus et del. | L 17 mensuram | (1) longitudinis. Sunt del. | (2) materiæ | (a); sunt ergo del. | (b) in mobilibus. L 17-18 ergo | quantitates add. | actiones corr. | ut | mob del. | mobilia. corr. | Ide del. | L 18 (per | pr del. | L 19 sit | «quam» del. | L 20 incommensurabilibus (1) ut ostendi potest (a) ad del. modum corr. (b) modo del. adhibito corr. (2) ut ... rationem add. adhibitam L 124.22-125.2 Propositio ... minuti add. L 22 (1) Prop del. (2) Propositio L 22 enuntiari | $\longleftrightarrow$ add. et del. | L 24 movendi (1) | libras corr. | duas (tres) del. | (2) libram (a) unam add. et del. | (b) unam add. | L

nus minuti est dupla (tripla) actionis movendi libram unam per pedem unum tempore unius minuti.

[103]

Propositio 3

Effectus motuum formales et posita æquali velocitate etiam actiones motuum formales sunt in ratione composita mobilium et longitudinum.

Si mobilia sint æqualia cæteris positis erunt effectus et actiones ut longitudo (per propositionem 1. hic.) Ergo in casu æqualitatis mobilium, erunt in ratione mobilium et longitudinem composita. Sin mobilia sint inæqualia, sumatur [Fig. 67, p. 120] majoris LMN (4) pars LM (3) æqualis 10 minori AB (3) et effectus itemque actio motus ${}_1A_2B$ (6) est ad effectum itemque actionem motus ${}_1L_2M$ (15) ut longitudo ${}_1A_2A$ (2) ad longitudinem ${}_1L_2L$ (3) (per propositionem hic). Rursus effectus itemque actio motus ${}_1L_2M$ (15) [est ad] effectum itemque actionem motus ${}_1L_2N$ (20) ut mobile LM (3) seu AB (3) ad mobile LN (4) (per propositionem 2. hic). Ergo 15 jungendo prima postremis effectus itemque actio motus ${}_1A_2B$ (6) est ad effectum itemque actionem motus ${}_1L_2N$ (20) in ratione composita longitudinis ${}_1A_2A$ (2) ad longitudinem ${}_1L_2L$ (5) et mobilis AB (3) [ad] mobile LN (4);] seu ut rectangulum ${}_1A_2B$ (3 in 2, seu 6) ad rectangulum ${}_1L_2N$ (4 in 5, seu 20).

20

3 *Propositio* (1) 4 *del.* (2) 3 *add.* L 4-6 (1) In motu simplice (a) mobilium consimilariū *del.* (b) corporum *add.* (aa) consimilariū *add. et del.* (bb) consimilariū *add.* effectus (aaa) sunt *del.* (bbb) motuum formales *add.* (aaaa) | sunt *add. et del.* | in ratione composita mobilium et longitudinum; | (aaaaa) et idem est in actionib *del.* (bbbbb) si tempora impensa sint longitudinibus proportionalia, Actiones sunt in eadem ratione composita mobilium et longitudinum *del.* | (bbbb) et posita æquali velocitate etiam actiones motuum formales sunt *add.* | in ... longitudinum; (2) | In motu ... consimilariū *del.* | effectus ... longitudinum |; *acc. non del., del. ed.* | L 7 positis | et in proportione erit effectus vel *del.* | L 7 effectus (1) seu *del.* (2) et *add. et del.* (3) et L 7-8 longitudo (1) (per præced.) (2) (per ... hic.) *add.* L 9 in | com *del.* | L 14-23 numeros parenthesis notis interclausos *add.* L 11 et *add.* | tunc *add. et del.* | L 12 motus | (1) mobi (2) mo (3) LM *del.* | L 12-13 longitudinem | ${}_1L_2L$ (3) (per prop. præced.) *del.* | L 13 (3) | (per prop. (1) præced. (2) hic) *add.* | L 13 motus | ${}_1A_2B$ est ad *del.* | L 15 (3) | ad *del.* | L 15 (4) | (cum enim motus sit simplex *del.* | L 16-17 ad effectum (1) | «mota» *del.* | effectumque *corr.* | (2) *del.* | L 17 in | comp *del.* | L 17-18 longitudinis | ${}_1A_2A$ *del.* | L 18 AB | (6) *add. et del.* | L 19-20 (4) | (1) seu ut rectangulum ${}_1B_2A$ ad rectang (2) ut AB *del.* | (3) | (*del.* | seu ut rectangulum | (a) ${}_1A$ (b) ${}_1B_2A$ *del.* | (c) ${}_1A_2B$ (aa) | ad *del.* | (bb) (3 ... 6) ad *add.* | rectangulum ${}_1L_2N$ | *del.* | (4 ... 20) *add.* | L

Axioma 2

Si idem mobile motu simplice motum diversis temporibus
 æquales percurrat longitudines, actiones erunt reciproce ut
 tempora seu in ea ratione major erit actio in qua minus est
 5 tempus impensum.

Nimirum Effectus movendi libras duas per pedes tres est ^[104]
 bis triplus seu sextuplus ipsius effectus movendi unam li-
 bram per pedem unum. Et Actio movendi libras duas per
 pedes tres in minuto temporis uno est bis tripla seu sex-
 10 tupa actionis movendi libram unam per pedem unum in
 uno temporis minuto.

Axioma

Eandem materiæ quantitatem transferri per eandem
 longitudinem in tempore minore est actio major.
 15 Percurrere leucam in dimidia hora est majus quam percurrere leucam in
 hora integra, et ita in cæteris.

Propositio 4

Si eadem materiæ quantitas percurrat longitudines quatuor æquales tempori-
 bus quatuor diversis, et sint tempora duo priora inter se in eadem ratione in qua
 20 tempora percursa duo posteriora, erunt et actiones duæ priores et duæ posterio-
 res in eadem ratione. Idem est si duæ priores velocitates in eadem sint ratione in
 qua posteriores nam et sic motiones in *[desinit abrupte]*

2-6 *totum del.* L **1** (1) Pro *del.* (2) Axioma L **2-3** mobile | (1) motu simplice (a) duo æquales *del.* | (b) diversis temporibus *add.* | motibus simplicibus (aa) (per om (bb) (seu per omnia congruentibus) *del.* | æquales (3) motu ... motum *add.* | ... æquales L **4** in | ma *del.* | L **4** in *add.* L **6** Effectus | vel æquali existente velocitate, Actio *del.* | L **6-7** movendi | libram duam *[sic pro 'unam']* ... bis tripla seu sextupla *corr.* | ipsius *add.* | L **8** movendi | libram *corr.* | (1) unam *del.* | (2) duas *add.* | L **9** in *add.* L **9** est | sextupla *del.* | L **13-14** (1) | Idem mobile *del.* | eandem longitudinem | (a) abso (b) percurrere (aa) di (bb) tempore dimidio, subtriplo, (cc) temporis parte dimidia triente, aliave portione submultipla *del.* | (2) Si duplum *add. et del.* | (3) | Eadem materiæ quantitas *add. et corr.* | «ab eadem» materiæ qu *del.* | (4) | Eandem ... per *add.* | eandem longitudinem L **14** est | a j *del.* | L **15** (1) «Eandem» *del.* (2) Percurrere L **15** leucam *add.* L **16** hora | una *del.* | L **18-3** Prop. 4 ... in *del.* L **17** *Propositio 4 acc. non del., del. ed.* L **18-19** (1) Si | idem *add.* | mobile | vel plura æqualia *add.* | percurrat *del.* (2) Si ... percurrat *add.* L **18-19** percurrat (1) longitudines *del.* (2) longitudinem *add. et corr.* (3) longitudines (a) | duas in duobus temporib *del.* | (b) quatuor *del.* | æquales *corr.* | (c) æqualem, *corr.* | (d) æquales, | sintque *del.* | (d) quatuor *add.* | sintque (aa) | temporibus *corr.* | duo (bb) tempora duo impensa (cc) duabus (aaa) | primis *corr.* | (bbb) prioribus in eadem *del.* (4) | longitudines ... inter se *add.* | L **19** in eadem *add.* L **20** percursa (1) duabus *del.* posterioribus, *corr.* (2) duo *add.* posteriora L **20-21** duæ ... posteriores *add.* L **21** ratione | in qua post *add. et del.* | L **21-22** Idem ... in *add.* L **21** sint | proportionem *del.* | L

Propositio 4

Si eadem materiæ quantitas transferatur per longitudines æquales temporibus quatuor et sint tempora duo priora inter se, ut tempora duo posteriora; vel etiam velocitates duæ priores inter se, ut velocitates duæ posteriores; 5 etiam actiones duæ priores in eadem inter se ratione erunt in qua duæ actiones posteriores.

Sit mobile [Fig. 68, p. 121] *A*, percurrans longitudines quatuor æquales ipsi ${}_1A_2A$, temporibus *BC*, *EFG*, *LM*, *NPQ*. Sitque tempus *EFG* in eadem proportionem ad tempus *BC* in qua est tempus *NPQ* ad tempus *LM*; ajo et actionem cui impensum est tempus *EFG* esse ad actionem cui impensum est tempus *BC*, in ea proportionem in qua est actio cui impensum est tempus *NPQ* ad actionem cui impensum est tempus *LM*. Cum enim actionis mensura sit, mobile certæ magnitudinis, percurrisse longitudinem certæ extensionis certo velocitatis gradu seu certa temporis parte et longitudo et magnitudo mobilis sint eadem (ex hypothesi) et eadem ratio utrobique temporum, (adeoque velocitatum) omnia quibus actio æstimari potest, erunt similia a parte *BC*, et *EFG* ut a parte *LM* et *NPQ*, itaque nulla ratio reperiri potest, cur major ab una parte quam alia actionum ratio esse dicatur. Est ergo eadem. Idem est de velocitatibus nam si duæ priores velocitates in ea sunt ratione in qua duæ posteriores etiam tempora posteriora prioribus erunt proportionalia quia velocitates æqualibus longitudinibus

4-10 Prop. 4 ... posteriores add. L 2 quantitas (1) percurrat del. (2) transferatur per add. L 4 se, (1) in qua del. | tempus corr. | (2) | ut add. | tempora L 8 (1) | Si corr. | mobile *A* | (a) percurrat longitudines (aa) *B* et (bb) *CD* (cc) *BC* et (dd) et *DEF* tempore *DE* (ee) *BC*, *DE*, *FG*, *HK* del. | (b) percurrans (2) | Sit del. | Sit add. et del. | mobile *A* del. | percurrans (4) | Sit ... *A*, add. | percurrans L 9 *NPQ*. | (1) erit actio cui impensum est t (2) erunt (3) erit actio cui impensum est tempus (4) erit (5) et ponatur actio (a) qua (b) cui impensum est tempus (aa) *BC* (bb) *EF* (cc) *BC* (aaa) certam ra (bbb) esse in certa proportionem ad actionem cui impensum est tempus (aaaa) *EG* (bbbb) *EFG*, ajo *EG* a (6) Sitque tempus *EFG* duplum si placet temporis del. | L 9 tempus (1) *FG* del. (2) *EFG* add. L 10 *LM*; | ajo et actiones quibus tempora del. | L 14 sit, | (1) magnitudo (2) quantitas mobilis longitudinis et velocitatis determinatæ seu temporis determinati (3) mobile datam longitudinem certam del. | L 14 magnitudinis, (1) velocita del. (2) percurrisse add. L 15 extensionis | percurrisse del. | L 15 gradu (1) id est certa (a) temporis corr. (b) tempore del. (c) temporis parte (per definitionem 3. hic) et hic omnia utrobique sint similia, (aa) tam (bb) nempe quod respectu (aaa) temporum (bbb) actionum in temporibus (cc) et respectu longitudinis (2) id est certa temporis parte (per definitionem 2 in cap. de velocitate (a) æqualiter (b) in motu æqualiter distributo) add. et del. (3) seu ... parte add. L 16-17 utrobique add. L 17 velocitatum | a parte *BC*, del. | L 17 quibus ... potest, add. L 18 *BC*, | *EFG*, del. | L 19 esse add. L 127.20-128.2 Idem ... unif.) add. L 20-21 velocitates | eade del. | L 22 proportionalia | per prop. 8. del. | L

percurtis sunt temporibus reciproce proportionales (per propositionem 8. cap. de velocitate motus æquidistributi et uniformis)

Fieri non potest ut alius modus hæc demonstrandi reperiatur, quia actiones quæ velocitate differunt non possunt reduci ad congruentiam; uti paulo ante reduximus ad congruentiam eas quæ velocitatem eandem habent, tantumque magnitudine mobilis aut longitudinis differunt; itaque per viam similitudinis comparatio actionum obtinenda est.

Propositio 5

Si velocitates in eadem materiæ quantitate per longitudinem eandem transferenda exercitæ assumantur in progressionem Geometrica crescente, erunt et actiones formales motuum in progressionem Geometrica crescente.

Sint velocitates A, B, C , progressionis Geometricæ seu A ad B ut B ad C ; et sint actiones L, M, N , ajo etiam esse L ad M , ut M ad N . Nam assumatur alia velocitas H æqualis ipsi B ; quo fiat alia actio Z æqualis ipsi N . quia A ad B ut B ad C (ex hypothesi) Ergo A ad B ut H ad C (ex constructione) Ergo et L ad M , ut Z ad N (per propositionem præcedentem). Id est (per constructione) L ad M ut M ad N . Idemque est si progressio Geometrica continuetur utcunque.

2 cap. | de motu simul æquid. del. | L 3 quia | di del. | L 4 congruentiam | congruitas corr. | L 4-6 uti ... differunt add. L 4-5 (1) | uti del. | (a) ex corr. (b) | reduximus ad congruentiam add. | eas (2) | uti ... ante add. | ... eas L 6 itaque | non nisi simi del. | L 7 per | viam del. | L 7 comparatio differentium velocitate (1) obtinenda est. Itaque si tempus EFG del. (2) differentium (a) | velocitatum corr. | obtinenda est vel tempore del. | (b) velocitate L 7-11 (1) Prop. 5. || (a) Si tempora (aa) ea (bb) <id> (cc) | eidem longitudinis corr. | impensa (dd) | ab eadem del. | materiæ | quantitate corr. | impensa add. et del. | assumantur in progressionem Geometrica (aaa) et (bbb) crescente (ccc) et (ddd) erunt et actiones formales motorum in (aaaa) eadem (bbbb) eadem progressionem Geometrica decrescente et crescente (b) | Si ejusdem add. | materiæ quantitatis velocitates del. | assumantur ... (c) | Si velocitates in eadem materiæ quantitate add. | <in?> add. | eadem longitudine | percurrentia exercitæ add. | assum add. et del. | assumantur ... crescente (d) | Si (aa) velocitatis percurrentæ corr. (bb) velocitates percurrenti eandem add. et del. | (2) | Prop. 5 add. et del. et rursus add. | ... crescente add. | L 13 Sint (1) <Seu del. (2) Sint | (a) Lon (b) tempora del. | (c) velocitates add. L 13 C, | D del. | L 14 Nam | <quia> del. | L 14-15 assumatur (1) aliud corr. tempus del. (2) alia | velocitas add. | L 15 B; (1) et alia actio del. (2) quo ... actio add. L 15 N. | Erit A ad B ut H ad C del. | L 16 Ergo (1) A ad del. (2) et | A del. | L 17 præcedentem). | Sed del. | L

[106] Crescentibus autem velocitatibus crescunt actiones, quia crescentibus velocitatibus et manente longitudine tempora decrescunt (per propositionem 8. capitis de velocitate in motu æquidistributo et uniformi) et decrescentibus temporibus manente longitudine cui impenduntur crescunt actiones (per axioma hic). 5

Propositio 6. Lemma

Si duæ sint progressionēs Geometricæ simul crescentes; termini unius erunt in multiplicata aut submultiplicata ratione terminorum respondentium alterius.

Sint series A, B, C, D, E, F et $[A,] L, M, N, P, Q, R$. Ajo esse A ad B in ratione multiplicata L ad M ; vel contra. Nam interpolando continue seriem priorem omnes aliæ quantitates homogeneæ vel ab illis indefinite parvo errore differentes in eam cadent, itaque et in seriem priorem ABC cadet series posterior ALM et quidem intervallis seu logarithmorum differentiis æqualibus, quia ipsa quoque ALM progressionis Geometricæ est. 15 Jam si in serie geometricæ progressionis assumatur alia series progressionis Geometricæ ab eadem quantitate crescens sed majoribus intervallis, termini posterioris sunt in multiplicata ratione terminorum prioris, et quidem multiplicata est in ratione intervalli majoris ad minus seu intervalli seriei unius ad intervallum alterius, quod in unaquaque serie est constans. Contra 20 termini prioris sunt in ratione submultiplicata terminorum posterioris.

1 (1) Ut si tempora longitudini eidem (a) impe (b) percurrendæ impensa sint minuta unum, duo, quatuor, octo, etc | et in summa progressionis Geometricæ duplæ add. | actiones erunt etiam ejusdem progressionis geometricæ duplæ. Et a (2) Est autem progressio actionum (a) crescens corr. (b) decrescens cum progressio temporum (aa) cresc del. (bb) impensorum add. est crescens, | (aaa) per (aaaa) prop. (bbbb) axiom. hic (bbb) quia majoribus temporibus (ccc) quia minor est actio cui majus (ddd) quia (per (aaaa) pro (bbbb) ax del. | (eee) aut contra add. quia (per axiom. hic) major est actio (aaaa) cui majus del. (bbbb) cui minus add. tempus est impensum. (3) Crescentibus L 1 autem | actionibus decresc del. | L 2 velocitatibus | (1) crescunt (2) tempora decrescunt (del. | L 3 motu | uni del. | L 5 per | prop. 4 del. | L 7 (1) Si L del. (2) Si L 7 sint | (1) series progressionis Geometricæ simul crescentes, del. | (2) | progressionēs del. et rursus add. | Geometricæ | simul crescentes, del. | ab eadem quantitate del. et add. et del. | L 8 aut submultiplicata add. L 9 respondentium add. L 10 Sint In marg. fig. 69 add. et del. L 10 et $[A,] | A$ del. et rursus add. et del., res. ed. | L 10 Q , (1) $\longleftrightarrow$ del. (2) R add. L 10-11 Ajo ... Nam add. L 11-12 continue add. et del. et add. L 12-13 vel ... differentes add. L 13 in | eam cadent del. | L 13 ABC add. L 14 ALM add. L 14-15 seu (1) logarithmis corr. (2) logarithmorum | differentiis add. | L 15 quia (1) posterior del. (2) ipsa add. L 15 ALM add. L 15 est | (1) Ergo logarithmi (a) seriei (b) seri (2) Sic del. | L 17 ab ... intervallis add. L 17 crescens | crescentes corr. | L 17-18 termini (1) prioris del. (2) posterioris add. L 18 terminorum (1) posterioris del. (2) prioris add. L 18 quidem | in «recta» del. | L 19 ad | minoris del. | L 19-20 seu ... alterius add. L 20 est | idem del. | L 20-21 Contra ... posterioris add. L

	Series	{	A	B	C	D	E	F	
			1	2	4	8	16		
Ut si sit	Logarithm.		0	1	2	3	4		manifestum est interval-
	Series	{	A		L		M		
			1		4		16		
	Logarithm.		0		2		4		

lum terminorum seriei posterioris esse duplum intervalli terminorum seriei prioris et ideo esse terminus seriei posterioris in duplicata ratione terminorum respondentium seriei prioris, seu ut eorum quadrata. Si ipsius *ABC* majora fuissent intervalla, ipsa fuisset in ratione «subduplicata» alterius. Itaque de alterutro — — — — —
 5 — — — — — «interpolata» est.

Sic[†] si sint duæ series simul crescentes progressionis geometricæ 1 . 4 . 16 . 64 . et 2 . 16 . 128 . 1024 interpolata priore quantum satis est, ut in eam incidat posterior res ita stabit:

[107]

			A		B		C		D		E		F
	$Series \dots\dots$	$\left\{ \right.$	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
				L			M			N			P
10	$Logarithm.$		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	$Series \dots\dots$	$\left\{ \right.$		L			M			N			P
				2			16			128			1024
	$Logarithm.$			1			4						

Def. 1. Quantitas est numerus partium posito mensuram esse unitatem.

Def. 2. Quantitas effectus formalis in motu est cujus mensura est materiam certæ quantitatis (motu æquidistributo) motam esse per certam longitudinem.

Def. 3. Quantitas actionis formalis in motu est cuius mensura est materiam certæ quantitatis motam esse motu certæ longitudinis intra certum tempus.
 15

[†]In margine

128
8
1024

3-12 Ut ... 1024 *del.* L **1** (1) Sic si sit *del.* (2) Ut si sit | (a) series 1 2 4 8 16
Log 1 2 3 4 5

corr. | (b) series 1 2 4 8 16
Log 0 1 2 3 4 *del.* | L **1** manifestum *del.*, *res. ed.* L **1-3**

est | (1) seriem (2) duplum esse intervallum posteriorum et ideo esse *del.* | (3) terminos seriei posterioris *add. et del.* | (4) intervallum ... posterioris *add.* L **1-2** intervallum | posteriorum *del.* | L **2** terminorum (1) «esse» *del.* (2) seriei posterioris *add.* L **2** intervalli | pri *del.* | L **3** ratione | priorum *del.* | L **5** alterutro | «per pro.» *del.* | L **6** est. (1) «Sic» *del.* (2) Sic si sint *forsan ut reclamantem add.* L **7** (1) Series *del.* (2) Sic si sit series data 2, 8, 32, 128 etc. et alia *del.* (3) Sint duæ series *add. et del.* (4) Sic L **7** geometricæ | (1) A, B, C (2) 2 . 8 . 32 . 128 . et 1 . 4 . 16 (3) 2 . 16 *del.* | (4) 1 . 4 . 16 . 3 *corr.* | (5) 1 . 4 . 16 . 64 . | etc. *del.* | L **8** 2 . 16 . | 32 *del.* | L **10.1** A | L *del.* | L **10.3** Series... *bis scrips. et del.* L **130.1-000.0** Def. 1. ... alterius. *Deff. et propp. hæc in marg. et insuper texto præced., veloci calamo add.* L

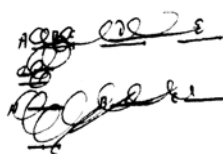
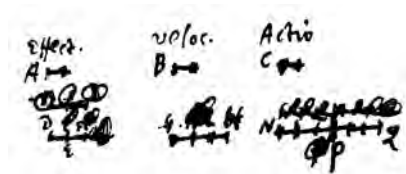
Figura 70.1 (*del.*)

Figura 70

Prop. 1. Si eadem quantitas materiæ per diversas longitudes translata sit effectus motuum formales sunt ut longitudes quodsi præterea velocitatum gradus sint æquales, etiam actiones formales motuum sunt ut longitudes.

Prop. 2. Si diversa mobilia moveantur per long. æquales hic erunt effectus motuum formales ut mobilia quodsi præterea & velocitatum gradus æquales etiam actiones motuum formales erunt ut mobilia.

Prop. 3. Effectus motuum formales et posita æquali velocitate actiones motuum formales erunt in ratione composita mobilium et longitudinum.

Axioma. Eandem materiæ quantitatem transferri per eandem long. in tempore minore est actio maior.

Prop. 4. Si eadem materiæ quantitas transferatur per longitudes æquales temporibus 4 et sint tempora duo priora inter se ut posteriora duo vel etiam velocitates duæ priores ut posteriores; in eadem etiam ratione erunt actiones priores duæ in qua posteriores duæ.

Prop. 5. Si velocitates in eadem quantitate materiæ per eandem longitudinem transferenda exercitæ assumantur in progressionem Geometricam erunt et actiones formales motuum in progressionem Geometricam crescente.

Prop. 6. Lemma. Si duæ sint series progressionis Geometricæ simul crescentes termini unius erunt in multiplicata ratione terminorum respondentium alterius.[†]

Sic si sint duæ series simul crescentes progressionis geometricæ: 1 . 4 . 16 . 64 et 2 . 16 . 128 . 1024 . tunc interpolata prior, ut in eam incidat posterior res ita stabit:

[†]In margine Addendum motu uniformi in def. 3 et quidem in parenthesi

4 hic erunt *add.* L 5 formales | erunt *del.* | L 7 velocitate (1) effectus *del.* (2) actiones *add.* L 8 formales | sunt ut longitudes *del.* | L 9 Axioma | Idem mobile *del.* | L 11 quantitas | quantitate *corr.* | L 11 æquales | quatuor *del.* | L 13 posteriores; | «actio» *del.* | L 13 actiones | duæ posteriores *del.* | L 15 | (1) Prop. 5. Si ejusdem materiæ quantitatis in eadem longitudine trans (2) Si *del.* | (3) Prop. 5 L 16 exercitæ | sint *del.* L 21 sint | datae *del.* L 21-22 geometricæ: (1) | 2 . 8 . 32 . 128 et *del.* (2) 1 . 4 . 16 . 64 | et 2 . 16 . *del.* | L

In not. marg.: def. | 2. *del.* | L

Series communis	$\left\{ \begin{array}{cccccccccccc} A & & B & & C & & D & & [E] & & [F] \\ 1 & 2 & 4 & 8 & 16 & 32 & 64 & 128 & 256 & 512 & 1024 \\ \vdots & L & \vdots & \vdots & M & \vdots & \vdots & N & \vdots & \vdots & P \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{array} \right.$											
Logarithm.	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	
Series prior	1	.	4	.	16	.	64	.	.	.	.	
Logar.	(0)	.	(2)	.	(4)	.	(6)	.	.	.	.	[108]
Intervall.	.	(2)	.	(2)	.	(2)	.	.	.	.	.	
Series posterior	2	.	.	.	16	.	.	128	.	.	1024	
Logar.	.	(1)	.	.	(4)	.	.	(7)	.	.	(10)	
Intervall.	.	.	(3)	.	.	(3)	.	.	(3)	.	.	

Et cum differentiae logarithmorum seriei *ABCD* sint ad differentias logarithmorum seriei *LMNP* ut 2 ad 3. Erunt termini seriei posterioris in ratione multiplicata terminorum prioris, secundum rationem 3 ad 2 sive
 5 numerum indicem vel exponentem $\frac{3}{2}$, seu ratio *L* ad *M* [(2 ad 16)] est rationis *A* ad *B*, seu 1 ad 4 triplicata subduplicata vel ratio *A* ad *B* est rationis *L* ad *M* duplicata subtriplicata, cum enim ratio *L* ad *M* sit ut cuborum (nam 2, 16, 128 etc. est ut 1, 8, 64, etc.) ratio *A* ad *B* est ut quadratorum (nempe 1.4.16 etc.) Eademque locum habent in aliis omnibus etiamsi in
 10 indefinite sit progrediendum in interpolanda serie priore ut in eam incidat posterior quemadmodum factum est in calculandis logarithmis.

Propositio 7.

[109]

Si eadem materiae quantitas transferatur per longitudines æquales, velocitates translationum erunt actionibus
 15 proportionales.

1.8 2 | 1 corr. | *L* **1.1** (1) Series *del.* (2) Series | co *del.* | ... | *E* et *F del., res. ed.* | *L* **3** seriei | *A del.* | *L* **3** ad 3. | Erit series (1) prior mu (2) posterior *del.* | *L* **4** terminorum | *ref del.* | *L* **4** secundum | numerum *del.* | *L* **4-5** sive ... $\frac{3}{2}$ *add.* *L* **5** seu (1) ratio *A* ad *B* (1 ad 4) est *del.* (2) ratio *L* ad *M* | (a) 2 ad 16 *add. et del.* | est multiplicata *del.* | (b) 2 ad 16 est *add.* | *L* **6-7** vel ... subtriplicata *add.* *L* **7** ut *add.* *L* **8** (nam ... etc) *add.* *L* **9** (nempe ... etc) *add.* *L* **9** in ... omnibus *add.* *L* **14** æquales, (1) seu si effectus formales motuum sint æquales *add. et del.* (2) tempora erunt *del.* *L* **14** translationum *add.* *L* **15** proportionales |, tempora autem erunt actionibus reciproce proportionalia *del.* | *L*

Nam velocitates duæ quæcunque A et B possunt intelligi termini seriei progressionis Geometricæ. Hæc series continuetur ut sit A, B, C , itaque respondentes eis actiones L, M, N erunt etiam termini progressionis Geometricæ et quidem vel ejusdem seu in ratione simplice, vel in ratione velocitatum secundum certum numerum multiplicata, aut submultiplicata 5 (per propositionem 6.) Sed quoniam longitudine et materia posita eadem nullius alterius quam solius velocitatis seu temporis (quod velocitati quæ eadem longitudo percurritur reciproce proportionale est) consideratio superesse potest. (per definitionem 3. hic) Itaque nulla fieri potest compositio sive multiplicatio rationum. Et proinde necesse est actiones eandem quan- 10 titatem materiæ per eandem longitudinem transferentes esse simpliciter in ratione velocitatum; seu ob eandem longitudinem (per propositionem 8 de velocitate motus æquidistr. et uniform.) in ratione temporum reciproca.

Hanc propositionem ita pro captu omnium facilius enuntiabimus: Transferre libram per unum pedem intra temporis minu- 15 tum duplo (triplo) major actio est quam transferre unam libram per unum pedem intra duo (tria) minuta.

Idque tanquam axioma assumere poteram, quod iis sufficere potest, qui vim ratiocinationis Geometricæ profundioris non satis facile attingunt. Vo- 20 lui tamen ad augendam artem rationis in usum Geometrarum ostendere, quomodo in præsentī materia ex solo Axiomate simpliciore assumpto quod

[110] nempe majus sit idem efficere minore tempore, consequatur
 1 Nam (1) d *del.* (2) velocitates | (a) quæcunque assumptæ intelligi possunt (b) quibus ordine crescentes *del.* | (c) duæ L 2 progressionis (1) Geometricæ *del.* | quæ *add. et del.* | continuetur ... C *add.* | (3) | Geometricæ. Hæc *add.* | ... C L 3 actiones (1) erunt etiam progressionis G *del.* (2) L , ... etiam *add.* L 3-4 Geometricæ (1) eruntque ita ut *del.* (2) et quidem vel ejusdem *del.* (3) et ... simplice *add.* L 4-5 velocitatum *add.* L 5 submultiplicata |; *acc. non del., del. ed.* | verbi gratia si act *del.* | L 6 quoniam | posito veloci *del.* | L 7 nullius | aliu *del.* | L 7-8 qua ... percurritur *add.* L 8 est | (↔) in eadem longitudine *del.* | L 9 hic | Itaque nulla rationum compositio fieri *del.* | L 9 nulla (1) rationum *del.* (2) fieri potest *add.* L 10 multiplicatio (1) seu potest *del.* (2) rationum *add.* L 10 proinde | sup *del.* | L 10-11 eandem ... transferentes *add.* | seu quarum idem effectus (per def. 2. hic) *add. et del.* | L 11 esse | in *del.* | L 12 velocitatum; | (1) seu in ratione temporum reciproca, quoniam (2) (seu *del.* | L 12 de | motu *del.* | L 13 æquidistr. | æquid. *corr.* | L 14 enuntiabimus: | (1) Si (2) Actio transferendi unam libram per longitudinem unius pedis (3) Duplum (a) «es» (b) (tripulum) est transferre *del.* | L 15-16 libram (1) | intra minutum *del.* | per | pedem triplo *del.* | (2) per | unum ... minutum *add.* | L 17 intra | tri *del.* | L 18 (1) Poteram | hanc propositionem *del.* | tanquam axioma assumere (2) | Quod *add.* | poteram tanquam ... assumere *del.* | (3) Quod poteram *add. et del.* (4) Idque t *add. et del.* (5) Idque ... poteram *add.* L 18 potest, | (1) quibus demonstratio præcedens (2) qui d (3) qui *del.* | L 19 vim | huius arg *del.* | L 19 satis | (1) facile (2) percipere possunt (3) perci (4) attingunt *del.* | L 20 artem (1) inveniendi *del.* (2) rationis *add.* L 21 in (1) hypothesi *del.* (2) præsentī materia *add.* L 21 Axiomate | quod *del.* | L 22 consequatur | mo *del.* | L

actionem motus formalem esse præcise in ea proportionem majorem in qua minus est tempus. Quemadmodum Archimedes assumens majus esse momentum ex majore distantia tandem licet alia methodo demonstravit esse momenta ut distantias.

5

Propositio 10[†]

Actiones formales motuum sunt in ratione composita Effectuum formalium et velocitatum translationis seu in ratione composita quantitatum materiæ, longitudinum per quas sunt translatae, et velocitatum.

10

Nam si effectus sint æquales, erunt actiones ut velocitates efficiendi (per propositionem 7 hic). Ergo in ratione composita effectum et velocitatum. Si effectus sint inæquales, sit [Fig. 64.1, 64, p. 117] effectus *A*, velocitas *B*, actio *C*, et rursus effectus *DEF*, velocitas *GH*, actio *NPQ*. Sumatur effectum majoris pars *DE*, æqualis ipsi effectui *A*. Producta Actione *NP* parte actionis *NPQ* et eadem velocitate, ut *GH*, qua actio integra *NPQ*. Iam actio *NPQ* est ad actionem *NP*, ut effectus *DEF* ad effectum *DE* (ob æqualem velocitatem utrobique *GH*, per propositionem 3 hic) et actio *NP* est ad actionem *C*, ut velocitas *GH* ad velocitatem *B* (ob effectus *DE* et *A* æquales per propo-

15

[†] *In margine* Prius ponendo propositiones 8 et 9. licet transpositæ hic sint.

1 formalem (1) esse *del.* (2) esse præcise *add.* L 2 Quemadmodum (1) *Archi del.* (2) Archimedes | (a) *assu del.* | (b) *ass del.* | (c) *assumens* | (a) *majus corr.* | (b) *majorem esse in maj del.* | L 3 licet ... methodo *add.* L 4 distantias. | Quod quidem facilius præstari poterat (1) in materia quæ signis subiici potest, quam «er» (2) in materia quæ ad figuras et extensionem reducitur, (a) quod hic non æque (b) quam actionum *del.* | L 5 *Prop.* (1) 8. *del.* (2) 10 L 6 formales motuum *add.* L 7 velocitatum (1) sive *acc. non del., del. ed.* | (2) seu (a) effectuum (b) in ratione composita ex *add.* effectuum formalium directa et (aa) recip *del.* (bb) temporum reciproca *add. et del.* | (3) translationis seu *add.* L 8 composita | longi *del.* | L 9 per *add.* L 9 velocitatum |; sive denique in ratione composita directa (a) longitudinum et velocitatum (b) quantitatum materiæ et longitudinum (aa) et (bb) translationis *add.* et reciproca temporum impensorum *del.* | L 10 erunt | veloci *del.* | L 10-11 efficiendi | (per ... hic) *add.* | seu in ratione reciproca ut tempora *del.* | L 11 ratione | reci *del.* | L 12 sint | inæqu *del.* L 12 sit | sint *corr.* | L 12 effectus | *AB, corr.* | velocitas | *D, corr.* | nempe *del.* | L 13 effectus | (1) *AC del.* (2) *A L del.* | (3) *DEF add. et del. et rursus add.* | , velocitas | (a) *B del.* | (b) *LM del.* | (c) *DEF ter add. et del.* | (d) *GH add.* | L 13-14 majoris (1) *A corr.* (2) *DEF del. et rursus add.* L 14 *A* (1) Effectus *A* est ad effectum *D del.* (2) Actio *del.* producta *corr.* (3) productis *del.* (4) | Producta *add.* | Actione (a) *E del.* (b) *NPQ add. et corr.* L 14-15 actionis (1) *C del.* (2) *NPL add. et corr.* . (3) *NP acc. non del., del. ed.* (4) *NPQ add.* et (a) | ejusdem *del.* velocitatis *corr.* | (b) eadem *add.* | velocitate L 15 qua | actione *corr.* | *DE del.* | L 15 Iam *add.* L 16-17 velocitatem | *GH add. et del.* | L 18 ut | effe *del.* | L 18-19 per propositionem 9. hic) *add.* L

sitionem 9. hic). Ergo actio *NPQ* est ad actionem *C*, in ratione composita ex ratione effectus *DEF* ad effectum *DE* et ratione velocitatis *GH* ad velocitatem *B*. Sunt autem effectus in ratione composita ex ratione effectus *DEF* ad effectum *DE*, et ratione velocitatis *GH* ad velocitatem *B*. Sunt autem effectus in ratione composita quantitatum materiæ et longitudinum translationis [(]per propositionem 3. hic) unde habetur propositio. 5

[111]

Propositio 8

Si æquales sunt effectus, quantitates materiæ sunt reciproce ut longitudes translationis. Idemque est, si æquales sint actiones et tempora seu velocitates. Et vicissim si quantitates materiæ sint reciproce ut longitudes, effectus, vel æqualibus simul translationibus et actiones sunt æquales. 10

Quoniam enim effectus vel in casu æqualium temporum actiones sunt in ratione composita quantitatum materiæ et longitudinum translationis (per propositionem 3. hic). Ideo si effectus vel actiones æquales utique fient (per elementa) quantitates materiæ longitudinibus translationum reciproce proportionales. Et contra, si reciproce proportionales sint quantitates materiæ longitudinibus translationum, erunt effectus æquales, et in casu æqualium velocitatum et actiones. 15

Itaque tres libras transferre per longitudinem duorum pedum æqualis est effectus effectui, vel si æqualia sint tempora æqualis est actio actioni transferenti duas libras per longitudinem trium pedum. Quod et sic ostendi potest. Tres libras transferre per longitudinem duorum pedum sextuplus est effectus 20

19 est (1) ad actionem $\hookrightarrow$ del. (2) ad ... *C* add. L 2 ratione | comp del. | L 3 *DE*, | «et factam» del. | L 3 ratione | Effectus del. | L 3-4 autem | veloc del. | L 5 hic) (1) et velocitates reciproce ut tempora (per prop. 8. cap. motus velocitate æquidistribut. et uniform.) del. (2) unde del. (3) unde ... propositio add. L 5 In imo margine paginæ Nimirum acc. non del., del. ed. L 6 *Propositio* | «1» del. | L 7 (1) Si eadem sint velocitates seu tempora impensa, effectus del. (2) Si L 8 translationis. | *signum insertionis* del. L 8 si | (1) æqualibus existent (2) simul del. | L 9-12 Et ... sunt (1) actio (2) reciproce ... longitudes, (a) acti (b) effectus, ... æquales add. L 13 enim | longitudo del. | L 14 composita | temporum et «do» del. | L 14 translationis add. L 15 utique add. L 16-17 proportionales. | Itaque si del. | L 17 si | «hæ» del. | L 17 sint | (1) effectus vel in æqualibus velocitatibus actiones (2) magnitudines del. | L 17 materiæ | translationum del. | L 20 Itaque (1) magnitudo corr. (2) magnitudinem trium librarum del. (3) tres libras add. L 20-21 longitudinem (1) | unius del. | pedis corr. | (2) duorum add. | pedum L 21 effectui add. L 22 actio | (1) tr (2) actio del. | (3) actionis transferentis corr. | L 23 potest | magni del. | L 24 longitudinem (1) | unius del. | pedis corr. | (2) duorum add. | pedum (a) triplus del. (b) sextuplus add. L

transferentis unam libram per longitudinem duorum pedum. Et duas libras transferre per longitudinem trium pedum etiam sextuplus est effectus transferentis unam libram per longitudinem unius pedis (utrumque per propositionem 3. hic). Ergo æquale est duas libras per tres pedes, vel tres
5 libras per unum pedem transferre.

Propositio 10.

[112]

Si effectus sint temporibus impensis proportionales, actiones sunt in eadem proportione et vicissim si actiones sint æquales effectus sunt ut tempora impensa.

10 Nimirum æquales actiones sunt effectum triplum efficere inde tres horas, et simplum

Propositio 8

Si longitudo translationum ejusdem quantitates materiæ sunt temporibus proportionales, actiones sunt iisdem materiæ
15 temporibus proportionales.

Nimirum tres [*desinit abrupte*]

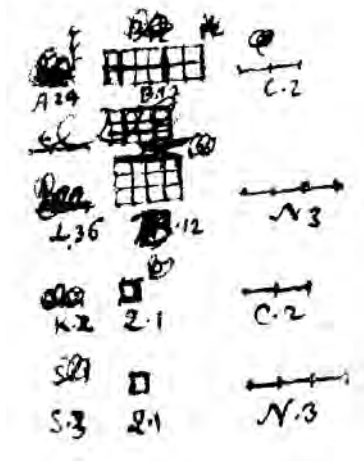


Figura 71

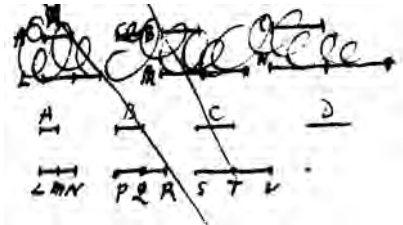


Figura 72 (*del.*)

1 longitudinem (1) unius pedis (a) et transferre unam libr (b) et transferre *del.* (2) | unius *del.* | pedis *corr.* | (3) duorum *add.* | pedum L 6-16 Prop. 10 ... tres *hæc duo prop. del.* L 7 | (1) Si æquales sint longitudo translationum, sitque (2) Si effectus sint reciproce ut velocitates *del.* | (3) Si L 8 sunt (1) æquales *del.* (2) in ... proportione *add.* L 8 vicissim (1) . *corr.* (2) ; | et idem e *del.* | L 9 æquales | effectus sunt tempore *del.* | L 10 (1) Sive *del.* (2) Nimirum *add.* L 12 (1) Prop. 10 *del.* (2) Prop. 8 L 13 | (1) Si eadem quantitas materiæ translata sit per duas longi *del.* | (2) Si L 13 longitudo translationum | sint *del.* | L

Propositio 9

Si eadem sit quantitas effectus in motibus actiones motuum formales sunt velocitatibus agendi proportionales.

Sit [Fig. 65, p. 117] motus *A* effectus quicunque *B*, uti transferendi duas libras per sex pedes, velocitas *C* graduum quorumcunque ut 2; et sit rursus 5 motus *L* effectus *B* (priori æqualis uti transferendi tres libras per quatuor pedes quem æqualem priori esse patet ex propositione præcedenti) velocitas *N* graduum quorumcunque ut 3[;] ajo actionem motus *A* esse ad actionem motus *L*, ut *C*.₂ ad *N*.₃. Assumantur duo alii velocitate unus *R* transferens unam libram per unum pedem velocitate *C*.₂ alter *S* transferens unam 10 libram per unum pedem velocitate *N*.₃ et effectus transferendi unam libram per unum pedem vocetur *Q*. Actio motus *A* est ad actionem motus *R*, ob velocitates *C* (æquales ambas graduum 2) ut effectus *B* ad effectum *Q* (per propositionem 3. hic.) Et actio motus *R* est ad actionem motus *S*, ob effectus æquales *Q* (utrobique unius libræ translatae per unum pedem) ut 15 velocitates, nempe ut velocitas *C*.₂ ad velocitatem *N*.₃. (per propositionem 7 hic) Et denique actio motus *S* est ad actionem motus *L* (ob velocitates *N* æquales ambas graduum 3) ut effectus *Q* ad effectum *B* (per propositionem 3. hic). Ergo denique Actio motus *A* est ad actionem motus *L* in ratione composita *B* ad *Q* et *C* ad *N* et *Q* ad *B*; et quia ratio composita ex *B* ad *Q* et 20

1 *Propositio* | 8 *del.* | *L* 2-3 motibus (1) velocitates transferend *del.* (2) actiones | (a) sunt *del.* | (b) motuum ... sunt *add.* velocitatibus (aa) | translationum *del.* | (bb) | suis *add. et del.* | proportionales *del.* | (cc) translationum *del.* | (dd) ... proportionales *L* 4 | (1) Sit (2) Sit *del.* | (3) | Sint motus duo *A* et (a) *B* (b) *L*, et | *del.* sit *L* 4-5 effectus | (1) <T??> (2) *del.* | (3) quicunque ... pedes *add.* *L* 4 *B add.* *L* 5 velocitas (1) <Y??> *del.* (2) *C* ... rursus *add.* *L* 5 sit *add.* *L* 6-7 (priori ... præced.) *add.* *L* 6 (priori | prioris *corr.* | *L* 6 uti *add.* *L* 7 pedes | (1) (per (2) per prop. (3) (*del.* | *L* 7 prop. (1) præc) *corr.* (2) præced. *L* 8 *N* ... 3 *add.* *L* 9 ut | *C* ad *N* *corr.* | *L* 9 *N*.₃ | (1) Sit effectus (2) In effectū *B* sit materiæ quantitas translata *D* et longitudo translationis (a) *D* (b) *E*, rursusque in effectū *M* (3) Sit materiæ quantitas translata (a) <D>, (b) *P*; et longitudo translationis (aa) *E* (bb) *Q*. (aaa) Erit (bbb) Quia effectus sunt æquales *del.* | *L* 9 Assumantur (1) | duæ *corr.* | velocitates *del.* | (2) duo *L* 9 velocitate | <y et x> *del.* | *L* 9 *R* | cuius effectus sit *Q*, effectus verbigratia *add. et del.* | *L* 10 pedem | qui effectus dicatur *Q*, et quidem *add. et del.* | *L* 10 velocitate | (1) *C* (2) 2 *del.* | *L* 11 velocitate | 3 *del.* | *L* 13 ob ... 2) *add.* *L* 13 *C add.* *L* 13 graduum | veloc *del.* | *L* 13 effectum | *Q add.* | transferendi unam libram per unum pedem, (1) quia veloci (2) ob velocitates æquales (aa) *C* et (bb) (graduum 2) *del.* | *L* 14 hic.) | Et effectus *del.* | *L* 14 *S*, | (1) ut (a) effectus (b) velocitas *C* 2 ad velocitatem (2) <ob> *del.* | *L* 15 *Q add.* *L* 16 *N*.₃. | (1) et (2) Et actio motus *S* est ad actionem motus ut effectus *del.* | *L* 17 *L* | ut ad effec *del.* | *L* 17 *N add.* *L* 18 *B* | per *del.* | *L* 18 per *add.* *L* 19 Actio | mot *del.* | *L* 19 motus (1) *R* in com *del.* (2) *L add.* *L* 20 ex *add.* *L*

Q ad *B* est æqualitatis, erit actio motus *A* ad actionem motus *L*, in ratione *C* ad *N*. Seu in ratione velocitatum agendi.[†]

Definitio 4

DIFFUSIO ACTIONIS in MOTU est quantitas effectus formalis
5 in motu. INTENSIO ejusdem ACTIONIS est quantitas velocitatis,
qua factus est effectus seu qua materia per longitudinem
translata est.

Propositio II.

Actiones motuum formales sunt in ratione composita
10 diffusionum et intensionum.

Nam sunt in ratione composita effectuum et velocitatum translationis
(per propositionem 10 hic). Sunt autem effectus ut diffusiones, et velocitates
ut intensiones (per definitionem 4. hic).

Propositio familiarius ita enuntiari potest: Effectus movendi libras
15 duas (tres) per pedem unum) est duplus (tripplus) effectus movendi
libram unam per pedem unum. Et actio movendi libras
duas (tres) per pedem unum tempore unius minuti est dupla
(trippla) actionis movendi libram unam per pedem unum tempore
unius minuti. [114]

20 *Propositio 3*

Effectus motuum formales et posita æquali velocitate etiam
Actiones motuum formales sunt in ratione composita mobilium
et longitudinum motus.

Nimirum: transferre quadrantem libræ per octo pedes intra tertiam est sextuplum
25 (seu $\frac{1}{4} \cdot 8 \cdot 3$ plum) transferentis unam libram per unum pedem intra unum
minutum.

[†]*Subter paragraphum* Propositio 10. hic inserenda jam ante posita.

1 ratione | (1) celeritatum (2) velocitatum (a) C ad N (b) agendi (aa) C ad N (bb)
seu in ratione del. | L 2 ratione | ag del. | L 3 (1) Def. 4. || Actionis formalis in
motu del. (2) Def. 4 L 4 DIFFUSIO (1) ACTIONIS del. (2) MOTUS add. et del. (3)
ACTIONIS ... MOTU add. L 5 INTENSIO (1) MOTUS del. (2) ejusdem ACTIONIS add.
L 6 longitudinem | motus del. | L 9 Actio motus corr. L 10 inten-
sionum | motus del. | L 12 (per ... hic) add. L 13 In imo pagina reclamantem
Prop. 12. add. L 138.15-141.16 Contenta omnia seqq. trium pagg. ms. del. L 16
movendi | libram del. | L 21 formales | formalium corr. | L 21-22 et ...
formales add. L 23 et | te del. | L 24 transferre | (1) libram per unum (2) duas
libras per del. | (3) | unam libram per (a) duos pedes del. | (b) quatuor pedes (c) sex add.
et del. | (4) dimidiam add. et del. partem add. et corr. (5) quadrantem ... pedes add.
L 24 intra | di del. | L 24 tertiam (1) horæ del. (2) minuti partem add. L 25
3plum | multiplicantis del. | L

Nimirum: transferre duas libras per tres pedes intra quintam minuti partem est actio trigecupla actionis transferentis unam libram per unum pedem intra minutum.

Nimirum duplum effectum motus præstare tripla velocitate est actio sextupla ($2 \cdot 3$ pla) actionis simplex effectum præstantis simpla velocitate. 5

Nam duplum effectum præstare tripla velocitate est dupla actio simplex effectum præstantis tripla velocitate (per propositionem 3. hic) et simplex effectum præstare dupla velocitate est tripla actio simplex effectum præstantis simpla velocitate (per propositionem 7. hic). Ergo jungendo prima postremis: 10
duplum effectum præstare tripla velocitate est actio bis tripla seu sextupla præstantis eundem velocitate simpla. Duplus autem effectus est (exempli causa) quadrantem libræ transferre per octo pedes, quando simplex est transferre libram unam per unum pedem. Itaque: quadrantem libræ transferre per octo pedes intra trientem temporis, sextupla ($\frac{1}{4} \cdot 8 \cdot 3$ pla) actio 15
est transferentis unam libram per unum pedem intra tempus integrum.



Figura 73

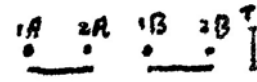


Figura 74

1 (1) «Ni[m]i» rum» *del.* (2) Nimirum: *add.* L 1-2 quintam (1) horæ *del.* (2) minuti *add.* L 2 est (1) trigecuplum ($2 \cdot 3 \cdot 5$ plum) *del.* (2) actio ... actionis *add.* L 14-15 minutum (1) vel secundum figuram adjectam facere (2) || Nimirum *add.* L 4-5 præstare (1) | intra trientem (a) minuti (b) temporis *del.* | est | sextuplum ($2 \cdot 3$ plum) *del.* | (2) | tripla velocitate *add.* | est | actio sextupla *add.* | (a) actionis *add. et del.* | (b) ($2 \cdot 3$ pla) actionis *add.* | L 5-6 effectum (1) | præstare *corr.* | intra (a) int (b) integrum tempus *del.* | (2) præstantis | simpla velocitate *add.* | L 7-12 Nam ... simpla *add.* L 7 Nam (1) duplum *del.* (2) simplex *add. et del.* (3) duplum *add.* L 7 præstare | (1) integro (a) tem (b) tempore est (2) simplo tempore *del.* | (3) tripla velocitate *add.* | L 8 præstantis | (1) simplo tempore (2) integro tempore. Et simplex effectum *del.* | (2) tripla velocitate *add.* | L 9 præstare (1) | integro tempore *del.* | (2) | dupla velocitate *add.* | est | triplum *corr.* | L 9-10 præstantis (1) tertia parte temporis *del.* (2) dupla *add. et del.* velocitate *add.* (3) simpla *add.* ... L 10 Ergo | du *del.* | L 11 præstare | (1) triente tempore (2) integro tempore *del.* | (3) | tripla velocitate *add.* | est (a) bis tripla *del.* (b) actio bis tripla *add.* L 12 eundem | temporis triente *del.* | L 13 pedes, | et si *del.* | L 15 sextupla | sextuplum *corr.* | L 17 integrum | Prop. 9. || (1) Si longitudines transferendi (2) Si velocitates transferendi et longitudines sint (3) Si eadem sit quantitas materiæ translatae (a) idemque effectus (b) et æqualis actio *del.* | L

Propositio 8

[115]

Si eadem sit quantitas effectus duorum motuum velocitates translationum erunt actionibus formalibus proportionales.

Propositio 12

5 Si effectus motuum formales sint temporibus impensis proportionales, Actiones motuum formales sunt in eadem proportionem.

10 Sit [Fig. 66, p. 117] Actio motus *A*, effectus *B*, tempus impensum *C*, rursusque alia actio *L* cuius effectus *M*, tempus impensum *N*, et sit *B* ad *M* ut *C* ad *N*, ajo similiter esse *A* ad *L*. Velocitas translationis in motu *A* sit *D*, et in motu *L* sit *P*. Effectus sunt in ratione composita quantitatum materiæ et longitudinum translationis.

Propositio 11.

[116]

15 Si eadem sit quantitas materiæ translatae (motibus uniformibus æquidistributis) et tempora sint longitudinibus translationum (adeoque effectibus hoc loco) proportionalia, erunt actiones in eadem proportionem in qua longitudines vel tempora.

20 Nam (in motibus uniformibus et æquidistributis quos hic semper subintelligimus, licet deinde generali admonitione ostensuri simus quomodo alii his æquivalent) longitudines sunt in ratione composita temporum et velocitatum (per propositionem 6. vel 7. capitis de velocitate in motu æquidistributo et uniformi) sunt autem hoc loco longitudines in ratione temporum (ex hypothesi). Ergo velocitates sunt æquales. Sed si velocitates sint æquales, et eadem quantitas ma-

2 duorum motuum *add.* *L* 3 erunt (1) actionibus *del.* (2) actionibus formalibus *L* 3 proportionales | (1) || Nam si æqualis sit materiæ quantitas (2) || Sint duo motus unus (a) transferens (b) faciens effectum (c) transferens (d) faciens effectum *A* velocitate *B*, alter faciens Effectum *A* (aa) tempore (bb) velocitate (3) || Sint duo motus *del.* | *L* 4 (1) *P* (2) Prop. 12. || (a) POTENTIA (b) Potentia motus (3) Defi (4) PO (5) Def. 5 || QUANTITAS POTENTIÆ ABSOLUTÆ IN MOTU *del.* | (6) Prop. 12 *L* 5 | (1) Si Actiones sint temporibus (2) Si Eff *del.* | (3) Si *L* 5 motuum formales *add.* *L* 6 Actiones (1) sunt *del.* (2) motuum ... sunt *L* 8 (1) Sit (a) Ef *del.* (b) Actio motus *A*, effectus *B*, tempus impensum *C*, rursusque alia Actio | *LMN add.* | cuius effectus effectus (aa) *M del.* (bb) *PQR add.*, tempus impensum | (aaa) *N* (bbb) *PQR del.* | (ccc) *STV add.* | et sit *B* ad *M* ut *C* ad *N*, ajo similiter esse *A* ad *L*. (2) Sit *L* 8 rursusque | alia Actio *LMN*, cuius effectus *PQR* tempus impensum *STV* et sit *B* ad *M* ut *C* ad *N del.* | *L* 9 *N*, | et *del.* | *L* 11 *P* | Cum ef *del.* | *L* 11 composita | (1) velocit (2) magnitudinum et quantitatum materiæ (3) longitu *del.* | *L* 14-15 materiæ | (1) translata, (a) et motus sint uniformes; et tempora (b) et motus sint uniform (2) motu uniformi translatae, (a) sintque velo (b) sintque (aa) Ef (bb) longitudines (aaa) percurs (bbb) translationum ut tempora (c) s (3) motus *del.* | (4) translatae ... æquidistributis) *add.* | *L* 15 tempora | (1) translationum (2) longitu *del.* | (3) sint *add.* | *L* 15-16 translationum ... loco) *add.* *L* 19 Nam | (*add.* | *L* 19-21 uniformibus (1) velocitates sive *del.* (2) æquidistributis) *add. et del.* (3) æquidistributis ad quos alios reducimus (a) ut infra admonitione (b) ut hic subintelligimus *add. et del.* (4) et ... æquivalent) *add.* *L* 20 licet | infra *del.* | *L* 21 in | com *del.* | *L* 21-22 velocitatum (1) (per propositionem 7.) *del.* (2) (per ... uniformi) *add.* *L* 22 de | Mot *del.* | *L* 22 motu | uniformi *del.* | *L* 23 loco | in ratione temporum *del.* | *L* 23 temporum | (per prop. *del.* | *L*

teriæ, actiones sunt ut longitudines (per propositione 1. hic) id est hoc loco, ut tempora.

Nimirum Actio transferendi libram duobus minutis per duos pedes, est dupla actionis transferendi libram uno minuto per unum pedem.[†]

5

Nam bis repetitur casus posterior in priore, seu in priore bis transfertur libra uno minuto per unum pedem.

[117]

Propositio 12

Si Effectus (formales intelligo) sint proportionales temporibus, erunt Actiones (formales scilicet) ut longitudines translationum et vicissim.

Nam Actiones sunt in ratione composita Effectuum et velocitatum (per propositionem 10 hic) et Effectus sunt ut tempora (ex hypothesi). Ergo Actiones sunt in ratione composita temporum et velocitatum. Sed longitudines translationum sunt etiam in ratione composita temporum et velocitatum (per propositiones 6 vel 7. capitis de Motu æquidistributo et uniformi). Ergo Actiones sunt ut Longitudines translationum. Vicissim si Actiones sint ut longitudines translationum, Actiones erunt in ratione composita

15

[†]In margine A ut VE
 E ut QL · Ergo A ut VQL
 L ut VT · Ergo E ut QVT · Ergo A ut QVT

3 Nimirum | si libra transferatur *del.* | L 4 pedes, | motu uniformi *del.* | L 6 bis | transfertur motus *del.* | L 7 pedem. | Et congruunt omnia ob motum uniformem. Vera quidem proportio est etiam extra casum motus uniformis *del.* | et æquidistributi *add. et del.* | , sed quoniam nos simpliciores casus nunc exhibere contenti postea admonitionem generalem subjiciemus, quomodo propositiones reddantur universales. Hæc porro (a) de (b) propositio parum differt a prop. 1. *del.* | L 8 *Propositio* | (1) 12 (2) 11 *del.* | L 9 | (1) Sit $\langle sc \rangle$ (2) Si eadem sit quantita (3) Si actiones sint temporibus propor *del.* | (4) Si L 9 (formales intelligo) *add.* L 10-11 Actiones | (formales scilicet) *add.* | (1) in (a) duplicata (b) ratione composita temporum et velocitatum *del.* (2) ut ... vicissim *add.* L 12 (1) Nam Effectus sunt in ratione composita (a) tem (b) quantitatum *del.* (2) Nam L 15 translationum *add.* L 141.9-142.1 Longitudines | *Propositio 13.* || (1) Nimirum (a) si $\langle e \rangle$ (b) si duplo tempore duplus sit effectus, et (2) Nimirum si duplo tempore duplus sit effectus, et longitudo (3) Nimirum si æqualibus temporibus æquales sint effectus (adeoque dupli duplis) (a) erunt (b) et sint longitudines translationum triplæ, erunt et actiones triplæ *del.* | (4) translationum. ... tempora *add.* L 18 Actiones *add.* L

In not. marg.: 1-3 (1) est: || E ut T : *del.* | (2) A ut VE . (a) E ut T . QV ut T . (b) || [A ut] VQL . QL ut T . L ut TV || QTV ut T (3) AQ ut $QVVT$. || E ut T . Ergo QL ut T . Ergo QTV ut T . Ergo QV ut 1. *del.* | (4) A ut ... QVT L 3 ut QVT | || A ut Z , ergo L ut $VVQT$. Ergo QV ut 1. Ergo E ut $\langle L \rangle$. A ut T . Q ut 1. Ergo VV ut 1. A ut LV , ut T *del.* | L

temporum et velocitatum; sed sunt etiam Actiones in ratione composita Effectuum et velocitatum. Ergo effectus sunt ut tempora.

Propositio 13.

Si eadem sit quantitas materia translata, et longitudi-
5 nes (scilicet translationum) sint ut tempora, erunt Actiones quoque ut tempora. Et vicissim.

Nam effectus erunt ut longitudines (per propositionem 1 hic). Ergo ut tempora (ex hypothesi) Ergo Actiones ut longitudines (per propositionem 12). Ergo ut tempora (ex hypothesi) Vicissim si actiones sint ut tempora
10 et quantitas materiæ eadem, erunt actiones in ratione composita longitudinum et velocitatum, (per propositionem 10 hic). Ergo et tempora. Sed tempora sunt in ratione directa longitudinum et reciproca velocitatum (per propositionem 8 capitis de velocitate motus æquidistributi et uniformis) Ergo æqualis est ratio velocitatum directa et reciproca, adeoque velocitates sunt
15 æquales. Itaque longitudines sunt ut tempora.

Propositio 14

Si Actiones sint æquales, Effectus sunt reciproce ut velocitates. Et vicissim.

Nam actiones sunt in ratione composita temporum et velocitatum (per
20 propositionem 10. hic) unde constat propositum per elementa.

2 ut | longi del. | L 3 (1) Prop. 12. del. (2) Prop. 13. eodem atramento ut '12' in capite pagina L2 4-5 longitudines (1) longitudines (2) (scilicet atque) add. L 6 tempora | (vel ut longitudines.) del. | L 7 Nam | et del. | L 7 effectus | ut tempora erunt (per prop. del. | L 8 Ergo (1) et del. (2) Actiones add. L 8-9 propositionem 12 | prop. 11 corr. | L 9 hypothesi | (1) Nimirum actio transferendi (2) Vicissim si actiones sunt ut tempora (a) et eadem (aa) quantitati (bb) sit add. quantitas materiæ translata, erunt effectus ut (aaa) longitudines corr. (bbb) longitudines adeoque (per propositionem 1), seu in ratione composita temporum et velocitatum (b) et eadem sit quantitas materiæ translata, erunt (aa) effectus ut longitudines (per propositionem 1.) del. (bb) tempora add. et del. (cc) in ratione composita longitudinum add. seu in ratione composita temporum et velocitatum (per propositionem 6 vel 7. cap. de (aaa) mot. æquidistr. (bbb) veloc. mot. æquid. et unif.) id est (ex hyp.) in ratione composita actionum et velocitatum, qd del. | L 10 et | si del. | L 11 velocitatum, | adeoque et tempora del. | L 20 elementa | || Itaque tres libras transferantur per duos pedes velocitate (1) duorum gr (2) graduum quinque, et duæ libræ per tres pedes velocitate gradus unius, del. | L

[118]

Propositio 15

Si velocitates sint æquales Effectus (pariterque Actiones) sunt in ratione composita quantitatum materiæ et temporum motibus impensorum. Et vicissim.

Nam si velocitates sint æquales, Actiones vel Effectus (per propositionem 3. hic) sunt in ratione quantitatum materiæ et longitudinum; sed longitudines sunt ut tempora in casu velocitatum æqualium (per propositionem 6. capitis de velocitate in motu æquidistributo et uniformi) Vicissim si effectus sunt in ratione composita quantitatum materiæ et temporum (ex hypothesi) adeo quia effectus sunt in ratione quantitatum materiæ et longitudinum, (per propositionem 3. hic) erunt longitudines ut tempora, sed tunc (per dictam propositionem 6) æquales sunt velocitates. (Ergo et actiones sunt ut effectus).

Propositio 16

Effectus motuum formales sunt in ratione composita mobilium velocitatum et temporum translationis.

Nam effectus sunt in ratione composita mobilium et longitudinum (per propositionem 3. hic) et longitudines sunt in ratione composita velocitatum et temporum (per propositionem 6 vel 7. capitis de velocitate motus æquidistributi et uniformis).

Propositio 17

Actiones motuum formales sunt in ratione composita mobilium temporum et duplicata velocitatum translationis.

Sunt enim Actiones in ratione composita velocitatum et effectuum (per propositionem 10 hic) et effectus sunt in ratione composita velocitatum temporum et mobilium (per propositionem 16 præcedentem). Ergo Ac-

1 *Prop.* (1) 14 *del.* (2) 15 *add.* *L* 2 (1) Effectus (2) | Si *add. et del.* | Effectus (3) | Si ... æquales *add.* | Actiones *add. et del.* | Effectus *L* 4 temporum | im *del.* | *L* 5-6 Actiones (1) | sunt ut *del.* | Effectus ... hic | rursus Effect *del.* | (2) | vel *add.* | ... sunt | ut *del.* | *L* 6-7 longitudines | sunt in ratione composita vel *del.* | *L* 7 velocitatum | velocitatis *corr.* | *L* 8 6. | 5. *corr.* | *L* 8-13 Vicissim ... effectus) *add.* *L* 9 sunt | æquales *del.* | *L* 10 in | quantitate «im» *del.* | *L* 143.20-144.16 (1) *Prop.* 16 *corr.* (2) | *Prop.* 16 ... mobilium. *add.* | *Prop.* 18. *L* 15 motuum formales *add.* *L* 18 in | «temp» *del.* | *L* 19 7. | dicti *del.* | cap. de | M *del.* | *L* 22 (1) Actiones sunt in ratione composita *del.* (2) Actiones *L* 23 duplicatarum *corr.* *L* 25 Actiones *add.* *L* 26 velocitatum | mobilium et *del.* | *L* 27 et mobilium *add.* *L*

[Pars I. Sectio 3. Caput 2.]
DE POTENTIA MOTRICE ABSOLUTA
DEMONSTRATA A PRIORI

[119]

Traditio

L LH XXXV 11, 18A, pp. 119-130

Definitio

- 5 POTENTIA ABSOLUTA EJUS QUOD MOVETUR, est affectio ejus proportionalis quantitati actionis ex motum habentis statu per se consequentis intra certum tempus, seu quantitati actionis formalis, quam exerceret mobile, si motum per datæ magnitudinis tempus uniformiter continuaret.
10 Itaque æqualibus existentibus agendi temporibus, et actionibus positis uniformibus potentiæ motrices absolutæ sunt ut actiones formales.

Ponamus [Fig. 73, p. 138] *A* in motu esse positum, et in loco ${}_1A$ ita esse affectum, ut continuato uniformiter motu tempore *T* absoluturum sit lon-

1 Pars ... 2. *add. ed.* 2 ABSOLUTA | EX SE ÆSTIMATA *del.* | L 4 | (1) QUANTITAS POTENTIÆ ABSOLUTÆ IN MOTU (a) est ut *del.* (b) est *add.* quantitati actionis (aa) uniformis *del.* (bb) formalis *add.* in motu uniformi per datum tempus exercitæ proportionalis *del.* | (2) Definitio L 5 (1) Si *del.* (2) POTENTIA L 5 ABSOLUTA | IN MOTU POSITI *del.* | L 5 ejus *add.* L 5-6 proportionalis | eju *del.* | L 6-8 actionis (1) quam exerceret mob *del.* (2) Actū *add. et del.* (3) Actū per se *add. et del.* (4) ex mobilis consequentis intra (a) «datam» (b) datum tempus seu quam actionis *add. et del.* (5) | (a) ex (aa) mobilis *del.* | (bb) moti *bis add. et del.* | (b) ex motum habentis *add.* | statu ... seu (aaa) actionis (bbb) quantitati actionis *add.* | L 8 formalis, | in quantitate consistens, quæ *add. et del.* | L 8 quam | scilicet *add. et del.* | L 8-9 motum | in præsentem *del.* | per | dato *del.* | L 9-12 continuaret. | (1) «Ideo» *del.* (2) Hoc est *add. et del.* (3) Itaque *add.* æqualibus ... formales *add.* | L 10-11 et ... uniformibus *add.* L 11 positis *add.* L 12 actiones | formales *add.* | «m-i?» *add. et del.* | L 13 | (1) Ut si mobile moveatur uniformiter durante tempore aliquo, (2) Ut si duo sint motus (3) Ut si sit motus uniformis mobilis *A* per tempore *T* et alius motus uniformis mobilis (4) Ponamus mobile *A* in statu ${}_1A$ (a) ita (b) existens ita affectum esse, (aa) ut continuat (bb) ut (si nihil novum (aaa) incid (bbb) sup (ccc) extensum superveniat) (5) Ponamus mobile *A* esse in motu tali, (a) ita (b) ut inde sequatur ipsum (aa) continuato in (bb) (si nihil immutans superveniat) *part. del.* (cc) nihil immutans *del.* | (6) Ponamus L 13 ${}_1A$ | existens *add. et del.* | L 14 *T* | absolvat longitudinem *del.* | L

gitudinem ${}_1A_2A$; similiterque B eodem (vel æquali) tempore longitudinem ${}_1B_2B$ Itaque potentiam mobilis A in loco ${}_1A$ existentis ajo esse ad potentiam mobilis B in loco ${}_1B$ existentis, ut actio formalis ${}_1A_2A$, ad actionem formalem motus ${}_1B_2B$. Seu potentias absolutas motuum æstimo quantitativis actionum, quæ per se ex agentium statu consequuntur. 5

Et potentia proinde absolutæ mobilium in motu existentium erunt ut actiones transferendi mobilia ipsa per aliquas longitudes et intra datum tempus. Ita ut revera nihil aliud sit actionem esse uniformem quam potentiam in tempus ductam esse[†] seu potentiam fluere vel exerceri. Et quod [120] in potentia momentaneum est (quæ enim moventur quovis momento habent potentiam) id in actione ipsa per se consequente ex statu potentia seu momentaneo est successivum seu continuatum. Distinguo autem potentiam mobilis absolutam in corpore per se consideratam, a respectiva, qua aliud percutit, de qua suo loco.[‡] 10

Propositio 1

15

Si duo mobilia eandem habeant materiae quantitatem, eandemque velocitatem erunt potentia ipsorum æquales.

[†]In capite paginae 120 scr. et del. Etiam dijudicandum censeo quid in obstacula forte objecta a mobili præstari possit.

[‡]In margine A ut VE
 E ut QL A ut VQL
 L ut VT E ut QVT . A ut $QVVT$
 P ut A , si T ut 1.
 A ut $EL : T$

1 B (1) ipsam del. (2) | eodem add. | (vel æquali) add. et del. et rursus add. | L 2
 ${}_1B_2B$ | (1) , acc. non del., del. ed. (a) potentiam ipsius A ita sit (b) potentiam hic (2)
 Et po del. | L 2 Itaque (1) | potentias corr. | eorum definitio ut quam (a) B exi (b)
 A exist del. | (2) potentiam mobilis A | in loco del. et rursus add. | ${}_1A$ existentis add. | L
 3 existentis, | (1) ut actiones quæ (a) in lo (b) per se ex ear (2) ut p del. | L 3
 actio | motus del. | L 3-4 formalem add. L 4 motus | ${}_1A$ del. | L 4 potentias (1)
 æstimo per del. (2) | absolutas add. | motuum add. | L 4 æstimo | actio- nibus del. |
 L 5 consequuntur. | Atque inde del. | L 6-14 Et ... loco. add. L 6 absolutæ
 ... existentium add. L 8-9 sit (1) | actio uniformis quam potentia in tempus ducta
 corr. | seu fluens vel exercita est, et in actione per se consequente est continuus status qui est
 potentia add. et corr. | (2) actionem | esse add. | uniformem ... ductam | seu fluentem vel
 exercitam esse, et ... potentia del. | L 10-11 quæ ... habent | quod ... habet corr. | L
 13 in corpore add. L 145.15-146.7 (1) Prop. 1. || Si duo mobilia (a) æquales longitud
 (b) æquales longitudes percurrant æquali tempore (c) sint per (d) moto uniformiter
 continuatus (e) motibus uniformiter continuatis æquali tempore æquales longitudes
 (aa) sint (bb) essent (aaa) percursura, potentia eorum sunt ut mobilia (bbb) percurrer
 (ccc) percurrendi potentias habeant del. (2) Prop. 1 ... Prop. 2 add. L 16 (1) Si duo
 mobilia sint æqualia et eadem del. (2) Si L
 In not. marg.: a | p del. | L QL | E ut del. | L A ut | VE : del. | L

Sint [Fig. 74, p. 138] mobilia æqualia A et B et velocitates eorum æquales. Ajo et potentias eorum esse æquales. Nam ob velocitates æquales continuo uniformiter motu æquali æquales describent longitudines ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$ æquali tempore (per definitionem 2. capitis de velocitate in motu æquidistributo). Itaque actiones erunt æquales (per definitionem 3. capitis de Actione). Ergo et potentia (per definitionem hic præcedentem).

Propositio 2.

Si duorum mobilium velocitates sint æquales, erunt potentia eorum motrices absolutæ in proportionem ipsorum mobilium.

Sint [Fig. 75.1, 75, p. 143] mobilium AB (librarum duarum et LMN (librarum trium velocitates æquales. Dico esse potentiam ipsius AB ad potentiam ipsius LMN ut mobile AB ad mobile LMN (seu ut 2 ad 3). Si AB et LM sint commensurabiles, sumatur eorum mensura communis F . Jam cum quælibet pars ipsius ABC , vel $LMNP$ æqualis ipsi F , ut AB vel LM æqualis sit, et præterea æquali moventur velocitate (subintelligimus enim semper motum esse æquidistributum, ubi per propositionem 6. capitis de velocitate in motu æquidistributo velocitates eorum quæ mobili eidem insunt sunt æquales) erunt eorum potentia æquales (per propositionem 1. hic) verbi gratia potentia ipsius AB æqualis est potentia ipsius LM . Ergo toties æqualis potentia inest mobili cuique quoties mensura mobilium communis (ut potentia transferendi unam libram ut AB per unum pedem ${}_1A_1B$ minuto temporis T , inest mobili ABC bis, et mobili $LMNP$ ter). Potentia autem totius componitur ex potentiis partium. Itaque potentia tota mobilis ABC est ad potentiam totam mobilis $LMNP$, ut numeri repetitionum mensuræ

3 æquali add. L 3-4 longitudines ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$ æquali tempore (x) æquali tempore add. et del. (2) ${}_1A_2A$... tempore add. L 4 2. | de v del. | L 6 potentia (per def. 1. hic) del. | L 8 æquales, | erunt potentia ut mobilia del. | L 9 eorum (x) in proportionem mobilium del. (2) motrices ... proportionem add. L 11 (x) Sit mobile AB libræ unius velocitat del. (2) Sint L 11 AB (x) | libræ corr. | unius del. (2) librarum | duarum add. | L 11-12 librarum (x) duarum del. (2) trium add. L 12 æquales. | Itaque si AB tempore del. | L 12 AB | æqualem (a) velocitati (b) potentia ipsius LM . Ponatur enim AB percurrere (2) ad p (3) ad del. | L 13 LMN | (ut ... 3). add. | Sumatur ipsius del. | L 14 F (x) Et cum add. L 17 propositionem | 5 corr. | L 19 æquales | adeoque ipsius AB eadem quæ puncti del. | L 19-20 verbi ... LM add. L 20 potentia | AB del. | L 21 communis | . acc. non del., del. ed. | (x) Ergo (2) Et proinde tote potentia unius mobilis est ad totam potentiam alterius mobilis, ut numerus del. | L 22 libram | A del. | L 22 ${}_1A_1B$ | tempore del. | L 23-24 inest | (x) «mobi» (2) potentia mobilis (a) bis (b) ABC bis, (aa) potentia add. et del. (bb) mobilis $LMNQ$ ter.) del. | Itaque potentia acc. non del., del. ed. (2) | mobili ... ter) add. | . Potentia ... potentia add. | L 25 $LMNP$, | ut numerus (2) repetitionis mensu del. | L 25 repetitionem corr. L

communis (2 ad 3) id est ut ipsa mobilia ABC , $LMNP$. Quodsi mobilia sint incommensurabilia, sufficit pro iis assumi commensurabilia temporum ab ipsis differentia, ut error sit minor dato, adeoque error erit nullus.

Propositio brevius ostenditur. Quia duo mobilia ABC et $LMNP$ æquali velocitate prædita sunt, æquali tempore easdem motu uniformi describent longitudo- 5
nes (per definitionem 2. capitis de velocitate in motu æquidistributo). Itaque tunc actiones eorum sunt ut mobilia (per propositionem 2 capitis de Actione) Et proinde (per definitionem hic præcedentem) potentia quoque erunt ut mobilia.

Nimirum potentia transferendi duas libras per unum pedem intra unum minutum dupla est potentia transferendi unam libram per unum pedem intra unum minutum. Bis enim continet potentiam transferendi unam libram per unum pedem intra unum minutum. Quemadmodum et actio transferendi duas libras per unum pedem intra unum minutum dupla est actionis transferendi unam li- 15
bram per unum pedem intra unum minutum (per propositionem 2. capitis de Actione)

Propositio 3

Æquales potentia possunt transferre æquales materiae quantitates per longitudes diversas, modo longitudes translationum sint temporibus proportionales. 20

[122] Nam [Fig. 76, p. 143] si duo mobilia A et B sint ejusdem velocitatis, et A tempore T transferatur per longitudinem ${}_1A_2A$, et B tempore E per longitudinem ${}_1B_2B$, erunt longitudes temporibus proportionales, seu ${}_1A_2A$

1 3) | seu ut *del.* | L 1 $LMNP$. | Et eidem est *del.* | L 3 nullus. | Idem brevius ostenditur *del.* | L 4 ABC | et *del.* | L 5 uniformi | $\langle x \rightarrow \rangle$ *del.* | L 6 de | Motu *del.* | L 7 Itaque | per prop. *del.* | L 8 definitionem (1) 1. hic po *del.* (2) hic præcedentem) *add.* L 10 | Prop. 3. || (1) Itaque (a) duplæ potentia est (b) du *del.* | (2) Nimirum (a) duplæ *del.* potentia *corr.* (b) potentia (aa) est posse transferre unam libram *del.* (bb) transferendi (aaa) unam libram *corr.* (bbb) duas libras L 13-14 libram (1) intra unum *del.* (2) per ... unum *add.* L 14-15 transferendi (1) unam libram *del.* (2) duas ... pedem *add.* L 15 transferendi | duas libras *del.* | L 19-20 | (1) Si duo mobilia sint æqualia (2) Eadem est poten *del.* | (3) Æquales | (a) est potentia (b) sunt *del.* | (c) potentia (aa) | transferendi æquales *del.* | (bb) possunt ... æquales *add.* | ... quantitates | (aaa) si *del.* | (bbb) per ... modo *add.* L 22 | (1) Nam (2) Nam actiones quæ ex æqualibus potentiis consequuntur æquales sunt (per def. (a) 1. hic (b) potentia præcedentem) æquales autem potentia sunt mobilium æqualium ejusdem velocitatis (per prop. 1. hic (aa) Et ex mobilium æqualium (bb) et (cc) et *add.* quæ ejusdem velocitatis sunt motu (aaa) conti (bbb) uniformiter continuato longitudes percurrunt temporibus proportionales (3) Nam mobilia (a) ejusdem (b) æqualia *add.* ejusdem velocitatis habent potentiam tran *del.* | (4) Nam L 23 T | (1) percurrat longitud (2) trans (3) pe *del.* | L 24 ${}_1B_2B$, | erunt tem *del.* | L

ad ${}_1B_2B$ ut T ad E . (per propositionem 6. capitis de Motus æquidistributi et uniformis Velocitate). Iam mobilia sunt æqualia (ex hypothesi) et mobilia æqualia ejusdem velocitatis sunt æqualis potentiæ (per propositionem 1 hic). Ergo æquales potentiæ possunt eandem materiæ quantitatem
 5 transferre per longitudes diversas diversis temporibus quæ sint longitudinibus proportionalia. Idem sequitur ex propositione 1. de Actiō. Item ex propositione 13. Nam cum in presenti casu actiōnes sint ut tempora; per dictam propositionem 13. Ergo æqualibus temporibus erunt æquales actiōnes, itaque (per definitionem potentiæ præcedentem) erunt æquales
 10 potentiæ.

Nimirum ejusdem potentiæ est transferre unam libram per unum pedem intra unum minutum et transferre unam libram per duos pedes intra duo minuta. Ex priore enim posterius sponte consequitur continuato motu et utrobique æquali tempore
 15 sumto, actiō est æqualis ideoque et potentia.

Propositio 4

[123]

Si mobilia æqualem contineant materiæ quantitatem, potentiæ motrices absolutæ sunt in ratione duplicata velocitatum seu ut velocitatum quadrata.

20 Nam potentiæ motrices absolutæ, sunt ut actiōnes formales motuum uniformiter exercitæ intra tempora æqualia (per definitionem 1. hic) et mobilia sunt æqualia (ex hypothesi) æqualibus autem existentibus mobilibus et temporibus actiōnes formales sunt in duplicata ratione velocitatum (per propositionem 18 capitis de Actiōnibus). Itaque habetur propositum. Sed
 25 altius ordiendo idem sic conficiemus.

1 propositionem | 5 corr. | L 1 de | (1) Mot (2) Velocitate del. | (2) Motu corr. | uni del. | L 2-3 et | ex del. | mobilibus corr. | L 3 sunt (1) ejusdem del. (2) æqualis add. L 4 Ergo | eadem potenti del. | L 4 potentiæ (1) sunt ex del. (2) possunt (a) una $\rightarrow$ del. (b) eandem del. (c) eandem L 5 diversas | proportio del. | L 6 proportionalia. | || Nimirum del. | L 7 Nam (1) cum del. (2) cum ... casu add. L 7-8 tempora; (1) ergo æqualibus temporibus erunt æquales act del. (2) per prop. 13 add. et del. (3) per | (a) d (b) prop. del. | (c) dictam L 9 potentiæ | hic $\rightarrow$ del. | L 12 intra | unam horam, et transferre del. | L 13 libram | intra del. | L 13-15 minuta. (1) Etsi (a) alia tria (b) enim prior actiō dupla sit, potentia tamen æstimatur (aa) ex eo quod (bb) per id quod ex ipsa sponte consequitur del. (2) Ex ... potentia add. L 14 consequitur | cont del. | L 18 motrices absolutæ add. L 20 (1) Nam potentiæ sunt ut actiōnes uniformes æqualium temporum del. (2) Nam L 20 actiōnes | uniformis trans del. | L 20-21 motuum | uniformis corr. | L 21 intra | (1) idem tempus (2) æquali del. | L 21-22 et ... hypothesi add. L 22 æqualibus (1) autem del. (2) | autem add. | (hoc loco ex hypothesi) add. et del. | L 25 ordiendo | rem del. | L

Sint [Fig. 77, p. 143] æqualia mobilia A et B et velocitates eorum sint graduum $C_{(1)}$ et $D_{(2)}$. Ajo esse potentiam ipsius A ad potentiam ipsius B , ut quadratum ipsius C . (seu ut 1) ad quadratum ipsius D (seu 4). Ponamus mobile A tempore TE motu uniformi transferri per longitudinem ${}_1A_2A$, et mobile B tempore æquali TE transferri motu uniformi per longitudinem ${}_1B_2B_3B$. Erunt longitudo ut velocitates (per propositionem 4. capitis de velocitate motus æquidistributi et uniformis) seu ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_2B_3B$ ut $C_{(1)}$ ad $D_{(2)}$. Assumatur longitudinis ${}_1B_2B_3B$ pars ${}_1B_2B$ (percursa parte temporis TM) et ob motum uniformem (ex hypothesi) eadem qua tota longitudo velocitate D . Jam ob mobilia A et B æqualia et æquales longitudo ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$, erit actio transferendi uniformiter mobile A per longitudinem ${}_1A_2A$ ad actionem transferendi uniformiter æquale mobile B per æqualem longitudinem ${}_1B_2B$ ut velocitates eorum, seu ut velocitas $C_{(1)}$ ad velocitatem $D_{(2)}$ (per propositionem 7. capitis de Actionibus) id est ut longitudo ${}_1A_2A$ ad longitudinem ${}_1B_2B_3B$; rursus actio transferendi B per longitudinem ${}_1B_2B$ est ad actionem transferendi idem per longitudinem ${}_1B_2B_3B$ eadem (ob motum uniformem) velocitate D ut longitudo ${}_1B_2B$, id est ${}_1A_2A$, ad longitudinem ${}_1B_2B_3B$ (per propositionem 1 de Action.) Itaque jungendo prima postremis Actio transferendi mobile A per longitudinem ${}_1A_2A$, est ad actionem transferendi mobile æquale B per longitudinem ${}_1B_2B_3B$ tempore æquali, in duplicata ratione longitudinum, ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_2B_3B$. Sed ob æqualia tempora longitudo sunt ut velocitates ut ostensum est. Itaque actiones sunt in duplicata ratione velocitatum. Sed si æqualia sint tempora et actiones sunt uniformes, utique potentia sunt ut actiones (per definitionem potentia hic.) Sunt ergo potentia æqualium mobilium in duplicata ratione velocitatum, seu ut velocitatum quadrata.

1 (1) Sit mobile *del.* (2) Sint æqualia *add.* **L 1** B | (1) æqualium velocitatum, ajo ea (2) sintque *del.* | **L 1** et *add.* **L 1** eorum (1) sint *add. et del.* $C_{(1)}$ *del.* (2) sint *add.* **L 3** quadratum | C *del.* | **L 3** seu | ut *del.* | **L 3** Ponamus | A *del.* | **L 4** TE (1) absolvere *del.* (2) motu uniformi *add.* **L 4** ${}_1A_2A$, | et idem *del.* | **L 6** ${}_3B$ *add.* **L 7** motus | uniformi *del.* | **L 7** ${}_3B$ *add.* **L 9-10** TM) (1) velocitate eadem D ob motum uniforme *add. et del.* (2) | et ... hypothesi (a) ead (b) velocitate *corr.* æquali *del.* (c) velocitas in (aa) B tota (bb) B tota | do (d) eadem ... D *add.* | . (a) | Ob mobi *del.* | (b) Jam **L 10** mobilia (1) æqualia *del.* (2) A ... | æqualia *add.* | **L 12** transferendi (1) æquale *del.* (2) uniformiter æquale *add.* **L 12-13** longitudinem | (1) ut (2) reciproce ut tempora (3) ut velocitas C ad ve *del.* | (4) ${}_1B_2B$ *add.* **L 13** velocitates |, *acc. non del., del. ed.* | seu ut velocitas *del.* | **L 14** $D_{(2)}$ (1) id est ut *del.* (2) per ... est *add.* **L 15** longitudinem | ${}_1B_3B$. Rursus *del.* | **L 17** (ob ... uniformem) *add. et del. et rursus add.* **L 17** D | (ob motum uniformem). Itaque actiones *del.* | **L 17** ${}_1B_2B$, | (*del.* | id | est *add.* | ${}_1A_2A$ |) *del.* | **L 18** (per ... Action.) *add.* **L 19** transferendi (1) ${}_1A$ *del.* (2) mobile *add.* **L 21** æquali, | ut *del.* | **L 23** actiones | quoque *del.* | **L 23** sunt | (1) ut velocitates sed (2) ut quadrata *del.* | **L 23** si | eadem sit *del.* | **L 25** potentia | præcedentem) *del.* | **L**

Hæc est propositio, quæ etsi ex principiis manifestissimis facili consequentia nascatur; nescio quomodo tamen hæcenus accuratam indagantium perspicaciam effugit. Placet autem cum probatione sua familiaris proponere ad omnium captum hoc modo:

- 5 In actionibus uniformibus (ubi punctum mobilis æqualibus temporibus æquales percurrit longitudes) et æquidistributis (ubi longitudes a quibilibet mobilis punctis simul descriptæ sunt æquales) Actio (*L*) transferendi unam libram intra unum minutum ^[125] per longitudinem veluti trium pedum tripla est actionis
 10 (*M*) transferendi unam libram duplo tempore seu intra tria minuta per eandem longitudinem nempe trium pedum. Quod demonstravimus propositione 7 capitis de Actionibus assumpto axioma, quod major actio sit idem efficere minore tempore; quam hæc ipsa conclusio pro axioma assumi possit, duplum (vel triplum)
 15 esse idem efficere dimidio tempore (aut tertia ejus parte) adeoque triplam esse actionem transferendi idem pondus per eandem longitudinem intra temporis trientem.

Rursus Actio (*M*) transferendi unam libram triplo tempore seu tribus minutis per longitudinem triplam seu per

1 ex | facillimis *del.* | *L* **1** manifestissimis | nascatur *del.* | *L* **5-7** | (1) Quadrupla est po (2) Si dupla sit velocitas (3) Si una hora (4) Potentia unius libræ *del.* | (5) | Quadruplum (a) est (b) (Noncuplum) est *del.* | (6) | Actio (a) potent *add. et del.* (b) adeoque potentia *add. et del.* (c) transferendi unam libram (aa) per (bb) intra unum minutum per (aaa) tres pedes, (bbb) duos (tres) pedes quadrupla (noncupla) est actionis (aaaa) transferendi adeoque potentia, (bbbb) transferendi unam libram intra unum minutum per unum pedem. *del.* | (aaaaa) || Nam *del.* | Actio transferendi unam (bbbbb) Actio | (*L*) *add.* | ... unam *del.* (7) In actionibus uniformibus et æquidistributis (ubi æqualibus temporibus unumq *add. et del.* (8) In actionibus *add. et del.* (9) In ... æquales) *add.* *L* **6** percurrit | spatia *del.* | *L* **8** (1) Nam *del.* (2) Actio *L* **8** unum | med *del.* | *L* **8-9** minutum (1) per (a) tres pedes (b) duos | (tres) *del.* | pedes dupla | (tripla) *del.* | (c) | duos pedes *del.* | dupla (d) ulnam (seu duos pedes) dupla *del.* (2) per longitudes veluti (a) bipedalem (b) duorum pedum (quæ vocetur *A*) *add. et del.* dupla *del.* (3) | per ... pedum *add.* | tripla *add.* | *L* **10** (*M*) *add.* *L* **10** duplo ... seu *add.* *L* **11** tria | duo *corr.* | *L* **11-12** minuta (1) per (a) unum pedem (b) duos pedes. Quod *del.* (2) | per *add.* | (a) ulnam *add. et del.* | (b) eandem ... nempe (aa) duarum (bb) trium pedum. *add.* | (aaa) Quod (bbb) (quæ vocetur *B*) *add. et del.* | (ccc) Quod *add.* | *L* **12** capitis *add.* *L* **14** hæc (1) hoc ipsum *del.* (2) ipsa conclusio *add.* *L* **14** possit, (1) duplum *del.* (2) duplum ... triplum *add.* *L* **15** (aut ... parte) *add.* *L* **15** adeoque (1) duplam *del.* (2) triplam *add.* *L* **16** pondus | (1) intra (2) per unam (3) intra *del.* | *L* **16-17** intra temporis trientem (1) dimidium tempus *del.* (2) temporis trientem *add.* *L* **18** Actio (1) (*B*) *add. et del.* (2) (*M*) *add.* *L* **150.18-151.1** libram (1) | per *del.* | (a) quamdam *del.* | (b) longitudinem duplam, seu per duos pedes *add. et del.* | duplo tempore seu duobus minutis *corr.* | (aa) dupla est actionis *del.* | (bb) per longitudinem duplam seu per duos pedes dupla est *corr.* | Actionis (*N*) *del.* | (2) triplo tempore ... est | actionis (*N*) *add.* | *L*

tres pedes tripla est actionis (N) transferendi unam libram simpla tempore seu uno minuto, per longitudinem simplam unius pedis. Hoc generalius demonstravimus propositione 13 capitis de Actionibus. Sed idem per se ita manifestum redditur: Actio M transferendi unam libram tribus minutis per tres pedes, ter continet actio- 5 nem N transferendi unam libram uno minuto per unum pedem. Nam qui transfert tribus minutis per tres pedes, (in motu scilicet uniformi, et æquidistributo ut subintelligimus) is primo minuto transfert per unum pedem, et secundo rursus et tertio tertia vice. Actio autem quæ aliam actionem ter præcise repetit utique ejus tripla est; nam totum triplum est partis qua ter 10 repetita totum componitur.

Igitur Actio (L) transferendi unam libram intra unum minutum per longitudinem triplam seu trium pedum Noncupla est actionis (N) transferendi unam libram uno minuto per longitudinem simplam seu unius pedis. Cum 15 enim Actio L sit tripla ipsius M , et Actio M sit tripla ipsius N , erit Actio L noncupla ipsius N .

Porro Potentiæ transferendi sunt ut actiones transferendi uniformes, intra æquale tempus exercitæ, seu potentia libram transferendi uniformiter (seu constanti velocitate) intra minutum per 20 longitudinem unam est ad potentiam transferendi uniformiter libram intra minutum per longitudinem aliam ut ipsa Actio transferendi prior ad posteriorem per positam definitionem potentiæ, quam actione ex ipsa per se consequente (adeoque uniformi) intra datæ magnitudinis tempus exercen-

1-2 libram | per *del.* | L 3 generalius *add.* | L 4 idem | (1) re (2) sit (3) m (4) ita *del.* | (5) per se ita *add.* | L 5 pedes, | ter tran *del.* | L 5 continet | tra *del.* | L 6 N *add.* | L 6 pedem. | Nam *del.* | L 7 pedes, | is *del.* | L 7-8 et æquidistributo *add.* | L 9 tertio | denuo *del.* | L 9 vice. | || Igitur *del.* | L 10 est; | (1) ut pa (2) totum tri *del.* | (3) nam *add.* | totum | scilicet *del.* | L 11 totum *add.* | L 14 libram | simpla *tem del.* | L 16 | (1) (a) nam (b) eni *del.* | (2) Actio L 18 | (1) Jam POTENTIA idem mobile per idem tempus transferendi per certam longitudinem motu *del.* (2) Jam potentia transferendi (a) libram per (b) mobile ut libram (aa) per lo (bb) in tempore ut minuto per longitudinem (aaa) tri (bbb) ut trium pium, [*pro 'pedum'?*] est ad (3) Jam potenti *del.* | (4) Jam *del.* (6) Porro *add.* | L 19 intra (1) idem *del.* (2) æquale *add.* | L 19 exercitæ *add.* | L 20 transferendi (1) uniformiter seu eadem mane *add. et del.* (2) uniformiter seu eadem *add. et del.* (3) uniformiter (seu (a) «man» (b) constanti velocitate) *add.* | L 20 transferendi | per minutu *del.* | L 21 longitudinem (1) trium pedem *del.* (2) unam *add.* | L 21 uniformiter | eandem *del.* | L 21 libram | (1) per longitudinem unius pedis ut actio prior ad poste (2) per mi *del.* | L 22 aliam | per ipsæ Actiones *del.* | L 151.23-152.1 per ... æstimamus *add.* | L 23 per | (1) sup (2) posi *add. et del.* | (3) positam *add.* | L 151.24-152.1 exercenda | exercita *corr.* | L

da, æstimamus. Nempe in potentia momentaneum est, quod in Actione succedente per tempus uniformiter est diffusum.

Itaque potentia transferendi unam libram intra unum minutum per longitudinem trium pedum est noncupla
 5 potentia transferendi unam libram intra minutum per unum pedem seu potentia absolutæ mobilium æqualium sunt ut quadrata longitudinum translationis intra tempora æqualia absolvendarum. Nam per articulum præcedentem sunt potentia dictæ ut actio L ad actionem N , actionem autem L actionis N
 10 noncuplam esse ostensum est.

Iam (in motibus uniformibus et æquidistributis) velocitates sunt ut longitudines translationum æqualibus temporibus absolvendæ seu velocitas mobile intra minutum transferendi per tres pedes tripla est velocitatis intra minutum transferendi mobile per unum
 15 pedem, ut manifestum est et demonstravimus propositione 4 capitis de velocitate motus æquidistributi et uniformis.

Itaque tandem potentia absolute mobilium æqualium sunt ut quadrata velocitatum seu duplicata (triplicata) velocitate mobilis, potentia fit quadrupla (noncupla). Et eleganter evenit ut velocitatibus
 20 per rectas repræsentatis, potentia corporis per rectarum potentias (quas vaticinio quodam sic appellarunt Geometræ) exprimantur.

Propositio 5

[127]

Potentia motrices absolutæ sunt in ratione composita ex simplice mobilium et duplicata velocitatum, vel ex
 25 simplice mobilium et duplicata longitudinum per quas

1 Actio | est *del.* | L 2 succedente *add.* L 3 Itaque *del. et rursus add.* L 3 potentia *corr.* | sunt a *del.* | L 6-8 seu ... absolvendarum *add.* L 6 seu *corr. ed.* 6 absolutæ ... æqualium *add.* L 6 absolutæ *add.* L 7 longitudinum | æqualibus temporibus percurrendarum *del.* | L 8 æqualia | motu uniformi *del.* | L 8-9 præcedentem (1) est *del.* (2) sunt ... dictæ *add.* L 9-10 N , | quæ *del.* | Actio *corr.* | ... | noncupla *corr.* | esse ... est *add.* | L 12 ut (1) longitudines *del.* (b) longitudines translationum *add.* L 12-13 temporibus (1) absolvere *add. et corr.* (2) absolvendæ | seu (a) tres pedes intra minutum percurrere (b) tres pedes *del.* | L 13 velocitas (1) percurrendi *del.* (2) mobile *add.* L 14 mobile *add.* L 15-16 pedem, | (ut ... uniformis.) *corr.* | L 18 velocitatum | seu duplo velocius esse *del.* | L 18 duplicata | velocit *del.* | L 19-21 Et ... exprimantur *add.* L 20 corporum *corr.* L 20 quas | vocat *del.* | L 24 duplicata | (1) velocitatum (2) longitu *del.* | L 152.25-153.1 longitudinum | (1) per quas mobili (2) quæ (a) vi (b) ob potentias istas intra *del.* | (3) per quas (a) | mobilia ex *del.* | (b) mobilia *add.* ex ... suarum *add.* | L

mobilia ex virtute potentiarum suarum intra tempus datum uniformiter sese essent translatura.

Sint [Fig. 78.I, 78] mobilia ABC et LM earumque velocitates CD vel ${}_1C_2C$, et MN vel ${}_1M_2M$. Ajo esse potentiam mobilis ABC ad potentiam mobilis LM in ratione composita mobilium ABC et LM , et quadratarum velocitatum seu quadratorum sub CD et MN nempe D_1C_2C et N_1M_2M seu potentias esse ut rectangula solida ${}_1A_1C_2C_1D$ et ${}_1L_1M_2M_1N$ quorum altitudines sint ut mobilia, AC , LM bases ut velocitatum quadrata D_2C et N_2M .

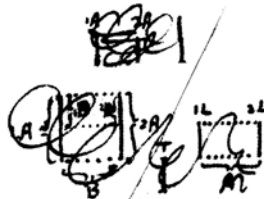
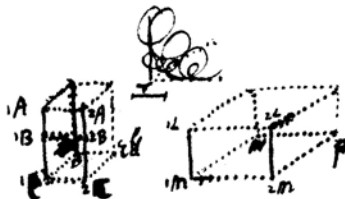
Figura 78.1 (*del.*)

Figura 78

Figura 79 (*del.*)

Nam si mobilia sint æqualia utique potentia sunt ut quadrata velocitatum, adeoque in ratione composita mobilium hoc loco æqualium, et quadratarum velocitatum. Sin mobilia sint inæqualia, et alterutrum ut ABC majus, sumatur ipsius pars AB æqualis minori mobili LM . Potentia ipsius ABC est ad potentiam ipsius AB ut mobilia ABC ad AB , ob velocitatem communem (per propositionem 2. hic). Sed potentia ipsius AB est ad potentiam ipsius LM mobilium æqualium ut quadrata velocitatum CD et MN (per propositionem 4. hic). Ergo jungendo prima postremis potentia ipsius ABC erit ad potentiam ipsius LM in ratione composita mobilis ABC ad AB seu ad mobile LM , et quadratarum velocitatum D_2C ad N_2M . Velocitates autem sunt ut longitudines æqualibus temporibus percurrendæ

1 intra | tempora *del.* | **L 2** uniformiter | propter potentias (1) transf (2) transferre
sese possent *del.* | **L 3** (1) Nam *del.* (2) Sint **L 3** mobilia | *A ... L corr.* | **L 3-4**
velocitates | (1) *CD* et *M* (2) *C*, et *N* ($\leftrightarrow$ *del.* | *CD ...* $_1M_2M$ *add.* **L 4** esse | *m del.* |
L 4-5 mobilis | *ABC corr.* | ad ... (1) *L del.* (2) *LM add.* **L 5** in | *ea del.* | **L 5**
composita (1) | *A* ad *B*, et *del.* | (2) mobilium (*a*) | *A* et *corr.* | (*b*) *ABC* (*aa*) | et *del.* |
(*bb*) et *LM add.* **L 5-6** velocitatum (1) *BB* et *MM add. et del.* (2) seu quadratorum
add. (*a*) sub *CD* et *add. et del.* (*b*) sub ... N_1M_2M *add.* **L 6** seu | esse *acc. non del., del.*
ed. | actiones *del.* | **L 7** esse *add.* **L 7** ut | solida *del.* | **L 7** solida (1) sub mobilium
del. (2) $_1A_1C_2C_1D$ et $_1L_1M_2M_1N$ *add.* **L 8** *AC, LM add.* **L 8** quadrata (1) $_1C_2C_2$
del. | (2) $_1C_1C_1$ (3) D_2C et (*a*) *1M.* (*b*) $2N$ *add. et del.* | (4) D_2C et N_2M *add.* **L 9** | (1)
Sit (2) Si mobilia (3) *S del.* | (4) Nam **L 11** ut | *A corr.* | **L 12** ipsius | *ML del.* |
L 13 *AB,* (1) *per del.* (2) seu *add. et del.* **L 15** quadratum *corr.* **L 18** N_2M | (1)
|| Nimirum si mobile sit ductum potentia (2) Sint *del.* | **L**

(per propositionem 4. capitis de Motu æquidistributi et uniformis) Itaque etiam potentiæ erunt in ratione composita mobilium simplice, et harum longitudinum duplicata.

- 5 Hæc consideratio tali exemplo egregie confirmatur: si per Tubum horizontalem cylindricum intra minutum temporis fluat aquæ pondus datum tunc triplicata celeritate per eundem tubum intra minutum fluet pondus aquæ noncuplum. Et proinde actiones sunt ut quadrata velocitatum. Nam simpla velocitate aqua omnis quæ in tubo est effluit intra minutum et tripla velocitate aqua eadem

- Nimirum potentia transferendi tres libras per duos pedes est duodecupla [128]
10 potentiæ transferendi unam libram per unum pedem.

Propositio 6

- Si quadrata velocitatum vel longitudinum translationis æqualibus temporibus absolvendarum sint mobilibus reciproce proportionalia potentiæ motrices absolutæ sunt
15 æquales, et vicissim si potentiæ sint æquales, quadrata dicta sunt mobilibus reciproce proportionalia.

- Retenta figura propositionis præcedentis, sit mobile *AC* ad mobile *LM* ut quadratum *MNP* ad quadratum *CDE*, manifestum ergo est (ex elementis) factum ex extremis æquari facto ex mediis, seu rectangulum solidum
20 *ACE* potentiam mobilis *AC* æquari rectangulo *LMP* potentiæ mobilis *LM*. Unde et conversa manifesta est.

Nimirum ejusdem potentiæ est motu uniformi horizontali æquali tempore transferre novem libras per unum pe-

1 Motu | uniform. *del.* | L 2 composita | velocitatum et horum *del.* | L 6-10 Hæc ... eodem *del.* L 4 si | aquæ fluat *del.* | L 4-5 horizontalem | (1) des (2) intra *del.* | L 5 intra | mi *del.* | L 5 aquæ (1) centenarius talentum *del.* (2) pondus (a) certum *del.* (b) duplicatu *del.* (c) datum *add.* L 5-6 tunc | «duplicata» *corr.* | L 6 celeritate | intra (1) idem minutum «p» (2) mi *del.* | L 6 aquæ | quadruplum. Quod æstimatur?? *del.* | L 6 noncuplum. | «Nam» *del.* | L 7 proinde | (1) duplicata (2) triplica (3) ve *del.* | L 7 velocitatum. | (1) Nam (a) duplicata (b) ut simpla velocitate tribus minutis (aa) effluit (bb) «plus effl» (cc) effluit pondus triplus (2) Nam simpla velocitate intra minutum effluit pondus simplum. Et tripla velocitate intra minuti trientem effluit pondus simplum. *del.* | L 9 transferendi | (1) unam (2) duas libras per tres pedes *del.* | L 12 translationis *add.* L 13 temporibus | percursarum sint ut mobili *del.* | L 13 sint | (1) in (2) repi (3) reci *del.* | L 14 potentiæ | sint æ *del.* | L 17 præcedentis, | sit *AC* ad *del.* | L 17 *AB* *corr.* L 18 quadratum (1) *L* *corr.* (2) *LM* (3) *MNP* L 18 ergo *add.* L 18-19 elementis) | compositum *del.* | L 19-20 solidum | *L* *del.* | *ACE* | æquar *del.* | L 20 *ABC* *corr.* L 20-21 *LM*. | (1) Et vicissim si (2) Qu (3) Quod et vicissim verum esse manifestum est. *del.* | (4) Unde ... est. *add.* L 22-23 motu ... tempore *add.* L 22-23 horizontali *add.* L 23 transferre | (1) unam libram (2) 1 libram *corr.* (3) 4 libras per unum pedem, et unam libram *del.* | L

dem, et unam libram per tres pedes. Sive corpus unius libræ et velocitatis trium graduum tantundem habet potentia, quantum corpus novem librarum velocitatem habens unius gradus.

Admonitio 1.

5

[129] Corpora consideramus ut in medio liberrimo translata et gravitate exuta, vel si gravitatem ipsis relinquamus, ut mota in horizonte. Ita ut motus sit uniformis, ubi ostendimus potentias esse ut quadrata translationum.

Sed in motu uniformiter accelerato vel retardato qualis gravium est, 10 potentia ponderum æqualium sunt ut ipsæ translationes, perpendiculares horizonti id est ut altitudines quod ex hac ipsa æstimatione nostra consequitur[,] altitudines enim sunt ut quadrata velocitatum, adeoque ejusdem potentia est attollere grave unius libræ ad altitudinem trium pedum, et attollere grave trium librarum ad altitudinem unius pedis. Nam ponde- 15 ra sunt reciproce ut quadrata velocitatum ex quarum vi pondera ad eam altitudinem attolli possunt.

Admonitio 2

Propositiones circa Actionem et potentiam intelliguntur de motibus uniformibus et æquidistributis sed tamen 20 et aliis accommodari possunt.

1 libram | per novem pedes *del.* | L 1-2 pedes. Sive corpus unius libræ et | (x) Sive ejusdem est potentia tres (2) Sive novem (a) pot (b) libra (c) velocit *del.* | (3) Sive | corpus *add.* | una libra *corr.* | et *add.* | L 3 quantum | novem li *del.* | L 4 gradus. | Intelligimus autem translationem ita factam hoc loco, ut a nullo obstaculo externo [129] impediatur, itaque vel a gravitate mobilium abstrahimus animum, vel concipimus gravia *del.* L 6 consideramus (x) | ut gravitate exuta et | in ... translata. | (a) Licet (b) Vel si gr *del.* | (2) | ut *add.* | ... translata L 8 horizonte. | Interim suo loco apparebit, eadem vera esse in gravibus quoque, ita ut quod de (1) alti (2) longitudinibus translationum ostendimus, verum sit etiam de altitudinibus ad quas gravia attolli possunt. Apparebit enim ejusdem potentia esse attollere *del.* | L 8-9 Ita ... translationum *add.* L 8-9 ubi (1) potentia *corr.* sunt ut *del.* (2) ostendimus *add.* esse ut *add.* L 9 translationum | potentia *del.* | L 10 (1) Nam *del.* (2) Sed *add.* L 11-13 potentia ... consequitur *add.* L 11 ponderum æqualium *add.* L 11-13 translationes, (1) id est ut altitudines *add. et del.* (2) perpendiculares ... consequitur *add.* L 13 enim *add.* L 13 adeoque | vero *del.* | L 15-17 pedis. | (1) «—» (2) Utrobique enim po *add. et del.* | (3) Nam ... sunt (a) gravi (b) reciproce ut (aa) duplicata (bb) quadrata ... possunt *add.* L 19 Propositiones (1) | hujus capitis et de Actione *del.* | et | potentia *corr.* | (2) circa Actionem *add.* ... potentiam L

Nam cum mobile non movetur motu æquidistributo sed diversæ ejus partes diversas habent velocitates attribui ipsi toti potest communis quædam velocitas media, quam obtinere licet ope centri gravitatis totius. Et cum mobile per aliquod tempus non movetur motu uniformi, attribui ipsi potest velocitas constans mediæ potentiæ inter velocitates mobili toto tempore competentes.

Ita motum æquidistributum totius mobilis et uniformem totius temporis habebimus; motibus partium propositis magnitudine actionum et potentiarum in summa æquivalentem.

- 10 Si ex tubo aliquo horizontali cylindrico intra minutum certum pondus aquæ, ex eodem intra idem tempus triplicata velocitate effluet pondus aquæ triplum. [130]
Partes effluentes sunt temporibus proportionales ob effluxum uniformem. Rursus celeritate duplicata
Sint «temporis» particulæ 1000. in minuto. Quovis minuto effluit una particula centesima libræ percurrentis [Fig. 79, p. 153] spatium *AB*. Duplicata velocitate, una particula temporis dimidio effluit *AB* «triens» eodem tempore bis *AB*.
15

2 velocitates | in *del.* | *L* 2 ipsi (1) mobili *add. et del.* (2) toti *add.* *L* 3 velocitas (1) | media, *del.* | estque (a) ea ipsa *del.* (b) ut radix quadrata ejus velocitatis *add.* quam haberet (aa) centrum (bb) ipsius *add.* centrum gravitatis si (aaa) omnes pa (bbb) omnia in mobili ferri ponerentur (aaaa) eas (bbbb) ad easdem partes iis (aaaaa) quas habent *del.* velocitates *corr.* (bbbb) quadratis earum quas habent *add.* velocitatum [*hæc linea continua circumscribit, adnotatque L: omittantur inclusa*] | (2) media, ... totius *add.* *L* 3 media, (1) quam vocare liceat *del.* (2) | quæ obtineri *corr.* | potest *del.* | (c) quam ... | licet *add.* | *L* 4 per ... tempus *add.* *L* 5 velocitas (1) quædam media *del.* | cuius quadratum sit medium arithmeticum inter (a) velocitas *corr.* (b) velocitates æqualibus temp *del.* (c) quadrata velocitatum mobilis (aa) in «æq» *del.* (bb) in elementis temporis æqualibus competentium [*hæc denuo linea continua circumscribit, eadem adnotatione (omittantur inclusa) referenda*] | *add.* *L* 7 totius | mobilis *add.* | et temporis *add. et del.* | et æquidistributum *del.* | *L* 7-8 totius temporis *add.* *L* 8 propositis (1) pot *del.* (2) magnitudine *add.* *L* 9 potentiarum (1) magnitudine *del.* (2) in summa *add.* *L* 12-18 Si ... *AB del.* *L* 10 Si (1) in *del.* (2) per tubum aliquem horizontalem cylindricum *corr.* *L* 10 minutum effluat (1) transeat (2) | effluat *add.* | *L* 10-11 aquæ, (1) triplica *del.* (2) per eundem *corr.* *L* 11 intra | min *del.* | *L* 11 tempus | tran *del.* | *L* 11 velocitate effluet (1) transibit (2) | effluet *add.* | *L* 11 aquæ | (1) noncuplum *del.* (2) triplum *L* 12 (1) Nam si intra minutum effluit una libra celeritate simpla. Ergo celeritate tripla (2) Sumatur portio certa aquæ *A*, quæ per tubum transit intra minutum. Dividatur aqua intra tubum in partes infinitas. (a) « $\longleftrightarrow$ æqu $\langle dx \rangle$ » (b) Primo (3) Sunt partes effluere *del.* (4) Partes *L* 13 Rursus | spa *del.* | *L* 14 «temporis» | minuta *del.* | *L* 14 in | « $\longleftrightarrow$ » *del.* | *L* 14 minuto. | Primo minuto *del.* | *L*

[Pars 1. Sectio 4. Caput 1.]
DE TRACTU SEU SPATIO PER MOTUM
ABSOLUTO

Traditio

L LH XXXV 11, 18A, pp. 143-146

L LH XXXV 11, 18A, pp. 131-142

[143] DE SPATIO PERCURSO ET EJUS LONGITUDINE

Definitio 1

5

SPATIUM MOTU ABSOLUTUM SIVE PERCURSUM VEL TRACTUS est summa omnium viarum a singulis mobilis punctis eodem tempore percursarum in mobile ordinatim ductarum.

Ut si mobilis cujusque punctum ponatur gravitatem specificam accipere proportionalem viæ quam descripsit, pondus totius mobilis, erit ut tractus seu notum spatium percursum. Ex his patet quantum nobis differat notio spatii percursum, a notione viæ seu spatii motu designati supra descripta. Licet enim coincident in puncto in motu linea superficiem aut plani solidum generantis viis punctorum angulum semper rectum ad mobile facientibus; atque ita latis ut pars mobilis una alteri non succedat; differunt tamen in aliis casibus. Ut si recta feratur per sua incedens vestigia, via quam facit est recta, spatium percursum est rectangulum planum factum ex via unius puncti in rectam. Idem dicendum, de plano quod in

1 Pars ... 1. *add. ed.* 5 (1) VELOCITAS est affectio mobilis quæ est (a) æqualis in omnibus quorum puncta (b) æqualis (aa) in his quorum (aaa) puncta quævis simul qu (bbb) punctum quodvis spatium spatio alterius puncti æquale describit; puncta simul (b) in quibus quodlibet punctum datæ magnitudinis tempore æquale describit spatium; et in *del.* (2) SPATIUM ABSOLUTUM SIVE PERCURSUM, vel TRACTUS est summa omnium viarum a singulis mobilis puncti percursarum, s *del.* (3) LONGITUDO SPATII (a) est (b) PERCURSI, est |longitudo *add.* | lineæ quæ ducta in mobile dat spatium percursum. Seu *del.* (4) | *defin. 1. add.* | || SPATIUM L 6 ABSOLUTUM | SIVE PE *del.* | L 6 PERCURSUM | est tractus *del.* | L 6 VEL | TRACTUS $\longleftrightarrow$ *del.* | L 7-8 eodem tempore *add.* L 157.11-158.11 Ex ... sunt *add.* L 13-14 superficiem (1) describentis lineis *del.* (2) aut ... solidum *add.* L 14 punctorum | quidem semper *del.* | L 14 angulum | (rectum) *del.* | L 14 rectum | <mo> *del.* | L 17 rectangulum planum *add.* L 18 ex | longitudel. | L 18 in (1) rectam. Et mobile *del.* (2) rectam *add.* L 18 plano | licet per s $\leftrightarrow$ *del.* | L

plano congruentis motu rectilineo incedit ubi via est planum, spatium per-
 cursum est ex plano in viam puncti ducto factum rectangulum solidum.
 Solidi moti via est solidum, sed spatium percursum est quatuor dimensio-
 num, nec melius repræsentari potest quam pondere solidi ejusdem cujus
 5 puncta sunt gravitatibus specificis ad vias suas proportionalibus onerati. Et
 quod memorabile est, si omnia mobilis puncta semper ad easdem partes,
 quibuscunque velocitatibus aut flexibus tendant, spatium percursum habe-
 tur ex ductu viæ centri gravitatis voluminis seu figuræ mobilis, in ipsum
 mobilis volumen quod in areis spatiorum designatorum seu generatorum
 10 neque succedit, nisi quando spatiis percursis coincidunt aut proportionalia
 sunt.

Propositio 1

Tractus puncti est ipsa puncti via.

Patet ex definitione cum in puncto non nisi unicum sit punctum.

15 *Propositio 2*

In motu æqualiter distributo tractus est factum ex via
 unius puncti, in totum mobile.

Nam (per definitionem 1.) fit singulis viis in puncta respondentia or-
 dinatim ductis, singulæ autem sunt æquales (per definitionem 2) idem est
 20 ergo ac si unius puncti via ducatur in totum mobile.

Perinde scilicet est tractus loco in motu æqualiter distributo ec pondus
 in gravi cujusque eadem ubique est gravitas specifica.

Definitio 3

LONGITUDO TRACTUS SEU SPATII PERCURSI vel LONGITUDO PERCURSA
 25 est longitudo lineæ quæ ducta in mobile dat tractum.

2 est | solidum *del.* | L 4 pondere | gravis ita *del.* | L 4 ejusdem | ita ut *del.* | L 6
 partes, | quibuscunque *del.* | L 8 gravitatis | mobilis in mobili *del.* | L 12-14 (1)
 Defin. 2 || (a) MOTUS (aa) UNIFORM (bb) ÆQUALITER DISTRIBUTUS est cum via a quolibet
 mobilis puncto eodem tempore descripta est æqualis. || Itaque (aaa) tractu (bbb) in eo
 tractus est velut pondus mobilis gravis cujus eadem est ubique (b) In motu æ (2) Tractus
 puncti est ipsa puncti via. Nam in puncto non aliud datum punctum quam ipsummet
add. et del. (3) Prop. 1 ... punctum *add.* L 13 est (1) ipsum punctum *del.* (2)
 ipsa ... via *add.* L 14 cum | non *acc. non del., del. ed.* | aliud sit *del.* | L 16-17
 ex (1) mobili in linea *del.* (2) | via unius *add.* | puncti | cuiuslibet *del.* | L 17
 mobile || Patet ex def. 1. hic *del.* | L 20 si | una *del.* | L 21 tractus | hoc *del.* | L 22
 specifica | Itaque si mobile sit linea repræsentabitur tractus per rectangulum cujus altitudo
 sit linea æq *add. et del.* | L 24 TRACTUS SEU *add.* L 24 SPATII | seu TRACTU *del.* |
 L 24 PERCURSI (1) SEU TRACTUS *del.* (2) | vel (a) longitudo percursa (b) «etiam» (c)
 LONGITUDO PERCURSA *add.* | L

Itaque si mobile sit linea vel superficies repræsentabitur tractus per rectangulum cujus altitudo sit longitudo tractus, basis mobilis linea vel superficies in rectam vel planam extensa.

Propositio 3

Spatia percurta sunt in ratione composita longitudinum 5
suarum, et mobilium.

Constat ex definitione 3.

Propositio 4

Longitudo tractus in motu uniformiter distributo est
longitudo viæ unius puncti. 10

Hæc enim ducta in mobile dat tractum (per propositionem 2.) ergo est
longitudo tractus (per definitionem 3).

Ut gravitas specifica unius puncti eadem est quæ gravis «ubique» ean-
dem gravitatem specificam habentis. Est scilicet longitudo tractus id ip-
sum quod in capite de motu æquidistributo et ejus velocitate appellavimus 15
longitudinem motus; et utrobique longitudinem percursam.

[145] Nam cum tractus et mobilia sint æqualia, erunt et longitudines tractum
æquales (per propositionem 3) jam longitudo tractus in motu æqualiter distri-
buto est longitudo viæ unius puncti (per definitionem 3 juncta propositione 2)
ergo et in altero æquali. 20

Propositio 5

Longitudo viæ puncti in motu uniformiter distributo
quo idem mobile tantum spatii absolvit, quantum in mo-
tu proposito, est longitudo tractus in motu proposito.

1-3 itaque ... extensam *add.* L 1 sit (1) linea *del.* (2) linea ... superficies *add.* L
2 sit | linea recta lineæ «motæ» æqualis *del.* | L 4 (1) | Prop. 3 || Si ponamus mobile
percurrisset spatium datum *del.* | (2) | Prop. 3. || Si (a) æqualia *corr.* (b) æquales sint
tractus et æqualia mobilia, æquales sunt tractuum longitudines || Prop.
del. | (3) | Prop. 3 || Longitudo (a) tractus (b) spatii percursi est æqualis (aa) longitudini
(aaa) rectæ (bbb) quam (aaaa) mot (bbbb) punctum (aaaaa) mobilis motu æqualit
(bbbbbb) in mo (cccc) ejusdem mobilis si motus ejus æqualiter distribuetur percurrere
debet, ut spatium percurrere posset (bb) longitudini viæ a puncto ejusdem mobilis motu
æqualiter distributo percurrendo ut (aaa) trac (bbb) spatium (aaaa) per (bbbb) fa (cccc)
percurratur priori æquale *del.* | (4) Prop. 3 L 5 (1) Tractus sunt *del.* (2) Spatia L
5 composita | longi *del.* | L 8 (1) | Prop. 4. || Si ejusdem mobilis duo sint
tractus (a) unus quali (b) æquales, unus factus motu qualicunque, alter
motu uniformiter distributo, erit longitudo tractus, eadem quæ (aa)
longitudinis *corr.* (bb) longitudo (aaa) lineæ (bbb) viæ puncti (aaaa) uni
(bbbb) in motu uniformiter distributo *del.* | (2) Prop. 4 L 9 est | via «*del.* |
L 11 2.) | hoc *del.* | L 13 Ut | pondus *del.* | L 14-16 Est ... percursam *add.*
L 16 utrobique | lineam percurs *del.* | L 17-20 Nam ... æquali. *del.* L 22 (1)
Si *del.* (2) Longitudo | (a) viæ puncti (b) tract *del.* | L 22 in | tractu *del.* | L

Nam longitudo viæ puncti, est longitudo tractus uniformiter distributi (per propositionem 4) et hujus longitudo eadem est quæ tractus propositi quippe ex hypothesi æqualis, quoniam mobilibus et tractibus æqualibus eadem est longitudo tractus (per definitionem 3).

- 5 Ut si grave varias in variis locis gravitates específicas habeat, et quærat aliud grave ejusdem voluminis, ejusdem ponderis, eandem ubique habens gravitatem specificam. Ea erit ipsa gravitas specifica (media) gravis propositi, respondes longitudini tractus seu spatii percursi.

Propositio 5

[146]

- 10 Si recta circa suas extremitates in eodem plano æquales absolvant angulos revolutionis, erunt tractus in duplicata ratione rectorum.

Propositio 6

- 15 Circulorum, vel æqualis altitudinis cylindrorum; horumve sectorum; circa suos axes eosdem angulos revolutione absolventium tractus, sunt in triplicata ratione diametrorum.

Propositio 7

- 20 Sphærarum ejusdem revolutionis circa axem angulos (vel integram revolutionem) absolventium tractus sunt in quadruplicata ratione diametrorum.

- Hæ propositiones facile constant. Nam superficies sphericæ concentricæ sunt in duplicata ratione distantiarum, ducantur in vias sui quodque puncti, quæ sunt in ratione distantiarum simplice, sicut tractus (per propositionem 4.) qui proinde sunt in triplicata ratione distantiarum. Et summa omnium sunt ut biquadrata maximarum distantiarum (ex quadraturis parabolæidum) id est in quadruplicata ratione radiorum seu diametrorum.

1 Nam | cum (1) tractus (2) motu (3) tractus (a) in (b) uniformiter distributi longitudo est del. | L 3 mobilium corr. L 7 (media) | mobilis del. | L 7 gravis | posi del. | L 9-12 *Propositio 5* ... rectorum add. L 10 | (1) Si (a) recta moveatur corr. (b) rectæ moveantur in plano circa centrum del. | (2) Si L 10 recta | circa sua centra in eo del. | L 10 extremitates | revolutæ del. | L 14 vel (1) ejusdem del. (2) æqualis add. L 15 suos | —s del. | L 22 Nam | (1) sphæræ exempli causa sunt in triplicata ratione diametrorum (2) sp del. | L 23 in | tri del. | L 23 in (1) longitudinem unius puncti, del. (2) viam corr. (3) vias | unius puncti del. | L 24 puncti, | quod est in (1) distantia (2) ratio del. | L 24 distantiarum | , ergo del. | L 26 ut (1) cubi ultimarum del. (2) biquadrata add. L 26 distantiarum | , id est radiorum seu diametrorum del. | L 27 parabolæidum) | ergo del. | L 27 est (1) ut cubi diametrorum del. (2) in ... ratione add. L

Propositio 8 problema

Tractus superficierum, imo et solidorum figuris planis (proportionalibus) repræsentare, et per has metiri. Hoc nunc quidem innuere potius quam explicare possum.

Nempe cum alibi (tractatione de ductibus) a me ostensum sit in omni solido utcunque moto repertum iri superficiem motu æqualiter distributo motam et in superficie lineam et per has mobile propositum dividi in Elementa. Tantum opus est exhiberi figuram planam, cuius elementa sint in ratione composita elementorum mobilis, et longitudinum tractus cuiusque elementi. Quod alibi illustravi eademque ad varia ductuum genera possunt applicari.

[131] DE TRACTU SEU SPATIO PER MOTUM ABSOLUTO[†]*Definitio 1*

TRACTUS MOBILIS vel SPATIUM ABSOLUTUM sive PERCURSUM est factum ex viis singulorum mobilis punctorum simul descriptis, in mobile ordinatim ductis.

Ut si mobilis cujusque punctum ponatur gravitatem specificam accipere proportionalem viæ pondus totius mobilis erit ut summa omnium viarum in mobile ordinatim ductarum, hoc est ut spatium percursum seu tractus. Ita [Fig. 80, p. 163] si recta AB angulo ad ${}_1B{}_3B$ recto moveatur ex ${}_1A{}_1B$ in ${}_3A{}_3B$ spatium motu dimensum seu tractus est rectangulum ${}_1A{}_3B$; et idem hoc loco est spatium motu designatum seu vestigium motus. Sed si rectangulum planum $ABCD$, intra rectas ${}_1A{}_1D$, ${}_1B{}_1C$ continuatas motum transferatur ex

[†]In marg. add. et del. L spatium designatum zu præmittiren dubito adhuc

1-4 (1) *Propositio 8.* || Tractus solidorum repræsentare per tractus superficierum, et tractus superficierum per tractus linearum. del. (2) *Propositio 8 ... possum add.* L **2-4** planis (1) repræsentare del. (2) (proportionalibus) repræsentare, (a) ut mensuram (b) ut (c) et ... possum add. L **5** cum | (1) in omni (2) alibi del. | (3) alibi ... ductibus) add. L **6** solido | repertum del. | L **7** lineam (1) . Exhibeant del. (2) , add. L **7** mobile add. L **7** propositum | extensum add. et del. | L **8** exhibere corr. L **9** mobilis add. L **10** Quod (1) ali~~quod~~ corr. «ea» del. (2) alibi L **10** illustravi | (1) quæ et (2) quæ del. | (3) eademque add. et del. (4) eademque add. L **14** MOBILIS (1) vel VIA PLENA del. (2) vel SUMMA del. SPATII corr. (3) SPATIUM (a) PERCURSUM del. (b) ABSOLUTUM ... PERCURSUM add. | aut SPATIUM MOTU DIMENSUM del. | L **15** ex | sin del. | L **15** mobilis add. L **15-16** punctorum (1) mobilis del. (2) simul descriptis add. L **17** hic vertatur rectangulo inclusum scrips. et del. L **17-19** Ut ... tractus add. L **19** est | spatium absolutum del. | L **20** (1) Ut del. (2) Ita add. L

${}_1A_1B_1C_1D$ in ${}_3A_3B_3C_3D$, vestigium motus seu via simplex est rectangulum planum ${}_1A_3C$; via autem plena seu tractus est factum ex rectangulo $ABCD$ ducto in rectam ${}_1A_3A$ æqualem lineæ motus seu viæ vel tractui cujusque puncti (in punctis enim coincidunt semper via et tractus.) Hoc est [Fig. 81, 5 p. 163] ut rectangulum solidum ACE cujus basis est rectangulum planum $ABCD$, altitudo vero æqualis ipsis ${}_1A_3A$ vel etiam parallelepipedum; nam ad tractus quantitatem æstimandam nihil interest, quo angulo applicetur via puncti ad mobile, modo enim in omnibus tractibus inter se comparandis idem observetur angulus eadem manet proportio. Præstat tamen constanter uti angulo recto. Quod si diversa mobilis puncta diversæ magnitudinis lineas describant, etiam tractus inveniri possunt, ut si radius LM [Fig. 82, p. 163] agatur circa centrum L , nec plus una circulatione absolvat, tractus erit ut ipse sector descriptus LMN , qui simul est via radii LM . Sed si recta AB in radio moto peculiariter moveatur recedens a centro, ita ut dum 15 transit ab ${}_1A_1B$ in ${}_1\alpha_1\beta$, simul hinc transeat in ${}_2A_2B$ via est quadrilinium ${}_1A_1B_2B_3B_3A_2A_1A$.

TRACTUS MOBILIS vel VIA PLENA, vel SUMMA SPATII PERCURSI, aut SPATIIUM MOTU DIMENSUM est factum ex viis singulorum punctorum mobilis in mobile ordinatim ductis. Sed tractus seu summa viarum omnium punctorum, huic viæ non est proportionalis; habetur autem tractus ut suo loco patebit, cum via centri gravitatis voluminis seu figuræ ducitur in mobiles volumen seu extensionem (si modo puncta diversa non eant in contrarias partes) quod ad viam mobilis metiendam non sufficit, nisi cum coincidit cum tractu.

25 Si sphæra rotetur uniformi vertigine (si placet) circa suum axem immotum, tractus sphæræ erit ut pondus sphæræ factum si quodlibet ejus punctum gravitatem specificam accipiat viæ a se percursæ proportionalem; unde

2 ${}_1A_3C$; | sef del. | L 5 ut add. L 6 altitudo | add. et del. | L 6 add. L 9-10 Præstat ... recto add. L 10 uti | recto del. | L 10 puncta | diversas velocitates habeant del. | L 11 LM add. L 12 centrum | L add. |, | et angulum quæ del. | L 13 ut add. L 13 LMN add. L 19-24 sed ... tractu add. L 19 seu (1) quantitas del. (2) summa add. L 20 habeturque corr. autem add. L 21 voluminis ... figuræ add. L 21 in (1) rectam. Quod del. (2) mobiles add. L 22 volumen ... extensionem add. L 22-23 (si ... partes) add. L 23 cum | trac del. | L 25 vertatur vid. sign. ☉ scrips. et del. L 25 | (1) Ut si sphæra rotetur circa axem del. (2) Ut si duæ sphæræ rotentur circa suas axes, inæqualis fortasse velocitate vertiginis, del. | (3) | Ut del. | si L 25 uniformi ... placet add. L 25-26 axem (1) , et cubus del. (2) immotum, (a) | et cubus sua quadam recta incedat del. | uniformi (si lubet) add. et del. | per rectam plani (aa) immobi (bb) quiescentis del. | (b) tractus (aa) | «m» del. | (bb) sphæræ | vel cubi add. et del. | L

si duæ sphæræ sic rotentur erunt earum tractus inter se in ratione composita ex quadruplicata diametrorum, simplicibusque vertiginum et temporum. Vertiginem autem metior quantitate anguli descripti, si circulandi velocitas eadem dato tempore continuaretur. Ex his intelligimus quantum intersit inter tractum (seu spatium absolutum) et viam, etsi aliquando tractus 5 sint ut viæ.

[133]

Propositio 1

Si mobilis gravitas specifica in quovis puncto, sit ut via ejusdem puncti; tunc spatium a mobili absolutum erit ponderi proportionale. 10

Nam tractus seu spatium absolutum fit ex viis punctorum in mobile ordinatim ductis (per definitionem hic). Sed ductus sunt ut pondera

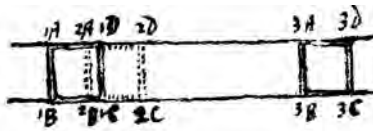


Figura 83.1 (*del.*)

Figura 83

mobiliū, si ordinatim ducta sint ut gravitates specificæ, recipientia vero ductum ut mobilia (per propositionem 1. de ductibus).

Propositio 2

Si mobile sit punctum[,] tractus seu spatium motu absolute solutum est ipsa puncti via.

Sequitur ex definitione, nam singula puncta ad unicum reducuntur, et viæ ad unicam, scilicet ipsam huius puncti lineam.

Propositio 3

Si mobile sit linea, spatium motu absolutum est ut area superficiei factæ per rectas viæ cuiusque puncti proportionales, ipsi lineæ in rectum extensæ eodem angulo (recto) in puncto respondente insistentes.

Cum enim tractus sit ductus factus ex lineis a puncto descriptis in mobile ordinatim ductis (per definitionem hic) et ductus sint proportionales figuris isogoniis proportionaliter formatis (:per propositiones 6 et 7. de ductibus) habetur propositum.

Sit [Fig. 83.1, 83, p. 164] linea mobilis ABC cuius extrema A et C describant lineas ${}_1A_2A_3A$ et ${}_1C_2C_3C$ cuius[que] punctum quodvis ut B describat lineam ${}_1B_2B_3B$, fiat figura orthogonia, comprehensa recta ${}_3A_3B_3C$ et rec-

2 mobilia | (ex definitione ductus *del.* | separatim suo loco explicata *add. et del.* |). Ergo tractus sunt ut pondera dicta. *del.* | L 2 ductibus | || (1) Ins (2) in mobili trium dimensionum (3) in corpore mobili (a) datur superficies cuius (b) dantur inf *del.* | L 4 punctum | coincidit via et *del.* | L 4 motu *add.* L 5 est ... via *add.* L 5 ipsa puncti *add.* L 6 | A Singula *del.* (2) Sequitur L 7 viæ | «ut uni» *del.* | L 9 linea, | «m» *del.* | L 9 motu *add.* L 10 factæ | per *add.* | rectis *corr.* | L 10-11 puncti (1) æqualibus *corr.* (2) æquales *del.* (3) proportionales *add.* L 11 lineæ | (1) eodem angulo insistentes in puncto res (2) (si placet transformatæ) (3) (transformatæ si lubet) *del.* | (4) in ... extensæ *add.* | L 13-16 Cum ... propositum *add.* L 13 enim | ductus *del.* | L 13 in | lineam *del.* | L 14 ductis | (prop *del.* | L 15 isogoniis | (per prop. 6. et 7. de ductibus) *del.* | L 17 linea *add.* L 17-18 ABC (1) cuius (a) puncti describant (b) punctum quodvis ut B describat lineam BB *del.* (2) cuius ... ${}_1C_2C_3C$ *add.* L 19 figura | isogonia *del.* | L 19 orthogonia, | «cui» *del.* | L

tis ad hanc normalibus ${}_3ADG$, ${}_3CFK$, et linea GHK , sic ut ordinata quævis normalis ipsi ${}_3A_3B_3C$, sit ${}_3BEH$. Et viis punctorum ${}_1A_2A$, ${}_1B_2B$, ${}_1C_2C$; itemque ${}_1A_2A_3A$, ${}_1B_2B_3B$, ${}_1C_2C_3C$ sint respective proportionales ordinatæ ${}_3AD$, ${}_3BE$, ${}_3CF$; itemque ${}_3ADG$, ${}_3BEH$, ${}_3CFK$; et idem fiat respectu alterius mobilis LMN , pro punctis D , G , E, H , F , K , substituendo P , S , Q , T , R , V . Ajo tractus seu spatia absoluta, fore figuris orthogoniis respondentibus proportionalia; sic tractus ab ${}_1A_1B$ in ${}_2A_2B$; est ad tractum ab ${}_1A_1C$ in ${}_3A_3C$ ut figura ${}_3ADE_3B$ ad ${}_3AGK_3C$; et tractus ab ${}_1A_1C$ in ${}_2A_2C$ ad tractum ab ${}_1L_1N$ in ${}_2L_2N$, ut figura ${}_3ADF_3C$ ad ${}_3LPR_3N$; et tractus ab ${}_1A_1C$ in ${}_3A_3C$ ad tractum ab ${}_1L_1N$ ad ${}_3L_3N$, ut figura ${}_3AGK_3C$ ad figuram ${}_3LSV_3N$. Pro orthogoniis substitui possunt figuræ isogoniæ quævis, modo in omnibus ordinatim applicatis semper idem angulus servetur. Nec refert linea curva durante motu in rectam extendatur, an sit rigida, modo in rectam extendi deinde fingatur.

Propositio 4

15

Si mobile sit superficies, spatium motu absolutum est ut area solidi facti per rectas superficiei in planum extensæ ad angulos rectos insistentes in punctis responden-

2 ${}_3BEH$ (x) et viis punctorum ${}_1A_2A$, ${}_1B_2B$, ${}_1C_2C$; itemque ${}_1A_2A_3A$, ${}_1B_2B_3B$, ${}_1C_2C_3C$ sint proportionales (a) ipsæ *corr.* (b) ipsis ord (c) ordinatæ ${}_3AD$, ${}_3BE$, ${}_3CF$ itemque ${}_3AG$, ${}_3BH$, ${}_3LK$; itemque fiat in alio mobili LMN , ajo esse hæc proportionalia: (aa) tractus *corr.* (bb) tractum mobilis AB ab ${}_1A_1B$ ad ${}_2A_2B$, item ab ${}_1A_1B$ ad ${}_3A_3B$; | deinde *add. et del.* | tractum mobilis ABC ab ${}_1A_1B_1C$ ad (aaa) ${}_3A_3B_3C$ *corr.* (bbb) ${}_2A_2B_2C$; item ${}_1A_1B_1C$ ad ${}_3A_3B_3C$; ($aaaa$) item ($bbbb$) tractum mobilis ($aaaaa$) LMN ad ${}_3L_3M_3N$; proportionales respective figuris orthog ($bbbbb$) LMN ab ${}_1L_1M$ ad ${}_2L_2M$; et tractum mobilis LMN ab ${}_1L_1M_1N$ ad ${}_3L_3M_3N$ $\longleftrightarrow$ proportionales ($aaaaaa$) figuris ($bbbbbb$) respective figuris orthogonis ${}_3ADE_3B$, | item *add. et del. et add.* | ${}_3AGH_3B$; $\longleftrightarrow$ ${}_3ADF_3C$, item ${}_3AGK$ *add. et del.* (2) . *add. L 2 et corr. L 2* ${}_1C_3C$ *corr. L 3* respective *add. L 3* ordinatæ | ${}_3AD_3$ *del.* | $L 6$ Ajo | (x) tract (2) sp *del.* | $L 6$ fore | spa *del.* | $L 7$ tractus | ${}_1A_1B$ *del.* | $L 8$ ab (x) | ${}_1A_1B$ *corr.* | ad ${}_2A_2B$ *del.* | (2) ${}_1A_1B$ | in ${}_2A_2C$ *add.* | $L 8-9$ ab (x) ${}_1L_1M$ ad ${}_3A_3M$ *del.* (2) ${}_1L_1N$ (a) ad *del.* (b) in *add.* ${}_2L_2N$, | ut $\longleftrightarrow$ *corr.* | figura *add.* | $L 9$ ${}_1A_1C$ (x) ad *del.* (2) in *add. L 10* ${}_3LSV_3N$. Cum enim tractus sit ductus | factus *add.* | ex lineis a puncto descriptis in mobile ordinatim ductis, (per definitionem) et (x) iam ubique vari (2) et ductus sint proportionales figuris isogoniis (per propositiones 6 et 7 de ductibus) proportionaliter formati (per propositiones 6 et 7 de ductibus) habetur propositum *del.* $L 12$ servetur |, *acc. non del., del. ed.* (x) potest etiam semper intelligi (2) potuisset etiam *del.* | $L 13$ durante motu *add. L 13-14 an (x) ipsi rectæ insistant ad angulos rectos, | et *add.* | in eodem plano an in diverso, ut cum fit (a) superficies cylindri (b) | portio *acc. non del., del. ed.* | superficiei cylindricæ. Commodissimum est semper intelligi lineam mobilem extendi in rectam, et ei ad angulos rectos in eodem plano applicari ordinatas *del.* (2) sit ... fingatur *add. L 16* motu *add. L 17-18* superficiei (x) isogonaliter *del.* (2) in ... rectos *add. L**

tibus ipsis lineis a puncto quovis mobilis descriptis proportionales.

Patet ad eum modum quo præcedens.

Definitio 2

[135]

5 MOTU ÆQUALITER DISTRIBUTO MOVETUR cujus omnia puncta æquales lineas simul describunt.

Mobile $ABCD$ [Fig. 84.1, 84] transferatur ex loco ${}_1A_1B_1C_1D$ per ${}_2A_2B_2C_2D$ in ${}_3A_3B_3C_3D$ sic ut duo quævis puncta ejus B et C simul describant lineas inter se æquales. Illud ${}_1B_2B_3B$, hoc ${}_1C_2C_3C$, hoc ipsum est quod motum æqualiter distributum appello. Qui non tantum in rigido locum habere potest; aut flexili vel
10 liquido vel etiam dissoluto sed consentienter moto; verum etiam cum puncta mobilis eandem inter se distantiam non servant. Ut igitur in motu uniformi idem punctum quodlibet æqualibus temporibus æqualiæ describit spatia, ita in motu æqualiter distributo diversa puncta quælibet eodem dato tempore æqualia spatia describunt. Nec proinde coincidunt uniformis et æqualiter distributus. Ut
15 si mobile supradictum $ABCD$ majori tempore transeat ex ${}_1A_1D$ in ${}_2A_2D$, quam ex ${}_2A_2D$ in ${}_3A_3D$, motus æqualiter distributus, non erit uniformis. Contra si sphaera uniformi vertigine rotetur circa suum axem, motus uniformis non erit æqualiter distributus, eodem enim tempore puncta inæqualiter ab axe remota inæquales
20 arcus describunt. Illud certum est mobile rigidum cujus omnia puncta describunt lineas rectas moveri motu æqualiter distributo, quod demonstrare non est hujus loci.

Definitio 3

25 LONGITUDO TRACTUS, vel SPATHI MOTUS est longitudo lineæ quæ ducta in mobile dat tractum.

Definitio 2

[136]

VELOCITAS VERA est affectio ejus quod motu æqualiter distributo movetur, proportionalis lineæ quam punctum ejus percurreret motu per tempus datæ magnitudinis uniformiter continuato.

30 Sint mobilia [Fig. 85, p. 167] ut AB et CD , ambo mota motu uniformiter distributo et status præsens movendi cujusque sit talis, ut si is uniformiter contin-

1 mobilis | (1) pe (2) percursis del. | L 3 præcedens. | || Nec refert del. | L 3
in imo pagine reclamantes Defin. 2 del. Prop. 5 add. L 166.4-167.17 Definitio 2 ...
impetus del. L 4 (1) DE VELOCITATE || Definitio 1 del. (2) Definitio 2 add. L 5
puncta (1) iisdem temporibus corr. (2) eodem tempore del. (3) simul add. et del. (4)
iisdem temporibus add. et del. L 6 lineas (1) $\longleftrightarrow$ corr. (2) describunt del. (3) | simul
add. | describunt L 8 simul add. L 8 lineas | æquales ${}_1B_1C$ del. | L 10 aut (1)
ubi del. (2) flexili vel add. L 11 vel ... sed add. L 11 etiam add. L 11 moto; (1)
sed del. (2) verum add. L 11 cum | dis del. | L 15 distributus. | Nam idem punctum
del. L 16 mobile | supradictum add. | (1) AD celeri del. | (2) $ABCD$ | celerius del. | L
17 ${}_3A_3D$, | motus non erit uniformis; del. | L 24 (1) Linea tractus del. (2) LINEA
corr. (3) LONGITUDO L 24 vel | LINEA del. | L 24 est (1) linea del. (2) longitudo
lineæ add. L 25 tractum | (1) . || Si qu (2) , seu linea quam del. | L 27 VERA add. L
29-30 continuato | : dicitur et VELOCITAS VERA vel SIMPLEX del. | L 166.31-167.1
distributo (1) temporibus, quæ sint æqualia ipsi T del. (2) et ... durantibus add. L 32
præsens add. L

uaretur ab unoquoque per tempora æqualia ipsis T ; iisque durantibus punctum aliquod ipsius AB , ut A describeret lineam ${}_1A_2A_3A$, rursusque punctum aliquod ipsius CD ut C , lineam ${}_1C_2C_3C$; his positis velocitates mobilium AB , CD , dicentur esse eæ affectiones, (in quantitate consistentes) quæ non aliter æstimantur, quam ut sint inter se, in ea proportionem in qua lineæ ${}_1A_2A_3A$ et ${}_1C_2C_3C$. Ita ut velocitas puncti uniformiter moti nihil aliud sit quam affectio ejus, proportionalis lineæ quam dato tempore describit; et velocitas puncti etiam non-uniformiter moti, sit proportionalis lineæ quam descripturum esset, dato tempore, si motum quem habet uniformiter continuaretur. Velocitas autem mobilis cuius motus est æqualiter distributus, seu cuius plura puncta simul æquales lineas describunt eadem est, quæ velocitas cujuscunque ex eius punctis. Quod si diversa ejusdem mobilis puncta diversis motibus moveantur ut fit cum sphaera movetur circa axem immotum, non potest certa quædam velocitas vera assignari ipsi mobili, assignatur tamen velocitas media quam scilicet habiturum esset mobile, si fingeretur motu æquabiliter distributo ferri, ita ut eadem proveniret quantitas spatii percursum dato tempore, quæ nunc computatis invicem omnium punctorum motibus; seu ut eidem qui nunc prodeat quantitas impetus.

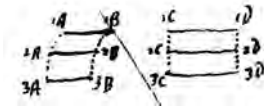
Figura 85 (*del.*)Figura 86.1 (*del.*)

Figura 86

Propositio 5

Omnis superficies mota constituitur ex infinitis lineis et omne corpus motum constituitur ex infinitis superfici- 20
ciebus quarum quævis movetur motu æqualiter distributo.

1 tempus æquale *corr.* **L 1** T ; | eoque durante *del.* | **L 2** describat *corr.* **L 3** his positis *add.* **L 3** velocitates | ipsorum AB *del.* | **L 4** esse | inter se in ea proportionem, *del.* | **L 4** affectiones, | quanti *del.* | **L 5** se, | ut lineæ; hoc est, velocitas *del.* | **L 6** ejus, *add.* **L 9** mobilis | (1) in quo plura (a) sint (b) insunt puncta *del.* | (2) cuius *add. et del.* | (3) cujus motus est æqualiter «dis» *add. et del.* **L 10** puncta (1) æqualibus temporibus *del.* (2) simul *add.* **L 12-13** ut ... immotum *add.* **L 13** velocitas | (1) as (2) «exacta» *del.* | **L 15** eadem | sit *del.* | **L 19-21** (1) In *del.* omni *corr.* superficies mota | (a) dantur infi (b) sunt *del.* | infinitæ lineæ *corr.* | (aa) motæ motu æqualiter distributo *del.* | (b) quarum ... et | in *del.* | omni *corr.* | corpore moto sunt *del.* | infinitæ superficies *corr.* | (2) Omnis ... mota (a) constituitur ex *add. et del.* (b) in elementa resolvitur *add. et del.* (c) constituitur ex *add.* infinitis lineis ... et omne | corpus motum constituitur ex *add.* | infinitis superficiebus **L**

Constitui dico non componi; sequitur ex demonstratione propositionis 12. de ductibus.

Sic si cylinder L [Fig. 86. I, 86] moveatur circa centrum C , constituitur ex infinitis superficiebus cylindricis concentricis ut L , M , N . quarum quævis
5 motu æqualiter distributo movetur, ita ut nempe ejus puncta simul æquales percurrant rectas. Manifestumque est ab ipsis omnia solidi puncta absumi, præterquam cadentia in axem, quæ nihil solido homogeneum constituunt.

Propositio 6. Problema 1

Exhibere figuram planam proportionalem tractui mobili
10 lis solidi.

Quoniam solidum constituitur ex infinitis superficiebus, quarum quævis movetur motu æqualiter distributo (per præcedentem,) dividi per eas
intelligatur in sua elementa solida. Inde ducatur linea quæcunque omnes superficies secans; et hujus in rectam extensæ punctis respondentibus inter
15 superficies interceptis, ordinatim applicentur in plano recta quæ sit in ratione composita ex directis, rectæ ab uno superficiæ puncto descriptæ, ipsiusque elementi solidi, et in ratione reciproca elementi lineæ inter superficies duas proximas intercepti; et tunc figura isogonia producta, erit spatio a mobili absoluto proportionalis. [138]



Figura 87

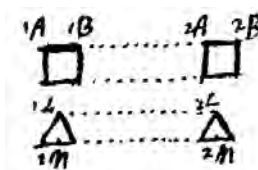


Figura 88

1 (1) Constitui dico (a) lineam (b) superficiem ex lineis, non quod componatur, sed quod lineæ omnia ejus puncta absumunt, præter quædam determinata, ut (aa) circ (bb) circumferentiæ concentricæ (aaa) ab (bbb) absorbent omnia (aaaa) pu (bbbb) circuli puncta præter centrum. Similiter constitui dico del. (2) co del. (3) Constitui L 3-7 Sic ... constituunt add. L 3 cylinder (1) $\leftrightarrow$ del. (2) L add. L 9 proportionalem | sp del. | L 11 (1) Dividatur del. (2) Quoniam L 14 extensæ (1) partibus (a) inter (b) elementaribus del. (2) punctis respondentibus add. L 15 ordinatim | applicetur corr. | in plano add. | recta corr. | quæ | sint corr. | directæ del. | L 16-17 ratione (1) directæ elementorum solidorum, et del. (2) | composita add. | ex directis, (a) rectarum corr. (b) rectæ ... et (aa) ex corr. (bb) in ratione add. | L 17-18 reciproca (1) | elementorum corr. | rectæ inter del. | lineæ ... superficies | interceptorum; et habebitur del. | duas ... | interceptas corr. | (2) elementi ... intercepti; (a) eaque linea et del. (b) et tunc add. L 19 spatio | ab del. | L

Constructio hæc est casus soluti problematis generalis de ductibus propositione 12.

Ut si superficies [Fig. 87] motum æqualiter distributum habentes, in quas resolvitur solidum motum, sint L, M, N ; et eas secet linea $LMNC$, quæ extendatur in rectam $\lambda\mu\nu\kappa$ et huic in punctis λ, μ, ν , etc. applicentur ordinatæ normales $\lambda E, \mu F, \nu G$, sintque inter se duæ quæcunque exempli gratia λE ad μF , in ratione composita modo dicto, seu ita ut sit rectangulum elementare $E\lambda\mu$ ad aliud $F\mu\nu$ in ratione composita elementi solidi LMA , ad elementum solidum MNB , et rectæ P ad Q id est lineæ a puncto L descriptæ ad lineam a puncto M simul descriptam, erit figura λEFK proportionalis tractui ipsius solidi; sive cum alterius solidi tractu eadem proportionem repræsentato comparetur, sive partibus tractus ejusdem solidi, ita ut verbi gratia tractus partis solidi LN sit ad tractum totius solidi LC , ut figura λEGV ad figuram λEFK .

[139]

Propositio 7

15

Spatium absolutum motu æqualiter distributo est factum ex ductu mobilis in lineam ab aliquo puncto descriptam sive est in ratione composita mobilis et lineæ a puncto mobilis descriptæ.

Sit [Fig. 88] mobile AB , cujus punctum ut A describit rectam ${}_1A_2A$, æqualem rectæ ${}_1B_2B$, quam simul describit quodvis aliud punctum B ; idemque intelligatur in mobili LM ; ajo esse tractum ipsius AB ad tractus ipsius LM in ratione composita AB ad LM , et ${}_1A_2A$ ad ${}_1L_2L$. Patet ex propositione 3. de ductibus, cum tractus sit factum ex ductu mobilis, in lineas a punctis suis descriptas ordinatim applicatas; quæ hoc loco sunt æquales, idem est ergo ac si fiat tractus ex mobili in rectam constantem.

I (1) Ratio constructionis patet ex pro (2) Constructio **L** **I** casus | problematis generali prop. 12. de ductibus soluti *del.* | **L** **4** solidum | sint *del.* | **L** **4** secet | recta LMN et *del.* | **L** **5** huic *add.* **L** **6** νG , | quæ *del.* | **L** **7** composita | ex directis *del.* | **L** **8** composita | ex rectanguli *del.* | **L** **9** et | rectarum $\langle PQ \rangle$ *del.* | **L** **10** λEFK in hoc passu indifferenter κ et K usus est **L** **13** ut (1) orthog *del.* (2) figura (a) $LEGV$ *del.* (b) $LEGV$ *corr. ed.* **L** **15** *Propositio* (1) 8 *del.* (2) 7 *add.* **L** **16** motu | uniformi *del.* | **L** **16-18** est (1) | in *del.* | (2) | ut factum ex ductu *add. et del.* | (3) factum ... lineam (a) | alicuius *del.* | puncti *corr.* | (b) | ab ... descriptam *add.* | (aa) si *add. et del.* | (bb) in *add. et acc. non del., del. ed.* | (cc) sive est in *add.* | **L** **17** ductu *add.* **L** **19** descriptæ | vel factum ex horum ductu invicem *del.* | **L** **20** cujus (1) puncta *corr.* quævis unum *del.* (2) punctum **L** **21** quodvis *add.* **L** **23** ad | (1) ${}_1L_2$ (2) $\longleftrightarrow$ *del.* | (3) ${}_1L_2L$. | Est enim *del.* | **L** **24** mobilis, | in recta *del.* | **L** **25** sunt | eæ *del.* | **L** **26** fiat | ductu *del.* | **L**

Propositio 8

Tractus rectarum circa extrema immota circulos describentium, sunt in duplicata ratione rectarum seu diametrorum.

- 5 Sint rectæ CL , CM [Fig. 89.1, 89]. Ajo tractum C_1L_2LC esse ad tractum C_1M_2MC , ut quadratum CL , ad quadratum CM . Sunt enim per præcedentem, ut rectangulum sub CL in ${}_1L_2$ ad rectang. sub CM in ${}_1M_2M$, est autem ${}_1L_2L$ ad ${}_1M_2M$, ut CL ad CM ; ergo sunt ut quadrata CL ad CM .

Propositio 9

- 10 Circulorum, (aut cylindrorum ejusdem altitudinis) horumve sectorum, circa suos axes revolutionem absolventium (aut eosdem angulos efficientium) tractus, sunt in triplicata ratione diametrorum (intelligo autem rigidos esse seu ad instar rigidorum motos).

- 15 Sit circulus aut cylinder AL [Fig. 89.1, 89] circa axem C revolutionem ${}_1L_2L_3L_1L$ absolvens; et alius BM (cylinder ejusdem altitudinis cum ipso AL) circa axem C . Ajo esse tractum ipsius AL , ad tractum ipsius BM , ut cubus AL ad cubum BM . Nam punctis M , L , rectæ CL radii circuli, applicentur normales MN , LP ita ut sit MN ad LP in ratione composita
20 circumferentiæ ${}_1M_2M_3M$ ad circumferentiam ${}_1L_2L_3L$; itemque spatii quod describit M , ad spatium quod L , id est iterum circumferentiæ ad circumferentiam, id est in ratione duplicata circumferentiarum, seu diametrorum erit figura $LPNC$ proportionalis tractui, per constructionem problematis, in propositione 6. sed trilineum Parabolicum MNC (cujus vertex C , et tan-

[140]

1-8 *Propositio 8* ... CM add. L 2 rectarum | (1) circa sua extr (2) mota circa extrema immota (3) circa ex del. | (4) rigi add. et del. L 5 tractum | C_1L_2CL del. | L 6 CL | . Seu AL del. | L 6 CM | seu BM del. | L 6-7 præcedentem, | (1) ut CL ad (2) in ratione composita CL ad CM , et ${}_1L_2L$ ad ${}_1M_2M$. «Quæ tum line» del. | (3) ut (a) | rectangula CL corr. | (b) rectangulum L 10 (et) add. L 10 aut | sectorum circularium add. et del. | L 10 cylindrorum | (1) vel portionum cylindricarum (2) sectorum cyl add. et del. | L 10-11 horumve sectorum add. L 12 (aut ... efficientium) add. L 13-14 diametrorum (1) . corr. (2) | (intelligo add. | (a) autem rigidos esse seu ad instar rig add. et del. | (b) autem ... motos) add. | L 15 Sit | cylinder del. | L 15 cylinder (1) LC del. (2) AL add. L 16 alius | (1) cyl corr. | (2) BM circa axem C . Ajo esse tractum cylindri AL ad tr del. | L 18 Nam add. L 18 CL | ordinatim add. et del. | radii circuli, add. | L 19 in | comp del. | L 19-20 circumferentiæ | , acc. non del., del. ed. | vel superficiei add. et del. | L 20 itemque | (1) acc. non del., del. ed. | (2) velocitates ${}_1$ del. | L 23 problematis, | quod est prop. 6 del. | L 24 propositione 6. sed (1) eritque adeo figura parab del. (2) se add. et del. (3) sed add. L 24 Parabolicum | (cuius vertex del. | L 24 et add. L

gens verticis MC) est ad trilineum parabolicum LPC in triplicata ratione CM ad CL , ergo tractus circuli BM est ad tractum circuli AL (idemque est in cylindris æque altis) ut cubus diametri BM ad cubum diametri AL .

Propositio 10

Tractus spherarum rigidarum eosdem revolutionis angulos (vel integram revolutionem) absolventium, sunt in quadruplicata ratione diametrorum.

Demonstratur eodem modo, cum sphaera resolvatur in superficies concentricas motus æqualiter distributi quæ sunt in duplicata ratione diametrorum, et tractus earum in triplicata diametrorum, et adeo summæ tractuum, seu tractus integer sphaeræ, in quadruplicata.



Figura 89.1 (del.)

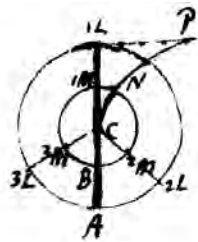


Figura 89

Definitio 2

LONGITUDO PERCURSÆ, VEL SPATII ABSOLUTI SEU TRACTUS SPATII est longitudo lineæ quæ ducta in volumen mobilis dat tractum. Itaque spatia percursa sunt in ratione composita voluminum mobilis et longitudinum percursarum.

Itaque si mobile sit linea vel superficies repræsentabitur tractus per rectangulum cujus altitudo sit ipsa longitudo tractus basis sit linea vel super-

1 est *add.* **L 1** LPC (1) in *acc. non del., del. ed.* (2) ut cubus *del.* **L 2** CL , seu ut cubi *del.* **L 3** altis in ratione *del.* **L 5** rigidarum *add.* **L 8-9** superficies (1) concentricas (a) motus (aa) vel æqualis (bb) æqualiter distributi (b) mobilis *add. et del.* (2) concentricas ... distributi *add.* **L 10** adeo *add.* **L 11** in (1) triplicata (2) quadruplicata *del.* **L 171.12-172.25** Definitio ... percursi *add.* **L** in *præsenti sequentia, sed reapse videtur primum sic scripsisse:* Definitio 3 [nunc 2] ... tractum. || Prop. 10 [nunc 11] ... (per def. 3 [nunc 2]) at solum postea hæc addidisse: eritque adeo ... Prop. 10 ... Prop. 11 [nunc 13] ... consideranti patet. **12** Definitio | 3 *corr.* **L 13** (1) v *del.* (2) LONGITUDO | (a) SP *add. et del.* | (b) PERCURSÆ, ... SEU *add.* **L 13-14** TRACTUS | VEL *del.* | SPATII | MOTUS *del.* **L 14** longitudo (1) rectæ *del. et add. et del.* (2) lineæ *add.* **L 14** volumen *add.* **L 15-16** Itaque ... percursarum *add.* **L 171.17-172.3** (1) Itaque si *add. et del.* (2) Itaque ... tractum *add.* **L 17** sit | superficies *del.* **L 18** basis | mobilis *del.* **L**

ficies in rectam vel planam extensa. Quod si mobile sit solidum, poterit ei exhibere planum proportionale, quod in longitudinem percursam ductum repræsentet tractum.

Propositio 11

5 Longitudo tractus in motu uniformiter distributo est longitudo lineæ a quocunque puncto descriptæ.

Nam cujusvis puncti linea in mobile ducta dat tractum (propositione 8) ergo ejus longitudo est longitudo tractus (per definitionem 2.)

Gravitas specifica unius puncti, eadem est quæ gravis ubique eandem
10 gravitatem specificam habentis. Est scilicet longitudo tractus id ipsum quod in capite de motu æquidistributo et ejus velocitate appellavimus longitudinem motus, et utrobique longitudinem percursam

Propositio 12

Longitudo tractus in motu dato quocunque est longi-
15 tudo viæ a puncto quovis ejusdem vel æqualis mobilis dato motu æqualiter distributo æqualem tractum faciente moti.

Nam longitudo viæ puncti in motu uniformiter distributo est longitudo tractus mobilis (per propositionem 11) jam tractus iste est æqualis dato (ex
20 hypothesi) et positis tractibus æqualibus, et mobilibus iisdem vel æqualibus, et longitudo tractuum sunt æquales (per definitionem 2).

Ut si grave varias in variis locis gravitates specificas habeat, et quærat aliud grave ejusdem voluminis ejusdemque ponderis simile seu eandem
ubique habens gravitatem specificam. Ea erit ipsa gravitas specifica (media)
25 gravis propositi respondens longitudini tractus seu spatii percursi.

Propositio 13. Problema 2

Exhibere figuram planam mobili superficiei vel solido rigido positione dato proportionalem, et cujus pariterque

4 *Propositio* (1) 10 *del.* (2) 11. *add.* L 7 Nam | quævis ducta *del.* | L 8 ergo | est *del.* | L 8 per (1) pro *del.* (2) *def.* | 3 *corr.* | L 9-12 (1) Est scilicet *del.* (2) «Et si» *del.* (3) Est scilicet *add. et del.* (4) Gravitas ... percursam *add.* L 10 longitudo | tractus *del.* | L 14 dato *add.* L 14-15 longitudo (1) lineæ *del.* (2) | viæ *add.* | unius puncti in mo *del.* | L 15 vel æqualis *add.* L 15-16 dato *add.* L 18 longitudo (1) lineæ *del.* (2) viæ *add.* L 18 puncti | est longitudo *del.* | L 18 est | æqualis *del.* | L 19 11 | id est (ex hypothesi) tractus dati ejusdem *del.* | L 21 *def.* | 3 *corr.* | L 26 *Prop.* (1) 11 *del.* (2) 13. ... 2 *add.* L 27 (1) Ex *del.* (2) Exhibere 27-28 superficiei ... rigido *add.* L 28 dato | propositione dato *del.* | L 172.28-173.1 pariterque ... ejus *add.* L

partium ejus circa axem immotum positione datum gyratarum tractus, sint ipsius mobilis aut partium ejus circa eundem axem gyratarum tractibus proportionales.

Transferatur huc figura et constructio ad propositionem 12 de ductibus, sumaturque MN non ut illic præscribitur sed proportionalis sectioni mobilis per superficiem cylindricam, et figura plana ANP erit quæsita, ut consideranti patet.

[141]

Propositio 14. Problema 3

Exhibere figuram tractui mobilis circa axem immotum gyrati proportionalem.

10

Si figuram planam postulamus, tantum in præcedenti figura [Fig. 89, p. 171] et constructione, sumamus MN tales, ut sint in ratione composita sectionum, et distantiarum superficiei ab axe; et figura ANP erit quæsita. Si solida contenti; fiat cylinder rectus cuius basis figura ANP , constructa secundum problema præcedens[,] altitudo vero sit non minor maxima MN , et per axem EQ transeat planum quod ad planum AQE angulum faciat semirectum, et ungula per prius planum abscissa, seu portio cylindri inter plana duo, et superficiem cylindri comprehensa erit solidum quæsitum.

Propositio 15. Problema 4

Motum rectilineum (adeoque uniformiter distributum) dati mobilis rigidi invenire cujus tractus sit tractui ejusdem mobilis circa datum axem immotum gyrantis æqualis, seu invenire longitudinem hujus tractus.

1 immotum *add.* *L* **1-2** datum (1) | gyratæ *corr.* | tractus. (a) Sit pariter tractus partium (b) Sint *del.* | (2) gyratarum *L* **3** gyratarum (1) partibus *del.* (2) tractibus *add.* *L* **4** constructio (1) propositionis *corr.* (2) | ad *add.* | propositionem *L* **6** quæsita, (1) consi *del.* (2) ut | intel *del.* | *L* **8** *Propositio* | <12> *corr.* | *L* **9** axem | gyrati *del.* | *L* **12** in | com *del.* | *L* **13** axe (1) . *corr.* (2) ; | et ... quæsita *add.* | *L* **14** ANP , | altitudo *del.* | *L* **17** per | hoc *del.* | *L* **17** abscissa, | seu inter plana duo, et superfi *del.* | *L* **19** *Propositio* | <13> *corr.* | *L* **20** Motum | (1) rectilineum æqualiter distributum *del.* (2) | rectilineum *del.* | (adeoque æqualiter distributum) *add. et del.* | (3) rectilineum ... distributum) *add.* | *L* **21** rigidi *add.* *L* **22** immotum *add.* *L* **22** æqualis, | immotum *add. et del.* | *L* **22-23** æqualis, (1) | seu (a) cuius linea sit (b) in quo (aa) longitudo (bb) «via» puncti (aaa) habeat longitudinem (bbb) sit longitudo tractus gyratione facti *add. et del.* | (2) seu ... tractus *add.* *L*

4 12 Vide primum 12, postea 16 numeratam propositionem ad p. ms. 56, p. 60 hic.

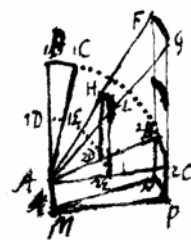
Figura 90.1 (*del.*)

Figura 90

Figuræ *ANP* constructæ secundum problema 2. seu propositionem 13
 insistat cylider ungulæ in probl. præcedenti constructæ æqualis tum sumatur
 recta, quæ sit ad altitudinem hujus cylindri, ut arcus ab aliquo mobili
 puncto durante gyratione descriptus ad ejusdem distantiam ab axe; et
 5 mobile moveatur motu rectilineo, ita ut quodlibet ejus punctum rectam
 describat prædictæ æqualem, is erit quæsitus, et recta hæc erit longitudo
 tractus per definitionem 2.

Definitio 3

10 LINEA MOTUS est linea ab aliquo mobilis puncto descripta,
 quæ ducta in mobile dat tractum.

Propositio 14

Via centri gravitatis ducta in mobile dat spatium absolutum
 seu tractum.

15 Hoc demonstratur peculiari capite de centro gravitatis; verumque est universalissime,
 neque enim refert an mobile sit rigidum, flexile, liquidum, dissolutum,
 imo pro parte quiescens.

Propositio 15

Via centri gravitatis est idem quod linea motus a mobili
 descripta.

20 Nam ducta in mobile dat tractum (per propositionem præcedentem). Ergo
 (per definitionem 3 hic) est linea motus.

1 propositionem (1) 12 *del.* (2) 11 *corr.* (3) 13 L 2 ungulæ | supradictæ æqualis *del.* |
 L 4 «gyrante» *corr.* L 6 æqualem, | et tractus *del.* | quem *add. et del.* | erit quæsitus *del.* |
 L 8-21 Definitio 3 ... motus *add. et del.* L 8 (1) Propositio 14 *del.* (2) Definitio
 3 L 9 (1) «Lineæ» *del.* (2) LINEA L 9 est | linea (1) a puncto mobilis descripta
 quam si describe (2) a puncto mobilis descripta, (a) quam si «omni» sui (b) si æqualem
 (aa) omni (bb) mobilis punctum *del.* | L 10 tractum. | || Ut si moveatur sphæra, erit
 linea motus quæ describatur ab eius centro *del.* | L 12 (1) Centrum gravitatis *del.* (2)
 Via L 12 gravitatis | est Linea motus a mobili descripta. || Nam ut dica *del.* | L 14
 demonstrabitur *corr.* L 15 dissolutum, | «pro» *del.* | L 18 est | linea mo *del.* | L 20
 | (1) Pa (2) Est enim *del.* | (3) Nam L 20 per₁ | de *del.* | L

[142]

Propositio 14

Si mobile rigidum moveatur motu composito ex duobus rectilineis, erit tractus motus compositi, ad tractum alicuius componentis, ut recta quam punctum ejus aliquod describit motu composito ad rectam quam describit componente.

Nam omnis motus rigidi AB rectilineus, est æqualiter distributus (ut patet) jam tractus in motibus æqualiter distributis sunt in ratione composita mobilium et rectarum ab uno aliquo cujusque puncto descriptarum (per propositionem 8) cumque idem hic sit mobile erunt tractus ut rectæ, itaque tractus mobilis AB moti motu composito rectilineo ${}_1B_{22}B$, est ad tractum componentem ejusdem moti motu ${}_1B_{12}B$, ut recta ${}_1B_{22}B$ ad rectam ${}_1B_{12}B$.

Propositio 15. Problema 5

Mobili rigido vel ad rigidi instar utcunque moto (ut puncta ejus easdem servant distantias inter se,) invenire motum ejus rectilineum, cujus tractus sit tractui motus dati ejusdem æqualis.

Omnis motus rigidi resolvi potest in rectilineos et circulares, circulares autem reduci possunt ad rectilineos ejusdem tractus, qui ponantur esse

Propositio 16. Problema 5

Omnem tractum metiri, seu invenire mobilis dati cuius tractus sit æqualis tractui motus dati ejusdem mobilis.

Moveatur mobile motu æqualiter distributo, in qua punctum quodcunque describat lineam viæ centri gravitatis mobilis in motu dato; et motus erit quæsitus.

175.1-176.6 Prop. 14 ... quiescat *omnia in pagina del.* L **1** *Propositio 14* | Probl. <5> *del.* | L **2** (1) Si mobile | rigidum *add.* | moveatur motu composito ex duobus rectilineis invenire quantitatem tractus motus compositi ex datis tractibus componentium *del.* (2) Si L **2** mobile | co-*del.* | L **2-4** rectilineis, (1) erit *del.* (2) sintque *del.* (3) et <fiat> (a) rectangulum, cujus latera sint inter se ut tractus motuum componentium erit diagonalis ut tractus moti compositi (b) | parallelogrammum *add.* | cuius angu *add.* et *acc. non del., del. ed.* | latera ... componentium | et angulus (aa) idem (bb) laterum, qui fit <directionum> rectarum motuum *add.* (aaa) | erit ... tractus | motus ejusdem puncti *add. et del.* | (bbb) componentium *add. et del.* | totum *del.* (4) erit ... componente *add.* L **3** ad | ali *del.* | L **4** motu | <componenti> *corr.* | L **5** rigidi (1) | <rectilinei> *corr.* | AB *del.* | (b) rectilineus | AB *add. et del.* |, (3) AB *add.* rectilineus, L **6** jam | <—> *del.* | L **6** tractus | mobilium æqualiter di *del.* | L **6** distributis | (1) sint *corr.* (2) sunt *del.* | L **6** in | comp *del.* | L **7** uno | aliquo *del.* | L **8** cumque | ea *del.* | L **8** AB *add.* L **9** composito | per *del.* | L **10** motu | <—> *del.* | L **10** recta | (1) ${}_1C$ (2) ${}_2A$ *del.* | L **10** ${}_1B_{12}B$ | || Prop. 15. Probl. 6. (1) || Viæ mobilis metiri, cuius puncta (2) Si mobile ita moveatur, ut *del.* | L **11** *Propositio* | 13 *corr.* | L **12** Mobili | dato *del.* | L **13-14** motum (1) ejusdem *del.* (2) ejus *add.* L **14** tractui | prioris motus æqualis *del.* | L **16** Omnis (1) Resolvatur *del.* (2) Omnis L **16** rigidi | reso *del.* | L **17** ponantur | fieri *del.* | L **18** *Propositio* | 14 *corr.* | L **19** Omnem tractum metiri, seu *add.* L **19** invenire | (1) tractum æqualem (2) tractum mobilis (a) motu *corr.* æqualiter distributo *del.* rectilineo *corr.* (b) motum æqualiter distributum rectilineum *del.* | L **20** motus | <eius> *del.* | L **21** | (1) Descri (2) Describatur *del.* | (3) Moveatur L **21** distributo, | eius via s *del.* | L **22** describat (1) rectam æqualem ei quam in motu dato descripsit *del.* (2) lineam *add.* L **22** et | tractus *del.* | L

- Sequitur ex theoremate universalissimo quod infra demonstrabimus: tractum seu spatium a mobili absolutum æquari facto ex via centri gravitatis in mobile ducta, id est tractui mobilis motu æqualiter distributo lineas quovis suo puncto dictæ viæ æquales describentis. Idque verum est sive rigidum sive flexile aut liquidum; vel etiam dissolutum sit mobile imo etsi pars totius quiescat, pars modo movetur modo quiescat.

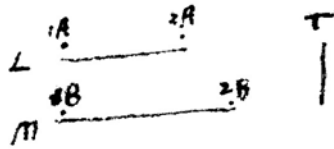


Figura 91



Figura 93



Figura 92.1 (del.)

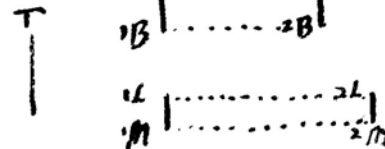


Figura 92

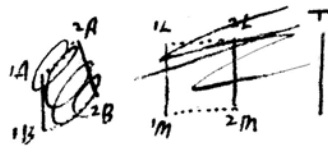


Figura 94.1 (del.)

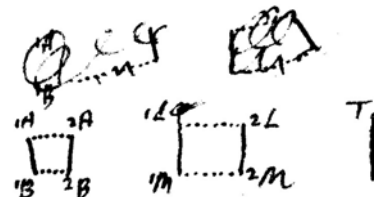


Figura 94

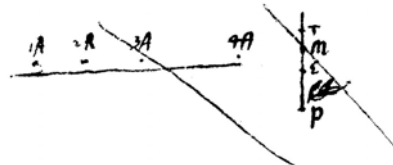


Figura 95 (del.)

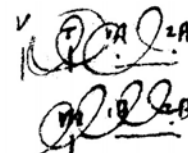


Figura 96 (del.)

- 1 (1) Huius dem *del.* (2) Hoc infra demonstrabitur *del.* (3) || Patet ex propositione 15. juncta propositione 8. *add. et del.* (4) Sequitur $L \ 2$ seu | mobile *del.* | $L \ 2$ æquari (1) tractui *del.* (2) facto ex *add.* $L \ 2$ gravitatis | du *del.* | $L \ 5$ quiescat, | (1) aut modo moveatur modo quiescat (2) quæ infinit *add. et del.* | L

[Pars 1. Sectio 4. Caput 2.]
DE VELOCITATE IN UNIVERSUM

Tradio

L LH XXXV 11, 18A, pp. 147-150, 219-220

L LH XXXV 11, 18A, pp. 157-164

[147] DE VELOCITATE

VELOCITAS est affectio in motu positi proportionalis longitudini quam habet spatium motus per datum tempus 5
uniformiter continuandi, seu proportionalis linea quæ in
mobile ducta æquat spatium absolvendum si motus præ-
sens uniformiter per datæ magnitudinis tempus continua-
retur.

Sit exempli gratia [Fig. 90.1, 90, p. 174] sector circularis ABC in plano pro- 10
prio circa centrum A gyrans, velocitate (vertiginis) quæcunque. Fingamus
motum qui nunc est dum transit mobile per locum A_1B_1C uniformiter,
continuari per tempus datum eoque transferri in A_2B_2C . Tractus sectoris
habetur, si plano ejus in punctis respondentibus ad angulos rectos impo-
nantur rectæ æquales punctorum viis, ut in punctis ${}_2B$, ${}_2C$, ${}_2D$, ${}_2E$, rectæ 15

1 Pars ... 2. *add. ed.* 4-6 positi | (1) quæ est proportionalis rectæ a puncto ejus
(a) movendæ (b) describendæ, (aa) si motu æqualiter distributo (aaa) movetur, *corr.*
(bbb) moveretur, (bb) si moveretur *add.* motu ... distributo, cujus tractus foret æqualis
tractui motus (aaa) uni (bbb) præsentis uniformiter per datum tempus continuati *del.* |
(2) proportionalis ... seu *add.* | L 4-5 proportionalis (1) | linea *del.* | motus
| intra *del.* | (2) | longitudini (a) tractus (b) quam habet spatium *add.* | motus L 6
proportionalis | recta *del.* | L 6-8 linea | ab ejus puncto descriptæ *add. et*
del. | quæ ... mobile | (1) ducta (a) spatium (b) tractum motus præsentis
del. | si *add. et del.* | (2) | ducta *add.* | æquat ... præsens *add.* | L 7 æquat (1)
tractum, qui prodiret *del.* (2) spatium *add.* | (a) proditurum (b) unifor-
miter *add. et del.* | absolvendum *add.* | L 8-9 uniformiter (1) | continuato
absolvendum (a) me[n]surat *del.* | (b) æqual *acc. non del., del. ed.* | (2) per ...
continuaretur *add.* L 8 per (1) datum *corr.* tempus (2) datæ | magni-
tudinis *add.* | tempus L 10 Sit | sector A *del.* | L 10 circularis *add.* L 11
gyrans, | ex A_1B_1C in A_2B_2C *del.* | L 11 quæcunque |, ponatur quæ fortasse continue
mutatur *del.* | L 13 tempus (1) T *del.* (2) datum *add.* L 13 transferri | ex *del.* | L
15 in *add.* L

${}_2BF$, ${}_2CG$, ${}_2DH$, ${}_2EL$ æquales arcibus ${}_1B_2B$, ${}_1C_2C$, ${}_1D_2D$, ${}_1E_2E$; et solidum A_2B_2CGFA repræsentat tractum seu spatium absolutum per propositionem 4. capitis de Tractu. Continetur autem tribus planis A_2B_2C , AF_2B , AG_2C , et superficiei cylindricæ portione ${}_2B_2CGF$. Huic solido fiat æqualis cylinder rectus A_2B_2CPNM , cuius basis sit sector ipse ABC et velocitas sectoris repræsentabitur per AM altitudinem hujus cylindri. Facilius potuisset dari definitio, nisi notionem quævissemus generalem, qua velocitas attribui potest etiam mobili cuius puncta non moventur eadem velocitate. Ostendemus autem postea eandem esse cum velocitate centri gravitatis.

10

Propositio 1

Velocitates punctorum sunt proportionales viis quas motu quam nunc habent uniformiter continuato describerent temporibus æqualibus.

Si A et B [Fig. 91, p. 176] ita moveantur ut si motum uniformiter continuaret A describeret lineam L tempore æqualis ipsi T , et B lineam M etiam tempore æquali ipsi T erit velocitas puncti A ad velocitatem puncti B , ut linea L ad lineam M . Utique enim linea L ducta in punctum A , æquat tractum eius, ipsam scilicet lineam L (per propositionem 2 de Tractu). [148]

Propositio 2

Quæ motu æqualiter distributo moventur eorum velocitates sunt ut lineæ quæ ab eorum punctis describerentur in casu motuum per tempora æqualia uniformiter continuatorum.

Sint [Fig. 92.1, 92, p. 176] mobilia AB , LM motu æqualiter distributo mota Ponamus AB motum uniformiter continuare per tempus æquale ipsi T , eoque punctum A describere lineam ${}_1A_2A$; similiterque LM lineam ${}_1L_2L$

1 solidum | A_2CB del. | **L 2-3** per ... Tractu add. **L 4** æqualis | cylindrus cuius basis del. | **L 5** cuius ... ABC add. **L 5** et | erit del. | **L 6-9** Facilius ... gravitatis. add. **L 7** dari (1) potuisset divisio del. (2) definitio add. **L 11** (1) $\langle Viæ \rangle$ del. (2) Velocitas corr. puncti del. (3) Velocitates | (a) mobilium motu æqualiter distributorum del. | (b) punctorum sunt | (aa) inter se in ratione viarum del. | (bb) | proportionales viis add. | quas | describerent del. | **L 12** quam ... habent add. **L 14** (1) Ut del. (2) Si **L 14** B | describeant del. | **L 14-15** continuaret (1) $\langle punctum A \rangle$ del. (2) A | per del. | **L 17** linea | ducta $\hookrightarrow$ del. | **L 21** lineæ | ab eorum punctis descriptæ temporib del. | **L 21-22** describerentur | temporibus del. | **L 24** AB , (1) B del. (2) LM (a) | mota del. | motu | uniformit del. | (b) motu ... distributo | mota add. | . | (aa) Ita scilicet (per def. 2. de Tractu.) (bb) Ut (cc) Sit li (dd) Ponat del. | **L 26** similiterque | $\langle LM \rangle$ motu lineam del. | **L**

ajo esse velocitatem ipsius AB ad velocitatem ipsius LM , ut ${}_1A_2A$ ad ${}_1L_2L$. Sunt enim velocitates in AB et in LM , ut lineæ quæ ductæ in AB et in LM faciunt tractus ${}_1A_1B_2A_2B$ et ${}_1L_1M_2L_2M$ (ex definitione hic). Sed in motu uniformiter distributo lineæ ${}_1A_2A$ in AB , et ${}_1L_2L$ in LM faciunt eosdem tractus (per propositionem 8 de Tractu) Sunt ergo velocitates in AB et in LM ut lineæ ${}_1A_2A$, ${}_1L_2L$.

[149]

Propositio 3

Spatia absoluta temporibus æqualibus motibus uniformibus sunt in ratione composita mobilium et velocitatum.

10

Sunt enim (per definitionem hic) ut facta ex ductu lineæ velocitati proportionalis in mobile, id est ut facta ex ductu velocitatis in mobile, id est (per propositionem 3. de ductibus) in ratione horum composita.

Itaque si mobile A [Fig. 93, p. 176] sit duplum mobilis B , et velocitas ipsius A tripla velocitatis ipsius AE B , spatium AE quod tempore æquali ipsi T motu uniformi absolvet A , erit sextuplum spatii BF ipsius B motu uniformi, etiam tempore æquali ipsi absoluti.[†]

Propositio 4

Velocitates sunt in ratione composita ex directa tractuum qui fierent, si motus præsens uniformiter per tempus

20

[†]In margine $\frac{2}{3:2} =$

${}_1L_2L$. (1) Est enim | velocitas corr. | (a) AB ad veloci (b) in AB ad velocitatem in LM , ut recta quæ ducta in AB , faceret tractum motus ${}_1A$ (2) | Sunt add. | velocitates ut | lineæ add. | totum del. L 2 et | L del. | L 2 LM , | in (1) comp (2) ratione composita mo del. | L 2 ut | lineæ del. | L 7-17 (1) Propositio 3 || Velocitates sunt in ratione composita ex | directa add. | tractuum, si motus præsens uniformiter per tempus datae magnitudinis continuaretur; et reciproca mobilium (homogeneorum). || Tractus enim (a) sunt (b) seu spatii (2) Propo. 3 || Tractus sunt in ratione composita mobilium et velocitatum. || Nam tractus sunt (a) in ratione composit (b) sunt ut ductus ex (3) Tractus mo (4) Propositio 3 || Tractus (a) motus uniformiter corr. (b) motuum uniformium sunt in ratione composita mobilium et velocitatum (5) Propositio 3 ... absoluti add. L 8 (1) Tractus (a) sunt in rati (b) motuum uniformium sun (2) Spatia L 8 temporibus æqualibus add. L 8-9 uniformibus | et temporibus add. et del. | L 11 hic | (1) in (a) ra (b) propor (2) in ratione composita (3) Tractus del. | L 11 ductu | velocitatis in del. | L 12 est | in composita del. | L 14 si | mobilia del. | L 15 AE add. L 15-16 B , (1) | spatia quæ corr. | (a) æqualibus temporibus corr. | (b) æquali tempore del. | motu uniformi | describent erunt del. | (2) spatium | AE add. | quod | tempore æquali add. | ipsi T add. et del. et rursus add. | ... | absolvet add. | L 16 BF add. L 16 B | (1) similiter (2) eadem lege descripti del. | L 17 ipsi | T descripti del. | L 18 Propositio (1) 4. del. (2) 3. del. (3) 4 add. L

datae magnitudinis continuaretur, et reciproca mobilium (homogeneorum).

Sunt enim isti tractus in ratione composita velocitatum et mobilium (per definitionem hic juncta propositione 3. de ductibus). Ergo velocitates
5 sunt in ratione tractuum istorum directa et mobilium reciproca.

Ut si poneremus [Fig. 94. I, 94, p. 176] tempore æquali ipsi T mobile AB motu suo uniformiter continuato absoluturum esse tractum motus ${}_1A_1B_2A_2B$, et LM tractum motus ${}_1L_1M_2L_2M$, et tractum ipsius AB fore dimidium tractus LM mobile vero LM esse sesquialterum mobilis AB , erit velocitas ipsius
10 LM sesquitercia velocitatis AB .

Propositio 5

Si puncta æquali velocitate moveantur per tempora æqualia, erunt et viæ æquales, et vice versa.

Nam velocitates punctorum sunt viis proportionales (per propositionem 1.).
15 Ergo si una ratio sit æqualitatis, erit et altera.

Propositio 6

Si punctum movetur motu uniformi eadem manet ejus velocitas, et vicissim.

Nam [Fig. 95, 96, p. 176] punctorum A et B velocitates V et C sunt æquales, et
20 permanentes, temporaque æ [desinit abrupte]

Propositio 5

Si punctum moveatur motu uniformi velocitas ejus manet eadem.

Propositio 5

Eadem est velocitas mobilis motu uniformiter distributo moti quæ est ejus
25 puncti.

Sit series rectorum AB , AC , AD etc. utcunque variantium magnitudine; et his respondentium seu proportionalium velocitatum BL , CM , DN , etc. etiam magnitudine utcunque variantium. Itaque velocitatibus ejusdem mobilis ordine sumtis, respondeat præsens lineæ AC , quæ ducta in [desinit abrupte]

1 reciproca | veloci del. | L 3 (1) Patet ex præcedens juncta definitione del. (2) Sunt L 3 tractus | (1) ut v (2) in comp del. | L 5 tractuum | directa del. | L 6 tempore ... T add. L 6 mobile | m del. | L 7 continuato | des del. | L 8-9 fore (1) se del. (2) duodecuplum ipsius LM del. (3) dimidium ... LM add. L 9 vero | AB corr. | L 9 mobilis | LM, corr. | fore velocitatem ipsius del. | L 180.11-181.15 Propositio 5 ... se totam paginam del. L 12 | (1) Si omnium mobilis punctorum eadem manet velocitas, ipsius mobilis eadem velocitas (2) Si del. | (3) Si | duo del. | puncta (1) eadem del. (2) æquali add. L 16 Propositio 6 del. et rursus add. L 19 | (1) Nam (2) Si punctum del. | (3) «Nempe» corr. (4) Nam L 19 æquales, | temporaque motus del. | L 22 Si | duo del. | puncta moveantur corr. | L 24 velocitas | mobilis moti del. | L 26 rectorum | quas add. et del. | utcunque crescentium del. | L 26 etc. | quæ del. | L 27 proportionalium | mobilis add. et del. | L 27 etc. | (1) velocitas corr. (2) velocitates mobilis respondet viæ puncti sui ut velocitas mobilis CM respondet viæ puncti del. | L 28 variantium. | (1) Cum velocitas mobilis (2) Patet (3) Jam velocitatibus possibilibus ejusdem mobilis ordine sumtis, eam quæ (4) Si ipsa del. | L 29 lineæ | AB, del. | L 29 AC, (1) quæ si del. (2) quæ | fac del. | L

[150]

Propositio 5

Eadem est velocitas mobilis, quæ centri gravitatis, utcunque diversa puncta partesve mobilis diverse moveantur.

Nam tractus mobilis, si uniformiter continuaretur ejus motus fit ex recta proportionali velocitati in mobile (per definitionem hic). Et tractus mobilis idem fit ex via centri gravitatis si uniformiter continuaretur motus, ducta in mobile, (ut demonstrabitur suo loco adde propositionem 14 de Tractu) quæ (per definitionem hic) etiam est proportionalis velocitati mobilis. Ergo velocitas mobilis, et centri gravitatis sunt æquales. Quod sequi sic ostendo. Sit [Fig. 97, p. 182] series omnium rectarum AB, AC, AD etc.; quæ utcunque assumi possunt, et omnium velocitatum ipsius proportionalium BL, CM, DN , etc. id est omnium velocitatum possibilium magnitudine variantium. Jam velocitas ipsius mobilis proportionalis est seu respondens rectæ AC , viæ centri gravitatis, debet ergo æqualis esse ipsi CM ; sed celeritas centri gravitatis respondet eidem AB ergo etiam æqualis est eidem CM . Sunt ergo æquales inter se.

[219]

Propositio 5

In serie velocitatum, et respondentium linearum ipsis proportionalium; velocitates quæ æqualibus lineis proportionales sunt, eæ sunt æquales.

Sint [Fig. 98, p. 182] lineæ utcunque magnitudine variantes AB, AC, AD , etc. et his ordinatim applicatæ respondententes velocitates utcunque gradu variantes BL, CM, DN . Sit velocitas V proportionalis rectæ AC , erit æqualis ipsi CM ; nam si inæqualis est ipsi CM , ergo æqualis ipsi cadet vel supra C ut in B , vel infra ut in D , contra hypothesin.

Propositio 6

Eadem est velocitas motu æqualiter distributo moti et ejus puncti.

Nam velocitas ipsius AB est proportionalis lineæ ab aliquo mobilis AB [Fig. 99, p. 182] puncto describendæ (per definitionem 7 hic) id est hoc loco lineæ $1A_2A$ a

4 (1) Nam (a) tractus (b) in omni motu tractus est ut factum (c) velocitas mobilis est (aa) quæ (bb) factum tr (cc) in rati del. (2) Nam L 5 mobilis | (1) idem fit ex (2) si continuaretur del. | L 7 quæ | etiam del. | L 9 gravitatis (1) eius sibi del. (2) | sunt acc. non del., del. ed. | (a) proportionales (b) æquales del. | L 9 ostendo. | Sint series rectarum continue crescentium A, B, C, D ; et series velocitatum iis proportionalium del. | L 10 etc.; | et omnium del. | L 12 magnitudine variantium add. et del. et rursus add. L 13 rectæ | AB corr. | L 13 gravitatis, | et similiter velocitas ipsius centri $\leftarrow$ debet del. | L 14 eidem |, ergo del. | L 17 (1) Velocitates del. (2) In L 17 serie | plurium del. | L 17 respondentium (1) rectarum del. (2) linearum add. L 18 velocitates add. L 19 (1) Sit veloci del. (2) Sint | rec del. | L 20 ordinatim applicatæ add. L 21 DN . (1) Sit del. (2) Sit ... V add. L 22 CM ; | nam æqualis ip del. | L 22 ergo | cadet vel del. | L 22-23 C ... B , add. L 25 velocitas | mobilis motu uniformi moti del. | L 181.26-182.5 Nam ... æquales del. L 26 velocitas (1) mo del. (2) ipsius AB add. L 26 lineæ (1) a del. (2) ab aliquo add. L 26 AB add. L 27 puncto | descriptæ corr. | L 27 def. | 6 corr. | L 27 hoc loco add. L 27 $1A_2A$ add. L

puncto mobilis AB quocunque ut A , describendæ, quia in motu æqualiter distributo (per definitionem 2. de Tractu) omnium punctorum viæ sunt æquales. Sed punctum A cum etiam sit mobile, velocitas ejus proportionalis erit lineæ ab ejus puncto, id est ab ipso describendæ id est lineæ ${}_1A_2A$. Ergo (per præcedentem)
 5 velocitates ipsius AB , et puncti A , sunt æquales.

Nam velocitas tam mobilis AB quam puncti A est proportionalis lineæ, quæ ducta in mobile, æquat tractum motus uniformiter continuati; jam si motus æqualiter distributus uniformiter continuetur, manet æqualiter distributus; is ergo sit ${}_1A_1B_2A_2B$ et velocitas puncti A est proportionalis viæ
 10 ${}_1A_2A$, (per propositionem 1 hic.) Eadem ducta in mobile AB dat tractum (per propositionem 8. de tractu). Ergo velocitas ipsius AB est proportionalis eadem lineæ ${}_1A_2A$; ergo (per præcedentem) velocitates ipsius A , et ipsius AB sunt æquales.

Si ejusdem mobilis spatia æqualibus temporibus absoluta sunt æqualia, etiam
 15 velocitates sunt æquales; et vicissim.

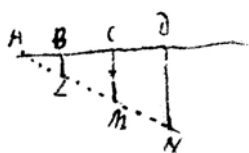


Figura 97

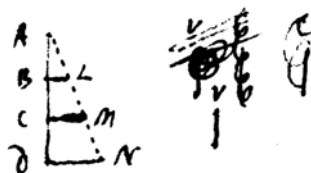


Figura 98

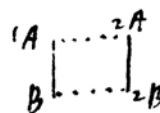


Figura 99

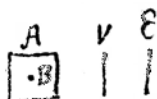
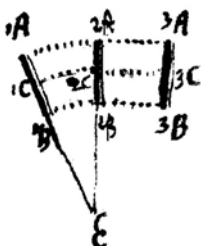


Figura 100



Cum enim spatia absoluta sunt in ratione composita mobilium et velocitatum, (per propositionem 3) id est cum mobilia æqualia sunt in hoc loco (cum idem sit mobile) in ratione velocitatum, ergo [*desinit abrupte*]

[220]

Propositio 7

Si idem mobile moveatur, nunc motu quocunque nunc motu æqualiter distributo ejusdem velocitatis, cujus antea erat centrum gravitatis; erunt amborum motuum velocitates æquales.

Nam si ambo motus uniformiter continuari fingerentur, erit tractus prior factum ex ductu mobilis in viam centri gravitatis (per demonstranda suo loco) et tractus posterior esset factum ex ductu ejusdem mobilis ut viam eandem (ex hypothesi cum ergo tractus sint æquales, et mobilia eadem, erunt (per propositionem 3.) et velocitates æquales.

Propositio 8

Æqualis est velocitas mobilis et sui centri gravitatis, utcunque diversa puncta partesve mobilis diverse moveantur.

Sit [*Fig. 100, p. 182*] mobili *A*, ejusque velocitas *L* et centrum gravitatis *B* ejusque velocitas *E* dico *V* et *E* esse æquales. Ponatur *A* moveri motu æqualiter distributo velocitate *E*, erit ejus velocitas *V* (per præcedentem). Ergo *V* et *E* sunt æquales.

Propositio 9. Problema

Velocitatem mobilis metiri licet diversa in ipso assumpta puncta partesve diversis velocitatibus moveantur.

Quærat^{ur} velocitas centri gravitatis, quæ cum per propositionem præcedentem sit æqualis velocitati «mobilis» «habentis?» «gyrationem» [*cætera desunt*]

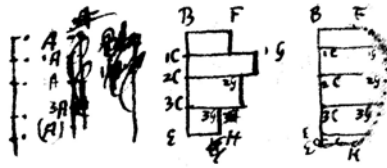


Figura 105

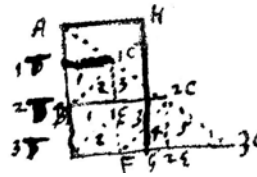


Figura 106

1 enim (1) tractus *del.* (2) spatia absoluta *add.* L 1 in | co *del.* | L 4-24 Propositio 7 ... ergo *del.* L 5 moveatur | æqualibus velocitatibus, nunc motu æqualiter distributo *del.* | L 5 quocunque | erunt tractus æquales; si uniformiter *del.* | L 9 Nam | m(a-
del. | L 9 ambo (1) m *del.* (2) motus *add.* L 10 ductu (1) in *del.* (2) mobilis in
add. L 10 per | infra *del.* | L 11 posterior | est *del.* | L 12 ex (1) constructione
del. (2) hypothesi *add.* L 12 erunt | et velocitates *del.* | L 13 velocitates | (1) eadem
(2) ↔ *del.* | L 15 (1) Eadem *del.* (2) Æqualis *add.* L 15 mobilis (1) quæ *del.*
(2) et sui *add.* et *del.* et rursus *add.* L 17 L (1) rursusque mobile *C del.* (2) et ... *B*
add. L 18 Ponatur | *V* mo *del.* | L 19 velocitate | (1) *E* (2) *G del.* | L 19 *E*, (1)
erit *del.* (2) erit ejus *add.* L 19 velocitas | *G corr.* L 19 Ergo | *G* et *E del.* | L 21
mobilis *add.* L 21 metiri | mobilis, *del.* | L 24 sit | «velocitas» *del.* | L 24
«habentis?» | «↔» *del.* | L

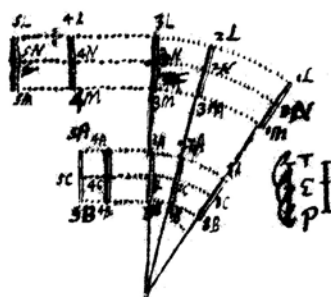


Figura 103

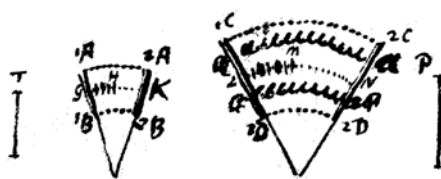


Figura 104

DE VELOCITATE IN UNIVERSUM

[157]

Definitio 1

VELOCITAS IN MOTU QUOCUNQUE est affectio mobilis quæ est proportionalis longitudini quam percurreret si motus per
 5 datæ magnitudinis tempus hac eadem mobilis affectione retenta continuaretur. Eadem autem maneret, si æqualibus temporibus æquales percurreret longitudes, quo casu MOTUS dicitur ÆQUIVELOX.

Haftenus non egeramus nisi de velocitate Motus æquidistributi, ubi omnia corporis puncta æquali velocitate moventur. Operæ pretium tamen fuit
 10 notionem nunc altius attollere et generalius concipere velocitatem, ut cui-

2 | (1) Definitio 1 || (a) VELOCITAS (aa) mobilis cujuscunque in motu proposito del. (bb) in moto quocunque est eadem quæ velocitas (aaa) æqualis æquid del. (bbb) mobilis æqualis æquidistribute moti (aaaa) æqualem proposito tractum motu uniformiter continuato descriptum æqualem ei, quem part. corr. et del. (bbbbb) spatium ... continuato (aaaaa) percursuri add. et del. (bbbbb) per certæ magnitudinis tempus add. et del. (ccccc) certo add. et del. (ddddd) tempore certæ magnitudinis add. percursuri add. æquale ei, quod (aaaaaaa) describeret del. (bbbbbbb) percurreret mobile motu proposito (b) VELOCITAS est affectio mobilis quæ est (aa) proposi (bb) proportionalis (aaa) longitudini tractus (bbb) lineæ quam describeret punctum mobilis, (aaaa) si m (bbbb) æqualis velo totum del. | (2) Definitio 1 add. | L 3-8 QUOCUNQUE (1) est (a) qu (b) affectio mobilis quæ est æqualis velocitati mobilis æqualis (aa) unifor (bb) æquidistribute et uniformiter moti (aaa) tract (bbb) spatiumque (seu (aaaa) tractum p (bbbb) longitudinem percursuri (cccc) longitudinem del. | (c) mobile add. et del. | (2) est ... ÆQUIVELOX add. L (1) quæ est add. | L 3 est pro del. | L 3 quæ est add. L 4 quam | describeret corr. | L 9 | (1) «Non» (2) Defini del. | (3) Haftenus L 9 non | egimus del. | L 9 æquidistributi, | quem del. | L 10 tamen (1) est del. (2) fuit add. L 11 nunc add. L

cunque mobili attribui possit etiamsi ejus puncta diversas habeant celeritates, nempe in casu similaris corporis, velocitas ipsius erit media arithmetica inter omnium punctorum velocitates. Qua in mobile simile ducta idem prodit impetus, ac si singulorum punctorum celeritates mobili ordinatim assignavisset. Et quidem si omnia puncta tendant ad easdem partes velocitas mobilis erit ipsa velocitas centri gravitatis. Et quemadmodum autem supra dimensi sumus velocitatem æquidistributam per longitudinem motus æquivelocis, ita nunc metimur velocitatem quamvis per eandem longitudinem motus æquivelocis, ad exaltatæ notionis ad motum etiam non æquidistributum, ut capite de tractu est explicatum, quærendo scilicet pro
 [158] longitudine percursa [a] mobili longitudinem mediam arithmeticam inter omnium punctorum longitudes simul percursas. Quod si hæc ad exemplum applicemus rectæ verbi gratia in plano circa extremum immotum motæ, aut semicirculi moti circa diametrum immotam, reperiemus velocitates duorum radiorum inter se, aut duorum semicirculorum inter se, esse in ratione composita vertiginum et radiorum. Vertigines autem sunt ut velocitates punctorum a centro æquidistantium, seu ut anguli percursi motu uniformi intra æquale tempus.

Propositio 1

Velocitates mobilium quorum quodque constanti velocitate quodque constanti velocitate movetur, sunt inter se ut longitudes æqualibus temporibus percursæ.

Sint mobilia *A* et *B*, quorum utrumque suam velocitatem servat, et *A* tempore *T* percurrat longitudinem *L*; et *B* tempore æquali ipsi *T* percurrat

1-2 celeritates | (1) . (a) Idque in sphæ (b) Ita (aa) duæ sphæræ æquales etsi (bb) duæ rectæ, duo s *del.* | (2) , | (a) nempe media inter velocitates punctorum *del.* | (b) nempe *L* **2** velocitate *corr.* *L* **2** ipsius erit *add.* *L* **3** simile *add.* *L* **4** si | velocitatem integram cuilibet *del.* | *L* **7** autem *add.* *L* **8** motus (1) uniformis *add. et del.* (2) æquivelocis *add.* *L* **8** velocitatem quamvis *add.* *L* **9** æquivelocis *add.* *L* **10-11** pro ... mobili *add.* *L* **12** longitudes (1) «sim» *del.* (2) simul *add.* *L* **12** si | percursas *del.* | *L* **13** circa | centrum moti *del.* | *L* **13-14** immotum | moti *corr.* | *L* **15** se, (1) et *del.* (2) aut *add.* *L* **16** autem | voco *del.* | *L* **17** velocitates | duarum rectarum æqualium circa suas extremitates (1) motarum (2) immotas motarum *del.* | *L* **17** anguli | a radio per *del.* | *L* **17** percursi | intra idem *del.* | *L* **18** intra | datum *del.* | *L* **185.19-186.4** *Propositio 1* ... velocitates *add.* *L* **20-22** mobilium | (1) æqualium (a) sunt (b) et æquiveles motus habentium *add.* sunt inter se ut (aa) velocitates (bb) longitudes percursæ. ¶ «Sint duo» mobilia *del.* | (2) | quorum quodque (a) æquivelociter *del.* (b) æquivelociter *del.* (c) constanti velocitate *add.* «per» *add. et del.* ... longitudes *add.* | *L* **21** quodque (1) æquivelociter *del.* (2) æquivelociter *del.* (3) constanti velocitate *add.* *L* **23** velocitatem | servans *del.* | *L* **24** *T* | describat lon *del.* | *L*

longitudinem M , ajo fore velocitatem in A , ad velocitatem in B , ut L ad M . Nam (per definitionem præcedentem) si velocitates suas retinerent, ipsæ velocitates forent ut longitudines L et M . Jam retinent eas (ex hypothesi) tales ergo erunt velocitates.

5

Propositio 2

Coincidit velocitas motus æquidistributi secundum definitionem positam supra (capite de motu æquidistributo definitione 2) et secundum definitionem velocitatis præsentem.

Nam longitudo percurrenda secundum definitionem præsentem in casu
10 motus æquidistributi est ut longitudo viæ puncti alicujus in mobili sum-
ti (per propositionem II. capitis de spatio percurso) quæ eodem modo in
definitione superiore «2» velocitatis motus æquidistributi adhibebatur, ut
in proxima adhibetur longitudo percurrenda; neque aliud est definitionum
discrimen.

15

Propositio 3

Velocitas quæcunque æqualis est velocitati motus æqui-
distributi mobilis æqualis, eandem continuata per æquale
tempus constanti velocitate aliquo sui puncto percursuri
longitudinem, quam propositum continuata sua adeoque
20 etiam æquale percursuri spatium.

Sit mobile AB [Fig. 101, p. 182] motum etiam motu non æquidistributo [159]
et ponatur ejus velocitas talis in ${}_1A_1B$, ut (eadem velocitate manente) per
tempus T sit motus ${}_1A_2B$, longitudo autem motus hujus, seu longitudo
1 ajo | (1) esse (2) si A et B sint æqualia, del. | L 1 M . | Nam velocitas del. | L 2
retinerent, | velocitates forent ut del. | L 5 *Propositio* | 1 corr. | L 6 | (1) Vel (2)
Velocitas (3) Definitio velocitatis (a) æquidist (b) in m (c) in motu æquidistributo del. |
(4) Coincidit L 6 motus | æstrib del. | L 6 secundum | prop del. | L 8
definitione 2 add. et del. et rursus add. L 8 definitionem | proxime positam del. | L 9
longitudo | percurra del. | L 9 percurrenda | in del. | L 9 præsentem | eadem est cum
del. | L 10 ut longitudo add. L 11 propositionem (1) I del. (2) II. add. L 11
quæ | est del. | L 12 «2» del. et rursus add. L 12 velocitatis add. L 13-14 proxima (1)
longitudo. || *Propositio 2.* del. (2) adhibetur longitudo (a) percurrend (b) percurrenda;
... discrimen. add. L 15 *Propositio* | 2 corr. | L 16 quæcunque add. L 16-17
æquidistributi | ejusdem del. | L 18 tempus (1) | eadem add. et del. | velocitate
del. | (2) constanti add. et del. «constante» corr. (3) constanti ... puncto add.
 L 19-20 adeoque ... spatium add. L 21 æquidistributo | (ut si recta (1) in
(2) AB add. in plano eodem gyretur circa centrum (a) C corr. (b) E .) ${}_1A_2B$ del. | L 22
talis (1) , | ut tempore æquali ipsi T del. | (2) ut acc. non del., del. ed. | (a) li (b) ead
(c) motus del. | eadem velocitate | continuaretur id del. manente (3) ${}_1A_1B$ add. | , | ut (
add. | eadem ... manente |) add. | L 186.23-187.1 autem (1) hujus del. (2) motus
... percurra add. L

percursa sit linea ${}_1C_2C$, sit jam aliud æquale mobile, vel idem ${}_2A_2B$ motum motu æquidistributo uniformi ${}_2A_3B$ a cuius puncto ${}_2C$ longitudo percursa per tempus æquale ipsi T , sit ${}_2C_3C$. Ajo velocitatem motus ${}_2A_3B$ esse velocitati mobilis AB in ${}_1A_1B$ existentis æqualem. Nam velocitas ipsius ${}_1A_1B$ est ad velocitatem ipsius ${}_2A_2B$ per ${}_2A_3B$, ut longitudo percursum 5
percurrendæ velocitatibus æqualibus continuatis (per definitionem præcedentem velocitatis). Sed longitudo ab ${}_1A_1B$ percurrenda eadem velocitate intra tempus T est ${}_1C_2C$ (ex hypothesi) et ${}_2C_3C$ est longitudo percursa a puncto ${}_2C$ mobilis ${}_2A_2B$ æquivelociter et æquidistribute moti (etiam ex hypothesi) et longitudo lineæ a puncto æquidistribute moti descriptæ est ipsa 10
mobilis longitudo percursa (per propositionem 11 capitis de spatio percurso seu tractu). Erit ergo velocitas ${}_1A_1B$ ad velocitatem ${}_2A_2B$, ut ${}_1C_2C$ ad ${}_2C_3C$, quæ cum sint æquales (ex hypothesi) erunt etiam æquales velocitates. Idem est de spatiis quod de longitudinibus quia æqualibus voluminibus spatia percursa [sunt] ut longitudo (per definitionem 2 de spatio 15
percurso).

Si ponamus AB esse rectam quæ in plano eodem eadem velocitate servata gyretur circa centrum immotum E tempore T , erit tractus ejus seu spatium percursum, hoc loco coincidens ipsi viæ seu spatio generato sive per motum designato ${}_1A_2B$, parti scilicet sectoris ${}_1AE_2E$ contenti rectis ${}_1A_1B$, ${}_2A_2B$, et 20
arcubus ${}_1A_2A$, ${}_1B_2B$, quia lineæ a punctis descriptæ seu arcus angulum semper faciunt rectum ad AB describentem. Hic tractus autem seu area huius spatii æquatur rectangulo ${}_2A_3B$ vel ${}_3A_2A_2B$ contento sub recta AB extensione mobilis AB , et recta ${}_2A_3A$, si ${}_2A_3A$ sit æqualis ipsi ${}_1C_2C$ arcui descripto a

[160]

1 linea add. L 1 ${}_1C_2C$ | (1) quæ in recta AB , est via (a) puncti medii C . del. | (b) puncti medii, hoc loco arcus ab eo circa centrum E (aa) descriptus (bb) descriptus add. et del. |) del. | , | ajo velocitatem del. | (2) sit aliud m del. (3) Aliud corr. (4) sit iam add. aliud L 1 ${}_2A_2B$ | (1) motu æquidistributo (2) motum ex ${}_2A_2B$ del. | L 2 motu | uniformi del. | L 2 a add. L 2 puncto ${}_2C$ add. L 2 percursa | sit ${}_2C_3C$, æquali del. | L 3 velocitatem | ipsius (1) ${}_2AB$ (2) ${}_2A_2C$ del. | L 3 motus | uniformis del. | L 4 velocitas (1) est in del. (2) add. L 4 ${}_1A_1B$ | hoc est quæ del. | L 5 velocitatem | (1) m (2) per ${}_2A_3B$ (3) ut (4) æquidistributam del. | ipsius ${}_2A_2B$ add. L 5 ut (1) longitudo corr. ad longitudinem mo del. (2) longitudo | æqualibus temporibus add. | L 7 longitudo | percursa ab (1) AB (2) ${}_1A_1B$ del. | L 7 ${}_1A_1B$ | seu eius puncto ${}_1C$ add. et del. | L 7 percurrenda | intra tem del. | L 8 hypothesi | jam del. | L 9 ${}_2A_2B$ (1) uni add. et del. (2) æquivelociter et add. L 13 hypothesi | erit et del. L 14-16 Idem ... percurso add. L 14-15 quia | (1) in æquidistributis (2) æqualibus del. (3) æqualibus voluminibus add. L 15 sunt add. ed. 17 eodem (1) æquivelociter (2) eadem ... servata add. L 18 centrum | E et (1) descr (2) tractus del. | L 18 E (1) erit del. (2) tempore ... erit add. L 19 percursum add. L 21 quia | hæ del. | L 23 | vel (1) ${}_3A_2B$ corr. (2) ${}_3A_2A_2B$ add. | L 23 sub | mobili AB , ut (1) m (2) extensione m (3) AB del. | L 24 AB del. et rursus add. L 24 (1) arc del. (2) descripto | arcui del. | (3) arcui add. | descri- pto L

puncto rectæ AB medio C , seu ejus centro gravitatis, itaque longitudo ista arcus ${}_1C_2C$, seu rectæ ${}_2A_3A$, est longitudo spatii percursum (per definitionem 2. capitis de spatio percursum). Si jam ponatur eadem recta porro ex ${}_2A_2B$ progredi motu rectilineo, adeoque æquidistributo et quidem uniformi, ita
 5 ut describat rectangulum ${}_1A_2B$, tractus seu spatium erit ipsum rectangulum, et longitudo ejus erit recta percursum ab aliquo ejus puncto A , vel C , ut ${}_1A_2A$ vel ${}_1C_2C$ per propositionem 11. dicti capitis de spatio percursum. Unde patet et tractus et longitudines esse æquales, quæ tempore æquali mobile AB uniformiter percurrit, sive motu æquidistributo ${}_2A_3B$, sive diverso in di-
 10 versis punctis ut ${}_1A_2B$, percurrat, atque adeo et velocitates horum duorum motuum dici æquales.

Propositio 4

Spatia a mobilibus suam velocitatem retinentibus tempore æquali percursum sunt in ratione composita voluminum mobilis cujusque et velocitatum.

Sint [Fig. 102, p. 182] mobilia AB , LM , quæ temporibus æqualibus ipsi T moveantur velocitatibus suis V et E retentis, et percurrant spatia ${}_1A_2B$, ${}_1L_2M$, ajo esse spatia ${}_1A_2B$ ad ${}_1L_2M$, in ratione composita voluminum AB , ad LM , et velocitatum V ad E . Sint longitudines percursum ${}_1C_2C$, ${}_1N_2N$.
 20 Constat (per definitionem 2. capitis de spatio percursum) esse spatia ${}_1A_2B$ ad ${}_1L_2M$, in ratione composita voluminum AB ad LM , et longitudinum percursum ${}_1C_2C$ ad ${}_1N_2N$, sed longitudines percursum in motibus æquivelocibus æqualium temporum sunt ut velocitates (per propositionem 1. hic).

1 rectæ | medio C , se del. | L 3 percursum). | Eadem del. | L 3 ponatur | idem mobile del. | L 4 et ... uniformi add. L 5 ut | (1) puncta (2) indecens per ipsum (a) ${}_1A_1B$ (b) ${}_2A$ del. | (3) æquali ei eorum quo prius te (4) tempore æquali cum move add. et del. | L 5 ${}_1A_2B$, | utique longitudo huius r del. | L 6 aliquo | lo del. | L 6 puncto | ${}_2A$ del. | L 8 patet | ob eandem mobilium qua del. | L 8 quæ | eodem del. | tempore | (1) sunt percursum (2) m (3) per del. | L 8-9 mobile (1) AB percurrit (2) | AB add. et del. | uniformiter percurrit add. | AB percurrit L et corr. ed. 10 percurrat, add. L 10 velocitatem corr. L 13-14 (1) Velocitates sunt in ratio del. (2) Spatia (a) | motibus æquivelocibus (aa) descripta del. | percursum (b) | a ... retinentibus (aa) eodem (bb) tempore æquali add. | percursum L 18 spatia add. L 18 ${}_1L_2M$, (1) ut v del. (2) in | com del. | L 19 velocitatum | $\langle A \rangle$ del. | L 19 ${}_1N_2N$ | per definitionem 2. capitis del. | L 22 percursum | sunt in del. | L 22-23 æquivelocibus | sunt del. | L 24 hic). || Propositio 5 || Si mobile movetur (a) motu (b) in add. motu æquivelece ejusdem mobilis longitudines, itemque spatia percursum sunt del. | L

[161]

Propositio 5

In motu ejusdem mobilis æquive-
loce vel duorum mobi-
lium volumina æqualia, et constantes velocitates habentium, longitudines itemque spatia percur-
sa sunt ut tempora impensa, et vicissim si talia sint velocitas est
constans seu motus æquivelox.

Propositio 6

Si diversa mobilia moveantur unumquodque motu æquive-
loce (seu constantis velocitatis) longitudines æqualibus tem-
poribus percursæ, erunt proportionales; et si æqualia sint
mobili- 10
um volumina, proportionalia erunt et spatia. Et vicis-
sim si longitudines vel spatia æqualibus temporibus percursa
sint proportionalia, mobilia retinebunt easdem velocitates.

Mobile AB [Fig. 103, p. 184] motu æquive-
loce tempore TE percurrat longi-
tudinem ${}_1C_2C$, spatium ${}_1A_2B$, et idem (seu æquale) tempore TP , longitudi- 15
nem ${}_1C_3C$, spatium ${}_1A_3B$, ajo esse ${}_1C_2C$ ad ${}_1C_3C$, vel ${}_1A_2B$ ad ${}_1A_3B$, ut TE
ad TP . Sint motus æquidistributi ejusdem (vel æqualis volumine) mobilis,
ejusdemque cum prioribus velocitatis ac proinde (per propositionem 3 hic)
sint hi motus percursis intra æqualia respective tempora longitudinibus et
spatiis æquales, adeoque (per propositionem 3 capitis de velocitate unifor- 20
mi et æquidistributa) uniformes, quorum spatia ${}_3A_4B$, ${}_3A_5B$; longitudines
 ${}_3C_4C$, ${}_3C_5C$. Jam (per propositionem 5. capitis de velocitate æquidistributa
et uniformis) longitudo ${}_3C_4C$ est ad longitudinem ${}_3C_5C$ ut tempora impen-
sa TE , ad TP . Ergo eodem modo erunt et longitudines ${}_1C_2C$ (æqualis ipsi

2 Si mobile mo del. (2) In L 2 ejusdem mobilis add. L 2-4 æquive-
loce (1) ejusdem mobilis del. (2) vel | volumine add. | æqualium | volumine add. et
del. | æquales velocitates habentium add. et del. (3) vel æqualium add. et
del. (4) vel ... habentium, L 4 longitudines itemque del. L add. L2 5-6
sint (1) motus est æquivelox del. (2) velocitas ... æquivelox add. L 7-13
Propositio 6 ... velocitates del. L 9 velocitatis) | æq del. | L 14 (1) Propositio
5 del. (2) Propositio 7 add. et del. (3) Mobile L 14 TE (1) describat del. (2) percurrat
add. L 15-16 ${}_1A_2B$, (1) tempore | autem TEP longitudinem del. | (2) | et idem (seu
æquale) add. | ${}_2A$ add. et del. | tempore TP , (a) ${}_1C_3C$ del. (b) longitudinem | ${}_1C_3$ corr. ed. |
L 16 esse | (1) longitudines seu sp (2) ${}_1C$ del. | L 17 Sit ... æquidistributus corr.
L 17 (vel ... volumine) add. L 17-19 mobilis, (1) prioribus del. (2) | ejusdemque
... velocitatis add. | ac ... hic (a) percursis (b) per (c) æqualibus (d) sint ... tempora
add. | L 19 sint ... percursis add. L2 20 æquales, | ejusdemque del. | ac proinde
add. et del. | velocitatis del. | L 20 capitis add. L 20-21 uniformi |) del. | L 21
uniformes, | nempe 3 del. | L 22-23 propositionem (1)) | longitudo del. | (a) ${}_1C_3$
(b) ${}_1C_4C$ del. | (c) ${}_3C_4C$ (2) | 5. ... longitudo add. | L2 23 ut | tempus TE ad tem
del. | L 23 tempora | percursi «mo» del. | L 24 Ergo | et del. | L

${}_3C_4C$ ad ${}_1C_3C$ (æqualem ipsi ${}_3C_5C$). Adeoque et spatia, quippe ob idem (vel æquale volumine) mobile sunt (per definitionem 2. capitis de spatio percurso) in ratione longitudinum. Idemque et vicissim, locum habet, quia et dicta propositio 5. capitis citati conversam adjectam habet.

5

Propositio 6

[162]

Si diversa mobilia moveantur unumquodque motu æquaveloce (seu constantis velocitatis), longitudines æqualibus temporibus percursæ erunt velocitatibus impensis proportionales, inæqualibus percursæ erunt in ratione
10 composita temporum et velocitatum. Quod si æqualia sint mobilium volumina idem erit de spatiis quod de longitudinibus. Et vicissim si talia locum habeant, mobilia retinebunt suas velocitates.

In figura propositionis præcedentis adjiciatur mobile LM , ita ut puncta
15 L, M, N eodem modo tractentur ut puncta A, B, C . Sitque et mobilis LM motus velocitatem retinens. Jam si æqualibus (ipsi TE) temporibus sint percursæ longitudines ${}_1C_2C$ et ${}_1N_2N$; et æqualibus (ipsi TP) temporibus percursæ longitudines ${}_1C_3C$ et ${}_1N_3N$, erit ${}_1C_2C$ ad ${}_1N_2N$ ut velocitas ipsis AB ad velocitatem ipsius LM , quia substitutis motibus æquidistributis eorundem mobilium et earundem velocitatum (ut in propositionis præcedentis
20 demonstratione) est ${}_3C_4C$ ad ${}_3C_5C$ ut velocitas ipsius AB ad velocitatem ipsius LM (per propositionem 5. capitis de velocitate æquidistributa et uniformi). Quod si tempora sint inæqualia, et percurrerit AB , longitudinem ${}_1C_2C$ tempore TE , et LM longitudinem ${}_1N_3N$ tempore TP erit ${}_1C_2C$ ad
25 ${}_1N_3N$ in ratione composita temporum TE ad TP , et velocitatum ipsius AB

${}_1{}_3C_4C$ | et *del.* | L **1-2** spatia, (1) quæ ob idem *del.* (2) quippe ... volumine) *add.*
 L **3** ratione | (1) $\longleftrightarrow$ (2) voluminum *del.* | L **4** 5. ... citati *add.* L_2 **4** habet. | Idem colligitur *add. et del.* | L_2 **7** velocitatis) (1) longitudines (a) | æqualibus temporibus percursæ *del.* | (b) erunt | temporibus *add.* | proportionales, et si quidem (aa) | proportionalia erunt *del.* | (bb) | æqualia sint *add.* | mobilium volumina proportionalia erunt et spatia (aaa), jam si (bbb) percursa. Vicissim si quæ diximus proportionalia sint æqualibus temporibus, er (c) percursæ erunt in ratione composita *tota del.* (2) longitudines *add.* L **8** erunt (1) temporibus *del.* (2) velocitatibus *add.* L **12** habeant | ubique et semper *del.* | L **14** præcedentis | addatur *del.* | L **14** ut | (1) pun (2) pun *del.* | L **16** motus | uni *del.* | L **16** si | longitudines *del.* | L **16** (ipsi TE) *add.* L **16** sint *add.* L **17** longitudines | ${}_1N_2M$ et (1) ${}_1C_2$ (b) ${}_1C_2C$ *del.* | L **18** longitudines | (1) ${}_1N_3$ (2) ${}_1C$ (3) ${}_1N$ *del.* | L **18-19** ${}_1C_2C$ (1) | ${}_1C_3C$ (a) et *del.* | (b) vel *add. et del.* | ${}_1N_2N$ | ad ${}_1N_3N$ *del.* | (2) ${}_1N_2N$ | ut ... LM *add.* | L **19-20** æquidistributis (1) eosdem *add. et del.* (2) eorundem ... velocitatum *add.* L **21-22** ut (1) ${}_3N_4N$ ad ${}_3N_5N$ (2) velocitas ... LM *add.* L **22-23** propositionem (1) ... (2) | 5. ... uniformi *add.* | L_2 **24** et | ut *del.* | L **24** ad | ${}_1C_3$ *del.* | L **25** velocitatum | AB *del.* | L

ad ipsius LM . Posito enim LM , cujus majus est tempus parte sui temporis TE percurrisse longitudinem ${}_1N_2N$. Est ${}_1C_2C$ ad ${}_1N_2N$ ut velocitas in AB ad velocitatem in LM , et est ${}_1N_2N$ ad ${}_1N_3N$ ut tempus TE ad tempus TP (per propositionem præcedentem). Ergo ${}_1C_2C$ ad ${}_1N_3N$ in ratione composita velocitatum et temporum. Quod si mobilia AB et LM sint æqualium volu- 5
minum, etiam spatia in ratione sic composita erunt, quia (per definitionem 2. capitis de spatio percurso) spatia tunc longitudinibus sunt proportiona-
lia. Eadem vicissim locum habere manifestum est, quia et propositiones quibus usi sumus conversas habent.

[163]

Propositio 7

10

Spatia percurra a mobilibus suam velocitatem retinen-
tibus sunt in ratione composita voluminum cujusquemob-
ilis, velocitatum et temporum impensorum.

Sint [Fig. 104, p. 184] mobilia AB , CD , quæ percurrunt spatia ${}_1A_2B$, ${}_1C_2D$,
temporibus T , P , velocitatibus GH , LM , ajo esse spatia ${}_1A_2B$ ad ${}_1C_2D$ in 15
ratione composita voluminum AB ad CD , longitudinum GH ad LM , et
temporum T ad P . Sint longitudines percursæ ab AB quidem GK , a CD
vero LN spatia ${}_1A_2B$, et ${}_1C_2D$ sunt in ratione composita voluminum AB
ad CD , et longitudinem GK ad LN (per definitionem 2. capitis de spatio
percurso). Sed longitudines (per propositionem 6. hic) in casu velocita- 20
tum constantium sunt in ratione composita temporum T ad P , et veloci-
tatum GH ad LM . Ergo in casu velocitatum constantium sunt in ratione
composita voluminum temporum et velocitatum.

1 LM , | æquali tempore per *del.* | L 1-2 tempus (1) æquali tempore *del.* (2) | parte
... temporis *add.* | TE *add.* | L 4 in | comp *del.* | L 4 composita | tempor *del.* | L
5 si (1) spatia *del.* (2) mobilia | sint æqualia LM *del.* | L 9 quibus | in propositione
del. | L 9 sumus | conversionem «recipiunt» *del.* | L 12 ratione | tem *del.* | L 12
cujusque *add.* | L 12-13 mobilis | temporum im *del.* | L 14 | (1) In ea *del.*
(2) | Sit mobile *corr.* | AB | percurrans spatium *corr.* | ${}_1A_2B$, et mobile CD *del.* | (3) Sint
... AB (a) percurrentia *del.* (b) | CD , ... percurrunt *add.* | spatia L 14 ${}_1C_2D$, | ajo
esse *del.* | L 16 voluminum | ${}_1A_2B$ a *del.* | L 16 CD , | item *del.* | L 17 P . | Et
quidem si volumina mobilium sint æqualia AB et CD , constat propositum ex propositione
7 proxime posita. Sin inæqualia sint, sumatur (1) æqualis mo (2) majori (3) minor (4)
mobile EF , (a) æqualis (aa) maj (bb) minori AB (b) æqualis voluminis cum minore
 AB , (aa) et ejusdem velocitatis nem (bb) et eadem velocitate eodemque motum quo
 CD , nempe velocitate LM , tempore P ; (aaa) jam per proxime præcedentem est «s» (bbb)
percurrans spatium (aaaa) ED (bbbb) ${}_1E_2F$ (aaaaa) (seu eodem tempore eandem (bbbbb)
(seu eodem tempore eandem cum CD (aaaaaa) percurrans longitudinem (bbbbbb) via
(ccccc) velocitate constante percurrans longitudinem LM), ob *del.* | L 17-23 Sint ...
velocitatum. *add.* | L 18 spatia | sunt in *del.* | L 20 6. | proxime *del.* | L 20 hic | sunt
in rat *del.* | L 22 Ergo | (1) tem (2) spatia *del.* | L 23 composita | facta *add.* et *del.* | L

Propositio 8

In motu utcunque accelerato conservato aut retardato, longitudines a mobilibus percursæ sunt ut facta ex velocitatibus in tempus ordinatim ductis. Spatia percursa seu
5 tractus in ratione composita horum factorum, et voluminum.

Hujus propositionis usus latissime patet, copulat enim Geometriam cum Phorometria. Ejus aliquod exempla vel corollaria subjiciam. In motu uniformi ubi velocitates sunt æquales seu incrementa nulla longitudines percursæ sunt ut tempora; in motu uniformiter accelerato, ubi velocitatis incrementa æqualibus temporibus æqualia seu velocitates ut tempora, longitudines percursæ erunt ut temporum quadrata. In motu accelerato secundi gradus ubi velocitatis incrementorum incrementa æqualibus temporibus æqualia, velocitates sunt ut temporum quadrata spatia ut temporum cubi. Et ita semper in rationum compositione
15 huiusmodi longitudines velocitatibus sunt uno gradu altiores.

Sit [Fig. 105, p. 183] mobile A tempore BE percurrans longitudinem $A(A)$ [164] instantibus B, C, E , velocitates habens quascunque BF, CG, EH ; et primum ponamus tempus per plura instantia ${}_1C, {}_2C, {}_3C$, etc. in partes dividi utcunque, ut $B{}_1C, {}_1C{}_2C, {}_2C{}_3C$ etc. per quarum unamquamque duret eadem velocitas, ut velocitates ${}_1C{}_1G, {}_2C{}_2G, {}_3C{}_3G$, per tempora $B{}_1C, {}_1C{}_2C, {}_2C{}_3C, {}_3CE$; si jam ponamus velocitates ordinatim in tempora dici,
2 Long del. L 2 conservato add. L 2 retardato, | spatia ut del. | L 3-4 velocitatibus | in tempora or del. | L 4-5 percursa seu tractus add. L 7-15 Hujus ... altiores. del. L 8 In | proposi del. | L 9 ubi (1) | velocitatis corr. | in-crementa del. | sunt | æqualia corr. | (2) velocitates sunt (a) | æqualibus corr. | (aa) temporibus (bb) temporibus del. | (b) æquales L 9-10 nulla (1) et velocitates sunt (a) ut tempora (b) æquales add. et del. (2) spat add. et del. (3) longitudines ... tempora add. L 11 seu add. L 11 velocitates | (1) sunt (2) crescunt (3) tem del. | L 11-12 tempora (1) . In (a) «velo» (b) secundo accelerato del. (2) , | longitudines ... quadrata. add. | L 12 motu | secundo del. | L 12 secundi gradus add. L 14 quadrata | et ita porro in has respectibus del. | L 15 longitudines | tempo del. | L 16-17 | (1) Sint tempora (2) Sit tempus $T_1E_2E_3EM$, et $P_1V_2V_3$ del. | (3) Sint mobilia corr. | A | et B (a) t (b) quorum illud del. | (c) Et (aa) A (bb) mobile A add. et del. | tempore corr. | (aaa) CF del. | CEF corr. et del. , velocitates habent del. | (5) Sit ... A | tempore ... $A(A)$ add. | temporis | BE add. | instantibus ... habens add. | L 17 quascunque | (1) EF (2) C del. | L 17 EH ; | (1) hoc L del. | (2) At del. et rursus add. | L temporis del. | (3) mobile vero L temporis MP instantibus M, N, P velocitates habeat quascunque MQ, NR, PS del. | L 17 Et corr. ed. 18 ponamus | temporibus corr. | L 18 ${}_3C$, (1) «uct» del. (2) | etc. add. | et ${}_1R, {}_2R, {}_3R$ etc. del. | L 18 partes | ${}_1C{}_1\leftrightarrow$ del. | L 19 etc. | et velocitates del. | L 19 quarum | qua del. | L 20 velocitates | (1) BF (2) BF del. | L 21 ${}_3CE$; | (1) qui del. et his velocitatibus, et temporibus respective (a) describantur tempore del. (b) longitu del. (2) et ... respective a mobili percurrantur longitudines $A_1A, {}_1A_2A$, del. | L 21 ponamus | ord del. | L

ut fiant inde rectangula FB_1C , $_1G_1C_2C$, $_2G_2C_3G_3CE$, erunt hæc rectangula in ratione composita elementorum temporis, et velocitatum, itaque ut (per propositionem 6. hic) ut longitudo elementares respondentes a mobili A percursæ, A_1A , $_1A_2A$, $_2A_3A$, $_3A(A)$; itaque, summæ rectangulorum, seu figuræ scalares erunt ut longitudo totæ percursæ, velut BF_1G_2C ad $BF_1G_2G_3GHE$, ut A_2A ad $A(A)$, et spatia quæ per definitionem 2. capitis de spatio percurso sunt in ratione composita longitudinum et voluminum, erunt in ratione composita horum factorum, et voluminum. Idemque est si plures diversorum mobilium velocitates ordinatim ducantur; modo rectis proportionalibus tempora et velocitates repræsententur. Quodsi elementa temporis, quibus eadem durat velocitas sint assignabilibus utcunque parvis minora, ita ut nulla pars temporis assignari queat in qua eadem duret velocitas; figura scalaris evanescet in orthogonium curvilineum, quod longitudini percursæ erit proportionale.

Hujus propositionis usus latissime patet. Phorometriam enim connectit cum Geometria. Ejus corollaria sunt quæ de motu accelerato habentur apud Galilæum.

1 $_2G_2C_3G_3CE$, | manifestum *del.* | *L* **1** hæc *add.* | *L* **1-2** rectangula | in com *del.* | *L* **2** ut | longitudo respondet *del.* | *L* **3** hic (1) ut longitudo *del.* (2) ut ... elementares *add.* | *L* **4** itaque, | et *del.* | *L* **5** percursæ, | (1) seu BF (2) ut *del.* | *L* **5** velut (1) BF_1G | $_2G$ *del.* | (2) BF_1G_2C | *L* **6-8** et ... voluminum *add.* | *L* **9** mobilium | longitudo *del.* | *L* **9** velocitates (1) | suis *del.* | temporibus *corr.* | (2) | in sua *add.* | tempora | *L* **9** rectis | semper *del.* | *L* **11** assignabilibus | quibus *del.* | *L* **12** pars *del.* et rursus *add.* | *L* **12** temporis (1) detur *del.* (2) assignari queat *add.* | *L* **13** figura | quidem *del.* | *L* **13** curvilineum, | long *del.* | *L* **15-17** (1) Huius propositionis usus latissime patet. (a) Huius (b) Ejus (aa) exemplum sive corollarium est *corr.* (bb) exempla sive corollaria sunt[:] | in motu æquiveloci aut uniformi in æqualibus temporibus æquales sunt longitudo percursæ, esse eas ut tempora percursæ *add.* | [:] in motu uniformiter accelerato, (ut æqualibus temporibus æqualia sint velocitatis incrementa,) longitudo percursæ esse ut quadrata temporum seu in ratione temporum duplicata in motu. *del.* (2) Hujus ... Galilæum *add.* | *L* **15** patet | Geo *del.* | *L* **16** ejus *corr.* | *L* **16** sunt | de *del.* | *L* **16** habentur | apud Galilæum *del.* | *L*

16-17 apud Galilæum *vide*: G. Galilei, *Discorsi e dimostrazioni matematiche, intorno à due nuove scienze attenenti alla meccanica e i movimenti locali*, Leida: appresso gli Elzeviri 1638, Giornata terza.

Traditio

L LH XXXV 11, 18A, pp. 165-180

Definitio 1.

MOTUS UNIFORMITER SECUNDUM TEMPORA ACCELERATUS vel RETAR-
 5 DATUS est, cum æqualibus quibuscunque temporis partibus
 transmissis assumptis æqualia sunt incrementa vel decremen-
 ta velocitatis.

Definitio 2.

MOTUS UNIFORMITER SECUNDUM SPATIA ACCELERATUS vel RETAR-
 10 DATUS est, cum quibuscunque æqualibus longitudinis per-
 cursæ partibus transmissis, æqualia sunt velocitatis in-
 crementa vel decrementa.

Propositio 1

15 Elementa longitudinis percursæ sunt in ratione composita
 elementorum temporis impensorum, et velocitatum.

Nam elementa longitudinis sunt longitudines, et elementa temporis sunt
 tempora, per quæ motus longitudinum elementa describentes uniformiter du-
 rant; longitudines autem motu uniformi descriptæ sunt in ratione composita
 20 temporum et velocitatum per propositionem 6. capitis de velocitate in univer-
 sum.

Hæc propositio fere coincidit cum propositione 8. dicti capitis. Nam tota
 longitudo conflatur ex longitudinis Elementis; factum autem ex velocitatibus

1 Pars ... 3. *add. ed.* 4 SECUNDUM TEMPORA *add. L* 5 cum | unaquæque incr
~~del.~~ | L 6 transmissis *add. L* 6 sunt | motus ~~del.~~ | L 10 quibuscunque *add.*
 L 194.13-195.2 Prop. 1 ... Elemento ~~del.~~ L 13 (1) Prop. 1. || Elementa lon-
 gitudinis percursæ sunt in ratione composita elementorum temporis,
 et velocitatum ~~del.~~ (2) Prop. 1 L 14 longitudinis (1) $\longleftrightarrow$ *corr.* (2) percursæ
~~del. et rursus add.~~ L 14 ratione ~~del. et rursus add.~~ L 15 temporis | et velocitatum
~~del.~~ | L 16 (1) Sequitur ex propositione (a) $\leftrightarrow$ (b) 7 capitis de velocitate in universum,
~~del.~~ (2) nam L 17 tempora, (1) longitudines autem ~~del.~~ (2) per quæ | motus ...
 describentes *add.* | L 21 8. *add.* L 21 capitis | 8 ~~del.~~ | L 21-22 nam (1) | cum
~~del.~~ | longitudo | conflatur *corr.* | (2) tota *add.* ... conflatur L 22 Elementis; | ductus
 autem ~~del.~~ | L 22 velocitatibus | m ~~del.~~ | L

in tempus ordinatim ductis, aliud est quam summa conflata ex reſtāngulis sub velocitate et respondente temporis Elemento.

Propositio 1

In motu inde a quiete uniformiter accelerato acquisitæ velocitates sunt temporibus impensis proportionales. 5

Sint [Fig. 106, p. 183] ${}_1T_2T$ et ${}_2T_3T$ æquales, erunt et ${}_1E_2C$, et ${}_2E_3C$ æquales (per definitionem 1. hic). Ergo ${}_1CF$ ad F_3C ut ${}_1C_1E$ ad ${}_1Q_2C$. Ergo ${}_1C$, ${}_2C$, ${}_3C$ cadunt in rectam. Itaque si AT sint tempora, at TC velocitates, erit A_1T ad A_2T , ut ${}_1T_1C$ ad ${}_2T_2C$, id est tempora ut velocitates.

Propositio 2

10

Iisdem positis Longitudines percursæ sunt in duplicata ratione temporum impensorum vel velocitatum acquisitarum.

Nam longitudes sunt ut facta ex velocitatibus TC in tempus AT ordinatim ductis, (per propositionem 1. hic vel per propositionem 8. capitis de velocitate in universum.) Ergo longitudes sunt ut triangula ATC , id est ut quadrata ipsarum AT vel TC .

Propositio 3

Spatia motu uniformiter secundum tempora accelerato æqualibus temporis partibus ordine percursa crescunt ut 20 numeri impares deinceps ab unitate.

Nam quadratorum 0. 1. 4. 9. 16. 25 etc. differentiæ sunt 1. 3. 5. 7. 9. etc. Et patet tempore A_1T percursum esse triangulum A_1C_1T ; ut 1. tempore ${}_1T_2T$ trapezium ${}_1C_1T_2T_2C$ quod est ut 3[.] ${}_2T_3T$ trapezium ${}_2C_2T_3T_3C$, quod est ut 5. et ita porro. 25

Propositio 4

Media temporis velocitas (arithmetica) in motu unifor-

3 *Propositio* | 2 *corr.* | L 8 tempora, | TC *del.* | L 8 velocitates, | erunt A *del.* | L 12 temporum | (1) im (2) in (3) vel *ve del.* | L 14 velocitatibus (1) in tempus *del.* (2) TC ... AT L 15 ductis, | *vel del.* | L 15 vel *vel corr. ed.* 16 ut | *ve del.* | L 16 id est | in duplicata *rat del.* | L 19 (1) Tempore in partes æquales continuas diviso *del.* (2) Spatia L 19-20 accelerato (1) percursa *cresc del.* (2) æqualibus *add.* L 22 0. *add.* L 22 sunt | 3. *del.* | L 23 etc. (1) Si *del.* (2) Et patet *add.* L 23 percursum (1) sit *del.* (2) esse *add.* L 23 ut 1. *add.* L 24 ${}_1C_1T_2T_2C$ (1) ; tempore *del.* (2) quod ... 3 *add.* L 27 (arithmetica) *add.* L

[167]

Propositio 5

Si[†] acquisitæ velocitates sint in ratione duplicata, triplicata etc. aliterque multiplicata temporum inde a quiete impensorum longitudines percursæ sunt (respective) in triplicata, quadruplicata, et generaliter unitate magis 5 quam velocitates, multiplicata temporum ratione.

Nam temporibus existentibus ut AT , partibus rectæ ATT , at ipsis TC normalibus ad AT , existentibus ut velocitatibus et in duplicata ratione seu ut quadrata ipsorum AT ; linea ACC erit parabola cuius vertex A . Spatia autem percursa erunt ut areæ $ATCA$ (per dictam propositionem 8. capitis de 10 velocitate in universum) quæ (ex quadratura parabolæ nota) sunt trientes rectangulorum ATC , ergo sunt ipsis istis rectangulis proportionalia. Rectangula autem ATC , (quorum altitudines AT sunt ut tempora, et bases TC ut quadrata temporum,) erunt ut temporum cubi seu in triplicata eorum ratione. Eodem modo si velocitates TC sint in triplicata temporum AT , 15 spatia percursa erunt ut areæ curvilineæ $ATCA$, seu ut quartæ partes rectangulorum ATC , seu ut rectangula ATC , seu in temporum AT ratione quadruplicata. Et ita porro in reliquis.

Cum tempore Galilæi nondum notæ essent generales quadraturæ parabolæ, quas primus ni fallor dedit Fermatius; hinc ille in primo gradu 20 motus accelerati substitit.

Propositio 6

Iisdem positis spatia æqualibus temporibus inde a quiete percursa, sunt ut numeri deinceps ab unitate sumti,

[†]In marg., oblitumve ne copietur:

$$\begin{aligned} V \text{ ut } 1 &: \int \\ V \text{ ut } 1 &: \int dt : v \\ \text{Ergo } dt &: v \text{ ut } -dv : vv \\ \text{et } t \text{ ut } &: -\int \frac{dv}{v} \end{aligned}$$

4 impensorum | spati del. | L 4 in | ratione del. | L 5 magis | mul del. | L 7
 AT , | velocitatibus TC del. | L 7 at (x) | velocitatibus del. | TC | (a) partib (b) parallelis
del. | (2) | ipsis add. | TC L 9 parabola | cuius vertex A , long del. | L 9 A | (x) Et
(2) Constat (a) «re» (b) autem del. | L 10-11 $ATCA$... universum) add. L 11
quæ | sunt del. | L 11 ex (x) qu del. (2) quadraturis corr. L 11 sunt | (x) in triplicata
ratione (2) in (3) ter del. | L 13 (quorum (x) bases acc. non del., del. ed. (2) altitudines
add. L 15 modo (x) po del. (2) si | TC sint ut cubi temporum del. | L 16 ut | (x)
 AC (2) A del. | L 17 seu (x) ut del. (2) si | rectang del. | L 18 porro | et del. | L
19 Cum | prop. « $\leftrightarrow$ » del. | L 20 in (x) simplici del. (2) primo add. L 197.24-198.1
sumti, | «quorum» corr. | L

20 Fermatius vide: P. de Fermat, *Varia opera mathematica*, Toulouse: J. Pech 1679, pp. 44-57.

0	1	16	81	256	625	Biquadrati
1	15	65	175	369		Numeri spatiorum
	14	50	110	194	302	differentiæ primæ
		36	60	84	108	differentiæ secundæ
		24	24	24		differentiæ tertię

Atque ita porro in altioribus.[†]

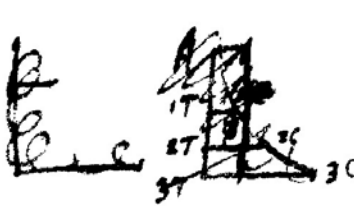


Figura 107.1 (*del.*)

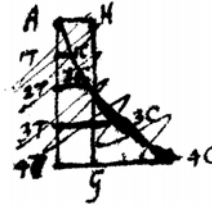


Figura 107.2 (*del.*)

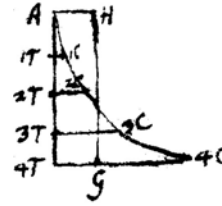


Figura 107



Figura 108.1 (*del.*)



Figura 108.2 (*del.*)

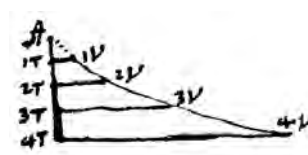


Figura 108



Figura 109.1 (*del.*)

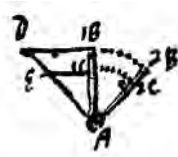


Figura 109



Figura 110.1 (*del.*)



Figura 110.2 (*del.*)

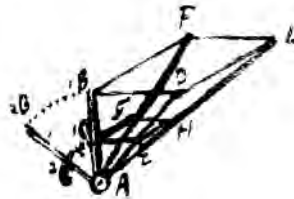


Figura 110

[†]*In margine* vel v^0 ut t^0 , s ut $\int d\bar{t} v$
 v^2 ut t^1 s ut $\int dt t^{1:2}$
 seu s ut $t^{3:2}$

Propositio 7

Iisdem positis media arithmetica temporis velocitas, qua motum mobile uniformiter eodem tempore tantundem quantum nunc longitudinis percurrisset si velocitates sint in temporum ratione simplice[,] in duplicata, triplicata etc. est (respective) portio velocitatis ultimæ ac-

- quisitæ dimidia, tertia, quarta etc. seu generaliter portio ejus secundum numerum qui est exponens multiplicatæ rationis unitate auctus.
- 10 Nam ad eum modum quo ratiocinati sumus propositione 4. hic si rectangulus HA_4T [Fig. 107.1, 107.2, 107] sit æquale areæ A_4T_4CA , et AT sunt tempora ac TC velocitates tunc HA repræsentat velocitatem temporis mediam arithmetica. Iam si TC sint ut quadrata, cubi, biquadrata etc. ipsarum AT , erit (ex nota paraboloidum quadratura) AH , vel ${}_4TG$ pars tertia,

15 quarta, quinta, etc. ipsius ${}_4T_4C$.

- Quæ diximus, cum velocitates a quiete crescunt in ratione temporum utcunque multiplicata, verbi gratia duplicata, aut triplicata, quadruplicata, etc. seu cum velocitates acquisitæ sunt ut quadrata, cubi, biquadrata, etc. temporum impensorum; etiam locum habent cum velocitates a quiete crescunt in ratione temporum, utcunque submultiplicata, seu ut radices
- 20 quadraticæ, cubicæ, biquadraticæ etc. temporum; id est (quod eodem reddit) cum tempora impensa sunt ut quadrata cubi, biquadrata velocitatum aquisitarum. Idem enim est dicere, velocitates esse in ratione temporum subduplicata vel subtriplicata seu ut radices quadratas temporum vel radices
- 25 cubicas, ac dicere velocitates esse in ratione temporum multiplicata secundum numerum exponentem $\frac{1}{2}$ vel $\frac{1}{3}$. Quin et fieri potest ut neque velocitates sint ut dignitates temporum, nec tempora ut dignitates velocitatum, sed ut dignitates velocitatum sint ut dignitates temporum, sed alterius gradus, verbigratia cubi velocitatum ut quadrata temporum. Et tunc

2 arithmetica *add.* L 3 mobile | tant *del.* | L 4 percurrisset | (1) in casu
 → (2) hoc est *del.* | L 5 simplice | est dimidia, in *del.* | L 6 etc. (1) est *del.*
 (2) est (respective) *add.* L 7 quarta | ↔ etc. *del.* | L 7 seu | portio *del.* |
 L 10 sumus | in *del.* | L 10-11 hic (1) | si *del.* | HA_4T | est æqualis *corr.* | (2) si
 rectangulus *add.* L 11 A_4T_4CA , (1) ↔ *corr.* fore *del.* (2) et L 12 velocitates | et
del. | L 14 parabolicam *corr.* L 14 AH , | tribus *del.* | L 16 a quiete *add.* L 18
 acquisitæ *add.* L 22 tempora | sunt ut *del.* | L 23 aquisitarum | Tunc enim ↔ *del.* | L
 24 subduplicata (1) subdupl *add. et del.* (2) vel subtriplicata *add.* L 26 numerum |
 $\frac{1}{2}$ vel $\frac{1}{3}$ *del.* | L 26 potest | ne *del.* | L 27 velocitates | sint ut potestates *del.* | L
 28 dignitates | temporum sint ut alterius *del.* | L 28 ut | alterius gradus *del.* | L 29
 cubi | tem *del.* | L 29 temporum | vel contra *del.* | L

dicentur velocitates esse in ratione temporum triplicata subduplicata seu in ratione temporum multiplicata secundum numerum exponente $\frac{3}{2}$. Sin velocitatum quadrata fuissent ut cubi temporum, seu velocitates in ratione temporum duplicata subtriplicata, forent velocitates in ratione temporum multiplicata secundum exponentem $\frac{2}{3}$. 5

[169] Idem[†] est dicendum si non velocitates ad tempora aut contra; sed vel spatia percursa ad tempora aut velocitates, aut horum alterum ad spatia referatur. Idem est si numeri exponentes sint negativi, hoc est si rationes quas diximus pro directis assumantur reciprocae sed tunc crescente uno decrescit id cuius ratio reciproca est, et viceversa de quo mox distinctius. Semper 10 autem locum habent demonstrationes propositionem 5 et 7. quamvis numeri indices seu exponentes multiplicationis rationum non sint integri sed fracti. Hinc generaliter solvitur problema sequens.

Propositio 8. Problema

Si ex his tribus: tempora impensa, velocitates acquisi- 15
tæ, longitudines percursæ; unum utcunque a minimo crescere dicatur in ratione alterius multiplicata (vel submultiplicata, vel multiplicata-submultiplicata), definire, secundum quam rationis multiplicationem tertium crescat; et quæ sit velocitas media arithmetica, seu æquivalens 20
uniformis.

Condantur tabulæ sequentes ope propositionum 5 et 7. ampliatarum juxta scholion subjectum propositioni 7. quarum prima ostendit, data ratione velocitatum multiplicata rationis temporum, quomodo ratio longi-

[†]*In margine* (NB ad caput de varia motus acceleratione)

1 ratione (1) temporum multiplicata secundum *del.* temporum *add.* **L 2** exponente *add.* **L 2** Si *corr.* **L 4** velocitates | temoprū *del.* | **L 7** percursa *add.* **L 8-10** Idem ... distinctius *add.* **L 8** exponentes *add.* *et del. et rursus add.* **L 8** negativi, | seu *del.* | **L 10-11** (1) Et *del.* (2) Semper | autem *add.* | **L 14** *Propositio 8. Problema del. et rursus add.* **L 15** ex | tribus *del.* | **L 15** impensa, *add.* **L 15-16** velocitates (1) et spatia *del.* (2) | acquisitæ, *add.* | (a) spatia *del.* (b) | longitudines percursæ *add.* **L 16-17** crescere | (1) intelligatur (2) di *del.* | (3) dicatur *add.* *et del.* (4) dicatur *add.* **L 17** (vel | mult *del.* | **L 17-18** submultiplicata, (1) aut *del.* (2) vel *add.* **L 20** sit | media *del.* | **L 22** Condatur tabula sequens *corr.* **L 23** 7. | (1) inde (a) ad latus quærendo temporum vel (aa) spatiorum (bb) velocitatum dignitates, (b) in latere sint (c) in summa linea quærendo (2) qua *del.* | (3) | quarum prima *add.* | **L**

tudinum percursarum sit multiplicata rationis temporum. Item quæ sit velocitatis mediæ quantitas.^{‡ ††}

	1	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{1}$	$\frac{5}{1}$	$\frac{6}{1}$	$\frac{7}{1}$	$\frac{8}{1}$	$\frac{9}{1}$	$\frac{10}{1}$	$\frac{11}{1}$
	2	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{6}{2}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{8}{2}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{10}{2}$	$\frac{11}{2}$	$\frac{12}{2}$
5	3	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{6}{3}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{9}{3}$	$\frac{10}{3}$			
	4	$\frac{5}{4}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{8}{4}$	$\frac{9}{4}$					
	5	$\frac{6}{5}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{9}{5}$	$\frac{10}{5}$					

[‡]*In marg., part. del.:* v^0 ut
 $x = y^e \quad y^e = z^v$
 $x = z^{ve}$

v ut $t^{n:m}$, t ut $v^{m:n}$
 l ut $t^{m+n:m}$
 l ut $v^{m+n:n}$

^{††}*In marg., oblita ne copientur:*

Def. 1. mot. unif. sec. temp. accel.

Def. 2. motus unif. sec. spatia

Prop. 1. in motu inde a quiete uniformiter acc. velocitates

Prop. 2. Iisd. pos. long. percursæ sunt in dup. temporum impensorum vel velocitatum acquis.

Prop. 3. Spatia motu uniformiter secundum tempora accelerato æqualibus temporis partibus crescunt ut numeri impares deinceps ab unitate.

Prop. 4. Med. temp. vel. in mot. unif. acc. dimidia velo.

Prop. 5. Si «acq». vel. in rat. dupl. tripl., long. percurs. sunt in dupl. tripl. et generaliter unitate aucta.

Prop. 6. Iisdem positis differentiæ spatiorum æqualibus temporibus absolutorum, «1^x» 2. 6. «24. etc».

Prop. 7. med. temp. vel. generaliter portio secundum num. qui est exponens multipl. rationis unitate auctus.

1-2 temporum. (1) Et *add. et del.* (2) Item ... quantitas *add.* L 3-7 *Tabulam istam del.* L

In not. marg.: $z^{ve} = y$ *del.* | L $l \dots v^{m+n:n}$ (1) ut (2) ut (a) | « $\hookleftarrow$ » *corr.* | (b) t (aa) | « $\longleftarrow$ » *del.* | (bb) $m+n:m$ (aaa) | l ut $v^{m:m+n}$ *del.* (bbb) l ut (aa) | m *del.* | (bb) $v^{m+n:n}$ L «1^x» | «primæ» *corr.* | L

TABULA I.

		(T)						
		0	1	2	3	4	5 —Tempora	
(V)		1	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{4}{1}$	$\frac{5}{1}$	$\frac{6}{1}$	Longi- tudi- nes per- cursæ in multipli- cata ratio- ne tem- porum
		2	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{6}{2}$	$\frac{7}{2}$	
		3	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}(L)$	$\frac{6}{3}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{8}{3}$	
	<i>m</i>	4	$\frac{5}{4}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{8}{4}$	$\frac{9}{4}$	
		5	$\frac{6}{5}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{9}{5}$	$\frac{10}{5}$	
—Velocitates			Longitudines per- cursæ in multiplicata ratione temporum					etc...

[170] Usus Tabulæ præcedentis, dato in qua ratione temporum sint veloci-
tates, vel contra: invenire in qua ratione temporum sint longitudines per-
cursæ, et quæ sit media velocitas. Exempli causa sint velocitates in ratione
temporum multiplicata secundum numerum $\frac{2}{3}$, seu in ratione temporum
duplicata subtriplicata, seu velocitatum cubi (v^3) sint ut temporum qua-
drata (t^2). Tunc ad inveniendas longitudines ex temporibus quærat^{ur} in
columna sinisterrima (quæ est velocitatum) numerus 3 notatus signo (V)
et in linea suprema (quæ est temporum) numerus 2 notatus signo (T) et
in cella notata signo (L) utrique (T) et (V) respondente occurret numerus
 $\frac{5}{3}$, qui significat Longitudines percursas esse in temporum ratione multi-
plicata secundum numerum $\frac{5}{3}$, seu esse in temporum ratione quintuplicata
subtriplicata; hoc est, cubos longitudinum esse ut quintana seu surdesolida
temporum. Et generali theoremate si sit v^m ut t^n , fiet l^m ut $t^{\frac{m+n}{m}}$ seu l ut
 $t^{\frac{m+n:m}{m}}$. 25

10-17 (1) | Longitudines et velocitates mediæ *part. corr. et del.* | (2) Longitudines
| percursæ ... temporum *add.* | **L 18-20** Longitudines percursæ (1) | et velo-
citates mediæ *del.* | (2) in (a) | «multiplicata» ratione temporum *del.* | (b) multiplicata ...
temporum | *add.* **L 21** præcedentis | duplex *del.* | **L 25** subtriplicata | est *del.* |
L 25 seu | cu *del.* | **L 26** Tunc ... temporibus *add.* **L 27** sinisterrima | numerus
3 *del.* | **L 30** Longitudines (1) esse *del.* (2) percursas esse *add.* **L 32-33** subtriplica-
ta; (1) | seu surdesolida (a) seu (b) sive *del.* | (2) hoc est *add.* | (a) quintana (aa) spatioru
(bb) longitudinum esse ut cubos temporum *del.* | (b) cubos ... temporum *add.* **L 33**
Et ... theoremate *add.* **L**

Idem numerus $\frac{5}{3}$ significat velocitatem mediam se habere ad maximam acquisitam, ut 3 ad 5, seu ut $\frac{3}{5}$ ad 1, seu generaliter m ad $m + n$.

Tabula secunda ostendit, quomodo data ratione temporum ex ratione velocitatum, etiam spatia seu longitudines percursæ habeantur ex ratione
5 velocitatum.

TABULA II.

		(T)					
		0	1	2	3	4	5 —Tempora
				$\frac{2}{n}$			
(V)	1	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{6}{5}$	Longi- tudi- nes per- cursæ, in multipli- cata ratio- ne velo- citatum
	2	$\frac{3}{1}$	$\frac{4}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{7}{5}$	
	3	$\frac{4}{1}$	$\frac{5}{2}(L)$	$\frac{6}{3}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{8}{5}$	
	4	$\frac{5}{1}$	$\frac{6}{2}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{8}{4}$	$\frac{9}{5}$	
	5	$\frac{6}{1}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{10}{5}$	
		Longitudines per- cursæ in multiplicata ratione velocitatum					etc...

Exempli causa si tempora sint in ratione velocitatum multiplicata se-
cundum rationem $\frac{3}{2}$, seu in ratione velocitatum triplicata subduplicata seu
temporum quadrata (t^2), sint ut velocitatum cubi (v^3) tunc ad inveniendas
longitudines ex velocitatibus quærat in linea suprema (quæ est tempo-
rum) numerus 2 notatus signo (T) et in columna sinisterrima (quæ est
5 velocitatum) numerus 3 notatus signo (V) et in cella notata signo (L) utri-
que (T) et (V) respondente occurret numerus $\frac{5}{2}$, qui significat longitudi-
nes percursas esse in velocitatum ratione multiplicata secundum numerum
seu esse in velocitatum ratione quintuplicata subduplicata, hoc est quadra-
10 ta longitudinum esse ut quintana seu surdesolida velocitatum. Et generali
theoremate si sit t^n ut v^m fore l^n ut $v^{\frac{m+n}{2}}$ seu l ut $v^{\frac{m+n}{2m}}$. Patet autem ex

1 significat | (1) m | (2) media del. | L 3 quomodo (1) | ex del. | data (a) | relat del. |
(b) relatione corr. | (2) data ratione L 11-14 percursæ, (1) | ex del. | data corr. | (2) in
multiplicata L 17-18 percursæ, (1) | ex del. | data corr. | (2) in multiplicata L 3-4
tunc ... velocitatibus add. L 6 (V) | et in linea suprema quæ est temporum del. | L
8 numerum $\frac{5}{2}$ | $\frac{5}{3}$ corr. ed. |

inspectione, Tabulam secundam habere eosdem numeros cum prima, sed inverso situ, si velocitates pro temporibus ponantur et contra.

Tabula tertia ostendit quomodo data ratione longitudinum percur-sarum ex ratione temporum impensorum, etiam velocitatum acquisitarum ratio habeatur ex ratione temporum impensorum.

5

TABULA III.						
	0	1	2	3	4	$(T), 5$ Tempora
	1	$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{4}{1}$ Veloci-
	2	*	$\frac{0}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}$	tates
(L)	3_e	*	*	$\frac{0}{3}$	$\frac{1}{3}$	$(V)\frac{2}{3}$ acquisitæ
	4	*	*	*	$\frac{0}{4}$	$\frac{1}{4}$ in multi-
	5	*	*	*	*	$\frac{0}{5}$ plicata
-Longitudines		Velocitates				etc...
		acquisitæ in multi-				
		plicata ratione				
		temporum				

Exempli causa, si longitudinum cubi (l^3) sint ut temporum surdesolida (t^5) seu si longitudines sint in ratione temporum quintuplicata subtriplicata, seu multiplicata secundum numerum $\frac{5}{3}$. tunc ad inveniendas velocitates ex temporibus quæritur in linea suprema (quæ est temporum) numerus 5 notatus signo (T) et in columna sinisterrima (quæ est longitudinum) numerus 3 notatus signo (L) et in cella notata signo (V) utrique (T) et (L) respondente occurret numerus $\frac{2}{3}$ qui significat velocitates acquisitas esse in temporum ratione duplicata subtriplicata, seu multiplicata secundum numerum $\frac{2}{3}$, hoc est cubos velocitatum esse ut quadrata temporum.

Et generali theoremate si sit l^e ut t^r , fore v ut $t^{\frac{r-e}{e}}$ seu v^e ut $t^{\frac{r-e}{e}}$.

5 rationes habeantur corr. L 10-12 acquisitæ (1) | ex data corr. | (2) in multiplicata L 17-18 acquisitæ (1) | ex data corr. | (2) in multiplicata L 20 cubi | sint del. | L 22-23 tunc ... temporibus add. L 25 (L) | tunc ad inveniendas velocitates ex temporibus quæritur in linea suprema quæ est temporum numerus 5 notatus del. | L 28 cubos | esse del. | L

Notandum autem est in hac tabula, $\frac{0}{1}$ vel $\frac{0}{2}$ vel $\frac{0}{3}$ etc. id est 0, significare, tunc cum longitudines percursæ, sunt ut tempora impensa, vel quadrata longitudinum ut quadrata temporum, vel cubi illorum ut cubi horum, etc. velocitates esse ut t^0 , id est ut unitates seu quantitates constantes; seu quod
 5 idem est tunc velocitatem esse uniformem. Ratio autem cur in hac tabula relicta sint loca vacua, hoc est, quod tunc exponens numerus foret minor quam 0, quod fieri non debet. Exempli causa cum l^2 sunt ut t^1 , fieret v ut $t^{\frac{1-2:2}{\cdot}}$, seu v ut $t^{\frac{-1:2}{\cdot}}$ vel v^2 ut t^{-1} , vel quod idem est v^2 ut $\frac{1}{t}$. seu $1 : t$ seu velocitatum quadrata erunt reciproce ut tempora (quibus casibus utique existantibus velocitatibus vel earum potentiis progressionis arithmeticae tunc tempora vel eorum potentiae forent progressionis harmonicae. Unde sequeretur initio seu primo momento, cum tempus infinite parvum est, velocitatem esse infinitam. Quod utique admittendum non est, idemque in cæteris omnibus locis fieret, quos ideo vacuos reliquimus. Et proinde fieri non
 15 potest, ut longitudinum percursarum quadrata sint ut tempora impensa; vel longitudinum cubi sint ut temporum quadrata, aut ut ipsa tempora; vel ut longitudinum biquadrata sint ut temporum cubi vel quadrata vel ut ipsa tempora, et ita porro.

Tabula quarta ostendit, quomodo data ratione temporum impensorum ex data ratione longitudinum percursarum, etiam velocitatum acquirarum ratio ex data ratione longitudinum percursarum detur.[†]

[†]In marg., oblita ne copientur: v ut $t^{\frac{r-e:e}{\cdot}}$ t ut $l^{\frac{e:r}{\cdot}}$
 Ergo v ut $l^{\frac{r-e:r}{\cdot}}$

1 $\frac{0}{1}, \frac{0}{2}, \frac{0}{3}$ corr. **L 3** etc. | (1) tunc (2) tem del. | **L 4** velocitates | ut del. | **L 5** uniformem. | Hic etiam ratio porro colligitur, t del. | **L 7** quod ... debet add. **L 7** fierent corr. **L 8** $t^{\frac{-1:2}{\cdot}}$ | Hoc est velocita del. | **L 9-11** (quibus ... harmonicae) add. **L 10** progressionis | harmonicae del. | **L 10** arithmeticae (1) forent del. (2) tunc add. **L 11-12** sequeretur | in del. | initio | temporis del. | **L 12** momento, | velo del. | **L 13** est, | ita del. | **L 15** percursarum add. **L 15** impensa add. **L 16-18** vel ... porro add. **L 16** cubi (1) ut del. (2) sint ut add. **L 17** ut add. **L 17** sint add. **L 20** velocitatum | ratio ex data del. | **L**

In not. marg.: ut₂ | (1) v (2) $l^{e:r}$ del. | (3) $l^{\frac{r-e}{\cdot}}$ corr. | **L** ut₃ | $t^{\frac{r-e:r}{\cdot}}$ del. | **L**

TABULA IV.

(*T*)

	0	Tempora				
		1	2	3	4	5
	1	$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$
	2		$\frac{4}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{7}{5}$
(<i>L</i>)	3 _e			$\frac{0}{3}$	$\frac{1}{3}$	(<i>V</i>) $\frac{2}{3}$
	4				$\frac{0}{4}$	$\frac{1}{4}$
	5					$\frac{0}{5}$
Longitudines		Velocitates acquisitæ in multiplicata ratione longitudinum percursarum				
		etc...				

Exempli causa, si temporum surdesolida (t^5) sint ut longitudinum cubi (l^3) seu si tempora sint in longitudinum ratione triplicata subquintuplicata, vel si tempora sint in ratione longitudinum multiplicata scundum numerum $\frac{3}{5}$. tunc ad inveniendas velocitates ex longitudinibus quæratur in linea suprema (quæ est temporum) numerus 5 notatus signo (*T*), et in columna sinisterrima (quæ est longitudinum) quæratur numerus 3 notatus signo (*L*); et tunc in cella notata signo (*V*) utrique (*T*) et (*L*) respondente, occurret numerus $\frac{2}{5}$, qui significat velocitates acquisitas esse in longitudinum percursarum ratione duplicata subquintuplicata, seu in ratione longitudinum multiplicata secundum numerum $\frac{2}{5}$, seu quod idem est velocitatum acquisitarum surdesolida fore ut longitudinum percursarum quadrata; et generali theoremate, si sit t^x ut l^x seu t ut l^x , fore v ut $l^{\frac{x-1}{5}}$ seu v ut $l^{\frac{x-1}{5}}$. Et eo casu quo velocitates in tabula præcedenti erant ut t^0 , etiam in hac fiunt ut l^0 id est ut unitates, seu sunt velocitates uniformes. Et loca tabulæ antecedentis vacua quippe impossibilia, etiam in hac

6-8 acquisitæ (*x*) | ex data corr. | (2) in multiplicata *L* 13-14 acquisitæ (*x*) | ex data corr. | (2) in multiplicata *L* 17 in | temproum corr. | *L* 17-18 subquintuplicata, | (*x*) seu 5 : (2) ho del. | *L* 19 $\frac{3}{5}$. | quæratur in linea supre del. | *L* 25-26 quod ... est add. *L* 26 acquisitarum (*x*) cubos del. (2) surdesolida add. *L* 27 l^x | fore del. | *L*

vacant. Cum iidem sint utriusque tabulæ respondentes casus, tantum quod
 velocitæ in præcedente per tempora, in hac per longitudes seu loca abso-
 luta æstimantur: eodem modo, ut primæ quoque et secunde Tabulæ iidem [173]
 fuere casus, eo tantum discrimine, quod longitudes percursæ eadem in
 5 prima pro tempora, in secunda pro velocitates æstimabantur. Et in sequen-
 tibus quoque proximis duabus tabulis eadem tempora insumta in quinta
 quidem per longitudes percursas, in sexta vero per velocitates acquisitas
 æstimabantur.

Igitur Tabula quinta ostendit quomodo data ratione velocitatum
 10 acquisitarum ex data ratione longitudinum percursarum, etiam temporum
 impensorum ratio ex data ratione longitudinum percursarum detur.[†]

[†] *In marg., oblita ne copientur:*

$$\begin{aligned}
 & v^c \text{ ut } l^b \text{ seu } v \text{ ut } l^{\frac{b:c}{c}} \\
 & v \text{ ut } t^{\frac{n:m}{m}} \\
 & l \text{ ut } t^{\frac{m+n:m}{m}} \\
 & t \text{ ut } l^{\frac{m:m+n}{m+n}} \\
 & v \text{ ut } l^{\frac{n:m+n}{m+n}} \\
 & \text{Ergo } b : c = n : \overline{m+n} \\
 & \text{seu } 1 + \overline{m:n} = c : b \\
 & \text{et } m : n = \overline{c:b} - 1 \\
 & \text{et } n : m = b : \overline{c-b} \\
 & l \text{ ut } t^{\frac{1+n:m}{m}} \\
 & \text{Ergo } l \text{ ut } t^{\frac{1+b:c-b}{c-b}} \\
 & \text{seu } l \text{ ut } t^{\frac{c:c-b}{c-b}} \\
 & \text{et } t \text{ ut } l^{\frac{c-b:c}{c-b}}
 \end{aligned}$$

2-3 seu (1) | loca absoluta æstimantur. *acc. non del., del. ed.* | Eodem modo vel primæ
 quoque et secundæ tabulæ iidem sunt casus, eo tantum discrimine quod (a) velocitates
 (b) longitudes percursæ (aa) in pri (bb) eadem in prima per tempora, in secunda per
 velocitates æstimantur et in sequentibus quoque Tabulis (aaa) quinta et sexta (bbb) eadem
 tempora insumta, in quinta quidem per longitudes percursas, in sexta per velocitates
 acquisitas æstimantur *add. et del.* (2) [173] loca ... æstimantur: L 5 æstimantur *corr.* L

In not. marg.: (1) v^b ut l^c *del.* (2) v^c ut l^b L $n : m = b : \overline{c-b}$ | $\parallel \cdot l = n + n : m$
 $\parallel$ Ergo l *del.* | L

TABULA V.

(L)

	0	1	2	3	4	r_5 —Longitudines	
$c^{(V)}$ —Velocitates	1	$\ast \mathfrak{D}$	$\ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast$	Tempora impensa in multi- plicata ratione longitu- dinum
	2	$\frac{1}{2}$	$\ast$	$\ast$	$\ast$	$\ast$	
	3	$\frac{2}{3}$	$\frac{0}{3}$	$\ast$	$\ast$	$\ast$	
	4	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\ast$	$\ast$	
	5	$\frac{4}{5}$	$(T)\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\ast$	etc...
		Tempora impensa in multi- plicata ratione longitudinum					

Exempli causa si velocitatum surdesolida (v^5) sint ut longitudinum qua- 15
drata (l^2) seu si velocitates sint in ratione longitudinum duplicata subquin-
tuplicata sive multiplicata secundum $\frac{2}{5}$ tunc ad inveniendā tempora ex lon-
gitudinibus quærat in linea suprema (quæ est longitudinum) numerus 2
notatus signo (L) et in columna sinisterrima (quæ est velocitatum) nume- 20
rus 5 notatus signo (V) et in cella notata signo (T) utrique (L) et (V)
respondente occurret numerus $\frac{3}{5}$ qui significat tempora impensa esse in
longitudinum percursarum ratione triplicata subquintuplicata seu multi-
plicata secundum numerum $\frac{3}{5}$ hoc est surdesolida temporum esse ut cubos
longitudinum. Et generali theoremate, si sit $v^{\frac{c}{b}}$ ut $l^{\frac{b}{c}}$ foret t ut $l^{\frac{c-b;c}{c}}$ seu t^c
ut $l^{\frac{c-b}{c}}$. Sed ex inspectione Tabulæ naturaque calculi rursus apparet mul- 25
ta manere loca vacua, ubi casus sunt impossibiles. Nam impossibilis est
(ex. gr.) casus cellæ $\mathfrak{D}$ respondentis longitudinis exponenti 1 et velocitatis
1 id est, ubi velocitates sunt ut longitudines, seu v^1 ut l^1 , nam ita tam c
quam b existentibus 1. fieret $c - b = 0$, et foret t ut $l^{\frac{0;1}{c}}$, seu t ut l^0 , seu 30
tempus durante motu non cresceret, sed maneret constans sive idem, quod
est absurdum. Similis absurditas oritur in omnibus locis vacantibus. Itaque

15 si | longitudinum cubi del. | L **16** ratione | temporum del. | L **16-17** subquintu-
plicata | seu multi del. | L **17** secundum $\frac{5}{3}$ corr. ed. | **21** numerus | $\frac{2}{3}$ del. | L **21**
significat | ve del. | L **23** numerum | (1) $\frac{2}{5}$ (2) $\frac{2}{3}$ hoc est cubos velocitatum (3) $\frac{3}{5}$
del. | (4) $\frac{3}{5}$ add. L **26** impossibiles. | Impo del. | L **30** constans | seu del. | L

feri non potest ut velocitates acquisitæ crescant ut longitudines percursæ,
 vel ut earum quadrata cubi, altioresque potestates; aut ut velocitatum ac-
 quisitarum quadrata crescant ut longitudinum percursarum quadrata, cubi
 altioresque potestates seu dignitates; aut ut velocitatum acquisitarum cubi
 5 crescant ut longitudinum percursarum cubi, biquadrata, altioresve pote-
 states. Et generaliter fieri non potest, ut velocitatum dignitates crescant ut
 dignitates pares vel altiores longitudinum[,] quemadmodum paulo ante ad
 Tabulam 3. ostendimus fieri non posse, ut temporum dignitates crescant
 uti longitudinum dignitates altiores; seu longitudinum dignitates crescant
 10 uti temporum dignitates inferiores.

Denique Tabula sexta ostendit quomodo data ratione longitudinum
 percursarum ex ratione data velocitatum acquisitarum, etiam temporum
 impensorum ratio ex data ratione velocitatum acquisitarum detur.[†]

TABULA VI.

(L)

0	1	$\sqrt[2]{2}$	3	4	5 —Longitudines	
1	*	*	*	*	*	Tempora impensa in multi- plicata ratione veloci- tatum etc...
2	$\frac{1}{1}$	*	*	*	*	
3	$\frac{2}{1}$	$\frac{1}{2}$	*	*	*	
4	$\frac{3}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{3}$	*	*	
$c^{(V)}$ 5	$\frac{4}{1}$	$(T)\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	*	
$\sqrt[2]{\text{Velocitates}}$		Tempora impensa in multi- plicata ratione velocitatum				

[†] In marg., oblitumve ne copietur: t ut $l^{\frac{c-b:c}{\cdot}}$
 l ut $v^{\frac{c:b}{\cdot}}$
 Ergo t ut $v^{\frac{c-b:b}{\cdot}}$

1 ut | longitudines per *del.* | **L 4** potestates (*x*) ; (*a*) vel (*b*) aut *del.* (2) ; seu ... aut
add. **L 6-7** velocitatum (*x*) | potentiæ *del.* | crescant (*a*) secun (*b*) ut | potentiæ *del.* | (2)
 | dignitates *add.* | ... | dignitates *add.* | altiores *del.* | **L 8** temporum (*x*) potentiæ *del.*
 (2) dignitates *add.* **L 9** longitudinum (*x*) potentiæ *del.* (2) dignitates *add.* **L 9** seu | ut
del. | **L 9** longitudinum (*x*) potentiæ *del.* (2) dignitates *add.* **L 10** temporum (*x*)
 potentiæ *del.* (2) dignitates *add.* **L**

[175] Exempli causa, si longitudinum quadrata (l^2) sint ut velocitatum surdesolida (v^5) seu si longitudines sint in velocitatum ratione quintuplicata subduplicata vel in velocitatum ratione multiplicata secundum numerum $\frac{5}{2}$ tunc ad invenienda tempora ex velocitatibus quærat in linea suprema 5 (quæ est longitudinum) numerus 2 notatus signo (L) et in columna sinisterrima (quæ est velocitatum) quærat numerus 5 notatus signo (V) et tunc in cella notata signo (T) utrique (L) et (V) respondente occurret numerus $\frac{3}{2}$, qui significat tempora impensa esse in velocitatum acquisitarum ratione triplicata subduplicata seu in ratione velocitatum multiplicata secundum numerum $\frac{3}{2}$, hoc est temporum quadrata fore ut longitudinum cubos. Et generali theoremate si sit $l^{\frac{b}{c}}$ ut $v^{\frac{c}{b}}$ seu l ut $v^{\frac{c}{b}}$, fore t ut $v^{\frac{c-b}{c}}$ seu $t^{\frac{b}{c}}$ ut $v^{\frac{c-b}{c}}$. Et casus qui in Tabula proxime præcedente nempe quinta erant impossibiles, etiam hic vacant.

In omnibus autem Tabulis uno eodemque exemplo uti sumus ut consensus appareat. Nempe in Tabula 1 velocitatum cubis existentibus ut temporum quadrata, tunc longitudinum cubi sunt ut temporum surdesolida. In Tabula 2. temporum quadratis existentibus ut velocitatum cubi, tunc longitudinum quadrata sunt ut velocitatum surdesolida. In Tabula 3. longitudinum cubis existentibus ut temporum surdesolida tunc velocitatum 20 cubi sunt ut temporum quadrata. Consentit tabulæ primæ.

Et in Tabula 4. temporum surdesolidis existentibus ut longitudinum cubi, tunc velocitatum surdesolida sunt ut longitudinum quadrata. In Tabula 5. velocitatum surdesolidis existentibus ut longitudinum quadrata tunc temporum surdesolida sunt ut longitudinum cubi. Consentit tabulæ quartæ. Denique in Tabula 6. longitudinum quadratis existentibus ut velocitatum surdesolida, tunc temporum quadrata sunt ut velocitatum surdesolida, tunc temporum quadrata sunt ut velocitatum cubi; consentit tabulæ secundæ.

Postremo pretium operæ videtur, ostendere quomodo unius Tabulæ Canon analyticus ex alterius tabulæ canone per calculum generalem derivetur, præsertim cum alioquin analytici non satis uti soleant exponentibus potentialiarum generalibus seu per literas expressis, quod tamen hic requiritur. Et

6-7 sinisterrima | quæ est longitudinum quærat *del.* | L 7 notatus (x) signo (L) *del.* (2) signo (V) *add.* L 9 in | longitudinum percursarum ratione *del.* | L 13 $v^{\frac{c-b}{c}}$ | (x) Et eo casu quo (2) Et quando casus (a) ve (b) casus *del.* | L 20 surdesolida | velocitatum *del.* | L 21 Consentit ... primæ *add.* L 23 tunc *add.* L 25-26 Consentit ... quartæ *add.* L 26 6. | si *del.* | L 28-29 cubi (x) . *corr.* (2) ; consentit ... (a) | 5 *corr.* | (b) secundæ *add.* L 30 (x) Postremo *del.* (2) Postremo L 30 ostendere *add.* L 31 calculum | analyticum *del.* | L 31 derivatur *corr.* L 32 alioquin *add.* L 32 non | solean *del.* | L

quidem Tabulæ primæ canon analyticus erit talis: si $v^{\frac{m}{n}}$ ut $t^{\frac{n}{m}}$, fiet ^[176]
 $l^{\frac{m}{n}}$ ut $t^{\frac{m+n}{n}}$, ubi habetur l ex t , quæritur jam canon analyticus tabulæ sec-
 undæ seu posito $t^{\frac{n}{m}}$ ut $v^{\frac{m}{n}}$, quæritur l ex v . Quod calculo tali invenietur[:]
 $t^{\frac{n}{m}}$ ⁽¹⁾ ut $v^{\frac{m}{n}}$ ex hypothesi. Ergo t ⁽²⁾ ut $v^{\frac{m:n}{n}}$. Jam ex canone tabulæ primæ est
 5 $l^{\frac{m}{n}}$ ⁽³⁾ ut $t^{\frac{m+n}{n}}$. Ergo fit l ⁽⁴⁾ ut $t^{\frac{m+n:m}{n}}$. Ex in analogia 4 pro t substituendo valo-
 rem ex analogia 2 fit l ⁽⁵⁾ ut $v^{\frac{m+n:n}{n}}$ id est $l^{\frac{n}{n}}$ ut $v^{\frac{m+n}{n}}$. Itaque si $t^{\frac{n}{m}}$ ut $v^{\frac{m}{n}}$ fit $l^{\frac{n}{n}}$ ut
 $v^{\frac{m+n}{n}}$ qui est canon analyticus tabulæ secundæ. Et eodem modo
 ex canone tabulæ tertiæ derivatur canon quartæ, itemque ex canone tabulæ
 quintæ derivatur canon sextæ aut viceversa. Sed ut ostendamus quomodo
 10 et alii canones ex primo, aut inter se deriventur, in exemplum apponemus
 calculum, quo canon tabulæ quintæ derivatur ex canone Tabulæ primæ.

In Tabula igitur quinta est $v^{\frac{c}{b}}$ ⁽¹⁾ ut $l^{\frac{b}{c}}$, seu v ⁽²⁾ ut $l^{\frac{b:c}{c}}$, quæritur t ex l, b, c . Jam
 ex tabulæ 1. canone, cum esset v ⁽³⁾ ut $t^{\frac{n:m}{m}}$, erat l ⁽⁴⁾ ut $t^{\frac{m+n:m}{m}}$. Ergo t ⁽⁵⁾ ut $l^{\frac{m:m+n}{m}}$.
 Ergo tollendo t ex analogia 3 per analogiam 5 fit v ⁽⁶⁾ ut $l^{\frac{n:m+n}{m}}$. Comparan-
 15 do igitur analogias 2 et 6 fit $\overline{m+n} : m \stackrel{(7)}{=} c : b$ seu $1 + \overline{m:n} \stackrel{(8)}{=} c : b$
 et $n : m \stackrel{(9)}{=} b : c - b$. Iam ex articulo 4 erat l ⁽¹⁰⁾ ut $t^{\frac{1+n:m}{m}}$. Ergo per arti-
 culum 9 fit l ⁽¹¹⁾ ut $t^{\frac{c-c-b}{m}}$ seu fit $t^{\frac{c-b}{m}}$ ⁽¹²⁾ ut $l^{\frac{c-b}{m}}$. Itaque si sit $v^{\frac{c}{b}}$ ut $l^{\frac{b}{c}}$, fit $t^{\frac{c}{b}}$ ut
 $l^{\frac{c-b}{b}}$ qui est canon analyticus Tabula quintæ. Eademque Metho-
 20 dus in cæteris locum habet. In qua non tantum notandus est usus calculi
 exponentium literalium, sed et analogiarum quæ ad instar æquationum ad-
 hibentur; et quidem analogiarum non communium, sed per duos tantum
 terminos eosque indefinitos seu universales quæcunque ejusdem nominis
 propositi quantitatem comprehendentes expressarum, ut cum dicitur ve-
 locitates in gravium descensu acquisitas esse ut tempora impensa (seu ve-
 25 locitatem priorem esse ad velocitatem posteriorem ut tempus acquisitionis
 illius ad tempus hujus) quæ formulæ brachylogæ analogias contracte expri-
 1 talis: (1) si v ut $t^{\frac{m:n}{n}}$ del. (2) si $|v$ ut del. | L 3 tali (1) habe del. (2) invenietur | (a)
 v ut (b) $t^{\frac{n}{m}}$ ut $v^{\frac{m}{n}}$ del. | L 4 ex hypothesi add. L 6 $v^{\frac{m+n:n}{n}}$ | . acc. non del., del. ed. | Et
 del. | L 7 modo | canon tabulæ quartæ del. | L 8 quartæ, | (1) aut (2) ex (3) au del. |
 L 10 et | cæteris del. | L 12 $l^{\frac{b}{c}}$, | quæritur t ex l del. | L 12 l (1) . corr. (2) , | b ,
 c . add. | L 14 Ergo | (per 3 et 5, to del. | L 14 $l^{\frac{n:m+n}{m}}$ | Ergo del. | L 15 seu | m-
 del. | L 16 ex | ana del. | L 17 $t^{\frac{c-c-b}{m}}$ | (1) et invertendo (2) hoc est (3) seu invert
 del. | L 19 habet. | Ubi del. | L 19 qua | singula del. | L 20 analogiarum (1) «seu»
 del. (2) | quæ add. | (a) in del. æquationem corr. | (b) ad | instar add. | æquationum L
 21 analogiarum (1) «in» del. (2) non ... sed add. L 22 terminos (1) sed infinito del.
 (2) eosque add. L 23 quantitatem | contine del. | L 212.23-213.1 expressarum, (1)
 quæ del. (2) ut ... exprimendi add. L 24 in | gravitate corr. | L

mendi Geometris quidem in usu sunt, nondum autem in calculo analytico frequentabantur. Itaque nos cum usus horum sit maximus in translatione Geometriæ ad motum potentiasque, his exemplis præiri viam aliis e re fore putavimus.

[177]

Propositio 9

5

Fieri non potest, ut temporibus eorumve potentiis in progressionem Arithmetica crescente assumtis velocitates quæsitæ, vel etiam spatia percurta crescant in progressionem Geometrica inde a quiete. Et generaliter fieri non potest, ut uno ex his tribus: tempore, velocitate, spatio 10 (seu longitudine percurta) vel ejus dignitate arithmetice seu uniformiter crescente alterum vel ejus dignitates Geometricæ ab initio crescat.

Ponatur enim, si fieri potest, temporibus AT ab initio motus A assumtis in progressionem Geometrica, seu ut Logarithmis, velocitates acqui- 15 tas esse in progressionem Arithmetica, seu ut numeros. Patet tres velocitates quascumque ut ${}_1T_1V$, ${}_2T_2V$, ${}_3T_3V$ quæ æqualibus distant temporis intervallis ${}_1T_2T$, ${}_2T_3T$, fore progressionis Geometricæ. Adeoque et velocitates existentes momentis A , ${}_1T$, ${}_2T$ posito tempora A_1T , ${}_1T_2T$ esse æqualia, esse progressionis Geometricæ, quod est absurdum. Nam velocitas initio seu in 20 A est nulla ex hypothesi, adeoque est velocitate in ${}_1T$ repræsentata per ${}_1T_1V$, infinites minor: jam velocitas in A est ad velocitatem in ${}_1T$, ut hæc ad velocitatem ${}_2T$, ex hypothesi. Ergo etiam ${}_1T_1V$ est ipsa ${}_2T_2V$ infinites minor, adeoque si ${}_1T_1V$ sit velocitas gradus cujuscunque quantumvis parvi assi-

I quidem | non ~~su~~ *del.* | *L* **I** in *(x)* | calculum *corr.* | adhiber *del.* | *(2)* calculo | analytico *add.* | *L* **3** potentiasque, | viam *del.* | hic *corr.* | *L* **3** exemplis *(x)* præire volumus *del.* *(2)* præire *corr.* | *L* **3** aliis | non *del.* | *L* **3** re | putavim *del.* | *L* **6** eorum-
ve | dignitatibus *del.* | *L* **6** in *add.* | *L* **7** assumtis | *(x)* vel *(2)* velocitates crescant
in progressionem geometrica inde a quiete *del.* | *L* **8** percurta | *(x)* inde *(2)* in *del.* |
L **9-10** quiete. *(1)* et generaliter *del.* *(2)* Et ... ut *add.* | *L* **10-11** tribus: | tempus,
corr. | velocitas, *add.* et *corr.* | spatium (seu longitudo percurta) *corr.* | *L* **11** vel *(x)*
horum potentiæ *(2)* ejus dignitates *add.* | *L* **11-12** arithmetice | *(1)* cre *(2)* al *del.* |
(3) seu uniformiter *add.* | *L* **12** vel ejus *(1)* potentiæ *(2)* dignitates *add.* | *L* **13** cre-
scat. | Idemque est *del.* | *L* **16** progressionem | Geometrica *corr. ed.* | **17** quascum-
que *add.* | *L* **17-18** intervallis *(x)* fore *del.* *(2)* ${}_1T_2T$, ... fore *add.* | *L* **18** Geometri-
cæ. | Ergo et velocitates *del.* | *L* **19** ${}_2T$ | *(x)* fore pro *(2)* *(del.)* | *L* **20** Geometricæ, | sed
velocitas initio *del.* | *L* **20** initio *add.* | *L* **21** nulla | *(x)* ex Hypothesi *(a)* Ergo cum
sit velocitas in A , ad velocit *(b)*, *add.* *(aa)* et sit *(bb)* et per naturam progressionis Geo-
metricæ *del.* | *(2)* adeoque sit ad *del.* | velocitatem *corr.* | *(3)* ex ... est *add.* | ad *add. et*
del. | velocitate | *L* **21** in | *(x)* ${}_2T$ seu *del.* | *(2)* ${}_1T$ *(a)* | nempe ad *del.* | repræsentatam
corr. | *L* **21-22** per *(x)* ${}_1T_1$ *del.* *(2)* ${}_1T_1V$, | et $\leftrightarrow$ *del.* | *L* **23** est | *(x)* m *(2)* ${}_2T_2V$
del. | *L* **24** velocitas | cuiuscunque *del.* | gradus | ut *del.* | *L*

gnabilis velocitas ${}_2T_2V$ foret infinita. Et cum instans ${}_2T$ utcunque vicinum sumi possit instanti A patet mobile secundum hanc accelerationis legem aut nullum habere motum, aut statim habere instantaneum seu infinitæ velocitatis. Et sane si ordinate TV velocitatem repræsentantes sint progressionis geometricæ, ipsis temporum intervallis ${}_1T_2T$, ${}_2T_3T$, etc. existentibus æqualibus tunc VV numquam attingit rectam AT , quippe sibi asymptotum, ut construenti manifestum est et proinde velocitas hoc modo crescens, a minimo seu a quiete incipere non potest contra hypothesin. Hinc porro sequitur temporibus arithmetice assumtis, spatia quoque percurta Geometrice crescere non posse. Quoniam tunc spatiis geometricè crescentibus etiam velocitates geometricè crescunt. Nam si spatia crescunt geometricè, etiam differentiæ eorum seu elementa crescent Geometricè, sed elementa spatii sunt in ratione composita elementorum temporis et velocitatum, (supra capite de velocitate in genere propositione 8) id est quia elementa temporis (quippe differentiæ terminorum arithmeticæ progressionis) æqualia sunt, elementa spatii sunt in ratione velocitatum, ergo et velocitates forent progressionis Geometricæ. Quod fieri non posse jam ostendimus.

Porro quo argumento ostendimus temporibus crescentibus Arithmetice, spatia percurta seu longitudines tractus non posse crescere Geometricè inde a quiete; eodem etiam evincitur, spatiis percursis Arithmetice, velocitates acquisitas non posse crescere Geometricè inde a quiete. Eadem enim ratiocinatio est, substituendo tantum spatia pro temporibus. Unde spatiis crescentibus Arithmetice etiam tempora Geometricè crescere non possunt a quiete. Nam spatiis crescentibus Arithmetice, elementa temporis sunt velocitatibus reciproce proportionalia per dictam propositionem 8. Itaque cum si tempora sint geometricæ proportionalia, talia etiam futura

1 cum (1) punctum *del.* (2) momentum *add. et del.* (3) instans *add.* L 2 possit | mome
del. | L 2 patet | grave seu *del.* | L 3 habere | (1) infi (2) vel *del.* | L 4 sane | «si»
1 T *del.* | L 4 velocitatem repræsentantes *add.* L 4 sint | «tunc» *del.* | L 6 æquali-
bus | curva *del.* | L 7 ut ... est *add.* L 8 potest | contra hypothesin *add.* | Iam enim
del. | L 10-11 Quoniam ... crescunt *add.* L 10 tunc *add.* L 10 spatiis | arith
del. | L 11 geometricè | crescunt vel contra *del.* | L 13 in | com *del.* | L 14 (supra
... 8) *add.* L 15 temporis | seu differentiæ termi *del.* | L 21 quiete; | adeoque *del.* |
L 21 spatiis (1) crescentibus *del.* (2) percursis *add.* L 23 Unde | nec tempora tunc
del. | L 26 proportionalia | (1) , itaque temporibus crescentibus decrescunt contra hy-
pothesin, præterquam quod si velocitates sunt geometricæ, etiam elementa temporis sunt
geometrica. (a) Ergo et ipsa tempora (b) Iam si (c) Ergo velocita *del.* | (2) per ... 8 *add.*
L 26 dictam *add.* L 27 cum *add.* L 27 proportionalia, | cum erunt *del.* | L

sint elementa eorum, sequitur et velocitates geometricæ progressionis fore, quod absurdum esse ostensum est.

Postremo[†] velocitatibus crescentibus Arithmetice, spatia non possunt Geometricè crescere inde a quiete. Nam si in figura eadem, rectæ AT quæ sunt progressionis Arithmeticæ exhibeant velocitates et ipsæ rectæ TV quæ sunt progressionis geometricæ exhibeant tempora, sequitur eodem (quo tunc cum AT essent tempora et TV velocitates usi sumus) argumento, posito quod velocitati in A minimæ seu quieti, respondeat spatium minimum seu spatii initium, et velocitati in T respondeat spatium percursum ${}_1T_1V$, tunc necessario velocitati in ${}_2T$ acquisitæ respondere spatium ${}_2T_2V$ percursum infinitum. Quod est absurdum, cum ${}_2T$ sumi possit ubique post A , adeoque motus futurus sit instantaneus. Et velocitatibus crescentibus Arithmetice simili argumento nec tempora inde ab initio crescere possunt Geometricè, nam velocitate quacunque A_2T acquisita tempus ${}_2T_2V$ foret infinitum; adeoque ad minimum quemque gradum velocitatis acquirendum tempore infinito opus foret, adeoque motus foret nullus.

Eadem vis ratiocinationis et in dignitatibus locum habet, nam quorum dignitates sunt progressionis Geometricæ, ea sunt ipsamet progressionis Geometricæ. Ex his autem ut obiter dicam intelligi potest quam commode [et] utiliter mens humana etiam ipsa infiniti consideratione ad res æstimandas uti queat.

[†]In margine deleta sunt:

$$s \, dt \, v$$

$$s : d\bar{t} \quad v$$

$$s \, ddt \quad dv$$

$$dv$$

«etiam dv crescent geom[etricæ]

$$\text{et } d\bar{d}t \, v + dt \, dv$$

1 sequitur | et elem *del.* | L 1 velocitates | esse *del.* | L 3 Postremo | «volup→» *del.* | L 4 quiete. (1) Nam si spatia crescant Geometricè, (a) etiam sic erunt (b) spatiorum differentiæ quæ erunt in ratione composita elementorum temporis et (aa) temporum (bb) velocitatum *del.* (2) et *acc. non del., del. ed.* L 4-6 figura (1) AT sint velocitates, TV spatia, et AT arithmeticæ sint velocitates, et ipsæ TV geometricæ sint tempora *del.* (2) eadem ... tempora *add.* L 8 quod *add.* L 8 quieti, | respondere *corr.* | L 9 T | respondere *corr.* | L 9 ${}_1T_1V$, | necess *del.* | L 14 quacunque | ${}_2T$ acqui *del.* | L 14 tempus | foret infinitum seu *del.* | L 17 (1) Prop. 9 *del.* (2) Eadem L 17 in (1) potentiis *del.* (2) dignitatibus *add.* L 17-18 quorum (1) potentiæ *del.* (2) dignitates *add.* L 19 Ex | quibus *del.* | L 19-20 commode *add.* L 20 utiliter | et facile *del.* | L 21 uti | possit *del.* | L

Propositio 10

Fieri non potest ut velocitatum dignitates determinati nominis crescant in ratione dignitatum parium vel altiorum a longitudinibus. Item fieri non potest, ut longitudinum dignitates determinati nominis crescant in ratione dignitatum inferiorum a temporibus.

Verbi gratia fieri non potest, ut quadrata velocitatum crescant ut quadrata vel cubi longitudinum; aut ut cubi longitudinum crescant ut quadrata temporum, vel ut tempora. Horum prius demonstravimus in explicatione problematis 8 ad Tabulam 3 posterius ibidem ad Tabulam 5. Præterea ad Tabulam 3 etiam ostendimus quomodo progressio harmonica excludatur. Cæterum fieri non posse ut velocitates crescant ubi spatia percursa, qui unus est casus partis prioris hujus propositionis, jam et a Galilæo et uberius a Fermatio est demonstratum.

Quin et brevissima conclusione sequitur ex propositione 9. proxime præcedenti, non posse velocitates inde a quiete crescere ut longitudes percursas seu spatia. Nam si ita esset, forent etiam continua velocitatis incrementa incrementis longitudinis continuis percursæ proportionalia. Sed in omni motu temporibus æquabiliter crescentibus progressum seu longitudinis percursæ incrementa continua sunt ut velocitates (per propositionem 8. capitis de velocitate in genere). Ergo in nostro casu velocitatis incrementa sunt ut velocitates, adeoque velocitates sunt progressionis Gemœtricæ. Sed motum hac lege inde a quiete crescere non posse demonstratum est propositione 9. proxime præcedente.

Equidem P. Cazræus S.I. olim libello scripto contra Galilæum ratiociniis quibusdam suis atque experimentis demonstrare conatus erat motum

1 *Propositio* | 9. *del.* | *L* **2-3** velocitatum (1) potentiæ inde a quiete *del.* (2) dignitates ... nominis *add.* *L* **3** ratione (1) potentiæ *del.* (2) dignitatum *add.* | *et* *del.* | *L* **4-5** longitudinum (1) potentiæ *del.* (2) dignitates *add.* *L* **5** crescant | ut tem *del.* | *L* **5-6** ratione (1) potentiæ *del.* (2) dignitatum *add.* *L* **7** ut | cubi *del.* | *L* **8** crescant ut | cubi tem *del.* | *L* **10** Tabulam 5. | (1) ubi $\leftrightarrow$ (2) et *del.* | (3) Præterea *add.* *L* **15** (1) Idem *del.* (2) Quin ... conclusione *add.* *L* **15** sequitur (1) et *del.* (2) ex prop. (a) 8. *del.* (b) 9. *L* **16** posse | hoc modo *del.* | *L* **16** longitudes | . Nam si veloci *del.* | *L* **17** Nam (1) erunt et *del.* velocitatum *corr.* (2) si ... continua *add.* velocitatis *L* **18** incrementis | longitudinum *corr.* | continuis *add.* | *L* **23** Sed | (1) mo (2) talem esse *del.* | *L*

13 Galilæo *vide*: G. Galilei, *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, Leida: Elsevirii 1638, Giornata terza, theor. II, prop. II; EN VIII, 203-204. **14** Fermatio *vide infra*. **25** *vide*: P. de Cazré, *Physica demonstratio, qua ratio, mensura, modus ac potentia accelerationis motus in naturali descensu gravium determinatur. Adversus nuper excogitatam a Galilæo Galilæi ... de eodem motu pseudo-scientiam*, Paris: J. Du Brueil 1645.

gravium inde a quiete accelerari in ratione spatiorum transcursorum. Sed Fermatius in Epistola tum inter Gassendea tum etiam inter opera posthuma Fermatii edita ostendit hoc esse impossibile; audio et P. Laloveram S.I. qui sane fuit ingeniosissimus, aliquid circa hoc argumentum præstitisse quod ad manus meas non pervenit. Gassendus autem integrum libellum Cazræo 5 opposuit. Cazræus porro lapsus est in sua experimentorum instituendorum ratione, quod discrimen inter vim vivam et mortuam, seu inter impetum conceptum et primos conatus infra a nobis uberius expositum non percepit. Nec satis scio an ipse Gassendus hunc difficultatis nodum solverit. Nimirum Cazræus sibi deprehendisse videbatur libræ lance una quiescente 10 in tabula cum ponderibus impositis, altera vero lance manente libera, et in hanc vacuum pondere aliquo ex altitudine quadam cadente, et pondus unius libræ in lance opposita attollente, idem pondus ex decupla vel duodecupla altitudine cadens, decem vel duodecim libras in lance opposita collocatas attollere posse, atque inde colligere sibi posse videbatur, gradus 15 velocitatum acquisitos esse ut altitudines. Sed plerumque qui rerum rationes non considerant etiam in experimentis sumendis falluntur. Sciendum enim est, et a nobis infra demonstratum, grave quantumcunque attolli posse nonnihil lapsu alterius quantulicunque ex altitudine quantulacunque, cum gravitatis vis quæ mortua est, a concepto impetu qui infinities major 20 est semper superetur; sed quo altior erit lapsus, eo altius attolletur grave in lance positum. Itaque si uncia ex pedis altitudine cadens attollit pondus lancis oppositæ ad unum pollicem, eadem ex duodecim pedibus lapsa

[180]

1 inde a quiete *add.* L 1 transcursorum |, contrario argumento *del.* | L 2 tum (1) i *del.* (2) inter (a) | Gassendi operibus *del.* | (b) Gassendea *add.* L 2-3 posthuma (1) edita *del.* (2) Fermatii edita *add.* L 3-5 audio ... pervenit *add.* L 5 autem | Cazræi experimentis respon *del.* | L 6 opposuit | audio et P. Laloveram, qui sane *del.* | L 6 Cazræus (1) | autem *del.* | ut obiter *corr.* | dicam pondera *del.* | (2) | porro *add.* | (ut ... | dicam) *add.* | L 7 vim *add.* L 7-8 mortuam (1) seu *del.* (2) |, seu inter *add.* | impetum (a) | et *del.* | (b) conceptum L 8 conatus | non satis *del.* | L 8 non | sa *del.* | L 10 «videtur» *corr.* L 11 manente (1) vacua, et in hanc *del.* (2) libera, *add.* L 12 pondere | vacuo *del.* | L 16-17 rerum (1) causas *del.* (2) rationes *add.* L 18 infra *add.* L 18 demonstratum, (1) corpus magnum *del.* (2) grave *add.* L 18-19 posse | a *del.* | L 19 altitudine | quantacunque *del.* | L 19-20 quantulacunque, (1) quod *del.* (2) cum *add.* L 22 Itaque si uncia (1) Ita *corr.* (2) Itaque | (a) si u (b) libra *del.* | (c) si | (aa) libra *del.* | (bb) uncia *add.* | L

2 inter Gassendea *vide:* P. Gassendi, *Opera Omnia*, Lyon: Anison & Devenet 1658, VI, pp. 541-543. 2-3 opera posthuma *vide:* P. de Fermat, *Varia opera mathematica*, Toulouse: J. Pech 1679, pp. 201-204. 3 Laloveram *Fortasse:* A. de Laloubère, *Quadratura circuli et hyperbolæ segmentorum ex dato eorum centro gravitatis, ... demonstrata atque ad calculum reduc̃ta adiumento libræ Archimedææ*, Toulouse: P. Bosc 1661. 5 *vide:* P. Gassendi, *De Proportionibus, quæ gravia decidentia accelerantur. Epistolæ tres quibus ad totidem epistolâs R.P. Petri Cazræi S.I. respondetur*, Paris: L. De Heuqueville 1646; *Opera omnia*, Lyon: Anison & Devenet 1658, III, 564-650.

attollere poterit idem pondus ad pollices duodecim seu pedem. Et oportet pondus ipsum esse unciae duodecuplum[,] quæ infra capite de causa et effectû demonstravimus.

- Interim abstrahendus est animus a variis accidentibus, quibus efficitur,
 5 ut corpora valde gravia a minoribus sensibilibus non moveantur, grave enim magnum iis quibus innititur se fortiter applicat, nec sine frictione aliqua, et medii quoque ambientis resistentia avelli aut moveri potest, ut de partibus lancis tensionis ac flexionis alicuius patientibus nil dicam. Simile quid experimur in eo quod Galli vocant tractum bilancis, le trait de la balance.
 10 Bilanx enim magnis ponderibus in æquilibrio positis onerata non quodvis exiguum pondus adjectum sentit. Quod Cl. Perraltus in tentaminis physicis sane egregiis inertiae materiae tribuisse visus est. Sed hæc inertia id tantum præstat, ut corpora majora moveantur tardius non ut omnino non moveantur minorum impulsus. Verum hæc obiter anticipavimus occasione data,
 15 cum aliqui huius loci non sint.

Propositio II. Problema

Si velocitates decrescant in ratione temporum aut longitudinum percursarum crescentium multiplicata utcunque reliqua definire ad instar propositionis 8.

- 20 Quando velocitas prius in eadem ratione crevisse intelligi potest, vicissim ut creverat decrescet, et sufficit recurri ad solutionem et Tabulas problematis dictæ propositionis 8. Sed in casibus ubi locum non habebat incrementum tale velocitatis inde a quiete, quid agendum sit, expositis difficilioribus quibusdam exemplis viam prævimus in Appendice de resistentia
 25 medii, cujus effectus, ut illic explicuimus ad huiusmodi motuum æstimationes reducitur. Quibus perceptis cætera quoque similia præstare diligenter consideranti non difficile erit aditu semel aperto. Nobis enim nunc singula persequi non vacat ne nimium ab elementorum instituto abeamus.

1 pollices | decem s del. | L 2-3 quæ ... demonstravimus add. L 10 non (1) quovis (a) exiguo non (b) po del. (2) quodvis add. L 12 sane egregiis add. L 13-14 moveantur | minorib del. | L 14 Verum | itaque add. et del. | L 17-18 longitudinum | multiplicata del. | L 19 ad | modum prop. 8 del. | L 20 Quando | «quidem» del. | L 21 ad | Tabulas di del. | L 21 Tabulas | dicti del. | L 21-22 problematis (1) prop. 8 del. (2) dictæ ... 8 add. L 22 casibus | qui dict del. | L 22 habebat | incrementum in quiete del. | L 25 medii | (1) . (a) Unde facile similes Tabulæ quoque Singula (b) Et quod del. | ad (2) , | (a) cujus impedimentum ad add. et del. | (b) cujus ... explicuimus add. | L 26 Quibus (1) inspectis del. (2) perceptis add. L 26 quoque | præstare non del. | L 28 vacat | neque hic nisi elementa tradere del. | L

11 Perraltus ... physicis vide: C. Perrault, *Essais de physique ou Recueil de plusieurs traités touchant les choses naturelles*, 4 vol., Paris: J.-B. Coignard 1680-1688.

[183] [Pars I. Sectio 5. Caput I.]
DE QUANTITATE MOTUS SEU IMPETU

Traditio

L LH XXXV 11, 18A, pp. 183-190

PROTRACTIO seu ELEMENTUM TRACTUS SIVE SPATII PERCURSI est factum ex velocitatibus in volumen ordinatim ductis.

Dilucidabitur ex figura definitionis sequentis. Dico autem Elementum tractus, quia ut ostensum est propositione (de velocitate in universum) velocitates sunt ut elementa longitudinis. Ergo velocitates [*desinit abrupte*]

Definitio 1

QUANTITAS MOTUS SEU IMPETUS est factum ex velocitatibus in quantitatē materiæ seu molem ordinatim ductis.

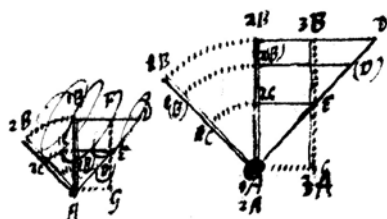


Figura 111

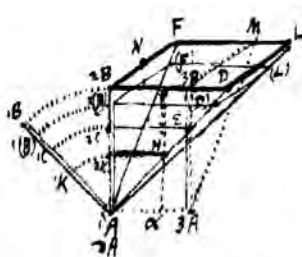


Figura 112

Ut si in mobili eandem ubique quantitatem materiæ in æquali volumine, seu densitatem constantem habente, [*Fig. 109. I, 109, p. 199*] puncti cuiusque

I Pars ... I. *add. ed.* 3-7 PROTRACTIO ... velocitates *in marg. add. et del.* L 3 seu ... PERCURSI *add.* L 5 sequentis | Nimirum *del.* | L 6 est | velocitates sunt ut element *del.* | L 6 universum) | tem *del.* | L 9 ex | ductu *del.* | L 10 quantitates *corr.* L 10 seu molem *add.* L 11 (1) Ut si mobilis AB | (a) punta *corr.* | (b) punctum quodvis C habeat velocitatem ut CE, et ipsæ *del.* (2) Sitque in o *del.* (3) Ut L

Figura 114.1 (*del.*)

Figura 114

Definitio 2

INTENSIO MOTUS seu VIGOR IN MOBILI est velocitas mobilis æquidistribute moti quod mobili proposito mole et impetu est æquale, seu velocitas quæ ducta in molem dat impetum.

Ut si omnes ${}_1B_2B$ [Fig. 111, p. 219] celeritates punctorum B rectæ AB circa centrum A immotum in plano motæ, et ubique æque densæ, represententur rectis BD ordinatim ad angulos rectos ei insistentibus[,] sumatur recta CE vel ${}_1A_3A$ talis ut rectangulum ${}_3A_1A_2B_3B$ æquetur figuræ AD_2B et celeritas repræsentata per rectam CE erit velocitas qua motum mobile AB motu æquidistributo ${}_2A_2B$ in ${}_3A_3B$, eundem habebit impetum quem ante, seu quod idem est recta CE repræsentans celeritatem ducta in seu mobile AB dat rectangulum ${}_2B_3A$ æquale figuræ ADB impetum repræsentanti. Idem succedit in mobili AB , inæqualis densitatis, ut si ponantur densitates punctorum B crescere in ratione distantiarum ab A , adeoque moles mobilis AB repræsentari per triangulum rectangulum ABF et ejusdem mobilis protractio seu summa velocitatum in volumen ductarum repræsentari per triangulum rectangulum ABD cuius planum sit rectum ad planum prio-

2 MOTUS | VI *del.* | L 2 VIGOR | (1) est (a) «vobi» (b) velocitas mobilis (2) in mobili es *del.* | L 2 velocitas | alterius *del.* | L 2 mobilis | (1), quod (a) sit ubique (b) sit æque (2) æ (3) ejusdem molis et *del.* | L 3 impetu | sit *del.* | L 4 quæ | facta in *del.* | L 5 petum. | quæ coincidere ostendetur mox prop. 3. hic *del.* | L 6 | (1) Ergo (2) Ut si in præcedenti figura (4) Ut si (a) celeritates (b) celeritates punctorum B « | (5) Ut L 6 omnes | BC « *del.* | L 8 insistentibus | pateret eidem rectæ attribui velo *del.* | L 9 CE (1) talis, ut rectangulum GAB *del.* (2) vel AG *del.* talis *acc. non del., del. ed.* (3) vel ... talis *add.* L 10 repræsentand *corr.* L 10 rectam | AB , erit (1) intensio seu vigor (2) ut (3) intensio (a) seu vigor motus (b) seu vigor, nam si ipsum *del.* | L 10 motum | corpus *del.* | L 12 est (1) celeritas *del.* (2) recta *add.* L 12 repræsentans celeritatem *add.* L 12 in | mobile AB , *del.* | L 13 æquale | impetui *del.* | L 14 densitates | cres *del.* | L 16 rectangulum *add.* L 16 ABF | (1) velocitas *corr.* | autem ejusdem mobilis circa *del.* | (2) (2) velocitatis impetum A in plano mobi *del.* | L 16-17 ejusdem | (1) mobilis (a) tractus (b) «progressio» *del.* | (c) protractio *add. et acc. non del., del. ed.* (3) mobilis protractio *add.* L 17 volumen | appli *del.* | L 18 rectangulum *add.* L 221.18-222.1 cuius ... prioris *add.* L

ris, impetumque cuiuslibet puncti B , repræsentari per rectangulum $BDLF$ adeoque impetum mobilis AB per pyramidem ex his rectangulis parallelis conflata $ABDLF$. Sumatur jam recta CE talis magnitudinis, ut ducta ipsa normaliter in molem ABF producat [*Fig. 112, p. 219*] solidum prismaticum ^[185] seu ubique æque altum ${}_1A_3A_3BMF_2B$ cujus basis sit moles ABF , altitudo celeritas CE , sitque solidum hoc prismaticum pyramidi æquale, adeoque recta AB motu æquidistributo ${}_2B_3A$ celeritate ut CE seu ${}_1A_3A$ incedens, eundem impetum habeat, quem ante cum motu circulari moveretur; his positis celeritas CE erit intensio motus seu vigor. Quæ etiam erit media arithmetica inter omnes velocitates moli ordinatim applicatas seu inter omnes normales ex pyramidis hedra ADL in hedram ABF (quæ molem repræsentat) normaliter incidentes. Suo autem loco patebit, velocitatem CE quæ intensionem motus seu mobilis vigorem exhibet, seu quæ ducta in molem dat impetum, esse ipsam velocitatem centri gravitatis, quando omnia mobilis puncta in easdem partes tendunt.

Propositio 1

Si nullum sit discrimen densitatis in materiis coincidit impetus mobilis, et ejusdem protractio seu elementum tractus.

Nam mobilia seu moles iisdem existentibus densitatibus sunt ut volumina (per propositionem 1. capitis de quantitate materiæ). Jam impetus est factum ex velocitatibus in molem ordinatim ductis (per definitionem 1. hic). Et protractio est factum ex velocitatibus in volumen ordinatim ductis (per definitionem 2. capitis de velocitate in universum). Coincidunt ergo.

Inspicienti figuras præcedentes definitionum 1 et 2 patet si nulla habeatur ratio densitatis, nullave ejus sit diversitas in mobilibus ut AB evanescere triangulum molis ABF , et molem exhiberi per ipsam rectam AB ; evanescere etiam solida ut pyramides pro impetu rectæ exhibendo excogitatas, et impetum exhiberi per sola triangula ABD . Et vero cum in naturæ interioribus

2 parallelis *add.* L 3 magnitudinis, | ut solidum prismaticum *del.* | L 5 altum | (1) , cuius (2) ${}_1A_3AM$ *del.* | L 6 adeoque | mo *del.* | L 7 ${}_1A_3A$ (1) lata *add. et del.* (2) incedens *add.* L 8 positus | CE æque *del.* | L 10 moli | applicatas, seu *del.* | L 10 inter *add.* L 10 normales | (1) in triangulo ADL (2) ex prism *del.* | L 11 ABF (| mole *del.* | L 12 incidentes. | Ubi $\longleftrightarrow$ *del.* | L 12 patebit, | hanc velo *del.* | L 12 CE *add.* L 12 quæ | vigorem seu *del.* | L 13 exhibet, | esse *del.* | L 17 (1) In mobilibus (2) Si L tractus. (1) vigor mobilis et velocitas ejusdem *del.* (2) impetus mobilis, et (a) protractio | ejusdem *del.* | (b) | ejusdem *add.* | protractio | seu (aa) elementa *corr.* tractus tractus (bb) elementum tractus *add.* L 20 seu moles *add.* L 23 hic). Et protractio (1) | id es in volumen *del.* | . | Et impetus *del.* | (2) Et protractio *add.* L 25 definitionum 1 et 2 *add.* L 28 pyramides | seu solida, et *del.* | L 29 per | solas *del.* | L 29 cum *add.* L 29 interioribus | m *del.* | L

[186] revera nulla sit materiæ dissimilaritas, ut ego quidem arbitror, consequens est in natura coincidere quæ diximus, etsi a nobis notiones phænomenis et sensui accomodantibus, plus materiæ in gravioribus seu densioribus esse per aversionem quandam compendiosæ ratiocinationis causa hic admittatur.

Propositio 2

5

Si nullum sit discrimen densitatis in materiis coincidunt intensio motus in mobili seu vigor, et ipsa mobilis velocitas.

Nam vigor est ut quotiens factus divisione impetus per molem (per definitionem 2. hic) et velocitas est ut quotiens factus divisione protractionis per volumen (per definitionem 2. capitis de velocitate in universum.) Et si nullum sit discrimen in densitatibus moles repræsentantur per volumina (per propositionem 1. capitis de quantitate materiæ) et coincidunt impetus et protractiones (per propositionem 1. hic). Coincidunt ergo vigor et velocitas. 15

Nimirum inspiciendo figuras definitionum 1. et 2. manifestum est, si eadem ubique in mobilibus sit densitas ipsam CE , seu ${}_1A_2A$ vigorem, nihil aliud esse quam velocitatem mobilis quia ducta in rectam AB dat protractionem seu impetum rectæ hujus. Sed si recta densitate differat, aut alioquin densitatum ratio habeatur, recta adhibenda est non KH quæ ducta in volumen AB exhibeat planum protractionis ABD seu rectangulum $BA\alpha$ huic triangulo æquale, sed CE quæ ducta in molem ABF exhibeat solidum impetus seu in exemplis supradictis solidum prismaticum pyramidi æquale. Et posito omnia puncta mobilis in easdem partes ferri, tam vigor quam velocitas mobilis exhiberi potest per velocitatem centri gravitatis. Velocitas scilicet mobilis est eadem quæ velocitas centri gravitatis ipsius voluminis, ut in recta AB velocitas puncti medii K nempe ${}_1K_2K$ vel ${}_2KH$; si vero densitas rectæ variet, quærendum est centrum gravitatis ipsius molis, quod in recta 25

2 nobis (1) rationes del. (2) notiones add. L 4 aversionem corr. L 4 causa | «non» del. | L 9 est (1) factum ex im del. (2) ut add. et del. et rursus add. L 10 velocitas (1) est del. (2) est ut add. L 11 universum.) | Ergo in del. | L 12 densitatibus | (1) coincidit moles et volumen per (a) def. (b) prop. 1 (2) coinci del. | L 12 moles | sunt del. | L 17 in mobilibus add. L 17 densitas | ipsius AB add. et del. | L 18 in (1) «molem» del. (2) rectam add. L 19 hujus | «ubi» del. | L 20 KH add. L 21-22 protractionis (1) ABD del. sed acc. non del., del. ed. (2) ABD ... CE add. L 22 solidum | protractionis del. | L 23 impetus | seu pyram del. | L 23 supradictis | pyramidem del. | L 23 solidum | py del. | L 24 quam | imp del. | L 25 mobilis add. L 26 gravitatis | quæ del. | L 26 ipsius add. L 27 nempe ... ${}_2KH$ add. L 27 ${}_1K_2K$ | vel ${}_2H$ del. | L

AB , densitate versus B crescente proportione distantiae ab A , est vicinius ipsi B ita ut BC sit triens rectae AB et hujus velocitas erit mobilis vigor seu motus intensio ductaque in molem dabit impetum.

Propositio 3

[187]

5 Impetus sunt in ratione composita mobilium et intensi-
sionum motus.

Sint [Fig. 113.1, 113.2, 113, p. 220] mobilia AB .4, et LM .2; et intensiones
motuum BC .3 et MN .5. Impetus ABC .12, LMN .10 sunt ut facta ex AB in
 BC , et ex LM in MN (per definitionem 2. hic) ergo in ratione composita
10 AB ad LM 4 ad 2, et BC ad MN 3 ad 5 (ex Elementis).



Figura 115.1
(del.)

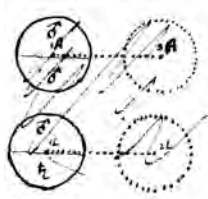


Figura 115.2
(del.)

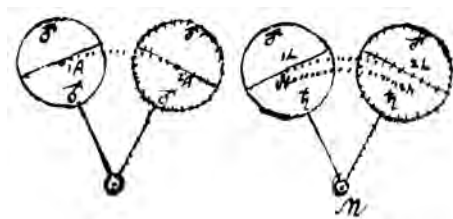


Figura 115

Propositio 4

Impetus sunt in ratione composita voluminum, densi-
tatum, et intensiionum motus.

Nam impetus sunt in ratione composita mobilium et intensiionum mo-
15 tus (per propositionem 3. hic) et mobilia seu moles sunt in ratione compo-
sita voluminum et densitatum (per propositionem 3 capitis de quantitate
materiæ) unde habetur propositum.

Inspiciatur figura definitionis 2 patet mobilis rectae AB circa suum ex-
tremum A immotum motæ volumen exhiberi per longitudinem rectae AB ,
20 densitatem per BN dimidiam ipsius $2BF$; molem seu quantitatem mate-

1 AB , |versus B acc. non del., del. ed. | L 1-3 densitate ... impetum add. L 1 versus
B add. L 1 A, |sicut del. | L 2 B |et del. | L 5 et |velocitatum del. | L 7
| (1) Sit mobile AB (2) Sint mobilia (a) AB , et LM corr. (b) AB .4, et LM .2 intensiones
motuum BC (3) Sint intensi del. | (4) Sint L 8 MN .5. | Impetus (per (1) def. 2 (2)
def. 2. hic) sunt ut facta ex del. | L 14 Nam |vol del. | L 16 quantitate | motus del. |
L 18 mobilis | AB del. | L 19 motæ | impetum del. | L 19 AB | (1) protractionem
(2) molem per triangulum re del. | L 20 per | $2BN$ corr. (male?) | L 20 molem |per
del. | L

riæ per triangulum ABF , seu per rectangulum ex volumine in densitatem ABN ; vigorem seu intensionem motus per rectam CE seu ${}_1A_3A$, impetum per pyramidem $ABDLF$, seu per solidum prismaticum ${}_1A_3A_3BMF_2B$ sub mole ABF , et vigore CE vel ${}_1A_3A$ contentum, (unde impetus per præcedentem sunt in ratione composita mobilium seu molium et vigorum seu
 [188] intensionum motus) seu denique impetum repræsentari per rectangulum solidum $N_2B_1A_3A$ sub tribus rectis angulum rectum facientibus volumine AB , densitate BN , et vigore ${}_1A_3A$ contentum.

Propositio 5

Si densitates sint æquales, impetus seu quantitates motuum sunt in ratione composita voluminum seu extensionum mobilis, et velocitatum ejusdem mobilis.

Nam si densitates sint æquales, impetus sunt in ratione composita voluminum et intensionum motus (per propositionem 4 hic). Et, si densitates sint æquales intensiones motus sunt ut velocitates mobilis (per propositionem 2. hic). Ergo impetus sunt in ratione composita voluminum et velocitatum.



Figura 116.1 (*del.*)

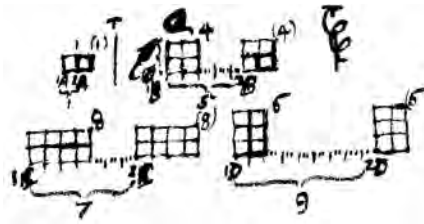


Figura 116

Hæc propositio apud alios jam recepta est, qui impetum seu quantitatem motus magnitudine mobilis et velocitate æstimant. Itaque si mobile cuius magnitudo repræsentatur recta AB [Fig. 114.1, 114, p. 221] feratur velocitate
 20 repræsentata per rectam ${}_1A_2A$, vel ${}_1B_2B$ impetus seu quantitas motus (momentanei,) seu summa velocitatum æstimatur per rectangulum ${}_1A_2B$. Rectangula autem sunt in ratione composita laterum itaque impetus ${}_1A_2B$ (6)

4 CE | content *del.* | L 7 sub | re *del.* | L 7 facientibus | volu *del.* | L 10-11 seu
 ... motuum *add.* L 12 et | densitatum *del.* | L 13 æquales, | intensiones motus
 sunt ut velocitates mobilis (per prop. 2. hic) *del.* | L 14 intensionum | mobilis *del.* |
 L 18 est, | qui *del.* | L 19 si | mobile AB *del.* | L 21 impetus | repræsentat *del.* |
 L 21 quantitas | ve *del.* | L 21-22 motus | momentanei, *corr.* | L 22 seu | quantitas
 velocitatis *del.* | L 225.23-226.2 itaque ... (5) *add.* L 23 (6.) *add.* L

est ad impetum ${}_1L_2M$ (20) in ratione mobilium $AB(3)$ ad $LM(4)$ et velocitatum ${}_1B_2B(2)$ ad ${}_1M_2M(5)$. Et si magnitudo mobilis seu volumen sit 3, velocitas graduum 2, impetus erit graduum 6. Si volumen 4 velocitas 5 erit impetus 20. Sed si mobile non sit ejusdem ubique densitatis; non
 5 velocitas mobilis quæ magnitudine spatii intra datum tempus uniformiter percurrendi æstimatur, sed intensio motus, seu ea velocitas mobilis æquidistribute moti adhibenda est, qua in molem scilicet mobilis ducta idem prodiret, quod ex facto velocitatibus in punctorum singulorum densitates ordinatim ductis. Nam in velocitate et spatio percurso voluminis tantum
 10 spatio continue applicati ratio habetur, densitas vero in considerationem non venit.

Sint [Fig. II5.1, II5.2, II5, p. 224] duo globi æquales unus ferreus, alter ex duobus hemisphæriis ferreo et plumbeo compositus. Hi si æqualia spatia eodem tempore uniformiter suis centris percurrant, eadem velocitate moveri dicentur. Sed non erit idem eorum impetus; neque etiam vigor. Quod
 15 ut appareat clarius rem ad figuram revocemus. Ut si globus $A\sigma\sigma$ ferreus moveatur circa punctum immotum B centro suo A describens arcum circuli ${}_1A_2A$; et eodem tempore æquali velocitate circa punctum M moveatur globus diametro priori æqualis $L\sigma\eta$ qui circulo maximo ad ML normali
 20 dividatur in duo hemisphæria ferreum remotius a B , plumbeum propius, describat centro suo L arcum circuli priori æqualem ${}_1L_2L$, manifestum est æqualia esse spatia percurra, uti velocitates; sunt enim spatia percurra (ob voluminum æqualitatem) in ratione longitudinum percursarum, seu linearum ${}_1A_2A$, ${}_1L_2L$, percursarum a centris gravitatis voluminum, id est centris
 25 sphærarum. Sed secus est de impetibus et vigoribus. Nam globus semifer-

1 ${}_1L_2M$ |, in ratione laterum *del.* | **L** **1** ratione | (1) laterum (2) *im* (3) vol *del.* | **L** **1-2** velocitatum (1) ${}_1A_2A$, 2, *del.* (2) ${}_1B_2B$, ad ${}_1M_2M$, *corr.* **L** **3-4** Si ... 20 *add.* **L** **5** velocitas [189] (1) ejus *del.* (2) mobilis *add.* **L** **5** quæ | magnitudo *corr.* | **L** **6** mobilis | præsentī mole et impetu æqualis, *del.* | **L** **8** prodiret, (1) | quod prodit (a) velocitatē *corr.* (b) velocitatibus *del.* | (2) quod ... facto (a) per quod (b) velocitatibus *add.* **L** **8-9** densitates (1) quod *del.* (2) ordinatim ductis *add.* **L** **9** tantum | spatium *del.* | **L** **12** | (1) Nec aurum si tantum spatii percurrat quantum argentum (2) Nam globus plumbeus si tantum spatii eodem tempore percurrat quantum ferreus (3) Sit *del.* | (4) Sint **L** **12** æquales *add.* **L** **13** compositus. | Et *del.* | **L** **13-14** spatia (1) per *del.* (2) eodem *add. et del.* (3) eodem ... centris *add.* **L** **16** globus | A ferreus *del.* | **L** **17** A *add.* **L** **18-19** velocitate (1) globus *del.* (2) | globus ... (a) æqualis (b) priori æqualis *add.* | (3) | circa ... (a) motus (b) moveatur *add.* | ... æqualis **L** **19** $L\sigma\eta$ | cuius hemisphærium unum *del.* | **L** **19** ad | radium (1) B — (2) BA *del.* | **L** **20** hemisphæria | plu *del.* | **L** **20** ferreum | prop *del.* | **L** **21** describat | æqualem a *del.* | **L** **21** arcum | priori æ *del.* | **L** **21** æqualem | M *del.* | **L** **22** æquale *corr.* **L** **24** centris | velut *del.* | **L**

reus[†] majorem impetum habet majoremque vigorem[‡]. Nempe quærat^r centrum gravitatis globi L . quod cadet infra L in N , quia plumbum gravius ferro. Centrum inquam gravitatis non voluminis sed molis mobilis. Itaque ut velocitas mobilis L repræsentatur per ${}_1L_2L$ longitudinem percursam a centro voluminis L , quæ est ipsa longitudo a mobili percursa; et
 [190] tractus mobilis seu spatium percursum est in ratione composita, longitudinis percursæ seu (hoc loco ob motum uniformem) velocitatis, et voluminis seu magnitudinis sphaeræ[,] seu ut factum ex multitudine longitudinis lineæ ${}_1L_2L$ per magnitudinem sphaeræ $L\mathcal{O}^h$; ita intensio motus seu vigor hujus mobilis sphaeræ, repræsentatur per ${}_1N_2N$ longitudinem percursam
 10 ab N centro gravitatis ipsius mobilis seu molis sive ponderis quæ est id quod infra definiemus Longitudinem translationis; et effectus formalis ipsius motus seu translationis quantitas, quam infra definiemus est factum ex longitudine translationis seu hoc loco (ob motum uniformem) vigore seu in molem seu pondus sphaeræ, seu in longitudinis
 15 translationis, et ipsius ponderis translati ratione composita. Unde impetus globi A ad impetus globi L , est ut pondus globi A (ferrei) multiplicatum per vigorem ${}_1A_2A$ est ad pondus globi L (semiferrei et semiplumbei) multiplicatum per vigorem ${}_1N_2N$. Et quidem si contingat tanto majorem esse vigorem globi ferrei quanto majus est pondus semiplumbei erit impetus
 20 utrobique æqualis. Nam ex propositione 3. sequitur impetibus existentibus æqualibus vigores fore reciproce ut mobilia. Quod peculiari propositione enuntiare nihil necesse est.

[†] *Supra lineam serius additur* hæmisphærium plumbeum

[‡] *Similiter additur* quam ferreum

3 molis |, et (1) longitud (2) vigor seu intensio motus *del.* | L 4 mobilis L *add.* L
 4 ${}_1L_2L$ *add.* L 7 velocitatis |) *del.* | L 8 sphaeræ |. Ita *del.* | L 8 ex | recta *del.* | L
 9 motus (1) mobilis *del.* (2) seu vigor *add.* L 10 hujus | sphaeræ (1) repræsentatur (2)
 seu *del.* | L 13 seu | translatione *corr.* | L 14 seu *add.* L 14 (hoc *corr.* L 15
 uniformem) (1) | vigoris *corr.* | seu (a) intensionis *del.* (b) motus | intensionis *corr.* | (2)
 vigore ... intensione L 15 sphaeræ, | «a» *del.* | L 15 in | lo *del.* | L 17 L , (1) est
 ut pondus *del.* (2) | est *add.* | ut (a) gl *del.* (b) pondus L 18 per | (1) longitudinem
 seu vigorem (2) velocitat *del.* | L 18 ${}_1A_2A$ | (1) | (qui simul repræsentat (a) longitudinem
 percursam, et *del.* | (b) | velocitatem *acc. non del., del. ed.* | (aa) et longitudinem
 (aaa) translationis (bbb) per (bb) translationis (aaa) et lon (bbb) et longitudinem per-
 cursam) *del.* | (2) | seu longitudinem translationis (a) (quæ (b) quæ simul repræsentat
add. et del. | velocitatem | (aa) et longitud (bb) et pondus *del.* | (3) est ad pondus *add.*
 L 19 ${}_1N_2N$ | seu longitudinem translationis (cum velocitas seu longitudo percursa *del.* |
 L 20 pondus | plumbei *del.* | L 21 æqualis. | Nam ex prop. præsentis *del.* | L 22
 æqualibus | mo *del.* | L 22 mobilia. | Intensio etiam motus commode appellari poterit
 velocitas trans *del.* | L 22 propositione | complecti *del.* | L

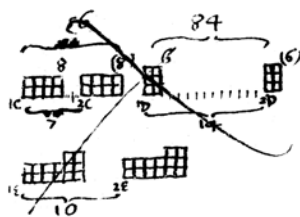
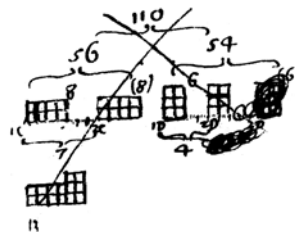
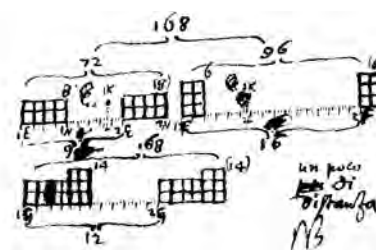
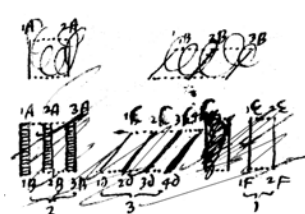
Figura 117.1 (*del.*)Figura 117.2 (*del.*)

Figura 117

In marg.: Un poco di distanza NB

Figura 118 (*del.*)

Figura 119

Figura 119.1 (*del.*)Figura 119.2 (*del.*)

In marg., del.: NB. AB et CD sono uguali

In not. marg.: poco | piu *del.* | L NB | CD et *del.* | L

[Pars 1. Sectio 5. Caput 2.]
DE TRANSLATIONE SEU EFFECTU
MOTUS FORMALIS

Traditio

L LH XXXV 11, 18B, pp. 195-218

Definitio 1

TRANSLATIONIS seu EFFECTUS FORMALIS A MOTU QUANTITAS est, cu- 5
jus mensura est percursio certæ longitudinis facta a mo-
bili æquidistribute moto certæ molis, seu est factum ex
longitudinibus percursis in molem ordinatim ductis.

Sit [Fig. 116.1, 116, p. 225] corpus simile unius pedis cubici A_1 motu æqui-
distributo motum et tempore T percurrans longitudinem 1 seu ${}_1A_2A$ unius 10
pedis qui casus sit mensura. Sint jam tria alia corpora ipsi A consimilaria
 B_4 , C_8 , D_6 pedum cubicorum quatuor, octo, sex quæ motu æquidistributo

1 Pars ... 2. *add. ed.* 2-3 (1) QUANTITAS TRANSLATIONIS *del.* (2) DE ...
FORMALI *add.* L 2-3 | an delenda <errata?> de Effectu formali *add. et del.* | L 0 | (1)
TRANSLATIO, seu EFFECTUS FORMALIS A MOTU, vel MUTATIO (2) IMPETUS seu QUANTI-
TAS MOTUS est quantitas, cujus mensura est (a) corpus (b) mobile æquidistribute motum
(aa) datæ magnitudinis (aaa) habens velocitatem datam *corr.* (bbb) habere velocitatem
(aaaa) datæ quantitatis (bbbb) dati gradus (ccc) certæ molis percurrere (aaaa) datam
(bbbb) certam longitudinem. (aaaaa) Sit corpus A motu æquidistributo motum (bbbbb)
Sit mobile A unius pedis cubici *del.* | (3) QUA *add. et del.* (4) Defn. 1 ... ductis *add.*
L 5 (1) | TRANSLATIO *corr.* | seu | M *del.* | (2) TRANSLATIONIS seu (a) effectus
for (b) EFFECTUS (aa) FOR (bb) FORMALIS (aaa) IN *corr.* (bbb) A MOTU (aaaa) QUA
(bbbb) QUANTITAS L 8 longitudinibus (1) in *del.* moles *corr.* (2) percursis in
add. ... ordinatim *corr.* L 8 ductis | posset etiam dici SPATIUM EXALTA-
TUM *del.* | L 10 motum (1) tempore T | percurrans *del.* | (2) | et *add.* | si is uniformiter
continuaretur percursurum *add. et del.* | ... T | percurrans *add.* | L 10 seu ${}_1A_2A$ *add.* L
10-11 unius (1) pedis *del.* (2) pedis cujus velocitatem dicemus unius gradus; et impetum
unius gradus *add. et del.* (3) pedis *add.* L 11 pedis (1) quod *corr.* (2) qui *del. et rursus*
add. L 11 sit *add.* L 11 corpora | C_8 octo pedum cubicorum *del.* | L 11 ipsi A
consimilaria *add.* L 12 cubicorum | 4, 6 et 8 *del.* | L 229.12-230.1 sex | (1) quæ
percurrant unumquodque tempore æquali ipsi T (2) ejus velocitatis unumquodque ut
motu suo uniformiter continuato sint percurrenda *del.* | (3) quæ ... percurrunt *add.* |
(a) A_6 B_4 C_5 (b) longitudinem pedum 5 *del.* | L

- percurrunt B_4 , C_8 , D_6 longitudines pedum ${}_1D_2B$, 5. ${}_1C_2C$, 7. ${}_1D_2D$, 9. Et in B_4 cujus longitudo percursa est 5 quantitas translationis seu effectus formalis a motu est 20; in C_8 cujus longitudo percursa 7, quantitas translationis est 56, in D_6 cujus longitudo percursa est 9, quantitas translationis est 54.
- 5 Nimirum, ut distinctus exponamus, in B_4 cujus longitudo percursa 5 ideo quantitas translationis seu Effectus formalis a motu est 20 quoniam vigesies repetitur casus assumptus pro mensura seu hypothesis corporis unius pedis cubici æquidistribute percurrentis longitudinem unius pedis. Cum B quater in se contineat congruens ipsi A , et unumquodque ex istis contentis quinquies percurrat unum pedem, unde vigesies habetur congruens
10 ipsi A percurrentis longitudinem congruentem ei quam percurrit A . Ita ut quoad ea quæ nunc in considerationem veniunt nullum occurrat discrimen. Quodsi corpora non essent consimilaria, tunc id quod est duplo densius vel duplo gravius altero, censetur duplo plus materiæ similis continere
15 intra idem volumen, et ita longitudinem a quaque parte similari æquidistribute percursam ducendo in materiæ quantitatem seu molem, et summam ineundo (quod appello factum ex longitudinibus in moles ordinatim ductis) habebimus quantitatem translationis et ideo translationem seu effectum formalem. Motus subinde voco spatium percursum ex-
20 altatum dum scilicet longitudines non in volumen (ut in simplici spatio percurso) sed in molem resultantem ex volumine et densitate ducuntur. Nec minus procedit æstimatio, si mobile non moveatur æquidistribute, sed componatur ex partibus, quæ varias simul longitudines percurrunt, ut si C et D unum compositum constituent. Resoluto enim toto non æquidistri-
1 pedum (1) 5, 7, 9 respective (a) erit B (b) erunt (aa) velocitatis (bb) gradus velocitatis respective 5, 7, 9. et ipsius (aaa) B_4 impetus erit 20, ipsius C (bbb) B_4 cujus velocitas 5 impetus erit 20 ipsius C_8 cujus velocitas 7 impetus erit 56 ipsius D_6 cujus velocitas 9 impetus erit 54. Nam in B_4 (aaaa) reperietur (bbbb) reperiet ~~del.~~ | (2) ${}_1D_2B$, ... 9. ~~add.~~ L 5 (1) Et ~~del.~~ (2) Nimirum, ... in ~~add.~~ L 5-6 5 (1) erit ~~del.~~ (2) ideo ~~add.~~ L 6 est ~~add.~~ L 8 cubici | percurrentis ~~del.~~ | L 8 unius | gradus ~~del.~~ | L 8 pedis. | Nam ~~del.~~ | L 11 A | congruens lon ~~del.~~ | L 11 longitudinem | percurrentem ipsi A ~~del.~~ | L 12-13 discrimen. | (1) Si ver (2) Ut si ~~del.~~ | L 14 censetur | plu ~~del.~~ | L 15 intra ... volumen ~~add.~~ L 15 ita | materiæ quantitatem inspiciendo, et ducendo in longitudinem percursam ~~del.~~ | L 15 longitudines ~~corr.~~ L 15-16 æquidistribute ~~add.~~ L 16 in | partem ~~del.~~ | L 17 appello | longitudines ~~del.~~ | L 18-21 et ... ducuntur ~~add.~~ L 20-21 (ut ... percurso) ~~add.~~ L 21 ducuntur. | Similis (1) ca (2) æstimatu ~~del.~~ | L 22 æstimatio, | si diversæ ~~del.~~ L 22 si | (1) corpus (2) cor ~~del.~~ | L 22 mobile | pro ~~del.~~ L 22 non ... sed ~~add.~~ L 23 quæ (1) | diversas longitudines (a) percurrant ~~corr.~~ (b) percurrunt ~~del.~~ | (2) | non æquales (3) v ~~add. et del.~~ | (4) varias ~~add.~~ L 23 percurrunt, | ut in rotatis circa ~~del.~~ | L 23 si | unum comp ~~del.~~ L 230.24-231.3 constituent. (1) | unius cujusque (a) partim (b) singulatim æstimanda translatio ~~del.~~ | (aa) atque ineun (bb) atque ineunda deinde ~~add. et del.~~ | (2) Resoluto ... summa ~~add.~~ L

[196]

bute moto (ut est C et D simul,) in partes quarum quælibet æquidistribute movetur, (C , D ;) uniuscujusque singulatim æstimanda translatio est, atque ineunda deinde summa. Et aliquando intelligendum est continuari resolutionem in infinitum, quando nulla pars assignari potest, in cujus partibus non rursus occurrat diversitas translationis, ut fit cum corpus gyratur circa axem; nihilo minus tamen succedit æstimatio ad eum modum quo Geometræ lineam curvam comparare possunt cum recta, etsi nunquam resolvendo curvam perveniatur ad partes rectæ congruentes. Adjungantur quæ præveni-
niendo diximus capite de impetu, maxime ad propositionem 5. Translationem autem hæcenus explicatam voco motus Effectum formalem, quia hic effectus intelligitur ex hoc solo quod mobile movetur, etiamsi nulla alia impedimenta ab ipso superanda considerentur.

[197]

Definitio 2

LONGITUDO TRANSLATIONIS seu LONGITUDO PERCURSA EXALTATA est longitudo motus æquidistributi, cujus translatio (seu effectus formalis) propositæ translationi æqualis molis sit æqualis.

Seu longitudo quæ ducta in molem mobilis idem producit quod translatio proposita. Nimirum cum corpus verbi gratia [Fig. 117.1, 117.2, 117, p. 228] compositum ex E_8 et F_6 , non movetur motu æquidistributo, sed partes ejus diversas habent longitudes, ut E_8 longitudinem ${}_1E_2E$, 9; et F_6 longitudinem ${}_1F_2F$, 16. Poterit quæri longitudo quædam media quæ sit 12, exprimens longitudinem translationis totius compositi. Sumatur enim G_14 æquale ipsi E_8 et F_6 simul, motu æquidistributo longitudinis ${}_1G_2G$, 12, motum, eadem

1 est | $C + D$ del. | **L 1** partes | «de?» del. | **L 2** uniuscujusque | summa del. | **L 2** est, | et inde del. | **L 3** continuari add. **L 4** cujus | non diversis del. **L 8** curvam add. **L 8-9** congruentes. | et quomodo habeatur quantitas translationis in huiusmodi motu add. et del. | Adjungatur ... prop. 5. add. **L (2)** diximus | ad propositione del. **L 9** diximus | ad prop. del. | **L 10** autem | «↔» m del. | **L 14** TRANSLATIONIS seu LONGITUDO PERCURSA EXALTATA |, add. | (1) seu LONGITUDO PERCUR add. et del. (2) seu ... EXALTATA add. **L 14** est | «ve» del. | **L 15** longitudo | (1) quæ (2) qua del. | **L 15** translatio | sit del. | **L 15-16** (seu ... formalis) add. **L 15-16** effectus | mobilis add. et del. | **L 16** translationi (1) æqualis del. (2) ejusdem mobilis del. (3) æqualis molis add. **L 18** (1) Sic del. (2) Seu | tran del. | **L 19** | «Enim» del. **L 19** corpus (1) ut del. (2) verbi gratia add. **L 20** ex | (1) «↔» (2) C (3) E del. | (4) E_8 add. **L 21** longitudinem (1) 9, del. (2) ${}_1E_2E$, 9; add. **L 21-22** longitudinem (1) 16 del. et add. et del. (2) ${}_1F_2F$, 16. add. **L 23** totius | (1) compositi quæ (2) G (3) G ex C et D compo del. | **L 24** simul, | motum corr. | **L 24** longitudinis | 12, motum, id del. **L 24** ${}_1G_2G$, | «↔» seu del. | **L 24** motum, | idem del. | **L 15** æquidistributi *Hic signum insertionis apposuit L, sed inserenda non reperiuntur.*

prodibit quantitas translationis. Nam translatio ipsius E_8 per longitudinem 9 est 72, ipsius F_6 per longitudinem 16 est 96; summa translationum est 168. At translatio ipsius G_4 per longitudinem 12 est etiam 168.

[*Calculationes sequentes reperiuntur in margine*]

$$\begin{array}{l}
 5 \quad \begin{array}{l}
 {}_1E_1K = 5 + \frac{6}{7} \\
 {}_2E_2K = 11 - \frac{3}{7} \\
 {}_1E_2E = 9 \\
 {}_1E_2K = 20 - \frac{3}{7} \\
 \text{auferatur } {}_1E_1K \text{ est ad } {}_1K_2K,
 \end{array} \\
 \\
 10 \quad \begin{array}{l}
 14 \\
 1\frac{2}{7} \curvearrowright 3 = \left[1 + \frac{6}{7} + \right) 2 \\
 \\
 13 \left| \begin{array}{l} 2 - \frac{1}{7} \\ 7 \end{array} \right. \curvearrowright 3 = 6 - \frac{3}{7} \\
 13 \quad 8 - \frac{3}{7} = {}_1E_1K \quad \left. \begin{array}{l} 56 \\ 60 \end{array} \right\} 14 \\
 \\
 \begin{array}{l} \cancel{20} \\ \cancel{7} \end{array} \left| \begin{array}{l} 3 - \frac{1}{7} \\ 7 \end{array} \right. \\
 15 \quad \begin{array}{l}
 9 - \frac{3}{7} \\
 11 - \frac{3}{7} = {}_2E_2K \\
 {}_1E_2K = \\
 = {}_1K_2E + {}_2E_1E - {}_1E_1K \\
 1 - \frac{3}{7} + 9 - 8 + \frac{3}{7} = 12
 \end{array} \\
 \\
 20 \quad \begin{array}{l}
 4a + 3a = \\
 4a + 3a = 20 \\
 \begin{array}{l} 20 \\ 7 \end{array} \left| \begin{array}{l} 3 - \frac{1}{7} \\ 7 \end{array} \right. \\
 9 - \frac{3}{7} \\
 12 - \frac{4}{7}
 \end{array}
 \end{array}$$

3 ipsius $| G_1 2 \text{ del. } | L \quad \mathbf{5-9} \quad {}_1E_1K \dots {}_1K_2K, \text{ del. } | L \quad \mathbf{5} \quad {}_1E_1K = (1) 3 + 2 \text{ del. } (2) 6 + \frac{5}{7}$
 corr. $| L \quad \mathbf{6} \quad {}_2E_2K = | 9 \text{ del. } | L \quad \mathbf{8} \quad {}_1E_2K = | 9 \text{ del. } | L \quad \mathbf{11} \quad 2 | 3 + \frac{6}{7} \text{ del. } | L \quad \mathbf{13}$
 $13 | 8 - \text{ del. } | L \quad \mathbf{17} \quad {}_1E_2K = {}_1E_2E + {}_2E_2K \text{ del. } | L \quad \mathbf{20} \quad 4a + 3a = \left| \begin{array}{l} \langle 10 \rangle \\ 7 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} \langle 1 \rangle \\ \frac{6}{7} \end{array} \right| \text{ del. } |$
 $L \quad \mathbf{22} \quad 20 | 2\frac{6}{7} \text{ del. } | L \quad \mathbf{23} \quad 9 - \frac{3}{7} \text{ del. et rursus add. } | L$

$$\frac{8a+6b}{14} = e$$

$$14e = 8a + 6b$$

$$14e - 8a = 6b$$

$$\text{sit } e = 5$$

$$14e = 140$$

5

$$\frac{2e-8a}{6}$$

$$\text{Ergo } \frac{2e-1a}{6}$$

Memorable autem est, si omnia mobilis perturbate licet moti, puncta tendant in easdem semper partes, viam centri gravitatis esse illam ipsam quam hic definivimus longitudinem translationis, quod suo loco demonstravimus, nunc in hoc ipso exemplo ostendamus. Sit ipsorum ${}_1E$ et ${}_1F$ centrum gravitatis commune ${}_1K$; et ipsorum ${}_2E$ et ${}_2F$ centrum commune ${}_2K$. Dico ${}_1K{}_2K$ viam centri gravitatis esse etiam 12. Nam in rectam ${}_1E{}_2E{}_1F{}_2F$ (hæc enim puncta ponamus jacere in directum) et ${}_1K{}_2K$ demittantur normales ${}_1L{}_2L$ in recta et ${}_2N{}_1F$ distantia inter mobile ${}_2E{}_2N$ et mobile ${}_1F$ in recta dicta sit 1, reperietur ${}_1E{}_1L$ esse $7\frac{4}{7}$, et ${}_2E{}_2K$ esse $10\frac{4}{7}$. Jam ${}_1E{}_2E$ est 9. Et patet esse ${}_1K{}_2K$ æqual ${}_2K{}_2E + {}_2E{}_1E - {}_1E{}_1K$. Jam 12 æqual $10\frac{4}{7} + 9 - 7\frac{4}{7}$. Ergo ${}_1K{}_2K$ æqual 12 adeoque ${}_1G{}_2G$ æqual ${}_1K{}_2K$. Idem succedit in aliis exemplis quibuscunque. Et quidem si mobile non sit æqualis ubique densitatis non adhibendum est centrum voluminis sed molis. Quæ melius intelliguntur, adjunctis quæ diximus ad propositionem 5 capitis de Impetu. Et quoniam longitudo translationis a longitudine percursa non differt, nisi quod in illa æstimanda etiam densitatis in mobili ratio habentur, ideo longitudo translationis etiam a me vocatur longitudo percursa exaltata, ut translatio ipsa est spatium exaltatum.

25

8 moti | utcunque del. | L 10 ipsam | hanc del. | L 10 definivimus | lineam trans del. | L 10 quod | hoc loco del. | L 11-12 1F (i) centrum del. (2) centrum gravitatis add. L 13 recta corr. L 14 directum) | suma del. | L 15 ${}_1L{}_2L$ | et ultimum del. | L 15 recta | punctum ${}_2E$ del. | L 15 distantia | inter acc. non del., del. ed. | (i) ${}_2E{}_2N$ (2) ${}_2F$ et ${}_1F$ in recta del. | L 16 reperietur | centrum del. L 17 ${}_1E{}_1K$ (i) Ergo del. (2) Jam L 18 12 | id est æqu del. | L 19 quibuscunque. | Itaque del. | L 19-21 Et ... Impetu add. L 19 quidem add. L 19 si | pu del. | L 20-21 intelligentur, | si rel del. | L 21 prop. 5 | de Imp del. | L 21-25 Et ... exaltatum add. L2 23 in | ipsa del. | L

Propositio 1

In motibus æquidistributis æqualium molium translationes sunt ut longitudines percursæ.

Sint [Fig. 118, p. 228] duo mobilia æqualia A_4 et B_4 motibus æquidistributis mota, longitudinibus ${}_1A_2A.3$ et ${}_1B_2B.2$ ajo translationes 12 et 8 esse ut longitudines 3 et 2. Sit longitudinum 3 et 2 mensura communis 1 et mensura translationis est molem 4 percurrere longitudinem 1 motu æquidistributo per definitionem 1. hic). Sed hoc repetitur in translatione ipsius A vel B quoties in longitudine percursa ab A vel B continetur mensura communis. Ergo translationes A et B , nempe 12 et 8 sunt inter se ut longitudines 3 et 2. Si longitudines sint incommensurabiles, possunt pro ipsis assumi commensurabilis sic ut error sit minor quovis dato. Atque adeo error est nullus.

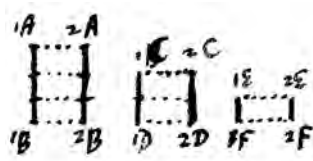


Figura 120



Figura 121

Propositio 1

[199]

In motibus æquidistributis æqualium molium translationes sunt ut longitudines percursæ.

Sint [Fig. 119.1, 119.2, 119, p. 228] AB et CD æqualis molis, et mota motibus æquidistributis ${}_1A_3B$ et ${}_1C_4D$, ajo translationes seu effectus formales esse ut longitudines ${}_1A_2A_3A$, et ${}_1B_2B_3B$ mensura longitudinum communis si commensurabiles sunt, sit ${}_1E_2E$, quam longitudo ${}_1A_2A_3A$ contineat si placet

1-12 Prop. 1 ... nullus del. L 2 æquidistributis | (1) longitudo (a) percur (b) transl (2) translationes sunt in ratione composita motuum et longitudinum del. | L 2 molium | (1) translationes sunt ut longitudines percursæ (2) effectus formales motus del. | L 4 æquidistributis | ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$ del. | L 5-6 longitudines (1) 3 et del. 4 corr. (2) 3 L 6 longitudinum | 4 et 3 corr. | L 6 communis 1 | et sit C metiens mobilia, etiam 1 (1) patet esse (2) erit mensura del. | L 6 et | sit del. | L 6-7 translationis (1) sit del. (2) est add. L 7-8 motu ... hic add. L 8 hoc (1) fit del. (2) repetitur add. L 8 A | toties quoties in longitudine B del. | L 8 in | ipsius del. | L 9 vel B add. L 9 translationes | A vel del. | L 10 et | $\leftrightarrow$ corr. | L 10 et | $\leftrightarrow$ corr. | L 12 nullus in imo paginae reclamantem Prop. 2 add. L 14 æquidistributis (1) molis del. | L 14-15 translationes | sunt ut longitudines del. | L 16 AB et CD del. et rursus add. L 17 æquidistributis | ${}_1A_2A_3A$, et del. | L 18 ${}_1B_2B_3B$ | sit del. | L 18 communis | (si sunt del. | L

bis, et ${}_1C_2C_3C$, ter et longitudinem ${}_1E_2E$ æquidistribute percurrat mobile EF æquale ipsis AB vel CD . Jam (per definitionem 1. hic) potest translatio ${}_1E_2F$ accipi pro mensura communi. Eaque toties continetur in translatione ${}_1A_3B$, vel ${}_1C_2D$ quoties longitudines continent mensuram, nempe in ${}_1A_3B$ bis, et in ${}_1C_4D$ ter. Ergo translationes sunt ut longitudines. Si longitudines 5
sint incommensurabiles possunt pro ipsis assumi commensurabiles sic ut error sit minor quovis dato. Atque adeo error est nullus.[†]

Et si AB , CD diversos angulos faciant ad lineas quas describunt puncta (ut in figura) hoc nihil mutat translationis quantitatem prout a nobis definita est. Neque enim de mensura areæ motu designatæ agitur. Nempe (definitione 1. hic) mensuram translationis constituimus mobile determinatæ molis E percurrere determinatam longitudinem motu æquidistributo; Et supra (definitione 3. capitis de velocitate in motu æquidistributo) longitudinem percursam definivimus longitudine lineæ quam percurrit punctum mobilis æquidistribute moti. Et sane semper eadem reperitur via centri gravitatis; cuius ductu in mobile habetur 15
quantitas translationis, ea cautione quam supra notavimus et si puncta moveantur motu perturbato. Et quantitas translationis etiam computari potest lineam a quovis puncto descriptam ita ordinatim in mobile ducendo, perinde ac si mobile per se simile in quovis puncto certa gravitate specifica operaretur proportionali viæ puncti. Ita tota quantitas translationis seu effectus formalis in motu mobilis 20

[†]In margine

$1\frac{1}{2}$	22
7	11
	11
	↔

1 ter | æqu. esse translationem, et per longi *del.* | L 1 ${}_1E_2E$ (1) percurrat mobile æquale ipsis A (a) et B (b) vel B *del.* (2) æquidistribute percurrat *add.* L 2 potest | mo *del.* | L 4 ${}_1A_3B$, | quoties longit *del.* | L 4 longitudines | m *del.* | L 4 nempe | translatio ${}_1A_3$ *del.* | L 5-7 Si ... nullus *add.* L 235.8-236.11 Et ... involventem *del.*, *lineis inclusit et in marg.* NB Omittantur inclusa *add.* L 8 Et *add.* L 8 AB , | sint re *del.* L 8 CD | sint rectæ ut in figura et *del.* | L 9 mutat | translationem pr *corr.* | L 9 est. | Nam pro mensura constituimus mobile (a) datæ (b) determinata *del.* | L 10-11 designatæ | agitur *del. et rursus add.* | (1) Sed de ipsa quantitate (a) mut (b) mutationis (aa) quæ in mo (bb) translationis quæ agi (2) Nempe *del.* | (3) Nempe ... hic *add.* | L 11 mobile | dat *del.* | L 11 determinatæ | mag *del.* | L 11 E | constituere *del.* | L 12 æquidistributo; | quod percurrit *del.* | L 12-13 Et (1) longitudinem motu æquidistributo percursam definitam *del.* (2) supra *add.* (cap. ... æquidistrib.) *add.* L 12-13 3. (1) de *del.* velocitate *add.* (2) cap. ... in *add.* L 13 de *add.* L 13 longitudinem | enim mobi *del.* | L 13-14 definivimus | longitudinis *del.* | L 14 longitudine | rectæ *del.* | L 15 gravitatis; | quæ *del.* | L 15 cuius | in *del.* | L 16 notavimus | . *acc. non del., del. ed.* | (1) Et ut rationem cur talem defi (2) Et (3) Si quis quantitatem (3) Et cum semper eadem sit linea quam percurrit unumquodque punctum; si quis velit *del.* | L 16-17 Et ... a *add.* L 16 et | sic cum *corr.* | L 16-17 moventur *corr.* L 18 descriptam | ipsi mobili ita assignando in s↔ *del.* | L 19 per ... simile *add.* L 19 proportionali (1) suæ *del.* (2) puncti *add. et del.* L 20 puncti *add.* L 20 formalis (1) repræsen *del.* (2) in motu *add.* L

antea similis repræsentabitur pondere mobilis nunc proportionaliter onerati. Et licet in lineis aut superficiebus distinctio inter angulos linearum a punctis descriptarum ad mobile, alicuius momenti videri possit in solidis tamen, quorum causa de motu instituitur tractatio plane evanescit. Nam in solis lineis quas describunt puncta superficiei considerari potest. Quod vero intra superficiem ita inclusum est, ut eam non attingat; (a solido ipso mobili minus differens data quantitate) de eo dici non potest, quam ad ipsum angulum faciant lineæ a punctis ejus descriptæ, nec ideo minus transfertur. Et cum a solido resecatur pars aliqua non ideo mutatur residui translatio etsi linearum anguli ad superficiem mutantur. Sed hoc melioris intelligentiæ causa adjecimus. Sufficiebat enim provocare ad positam a nobis definitionem nihil utique impossibilitatis involventem.

Propositio 2.

In motibus æquidistributis æqualium longitudinum, translationes sunt ut mobilia.

Sint [Fig. 120, p. 234] mobilium AB , CD motus æquidistributi; et longitudines ${}_1A_2A$, ${}_1C_2C$ æquales, ajo translationes ${}_1A_2B$, ${}_1C_2D$ esse ut mobilia. Sit mobilium mensura communis EF quæ transferatur per longitudinem ${}_1E_2E$ prioribus æqualem; patet translationem ${}_1E_2F$ esse mensuram translationum ${}_1A_2B$ et ${}_1C_2C$, et toties in illis contineri quoties EF in mobilibus, sunt ergo translationes ut mobilia. Quod si mobilia sint incommensurabilia, eadem manet ratio per dicta in demonstratione præcedente.

Propositio 3.

Translationes (vel Effectus formales a motu) sunt in ratione composita mobilium et longitudinum æquidistribute percursarum.

Sint [Fig. 121, p. 234] mobilium AB , CD motus æquidistributi per longitudines ${}_1A_2A$, ${}_1C_3C$, ajo translationes ${}_1A_2B$, ${}_1C_3D$ esse in ratione composita mobilium AB , CD , et longitudinum ${}_1A_2A$, ${}_1C_3C$. Si essent longitudines æquales, constat per præcedentem. Si sint inæquales, sumatur majoris ${}_1C_3C$ pars ${}_1C_2C$ æqualis minori ${}_1A_2A$, et per ${}_1C_2C$ fit translatio ${}_1C_2D$. Erit transla-

1 pondere | nunc *del.* | *L* **1-4** Et ... tractatio *add.* | *L* **1** Et | in solido *del.* | licet *acc. non del., del. ed.* | *L* **2** superficiebus | (1) aliquid (2) varietas (3) mutationem «afferri» consid (4) referat *del.* | *L* **4** instituitur | consideratio *del.* | *L* **4** solis | (1) punctis (2) superfi *del.* | *L* **5** vero | in solido inclusum est cum determinatam *del.* | *L* **6** | «inciat» *del.* | *L* **6** attingat; | cum nullam habeat figuram *del.* | *L* **7** ipsum | line *del.* | *L* **8** transfertur. | (1) Seu nobis (2) Interim nobis *del.* | *L* **9** etsi | sup *del.* | *L* **15** AB , BC *del.* | *L* **15** æquidistributi; | ajo translationes ${}_1A_2B$, ${}_1C_2D$ esse ut (1) lo (2) mo *del.* | *L* **16** ajo | esse motus ${}_1A$ *del.* | *L* **17** EF | (1) quod (2) $\leftrightarrow$ *del.* | *L* **17** quæ | conti *del.* | *L* **17** per | eandem *del.* | *L* **17** longitudinem | æqualem *del.* | *L* **20** incommensurabilia, | idem est *del.* | *L* **21** dicta | *d del.* | *L* **24** longitudinum | percu *del.* | *L* **27-28** composita | longitudinum AB , CD *del.* | *L* **30** ${}_1A_2A$, | erit *del.* | *L*

[202] tio ${}_1A_2B$, ad translationem ${}_1C_2D$ ut AB ad CD (per propositionem præcedentem). Jam translatio ${}_1C_2D$ est ad translationem ${}_1C_3C$ ut ${}_1C_2C$ (seu ${}_1B_2B$) est ad ${}_1C_3C$ (per propositionem hic). Ergo jungendo prima postremis, est translatio ${}_1A_2B$ ad translationem ${}_1C_3C$, in ratione composita mobilium AB ad CD , et longitudinum ${}_1B_2B$ ad ${}_1C_3C$. 5

In Numeris, si mobile AB sit ad mobile CD ut 3 ad 5, et longitudo ${}_1A_2A$ ad longitudinem ${}_1C_3C$ ut 2 ad 4 (seu 1 ad 2) erit translatio ${}_1A_2B$ ad translationem ${}_1C_3C$ ut 6 ad 20 (seu 3 ad 10).

Propositio 4

Translationes sunt æquales si mobilia sint longitudinibus æquidistribute percursis reciproce proportionalia. 10

Constat ex propositione præcedenti ad eum modum quo propositio ... capitis præcedentis ex propositione ... capitis ejusdem.

In Numeris si mobile A sit ad mobile B ut 2 ad 3, et vicissim longitudo æquidistribute percursa ab A ad æquidistribute percursam a B sit ut 3 ad 2, erit translatio ipsius A æqualis translationi ipsius B . 15

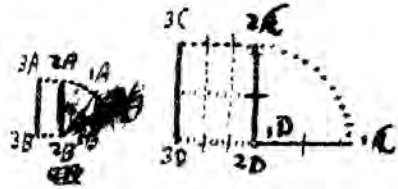


Figura 122

[203]

Propositio 4

Translationes seu Effectus formales in omni motu sunt in ratione composita mobilium et longitudinum translationis. 20

Translationes enim quæcunque propositæ ${}_1B_1A_2A$ et ${}_1D_1C_2C_2D$ sunt inter se ut translationes æquidistributæ ipsis (respective) æquales ${}_2A_3B$ et ${}_2C_3D$.

1 translationem ${}_1C_2C$ del. | L 1 per | præced. del. | L 2 Jam ${}_1C_2D$ del. | L 3 est ${}_1A_2$ del. | L 4 ${}_1C_3C$, | ut del. | L 4 composita | longitudo del. | L 5 longitudinum | CB del. | L 6 Numeris, | (1) si (a) AB del. (b) lon add. et del. (aa) sit ut (bb) sit acc. non del., del. ed. ad CD ut 2 ad 5 del. | L 6 longitudo | AB del. | L 7 longitudinem | ${}_1A_3$ del. | L 7 ad | 3 corr. | L 7 (seu ... 2) add. L 7 translatio | A del. | L 8 ad | 15 del. | L 9-16 Prop. 4 ... B del. L 10 mobilia (1) | et (a) longitudines corr. (b) longitudinibus æquidistribut del. | (2) sint add. L 12 propositione add. L 12 ad (1) eum del. (2) eum modum add. L 14 numeris corr. L 14 sit | duplum mo del. L 21-22 enim (1) sunt del. (2) inter add. et del. (3) quæcunque ... se add. L 21 quæcunque propositæ add. L 22 ipsis (respective) add. L 22 æquales | (1) ${}_2D_2C$ (2) ${}_2B_2A_3A_3B$ et ${}_2D_2C_3C_3D$ add. et del. | (3) ${}_2A_3B$ et ${}_2C_3D$ add. L

Et translationes æquidistributæ ${}_2A_3B$ et ${}_2C_3C$ sunt in ratione composita mobilium AB ad CD et longitudinum percursarum ${}_2A_3A$ ad ${}_2C_3C$ (per propositionem 3. præcedentem). Ergo translationes quæcunque sunt in ratione composita mobilium AB ad CD , et longitudinum ${}_2A_3A$ et ${}_2C_3C$ quæ percurrendæ essent motu æquidistributo ut translatio æquidistributa ipsi propositæ possit esse æqualis (seu ut translatio ${}_2A_3B$ æqualis sit ipsi ${}_1B_1A_2A_2B$ et translatio ${}_2C_3C$ ipsi ${}_1D_1C_2C_2D$). Sed hæ longitudines ${}_2A_3A$, ${}_2C_3C$ translationum æqualium æquidistributarum ${}_2A_3B$, ${}_2C_3C$ propositis æqualium, sunt ipsæ longitudines translationum propositarum (per definitionem 2. hic). Ergo translationes sunt in ratione composita mobilium et longitudinum translationis.

In Numeris et exemplo ponatur [Fig. 122, p. 237] in plano semper eodem (hujus paginæ) radius AB centro A transferri ex ${}_1AB$ in ${}_2AB$ et radius DC ex ${}_1CD$ in ${}_2CD$. Et translationes erunt ut sectores circulares B_1A_2A et D_1C_2D hisque æquales translationes æquidistributæ erunt ut rectangula his sectoribus æqualia ${}_2A_3B$, et ${}_2C_3D$, posito altitudines esse mobiles rectas AB , CD , et bases seu longitudines percurrendas ${}_2A_3A$, ${}_2C_3C$ esse dimidios arcus ${}_1A_2A$, et ${}_1C_2C$. [;] et ${}_2A_3A$, ${}_2C_3C$ erunt longitudines translationum B_1A_2A et D_1C_2C (per definitionem 2. hic). Si jam sit mobile CD duplum mobilis AB et ipsa ${}_2C_3C$ (longitudo translationis D_1C_2D) tripla ipsius ${}_2A_3A$ (quæ est longitudo translationis B_1A_2A) erit translatio D_1C_2D sextupla translationis B_1A_2A quemadmodum æquales translationes æquidistributas in eadem esse proportionem, nempe translationem ${}_2C_3D$ sextuplam translationis ${}_2A_3B$. Quæ omnia eodem modo intelligenda sunt etiam cum translationes per

1 ${}_2A_3B$ et ${}_2C_3C$ add. L 1-2 composita (1) mobilium del. AB , CD add. et del. (2) mobilium ... CD add. L 2 ${}_2A_3A$ ad ${}_2C_3C$ add. L 3 in | com del. L 4 AB ad CD add. L 5 æquidistributo | (1) tali (2) ${}_2A_3B$ ad ${}_2C_3C$ (3) ${}_2C_3$ add. et del. | L 5 ipsi add. L 6-7 æqualis | (1) ut ipsa (2) seu ... ${}_1D_1C_2C_2D$ add. L 6 seu ut translatio add. L 6 ${}_2A_3B$ (1) ipsi ${}_1D_1C_2C_2D$ del. (2) æqualis ... ipsi add. L 7 et | ipsa del. | L 7 ipsi | (1) ${}_1C_2C_3C$ (2) ${}_2DC_3$ (3) ${}_2D_2C_3C_3D$ del. | L 7 ${}_2A_3A$, ${}_2C_3C$ add. L 8 ${}_2A_3B$, ${}_2C_3C$ add. L 9 per | prop. del. | L 12 exemplo | (1) «sit» radius AB in (2) sit del. | L 12 eodem | radi del. | L 13 A sic, sed in fig. B 14-15 ${}_2CD$. (1) patet hinc del. (2) Et ... D_1C_2D add. L 14-15 ut (1) radii del. $\langle B \rangle$ et $\langle C_1C \rangle$ part. corr. et del. (2) | sectores ... B_1A_2A add. | ... D_1C_2D L 15 D_1C_2D potius D_1C_2C sed in figuris literas corr. L 15-16 æquidistributæ (1) erunt del. (2) erunt ... æqualia add. L 15 ut add. L 16-17 posito (1) ${}_2A_3A$ esse d del. (2) longitudines earum esse del. (3) altitudines ... et add. et acc. non del., del. ed. bases (a) | harum translationum, seu longitudin del. | (b) | seu ... percurrendas add. | esse dimidio del. | L 16 esse (1) mobilia corr. AB del. (2) mobiles | rectas add. | L 18 ${}_1C_2C$. | Si jam ponatur del. L 18-19 longitudines (1) translationum del. (2) translationum ... D_1C_2C add. L 19-20 hic. (1) Sit (a) AB (b) CD dupla (aa) AB (bb) AB , (aaa) et ${}_2C_3C$ (bbb) et longitudo translationis ${}_2C_3C$ tripla longitudinis translati (2) Si ... D_1C_2D add. L 24 omnia | etiam del. | L

areas spatiorum designatorum exhiberi non possunt, id enim tantum lo-
 [204] cum habet, cum partes mobilis sibi non succedunt, et linea a puncto mobi-
 lis descripta eundem semper facit angulum ad mobile. Unde translationes
 solidorum nullas dant figuras, etsi figuris proportionibus arte geometrica
 repræsentari possint, quoniam solidum moveri non potest, quin partes sibi 5
 succedant.

[Sequentes notas marginales in huius folii ambas pagellas posuit Leibnitiuss, deinde deleuit ne copientur]

- [204] De impetu
 Definitio 1. Quantitas motus seu impetus est factum ex velocitatibus in quan-
 titatem materiæ seu molem ordinatim ductis. 10
 Intensio motus seu vigor in mobili est velocitas quæ ducta in molem dat
 impetum.
 Propositio 1. Si eadem densitas in materiis coincidit impetus mobilis et ejus-
 dem protractio seu elementum tractus.
 Propositio 2. Item intensio motus seu vigor et velocitas. 15
 Propositio 3. Impetus in ratione composita mobilium et intensionum motus.
 Propositio 4. Impetus in ratione composita voluminum densitatum et inten-
 sionum motus.
 Propositio 5. Si densitates sunt æquales impetus sunt in ratione composita
 voluminum et velocitatum. 20
 Propositiones de velocitate
 Definitio 1. Velocitas affectio mobilis proportionalis longitudini quam per-
 curreret si motus per talis magnitudinis tempus eadem mobilis affectione reten-
 ta continuaretur. Eadem maneret si æqualibus temporibus æquales percurreret
 longitudines. 25
 Propositio 1. Velocitates mobilium quorum quodque constanti velocitate
 movetur sunt inter se ut longitudines æqualibus temporis percursæ.
 Propositio 2. Coincidit velocitas motus æquidistributi secundum definitio-
 nem positam supra (capite de motu æquidistributo definitione 2.) et secundum
 definitionem velocitatis præsentem. 30
 Propositio 3. Velocitas quæcunque æqualis est velocitati motus æquidistri-
 buti mobilis æqualis eandem continuata per æquale tempus velocitate constante
 aliquo sui puncto percursuri longitudinem quam propositum continuata sua,
 adeoque et æquale percursuri spatium.
 Propositio 4. Spatia a mobilibus suam velocitatem retinentibus tempore æqua-
 li percursa sunt in ratione composita voluminum mobilis cujusque et velocita-
 tum. 35
 [205] Propositio 5. In motu ejusdem mobilis æquivelece vel duorum mobilium
 volumina æqualia et constantes velocitates habentium spatia percursa sunt ut

1 tantum | succedit cum puncta mobilis *del.* | L 2-3 linea (1) a *del.* mobili *corr.* (2) | a
 puncto *add.* | mobilis L 3-4 Unde | translationis solidum *corr.* | L 4 etsi | repræsen-
 tando *del.* | L 5 solidum | ita *del.* | L 13 coincidit | protr *del.* | L 31 velocitati | æqu
del. | L 32 eandem | consta *del.* | L

tempora impensa. Et vicissim si talia sint motus est æquivelox, seu velocitas constans.

Propositio 6. Si diversa mobilia moveantur unumquodque motu æquaveloce seu constantis velocitatis longitudines æqualibus temporibus percursæ erunt
5 velocitatibus impensis proportionales[,] inæqualibus percursæ erunt in ratione composita temporum et velocitatum. Quodsi æqualia sint mobilium volumina idem erit de spatiis quod de longitudinibus. Et vicissim si talia locum habeant mobilia retinebunt suas velocitates.

Propositio 7. Spatia percursa a mobilibus suam velocitatem retinentibus sunt
10 in ratione composita voluminum cujusque mobilis[,] velocitatum et temporum impensorum

Propositio 8. In motu utcunque accelerato aut retardato magnitudines a mobilibus percursæ sunt ut facta ex velocitatibus in tempus ordinatim ductis. Spatia percursa seu tractus in ratione composita horum factorum et voluminum.

15 [Finis notarum marginalium]

Definitio 3

SPATII PERCURSI SEU TRACTUS, QUANTITAS est cujus mensura est spatium.

[204]

Propositio 5

Si mobilia sint similia (ejusdem densitatis seu æqualem materiæ quantita-
20 tem æqualibus voluminibus continent [*desinit abrupte*])

Definitio 3

MOBILE CONSIMILARE SEU UNIUS DENSITATIS est cujus partes æqualem materiæ quantitatem æqualibus voluminibus continent. MOBILIA
25 CONSIMILARIA sunt quorum quocunque accepta volumina æqualia æqualem continent materiæ quantitatem seu MOLEM.

Talia arbitror esse omnia in natura quia tamen ad sensibus aliter apparet qui interiora non attingunt, et in ponderibus perinde res evenit, ac si diversæ essent densitates, distinguere hic et notiones mathematicas sensibus accomodare nil prohibet. Itaque in gravibus consimilaria intelliguntur quæ sunt ejusdem
30 gravitatis specificæ.

Propositio 5

[205]

In mobilibus æqualium densitatum longitudines translationum sunt ut longitudines spatiorum percursorum (seu longitudines percursæ).

11 impensorum | prop. 8. in motu utcunque accelerato aut *del.* | L 16-34 Def. 3 ... percursæ) *del.* L 16 (1) SPATIUM *del.* (2) Def. 3 L 17 spatium | spatium es *del.* | L 22 (1) MO *del.* (2) | MOBILIA CONSIMILARIA *corr.* | (a) seu EIUDEM DENSITATIS sunt quæ æqualem materiæ (b) seu unius densi *del.* | (c) seu ... DENSITATIS | sunt (aa) quorum (bb) cu *del.* | (3) MOBILE ... DENSITATIS | est cujus *add. et del. et rursus add.* | L 24-25 sunt (1) quæ sunt unius (a) ejusdemque int (b) (in suis quodque partibus) et ejusdem inter se densitatis, ita ut in *del.* (3) quorum ... seu *add.* L 32 mobilibus | (1) consimilaribus translationes (seu effectus a motu formales) sunt ut sp (2) longitudi *del.* | (3) æqualium densitatum *add.* L 34 percursæ) || (1) Nam longitudines translationum sunt (2) Nam *del.* | L

Propositio 5

In mobilibus æqualium densitatum, translationes sunt ut spatia percurta et longitudines translationum, sunt ut longitudines tractuum sive spatiorum percursorum (seu ut longitudines percursæ). 5

Nam longitudo translationis est longitudo (motus æquidistributi) quæ ducta in molem mobilis dat quantitatem translationis propositionem 4) seu quantum molis per quantam longitudinem sit (æquidistribute) translata (per definitionem 1. hic). Jam in casu æqualium densitatum moles sunt ut volumina (per propositionem 1. de quantitate materiæ) et quantitas spatii est quantum voluminis per quantam longitudinem sit (æquidistribute) translata (per definitionem 2. de spatio) adeoque. Sunt ergo quantitates spatiorum ut translationum. Quod erat primum. Longitudo præterea percurta est ut longitudo motus æquidistributi quæ ducta in volumen idem spatium seu eundem tractum absolvit (per propositionem 11. vel 12 de spatio). Id est hoc loco ut longitudo motus æquidistributi quæ ducta in molem eandem translationem facit (quia molis volumini et spatii quantitatem quantitati translationis proportionales esse jam ostendimus.) Sed hæc longitudo motus æquidistributi est longitudo translationis (per propositionem 4.) Itaque longitudo percurta in hoc casu est ut longitudo translationis. 10 15

Definitio. PROTRACTIO est ut factum ex velocitate in volumen, seu seu factum ex velocitatibus in volumen ordinatim ductis. ut 20

[206]

Propositio 6

Ut in casu ejusdem in materia densitatis se habent volumen, velocitas, protractio longitudo percurta, spatium percursum seu tractus; ita in casu variarum densitatum se ha- 25

2-3 densitatum, (1) effectus formales seu translationes *del.* (2) translationes [...] et *add.* L 4 longitudines (1) percursæ, seu longitudines spatii percurti *del.* (2) tractuum sive *add.* L 5 ut *add.* L 241.6-242.9 Nam ... spatio *del.* L 6 Nam (1) longitudines translationum *corr.* sunt *del.* longitudines motuum æquidistributorum *corr.* (2) longitudo ... | est *add.* | ... æquidistributi | cujus translatio *del.* | L 7 in (1) mobile dat *del.* (a) s *del.* (b) translationem *corr.* (2) molem ... quantitatem *add.* translationis (a) (per def. 2 *del.* (b) (per def. 2 et *add.* L 8 translata | (1) et i (2) p (3) (def. 1 *del.* L 9 densitatum | mobi *del.* | L 10 materiæ | (1) dat igitur *del.* (2) et *del.* | L 10 et | spatia *del.* | L 11 per (1) longitudinem sit *del.* (2) quantam ... (æquidistribute) *add.* L 11 (per | prop. *del.* | L 12 spatio) | itaque *del.* | L 12 adeoque | (1) æquidistribute; (2) etiam cum æquidistribute *del.* | L 12 quantitates (1) spatii *corr.* ut trans *del.* (2) spatiorum | ut *add.* | L 13 primum (1) Longitudines *corr.* ... percursæ *corr.* (a) sunt longitudines ut *del.* (b) sunt ut *del.* longitudines *corr.* (2) Longitudo ... percurta (a) est *add. et del.* (b) est ut *add.* longitudo L 13-14 æquidistributi (1) idem *del.* (2) quæ ... idem *add.* L 14 absolventes *corr.* L 15 de spatio | et longitudo *del.* | L 15 ut *add.* L 15 æquidistributi | eandem translati *del.* | L 16 molem | (1) eandem (2) id *del.* | L 16 quia | molem *corr.* | L 17 translationis (1) hic coincidere *del.* (2) proportionales esse *add.* L 20 Definitio. | Protractio *del.* | L 20 seu | (1) distan (2) extensio velocitatis *del.* | L 21 ut *add.* L 23 (1) Respondent sibi in casu (a) ejusdem (b) ubique in mat *del.* (2) Ut L 24 protractio | spatium seu tractus *del.* | L 25 tractus; | ita se habent in *del.* | L 25 variarum *corr.* L

bent moles, intensio motus seu vigor, impetus, longitudo translationis, effectus formalis a motu seu translatio.

5 Nimirum velocitas determinatur longitudine percursa motu æquivelece intra datum tempus (per definitionem 1. capitis de velocitate in genere). Protractio est factum ex velocitate in volumen (per definitionem 2. ibidem). Longitudo percursa est longitudo motus æquidistributi idem spatium absolventis (per definitionem 2. capitis de spatio). Spatium seu tractus est factum ex longitudinibus viarum singulorum punctorum in volumen mobilis ordinatim ductis (per definitionem 1. capitis de spatio).

10 Nimirum si inspiciatur figura propositionis præcedentis, rectæ mobiles AB et CD sint translatae ex A_1B in A_2B et C_1D in C_2D . Longitudo percursa est æqualis ${}_2A_3A$ vel ${}_2C_3C$, quam si percurreret AB vel CD motu æquidistributo ${}_2A_3B$ vel ${}_2C_3D$ spatium percursum seu tractus foret æqualis tractui priori ${}_1B_1A_2A$ vel ${}_1D_1C_2C$, seu est longitudo quæ ducta in volumen dat tractum (per definitionem 2. capitis de spatio). Porro longitudo translationis
15 est quæ ducta in mobilis molem dat translationem (per definitionem 2. et propositionem 4); id est in mobilis volumen si densitates sint eadem (per propositionem 1. capitis de quantitate motus). Id est quæ ducta in mobilis volumen dat quantum molis quantam longitudinem percurrerit, hoc
20 ipsum enim translatio est (per definitionem 1. hic) id est quantum hoc loco voluminis quantum longitudinis percurrerit, id est (per definitionem 2. capitis de spatio) quantum percursum sit spatii. Sunt ergo translationes ut spatia, et longitudines translationum ut longitudines spatiorum, nempe ut ${}_2A_3A$, ${}_2C_3C$. Longitudo autem spatii vel translationis semper ea intelligitur, secundum quam si mobile æquidistribute translatum esset, tantundem in summa spatii vel translationis efficeret quantum nunc; ut satis explicatum est.

3 Nimirum | moles est (1) volumen (2) factum ex volumine *del.* | L 3 velocitas | des *del.* | L 3 percursa | (1) unifor (2) motu unif *del.* | L 4 tempus | Protractio *del.* | L 6 motus | distributi *del.* | L 7 seu *add.* L 7 factus *corr.* L 8 longitudinibus (1) motus *del.* (2) viæ *corr.* (3) viarum *del. et rursus add.* L 10 præcedentis, | posito mobilia AB et CD esse æquidens *s del.* | L 10 rectæ | sint *del.* | L 11 sint *add.* L 11 ex | C_1D in *del.* | L 11 Longitudo | motus *del.* | L 12 est (1) «ut» *del.* (2) æqualis *add.* L 12 ${}_2C_3C$, | (1) quæ transla (2) « $\leftrightarrow$ » *del.* | L 12-13 æquidistributo | ${}_2C_3D$ vel *del.* | L 13 spatium ... seu *add.* L 13 seu *add.* L 14 priori | (1) ${}_1C$ (2) ${}_1C_1D_2C$ *del.* | L 14-15 tractum | (1) Sint (2) Si jam ipsarum rectarum AB , CD densitates sint æquales *del.* | (3) seu factum ex longitudinibus a punctis percurs *add. et del.* (4) (per ... spatio) *add.* L 16-17 (per ... 4) *add.* L 17 est | quæ ducta in mobilis «vo» *del.* | L 17-18 (per ... motus) *add.* L 18 quæ | ducta *del.* | L 19 molis | sit percursum *del.* | L 22 spatii. | Coincidunt ergo *del.* | L 24 ut | ipsæ « $\leftrightarrow$ » *del.* | L 24 spatii ... translationis *add.* L 24-25 intelligitur, | quæ eundem tractum seu eandem translationem efficeret, « $\leftrightarrow$ » *del.* | L 25 esset, | ea *del.* | L 26 ut | supra *del.* | L

[207]

Propositio 6

Si intensiones motuum tempori ordinatim applicentur factum inde est ut longitudo translationis, et si impetus tempori ordinatim applicentur factum est ut quantitas translationis, seu effectus formalis; adeoque impetus 5 (temporis Elemento ordinatim applicatus) est elementum effectus.

Demonstratur eodem modo quo ostensum est (propositione 8. de velocitate in genere) ex velocitatibus mobilis ordinatim applicatis ad tempus in quo quæque fuit, fieri longitudinem spatii percursum; seu velocitates in 10 elementa temporis respondentia ordinatim ductas esse ut Elementa spatii. Nam nihil interest inter velocitatem mobilis et intensionem motus, et inter longitudinem percursum et longitudinem translationis, quam quod æstimatur in illis quantitas sola voluminis, in his quantitas molis, seu voluminis et densitatis. Quoniam igitur vigores elementis temporis ordina- 15 tim applicati exhibent longitudes translationum; etiam vigores in molem semper constantem ducti seu impetus, elementis temporis semper ordinatim applicati dabunt longitudinem ductam in eandem molem, seu ipsam quantitatem translationis.

Transferatur huc figura[†] propositionis 8 itemque propositionis 10 capitis de velocitate in universum, et in figura propositionis 8 *BCE* sit ut tempus et *CG* sint ut intensiones motus seu vigores, figura *BFGKE* erit ut longitudo translationis. Et similiter in propositione 10 dicti capitis si

[†]*In margine* (NB huc pingenda)

3 factum inde est ut (1) est ut *del.* (2) inde ... ut *add.* L 5-7, seu ... effectus *add.* L 6 (temporis ... applicatus) *add.* L 6 ordinatim *add.* L 8 (1) Cum intensio motus sit velocitas *del.* (2) Demonstratur L 8-9 (prop. ... genere *add.* L 9 mobilis *add.* L 9 tempus | fieri longitudinem spatii, seu (1) longitudin (2) velocitates elementis tempor *del.* | L 12 mobilis *add.* L 12 motus, | et spatium quam quid velocitas mobilis est *del.* | L 13 et | m *del.* | L 13 quam | quod velocitas mobilis et longitudo a mobili percursum æstimatur. Summa velocitatum (1) voluminis, at intensio motus (a) est media (a) est media arithmetica inter omnes velocitates vel longitudes (2) elementorum (a) materiae (b) æqualium (aa) materiae (bb) voluminis, at intensio motus (aaa) seu (bbb) vel longitudo translationis, est media arithmetica | *del.* L 14 his | sola *del.* | L 15 densitatis. | Porro quondam *del.* | L 15 igitur | (1) longitudes (2) velocitates *del.* | (3) vigores *add.* L 16 exhibent | temp *del.* | L 16 longitudes |, utique et veloci *del.* | L 17 impetus, (1) temporibus *del.* (2) elementis temporis *add.* L 18 applicati | erun *del.* | L 20 prop. (1) 7. *corr.* (2) 8. | capitis de impetu *add. et del.* | L 20-21 capitis *add.* L 21 et | in prop *del.* | L 21-22 *BCE* ... et *add.* L 21 ut *add.* L 22 ut *add.* L 22 vigores, (1) spatium *del.* (2) figura *add.* L 23 ut | effectus formalis a motu *del.* | L 23 si | *AB del.* | L 20 figura *vide fig. 105, p. 183.*

AEB sit ut tempus, *EF*, ut moles, *FG* ut intensiones motus seu vigores, rectangula *EFGH* ut impetus seu facta ex mole in vigores, figura A_1G_3GB ut longitudo translationis, solidum ex omnibus impetibus (parallelis *EFGH*) tempori *AFEB* applicatis seu solidum factum ex mole *EF* in longitudinem [208]
 5 translationis A_1G_3GB ducta seu solidum ${}_1E_1F_1H_1G_3G_3H_3E$ vel ei æquale solidum *ABCDLF* erit ut ipsa quantitas integra effectus a motu formalis seu quantitas translationis, sub pondere translato et longitudine translatio[nis] comprehensa.

Definitio 3

10 VIGOR MEDIUS (TEMPORIS) SEU VELOCITAS MEDIA EXALTATA est quæ ducta in tempus impensum dat longitudinem translationis, seu est velocitas exaltata, qua constanter motum mobile tantundem quantum nunc longitudinis exaltatæ æquali tempore percurrisset. Et IMPETUS MEDIUS est qui fit ex
 15 velocitate media exaltata in molem ducta, seu qui in tempus ductus dat spatium exaltatum seu quantitatem translationis.

Conferantur hæc cum dictis ad definitionem 3. capitis de velocitate in universum et adhibita figura propositionis 10. ejusdem capitis; omnia enim
 20 eodem modo se habent

modo *EF* significet jam non ut ante volumen mobilis, sed molem seu pondus, *EG* non velocitatem mobilis simplicem sed exaltatam seu motus intensionem sive vigorem; et rectangulum *EFGH* non impetum restrictum seu protractionem vel elementum tractus, sed impetum plenum seu absolutum vel elementum effectus;
 25 et figura A_1G_3GB vel rectangulum *ABCD* non longitudinem percursam simplicem sed exaltatam, seu longitudinem translationis; et solidum ${}_1E_1F_1H_1G_3G_3H_3E$ vel *ABCDLF* non spatium percursum sed effectum motus formalem seu quantitatem translationis seu spatium exaltatum; et *ADL₁F* non mediam protractionem seu impetum restrictum medium sed impetum absolute dictum, medium. Et *AD*
 30 vel *BC* medium vigorem, seu mediam velocitatem exaltatam quæ ducta in mo-

1 ut *add.* *L* **1** ut *add.* | (1) veloci (2) translati *del.* | *L* **2** vigores, | «spont??» *del.* | *L* **2** figura | *AGG del.* | *L* **3** solidum | «sub» *del.* | *L* **4** tempori | *AEB applicato del.* | *L* **5-6** vel ... *A₁BCDEF add.* *L* **7** translationis, | a (1) magnitudine t (2) pondere *del.* | (a) translation *corr.* (b) translato *acc. non del., del. ed.* | (3) sub ... translato *add.* *L* **244.9-245.6** *Defin. 3 ... substituantur add.* *L* **10** VIGOR (1) Vigor temporis medius *del.* (2) VIGOR *L* **10** SEU ... EXALTATA *add.* *L* **10-11** est *add.* | qui ductus *corr.* | *L* **13** exaltatæ | percurrisset *del.* | *L* **18** Conferatur *corr.* *L* **18** hæc *add.* *L* **19** capitis; | si *del.* | *L* **244.21-245.4** modo ... solidum *add. et del.* *L* **21** (1) modo (a) *AF* (b) *AEB* (aa) no (bb) significante semper tempus *del.* (2) modo *L* **21** significet | (1) pl (2) non *del.* | *L* **22** simplicem | seu velocitas specifica *add. et del.* | *L* **25** vel ... *ABCD add.* *L* **25** longitudinem | sed *del.* | *L* **30** ducta | in (1) *AB* (2) tempus *add.* *AB* dat impetum medium *ADL₁F* et hic ductus *del.* | *L*

lem AF dat impetum medium ADL_1F et ducta in AB tempus dat longitudinem translationis A_1G_3GB seu $ABCD$. Impetus vero medius ADL_1F ductus in tempus AB dat idem quod longitudo translationis $ABCD$ seu A_1G_3GB ducta in molem A_1F nempe quantitatem effectus, seu translationis vel solidum [*desinit abrupte*] modo volumine moles, et pro velocitate longitudineque simplicibus eadem exaltata, et pro impetu restricto absolutus substituantur. 5

Propositio 7

Media Arithmetica sunt:

Densitas seu gravitas specifica mobilis, inter omnes punctorum voluminis densitates seu gravitates specificas elementares; velocitas mobilis, inter omnes punctorum voluminis ejus velocitates; seu inter omnes velocitates voluminis elementares; longitudo a mobili percursa, inter omnes longitudes a voluminis punctis simul percursas; velocitas media temporis, inter omnes velocitates mobili durante toto tempore seu quolibet instanti eius competentes; protractio media mobilis, seu extensio velocitatis mediae, inter omnes velocitatum mobilis extensiones seu inter omnes protractiones toto tempore seu quolibet instanti eius, mobili competentes; intensio motus seu vigor mobilis seu velocitas exaltata inter omnes velocitates materiae elementares seu per quantitatem materiae seu molem distributas; Longitudo translationis, inter omnes longitudes percursas per quantitatem materiae molem distributas; vigor medius temporis, inter omnes vigores durante tempore seu quolibet instanti ejus, mobili competen-

1 ADL_1F | ut hic porro dictus *del.* | L 2 vero | ductus *del.* | L 3 $ABCD$ | ducta in molem *del.* | L 4 A_1F | hoc est sol *del.* | L 5-6 modo ... substituantur *add.* L 5 volumine ... et *add.* L 5 longitudineque (1) simplicibus restrictis et impetu restricto *del.* (2) simplicibus *add.* et impet *add. et del.* L 8 sunt: | Gravitas *del.* | L 9 seu ... specifica *add.* L 11 elementares *add.* L 11 punctorum | ejus velocitates *del.* | L 12-13 velocitates; | (1) progressus (2) protractio *del.* | (3) seu inter omnes velocitates (a) in mobili (b) in volumine *add. et del.* (4) seu ... elementares; *add.* L 14 longitudes | ab omnibus ejus punctis in volumine ejus assignabilibus *del.* | L 14 a *add.* L 14 voluminis | ejus *del.* | L 14 punctis | perc *del.* | L 15 media | mobilis *del.* | L 15 inter | omnia *del.* | L 16 seu ... ejus *add.* L tentes; | progressus medius mob *del.* | L 18 velocitatum | extensiones *del.* | L 19-20 seu ... ejus, *add.* L 21 seu ... exaltata *add.* L 21-22 materiae ... seu *add.* L 22 seu | pr *del.* | L 23-24 distributas; | (1) impetus (2) Longitudo translationis inter omnes translationes per quantitatem materiae seu *del.* | (3) Longitudo ... seu *add.* L 23 omnes | trans *del.* | L 26 seu ... ejus, *add.* L

tes; impetus medius, inter omnes impetus durante tempore seu quolibet instanti ejus, mobili competentes. Posito semper elementa ejus ad quod applicantur elementaria seu ea inter quæ medium quæritur, æqualia esse.

- 5 Hæc ad eum modum demonstrari possunt, quo demonstrata est propositio 11 de velocitate adhibita nimirum quantitatis resultantis et Medii Arithmetici definitione 5 et 6. capitis de ductibus, et inde propositione 18 capitis ejusdem, et accedentibus definitionibus singulorum aut inde ductis propositionibus, ut pro densitate, cum densitas ducta in volumen faciat
10 molem per propositionem 3. de quantitate materiæ, et moles seu quantitas materiæ etiam fiat ex densitatibus singulorum mobilis constituentium, utique densitas est medium arithmeticum per dictam propositionem 18 de ductibus. Similia intelliguntur de velocitate ex propositione 4. juncta propositione 9. capitis de velocitate in universum. De Longitudine
15 percursa ex definitione 2. capitis de spatio, juncta ejusdem definitione 1. De Velocitate media et protractione media ex propositione 11 capitis de velocitate in universum. De Vigore seu intensione motus seu promptitudine agendi seu velocitate exaltata per propositionem 3 capitis de impetu, juncta definitione 1. ejusdem. De Vi-
20 gore medio temporis et impetu medio temporis per definitionem 3. hic.

Cum Elementa æqualia dicimus, concipimus volumen, vel molem, vel tempus (quæ hoc loco recipientia sunt) dividi in partes æquales vel assignabiles; vel, quando revera ubique varietas est, in partes inassignabiles in-
25 definitæ parvitatibus inter se æquales et hoc intelligimus, quando volumen dividimus in puncta, tempus in instantia; molem in quasi puncta seu signa, concipiendo in uno puncto indefinita signa seu concipiendo quantitates punctorum pro gradu densitatis variantes instar linearum. Et ita absolute dicimus densitatem mobilis esse mediam arithmetica inter densi-
2 seu ... ejus, *add. L 2 competentes* |; *corr. ed.* | Hæc inquam *del.* | *L 3* ejus | (1) cujus (2) cui fit applicatio *del.* | *L 3* elementaria seu *add. L 5* demonstrata | «a» *del.* | *L 6* nimirum (1) nimirum *del.* (2) | definitione Medii Arithmetici *del.* | (defin. 6. cap. de ductibus) *del. et add. et del.* | et (a) prop. (b) inde ducta prop. 18. ejusdem *del.* | *L 8* singulorum | nempe *del.* | *L 9* densitate, | prop. 3. de quantitate materiæ *del.* | juncta cum def. 3 *add. et del.* |; pro velocitate prop. *del.* | *L 11* constituentium, | me *del.* | *L 13* ductibus. | Sic velocitas ducta *del.* | *L 13* Similiter *corr. L 14* universum. | (1) Ex (2) De densitate ex *del.* | *L 15* 2. | de spatio *del.* | *L 16* media *add. L 18* seu | velocitate effectus *del.* | *L 18* seu ... exaltata *add. L 18-19* exaltata (1) per def. 3. *del.* (2) per ... cap. *add. L 22* æqualia | intelligim *del.* | *L 25* se | ha *del.* | *L 25* quando | (1) puncta in instantia (2) spatium seu *del.* | *L 27* puncto | infinita *corr.* | *L 28-29* absolute | concip *del.* | *L 29* esse (1) mediam *del.* (2) mediam arithmetica *add. L*

tatem omnium mobilis punctorum, et intensionem motus in mobili esse
 velocitatem mediam arithmetica inter velocitates omnium signorum seu
 quasi punctorum quantitatem materiæ constituentium, quæ in punctis vo-
 luminis densioribus plura finguntur pro ratione densitatis; et velocitatem
 temporis mediam esse mediam arithmetica inter omnium instantium ve- 5
 locitates; instantia enim signa et puncta concipiuntur ut elementa æqualia
 temporis, materiæ vel voluminis. Porro velocitas ista mobilis, item; longitu-
 do percurta ejusdem quæ est media arithmetica inter omnium punctorum
 velocitates vel longitudes percursas est velocitas itemque longitudo per-
 cursa centri gravitatis figuræ mobilis seu voluminis; et similiter vigor 10
 mobilis item longitudo translationis ejusdem, quæ est media arithmetica in-
 ter omnium signorum materiæ velocitates et longitudes percursas, est ve-
 locitas itemque longitudo percurta centri gravitatis totius molis seu
 ponderis considerata non tantum figura sed et diversa in ipsa gravitate spe-
 cifica seu densitate; quatenus intelligitur omnia mobilis puncta tendere ad 15
 easdem partes in parallelis.

[210]

Propositio 8.

Cessante densitatis consideratione respective coinci-
 dunt, (1) volumen, (2) velocitas mobilis, (3) impetus re-
 strictus seu protractio, (4) velocitas temporis media, (5) 20
 impetus restrictus temporis medius, (6) longitudo a mo-
 bili percurta, (7) spatium a mobili percursum; cum (1)
 mole, (2) velocitate mobilis exaltata (seu intensione mo-
 tus sive vigore) (3) impetu mobilis seu quantitate motus,
 (4) vigore temporis medio (seu velocitate exaltata media) 25
 (5) impetu temporis medio, (6) longitudine exaltata per-

2 arithmetica | omnium *del.* | L 2 signorum | in qua *del.* | L 3 punctis | densioribus
del. | L 5 temporis | *es del.* | L 5 esse | *med del.* | L 6 æqualia *add.* L 7 volumi-
 nis | æqualia *del.* | L 7 ista (1) media arithmetica *del. et add. et del.* (2) mobilis, item
add. | *med del.* | L 7-8 longitudo | media arithmetica *del.* | L 8 ejusdem ... est *add.*
 L 9 velocitas (1) vel tran *del.* (2) itemque *add.* L 10 gravitatis | (1) & (2) et volu
del. | L 10 voluminis; | at *del.* | L 10 vigor | et longit *del.* | L 15 densitate; (1) sed
 modo supponam *del.* (2) quatenus intelligitur *add.* L 18 (1) Si *del.* (2) Cessante
 L 18 consideratione | (1) pro volu (2) pro *del.* | (3) respective *add.* L L 19
 (1) *add.* L 19 (2) *add.* L 19 mobilis, | longitudo a mobili percurta, *del.* | L 19
 (3) *add.* L 19-20 restrictus (1) seu *corr. res del.* (2) (seu *del.* protractio) *corr.*
 (3) seu *add.* protractio | spatium percursum, cum mole, velocitate exaltata (seu inten-
 sione motus sive vigore) *del.* | L 20 (4) *add.* L 20 (5) *add.* L 21 temporis *add.*
 L 21 (6) *add.* L 22 percurta, | cum *del.* | L 22 (7) *add.* L 22 (1) *add.* L
 23 (2) *add.* L 24 (3) *add.* L

cursa, seu longitudine translationis, (7) quantitate translationis seu effectus formalis a motu.

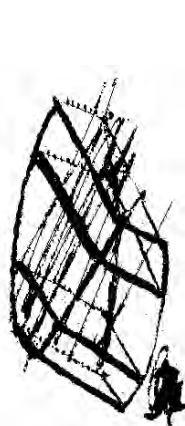
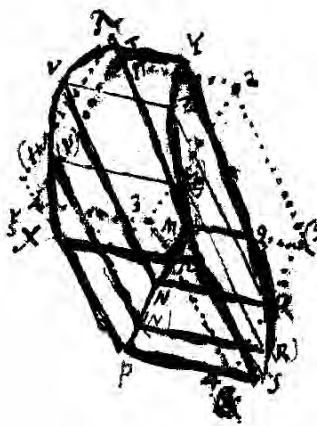
Figura 123.1 (*del.*)

Figura 123

Neque enim hæc aliter differunt, quam quod in posterioribus densitas in considerationem venit, cuius in prioribus ratio non habebatur. Ut jam
5 attigimus ad propositionem 5. hic.

Placet hæc omnia brevissime sub conspectum in figuris [*Fig. 123.1, 123*] exhibere. Recta MNP sit volumen mobilis, cuius punctis quibuscunque $N(N)$ applicentur ad angulos rectos densitates elementares respondentes $MQ, NR, (N)(R), PS$, et figura orthogonia $MQRSP$ repræsentabit pondus mobilis seu molem. Cui figuræ si æquale fiat rectangulum $PM\beta$ erit $M\beta$ densitas mobilis (inter punctorum densitates media arithmetica) quæ ducta in volumen MP dat molem $PM\beta$ seu $MQRSP$. Ejusdem voluminis MP punctis quibuscunque N applicentur ad angulos rectos velocitates singulorum punctorum seu velocitates elementares respondentes $MT, Nv, P\chi$, et figura orthogonia plana $MTv\chi P$ (figuræ orthogoniæ planæ $MQRSP$ normaliter insistens) repræsentabit impetum restrictum seu summam velocitatum elementarium voluminis seu protractionem. Cui figuræ si æquale fiat rectangulum λMP , erit $M\lambda$ velocitas mobilis (inter punctorum velocitates media arithmetica) quæ ducta in volumen MP dat impetum restrictum seu protractio-
20

3 in | prioribus *del.* | L 4 venit, | quæ *del.* | L 4-5 habebatur. Ut jam attigimus ad propositionem 5. hic (1) Adeo *add. et del.* (2) Ut ... hic *add.* L 6 Placet | omnia figuris *del.* | L 7 Recta *add.* L 8-9 rectos (1) gravitates *del.* (2) densitates ... respondentes *add.* L 16-17 impetum | mobilis *del.* | L 17 elementarium | mobilis *del.* | L 18 æqualis *corr.* L 248.20-249.1 protractionem | mobilis *del.* | L

nem, λMP seu $MTv\chi P$. At solidum $MQRSP\chi vTYZ\Omega$ factum ductu ordinato figuræ $MTv\chi P$ in figuram $MQRSP$, seu factum ex punctorum velocitatibus in punctorum gravitates specificas seu densitates elementares ordinatim ductis vel factum ex velocitatibus elementaribus in molem ordinatim ductis, est impetus verus seu absolutus, seu ipsa quantitas 5 motus.

Huic solido $MQRSP\chi vTYZ\Omega$ impetum repræsentanti fiat æquale solidum solidum contentum sub recta normali constanti $M\Pi$ ducta in figuram $MRSP$ (molem) vel solidum rectangulum, $\beta MP\xi\Pi 234$ factum ex ductu (absoluto) rectæ normalis constantis $M\Pi$, in rectangulum $PM\beta$. Et 10 altitudo ejus seu recta normalis constans $M\Pi$ erit intensio motus seu velocitas exaltata vel vigor; et impetus seu quantitas motus fiet ex ductu vigoris $M\Pi$ in molem $MRSP$ vel $PM\beta$ vel ex ductu in se invicem voluminis MP , densitatis ipsius mobilis $M\beta$ et velocitatis exaltatæ ejusdem mobilis, seu vigoris $M\Pi$. Quodsi manente mole $MQRSP$, velimus ipsas MT , 15 Nv , $P\chi$ significare non velocitates, seu longitudes momentaneas, sed ipsas longitudes assignabiles a punctis voluminis MNP percur-
sas; adeoque figuram $MTv\chi P$ non significare protractionem seu Elementum Tractus sive impetum restrictum sive impetum voluminis, seu Spatium Elementare sive momentaneo temporis intervallo percursum; quæ 20 omnia Synonyma sunt, sed ipsum spatium percursum certo tempore assignabili; tunc $M\lambda$ non erit velocitas mobilis ut prius seu longitudo momentanea ab eo percursa, sed ipsa longitudo assignabilis percursa a mobili; et solidum $MQRSP\chi vTYZ\Omega$ factum ex ductu ordinato figuræ $MTv\chi P$ in molem $MQRSP$ non erit impetus seu quantitas 25 ut ante, sed erit quantitas effectus formalis a motu, seu quantitas translationis determinans quantum molis sit translatum; et rec-

1 $MQRSP\chi vTYZ\Omega$ add. L 1-2 ordinato add. L 2 figuram | MQC del. | L 2 seu | ex del. | L 2 punctorum add. L 2-3 velocitatibus | punctorum add. et del. | L 4 ductis | est impetus, qui etiam exprimitur solido facto sub del. | L 4 ex | ductu del. | L 7 (1) Huic solido del. (2) Huic ... repræsentanti add. L 8 solidum | (1) $P\xi M$ (2) $PSQM\Pi\xi$ del. | L 8 sub | figura (1) mole (2) $MRSP$ (a) ducta (b) (mole) ducta in del. | rectam normalem constantem corr. | L 9-10 (molem) (1) vel in del. (2) vel ... in add. L 9 rectangulum, | factum del. | L 10 ductu | rectæ del. | L 12 vel vigor; add. L 12 impetus | ab del. | L 14 densitatis | mobilis del. | L 14-15 mobilis, | $M\Pi$ del. | L 15 $M\Pi$. | Quodsi del. | et in imo paginæ reclamantem quodsi malimus add. | L 15 Quodsi | malimus ipsus MT , N , $P\chi$ del. | L 16 velocitates, | sed longi del. | L 16 longitudes | elementares, (1) sed ipsas (2) sive del. | L 17 longitudes (1) a punctis del. (2) elementares add. et del. (3) assignabiles add. seu add. et del. a punctis add. L 17 voluminis | MP del. | L 19 Tractus | (1) seu (2) seu spatium momentaneum del. | L 19 impetum | restri del. | L 20 momentaneum corr. L 24 ductu | figuræ del. | L 27 et | MP del. | L

ta $M\Pi$, quæ ducta in molem $MQRSP$, vel in rectangulum βMP sub volumine et densitate contentum, solidum solido dicto $MQRSP\chi vTYZ\Omega$ æquale, nempe solidum rectangulum $\beta MP\xi\Pi 234$ exhibet, ea inquam recta $M\Pi$ repræsentat longitudinem translationis, seu longitudi-
 5 nem percursam exaltatam, quæ ducta in molem, seu in factum ex volumine et densitate producit quantitatem translationis seu quantitatem effectus formalis a motu.

Jam ut applicatio horum omnium ad tempus intelligatur, transferatur huc figura propositionis 10 capitis de velocitate in universum quam et
 10 ad definitionem 3. hic repeti jussimus [Fig. 124]; ubi $AEEB$ est tempus, et EF (1) moles, et EG est (2) intensio motus sive vigor seu velocitas exaltata mobilis[;] et rectangulum $EFGH$ est (3) impetus mobilis seu quantitas motus, seu factum ex velocitate ejus exaltata in molem; et solidum ipsum ${}_1E_1F_1H_1G_3G_3H_3E$ ex omnibus istis
 15 rectangulis inter se parallelis tempori normaliter applicatis conflatum, est (7) quantitas translationis seu quantitas effectus formalis a motu; quod solidum etiam producitur ducendo molem EF in figuram ${}_1E_1G_3G_3E$, quæ repræsentat factum ex velocitatibus EG tempori EE ordinatim applicatis, hoc est (6) longitudinem translationis seu lon-
 20 gitudinem percursam exaltatam. Et cum eadem longitudo translationis etiam exhibeatur per rectangulum $ABCD$ factum ex ductu temporis AEB , in BC (4) velocitatem exaltatam mediam temporis seu intensionem motus mediam; hinc etiam solidum translationis seu quantitas effectus producitur ductu molis EF in $ABCD$ factum ex ductu
 25 temporis AEB , in velocitatem exaltatam mediam BC unde nascitur solidum rectangulum $ABCDL_1F_3F$ imo idem solidum rectangulum seu eadem quantitas effectus fit ductu temporis AB in rectangulum ${}_1EDL_1F$ (5) impetum medium temporis exprimens. Qui fit ex mole EF in velocitatem exaltatam ${}_1ED$ ducta.

1 vel | in factum *del.* | **L** **2** contentum, | ideo *del.* | **L** **3** exhibet, | ex *del.* | **L** **5** in | volumen in *del.* | **L** **11** et *add.* **L** **11** (1) *add.* **L** **11-12** moles, (1) vel si nulla densitatis ratio habetur volumen mobilis; $EFGH$ est impetus mobilis restrictus, seu factum ex mole *del.* (2) et ... mobilis *add.* **L** **11** (2) *add.* **L** **12** (3) *add.* **L** **16** (7) *add.* **L** **16** seu | effectus *del.* | **L** **17** quod | etiam *del.* | **L** **18** ex | longitudi *del.* | **L** **19** (6) *add.* **L** **19-20** translationis | (1) quæ etiam exhibetur (2) Porro cu *del.* | (3) seu ... exaltatam *add.* **L** **22** (4) *add.* **L** **24** producitur | ducta in se invicem *del.* | **L** **24** in | (1) longitudi (2) fac (3) longitudinem translatio (4) factum *del.* | **L** **25** mediam *add.* **L** **25-26** BC (1) imo et *del.* (2) unde ... seu *add.* **L** **25-26** unde ... $ABCDL_1F_3F$ *add.* **L** **27** AB | ducti *del.* | **L** **27** (5) *add.* **L** **27-28** impetum | tempo *del.* | **L**

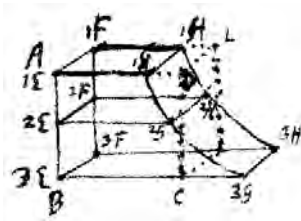


Figura 124

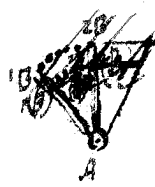


Figura 125.1 (del.)

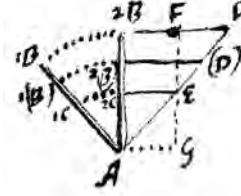


Figura 125

[212] Si vero in eadem figura omnibus retentis lineis ductis, tantummodo *EF* significet (1) volumen, remota scilicet consideratione densitatis, si-
ve quod nulla sit in natura (si rem ad rigorem philosophicum revocemus)
sive quod ubique in materiis occurrat eadem densitas ita ut molis et volu-
minis notio coincidat, tunc *EG* non significabit velocitatem mobilis exal-
tata, seu inter omnium materiae signorum sive quasi punctorum pro
variis densitatibus in eodem puncto multiplicium velocitates mediam, sed
(2) velocitatem mobilis, ipsam nempe simplicem seu absolute sic dic-
tam inter punctorum mobilis velocitates mediam et cessante densitate coin-
cidet velocitas mobilis cum intensione motus seu vigore; et rectangulum
EFGH non significabit factum ex velocitate exaltata *EG* in *EF* molem, sed
(3) protractionem mobilis factam ex velocitate simplice *EG* in volu-
men *EF*, coincidetque in casu cessantis densitatis protractio seu im-
petus restrictus cum impetu mobilis absoluto; et *AD* vel *BC* non si-
gnificabit amplius seu velocitatem exaltatam mediam, sed (4) velocita-
tem (simpliciter) temporis mediam, quæ ducta non in mobile hoc
est in molem vel volumen *EF* dabit (5) impetum restrictum tempo-

1 (1) Quod del. (2) Si *L 2 EF* non molem del. | *L 2* significet | sed del. | *L 2*
(1) add. *L 4* eadem | tunc del. | *L 4-5* ita ... coincidat add. *L 4* molis | seu
ponderis del. | *L 5* significabit | intensiorem motus vel vigorem vel lon del. | *L 6-7*
seu ... mediam, add. *L 6* punctorum | velocitates mediam del. | *L 8* (2) add. *L 8*
velocitatem | simplicem del. | *L 8* mobilis, | sing del. | *L 9* punctorum | (1)
mo (2) ve del. | *L 9-10* mediam (1) «coincidentis» add. et corr. (2) | et ... densitate
add. | coincident ... vigore add. | *L 11* significabit | impetum mobilis del. | *L 11*
ex | vigore seu del. | *L 11* exaltata | in *EF* se del. | *L 11* molem, | sed fa del. | *L 11-12*
sed (1) impetum restrictum sive (a) pro (b) velocita del. (2) (3) add. *L 12*
simplice | in vo del. | *L 13-14 EF* (1) : qui etiam «c?» del. (2) coincidetque ... absoluto;
add. *L 13* in ... seu add. *L 13* in ... densitatis add. *L 15* amplius | vigorem
temporis medium del. | *L 15* (4) add. *L 16* simplicem corr. *L 16* ducta | in molem
del. | *L 16-17* non (1) in del. (2) in ... in add. *L 17* molem (1) sed del. (2) vel
add. *L 17* dabit | non impetum temporis medium (1) sed impe (2) sed del. | (3)
| coincidentem jam cum add. et del. | *L 17* (5) add. *L 251.17-252.1* | impetu
corr. | temp del. | restricto ... medio ... protractione ... media corr. | *L*

ris medium seu protractionem temporis mediam ${}_1EDLF$; in casu cessantis densitatis coincidentem cum impetu temporis medio. Et figura ${}_1E_1G_3G_3E$, vel æquale ei rectangulum $ABCD$ non exhibebit longitudinem percursam exaltatam, sed simpliciter (6) longitudinem a mobili percursam, factam ex mobilis velocitatibus EG tempori AEB ordinatim applicatis, vel etiam factam ex velocitate mobilis media CB in tempus AB ducta, coincidentem jam cum longitudine translationis si cesset densitas. Et postremo solidum ${}_1E_1F_1H_1G_3G_3H_3E$ seu æquale ei solidum rectangulum $ABCDL_1F_3F$ repræsentabit (7) spatium percursum, seu tractum, factum ex $EFGH$ protractionibus seu tractus Elementis tempori ordinatim applicatis seu ex ductu protractionis mediæ ${}_1EDL_1F$ in tempus AB , vel ex ductu longitudinis percursæ $ABCD$ in volumen mobilis EF ; et ita ipsum spatium percursum in casu cessantis densitatis seu molis cum volumine coincidentis, coincidit cum translatione seu quantitate effectus per motum toto tempore producti.

Propositio 9

[215]

PROTRACTIO seu ELEMENTUM TRACTUS est factum ex velocitatibus singulorum mobilis punctorum in volumen ordinatim ductis, seu factum ex velocitate mobilis in volumen.

20

Propositio 9. Definitio 2.

[218]

Idem est factum ex velocitatibus singulorum mobilis punctorum in volumen ordinatim ductis, et factum ex velocitate mobilis in volumen; et hoc factum dicatur PROTRACTIO, seu ELEMENTUM TRACTUS, seu EXTENSIO VELOCITATIS seu IMPETUS RESTRICTUS.

Nam (ex definitione 2. de spatio juncta definitione 1.) idem est factum

${}_1EDLF$; | Et postremo solidum EF del. | L 1-2 in ... medio add. L 3 ${}_1E_1G_3G_3G$ corr. ed. 3-4 exhibebit longitudinem percursam exaltatam (1) longitudinem translationis molis del. (2) longitudinem ... exaltatam add. L 4 (6) add. L 5 mobilis add. L 5 velocitatibus | punctorum voluminis EF add. et del. | L 7 coincidentem ... densitas add. L 7 si ... densitas add. L 8 seu | soli del. | L 9 repræsentat corr. (1) nunc so del. (2) solidum del. (3) (7) add. L 9-10 percursum, (1) factum del. (2) seu ... factum add. L 10 $EFGH$ | impetibus del. | L 10 Elementis | mot del. | L 12 EF ; (1) sive quod spatium percursum del. (2) | et ita add. | et acc. non del., del. ed. | L 13 casu (1) mobilis del. (2) cessantis ... seu add. L 15 producti. In imo pagina sequitur prop. 9 in alia scheda add. L 16-19 Prop. 9 ... volumen del. L 16 Prop. 9 | Def. 2 del. | L 18 singulorum ... punctorum add. L 18 mobilis add. L 18-19, seu ... volumen add. L 252.20-253.7 Prop. 9 ... ducta cum signo insertionis de pag. 218 ad pag. 215 add. L 20 Prop. bis del. et rursus add. L 24 seu | EXTE del. | L 24-25 VELOCITATIS (1) seu IMPETUS (a) CON (b) SIMPLEX del. (2) seu simpl add. et del. (3) seu ... RESTRICTUS add. L

ex longitudinibus simul percursis singulorum mobilis punctorum in volumen ordinatim ductis et factum ex longitudine a mobili simul percursa in volumen (absolute) ducta. Sed velocitates sunt ut longitudines percursæ dato tempore in casu motus æquivelocis (per definitionem 1. hic). Ergo etiam idem est factum ex velocitatibus singulorum mobilis punctorum in volumen ordinatim ductis, et velocitate mobilis in volumen (absolute) ducta.

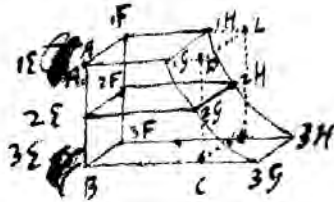


Figura 126

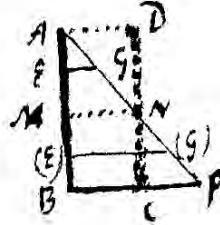


Figura 127

[215] Voco autem protractionem etiam Elementum tractus quia mox ostendetur ex protractionibus tempore applicatis in unum additis, fieri spatium percursum seu tractum. Quid autem sit protractio ita intelligetur in exemplo, ponatur [Fig. 125.1, 125, p. 251] mobilem rectam AB in plano moveri circa extremum immotum A , et punctorum B velocitates esse ut ${}_1B_2B$, seu ut rectas ${}_2BD$, ipsi A_2B ad angulos rectos applicatas, seu in A_2B ordinatim ductas, et triangulum AD_2B repræsentabit factum ex velocitatibus in volumen, seu protractionem voluminis, sive promotionem elementarem ejus quam et repræsentabit rectangulum AGF_2B æquale huic figuræ AD_2B , factum ex ${}_2CE$ velocitate mobilis (quæ inter omnes punctorum velocitates semper arithmetice media est) ducta in volumen AB . Protractio autem coincidit cum impetu, quando moles mobilis coincidit cum volumine, seu cum nulla habetur ratio densitatis. Itaque protractionem voco et extensionem velocitatis scilicet per volumen; item impetum restrictum adempta impetui absoluto consideratione densitatis, posset

1 longitudinibus (1) percursis add. | simul add. et del. | (2) simul add. percursis L 2 ex | ducta del. | L 2 simul add. L 3 (absolute) ducta add. L 3-4 percursæ ... tempore add. L 5 etiam add. L 8 (1) Dico autem del. (2) Voco L 8 autem (1) Elementum tractus del. (2) protractionem ... tractus add. L 8 quia | infra del. | L 10 percursum ... tractum add. L 10 sit | ita intel del. | L 10 intelligetur (1) ponamus ex del. (2) in add. L 13 ${}_2BD$, | erit del. | L 14 et | (1) A_2BD (2) figura del. | (3) triangulum add. L 14 repræsentabit | vol del. | L 15-16 voluminis, ... ejus add. L 16 AGF_2B | factum del. | L 17 mobilis | AG_2CE ducta in volumen AB del. | L 17-18 velocitates (1) media est del. (2) semper ... est add. L 18 AB | proinde ut del. | L 253.18-254.3 Protractio ... absolute add. L 19-20 volumine, | ac corr. | L 21 et add. L

etiam dici impetus voluminis, ut impetus absolutus posset dici impetus molis, sed sufficit impetum voluminis dici restrictum, impetum molis vero dici impetum absolute.

Propositio 10

- 5 Ex impetibus restrictis seu Elementis tractus sive spatii ad tempus ordinatim applicatis fit tractus seu spatium eo tempore a mobili percursum.

Sit [Fig. 126] tempus ut recta EE ; volumen mobilis EF vel GH ; velocitas mobilis EG vel FH . Protractio seu elementum tractus seu factum ex mobili in volumen rectangulum $EFHG$ erit spatium tempore EE a mobili EF percursum, ut solidum ${}_1E_1F_1H_1G_3G_3H_3E$ factum ex rectangulis seu protractionibus ad EE ordinatim (ad angulos rectos) applicatis. Nam (per propositionem 8. hic) longitudo toto tempore a mobili percursum est ut huius solidi hedra seu figura ${}_1E_1G_3G_3E$ facta ex velocitatibus EG tempore EE ordinatim applicatis; et crassities solidi huius ubique constans EF respondet volumini, ergo solidum ipsum respondebit facto ex longitudine in volumen id est spatio percurso.

Definitio 3

[216]

- 20 VELOCITAS MEDIA, (TEMPORIS) est quæ ducta in tempus impensum dat longitudinem a mobili percursam, seu velocitas qua constanti motum mobile tantundem quantum nunc longitudinis percurrisset. Et IMPETUS RESTRICTUS MEDIUS est qui fit ex velocitate media in volumen ducta seu quæ in tempus ducta dat spatium.

- 25 Nempe in figura præcedente velocitas inter omnes mobilis EF velocitates EG quas durante tempore EE habuit, media est BC , talis nempe, quæ ducta in tempus ${}_1E_3E$ seu AB facit rectangulum $ABCD$ æquale ipsi figu-

1 absolutus | infra definiendus del. | L 4 Prop. | 9 del. | L 5-6 Ex (1) protractionibus del. (2) impetibus ... spatii add. L 8 Sit | TE del. L 8 tempus (1) tempus | ${}_1EL_2E_3$ del. (2) ut recta add. L 10 spatium | ut del. | L 12 Nam | longitud del. | L 13 ut | basis del. | L 14 solidi (1) latus del. (2) hedra add. L 14 velocitatibus | tempus del. | L 15 applicatis; | quæ longitudo et altitudo huius solidi ubique æque alti EF del. | L 18 Def. | 4 del. | L 19 (1) VELOCI del. (2) VELOCITAS L 19 MEDIA, | (1) ut (2) est quod del. | (3) (TEMPORIS) add. L 19-20 tempus (1) dat del. (2) impensum add. et del. (3) impensum dat add. L 20 longitudinem | pe del. | L 20 seu | qua mobile del. et add. et del. | L 21 mobile | eandem quæ del. L 22 percurrisset. | ET PROTRACTIO MEDIA est del. L 22 Et (1) PROTRACTIO del. (2) IMPETUS RESTRICTUS add. L 25 præcedente | si in tempus ${}_1E_3$ del. L 25 velocitas | media del. | L 26 EE | mobile del. | L 26 BC , | ita del. | L 26 nempe, | ut del. | L

ræ ${}_1E_1G_3G_3E$. Adeoque longitudo quam percurreret mobile EF , constanti velocitate AD vel BC , quæ est ut rectangulum $ABCD$, erit æqualis longitudini quam percurreret EF variatis velocitatibus EG ; et rectangulum ${}_3FBC$ sub velocitate media BC et volumine mobilis EF contentum erit ut impetus restrictus medius, seu medium ex omnibus tractus seu spatii elementis, 5 et hoc rectangulum protractionem mediam repræsentans ductum in tempus ${}_1E_3E$ seu AB , dabit rectangulum solidum $ABCDLF$ æquale ipsi solido ${}_1E_1F_1H_1G_3G_3H_3E$ spatium repræsentanti. Sic in motu uniformiter accelerato velocitas media, qua constanter motum mobile eandem longitudinem percurreret, est ultimæ acquisitæ dimidia. Nam [Fig. 127, p. 253] 10 tempore existente AEB , velocitatibus EG , longitudines percursæ sunt ut triangula AEG ; et tota longitudo percursa ut triangulum ABP , cui æquale est rectangulum $ABCD$ repræsentans longitudinem tempore AB constanti velocitate media MN percursam.

[217]

Propositio II.

15

Velocitas media item impetus restrictus medius est medium arithmeticum inter omnes mobilis intra tempus propositum competentes velocitates aut tempore uniformiter crescente ordine assumptos.

Est enim velocitas (protractio) media ipsa temporis absoluta velocitas (pro- 20 tractio) resultans ex omnibus temporis velocitatibus (protractionibus) per definitionem 5. capitis de ductibus quoniam factum ex ipsa in tempus (absolute) ducta idem producit quod factum ex omnibus in tempus ordinatim ductis per defini-

1 mobile *add.* *L* **2** BC , | foret ut rectangulum *del.* | *L* **3** EG ; | (*x*) addam (*2*) et ideo velocitas hæc est media arithmetica inter velocitates omnes (*a*) tempor (*b*) mobilis utcunque variantes per tempus propositum, ipsi *add. et del.* | *L* **3** et | (*x*) spatium (*2*) solidum *del.* | *L* **4-5** erit (*x*) protractio media *del.* (*2*) ut ... medius *add.* *L* **7** dabit | (*x*) spatium solidum (*2*) solidum *del.* | *L* **9** qua (*x*) uniformiter *del.* (*2*) constanter *add.* *L* **9** mobile | eandem *del.* | *L* **11** EG , | spatia per *del.* | *L* **12** ut *add.* *L* **15-19** (*x*) Prop. || Longitudines percursæ sunt in ratione composita velocitatum mediarum (temporis) et temporum; et spatia percursa sunt in ratione composita velocitatum mediarum (temporis) temporum, et voluminum *del.* (*2*) Prop. II. ... assumptos *add.* *L* **16** media | (*x*) et (*2*) aut protractio *del.* | (*3*) item ... restrictus *add.* *L* **16-17** est | media arithmetica *corr.* | *L* **17** mobilis | toto tempore existentes *del.* *L* **18** aut (*x*) protractiones, *del.* (*2*) impetus restrictos *add.* *L* **19** assumptas *corr.* *L* **255.20-256.2** Est ... si *add. et del.* *L* **20** velocitas | te *del.* | *L* **20-21** (protractio) ... (protractio) (*x*) totius *del.* (*2*) | media *add.* | ipsa ... (protractio) *add.* | *L* **20** (absoluta) *corr.* *L* **21** omnibus | velo *del.* | *L* **21** (protractionibus) | (*x*) seu velocitatibus (*2*) per def. 1 quoniam *del.* | *L* **22** 5. | quoniam *add. et del.* *L* **22** ductibus | $\leftrightarrow$ ducta in temp *del.* *L* **22** quoniam | æqua *del.* | *L* **22** tempus | idem facit *del.* | *L*

tionem 3. hic. Sed hæc velocitas (protractio) resultans est media arithmetica inter omnes, si [*desinit abrupte*]

Nam velocitas (protractio) media ducta in tempus (absolute) idem producit, quod omnes durante tempore existentes mobilis velocitates in tempus ordinatim ductæ (per definitionem 3. hic). Ergo est velocitas absoluta in tempore, resultans ex velocitatibus elementorum temporis (per definitionem 5. capitis de ductibus). Et proinde (per propositionem 18 de ductibus) est media arithmetica inter omnes elementorum temporis æqualium velocitates; seu inter omnes velocitates tempore uniformiter crescente assumtas.

Propositio 12

Longitudines percursæ sunt in ratione composita velocitatum mediarum (temporis) et temporum. Et spatia percursa sunt in ratione composita velocitatum mediarum (temporis), temporum, et voluminum mobilibus competentium; seu impetuum restrictorum mediorum et temporum.

Nam si mobile cuius volumen seu magnitudo pedum 2, tempus impensum minutorum 3 velocitas toto hoc tempore media graduum 5 percurrerit longitudinem quandam et spatium, erit impetus restrictus medius mobilis ut 2 in 5 seu ut 10 (per definitionem 2 hic), longitudo percursa (scilicet ab eius centro gravitatis si omnia puncta tendant in easdem partes) ut 3 in 5 seu ut 15 (per definitionem 3. hic). Et spatium percursum ut 10 in 3 (per dictam definitionem 3. hic) adeoque (per definitionem 2. hic) ut 2 in 3 in 5, seu ut 30.

1 velocitas | resulta *del.* L 3 tempus | idem prod *del.* L 5 est | attributum totius temporis resultans *del.* | L 5-6 absoluta | temporis, e *del.* | L 8-9 æqualium | seu *del.* | L 9 tempore | (1) æqualiter (2) æqu *del.* | L 13 temporis | totius *add. et del.* | L 13-14 et (1) spatia percursa *del.* (2) ipsorum *add. et del.* (3) temporum. ... percursa *add.* L 15 voluminum | quæ habent mobi *del.* | L 16-17 ; seu ... temporum *add.* L 16 seu | protractionum *del.* | L 18 Nam (1) Nam et si tempore *del.* (2) Nam L 18 cuius (1) magnitudo | 3, *corr.* | (a) velocitate | media *add.* | graduum 2 percurrerit longitudinem quandam ea erit ut 6, (per def. 3. hic) (b) velocitas graduum (c) tempus (d) ve *del.* (2) volumen ... 2 *add.* L 18-19 impensum | 3, velocitas *del.* L 19 hoc | toto *del.* L 20 erit (1) protractio *del.* (2) impetus ... medius *add.* L L 20-21 mobilis (1) media ut 10 *del.* (2) ut ... hic L 21 (per ... hic) *add.* L 22-23 partes | (1) pedum (a) «ut 3» (b) 15 (2) ut 15 *del.* | spatium percursum ut (1) 3 (2) 2 in 3 in 5 seu (a) 30 (b) 10 in 3 seu 30 per prop. (aa) «2» hic (bb) 3 hi *del.* | (3) ut ... 15 *add.* L 23 15 | per def. 2. cap. *add. et del.* de spatio *del.* | L 24 adeoque | ut 2 in 3 in 5 *del.* | L 25 5. *corr. ed.* 25 30 in imo pagine reclamantem Conspectus phorometricus *add.* L

[Pars 1. Sectio 5. Caput 3.]
INITIA PHOROMETRICA PER COMPENDIUM

Traditio

L LH XXXV 11, 18A, pp. 193-206

[193]

DE ACTIONE MOTUS ABSOLUTA ET POTENTIA MOTRICE[†]

Axioma 1

Quantitates actionum sunt ut effectus æqualibus temporibus præstiti. 5

Definitio 1

EFFECTUS FORMALIS A MOTU, est factum ex quantitate molis ducta in longitudinem per quam est translata.

[†]*In margine* NB NB Nova incidunt: si potentiam æstimamus actione uniformi dati temporis et actionem effectui et velocitate, non debet velocitas media esse arithmetica, pro æstimanda potentia absoluta, quippe quæ quadratis velocitatum proportionalis est, sed inter quadrata velocitatum quærenda est media cuius radix erit velocitas media. Et velocitas quæsita erit radix «viæ» centri gravitatis si omnia diversa puncta quadratis velocitatum ferrentur ad easdem partes. Sed quæ hic definivimus locum habent pro conatu seu potentia respectiva.

NB NB Optime velocitate et longitudine actionis et translatio ab effectu discernenda.

NB Velocitas tam communis quam potentialis duplex, simplex et exaltata ob «translationem».

1 Pars ... 3. *add. ed.* 257.3-258.27 DE ... LONGITUDO *tota del.* L 3 (1) DE ACTIONE ET POTENTIA MOTUS ABSOLUTA *del.* (2) DE ... MOTRICE *add.* L 4 *Axioma 1 del. et rursus add.* L 8-9 MOTU, | (1) est cujus mensura est (a) quantitas *corr.* (b) factum ex *add.* quantitate molis determinata quæ motu æquidistributo (in quo (aa) omnia (bb) scilicet *add.* omnia puncta simul æquales lineas describunt) translata per longitudinem determinatam (aaa) (quam scilicet (bbb) (quæ *del.* | (2) est ... molis (a) in (b) ducta (aa) in lon (bb) in ... per (aaa) quam (bbb) quam ... translata *add.* | L

In not. marg.: (1) Nova inciderunt nempe (a) si velo (b) si Effectum æsti (c) si componimus potentiam (aa) mole et effectui (bb) «ut» effectus. Et effectum (aaa) velocitate et «m» (bbb) velocitate et effectui, (ddd) Actio (eee) «pot» *part. del., part. acc. non del., del. ed.* (2) NB NB ... «translationem» L temporis | et et *corr. ed.* | velocitate, | et pondus æstimemus *del.* | L debet | æsti *del.* | L arithmetica | (1) seu pro effectui (2) sed (3) sed (a) quadrata *corr.* (b) quadratorum *del.* | L media | interim pro *del.* | L Et | vi *del.* | L erit | «via ce» *del.* | L seu | «veloci» *del.* | L velocitate | «actionis» *del.* | L

Ut si moles sextupla sit translata per longitudinem quintuplam, effectus a motu erit trigecuplus. Nulla autem hic consideratur resistentia, sed ipse per se motus in libero spatio spectatur veluti si grave moveatur in plano horizontali levigatissimo, ut nulla ratio habeatur resistentiae medii, vel gravitatis.

5 *Definitio 2*

MOLES est factum ex ductu voluminis in gravitatem.

Ut si corpus extensione seu volumine sit triplum alterius, intensione autem seu densitate vel gravitate specifica sit duplum ejusdem, erit mole seu pondere sextuplum.

10 *Definitio 3*

VELOCITAS est affectio mobilis, quæ est proportionalis longitudini quam percurreret mobile intra datæ magnitudinis tempus eadem ipsa affectione retenta. Manere autem intelligitur hæc affectio quamdiu æqualibus temporibus æquales sunt longi-

15 tudes percursæ.

Ut si duo sint mobilia *A* et *L*, et mobile *A* tempore *T* eadem velocitate retenta percursum esset longitudinem *B*; mobile vero tempore æquali ipsi *T* longitudinem *N* prioris *B* duplam percursum esset; erit velocitas ipsius *A* ad velocitatem ipsius *L* ut longitudo *B* ad longitudinem *N* hoc est velocitas ipsius *L* erit etiam

20 dupla velocitas ipsius *A*.

IMPETUS seu QUANTITAS MOTUS est factum ex ductu molis in velocitatem.

Ut si moles mobilis *A* sit sextupla molis corporis *L*, et velocitas mobilis *A* sit dupla velocitatis ipsius *L* impetus ipsius *A*, erit duodecuplus (seu bis sextuplus)

25 impetus ipsius *L*.

Definitio 3

LONGITUDO [*desinit abrupte*]

[194]

1-4 Ut ... gravitatis. *add.* L 1 si | longit *del.* | L 1 moles | tripla sit *del.* | L 2 trigecuplus | Et hic *del.* | L 2 consideratur | resi *del.* | L 2 resistentia, | (1) sed (2) neque *del.* | L 3 spatio | consider *del.* | L 3 spectatur (1) ut *del.* (2) veluti si *add.* L 3 horizontali | vel in liquidiss *del.* | L 4 nulla | possit haberi ratio resistentiae medii *del.* | L 4 medii, | (1) et (2) neque *del.* | L 5 (1) LONGITUDO TRANSLATIONIS est (2) Defn. 2. || (a) LONGITUDO (b) M (3) Defn. 2. MOLES est factum ex volumine in densitatem seu gravitatem specifi (4) Def. 2. L 6 ex | (1) quan (2) volumi *del.* | L 7 si | volumen *s del.* | L 7 extensione | sit *del.* | L 12 mobile | eadem ipsa aff *del.* | L 12 intra | idem *del.* | L 13-14 Manere autem intelligitur hæc (1) || Ut si duo sint mobilia *del.* (2) Manere ... hæc *add.* L 16 *L*, (1) quorum illud *A* unum *del.* (2) et ... *A add.* L 16-17 retenta (1) percurrat *acc. non del., del. ed.* (2) percursum esset *add.* L 17 *B*; | (1) hoc tempore æquali (2) hoc vero *del.* | L 17 vero | (1) *B* retenta velocitate sua ipsi (2) hoc *L del.* | L 17 *T* | percurrat *del.* | L 19 ipsius | *B del.* | L 19-20 ut ... *A acc. non del., del. ed.* L 21 seu ... MOTUS *add.* L 21 ductu | mobilis in velocitatem *del.* | L 23 moles (1) corporis *del.* (2) mobilis *add.* L 23 velocitas (1) corporis *del.* (2) mobilis *add.* L 24 dupla | (1) moli (2) co *del.* | L 24 *L* | tum *add. et del.* | erit *del.* | impetus | illius erit se *del.* | *L*

INITIA PHOROMETRICA PER COMPENDIUM

Definitio 1

MOLES seu QUANTITAS MATERIÆ est factum ex ductu volumi-
nis (seu extensionis materiæ) in densitatem (seu materiæ
intensionem). 5

Ut si mobile extensione seu volumine sit alterius triplum, intensio-
ne autem materiæ seu densitate (vel gravitate specifica) sit ejusdem du-
plum, tunc mole seu quantitate materiæ (in gravibus pondere) erit ejus sex-
tuplum. Quantitatem autem materiæ intelligo ad rem facientem, etsi non
repugnem, imo arbitrer potius leviora seu rariora esse spongiosiora et in eo- 10
dem volumine æqualem semper esse materiæ quantitatem computata ma-
teria quadam insensibili poris interfluente, sed quæ nunc non consideratur
a nobis, quia motus ejus motu mobilis propositi non continetur.

Definitio 2

DENSITAS MOBILIS est media Arithmetica inter omnes pun- 15
ctorum ejus densitates.

[195]

Definitio 3

MEDIUM ARITHMETICUM INTER PLURA est quod multiplicatum
per eorum numerum producit quantitatem æqualem eo-
rum summæ. 20

Ut si virga sit tricubitalis, cujus unus cubitus habeat gravitatem speci-
ficam ut 3 alter ut 4, tertius ut 8, gravitas specifica media arithmetica seu
totius compositi erit $3 + 4 + 8$ divis. per 3, seu $\frac{15}{3}$, ut 5.

I (1) DE ACTIONE MOTUS ET POTENTIA ABSOLUTA *add. et del.* (2) INITIA
... COMPENDIUM *add.* L 6 si (1) corpus *del.* (2) mobile *add.* L 6 sit | alte *del.* |
L 7 sit | alterius duplum *del.* | L 9 Quantitatem | materi *del.* | L 10 potius (1)
computati *corr.* (2) computato *del.* (3) fortasse interfluente materia alia qu *del.* L 10
et | accurate *del.* | L 12 sed | cuius mot *del.* | L 12 nunc *add.* L 12-13 non (1)
computatur, *del.* (2) consideratur *add.* a nobis, *add.* L 14 (1) LONGITUDO PERCURSA
est (2) Defin. 2. L 15 (1) GRAVITA *del.* (2) DENSITAS L 16 densitates. | Si forte
del. | L 18 ARITHMETICUM | (1) est (a) q (b) inter plura, *del.* | (2) INTER ... est L
19 numerum | (1) termi (2) idem (3) eande *del.* | L 21-23 (1) Ita si virga metallica
in va *del.* (2) Ut ... tricubitalis | metallica *del.* | , cuius ... specificam *add.* (a) ut 9, alter
ut *del.* (b) *del.* L (a) m va *del.* L (aa) ut 3 alter ut (aa) | 6 *corr.* | (bb) 4, tertius ut (aaa)
| 9 *corr.* | (bbb) 8, gravitas specifica media arithmetica seu totius compositi erit (aaaa) ut
2 + 5 + 8 divis. per 3, seu (aaaaa) $\frac{15}{3}$ (bbbbb) $\frac{15}{3}$ (bbbb) 3 + 4 + 8 ... 5. *add.* L

Ita si corpus ex variis metallis compositum ubique variet specifica gravitate ob varias eorum in variis partibus misturas, tunc ipsi toti attribuetur gravitas specifica quæ sit media arithmetica inter omnes punctorum (seu partium æqualium inassignabilium, sive magnitudine quantum satis exiguarum, ut gravitas eorum specifica pro uniformi ubique in ipsis sine errore notabili in toto haberi possit) specificas gravitates; estque ea ipsa gravitas specifica quæ prodiret massa ipsa in corpus (ad sensum) homogenum igne refusa. Nam ut prius pondus resultabat ex singulis gravitatibus specificis æqualium elementorum seu punctorum in unum additis; ita nunc idem
 10 pondus prodit ex media illa gravitate specifica iisdem elementis applicata, seu per illorum numerum multiplicata.

Definitio 3

LONGITUDO PERCURSA A MOBILI est medium arithmeticum inter omnes longitudes seu lineas a quovis mobilis puncto
 15 to percursas.

Fit sæpissime ut diversa puncta mobilis inæquales simul vias describant, ut fit cum mobile est fluidum, vel discretum, imo et cum solidum et continuum est, utcunque cum mobile agitur circa aliquod centrum; et tunc attribuenda est mobili longitudo percursa media; estque (ut suo loco a nobis ostenditur) longitudo viæ centri gravitatis figuræ ipsius mobilis, quatenus omnia mobiles puncta tendunt in easdem partes in parallelis.

Definitio 4

SPATIUM A MOBILI PERCURSUM seu TRACTUS est factum ex ductu
 25 voluminis quod occupat mobile, in longitudinem percursam.

1 si *add.* L 1 corpus | in *del.* | L 1 compositum | in omnibus punctis sensibilibus ita $\hookrightarrow$ gravita *del.* | L 2 misturas, | (1) corpus *del.* | (2) gravitas (a) | specifica media toti massæ attribuetur, quæ prodiret si *del.* | (b) | tunc *add. et del.* | tunc ipsi attribuetur *add.* | gravitas *del.* | specifica quæ sit media arithmetica *add. et del.* | L 3 sit | omnium *del.* | L 4 partium | quæ *del.* | L 4 æqualium | quantum satis parvarum) *del.* | L 5 eorum | pro *del.* | L 6 ipsa | quæ prodiret to *del.* | L 14 longitudes | seu in *del.* | L 16 | (1) Si (2) Cum *del.* | (3) Fit L 16 describant, | tunc mobili attribuenda est longitudo percursa media *del.* | L 17-18 cum ... utcunque *add.* L 17 fluidum, | imo *del.* | L 18 centrum; | tunc *del.* | L 20 ostenditur | ipsa via *del.* | L 20-21 figuræ ... mobilis *add.* L 21 mobilis | quando *corr.* | L 21-22 in parallelis *add.* L 24 seu TRACTUS *add.* L 25 voluminis | in longitu *del.* | L

Hoc spatium coincidit figuræ a nobis descriptæ quando durante motu unum punctum mobilis non succedit in locum alterius, et linea a quovis puncto mobilis descripta eundem semper angulum facit ad mobile; unde etiam eo casu via mobilis seu figura descripta a mobili mensurari potest per [196] viam centri gravitatis in magnitudinem mobilis ductam; sed in aliis casibus non concidit via cum tractu seu spatio percurso a nobis hic definito. 5

Definitio 5

VELOCITAS est affectio mobilis quæ est proportionalis longitudini quam percurreret mobile intra datæ magnitudinis tempus eadem ipsa affectione retenta. Et ideo manere intelligitur hæc affectio quamdiu æqualibus temporibus æquales sunt longitudines percursæ. 10

Ut si duo sint mobilia M et N , et mobile M tempore T ea quam habet velocitate retenta percursurum esset longitudinem L ; at mobile N tempore θ æquali ipsi T , sua itidem velocitate retenta percursurum esset longitudinem λ , sitque longitudo L dupla, tripla, vel utcunque multipla longitudinis λ , erit et velocitas mobilis M similiter dupla tripla, vel generaliter æquimultipla velocitatis ipsius mobilis N . Itaque ut longitudo percursa a mobili est media arithmetica inter longitudines percursas a punctis mobilis, ita velocitas mobilis est media arithmetica inter velocitates a punctis percursas, et quando tendunt «omnia» puncta in easdem partes «est» velocitas centri gravitatis figuræ. 20

Definitio 6

LONGITUDO TRANSLATIONIS est medium arithmeticum inter omnes longitudines percursas æqualium materiæ in mobili contentæ Elementorum. 25

1 Hoc | volu del. | L 1 durante motu add. L 4 via ... seu add. L 4 mobili | mensurari del. | L 5 in | (1) mobile ductam (2) aream del. | L 6 non (1) | concidunt corr. | (a) spatium percu (b) id quod del. | (2) concidit L 8 VELOCITAS | VEL $\leftrightarrow$ del. | L 10 retenta. | Manere autem del. | L 13 (1) Ut si duo sint mobilia A et L , et mobile A tempore T eadem velocitate retenta percursurum esset longitudinem B ; at mobile L tempore æquali ipsi T percursurum esset del. (2) Ut L 13 T (1) eadem del. (2) sua bis add. et del. (3) ea ... habet add. L 14 mobile | λ corr. | L 15 T , | percursurum esset del. | L 16 L | dupla longitudinis λ erit et del. | L 16 longitudinis | (1) L (2) λ del. | L 18-22 Itaque ... figuræ add. L 19 arithmetica add. L 19 longitudines (1) punc corr. (2) percursas | inter del. | L 19 ita | lon del. | L 25 omnes (1) translationes del. (2) longitudines percursas add. L

Differt a longitudine percursa, quod in ea determinanda medium tantummodo quæritur inter longitudes omnium elementorum æqualium voluminis sive figuræ mobilis, vel quod eodem redit, omnium figura punctorum. Sed quoniam in una figuræ parte plus materiæ est quam in alia, ita
 5 ut unum punctum alio densius concipi possit ideo possunt fingi Elementa materiæ minima, seu quasi-puncta quorum plura pauciorave in voluminis punctis continentur prout est densius; et inter longitudes ab omnibus istis figuris percursas media arithmetica est ipsa longitudo translationis totius massæ seu materiæ ascribenda. Et quando omnia puncta mobilis tendunt
 10 ad easdem partes tunc longitudo translationis est longitudo percursa a centro gravitatis totius massæ.

Definitio 8

[197]

INTENSIO MOTUS SEU VIGOR refertur ad longitudinem translationis, ut velocitas ad longitudinem percursam.
 15 Itaque est affectio proportionalis longitudini translationis intra datæ magnitudinis tempus retenta ipsa absolutæ; et est velocitas media inter omnium materiæ signorum seu elementorum minimorum (vel æqualium saltem,) velocitates; itemque est velocitas centri gravitatis totius massæ.

Definitio 9

20 IMPETUS est factum ex ductu vigoris in molem.
 Ut si mobilis centrum gravitatis sit duplo velocius, quam alterius, et mobile ipsum altero triplo gravius, erit impetus mobilis sextuplo maior.

Definitio 10

TRANSLATIO SEU EFFECTUS FORMALIS A MOTU, est factum ex longitudine translationis ducta in molem.
 25

Nempe si pondus sex librarum transferatur per longitudinem quinque

1 determinanda | tantum *del.* | L 5 ideo | concipi *del.* | L 5 fingi *add.* L 6 materiæ | (1) quasi-s (2) vel (3) qua *del.* | L 6 seu *add.* L 6 plura | in divers *del.* | L 8 translationis | $\longleftrightarrow$ massæ sib *del.* | L 9 ascribenda. | quando *del.* | L 11 In imo *paginæ reclamantem* Defin. 7. *del. et rursus add.* L 13 VIGOR refertur ad | (1) est (a) ad (b) respectu *del.* | (2) refertur ad *add.* L 15 Itaque | est velocitas media inter *del.* | L 15 affectio | velocitas *del.* | L 16 retenta | (1) eadem ipsa per (2) ipsa perm *del.* | (3) ipsa *add.* L 16 absolutæ; | est *del.* | L 17 elementorum | æqualium *del.* | L 18 velocitates; | et *del.* | L 22 altero | duplo *del.* | L 22 mobilis | duplo *del.* | L 24 (1) QUANTITAS TRANSLATIO *del.* (2) TRANSLATIO L 24-25 factum (1) ex ducto *del.* longitudinis *corr.* (2) ex *add.* longitudine L 26 (1) U *del.* (2) Nempe L 26 pondus | triu *del.* | L

pedum, effectus formalis a motu seu quantitas translationis erit trigecupla ejus qui foret, si pondus unius libræ esset translatum per longitudinem unius pedis. Voco autem Effectum motus formalem, quia nihil aliud hic consideratur præcise quam motus mobilis non vero aliud extrinsecum ob-
staculum occurrens, neque gravitas aliave peculiaris mobilis qualitas mo-
tum juvans vel impediens.

[198]

Definitio 11.

Si ratio habeatur densitatis in mobili, magnitudo mobilis dicitur MOLES; longitudo translationis, dicitur LONGITUDO EXALTATA; vigor mobilis seu intensio motus, dicitur 10
VELOCITAS EXALTATA; et ut factum ex ductu vigoris in molem dicitur impetus, ita factum ex ductu velocitatis in volumen dicitur IMPETUS RESTRICTUS item PROTRACTIO seu ELEMENTUM TRACTUS. Si vero cesset densitatis consideratio, (ut si mobilia sint æque densa, vel nulla omnino sit exacte lo-
quendo in natura densitas), tunc coincidunt volumen et moles, longitudo percursa, et longitudo translationis; velocitas mobilis et intensio motus seu vigor; protractio mobilis, et quantitas motus seu impetus; denique spatium a mobili percursum, seu tractus coincidit cum translatio-
ne seu quantitate effectus.

Definitio 12.

MEDIA TEMPORIS VELOCITAS, PROTRACTIO INTENSIO MOTUS (seu VIGOR), QUANTITAS MOTUS (SEU IMPETUS); est media arithmetica inter omnes mobilis velocitates, protractiones, intensio- 25

1-2 trigecuplas *corr. ed.* 5 qualitas | motus juvans vel (1) min (2) minu *del.* | L 7 (1) Def. 10 *del.* (2) Def. 11 L 9 dicitur (1) moles *del.* (2) MOLES; *add.* L 10 EXALTATA; | velocitas *del.* | L 10 mobilis | dicitur *del.* | L 11 EXALTATA; | factum ex duc *del.* | L 11 ductu (1) | velocitatis exaltatæ in (a) molem *del.* | (b) vigorem *corr.* | L 12 impetus; *corr.* L 13 dicitur | impet *del.* | L 13-14 item ... TRACTUS *add.* L 14 cessent *corr.* L 15 sit | (1) vera (a) ri (b) et *del.* | exacta *corr.* | (2) exacte *del.* | L 17-18 velocitas ... et *add.* L 18 vigor; | et velocitas mobilis; (1) impetus (2) protractio et impetus; spatium percursum et trans *del.* | L 20-21 percursum, (1) | et *del.* | translatio *corr.* | (2) seu ... cum *add.* | translatione L 23 TEMPORIS | VELOCITAS, INTENSIO MOTUS (1) *del.* | L 23 VELOCITAS, | (1) (2) (2) INTENSIO (1) | L 23 PROTRACTIO (1) (3) *del.* (2); L 23-24 MOTUS | (1) (2) VI *del.* | (3) (ut *corr.* | (4) (seu VIGOR | medius *add. et del.* |); | (5) *del.* | L 24 IMPETUS | medius *add. et del.* |; L 24 IMPETUS; | sunt m *del.* | L 25 omnes | velo *del.* | L 25 mobilis | (6) *del.* | L 25 protractiones, | vi *del.* | L

nes motus (vel vigores), quantitates motus, (vel impetus) quæ mobili singulis temporis instantibus competunt; ac proinde idem producunt mediæ illæ quantitates in totum tempus absolute ductæ, quod singulæ temporis elementis
5 inter se æqualibus ordinatim applicatæ.



Figura 128

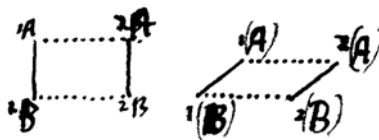


Figura 129

Hæc ad compendium æstimandi utilia sunt, ut semper variantia ad constantia ipsis æquivalentia reducantur.

CONCLUSIO PRIMA

[199]

Factum respective ex (1) velocitatibus (2) intensiõibus
10 motus (seu velocitatibus exaltatis sive vigoribus) (3) protractionibus (seu impetibus restrictis) (4) quantitatibus motus (seu impetibus) tempori in quovis instanti quo mobili competunt, ordinatim applicatis. Seu quod idem est factum ex media temporis (1) velocitate, (2) intensiõ-
15 ne motus, (3) protractione, (4) quantitate motus in totum tempus ducta; æquatur respective quantitati (1) longitudinis percursæ, (2) longitudinis translationis, (3) spatio percorso seu tractui, (4) translationi integræ seu quantitati effectus.

20 Itaque tempore in elementa æqualia cogitatione diviso seu uniformiter crescente velocitates sunt ut Elementa momentanea longitudinum percur-

1 (vel impetus) *add.* L 2 mobili (1) omnibus *del.* (2) singulis *add.* L 4 singulæ | respondentis *add. et del.* | L 4-5 elementis (1) æqualibus *del.* (2) inter ... æqualibus *add.* L 8 (1) PROPOSITIO (a) P→ (b) PRIMARIA || DEM (2) CONCLUSIO (a) PRIMARIA *L corr.* (b) PRIMA L2 9 (1) FAC *del.* (2) FA *corr.* (3) Factum L 9 respective *add.* L2 9 (1) *add.* L 9 velocitatibus |, *del.* | (1) fac (2) præi (3) protractionibus, impetibus (4) intens (5) vel *del.* | L 9 (2) *add.* L 10 motus | vel protractionibus et *del.* | L 10 exaltatis (1) *del.* (2) sive vigoribus) *add.* L 12 impetibus | (1) tem (2) ad el *del.* | L 13 applicatis. | Seu factum *del.* | L 14 (1) *add.* L 14 velocitate, | intensiõne ve *del.* | L 14 (2) *add.* L 15 (3) *add.* L 15 (4) *add.* L 16 quantitati | longitudinis per *del.* | L 20 in | æqu *del.* | L 21 ut *add.* L 21 momentanea *add.* L 264.21-265.2 percursarum (1) ; *acc. non del., del. ed. i del.* (2) et ... jure *add.* L

sarum et ut ita dicam velut longitudinis percurrentæ inchoamenta, et pari jure intensioe motus seu vigores sunt Elementa longitudinis translationum, accedentibusque voluminibus et motibus (constantibus) protractiones seu impetus restricti (facti ex velocitate in volumen) sunt ut Elementa tractus, seu spatii (quippe facti ex longitudine percursa in volumen) unde et protractiones a me subinde Elementa tractus appellantur; Et pari denique jure impetus ipsi (absoluti) seu quantitates motus (factæ ex longitudine translationis in molem) sunt Elementa effectus formalis seu translationis (quippe factæ ex longitudine translationis ducta in molem).

[200]

Definitio 13

10

VELOCITAS, INTENSIO MOTUS, IMPETUS, sunt vel COMMUNIA vel POTESTATIVA; communia, quæ paulo ante definivimus, sumendo media arithmetica diversarum velocitatum in materiæ aut temporis elementis assignabilium; sed potestativa quæ ad potentiam æstimandam serviunt ita scilicet ut quadratum velocitatis mediæ (potestativæ), quam habet mobile[,] ductum in molem det potentiam secundum propositionem 5. capitis de potentia motrice absoluta. Et quadratum velocitatis mediæ (potestativæ) quam habet mobile durante tempore ductum in tempus et molem, exhibeat actionem mobilis formalem per totum illud tempus secundum propositionem 17. capitis de Actione motus formali.

20

CONCLUSIO II.

Si diversorum mobilis punctorum seu molis Elementorum inæquales sint velocitates; et ex quadratis velocitatum in sua cujusque elementa molis ordinatim ductis, fiat ductus; et sit velocitas alia cuius quadratum si absolu-

25

I velut | longitudinem percurrentam *corr.* | *L* **2-3** Elementa (*x*) *tr del.* (*2*) longitudinum translationis *corr.* *L* **3-4** protractiones | sunt Elementa tractus seu *del.* | facta *corr.* | *L* **4** seu impetus restricti *add.* *L* **5** percursa *add.* *L* **6** appellantur; | denique *del.* | *L* **7** (absoluti) | sunt *del.* | *L* **8** effectus | integri seu translationis *del.* | *L* **9** translationis (| factæ *del.* | *L* **11** (*x*) VELOCITAS *del.* (*2*) VELOCITAS, (*a*) INTENSIO MOTUS, *del.* (*b*) PROTRACTIO, *add. et del.* *L* **11** IMPETUS, | *inte del.* | *L* **14** sed *add.* *L* **15-16** mediæ ... mobile *add.* *L* **16-17** potentiam (*x*) . Quæ non factus *f del.* (*2*) || CONCLUSIO SECU *del.* (*3*) secundum ... absoluta. *add.* Et *L* **18** tempore | exhibeat *del.* | *L* **18** et molem *add.* *L* **19** formalem (*x*) . *acc. non del., del. ed.* (*2*) per ... tempus *add.* *L* **22** | (*x*) Si quadrata velocitatum ordinatim (*a*) applicentur (*b*) ducantur in *add.* elementa molis (*aa*) ; et ductui inde facto æqualis fiat alius ductus factus ex quadrato *ve* (*bb*) ut inde fiat ductus (*cc*) ut inde fiat ductus; et sit velocitas alia (*aaa*) quæ (*bbb*) cuius quadratum ductum in eandem molem producat *del.* | (*2*) Si *L* **25** quadratum | (*x*) ductum in eandem molem producat (*2*) duct *del.* | *L*

te ducatur in eandem molem prodeat ductus novus priori æqualis; tunc hæc velocitas erit ipsa velocitas (media) potestativa mobili attribuenda cuius quadratum ductum in molem dat mobilis potentiam. Idem est si pro mole
 5 adhibeas temporis Elementa et velocitatum (potestativarum) mobilis quocunque temporis elemento existentium quadrata ducas ordinatim in respondentia temporis elementa ut inde fiant ductus, quod si jam sumatur velocitas alia cuius quadratum si absolute ducatur in idem tem-
 10 pus proveniat ductus novus priori æqualis tunc hæc velocitas erit ipsa velocitas temporis media potestativa, cujus quadratum ductum in tempus dat mobilis actionem formalem hoc tempore durante exercitam.

Hæc patent ex definitione 13. quia velocitas assignata media in cæterarum numerum ducta potest cæteras omnes; seu quadratum ejus est arithmetice medium inter cæterarum quadrata, posito Elementa (molis vel temporis) assumi æqualia. Manifestum est autem totius potentiam æqualem potentiæ omnium partium. Unde si diversæ mobilis partes habeant motus diversos, et quælibet in suæ velocitatis quadratum ducatur, habetur
 20 ejus potentia. Cum igitur potentia totius ex his partium potentiis conflatur; et eadem orietur ex velocitatis (mediæ potestativæ) eidem mobili attribuendæ quadrato in mobile ducto, manifestum est, ejus quadratum in totam molem ductum, omnium partialium velocitatum quadratis in suas partes, seu molis elementa ductis, æquari. Idemque circa mediam temporis.

25 SPATIUM MOTU ÆQUIDISTRIBUTO PERCURSUM est quod est in ratione composita lineæ a puncto mobilis æquidistribute moti percursæ et voluminis (seu extensionis) ipsius mobilis. [201]

Seu quod idem est factum ex volumine mobilis in longitudinem lineæ
 30 motus æquidistributi quam (definitione 3. capitis de Motus æquidistributi velocitate) notavimus esse ipsam lineam a puncto descriptam. Exempli

2 æqualis; (1) erit *del.* (2) tunc *add.* L 3 attribuenda | . *acc. non del., del. ed.* | Idem est, si pro molis adhibeas temporis Elementa, quo *del.* | L 5-6 et | velocitates (potestativas) *corr.* | L 6 existentes *corr.* L 7 quadrata *add.* L 14 assignata | potest ca *del.* | L 14-15 in ... ducta *add.* L 15 numerum | , vel elementor *del.* | L 20 conflatur; | —i *del.* | L 21 ex | (1) propriæ (2) mobilis *del.* | L 22 in | mobile latum *del.* | L 24 æquari. | Unde et *del.* | L 25 SPATIUM | Æ *del.* | L 26 composita | longitudinis *del.* | L 26-27 puncto (1) æquidistributo *del.* (2) corporis *add. et del.* æquidistribute moti *add.* (3) mobilis *add. et del. et add.* ... moti L 27 voluminis (1) (extensionis) *del.* (2) (seu extensionis) *add.* L 29 ex | spatio *mo del.* | L 31 lineam | pun *del.* | L

causa spatium a puncto A percursum [Fig. 128, p. 264] est ipsa linea ${}_1A_2A_3A$, punctum enim semper æquidistribute movetur (per propositionem ... dicti capitis). Spatium a linea æquidistribute percursum [Fig. 129.I, 129, p. 264] est æquale rectangulo sub linea, ut si recta AB ita moveatur ut quodlibet eius punctum velut A vel B lineam rectam describat ut ${}_1A_2A$ vel ${}_1B_2B$, norma- 5 lem ad ipsam rectam describentem AB , spatium percursum erit rectangulum ${}_1A_2B$. Sed etsi recta $(A)(B)$ lineas rectas describat angulum obliquum facientes ad describentem ut ${}_1(A)_2(A)$, ${}_1(B)_2(B)$, spatium percursum rectanguli ${}_1A_2B$ ex AB in ${}_1A_2A$ ducta facti, magnitudine æstimo non parallelogrammo descripto ${}_1(A)_2(B)$ tantum enim inspicitur summa viæ totius 10 mobilis collecta ex viis omnium punctorum simul sumtis seu ad mobile ordinatim applicatis, quæ via cum in casu motus æquidistributi sit ubique eadem, revera spatium quod inde fit nihil aliud est quam factum ductu viæ puncti, seu longitudinis percursæ in mobile.

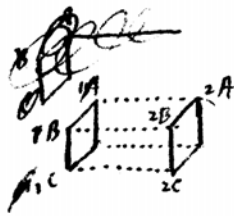


Figura 130

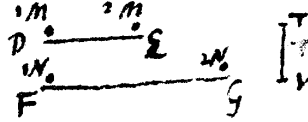


Figura 131

[202] Et hoc sensu, ut suo loco ostensum est generaliter spatium descriptum 15 est factum ex via centri gravitatis in mobile ducta, modo puncta mobilis moveantur omnia et semper in partes easdem. Si superficies aliqua ut rectangulum planum ABC moveatur motu æquidistributo utcunque, eius

1 spatium | (1) $\langle A \rangle$ (2) ${}_1A_2A$ add. et del. | L 1 A add. L 1 ${}_1A_2A_3A$ add. L 2-3 (per ... capitis) add. L 3 linea | percur del. | L 3 est | rect del. | L 4 rectangulo | fact del. | L 5 punctum (1) ut del. (2) velut add. L 5 lineam add. L 5 describat | perpendicularem del. | L 5 ${}_1B_2B$, | perp del. | L 5-6 normalem (1) ad mo del. (2) ad add. L 6 ipsam | mobilem del. | L 6 AB , (1) spatium describens del. (2) spatium percursum add. erit add. et del. L 7 ${}_1A_2B$. (1) Idem del. (2) Sed etsi recta CD acc. non del., del. ed. (3) Sed ... $(A)(B)$ L 7 angulum | non rectum corr. | L 8 ut ${}_1C_2C$, ${}_1D_2D$ L 8 ut add. L 8 ${}_1(B)_2(B)$ (1) non ideo minus del. (2) nihilominus add. L 9 ${}_1A_2B$ add. et del. et rursus add. L 9 ex | CD in ${}_1C_2C$ L 9 ducta facti add. L 10 descripto | ${}_1C_2D$ del. | L 11 mobile | in puncto applicatis. del. | L 13 quam | ductu del. | L 14 mobile. | (1) Et hæc putem etiam (2) Et suo loco ostensum est, quoties puncta [202] mobilis omnia tendunt in easdem partes, spatium percursum esse (3) Quod fit ele (4) Et hoc del. | L 16 est | via centri gr del. | L 17 moveantur | in partes ips del. | L 17 aliqua | (1) moveatur del. | (2) ut | planum del. | L 18 ABC | ita ut generet del. | L

magnitudo exprimetur [Fig. 130, p. 267] per prisma seu columnare corpus ut rectangulum solidum cuius basis est rectangulum planum, altitudo normalis est viæ unius puncti æqualis.

MOTUS UNIFORMIS est cum quodlibet punctum mobilis æqualibus temporibus æqualia percurrit spatia [203]

Omne punctum mobilis uniformiter moti, movetur motu uniformi.

Et mobile cuius punctum quodlibet movetur motu uniformi ipsimet uniformiter movetur.

VELOCITAS est affectio in motu positi, proportionalis lineæ quam punctum ejus percurreret motu per datæ magnitudinis tempus uniformiter continuato. Nimirum cum velocitatis natura in quantitate consistat non aliter definiri commode potuit. Si sint [Fig. 131, p. 267] duæ velocitates una puncti *M*, altera puncti *N*, et illud tempore *TV* percurrat lineam *DE*, hoc tempore eodem *TV* vel æquali lineam *FG*; utrumque motu uniformi; dicemus nihil aliud esse velocitates in mobilibus, quam affectiones lineis proportionales, ita ut sit velocitas in *M* ad velocitatem in *N* uti *DE* ad *FG*.

In motu uniformi velocitas manet eadem, cognoscitur enim ex comparatione magnitudinum temporis et spatii (per definitionem) talia autem eadem manent in motu uniformi.

MOTUS UNIFORMIS est cum in Mobili idem manet status movendi quoad temporis impensi, et spatii percursi magnitudinem. [204]

Omne punctum mobilis uniformiter moti movetur motu uniformi.

1-2 corpus (1) factum *del.* (2) ut ... solidum *add.* L 2 est | linea *del.* | L 2 altitudo | est *del.* | L 4-5 (1) Motus *corr.* (2) MOTUS UNIFORMIS est cum mobile (a) semper (b) per aliquod tempus movetur eodem modo, quatenus | id *add.* | diversas temporis partes comparando ex spatii | percursi *add.* | magnitudinibus agnosci potest. Scilicet directionis et figuræ spatii hic non habetur ratio, sed tantum quantitatis *del.* (3) MOTUS ... spatia *add.* L 6 uniformi. | Alioqui quoad punctum hoc suum non moveretur eodem modo *del.* | L 7 | (1) VELOCITAS est status movendi (2) VELOCITAS *del.* | (3) Et L 8 movetur. | Quoniam (1) ex singulorum punctorum motibus (2) motus mobilis (a) est (b) determinatus constituitur, neque (aa) motus (bb) enim *add.* (aaa) tribui (bbb) certus *add.* tribui potest mobili nisi ob motus punctorum *del.* | L 9 positi, | cuius quantitas est *del.* | L 10 per datæ magnitudinis tempus (1) datum tempus *corr.* (2) datæ | magnitudinis tempus *add.* | L 13 tempore | *T corr.* | L 13-14 tempore | $\longleftrightarrow$ *del.* | eodem | *T corr.* | L 14 lineam | *N del.* | L 14-15 nihil | (1) aliud esse (a) velocitatem *corr.* (b) velocitates *del.* | (2) aliud (a) est (b) esse velocitates *add.* | L 19 uniformi. | || Si velocitas maneat eodem, motus est uniformis. Data enim velocitate semper eadem, et tempore (1) datur spatii (ex def. velocitatis) (2) datur magnitudo spatii *del.* | L 20 in Mobili *add.* L 21 temporis (1) et spatii *del.* (2) impensi, ... percursi *add.* L 22 (1) Itaque punctum motu uniformi *del.* (2) Itaque *del.* (3) Omne L 22 uniformi. *insertionis signum # sequitur, et iuxta congruens signum legitur:* verte et (1) vide *del.* (2) perge signo $\odot$ *verumtamen hoc signum versa pagina non reperitur*

Omne punctum motu uniformi motum, aut punctum mobilis motu uniformi moti, æqualibus temporibus æqualia describit spatia. Alioqui motus per tempus prius discerni posset a motu per tempus posterius ex spatii magnitudine contra definitionem.[†]

Iisdem positis, spatia sunt temporibus proportionalia. Nam cum per præcedentem sint æ [desinit abrupte][‡] 5

[205] *Propositio 17*

Si mobile [Fig. 133, p. 270] ita moveatur^{††} ut pars ejus non succedat in locum ab alia parte ejusdem durante motu occupatum, et linea quævis a mobilis quovis puncto descriptæ eosdem semper angulos faciant ad mobile proportionalis est tractus mobilis, et via. 10

Nam quia partes mobilis sibi non succedunt, nec viæ eadem pars plus semel tractui respondet; et quia area viæ cuius angulus ad mobile semper idem est, habetur si viæ punctorum ad mobile ordinatim applicentur, (verbi gratia si rectæ mobili *AB* applicentur ordinatim *AL*, *BM*, ipsis lineis *AA*, *BB* proportionales et eosdem ad *AB* angulos facientes erit area ipsius figuræ isogoniæ *ALMB*, ad aream viæ ${}_1A_4A$, ut ${}_1AL$ ad ${}_1A_2A_3A_4A$) et tractus eodem modo vel proportionaliter habetur per propositionem 3. Itaque via et tractus in hoc casu erunt proportionales. 15

[206] *Propositio 18. Problema 6.*

Metiri aream figuræ a mobili descriptæ, secundum conditiones propositionis præcedentis. 20

[†] *In margine fig. 132 (p. 270).*

[‡] *Subter* Ex iis quæ demonstravimus de spatiis punctorum motus uniformis eadem demonstrari possunt de totis spatiis mobilis motu uniformi moti.

^{††} *In margine* Hæc vera sunt si mobilis diversa puncta non eunt in contrarias partes.

1-6 Omne ... sint æ *del.* *L* **1-2** aut ... moti, *add.* *L* **1** punctum mobilis *add.* *L* **2** spatia | et proportionalibus temporibus spatia *del.* | *L* **7-11** *Propositio 17* ... via *del.* *L* **7** *Propositio* (1) 15. *del.* (2) 17 *add.* *L* **8** moveatur | ut (1) punctum eius quodvis describat viam (2) linea (3) nullum in a *del.* | *L* **8** ejus | durante motu *del.* | *L* **8** locum | alterius *del.* | *L* **9** et (1) | linea *corr.* | a *del.* | quovis (2) lineæ | quævis a mobilis *add.* | quovis *L* **10** puncto | descripta *corr. ed.* | eundem ... angulum faciat *corr.* *L* **10** mobile | (1) coincidit (a) tractus mobilis et via (b) tractus mobilis et via (2) coincidit quantitas *del.* | (3) proportionalis est *add.* *L* **12-19** Nam ... proportionales *acc. non del., del. ed.* **12** | (1) Viæ enim *del.* (2) Si enim *AB* ita moveatur, ut nec (a) punctum unum ejus (b) pars ejus aliam præcedat (3) Ita enim (4) Nam (a) area (b) quia angulus *AB* (c) lineæ ut ${}_1A_2A$ (d) ${}_1A_2A$ semper eundem angulum facit ad mobile, (aa) area viæ (bb) nec eadem pars viæ in tractu sæpius occurrit (quia partes mobilis sibi non succedunt) ideo *del.* | (5) Nam *L* **12-13** pars (1) in tractu repetitur *del.* (2) plus ... respondet *add.* *L* **13** viæ | cuius *del.* | *L* **14** si | lineæ *del.* | *L* **16** facientes) *corr.* *L* **17** tractus | habetur *del.* | *L* **269.20-270.13** *Propositio 18* ... sint *del.* *L* **20** *Propositio* (1) Prop. 16. *del.* (2) Prop. 18 *add.* *L* tiones | theor *del.* | *L*

In not. marg.: si | mobile *corr.* | *L*

Quia iisdem positis quantitates viæ et tractus sibi sunt proportionales per propositionem præcedentem; et tractus quantitatem metiri licet per propositionem 16. itaque et viam descriptam metiri licebit.

Hinc non solum metiri licebit prismata, cylindrica, annularia aliaque solida
 5 rotatione genita; secundum methodum Pappi et Guldini, sed et alias innumeras
 figuras etiam a flexili aut plane dissoluto descriptas, ut quæ generatur evolutione
 fili; data enim longitudine et centrīs gravitatis arcuum curvæ evolutæ, habetur via
 centri gravitatis fili, quæ ducta in filum dat aream figuræ evolutione ad modum
 Huguenianum generatæ. Nec refert etsi pars fili inter movendum quiescat. Et talia
 10 innuit figura, in qua ipsum centrum gyrationis C movetur et transit in ipso radio
 vel recta rigida ACR ab $1C$ ad $2C, 3C$. Sine ipsius radii motu idemque fieri potest
 et pro radio substituendo planum, pro centro axem, pro filo velum, quo evolvitur
 superficies quam planum tangit in recta.[†]



Figura 132

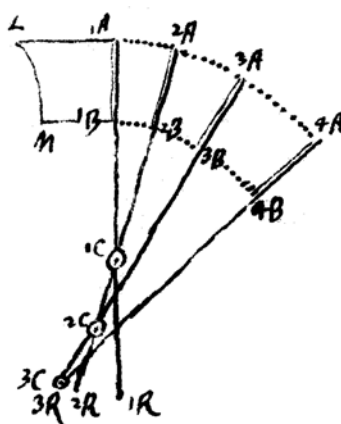


Figura 133



Figura 134

[†] In margine fig. 134.

1 Quia | in $\langle v \rangle$ del. | L 1 positis | viæ del. | L 1-2 per ... præcedentem add. L 2-3
 propositionem (1) 14 del. (2) 16 add. L 3 et | viam me del. | L 4 (1) Hinc met
 del. (2) Hinc L 5 genita; | sed del. | L 5 et add. L 5 innumeras | etiam a flexili de
 del. | L 6 aut plane dissoluto add. L 6 quæ | fit del. | L 7 fili; | tantum enim opus
 est habere viam centri del. | L 7 arcuum add. L 8-9 ad ... Huguenianum add. L 9
 generatæ | ad modum Huguenianum add. et del. | L 9 Et (1) tale corr. quid exhi del. (2)
 talia L 10-11 radio (1) ab AR del. (2) vel ... ab add. L 13 superficies | cylindrica aut
 ejus portio. Quod si axis in plano moveatur ita non parallele, oritur aliquid ab evolutione
 diversum del. | L

[Pars I. Sectio 5. Caput 4.]
Specimen Calculi Analytici pro phorometria dinamica

Traditio

L LH XXXV 11, 18C, ff. 22r-22v

L LH XXXV 11, 18B, pp. 235-241

[22r] Specimen Calculi Analytici pro phorometria dinamica

(1) Tempus t .

(2) Elementum temporis sive momentum seu differentia inter duas tem- 5
poris partes, quarum major minorem continet, et præterea aliquid seu ele-
mentum quantumlibet exiguum ei addit, a me ad leges calculi differentialis
quem primus in Geometria introduxi, vocatur $d\bar{t}$.

(3) Velocitas v .

(4) Elementum velocitatis seu differentia inter duos sibi proximos ve- 10
locitatis in mobili gradus, vel momentaneum velocitatis incrementum aut
decrementum[;] eodem modo a nobis vocabitur $d\bar{v}$.

(5) extensio seu volumen e .

(6) Extensionis elementum $d\bar{e}$. (7) densitas seu gravitas specifica g .

(8) moles seu pondus p .

(9) Si mobilis alicuius gravitas specifica sit g , extensio e , pondus p , tunc fit 15

$$p = ge$$

seu pondera sive moles sunt in ratione composita voluminum et gravita-
tum.

1 Pars ... 4. *add. ed.* 3 (1) Analy *del.* (2) Specimen *L* 271.4-273.8 *paragraphorum*
numeratio postmodum add. *L* 5 sive momentum *add.* *L* 6 præterea | incrementum
del. | *L* 7-8 differentialis (1) a me in *del.* (2) quem primus in *add.* *L* 8 introducti *corr.*
L 10 Elementum | momentum *del.* | *L* 10 velocitatis | quod est in «m» *del.* | *L* 10-11
velocitatum *corr.* *L* 11 gradus, | seu (1) momentum (2) momentum *del.* | *L* 11
incrementum (1) vel *del.* (2) aut *add.* *L* 12 decrementum | *d del.* | *L* 12 $d\bar{v}$ || Motus
 $m = \int v d\bar{t}$. Hoc est mo *del.* | *L* 13 extensio | mobilis, (1) « $\leftrightarrow$ » (2) ejusque *del.* | *L* 14
densitas | mobilis *del.* | *L* 15 (8) | mobilis *del.* | *L* 15 moles | integra *del.* | *L* 15
 p || Est autem *del.* | *L* 17 $p = ge$ *del. et rursus add.* *L* 18 composita | extensionum
del. | *L*

(10) Quodsi in diversis voluminis partibus, seu extensionis elementis diversæ sint gravitates specificæ, et generaliter, cuiusque elementi *de* gravitas sit g . tunc moles seu pondus singulorum elementorum erit $g d\bar{e} = p$ sed moles totius erit $\int g d\bar{e}$. seu summa omnium rectangulorum sub gravitate
 5 specifica in respondens extensionis Elementum.

(11) Et proinde si toti mobili pondus assignetur P gravitas G , extensio e . fiet $d\bar{p}$ seu $\int g d\bar{e} = Ge = P$.

(12) Atque adeo gravitas specifica media toti mobili assignanda, seu media Arithmetica inter gravitates specificas æqualium elementorum, nempe
 10 G nempe G , est $= \int g d\bar{e} : e$ seu summæ omnium rectangulorum sub g et $d\bar{e}$, divisa per e . Nam posito elementa $d\bar{e}$ esse æqualia inter se, tunc numerus summam eorum, nempe ipsam totam extensionem exprimens ductus in G mediam arithmetica gravitatem, dat summam gravitatum specificarum. Sed quoniam Elementa non semper æqualia sunt, nos adhibitis signis
 15 differentialibus calculum generaliter instituimus.

(13) Tractus seu spatium quod percurrento metitur mobile vocetur r .

(14) Protractio mobilis, est incrementum tractus seu spatii quod percurrit, adeoque exprimetur per $d\bar{r}$ et componitur ex mobilis volumine et velocitate, ut si linea aliqua moveatur viaque sua aliquam superficiem describat,
 20 tanto magis crescit, quanto et velocior motus, et longior linea

Nimirum protractio est momentaneum tractus incrementum, unde ex volumine progrediente, ac ipsa progressus velocitate compositis æstimatur, nam et velocitas momentanea est, seu in quovis momento locum habet, et momentaneum progressum efficit; cum motus ipse indigeat tempore itaque
 25 $d\bar{r} = ve d\bar{t}$.

1 Quodsi | considerentur mobilis *del.* | L 2 specificæ, | sitque *del.* | L 2 elementi | gravitas *del.* | L 3 moles (1) *sin- del., res. ed.* (2) seu pondus *add.* L 5 Elementum | Itaque si tot *del.* | L 6 toti (1) gravi *del.* (2) mobili *add.* L 7 fiet *del. et rursus add.* L 7 P | Et *del.* | L 8 Atque (1) proinde G *del.* (2) adeo *add.* L 9-10 elementorum, | est *del.* | L 12 eorum, | e *del.* | L 13 dat (1) sum *del.* (2) | molem æqualem *del.* | summa *corr.* | L 16 (13) | (1) Impetus (a) est (b) est factum (2) vocetur t (3) Tractus est factum ex velocitate in volumen seu ev ; (a) siquidem omnium (b) quodsi diversa voluminis Elementa diversas habeant velocitates, (4) Tractus ... r *add.* L 17 Protractio | seu progressio *del.* | L 17 tractus seu *add.* L 17-18 spatii | quod percurrit, *del.* | et com- *del. et rursus add.* | (2) quod ... $d\bar{r}$ *add.* et componitur L 17-18 percurrit | seu tractus *del.* | L 18 ex (1) eius *del.* (2) mobilis *add.* L 18-20 velocitate, (1) atque ita (a) $e dr$ (b) dt (2) sit $d\bar{r}$ (3) et fit (a) $d\bar{r} = ve$ (b) $d\bar{r} = ve$ (4) quia major est velocitas *add. et del.* (5) ut ... linea *add.* L 19 moveatur | (1) non tamen per se (2) eo majus erit tractus incrementum *del.* | L 21 protractio | (1) ista (2) seu tra *del.* | L 21 unde (1) et *del.* (2) tam *add. et del.* (3) ex *add.* L 22 volumine | pr *del.* | L 22 progrediente, (1) «dicetur» *del.* (2) ac ... progressus *add.* L 22 ipsa *add.* L 22 compositis *add.* L 22-23 æstimatur, (1) quæ etiam *del.* (2) nam et *add.* L 23 habet, | cum motus tempore indigeat *del.* | L

(15) Quodsi diversa mobilis elementa diversas habeant velocitates et cuiusque Elementi velocitas sit v , fiet totius mobilis protractio $d\bar{r} = \int v d\bar{e} d\bar{t}$.

(16) At pro æstimando mobilis tractu integro per aliquot tempus, oportet singulorum voluminum elementorum velocitates per totum illud tempus competentes in unum addi, et fit $\int \int v d\bar{e} d\bar{t} = r$. 5

(17) Et si mobili assignetur velocitas v media (ita ut sit $v = \int v d\bar{e} : e[]$) fit protractio mobili ve ; et rursus si toto tempore pro velocitas mobilis constans assignetur (v) æqualis ipsi [*desinit abrupte*]

[235] Specimen Calculi Analytici pro phorometria dynamica[†]

Pars prior de Calculo quantitatum ordinarium

10

(1) Tempus t .

(2) velocitas v .

(3) volumen seu extensio e .

(4) densitas seu gravitas specifica, g .

(5) pondus seu moles, m . 15

(6) fit autem m ut ge , seu pondera sive moles sunt ut producta ex g in e , seu in ratione composita voluminum et gravitatum specificarum.

(7) tractus seu spatium quod mobile percurrit sive metitur, sit r .

(8) si voluminis e velocitas v duret per tempus t , erit r ut evt .

(9) longitudo tractus vel longitudo translationis, l . Est ut vt . 20

(10) et fit le ut r .

[†]*In margine* Sequitur post conspectum phorometricum

I (15) | (1) Impetus autem (2) Vigor (3) Progressio ipsa mobilis oritur ex tractu in (4) Hinc *del.* | **L 1** mobilis (1) puncta *del.* (2) elementa *add.* **L 1** velocitates | fit $d\bar{r}$ *del.* | **L 2** fiet | $d\bar{r} \leftrightarrow$ *del.* | **L 2** protractio | $d\bar{r}$ *del.* | **L 5** fit | (1) dv (2) $\int d\bar{e} d\bar{t} v$ *del.* | **L 6** (17) | Quo *del.* | **L 6** v | (1) omnium $\leftrightarrow$ (2) (media *del.* | **L 10** prior | Calculi *del.* | **L 10** Calculo | communi *del.* | **L 11** t | Momentum seu Elementum temporis $d\bar{t}$ *del.* | **L 15** moles | mobilis *del.* |, | p *del.* | **L 16** m (1) = *del.* (2) ut *add.* **L 16-17** pondera (1) moles sunt *del.* (2) moles ... seu *add.* **L 17** composita | gravi *del.* | **L 18** Tractus | (1) $r = evt$ (2) $r \parallel$ 8) Protractio $d\bar{r} = ev d\bar{t}$ *del.* | (3) | seu ... metitur (a) r (b) sit r *add.* | **L 19** Si | (1) mobilis (2) velo *del.* | (3) «motus» *add. et del.* (4) voluminis *add.* **L 19** r (1) = *del.* (2) ut *add.* **L 20** (1) (9) (a) tractus fit «ex» (b) impetus restrictu *del.* (2) (9) impetus $y \parallel$ (10) fit autem $y = pv$ seu l *del.* (3) (9) longitudo **L 20** tractus (1) l *del.* (2) | vel ... translationis, (a) L (b) l *add.* | (aa) et = *del.* | (bb) est ut *add.* | **L 21** fit (1) $le =$ *del.* (2) le | (a) = *del.* | (b) ut *add.* | **L 21** r | (ut si partes mobilis densitate inæquales, nascitur differentia inter velocitatem simplicem quam huc usque consideravimus, et inter velocitatem ex attatum seu vigo *del.* | **L**

(11) impetus y ut ve si nulla habeatur ratio densitatis; vel y ut vm seu veg . Si habeatur ejus ratio. Modo motus mobilis sit æquidistributus, seu æqualis in quolibet puncto velocitatis, cæterum impetu y existente vm , quantitatem ve distinctionis gratia voco protractionem π ; unde $\pi d =$
 5 y , est enim quasi elementum tractus.

(12) Effectus formalis seu quantitas translationis f est ut le seu coincidit cum tractu r , si nulla habeatur ratio densitatis. Sed si hæc quoque in rationes veniat erit f ut lm ; modo omnium punctorum velocitas sit æqualis.

(13) Actio formalis a est ut fv seu in ratione composita effectus et velocitatis. (14) Hinc a ut lmv , item ut ly .
 10

(15) Et quia l ut vt per 9. hic. fit a ut $mtvv$. Seu actiones sunt in ratione composita temporum, mobilium et quadratarum velocitatum si scilicet sit motus æquidistributus, et uniformis.

(16) Hinc varia theoremata concludi possunt, quorum aliqua suis locis
 15 exposuimus, exempli causa si mobilia æqualia æqualibus temporibus moveantur motibus uniformibus et æquidistributis, erunt actiones eorum ut quadrata longitudinum percursarum, seu a ut ll . Nam generaliter (per 15. hic) a sunt ut $mtvv$, et quia hoc loco m et t utrobique æqualia seu constantia seu ut unitates fient a ut vv , jam l ut vt (per 9). Ergo hoc loco ob tempora
 20 æqualia (seu ut unitates[]) sunt l ut v , ergo a ut ll . [236]

(17) si p sit potentia motrix absoluta, fit a ut pt . Seu potentiæ sunt ut actiones uniformes æqualibus temporibus exercitæ, et si tempora sint inæqualia, actiones sunt in ratione composita temporum et potenciarum.

(18) Ergo p ut mvv , seu potentiæ sunt in ratione composita ex simplice
 25 mobilium (seu molium) et duplicata velocitatum. Nam a ut pt ; (per 17) rursus a ut $mtvv$ (per 15). Ergo pt ut $mtvv$, seu p ut mvv .

1 y (1) = del. (2) ut add. | ve in del. | L 1 y (1) = del. (2) ut add. | vp corr. | L 2
 Modo | modo del. | L 3 velocitatis, (1) tunc autem del. (2) cæterum add. L 3-5 vm ,
 ... tractus add. L 4 distinctionis gratia add. L 6 seu ... translationis add. L 6
 est (1) «=» del. (2) | ut add. | (a) ve et coincidit (b) ut del. | L 8 ut | lm corr. | L 9
 formalis (1) est del. (2) a add. est add. L 9 ut (1) lv del. (a) plv corr. (b) mlv del. (2)
 mlv del. (3) fv add. L 10 lmv , | ut ly del. | L 11 vt | fit a per num «10» del. | L 12
 sit add. L 14 possunt, | quæ del. | L 14 suis locis add. L 15 exposuimus, (1) nam
 del. (2) exempli causa add. L 19 jam | vt del. | L 20 (seu ... unitates) add. L 21
 (17) | a ut pt del. | L 21 potentia | abso del. | L 21 fit | p ut del. | L 22-23 , et ...
 potenciarum add. L 24 Ergo | a ut del. | L 24 sunt | «in co» del. | L 25 Nam | at
 del. | L 25 pt ; | et rursus a ut « m » del. | L

*Pars posterior. De Calculo per quantitates inassignabiles
seu de Analyysi infinitorum nova ad Phorometriam adhibita*

(19) Quamdiu partes mobilis sunt æqualis ubique densitatis (mobili scilicet existente similari) et æqualis omnes velocitatis (motu scilicet existente æquidistributo) et velocitates mobilis eadem per quasvis temporis partes (motu existente uniformi) sufficit calculus præcedens per quantitates vulgo receptas. Sed si variet ubique densitas aut velocitas in loco aut tempore, ad quantitates numero infinitas et magnitudine infinite parvas, veniendum est, id est ad incrementa aut decrementsa vel differentias duarum quantitatum ordinariorum proximarum inter se. Exempli gratia dum grave motum accellerat, duæ proximæ sibi velocitates v et (v) , a me dicentur habere differentiam infinite parvam $d v$ quæ est incrementum velocitatis momentaneum quo transit mobile a velocitate v ad (v) . Itaque in geometriam introduxi novum circa Analysin infinitorum Calculi genus, suo quodam Algorithmo, alibi a me explicato instructum, ubi notis differentiarum et summæ eodem fere modo utor, quo notis radicis et potestatis in Algebra uti solemus.

(20) Generaliter igitur si sit quantitas aliqua, ut velocitas v , incrementum ejus momentaneum seu proximarum velocitatum differentiam voco $d\bar{v}$. Eodem modo si tempus sit t , temporis elementum sive momentum voco $d\bar{t}$. Et extensionis e elementum $d\bar{e}$ atque ita in cæteris.

[237] (21) Si ex pluribus finitis vel infinitis alicuius quantitatis Elementis, unumquodque peculiare habeat attributum ejusdem nominis, sed diversæ magnitudinis, verbi gratia peculiarem gravitatem specificam; potest toti

1-2 *Calculo* | (1) Analytico (a) infinitor (b) circa infinitum *del.* | (2) per *del.* | (3) per ... infinitorum *add.* | (a) ad Phorometriam adhibita (b) nova *del.* | (c) nova ... adhibita *add.* **L 3** (1) (1) *del.* (2) (19) *add.* **L 3** densitatis | (1) æqualive (a) ubique «velo» (b) omnes velocitate feruntur; (2) $\leftrightarrow$ æqu *del.* | **L 4** similari (1) aut *del.* (2) et *add.* **L 5** æquidistributo | et partes temporis *del.* | **L 6** sufficit | motus *del.* | **L 8** infinitas (1) quantitate *del.* (2) et magnitudine *add.* **L 8** est, | quarum gratia *del.* | **L 9** ad *add.* **L 9** differentias | «inc» *del.* | **L 10** gratia | si «duo» *del.* | **L 12** parvam (a) $d\bar{v}$ *del.* (2) $d v$ *add.* **L 12-13** momentaneum (1) Quæ *del.* (2) quo ... (v) *add.* **L 13-14** Itaque (1) introduxi *del.* in | «m» *add. et del.* | Geometriam | novum Calculi genus, qu *del.* | (2) in ... | introduxi novum *add.* | ... Analysin (a) | infiniti *corr.* | (b) infinitorum | introduxi *del.* | **L 15** instructum, | (1) prius (2) «cu» (3) ubi dif *del.* | **L 16** quo | aliæ *del.* | notæ *corr.* | **L 16** Algebra | utimur *corr.* | solemus *add.* | **L 17** | (1) (1) Itaque elementum seu momentum temporis (2) (1) *del.* | (3) (2) *add. et del.* | (4) (20) *add.* | **L 18** seu proximarum *add.* |, seu *del. ed.* | **L 19** temporis | incrementum voco $d\bar{t}$ *del.* | **L 21** (1) (3) *del.* (2) (21) *add.* **L 21** (1) | Si *acc. non del., del. ed.* | (a) diversis alicu (b) ex infinitis alicuius quantitatis *del.* | « $\longrightarrow$ » *corr.* | finitis *del.* | (3) Si ... pluribus **L 22** peculiarem *corr.* **L 22-23** attributum (1) |, verbi gratia corporis cuiusdam dissimilans densitas (a) ubique variet (b) attribuitur toti *del.* | (2) ejusdem (a) nomin (b) nominis ... magnitudinis *add.* | **L**

attribui medius quidam gradus qui ductus in totum tantundem producat quantum summa conflata ex simul additis ductibus particularibus, per cuiusque elementi ductionem in attributi sui magnitudinem natis.

(22) Itaque si totius alicuius virgæ metallicæ cylindricæ gravitatem specificam a summo ad imum continue crescentem habentis extensio seu longitudo sit e ; ejusque elementum quodvis vocetur $d\bar{e}$, et respondens cuique elemento gravitas specifica seu densitas sit g , et gravitas specifica totius (quæ oriretur tota massa metallica in unam massam similem igne fusa) vocetur G . adhibita majuscula; fiet $Ge \stackrel{(1)}{=} \int \overline{d\bar{e}g}$. Adeoque $G \stackrel{(2)}{=} \int \overline{d\bar{e}g} : e$. et
 10 $d\bar{e}g \stackrel{(3)}{=} d\bar{m}$ posito per articulum 6 hic, esse $m \stackrel{(4)}{=} ge$.

(23) Si elementa sint æqualia, seu $d\bar{e}$ constans, erit G media arithmetica inter omnes g .. Nam si omnes $d\bar{e}$ sint æquales, tunc e seu $\int \overline{d\bar{e}}$ nihil aliud erit quam $d\bar{e}$ multiplicata per numerum ipsarum $d\bar{e}$. Sit numerus ille n . et fiet $e \stackrel{(5)}{=} n d\bar{e}$. Jam $\int \overline{d\bar{e}g} \stackrel{(6)}{=} de \int \bar{g}$ posito $d\bar{e}$ esse constantem, ex
 15 nostris calculi differentialis legibus. Itaque hos valores ex æquationes 5 et 6 substituendo in æquatione 1 evanescente quantitate (inassignabili) $d\bar{e}$ fit $nG \stackrel{(7)}{=} \int \bar{g}$. Et proinde G est media arithmetica inter omnes g ; ducta enim in ipsarum numerum n producit nG , ductum, qui æquatur ipsarum summæ $\int \bar{g}$. Quæ omnia collatis exemptis figurisque in capite de ductibus ac de tractu propositis, melius intelligentur. Ad exemplum autem gravitatis specificæ et extensionis etiam in aliis (veluti velocitate ac tempore) procedemus.

(24) Nimirum si elementa voluminis $d\bar{e}$ peculiares habeant velocitates, protractio mobilis π erit $= \int \overline{d\bar{e}v}$ id est $= Ve$ per articulum 11. hic.

(25) Media autem velocitas $V = \int \overline{d\bar{e}v} : e$ quæ proinde velocitas V

1 attribui | media quadam *del.* | L 1 gradus |. Et quidem si dividatur totum in (1) momenta (2) elementa æqualia *del.* | L 2 summa | ex *del.* | L 2 additis | ductibus quantitas *del.* | L 3 natis. | (1) Ut si (a) «totum» (b) totius (2) Si *del.* | L 4 (1) (4) *acc. non del., del. ed.* (2) (22) *add.* L 4-5 alicuius ... habentis *add.* L 4 cylindricæ *add.* | den *del.* | L 4 gravitatem | in *del.* | L 4-5 specificam | (1) in partibus inferioribus (a) continue (b) vel sup (2) infe *del.* | L 5-6 seu longitudo *add.* L 8 in | unum *del.* | L 9 adhibita majuscula; *add.* L 9-10 adeoque ... $m \stackrel{(4)}{=} ge$ *add.* L 9-10 et (1) si (2) $d\bar{e}g$ (a) sit *del.* (b) $\stackrel{(3)}{=} (aa) dp (aaa)$ erit (bbb) posito $\stackrel{(4)}{=} ge (aaaa)$ per (bbbb) per | (bb) dm posito (aaa) $m = (bbb)$ per L 11 (1) (5) *del.* (2) (23) *add.* L 12 g | sit enim *del.* | L 12 sint *add.* L 12 æquales, | tum *corr.* | L 14 $\int \overline{d\bar{e}g}$ | (1) $\int$ (2) $de \int$ (3) p *del.* L 14-15 posito ... legibus *add.* L 15 valores | substituendo in æquatione G *del.* | L 15 æquationes | 3 et 4 *del.* | L 16 evanescente ... $d\bar{e}$ *add.* L 16 fit | Gn *del.* L 17 $\int \bar{g}$ (1) Itaque *del.* (2) Et proinde *add.* L 18 n | (et fiat m *del.* L 18 producit ... qui *add.* L 22 | (1) (6) (a) Si $\leftrightarrow$ (b) Si elementa (aa) m (bb) voluminis $dfoe$ (2) (6) *del.* | (3) (24) *add.* L 22 voluminis | seu moli *del.* | L 22-23 velocitates, | tractus *corr.* | L 23 $\int \overline{d\bar{e}v}$ (1) $= eV$ adeoque (per artic *add. et del.* (2) id ... hic *add.* L 24 (1) (7) *del. et v del.* (2) (25) *add.* L

ipsi mobili attribui poterit, nam si omnes ejus partes moventur velocitate æquidistributa V , tantundem protractionis efficerent, quantum nunc motu non æqualiter distributo efficiunt.

(26) At tractus ipse $r = Vet$, (per articulum 8 hic) seu $\int \overline{d\bar{e}} v t$ posito motum mobili per tempus t uniformiter durare. 5

(27) Sin vero mutetur motus mobilis, et diversis temporis elementis sive momentis $d\bar{t}$ diversa sit velocitas

[238] (28) tunc fiet tractus $r = e \int \overline{v d\bar{t}}$ singulis V mobili competentibus in sua respondentia temporis elementa ordinatim applicatis. 10

(29) ubi si rursus velimus novam mediam temporis inter omnes V velocitatem comminisci, qua si mobile uniformiter ferretur, tantundem tractus per propositum tempus efficeret, quantum nunc velocitate variata, eam novam velocitatem mediam poterimus vocare (V). 15

(30) Et fiet $r = e(V)t = e \int \overline{d\bar{t}} V = \int \overline{d\bar{t}} \int \overline{d\bar{e}} v$, ubi v significat quamlibet velocitatem quam quævis mobilis particula habet in quovis temporis elemento, adeoque velocitates numero infinities infinitas; at V significat velocitatem inter infinitas mediam, omnibus particularum mobilis velocitatibus coëxistentibus æquivalentem, et proinde continet velocitates totius mobilis infinitas, pro infinitis temporis momentis; denique (V) continet velocitatem unicam, inter varietate infinitas V , adeoque inter infinities infinitas varietates v , mediam, mobili attributam, æquivalentem reliquis omnibus et in qualibet mobilis parte, et in quovis temporis momento variantibus. 20

(31) Exemplo res melius intelligitur: sit [Fig. 135, p. 278] recta AB movenda in eodem plano circa centrum A , itaque velocitates punctorum seu elementorum ipsius rectæ AB coëxistentes sunt majores in proportionem distantiarum a centro. Ponamus jam præterea vertiginis hujus velocitatem crescere uniformiter a quiete, seu æqualibus per æqualia tempora incrementis; inde [Fig. 136.1-3, 136, p. 278] mobili repræsentato per AB , velocitate puncti alicujus B per BC ; velocitates omnes simul existentes mobilis elementis respective 25

2 tantundem (1) quæ del. (2) protractio corr. L 4 $r = | Ved = del. |$ L 4 Vet , (1) posito motum esse del. (2) per ... hic add. L 6 (1) Sin del. (2) (27) L 6 motus | pe del. | L 8 tractus | (1) $\int \overline{v d\bar{t}} = r = \leftrightarrow$ (2) $\int del. |$ L 9 applicatis del. et rursus add. L 10 (29) add. L 10 V | tempor del. | L 13 vocare | (V) del. | L 13 (V) | Et fiet $r = eVt del. |$ L 14 fiet | $r = e(V)t$ (1) $= \int \overline{v d\bar{t}}$ (2) $= e \int \overline{v del. |}$ L 16 infinitas; | $V del. |$ L 17 inter infinitas add. L 19-21 velocitatem (1) unicam del. (2) unicam, ... mediam, L 20 varietate add. L 20 V | adeoque del. | L 22 momento | vari del. | L 24 in ... plano add. L 24 A , | et ponatur motus vertiginis crescere (1) uniformiter, seu æqualibus (2) per æqualia tempora incrementis; patet del. L 25 AB | simul del. | L 26 Ponamus ... velocitatem del. et rursus add. L 27 uniformiter | seu del. L 27 incrementis; (1) jam calculus erit talis; AB sit e , tempus quo del. (2) inde add. L 28 velocitate | exis del. | L 29 existentes | exti del. | L

applicatæ, exhibebuntur per triangulum rectangulum ABC ; fiat parallelogrammum rectangulum EAB huic triangulo æquale, eritque AE velocitas mobilis media. Rursus sit tempus BD angulo in B recto, et pyramis rectangularia $DABC$ repræsentabit omnes velocitates infinites infinitas cujusque puncti in unoquoque instanti et ut triangulum ABC repræsentarat omnes velocitates mobilis existentes eodem temporis instanti, ita triangulum DBC repræsentat omnes velocitates temporis competentes eidem mobilis puncto B . Sumatur jam DF talis, ut sit rectangulum solidum $FDBA$ æquale pyramidi $DABC$, et erit FD media mobilis velocitas, qua si mobile AB ferretur per tempus DB motu æquidistributo et uniformi, idem foret tractus idemque (si mobile simile ponatur) effectus formalis seu quantitas translationis, qui in motu per temporis momenta, et mobilis puncta variat.

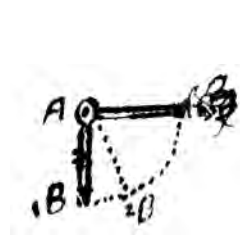


Figura 135



Figura 136.1 (del.)



Figura 136

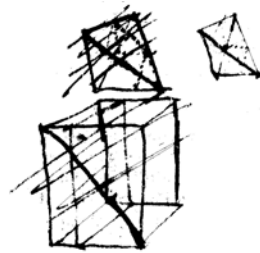


Figura 136.2 (del.)

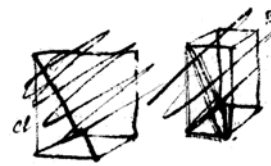


Figura 136.3 (del.)

(32) His jam ad calculum translatis, $AB, e; DB, t. BC, v. AE, V. DF,$ ^[239]
 (V) triangulum ABC, π . pyramis $DABC, r$. habebit locum calculus paulo
 ante dictus. Fit enim $\pi = Ve$ $r = (V)te = le$. Sed $V = \int \overline{de} v : e$ et
 $\mathbf{1}$ triangulum $(1) ABC del.$ (2) rectangulum $ABC add.$; | ponamus jam tempus $del.$ | L $\mathbf{6}$
 velocitates | coexi $del.$ | L $\mathbf{6}$ eodem temporis instanti (1) «momento» $del.$ (2) temporis
 instanti $add.$ | L $\mathbf{7}$ velocitates | mom $corr.$ | L $\mathbf{8}$ B . | Veloci $del.$ | L $\mathbf{9}$ velocitas, | «quæ»
 $del.$ | L $\mathbf{9}$ mobile | ferretur $del.$ | L $\mathbf{10}$ motu | $\leftrightarrow$ $del.$ | L $\mathbf{12}$ mobilis chartæ margo
 diruto, $add.$ $ed.$ $de ms. C$ | L $\mathbf{13}$ translatis, | sit $del.$ | L $\mathbf{14}$ π . | Pyr $del.$ | L $\mathbf{14}$
 pyramis | (1) $\langle A \rangle$ (2) $DBC del.$ | L $\mathbf{14}$ habemus $corr.$ | L $\mathbf{15}$ $\int \overline{de} v : e$ | (1) et
 $(V) = \int V \langle \leftrightarrow \rangle d$ (2) et $del.$ | L

$(V) = \int \overline{d\bar{t}} \overline{V} : t$ adeoque $l = \int \overline{d\bar{t}} \overline{V}$. Unde patet esse $\pi = \int \overline{d\bar{e}} \overline{V}$ et $r = \int \overline{d\bar{t}} \int \overline{d\bar{e}} v$. Et hoc quidem generatim.

(33) Sed quia in hoc casu v coëxistentes sunt ut e fiet π ut $\int \overline{d\bar{v}} v$ vel ut $\int \overline{d\bar{e}} e$ id est (per leges calculi differentialis) ut ee vel ut vv , hoc est protractiones π , vel (si mobile sit simile) impetus γ simul existentes in linea AB , 5 sunt ut quadrata partium AB vel $A(B)$ et totius mobilis AB protractiones vel impetus successive existentes sunt ut quadrata velocitatum puncti B .

(34) Hinc jam in nostro casu r ut $\int \overline{d\bar{t}} vv$. Sed t rursus sunt ut v , in casu præsentis, cum v velocitates puncti B crescant proportionem temporis seu durationis, ergo fit $\int \overline{d\bar{v}} vv$ vel ut $\int \overline{d\bar{t}} tt$ adeoque tractus (vel in casu 10 mobilis similis, etiam effectus) diversarum mobilis partium AB , et (AB) in casu præsentis sunt in triplicata ratione velocitatum v , ultimis punctis B , (B) competentium, id est ipsarum linearum AB , $A(B)$. Totius autem mobilis, vel datæ in mobili partis AB tractus vel effectus diversi per diversa tempora inde ab initio sumta; sunt in triplicata ratione temporum impensorum. 15

(36) Cæterum quia $\int \overline{d\bar{v}} v = vv : 2$, fit $AE = BC : 2$; et quia $\int \overline{d\bar{v}} vv = v^3 : 3$, fit $DF = BC : 6$. Nam $\int \overline{d\bar{v}} \int \overline{d\bar{v}} v = \int \overline{d\bar{v}} vv : 2 = \int \overline{d\bar{v}} vv : 2 = v^3 : 6$.

(37) Atque hæc prolixius exponenda fuerunt, ut in novum Notationis genus, quo infinitum ipsum sub leges Analyseos cogitur, et innume- 20

1 adeoque $l = \int \overline{d\bar{t}} \overline{V}$ add. L 2 $\int \overline{d\bar{t}} \int \overline{d\bar{e}} v$ | (1) = e del. (2) Et add. et del. (3) Et ... generatim add. | L 3 (1) 33 corr. (2) (33) (a) Quia in del. (b) Sed ... in add. L 3 casu | v ut t , fiat π ut $\int \overline{d\bar{e}} e$ del. | L 3 e | fit π ut $\int \overline{d\bar{e}} e$ (1) seu π ut ee (2) id est (a) per calculum differentiale part. corr. et del. (b) (per leges calculi differentialis) ut ee seu protractiones vel (aa) impe (bb) (si mobile sit simile) impetus, sunt ut quadrata (aaa) longitudinum (bbb) voluminum seu (aaaa) linear (bbbb) (hoc loco) linearum AB ; (aaaaa) et fiunt (aaaaaa) $\leftrightarrow$ (bbbbbb) $d\bar{t} \leftrightarrow$ (bbbbbb) vel etiam ut quadrata velocitatum m del. L 3-4 vel ut $\int \overline{d\bar{e}} e$ add. L 4 ut | vv (1) adeoque (2) vel del. | ut acc. non del., del. ed. | L 4 ee ... est add. L 4 ee | . Adeoque del. L 4 ut | VV del. | L 4 hoc est in C non copiat Bh 5 y | sunt ut quadrata del. | L 5 existentes | sunt ut quadrata del. | L 6 AB | imp del. | L 7 ut | velocitates del. | L 7 B . | (1) vel etiam ut quadrata velocitatum (a) molis (b) mobilis mediarum quovis temporis momento existentium AE add. et del. | (2) Fit igitur (a) r ut (b) r (c) r ut (d) r ut $\int \overline{d\bar{t}} \overline{V}$. Verum in casu nostro (aa) sunt (bb) ubi velocitates V uniformiter crescunt (aaa) crescentibus temporibus (bbb) durante tempore, fit t ut V , ergo (aaaa) nascitur demum (bbbbbb) sunt (cccc) demum fit r ut $\int \overline{d\bar{t}} tt$, vel ut (aaaaaa) $\leftrightarrow$ (bbbbbb) $\int \overline{d\bar{V}} \overline{V}$ adeoque fit r ut t^3 vel ut V^3 . Hoc est tractus vel impetus del. | L 8 (1) Fit ia del. (2) (34) Jam velocitates | mobilis add. | mediæ V , sunt ut velocitates puncti velocissimi B , cum sint earum dimidiæ del. (3) (34) L 8 in ... casu add. L 11 effectus | sive impetus sunt in del. | L 12 ultimis | mobi del. L 13 est | tractus vel add. et del. | L 13 ipsarum (1) AB , AC longitudinum del. (2) linearum add. L 14 vel | per del. | L 16 $\int \overline{d\bar{v}} v = \frac{1}{2} vv$ del. | L 16 $AE = \frac{1}{2} del.$ | L 17 Nam | (1) $r = \int dt$ (2) r (a) = (b) ut del. | L 19-20 ut (1) novum calculi genus del. (2) novum ... genus add. L

rabiles graduum varietates eidem Calculo subjiciuntur, lectorem magno, si quando intelliget, tractu suo, nec minore voluptate, introduceremus. Calculum autem in exemplo aliunde ex communi Geometria manifesto exposuimus, ut ratio calculandi in aliis multo subtilioribus, nec ad receptas
5 vulgo Geometrarum methodos facile cessuris, appareret.

(38) Quod si jam ad varietatem temporum et velocitatum accedat varietas densitatum in mobili, quam in præcedenti exemplo ablegaveramus complicatior adhuc oritur calculus differentialis. Fit ergo $m = \int \overline{d\bar{e}} g = Ge$, et velocitate cuiusque $\overline{d\bar{m}}$ seu cuiusque elementi materiæ sive molis (hoc est
15 cuiusque $\overline{d\bar{e}} g$) existente v , fit impetus mobilis $y = \int \overline{d\bar{e}} gv$ vel $\int \overline{d\bar{m}} v$.

(39) Hinc ut velocitatem inveniamus mediam non voluminis seu extensionis, quam velocitatem mobilis (simpliciter) appello, sed potius molis, quam voco vigorem seu motus intensionem et designabo nunc nota γ , fit
 $\gamma = \int \overline{d\bar{m}} v : m$ seu $= \int \overline{d\bar{e}} gv : \int \overline{d\bar{e}} g$ quia $y = \gamma m$.

(40) Effectus autem mobilis $f = \int d\bar{t} \int \overline{d\bar{m}} v = mt(\gamma)$. Eritque (γ) vigor totius temporis medius, et posito λ esse longitudinem translationis seu $\lambda m = f$ fit $\lambda = t(\gamma) = \int d\bar{t} \int \overline{d\bar{m}} v : m$.

(41) Sed quoniam ostensum est potentiam oriri ex quadratis velocitatum in molis elementa ductis, fit $p = \int \overline{d\bar{m}} vv$

(42) Et si φ sit velocitas potestativa seu cujus quadratum in molem ductum dat mobilis potentiam; fit: $m\varphi\varphi = p$ adeoque $\varphi\varphi = \int \overline{d\bar{m}} vv : m$.

(43) Actio autem $a = \int p d\bar{t} = \int d\bar{t} \int \overline{d\bar{m}} vv = \int d\bar{t} \varphi\varphi m = mt(\varphi)(\varphi) = t(P)$. Eritque φ velocitas potestativa media mobilis in certo momento $d\bar{t}$ et (φ) velocitas potestativa media mobilis pro toto tempore
25 t ; et p . potentia mobilis in certo momento $d\bar{t}$ et (p) potentia mobilis media per totum tempus t , quæ ducta in tempus absolute, dat quantitatem Actionis.

I subjicentur *corr.* L 4 ratio | in celatis *del.* | L 4 ad *add.* L 6 varietatem | *ve del.* | L 7 quam | *ha del.* | L 7 ablegaveramus | *ad del.* | L 8-9 et (*x*) motu *del.* (2) velocitate *add.* L 9 cuiusque | *de del.* | L 9 molis | (*deg.*) *del.* | L 10 fit | *y del.* | L 10 y | seu G *del.* L 10 $\int \overline{d\bar{m}} v$ | quem *del.* | L 11 velocitatem | mobilis mediam inveniamus, quæ ducta in *del.* | L 11 non | tantum *del.* | L 12 (simpliciter *corr. ed.* **14** : | $\int \overline{d\bar{e}}$ *del.* L 15 mobilis | (*x*) $f = \int \overline{d\bar{e}} gv d\bar{t}$ (2) $f = \int \overline{d\bar{e}} gv = f$ *del.* | L 15 = $et(\gamma)$ *corr.* L 16-17 et ... : m *add.* L 17 seu (*x*) λt *del.* (2) λmt *add. et corr.* L 17 $\lambda = \int \overline{d\bar{m}} v$ *del.* | L 19 $p = \int \overline{d\bar{m}} vv$ *del.* | Lo 19 $\int \overline{d\bar{m}} vv$ | et velocitas potestativa *del.* | L 20-21 seu ... potentiam *add.* L 21 fit: | φm *del.* | L 22 $a = \int p t$ *del.* | L 22 = | $\int \varphi\varphi dt$ *del.* | L 22 = | $mt(\varphi) = tP$ erit (φ) veloci *del.* | L 23 media *add.* L 24-25 tempore (*x*) , *acc. non del., del. ed.* (2) t ; *add.* L 25 et | p . po *del.* L 25 $d\bar{t}$ *add.* L 26 t *add.* L

(44) Et sane si mobile diversas in diversis punctis habeat densitates et velocitates, differunt in eo velocitas ipsi attribuenda communis V [quæ ducta in volumen e dat protractionem π ; in tempus t dat longitudinem tractus L ; in volumen e et tempus t , dat tractum r]. Velocitas exaltata (seu intensio motus vel vigor) $\propto$ [quæ ducta in molem m (id est 5 volumen simul et gravitatem specificam), dat impetum y , in tempus t dat longitudinem translationis λ ; in molem m simul et tempus t , dat effectum formalem f] et denique Velocitas potestativa φ [cujus potestas seu quadratum, in molem m dat potentiam p , in molem m et tempus t , dat actionem formalem a]. Et quidem $V = \int \overline{d\bar{e}} v : e$ et $\propto = \int \overline{d\bar{m}} v : m$, et 10 $\varphi\varphi = \int \overline{d\bar{m}} vv : m$.

(45) Et has quidem quantitates medias gravitatum, velocitatum, potentialiarum introduximus, ut infinitæ varietates punctorum et instantium ad quantitates constantes æquivalentes reduci, et theoremata nostra circa motum æquidistributum et uniformem demonstrata ad omnia alia motuum 15 genera transferri possint.

(46) Quisquis autem hujus præsentis Calculi simulque Geometriæ intelligens fuerit, non minus facile moles, velocitates, tractus, impetus, motuum effectus, potentias, actionesque hæcenus explicatas, quam numeros aut figuras æstimabit.

20

1-11 (44) ... $\varphi\varphi = \int \overline{d\bar{m}} vv : m$ add. L 2 attribuenda | communis (1) | v add. et del. | (2) quæ ducta in tempus dat longitudinem tractus, ut sit $vt = (a)$ d (2) l ; velocitas exaltata (sive intensio motus seu vigor) $\propto$, quæ ducta in tempus dat long del. | L 2 communis | v corr. | L 4 e | et extensio del. | L 5 m add. L 8 potestativa |, quæ del. | L 8 φ | (1) [quæ ducta (2) qu del. | L 10 quidem | v corr. | L 12 (1) (44) corr. (2) (45) L 12 velocitatum, | potent del. | L 14 reduci | possint del. L 15 demonstrata add. L 16 possint | Et quisquis huius ca del. L 17 (1) (45) corr. (2) (46) L

[Pars 2. Sectio 1. Caput 1.]
DE QUANTITATE ACTIONIS IN MOTU ET
POTENTIA ABSOLUTA

Traditio

L LH XXXV 11, 18A, pp. 229-232, 215-220

L LH XXXV 11, 18A, pp. 233-238, 207-214

DE QUANTITATE ACTIONIS IN MOTU ET POTENTIA
5 ABSOLUTA[†]

[229]

Axioma 1[‡]

Duo quantitatem habentia sunt inter se ut numeri congruentium in quæ resolvi possunt.

Exempli causa Hexapoda resolvi potest in pedes sex, decempeda in pedes decem vel (posita ulna duorum pedum) resolvi potest illa in ulnas tres, hæc in ulnas quinque et pes pedi congruit pariterque ulna ulnæ; itaque Hexapoda est ad Decempedam ut sex ad decem, seu ut 3 ad 5 [Fig. 137]. Et vero in universum nihil aliud est quantitas quam numerus partium, posito mensuram quamdam semper sibi congruentem assumi pro unitate.

[†]*In margine* Dieser Halbbogen gilt nichts. Ist anderswo besser.

[‡]*In margine* postponendum

1 Pars ... 1. *add. ed.* 4 | (1) DE (2) DE ACTIONE MOTUS *del.* | (3) DE L 9-15 (1) Exempli causa (a) si numerus (b) Hexapoda ad decempedam ut 6 ad 10, seu ut 3 ad 5. Et vero in universum nihil aliud est quantitas quam numerus partium, posito mensuram quamdam semper congruentem assumi pro unitate. *del.* (2) Exempli ... unitate *add.* L 9-10 pedes (1) quinque *del.* (2) decem *add.* L 10-11 vel ... quinque *add.* L 10 (posita | ulnam duarum *corr.* | L 10 ulnas (1) quinque *del.* (2) tres *add.* L 14 sibi *add.* L 14 congruentem | seu co *del.* | L

Definitio 1

CORPORA CONSIMILARIA sunt quæ in omnibus suis partibus et inter se, æqualem habent densitatem adeoque in partibus æqualibus æqualem quantitatem materiæ.

Sic [Fig. 138] consimilaria sunt *A* et *B*; item consimilaria sunt *L* et *M*; 5
A vero et *L* vel *M*; item *B* et *L* vel *M* non sunt consimilaria. Ita si plura corpora ex auro puro facta conferantur inter se; vel si duorum generum sint corpora, alia facta ex ære, alia vero ex stamno et plumbo ea proportionem inter se commistis ut eadem compositi prodeat gravitas specifica quæ est æris dicemus hoc loco corpora ex illa mistura facta, et facta ex ære puro esse 10
 [230] consimilaria, quia scilicet solius densitatis seu gravitatis specificæ hoc loco a nobis ratio habetur. Porro si quemadmodum arbitror tota universi materia ubique sibi similis est (excepta figura, motu, et perceptione) omnia corpora erunt consimilaria inter se, etsi nobis aliter appareat insensibiles motus et texturas non cognoscentibus quibus fit ut corpora alia aliis sint spongiosiora 15
 et materiam extraneam tenuem poris interlabentem copiosiore habentia, cujus motus motu corporis non comprehenditur.

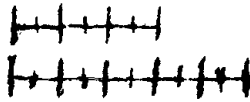


Figura 137

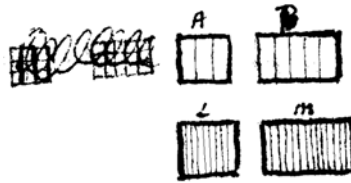


Figura 138

I (1) Axioma 2. || (a) Si duæ actiones (b) Si *del.* (2) Propositio 1 || (a) Si duo corpora densitate æqualia (b) Si duo corpora densitatem in omnibus partibus et inter se æqualem habentia, moveantur motu æquidistributo (*aa*) et uniformi (*bb*) (in quo lineæ a punctis ejusdem corporis simul descriptæ sunt æquales) et uniformi (in quo lineæ a puncto æqualibus temporibus descriptæ sunt æquales *del.*) (3) Defin. 1 L 2 (1) Corpora consimilaria voco *del.* (2) CORPORA L 2 suis *add.* L 3-4 densitatem | adeoque in (1) æqua (2) partibus ... materiæ *add.* | L 5-6 Sic ... consimilaria *add.* L 5 *A* | et *B del.* | L 6 vel *M*; | et *del.* | L 8 vero *add.* L 8 plumbo | ita inter se commistis ut eandem propor *del.* | L 11 specificæ | ratio habetur hoc *del.* | L 12 Porro | etsi *del.* | L 12 universi *add.* L 14 aliter appareat *add.* L 14-15 et texturas *add.* L 15 cognoscentibus | (1) per quæ fit (2) qui faciunt ut interdum per corporum «spici» *del.* | L 15 sint (1) porosiora *del.* (2) spongiosiora *add.* L 16 extraneam *add.* L 16-17 habentia, | (1) qui (2) cujus motus ipsi (3) qui *del.* | (4) cujus motus *add.* L 17 comprehenditur | ; aliter videatur *del.* | L

Definitio 2

MOTUS SIMPLEX est cum mobile fertur MOTU ÆQUIDISTRIBUTO (ita ut omnia puncta æquales simul lineas describant) UNIFORMI (ita ut lineæ a puncto æqualibus temporibus descriptæ sint æquales) RECTILINEO (ita ut lineæ a quovis puncto descriptæ sint rectæ) ÆQUIDIRECTO (ita ut lineæ a quovis puncto simul descriptæ sint parallelæ et ductæ ad easdem partes) uno verbo, cum motus punctorum mobilis prorsus conveniunt sibi et inter se.

Horum motus simplicis requisitorum unumquodque sine reliquis stare potest; et velocitatem quidem mutari adeoque motum uniformem aut non-uniformem fieri posse constat, eadem manente lineæ motus. Et lineæ motus a diversis punctis simul descriptæ magnitudo manere potest, mutata licet directione et flexu lineæ. Ut cum mobile aliquod concipitur velut compositum ex pluribus globis distinctis in liquore natantibus; aut ad instar gregis vel exercitus ex militibus compositi, in diversam ab aliis plagam tendant[,] quod in corpore continuo sine turbatione motus rectilineus quorundam punctorum succedere non potest et multo minus in rigido. Nam in rigido hoc est si Motus sit rectilineus consentiens adeoque æquidirectus necessarium est ut simul sit æquidistributus. Consentiens autem Motus est cum duo quævis puncta mobilis easdem durante motus distantias servant, qualis scilicet est motus rigidorum. Itaque motus rigidi rectilineus uniformis semper est simplex. Et quicquid motu simplice fertur perinde movetur ac si esset rigidum motu rectilineo uniformi motum, semperque ita per figuram [Fig. 139, p. 299] explicari poterit ut ABC transferatur ex ${}_1A_1B_1C$ per ${}_2A_2B_2C$

[231]

1-8 Definitio 2 ... se del. L 2 fertur | motu uni del. | L 2 MOTU | UN del. | L 3 describant) | et del. | L 4-5 æquales) | et rectili del. | L 5-6 rectæ) | CONSENTIENTE (ita ut puncta duo quælibet easdem semper distantias et del. | L 6 simul add. L 6 sint | simul del. | L 7 parallelæ) | et puncta tendant ad easdem partes del. | L 7 mobilis add. L 8 sibi | int del. | L 284.9-285.5 Horum ... pronuntiemus del. L 9 (1) Horum requisitum aliud sine alio stare potest, (a) nam ut de motu uniformi (b) nam uniformis quidem motus a cæteris abesse potest ut manifestum est, cum eadem manente lineæ des del. (2) Horum L 9 requisitorum | aliu del. | L 9-10 potest; | et motum quidem uniformem adesse aut abesse posse (a) cæteris (b) constat si eadem manente lineæ motus del. | L 10-11 motum (1) non uniformem del. (2) uniformem ... non-uniformem add. L 11 motus | ma del. | L 13-15 lineæ. (1) Illud tamen constat si motus sit (a) lin (b) rectilineus simul et consentiens fore etiam æ del. (2) Et licet lineæ sint a punctis descriptæ magnitudine sint æquales, fieri (a) po (b) tamen potest, ut simul flexæ, | et licet rectæ fieri tendere possunt in diversas partes add. | et in contrarias partes, (aa) ut cum corpus componi int (bb) ut cum mobile intelligitur (aaa) esse (bbb) constare ex pluribus globis disjunctis (aaaa) ; quorum (bbbb) in liquore natantibus quorum (aaaaa) quisque (bbbbbb) aliqui lineam rectam (aaaaaa) a lineæ recta alterius (bbbbbbb) pro altero del. (3) Ut ... compositi, add. L 13 aliquod add. L 13 concipitur (1) ut del. (2) velut add. L 15 compositi, | quo del. | L 15 diversam | a recta alterius plagam del. | L 15-17 tendant[,] (1) . Si tamen del. (2) quod ... si add. L 15 corpore add. L 15-16 sine ... punctorum add. L 17 rectilineus add. L 18 adeoque æquidirectus add. L 18 necessarie corr. L 18 ut simul sit add. L 18 æquidistributus | (1) . Conse (2) et æquidirectus del. | L 19 cum (1) omnia del. (2) duo quævis add. L 19 durante | motus del. | L 20 scilicet add. L 21 uniformis | est simplex del. | L 21 simplice | forte del. | L 22 rigidum | (1) . Itaque (2) in recta æquabiliter proced (3) recta sua (4) recta del. | L 22 per add. L

in ${}_3A_3B_3C$ tempore TEM , et via puncti cuiuslibet ex his tribus, ut ${}_1A_2A_3A$ sit recta, tempusque TE quo descripta est ${}_1A_2A$ sit ad tempus TEM quo descripta est ${}_1A_2A_3A$, ut ${}_1A_2A$ ad ${}_1A_2A_3A$ quod in rigido sufficit succedere in tribus punctis ut A, B, C in directum non cadentibus, ut in cæteris omnibus ejusdem rigidi punctis succedere, adeoque motum simplicem esse pronuntiemus.

5

Admonitio generalis

Propositiones sequentes hujus capitis de Motu simplici mobilium consimilariū intelligantur.

[232] Poterunt tamen et applicari ad motus alios quoscunque, si corpora densitatis diversæque velocitatis et directionis tam in diversis instantibus quam in diversis punctis ad corpora consimilaria æquivalentia motusque simplices æquivalentes reducantur. Quod optime fieri potest si tota corporis moles vel saltem punctorum in contrarias partes non tendentium fingatur collecta in centrum gravitatis, et cum diversa puncta corporis in contrarias partes non tendunt, pro motu corporis assumatur motus centri gravitatis et centro assignetur motus uniformis per totum movendi tempus durans velocitate media arithmetica omnium quæ toto tempore durante ipsi centro competunt. Directio autem lineæ curvæ a centro descriptæ intelligatur in recta tangente.

10

15

Definitio 3

20

ACTIONES MOTUUM FORMALES sunt, quæ nihil aliud continent quam quantitatem materiæ per spatium in tempore

1 TEM , (1) sitque (a) ${}_1A$ (b) ${}_1A_2A_3A$ del. (2) et add. L **1** puncti | cuius del. | L **2** tempusque | TE ad TM , ut del. | L **3** ${}_1A_2A_3A$, | sit del. | L **3** ut | re del. | L **4** non | conced del. | L **4-5** ut (1) punctum corr. (2) | in ... rigidi add. | punctis L **4** omnibus ... rigidi add. L **7** hujus capitis add. L **9** et add. L **9** | $\leftrightarrow$ del. | L **9-10** densitatis | redigantur ad (1) ho (2) consimilaria æquivalentia; et corpora varii motus del. | L **10** velocitatis |, tunc in diversis instantibus del. | L **10** quam | in di del. | L **11** ad | motus sim del. | L **13** vel ... tendentium add. L **14** gravitatis, | (1) et (2) «itaque» (3) ejusque velocitas del. | L **14** cum (1) omnia del. (2) diversa add. L **15** gravitatis | (1) et quidem medias arithmeticas eius quem durante toto tem (2) velocitate del. | L **15** centro add. L **16** assignetur | (1) constanter per (a) $\leftrightarrow$ (b) totum tempus; add. et del. (2) motus ... durans add. L **17** arithmetica (1) eius del. quem corr. (2) omnium add. quæ L **17-18** durante (1) $\leftrightarrow$ (2) ipsi (a) mol add. et del. (b) centro add. (aa) competit corr. (bb) competeabant corr. (cc) competunt L **18** lineæ (1) curvæ del. (2) a ... descriptæ add. L **18** intelligatur | esse del. | L **20** (1) ACTIO MOTUS del. (2) Defn. 3 L **21-22** sunt, (1) quatenus nihil aliud in illis consideretur del. (2) quæ ... continent add. L **21** aliud | involv del. | L **22** quam | certam del. | L **22** per | certam lineam certo del. | L **22** tempore | esse transfertam del. | L

transferri. EFFECTUS autem MOTUUM FORMALES sunt, qui nihil aliud continent, quam quantitatem materiæ per spatium esse translatam.

Itaque nulla habetur hic ratio obstaculi superati quod vel a medio in quo
 5 fertur aut occurrente corpore, aut ipso corporis qualitate, ut pondere aut ad aliud adhæsione vel attractione, aliisque huiusmodi in materia concreta observatis nasci potuit. Differt autem actio ab Effectu formali quod in effectu solum quod præstitum est, in actione etiam temporis quo præstitus est effectus, ratio habetur.

10

Propositio 1

Si duo mobilia consimilaria motibus simplicibus lata
 sint congruentia inter se, et linea a puncto unius descrip-
 ta, sit æqualis lineæ a puncto respondente alterius de-
 scriptæ et similiter posita figuram mobilis effectus for-
 15 males motuum quos ipsa mobilia exercent; sunt inter se
 congruentes. Quod si et tempora duarum linearum descriptionibus impensa sint æqualia, etiam actiones formales motuum quod exercent ipsa mobilia sunt congruentes.

Congruentia enim sunt, quæ ita collocari possint ut coincidant. Sint [Fig. 140.1, [215]
 20 140, p. 299] duo motibus simplicibus mota *ABC* et *LMN* congruentia, ergo con-

1-3 EFFECTUS ... translatam *add.* L **1** autem (1) form *del.* (2) MOTUS *add.* et *corr.*
 L **2** quam | quan *del.* | L **4** hic *add.* L **4** superati *add.* L **4** vel | a medio vel ab ips
del. | L **7** nasci (1) potest *del.* (2) potuit *add.* L **7** actio *add.* L **7** formali | quod
 nihil aliud in eo consideretur *del.* | L **8** quod | factu *del.* | L **10** (1) Prop *del.* (2) Prop.
 1 || Si (a) corpus (b) (aa) idem (bb) æqualibus (cc) duobus temporibus æqualibus (dd)
 mobile motu simplice | et *add.* | dato tempore percurrat datum spatium; et idem (aaa) ali
 (bbb) mobile alio tempore (aaaa) prio (bbbb) quod priori sit æquale etiam motu simplice
 p *del.* (3) Propositio 1 L **11** | (1) Motus simplices corporum congruentium (2) Si
 corpo *del.* | (3) Si L **11** consimilaria ... lata *add.* L **11** consimilaria *add.*
 L **12** inter se *add.* L **12** et | du *del.* | L **12** lineæ *corr.* L **12** unius | (1) æqu
 (2) certo tempore *del.* | L **12-13** descriptæ *corr.* L **13** respondente *add.* L
13-15 alterius (1) | æquali tempore descriptæ, *del.* | (a) et ambæ eisdem *add.*
et del. (b) | motusque sint *add. et del.* | (c) actiones effectus motuum formales
 | *del.* (2) descriptæ *add.* et ... exercent; *add.* L **14** posita | effectus *del.* | L
16 tempora | linearum *del.* | L **16-17** descriptionum *corr.* L **17** impensa *add.*
 L **17** etiam | (1) actiones sunt congruentes (2) motuum quos (3) eorundem
del. | motuum | sunt congruentes *del.* | L **17-18** actiones ... congruentes *add.* L
18 congruentes *In imo pagine reclamantem* Congruentia enim *add.* L **286.19-289.9**
 Congruentia ... libram *del.* L **19-20** coincidunt. (1) Sint *acc. non del., del. ed.* igitur
del. (2) Sint (a) igitur (b) duo ... mota *add.* L **20** congruentia, | consimilaria *add. et*
del. | et A_2A a *del.* | L **286.20-287.1** ergo (1) coincidit *del.* (2) congruunt *add.* L

gruunt ${}_1A_1B_1C$ et ${}_1L_1M_1N$ item ${}_2A_2B_2C$ et ${}_2L_2M_2N$. Rursus sit punctum A in uno et ei respondens L in altero, et lineæ ab iis descriptæ ${}_1A_2A$ et ${}_1L_2L$ æquales et similiter positæ ad figuram. Assumatur punctum aliud quodcunque B in uno, eique respondens M in altero, jam ob motum simplicem ipsi ABC , erit (per propositiones 2. 4. 5 de motu simplice) linea ${}_1B_2B$ recta æqualis et parallela ipsi ${}_1A_2A$ etiam rectæ, et ${}_1A_1B$ æqualis ${}_2A_2B$, (per propositionem 3 ibidem) ergo ${}_1A_2A_2B_1B$ est parallelogrammum; eodemque modo ob motum simplicem ipsius LMN etiam ${}_1L_2L_2M_1M$ est parallelogrammum et ob ${}_1A_2A$ et ${}_1L_2M$ æquales et similiter positas ad figuram, etiam angulus ${}_2A_1A_1B$ congruit angulo ${}_2L_1L_2M$, adeoque parallelogramma ${}_1A_2A_2B_1B$, et ${}_1L_2L_2M_1M$ congruunt inter se, ac proinde et ipsa ${}_1B_2B$ via puncti cuiuscunque B , ipsi ${}_1M_2M$ viæ puncti respondentis M . Itaque transferri potest tota figura ${}_1A_1B_1C_2A_2B_2C$ in figuram ${}_1L_1M_1N_2L_2M_2N$ et tunc omnia in spatio designabilia casus prioris coincidunt omnibus casus posterioris, et cum corpora sint consimiliaria, ideo (per definitionem 1.) etiam quantitas materiæ in congruentibus adeoque æqualibus eadem est. Jam effectus formalis quantitate materiæ et spatio per quod translata est, continetur (per definitionem 3.) et proinde effectus formales sunt congruentes. Quod si jam et tempora motibus impensa T et E sint æqualia, adeoque Congruentia, etiam (per definitionem 2.) actiones formales sunt congruentes.[†]

[†]*Subter paragraphum scr. et del.* (+probandum jam in motibus simpli[ci]bus et consimiliaribus æqualibus effectus formales «ut» actiones esse æquales resolvendo eos in congruentes

1 ${}_2L_2M_2N$. | (1) Rurs (2) Rursus (a) coincidit (b) ${}_1A_2A$ et (aa) ${}_1L_2M$ (bb) ${}_1L_2L$ (aaa) sunt corr. (bbb) sint rectæ æquales, ex del. | (3) Rursus L 1 A | ass del. | L 2 respondens | B in del. | L 2 iis | motu simplice add. et del. | L 2-3 æquales (1) itaque congruentibus (a) ${}_1A_2A$ (b) $A \rightarrow$ del. (2) et simili add. et del. (3) et ... figuram add. L 4 altero, jam ob motum | (1) dico (a) eti (b) congruentibus punctis ${}_1A$ (2) dico congruere ${}_1A_1B_2B_2A$, et ${}_1L_1M_2M_2L$ (a) trans (b) nam quia (aa) ${}_1L_2L$ (bb) coincidit ${}_1A_1B$ (cc) congruit ${}_1A_1B$ et ${}_1$ (c) nam quia corpora ABL et LMN sunt congruentia, (aa) congruent (bb) congrua sunt (cc) et puncta A et L , item B et M respondentia, congruunt AB et LM ; et quia lineæ ${}_1A_2A$, et ${}_1L_2L$ sunt similiter positæ, (aaa) congrue (bbb) erunt anguli ${}_2A_1A_1B$, et ${}_2L_1L_1M$ æquales. (aaaa) Rursus ob motum del. | (bbbb) | Nam add. et del. | ob motum add. | (3) | jam add. | ... motum L 4-5 erit | (1) recta (a) ${}_1A_2A$ æqualis et parallela ipsi (b) ${}_1A$ (c) linea add. ${}_1B_2B$ del. | (2) | (per (a) def. 2 (b) prop. (aa) 2. 3. 4 (bb) 2. 4. 5 ... ${}_1B_2B$ add. | L 5 recta add. L 5-6 ${}_1A_2A$ (1) rectæ add. et del. (2) | etiam rectæ add. |, | et ipsa del. | L 6 ${}_2A_2B$, (1) (ob congruentiam mobilium et corresponsum punctorum add. et del. (2) (per ... ibidem add. L 8 æquales |, et angulosque ${}_2A_1A_1B$, et ${}_2L_1L_1M$ æquales (quia lineæ scilicet del. | L 8-9 positas | (1) et ${}_1L_1M$ coincidit (2) et a del. | (3) ad figuram add. L 10 ${}_1L_2L_2M_1M$ | coincidunt inter se del. | L 10 et | via respo del. | L 10 via | re del. | L 11 puncti | B via del. | L 11 B , (1) viæ del. (2) ipsi ... viæ add. L 11 M . | Itaque si transferatur fi del. | L 12 potest | (1) ${}_1A_2A$ (2) ${}_1A_1B$ del. | L del (2) in ... designabilia add. L 13 casus | prioribus corr. | L 13 posterioris, | adeoque eadem qu del. | L 13 et add. L 14 consimiliaria (1) |, | eadem del. | (2) (per ... 1.) add., (3) | ideo add. | ... 1.), L 14 etiam add. L 14-17 materiæ (1) | per idem spatium translata est, hoc est, (a) congruit (b) effectus (aa) fo (bb) (per def. 3.) (cc) congruunt, adeoque (per def. 3.) del. | (dd) eadem est et proinde add. et del. | (2) in ... Jam (a) effectus contine (b) effectus formalis (aa) spatio et quantitate (bb) quantitate ... proinde add. L 17 et [216] | tempor del. | L 17-18 motibus ... E add. L

Propositio 2

Si duo corpora mobilia consimilaria motibus simplicibus lata sint æqualia, et linea a puncto unius descripta sit æqualis lineæ a puncto alterius descriptæ mobilia habent effectus formales motuum æquales; quodsi præterea æqualibus temporibus descriptæ sint lineæ, etiam actiones formales erunt æquales iisdem positis etiam si corpora mobilia sint inæqualia, erunt effectus vel actiones mobilibus proportionales.

Sint [Fig. 141, p. 299] duo corpora mobilia A et B quorum motus sint simplices ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$ inscribatur cuilibet eorum cubi æquales quot satis esse mox patebit; ita nimirum ut quilibet cubus qui uni inscribitur C , sit cuilibet cubo alteri inscripto D æqualis et præterea hedra cubi cujuslibet aliqua angulum rectum faciat ad lineam motus suorum punctorum.

Jam cum motus mobilium sint simplices, (ex hypothesi) etiam cuborum ipsis inscriptorum motus sunt simplices (per propositionem 7. capitis de motu simplici). Et cum præterea cubi sint consimilares, (quippe mobilibus consimilariibus seu ubique æque densis contenti) et congruentes (omnis enim cubus cubo æquali congruit[]) et linea a quovis puncto cuiusque cubi descripta sit æqualis, et similiter posita, ad figuram cubi eundem scilicet angulum (rectum) ad hedram cubi faciens[,] omnia ex hypothesi; erunt effectus motuum et positis æqualibus temporibus T et E , actiones quoque motuum, a cubis exercitorum congruentes (per propositionem 1 hic) velut in motu ${}_1C_2C$ cubi C et in motu ${}_1D_2D$ cubi D omnia congruunt. Itaque quot sunt cubi in unoquoque mobili ipsum mobile exhaustientes tot sunt in eo effectus vel actiones congruentes, totum effectum vel actionem exhaustientes. Et totus effectus vel tota actio mobilis A est ad totum effectum vel

[217]

2 corpora add. L 2-3 consimilaria (1) motibus ... lata | sint æqualia del. | (2) | sint add. et del. | motibus ... | sint æqualia, add. | L 4 habent | motum del. | L 5 præterea | æqualia corr. | L 6 lineæ, | erunt et ac del. | L 7-8 iisdem ... proportionales add. L 7 (1) etiam si add. et del. (2) etiam si corpora add. L 9 corpora add. L 9 mobilia | æqualia AB del. | L 9 motus (1) simplex corr. (2) | sint add. | simplices L 10 inscribantur corr. L 10 cubi | satis parvi del. | L 10 æquales (1) «tum in T , del. (2) quot ... patebit; add. L 11 quilibet add. L 11 inscribitur | ut del. | L 12 æqualis | præterea del. | L 12 cujuslibet add. L 13 punctorum. | (1) Et tan (2) Et si quidem cubi exhaustiunt mobilia, bene habet, sin minus sumantur cubi tam parvi, et multi, ut error (a) seu differentia (b) seu id quod in mobili exhaustum manet, sit minus (aa) quovis (bb) data quantitate. Itaque si pro mobili substituatur id quod cubi exhaustiunt error erit minor quovis dato. Jam (aaa) motus si (bbb) cum motus mobilium sint simplex, (ex hypothesi del. | L 14 (ex hypothesi) add. L 15-16 simplici) | (1) ergo (2) Et cum cubi sint consimilares, et lati motu simplici del. | L 16 cubi | ut C et D sint (1) (2) con del. | L 16 sint | congru del. | L 17 congruentes | (ob æqualitatem del. | L 18 quovis (1) cubi del. (2) puncto | desc del. | L 19 posita, | (eundem del. | L 19 ad ... cubi add. L 20 omnia ex hypothesi add. L 20 erunt | mo del. | L 20 motuum | form del. | L 21 T et E add. L 21-23 (per ... congruunt add. L 21-22 (per ... hic) add. L 22 ${}_1C_2C$ add. L 23 Itaque | in mobili del. | L 23 unoquoque add. L 23-24 mobili (1) A , tot sunt in eo unoquoque del. (2) ipsum ... exhaustientes add. L 24 eo | motus del. | L 24-25 congruentes, (1) quodsi mobile non exhaustiant, assumantur tot et tam parvi del. (2) | totum ... exhaustientes add. | Itaque quantitates jam del. | L 25 totus | ef del. | L 25 effectus | est del. | L

totam actionem mobilis B , ut numerus cuborum in A ad numerum cuborum in B , id est ut mobile A ad mobile B (per axioma 1. hic). Et si æquales sint numeri cuborum, seu mobilia æqualia, erunt et effectus actionesque æquales. Quod si mobilia a cubis non exhauriantur, sufficit cubos tam parvos et tanto numero assumptos esse, ut quod non exhaustum superest sit minus data quantitate, atque adeo et error dato errore minor effici possit, hoc est nullus. Generaliter igitur in corporibus mobilibus vera propositio est.

Quam et sic familiarius enuntiabimus duplo (triplo) plus est unam libram
[desinit abrupte]

[218]

Propositio 3

In motu simplice mobilium consimilariū si corpora mobilia sint æqualia, erunt effectus formales ut longitudines et, si tempora impensa sint longitudinibus proportionalia actiones erunt ut motuum longitudines.

Sint AB et CD [Fig. 142.1, 142, p. 300] consimilaria mota motibus simplicibus ${}_0A_2B$, et ${}_0C_3D$ et longitudines motuum ${}_0A_2A$, et ${}_0C_3C$ (definitione 3. capitis de velocitate in motu æquidistributo) harum sumatur mensura communis et secundum hanc dividantur longitudines, ${}_0A_2A$ in partes ${}_0A_1A$, ${}_1A_2A$; et ${}_0C_3C$ in partes ${}_0C_1C$, ${}_1C_2C$, ${}_2C_3C$. Jam per propositionem 2 hic, æqualis est effectus in motibus ${}_0A_1B$, ${}_1A_2B$; ${}_0C_1D$, ${}_1C_2D$, ${}_2C_3D$ et ex his constant effectus motuum integrorum ${}_0A_2B$ et ${}_0C_3D$ (ex hypothesi). Ergo (per axioma 1 hic) sunt effectus toti ut numeri effectuum partialium æqualium id est ut 2 ad 3[,] numeri partium æqualium lineas mensurantium, seu ut ipsæ lineæ sive longitudines motuum ${}_0A_2A$ et ${}_0C_3C$.

2 ut | A del. | L 2 B (1) . acc. non del., del. ed. Quod del. (2) (per ... hic) | (a) Itaque (b) Quod del. | L 2 si | æqualia corr. | L 3 erunt | act del. | L 4 cubos add. L 5 quod | superest del. | L 5 superest add. L 6 error (1) data corr. quantitate del. (2) dato | errore add. | add. L 6 possit (1) . acc. non del., del. ed. (2) , hoc est nullus L 6-7 igitur (1) veram est propositio del. (2) in ... mobilibus add. L 7 est. | Quodsi mobilia sint (1) plana (2) superficies planæ inscribantur ipsis quadrata, si lineæ rectæ inscribantur rectæ, sin sint (a) rectæ (b) superficies gibbæ aut lineæ curvæ, (aa) poly (bb) ambitus polyedrorum aut polygonorum, (aaa) ab $\leftrightarrow$ (bbb) inscriptorum aut circumscriptorum minus data quavis quantitate differentium pro ipsis adhibeantur del. | L 8 (1) | Duplo del. | plus est | absolvere lineam in d del. | (2) Quam ... (triplo) add. | plus est L 289.10-290.17 *Propositio 3* ... nullus del. L 10 *Prop.* (1) 4 del. (2) 3 L 11-12 (1) lisdem «motis» positis si del. (2) Si (a) | mota corr. | motuum consimilariū del. | æqualium add. | (b) si corpora add. et del. | motus del. | corporum æqualium add. et del. | sint simplices, del. (4) In ... æqualia add. L 11 simplice (1) corporum add. et del. (2) mobilium add. L 12 erunt | erit corr. | L 12 effectus | (1) ef (2) ad effectum ut li del. | L 12 formales ut longitudines add. L 12-13 et, (1) | æqualibus impensis temporibus, del. | actio corr. | ad actionem ut (a) lineæ a punctis mobilium descriptæ. (b) longitudines motuum del. | (2) | si ... proportionalia add. | actiones acc. non del., del. ed. | L 13-14 actiones add. L 14 erunt add. L 16 ${}_0C_3C$ | (1) (prop (2) def del. | L 17-18 secundum | has del. | L 20 ${}_2C_3D$ | et hi effectus motuum exhauriri del. | L 20 motuum | ${}_0A_2B$ del. | L 21 ${}_0C_3D$ | (ex construct del. | L 21 axioma | (axiom. corr. ed. | L 21 toti add. L 21-22 numeri | partium del. | L 22 æqualium (1) id est del. ut acc. non del., del. ed. 2 ad 3 add. et del. | (2) (ut add. et del. 2 ad 3) add. (3) seu del. ... 3 |) acc. non del., del. ed. | (4) seu add. et del. (5) id est | ut add. | ... 3 L 22 id est ut 2 ad 3 add. L 23 ipsæ add. L 23 lineæ | seu corr. | L

Idemque est de actionibus, si tempora sint longitudinibus proportionalia. Cum enim motus simplex sit uniformis (per propositionem ... de motu simplice) et in uniformi æqualibus punctorum lineis æqualia impendantur tempora (per propositionem 1. de motu uniformi), utique æqualia motibus singulis partialibus
 5 eiusdem mobilis tempora impendentur seu tempora TE , EP impensa longitudinibus ${}_0A_1A$, ${}_1A_2A$ erunt æqualia inter se; item tempora MN , NP , PV , impensa longitudinibus ${}_0C_1C$, ${}_1C_2C$, ${}_2C_3C$ erunt æqualia inter se. Porro TE est ad TEP ut ${}_0A_1A$ ad ${}_0A_1A_2A$, (per propositionem 5 de Motu uniformi) et TEP ad $MNPV$ ut ${}_0[A]{}_1A_2A$ ad ${}_0C_1C_2C_3C$, (ex hypothesi quia tempora a mobilibus AB , CD impensa sunt longitudinibus proportionalia) et $MNPV$ ad MN ut ${}_0C_1C_2C_3C$ ad ${}_0C_1C$ (per dictam propositionem 5). Ergo jungendo prima postremis TE est ad MN ut ${}_0A_1A$ ad ${}_0C_2C$ quæ est ratio æqualitatis. Omnia ergo tempora partialia sunt æqualia. Itaque (per propositionem 2. hic) et actiones in singulis motus partibus
 10 æquales erunt. Adeoque totæ actiones ut numeri motuum partialium æqualium, seu ut longitudines. Quod si longitudines sint incommensurabiles, sufficit pro iis assumi posse commensurabiles tam parum differentes, ut error sit minor quovis dato. Itaque revera est nullus.

DE QUANTITATE ACTIONIS IN MOTU ET POTENTIA ABSOLUTA

[233]

20

Definitio 1

SIMILARITER MOBILE est, cum duo quævis in eodem mobili assumpta loca æqualia æqualem continent materiæ quantitatem. CONSIMILARITER MOBILIA sunt, si quævis in diversis propositis mobilibus assumpta loca æqualia æqualem continent materiæ quantitatem.
 25

1 sint (1) æqualia nam ob motus uniformem (qualis est *del.* (2) longitudinibus proportionalia. *add.* (a) Seu TEP ad MNP *add. et del.* (b) Seu tempora TEP ad MNP , ut longitudines ${}_0A_1A_2A$ ad ${}_0C_1C_2C_3C$ *add. et del.* L 3 æqualibus | spatiis *del.* | L 3 punctorum lineis *add.* L 5 eiusdem mobilis *add.* L 5-13 impendentur | rursus *add. et del.* | seu ... æqualia *add.* L 5 EP | erunt *del.* | L 8 ${}_0A_1A_2A$, | (ex natura motus uniformis *del.* | L 12-13 Omnia ... æqualia *add.* L 14 motuum *add.* L 17 In *imo pagine reclamantem* Prop. 4. *add.* L 20-25 | (1) Axiom (2) Defin. 1. || (a) Corpora (b) MOBILIA (aa) UNIDENSA sunt (bb) CONSIMILARIA (aaa) SUNT (bbb) sunt quæ in omnibus suis partibus et inter se æqualem habent densitatem (ccc) sunt, (aaaa) si (bbbb) quæ in æqualibus (c) MOBILIA CONSIMILARIA sunt, (aa) si in ejusdem mobilis et (aaa) diversorum (bbb) æqualibus $\leftrightarrow$ spa (bb) si duo quævis in eodem aut diversis (aaa) pro (bbb) propositis mobilibus assumpta (aaaa) volumina æqualia, (bbbb) extensione æqualia (cccc) exte (dddd) loca æqualia æqualem continent materiæ quantitatem *del.* | (2) Defin. 1 ... quantitatem *add.* L 22 æqualia (1) eandem *del.* (2) æqualem *add.* L 23 si | duo *del.* | L

Sic [Fig. 143, p. 300] *A* et *B* consimilariter mobilia sunt, si in eodem quidem mobili ut *A* duo loca æqualia quæcunque ut *CE*, *DF* æqualem continent quantitatem materiæ; idemque est in *B*. In duobus vero *A* et *B* assumpta loca æqualia quæcunque, ut *DE*, et *GH* etiam æqualem continent materiæ similiterque *L* et *M* consimilariter mobilia sunt. Sed *A* et *L* non sunt consimilariter mobilia siquidem *NP* locus in ipso *L* æqualis loco *DE* in ipso *A*, plus materiæ continet quam locus *DE*; idemque est comparando *DE* cum *QR* loco æquali ipsius *M*. Quare etiam *A* et *M* non sunt consimilaria. Ita si plura corpora ex auro puro facta conferantur inter se, vel si duorum generum sint corpora, alia facta ex ære, alia vero ex stamno et plumbo ea proportionem inter se commistis, ut eadem compositi prodeat gravitas specifica quæ est æris, dicemus hoc loco mobilia ex illa mistura facta, et facta ex ære puro esse consimilariter mobilia interdum etiam (per compendium) vocabimus mobilia consimilaria quia scilicet mobilitatis solius seu gravitatis specificæ sive densitatis hoc loco a nobis ratio habetur quæ ubi major est, corpus minus mobile est. Porro si, (quemadmodum arbitror) tota universi materia ubique sibi similis est, (excepta figura motu et perceptione) omnia corpora erunt mobilia consimilaria inter se, etsi nobis aliter appareat insensibiles motus et texturas non cognoscentibus, quibus fit ut corpora alia aliis sint spongiosiora et materiam extraneam tenuem poris interlabentem copiosiore habentia, cujus motus motu ipsius corporis non continetur.

Admonitio

Propositiones hujus capituli de motu simplici mobilium consimilariter mobilium intelliguntur sed tamen et aliis accommodari possunt.

Motum autem simplicem explicuimus peculiari capite, eum scilicet in quo quævis puncta ejusdem æqualibus temporibus æquales describunt rectas et parallelas. Poterunt tamen eadem propositiones applicari ad mo-

1 *B* (1) consimilaria corr. (2) ... mobilia add. L 1 sunt, (1) nam del. (2) si add. L 2 æqualia | congruentia add. et del. | *CD* et *DE* quæcunque del. | L 2 quæcunque | ut | *CD* et *DE* æqualem continent quan del. | L 4 æqualia (1), ut del. (2) quæcunque, ut add. L 5 *M* (1) consimilaria corr. (2) ... mobilia add. L 5-6 sunt (1) consimilaria corr. (2) ... mobilia add. (a) nam del. (b) siquidem add. L 8 Quare | etiam del. | L 12 loco (1) corpora del. (2) mobilia add. L 13 esse (1) consimilaria corr. (2) ... mobilia add. L 13-14 interdum ... consimilaria add. L 14 scilicet | solius densitatis seu gravitatis specificæ del. | L 15-16 quæ ... est add. L 18 mobilia add. L 24 simplici | cons del. | L 25 mobilium add. L 25-26 sed ... possunt add. L 28 quo | duo del. | L 28 ejusdem (1) corporis del. (2) mobilis add. L

tus alios quoscunque si mobile densitatem, velocitatem, et directionem, tam in diversis partibus suis, quam in diversis partibus temporis quo movetur diversam habens, reducatur ad mobile simile æquivalens, motusque simplices æquivalentes. Hoc autem optime fieri potest, (ut suo loco ostendimus,) si punctorum mobilis in contrarias partes non tendentium moles fingatur collecta in centrum gravitatis eorum commune, et pro motu eorum vario assumatur unus motus hujus centri, sed quia ipsum centrum diversam habere potest durante motus tempore velocitatem assignandus erit ipsi motus uniformis per totum movendi tempus durans velocitatis mediæ arithmeticæ inter velocitates omnes quæ revera toto tempore durante ipsi centro competeabant; via autem a centro descripta si curva sit extensa fingatur in rectam. Si jam ipsi mobili assignetur motus talis, ut quodlibet punctum velocitate constanti moveatur æquali ei quam centrum affinximus, et unumquodque rectam describat, rectæ alterius puncti parallelam adeoque et æquali tempore æqualem; id motus simplex mobilis priori ejus motui utcunque variato per omnia æquivalet, eademque erit quantitas effectuum et actionum motus, quas jam definiemus.

Definitio 2

ACTIONES MOTUUM FORMALES sunt quæ nihil aliud continent, quam quantitatem materiæ per spatium in tempore transferri. Et EFFECTUS MOTUUM FORMALES sunt, qui nihil aliud continent, quam quantitatem materiæ per spatium esse translata.

Itaque nulla hic ratio habetur obstaculi superati, quod a medio in quo fertur mobile, aut occurrente corpore aut ipsius corporis qualitate ut pondere aut ad aliud adhæsione, vel attractione, aliisque hujusmodi in materia concreta observatis, nasci potuit. Differt autem Actio ab effectu formali,

1 quoscunque (1) si corpus diversæ in diversis suis partibus *del.* (2) si mobile *add.* (a) densitatis, velocitatis, *corr.* et directionis *del.* (b) densitatem, ... directionem, L 2 diversis | inst *del.* | L 2 temporis | diversa existens *add.* et *corr.* et *post* movetur *translulit* | L 3 diversam habens *add.* L 3 ad | corpus *del.* | L 5 si | tota corporis, vel saltem *del.* | L 5 mobilis *add.* L 7 vario *add.* L 7 unus *add.* L 7-9 centri, (1) sed ... ipsi *add.* L 8 velocitatem | (1) suis (2) poterit ipsi assi (3) est *del.* | L 9-10 durans | velocitate media arithmetica *corr.* | inter *add.* | velocitatum omnium *corr.* | L 10 revera *add.* L 11 centro | competunt *del.* | L 11 competeabant; | linea autem a centro descri *del.* | L 11 si ... sit *add.* L 12-17 Si ... definiemus. *add.* L 12 ipsi *add.* L 12 mobili (1) tribuatur *del.* (2) assignetur *add.* L 13 punctum | æquali *del.* | L 14 parallelam | et æqual *del.* | L 15 et *add.* L 16 motui | æquivalet *del.* | L 17 et | motuum *del.* | L 22-23 spatium (1) transferri *del.* (2) esse translata *add.* L 24 habetur | ob *del.* | L 24 superati *del.* et *rursus add.* L 25 fertur |, aut ut *del.* | L

[236] quod in effectu solum ejus quod præstitum est, nempe ejus quod est translatum, et spatii per quod facta est translatio; in Actione vero integra, etiam temporis quo præstitus est effectus, ratio habetur.

Axioma 1.

Duo quantitatem habentia sunt inter se ut numeri congruentium vel æqualium in quæ resolvi possunt.

Exempli causa Hexapoda resolvi potest in pedes sex[,] decempeda in pedes decem vel (posita ulna duarum pedum) resolvi potest Hexapoda in ulnas tres, Decempeda in ulnas quinque. Itaque Hexapoda est ad Decempedam, ut sex ad decem, seu ut 3 ad 5. Et vero in universum nihil aliud est quantitas, quam numerus partium posito mensuram quandam semper sibi congruentem assumi pro unitate.

Propositio 1

Si duo consimilariter mobilia motibus simplicibus lata sint congruentia inter se, et linea a puncto unius descripta sit æqualis lineæ a puncto respondente alterius descriptæ, et similiter ad figuram sui mobilis posita; effectus formales motuum quos mobilia exercent, sunt inter se congruentes. Quod si præterea et tempora duarum linearum descriptionibus impensa sint æqualia, etiam actiones formales motuum quos exercent mobilia, sunt inter se congruentes.

Definitio 1

[237]

ACTIONES MOTUUM FORMALES etc. usque ad: effectus ratio habetur.

Axioma 1

25

Duo quantitatem habentia etc. usque ad: assumi pro unitate.

Propositio 1

Definitio 2

CONGRUENTIA sunt quæ eadem positione existente coincident.

30

2 vero (1) etiam *del.* (2) integra, etiam *add.* L 4-12 Axioma 1 ... unitate. *add.* L 5-6 numeri (1) congruentium *del.* (2) congruentium vel (a) saltem (b) æqualium *add.* L 14 consimilariter *add.* L 14 mobilia | consimilaria *del.* | L riptæ, | et fi *del.* | L 21 formales (1), quas exercent ipsa mobilia, sunt g *del.* (2) | motuum *add.* | quos *add. et del.* | L 21 exercent | tota *del.* | L 22 congruentes. In imo pagine reclamantem Sint duo motibus *add.* L 293.25-294.5 Axioma 1 ... æqualia. *del.* L 26 habentia | &c *del.* | L 29 sunt | (1) ita collocari possunt (2) eam positionem habere possunt, in qua coincidunt *del.* | L

Positionem intelligo non tantum in loco sed et in tempore ut positionem horæ habemus per distantiam initii ejus a dato quodam momento priore. Unde non tantum loca et corpora congruere intelligo, sed et tempora et actiones.

HOMEOMETRA sunt, in quibus assumpta quæcunque congruentia sunt æqualia.

CONGRUENTIA sunt, quæ magnitudine locorum et temporum respondentium in uno quoque assumibilibus discerni non possunt.

Itaque congruit non tantum locus loco, locus corpori, corpus corpori, sed et tempus tempori, motus motui, [*sic desinit*]

HOMŒOMETRA sunt in quibus assumpta congruentia quæcunque sunt æqualia.

Ita homœometra sunt duo loca, duo tempora, duo corpora similia (ut vasa ex auro puro,) duo corpora etiam non similia, modo sint ejusdem gravitatis specificæ (verbi gratia vasa quorum unum sit ex ære, alterum ex stamno et plumbo ea proportionem commistis ut eadem sit misturas quæ æris gravitas specifica) ita enim loca seu volumina congruentia vel æqualia æqualem continent materiæ hoc est mobilitatis ad rem pertinentis, sive ponderis quantitatem. Sic etiam si duo puncta moveantur unumquodque constanti seu uniformi velocitate [*desinit abrupte*]

Definitio 3

POTENTIAM ÆQUALEM HABENT quæ eandem (vel gemellam) potentiam producere possunt; DUPLAM, TRIPLAM aut aliter MULTIPLAM, quæ eandem (vel gemellam) bis, ter, aut alia repetitione quodsi uno idem bis præstare valente, altera ter possit, erit illa hujus dupla subtripla hæc illius tripla subdupla; aut illa hujus multipla sub ratione numeri.

1 (1) Axiom. 1. *del.* (2) Positionem L 1 in | tempore se *del.* | L 2 habemus | (1) per ejus distantiam a dicta hora priore ad a (2) per primi ejus *del.* | L 3 corpora | tantum horas horæ *del.* | L 4 | (1) Axiom. (2) Homeometra *del.* | (3) HOMEOMETRA L 4 sunt, (1) quorum (2) qui si congruunt, | *del.* | L 5 æqualia. | Ita *del.* | L 6 (1) S $\rightarrow$ E $\leftarrow$ M DIFFUSION *del.* (2) Axioma 1. || Duo quantitatem habentia &c. usque ad: assumi pro unitate *add. et del.* (3) CONGRUENTIA L 6 locorum | et tem *del.* | L 6-7 temporum (1) quæ *del.* (2) respondentium *add.* L 7 quoque | assumi *corr.* | possunt *del.* L 7-8 discerni ... possunt *del. et rursus add.* L 9 (1) Homœometra sunt *del.* (2) Itaque L 10 tempori, | actio actioni *del.* | L 11 (1) Homœometra *del.* (2) HOMŒOMETRA *add.* L 11 assumpta *add.* L 13 | (1) Ita (a) duo (aa) ac (bb) mo (cc) corpora sunt homo (b) corpora similia sunt homœometra, ut (aa) glo (bb) duo frusta aur *del.* | (2) Ita L 13 loca, | duo corpora *del.* | L 13 similia | (ut duo frusta aur *del.* | L 13 ut | duo *bis scrips. et del.* | L 15 vasa | ex *del.* | L 16 plumbo | ita «contemp» *del.* | L 17 seu volumina *add.* L 18 materiæ | quantitatem *del.* | L 19 moveantur | un *del.* | L 294.21-295.7 Defin. 3 ... sint *del.* L 22 quæ | «eun» *del.* | L 22 eandem | *del.* | L 23-24 MULTIPLAM, | vel SUBMU *add. et del.* | L 25-26 quodsi ... subdupla; (1) ut *corr.* (2) et *acc. non del., del. ed.* ita in cæteris, illa huius *del.* (3) aut illa ... numeri *add.* L

Sic [Fig. 144, p. 300] duo pondera inæqualia, quorum minus cadat ex majore altitudine habebunt eandem potentiam, si in eandem chordam vel similem et æqualem cadendo eam ad eundem gradum tendere præcise possint, atque ita totam potentiam suam consumserint, ut nihil possint ultra. Sic duæ balistæ formæ magnitudinē diversæ quæ eundem globum vel æqualem ad eandem altitudine ejaculari perpendiculariter possunt, sunt potentia æquales. Sic si duæ sint [desinit abrupte]

Definitio 3

QUANTITAS POTENTIÆ ABSOLUTÆ est cujus mensura est certum effectum absolutum (potentia scilicet præditum seu activum) (aut ejus gemellum) præcise producere posse eodem modo ita ut relatione ad mensuram potentia æstimetur, uti numeri relatione ad unitatem.

Ita æquales potentia erunt, quæ eandem potentiam producere possunt scilicet præcise tanquam effectum integrum it ut nihil possint ultra. Sed potentia *A* erit dupla vel tripla, aut secundum alium numerum multipla potentia *B*, et potentia *B* vicissim subdupla, subtripla, aut secundum numerum dictum submultipla potentia *A*; si posito *A* posse effectum aliquem pro mensura assumptum ut *C* producere bis, terve, aut alia repetitione, ipsa potentia *B*, possit eum producere non nisi semel. Quodsi *A* posset producere eundem effectum ter antequam suam potentiam consumat, et *B* tantum bis. Erit potentia *A* multipla potentia *B* in ratione numeri $\frac{3}{2}$ ad unitatem; et *B* submultipla ipsius *A* in eadem. Contra *B* multipla ipsius *A* in ratione numeri $\frac{2}{3}$ ad unitatem, et *A* submultipla in eadem. Item *A* erit tripla subdupla ipsius *B*, et *B* dupla subtripla ipsius *A*. Idemque est in numeris reliquis. Quod ut melius intelligatur, exempla considerentur. Sic duo

[208]

2 habebunt (1) eundem corr. effectum, si del. (2) eandem L 2-3 in (1) eundem corr. arcum del. (2) eandem | chordam add. | vel ... æqualem add. L 3 cadendo | eum corr. | L 5 diversæ | pr del. | L 5 vel æqualem add. L 6 ejaculari | (1) possunt (2) normaliter del. | L 9 POTENTIÆ (1) est del. (2) ABSOLUTÆ add. est add. L 9-11 est (1) «su» del. (2) certam corr. potentiam sive del. (3) certum effectum | absolutum ... activum) add. | L 10 effectum (1) absolutum add. et del. (2) integrum add. et del. (3) absolutum add. L 10 scilicet add. L 10-11 seu activum) add. L 11 præcise add. L 11-12 posse (1) , semel ut del. (2) eodem modo add. L 12-13 æstimetur, | ut GEMELLA voco quæ per omnia ad rem facientia sunt similia et æqualia add. et del. | L 14-16 possunt | (1) nec quicquam (2) neque quicquam add. et del. | (3) | scilicet ... ultra add. | (a) Dupla del. (b) Sed add. L 15 scilicet præcise add. L 15 nihil | ultra del. | L 16 tripla, | «→» aliterve del. | L 17 et (1) siquidem effectum *C* in illa del. (2) | potentia (a) *C* corr. (b) *B* vicissim add. | L 18 posito | *B* corr. | L 18 effectum | *C* sum del. | L 21 eundem add. L 21 ter | , «↔» del. | L 21 antequam | exh del. | L 26 melius | exemplif del. | L 26 intelligatur, | «inc» del. | L 26 duo | gravia del. | L

pondera inæqualia quorum minus cadat ex maiore altitudine, eam inter se proportionem habere possunt, ut eundem effectum præcise nec quicquam ultra producere possint, verbi gratia ut cadentia in chordam eandem eodemque modo totam tensamque, ulterius eam tendant ad eundem exacte
 5 gradum tensionis. Ut si chorda tensa ex situ recto *AB* in situm *ACB* [*Fig. 145, p. 300*] inflectatur tam lapsu corporis *D* ex altitudine *DC* quam lapsu corporis minoris *E* ex altitudine maiore *EC*, ita ut non ultra ab ipsis inflecti possit dicemus gravium *D* et *E* elevatorum super horizontem *HCR* potentias esse æquales. Contra si duæ balistæ forma licet magnitudineque diversæ
 10 eundem globum (vel æqualem volumine et pondere) ad eandem altitudinem perpendiculariter ejaculando attollere possint, nec quicquam possint agantve præterea; erunt potentia æquales. Quod si pondera *D* et *E* [*Fig. 146, p. 304*] cadendo ex altitudinibus *DH*, *ER* in horizontem *HR* incurrunt in Elasmata quædam tendenda in transitu, et *D* tendens Elastra *A*, *B*, *C*, post
 15 ultimum *C* tensum omnem suam vim consumserit, ita ut si eo momento Horizontem in *H* attingere ponatur, nulla prorsus vi eum feriat; similiterque *E* tendens duo Elastra *F* et *G*; sintque tam Elastra quam occursus ac tensiones per omnia gemella seu similia et æqualia erit potentia ponderis *D* elevati ad altitudinem *DH* tripla subdupla seu sesquialtera ponderis *E*
 20 elevati ad altitudinem *ER*.

Propositio 1

Potentia diversa pondera ad æqualem altitudinem perpendiculariter vel eodem ad horizontem angulo a quovis puncto descripto æquali semper respondente tempore elevandi sunt ut pondera. Nihil autem refert quæ sit ponderum figura.

1 inæqualia | ex inæqualibus altitudinibus ca del. | L 2 ut | æqualem del. | L 5 *AB* | in
 «flexum» *AC* del. | L 6 corporis | *A* ex del. | L 6 altitudine (1) «*DA*» del. (2) *DC* add.
 L 7 minoris add. L 7 maiore add. L 7-8 *EC*, (1) dicem del. (2) eandem esse
 del. potentiam corr. (3) potentias gravis *D* et del. (3) ita ... dicemus add. L L 8 *E* (1)
 quatenus del. elevata corr. sunt del. (2) elevatorum L 8 horizontem | «æqua» del. | L
 8-9 *HCR* (1) esse acc. non del., del. ed. (2) potentias esse add. L 10 æqualem | pond-
 del. | L 11 possint, | non ultra del. | L 12 si (1) | pilæ del. | *D* et *E* | (a) «se» (b) elevata
 altitudinibus po del. | (2) pilæ add. et del. (3) pondera add. ... *E* L 18 ponderis add. L
 19 *D* | elevata corr. | L 19 potentia (1) ipsius del. (2) ponderis add. L 22 diversa |
 (1) ean (2) «di» del. | L 22-25 altitudinem (1) perpendicularem elevantes
 corr. (2) perpendiculariter (a) | (vel eodem angulo) corr. | (b) vel ... tempore
 add. | L 23 eodem (1) obliquitatis add. et del. (2) ad horizontem add. L
 24 descripto | eodem tempore del. | L 25-26 Nihil ... figura add. L

Ut si balista quædam [Fig. 147.1, 147, p. 304] imprimat impetum ponderi
 [209] *ABC* quantum potest, et alia ponderi *LM*, et pondera vi impetuum impres-
 sorum possint assurgere perpendiculariter ex horizonte in quo unumquod-
 que erat, ad altitudines æquales non ultra, tunc erunt vires balistarum, vel
 etiam vires impetuum ponderibus impressorum, ut pondera. Si pondera 5
 sint commensurabilia assumatur eorum mensura communis *N*, et pondus
N attollere ad eandem prioribus altitudinem ${}_1N_2N$ sit mensura potentiæ; et
 ponamus pondus *ABC* ter continere *N*, et pondus *LM* bis continere *N*, ma-
 nifestum est attollendo *ABC* ex ${}_1A_1B_1C$ ad ${}_2A_2B_2C$ idem esse ac si ter eleva-
 tur *N* ad altitudinem ${}_1N_2N$, et attollendo *LM* ex ${}_1L_1M$ ad ${}_2L_2M$, bis. Itaque 10
 illic ter hic bis repetitur mensura potentiæ. Jam potentia attollendi *ABC* est
 ad potentiam attollendi *LM*, ad eandem scilicet semper altitudinem, ut re-
 petitiones mensuræ potentiæ (per definitionem 3. hic) id est hoc loco ut
 repetitiones mensuræ ponderum (ex hypothesi). Ergo ut pondera. Quodsi 15
 pondera sint incommensurabilia, poterunt pro ipsis assumi commensurabi-
 lia minus ab ipsis differentia errore quovis dato, ita ut error fiat dato minor;
 itaque error est nullus. Idem est si pondera quidem sint commensurabilia,
 figuræ autem irresolubiles in communem mensuram, nisi transformentur,
 velut sphaera et cubus. Nihilominus enim sphaeræ inscribi possunt æquales
 æqualiterque positi cubuli mensuræ æquales, tam exigui ut error sit dato 20
 minor. Itaque nihil refert quæ sit ponderum figura. Quodsi elevatio non sit
 perpendicularis, sed obliqua eodem tamen utrobique angulos eadem erit
 demonstratio, nam et sic mensuræ repetitiones inter se perfecte convenient
 seu gemella erunt.

Familiarius enuntiando potentia duas vel tres libras etc. per- 25
 pendiculariter (aut eodem obliquitatis angulo) ad altitudinem
 unius pedis elevandi dupla vel tripla etc. est potentia sic
 elevandi unam libram ad unius pedis elevationem. Equidem

1 quædam | ejaculando attollere possit *del.* | L 1 impetum (1) quendam corpori *ABC*
 quantum *del.* (2) ponderi *add.* L 3 perpendiculariter | (1) ad (2) su *del.* | L 4
 erunt | pondera ut *del.* | L 4 balistarum, | ut pondera *del.* | L 10 *LM* | 'bis' *del.* |
 L 10-11 bis (1) | repeti (a) po *del.* | (b) mensuram *corr.* | (2) | . Itaque ... repetitur
add. mensura | potentiæ. *add.* | (a) Itaque poten *del.* (b) Iam *add.* L 12-13 repetitio-
 nes (1) | mensurarum *corr.* | potentiæ, id est ut repetitiones mensuræ corporum; id est
 ut corpora *del.* | (2) mensuræ | potentiæ *add.* | L 13-14 ut (1) repetitio *corr.* (2)
 repetitiones mensuræ (a) | corporum *corr.* | (b) ponderum L 14 ut | corpora *del.* | L
 14 pondera. (1) || Familiariter enu *del.* (2) Quodsi L 17-21 Idem ... figura *add.*
 L 19 possunt | cubi *del.* | L 21-24 Quodsi ... erunt *add.* L 22 obliqua | 'sci'
del. | L 22 tamen *add.* L 25 enuntiando | unam lib *del.* | L 25 potentia *add.*
 L 25 libras (1) amovere ad unu (2) etc *add.* L 26-27 ad | easdem *del.* | altitudines
corr. | unius unius *corr. ed.* | L 27 sic *add.* L 28 Equidem | vera ess *del.* | L

- propositio est universalior quam hic demonstravimus, nam eadem est potentia idem pondus ad eandem perpendicularem altitudinem elevandi sive perpendiculariter sive angulo quocunque; sed hoc ex sola repetitione mensuræ seu principio congruentiæ non consequitur, alioque principio indiget.
- 5 Eadem autem opera demonstravimus quod sine demonstratione assumi potest, nihil referre quæ sit ponderum figura, subintelligitur autem nullam haberi rationem medii, alioqui enim dubium nullum est si idem pondus majorem superficiem habeat plus illi resisti. Idem autem est, etsi pondera differant gravitate specifica, adeoque volumine, modo assumatur volumen
- 10 gravitate specifica posse compensari. Quod utique fundamentum est totius comparationis eorum quæ gravitate specifica differunt.

Propositio 1

- Si duo pondera sint æqualia (licet diversæ figuræ) ejusdem est potentiæ ea attollere ad eandem altitudinem perpendiculariter vel angulo eodem. [Fig. 148, p. 304]

Propositio 2

- Potentia æqualia pondera ad diversas altitudines perpendiculariter (vel eodem ad horizontem angulo a quovis puncto descripto) elevandi sunt ut altitudines perpendiculares.

- 20 Sit pondus A elevandum ad altitudinem ${}_1AH\ {}_1A_2A_3A_4A$, [Fig. 149.1, 149, p. 304] et pondus æquale B elevandum ad altitudinem ${}_1B_2B_3B$, eodem ad horizontes ${}_1AH$ et ${}_1BR$ angulo, seu in planis eodem modo ad horizontes inclinatis. Assumatur æquale pondus tertium N , quod ad obliquarum altitudinum ${}_1A_4A$, et ${}_1B_3B$, mensuram communem ${}_1N_2N$ eodem angulo inclinationis attollatur, manifestum est potentiam attollendi N per ${}_1N_2N$ esse

1 propositio | univers del. | L 1 demonstravimus, | sed del. | L 1 nam | sive del. | L 2 perpendicularem add. L 4 seu ... congruentiæ add. L 4 indiget. | (1) Neque enim amplius locum habet congruentia cum aliqua mensura (2) Inest huic demonstrationi nostræ $\leftrightarrow$ del. | L 5 quod | vulgo del. | L 7 enim | nemo ignorat del. | L 8 resisti. | Idem autem est etsi (a) pondus corr. (b) pondera specie differant, quam del. | L 8 etsi | (1) specie diff (2) gravitatis del. | L 9 modo | illud del. | L 9 assumatur | (1) duo pondera (2) d (3) similis figuræ esse (4) ejus (5) d (6) æqualis voluminis (7) æqualia et volumine seu figura æqualia et similia esse inter se ut gravitates eorum specificas. (a) Et proinde (b) Unde facile porro demonstratur æqualia esse pondera del. | L 10 totius | æstimationis del. | L 12-15 Prop. 1 ... eodem del. L 17 Potentiæ | æquale pondus corr. | L 17 altitudines | elevandi sunt ut a del. | L 17-19 perpendiculariter (1) | vel corr. | eodem | angulo del. | (2) (vel ... | ad ... descripto) add. | L 21 elevatum corr. L 21 altitudinem | ${}_1A_1$ del. | L 22 æquale add. L 24 quod | eodem modo attollatur del. | L 24 ad | communem del. | L 24-25 altitudinum | men del. | L 25 communem | ${}_1A_2A$ del. | L 26 est | potentias attollere N ad altitudinem del. | L 26 attollendi (1) N ad $\leftrightarrow$ del. (2) N add. L

mensuram potentiarum attollendi A per ${}_1A_2A_3A_4A$, et B per ${}_1B_2B_3B$, et hanc potentiae mensuram toties repeti in potentiis, quoties linearum mensura in lineis, et proinde, (per definitionem 3.) potentias esse ut lineas. Sed lineae ${}_1A_4A$, et ${}_1B_3B$ sunt inter se ut altitudines ${}_4AH$, et ${}_3BR$ (ob triangula similia ${}_1A_4AH$, et ${}_1B_3BR$). 5

Nihil autem referre quae sit ponderum figura eodem modo patet quo ostendimus ad praecedentem. Et licet lineas forent incommensurabiles tamen pro ipsis substitui possent commensurabiles tam parum ab iis differentes, ut error futurus sit minor dato. Adeoque nullus esse potest.

Familiarius enuntiando[:]
Potentia elevandi libram ad altitudinem duorum vel trium pedum, dupla vel tripla est potentiae elevandi unam libram ad unum pedem. Nam posterius in priore bis terve repetitur.

Propositio 3

[211] Omnis motus simpliciter consentiens simul est proportionaliter consentiens. 15
Iam si L aequali ipsi M , et P ipsi Q utique est L ad M ut P ad Q .

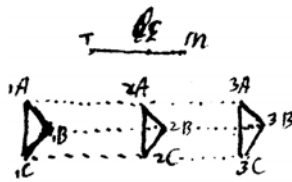


Figura 139

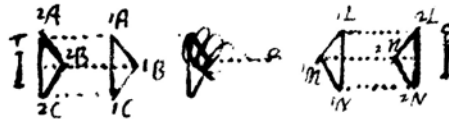
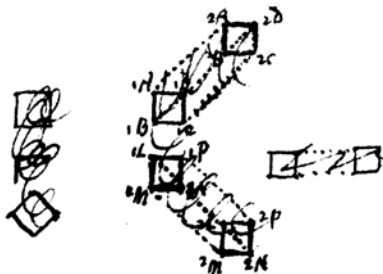


Figura 140



Motus proportionaliter consentiens qui simpliciter consentiens non est obtinetur in rigidis cum mobile gyraturs circa axem, cumque vel semper eundem; ut in motu circulari; vel translatus sine ullo tamen mobilis motu, variatis tantum duobus punctis rigidi simul quiescentibus, quod fit in motu Egyrationis.

5 Mobile motum moti consentiente rectilineo (seu cuius omnia puncta servant easdem distantias) movetur motu æqualiter distributo. Seu motus rigidi rectilineus est æqualiter distributus. Nam ducta recta in mobili rigido cuius puncta omnia moventur motu rectilineo movetur motu æqualiter distributo. Iam quævis duo puncta cadunt in rectam.

10 In mobili rigido quod motu æqualiter distributo movetur omnes rectæ sibi manent parallelæ, et omnes «curvarum» tangentes sibi manent parallelæ.

MOTUS CONSENTIENS est cum omnia puncta mobilis easdem durante [212] motu servant distantias inter se.

Talis necessario est motus rigidi $CDAB$, ubi [Fig. 150, p. 304] manent
 15 æquales ${}_1A_1B$, ${}_1B_1C$, ${}_1C_1D$, ${}_1D_1B$, etc. ipsis ${}_2A_2B$, ${}_2B_2C$, ${}_2C_2D$, ${}_2D_2B$, etc.,
 sed talis etiam liquidus motus esse potest vel flexilis si ad instar rigidi moveatur. Velut si vorticem ponamus ita moveri, ut velocitates sint distantibus ab axe sphaeræ proportionales; talis etiam motus esse potest per accedens motus dissoluti, seu diversorum corporum E , F discretorum,
 20 ut perinde moveantur, ac si lineis rigidis connexa essent.

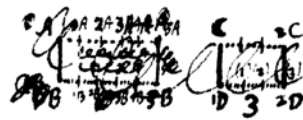


Figura 142.1 (del.)



Figura 142

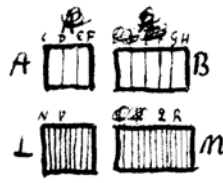


Figura 143



Figura 144

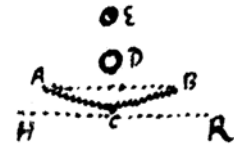


Figura 145

1-2 obtinetur |, (1) vel manente (2) «cum» del. | L 2 mobile | (1) movetur circa axem immotum (2) circulatur del. | (3) gyatur add. L 3 ullo | tantum corr. | L 4 motu | (1) Evolutionis (2) Ecyrationis del. | L 7-8 rigido | movetur del. | L 8 puncta | duo moventur del. | L 8 rectilineo | ipsa del. | L 9 duo add. L 10 quod add. L 12-13 eandem ... distantiam corr. L 13 distantias | qua del. | L 14-15 $CDAB$, ... ${}_2D_2B$, etc. add. L 17 ut | distantiae del. | L 19 motus ... seu add. L

MOTUS SIMPLICITER CONSENTIENS est, cum omnia mobilis puncta moventur eodem modo[;] dici etiam solet MOTUS SIMPLEX.

Itaque in motu simpliciter consentiente quodlibet punctum mobilis lineam describit lineæ ab alio ejusdem mobilis puncto eodem tempore descriptæ similem et æqualem seu congruam. 5

In motu simpliciter consentiente quodvis planum manet sibi parallelum adeoque et quævis recta. Itaque motus simpliciter consentiens simul est Magneticus, quem definitio hoc loco, cum recta quævis durante motu suis vestigiis manet parallela. Ita scilicet directioni mobilis magnetici nulla vis fit. Datur tamen motus magneticus non simpliciter consentiens, ut 10 cum magneticum movetur in circulo simulque servat parallelismum sui axis proprii, ut Copernicus concipit motum telluris.

Motus rigidi rectilineus (cujus quodvis punctum rectam describit) est simpliciter consentiens. Simpliciter tamen consentiens esse potest non rectilineus tantum, cum quodvis punctum mobilis lineas rectas 15 parallelas æquales describit sed et curvilineus quicumque, et solvi potest

Problema:

Datum mobile rigidum ita movere, ut motu simpliciter consentiente punctum ejus quodvis describat lineam datæ congruam.

[213] Data sit [Fig. 151, p. 304] linea ABC cui congruæ ${}_1D_2D_3D$, ${}_1E_2E_3E$, ${}_1F_2F_3F$, 20 ${}_1G_2G_3G$ a quolibet mobilis ${}_1D_1E_1F_1G$ puncto describi debent. Ducantur sibi normales AH , CH ; et per AH incedat angulo recto regula MBL , et similiter per regulam MBL incedat regula BX , ea proportionem velocitatum, ut punctum B vel β describat curvam propositam ABC ; et si ponatur regula BP sciare HC in P vel π , erunt velocitates, ut elementares $M\mu$, $P\pi$. Ponamus 25 jam regulæ BP affixum esse mobile $DEFG$, tunc quodlibet ejus punctum lineam describit ipsi ABC congruam. Si quidem linea sit plana, quoniam

I est, |cujus del. | *L 4* eodem tempore *add. et del. et rursus add.* *L 6-12* | (1) Solo motu rectilineo simpliciter consentiente moveri potest mobile quodcunque, (a) circulari (aa) non nisi (bb) aut helicali (b) arcus circuli circa suum centrum motus, aut portio superficiei cylindri motæ circa suum axem vel parallele ad suum axem, vel 'helicaliter' (2) Talis esse potest non rectilineus tantum, cum quodvis punctum mobilis lineas rectas parallelas describit del. | (3) In motu ... telluris *add.* *L 6* consentiente | mobilis rigidi del. | *L 7* recta. | Unde del. | *L 11* movetur | (1) circulo B in *add.* circulo (a) centru (b) axem (c) simulque servat directionem, ut Copernicus motum telluris concipit del. | *L 11* sui | $\leftrightarrow$ del. | *L 13-14* (1) Motus *add. et del.* (2) Motus ... consentiens *add.* *L 14* | (1) non nisi (2) simpliciter consentiente del. | (3) Simpliciter *L 14* consentiens (1) esse talis del. (2) non nisi *add. et del.* *L 16* quicumque, | et problema del. | *L 19* datæ | congruent *corr.* | *L 20* (1) Sei del. (2) Data *L 26* mobile | 'DEG' del. | *L 27* congruam. | || Si quidem cuivis del. | *L 27* quoniam *add.* *L*

quævis linea plana compositione duorum motuum rectilinearum describi potest. Sed si linea in planum non caderet, componendi essent tres motus recti inter se. Hunc modum descripsi ut causa appareat, sed datur adhuc alius brevior. Si mobile *DEFG*, uno suo puncto ut *D* incedat per datam
 5 curvam *ABC* et simul observetur ut durante motu planum per tria mobilis puncta in rectam si fieri potest non cadentia transiens semper maneat plano cuidam in moto parallelum. Quod effici potest si trajiciatur obelo qui extrema superficie per planum immotum incedat, et ipsum mobile incedere possit per obelum sed non circa ipsum converti. Cæterum lineæ motu mo-
 10 bilis simpliciter consentiente descriptæ non sunt parallelæ (etsi directiones punctorum parallelas habeant) nisi motus sit rectilineus aut circularis circa axem immotum.

Motu circulari simpliciter consentiente circa axem immotum ea tantum rigida moveri possunt, quæ cadunt in superficiem cylindricam circa eundem axem descriptam. Ut rectæ arcus circulares, Elliptici helicales alique
 15 innumeri, et his terminatæ superficiei portiones. Solidum autem nullum.

In Motu simpliciter consentiente solo certus motus mobili extenso attribui potest, communis scilicet cuivis ejus puncto. Nam in aliis omnibus non potest dici qua velocitate aut directione vera moveatur mobile, quoniam
 20 hæc in diversis ejus punctis variant. Etsi possit mobili attribui velocitas quædam et directio media, illa ipsa nimirum, quam habet centrum gravitatis, ut inferius patebit.

MOTUS PROPORTIONALITER CONSENTIENS est cum lineæ a diversis punctis mobilis descriptæ temporibus æqualibus sunt inter se proportionales[†].
 25

[†] *Supra lineam serius additur* similes (adeoque proportionales)

In margine: Si motus sit concentricus et lineæ proportionales erunt et similes et si similes erunt proportionales

2 linea | esset solida *del.* | L 3-12 Hunc ... immotum *add.* L 5 et | interim *del.* | L 5 motu | sectio aliqua per mobilis (1) pla (2) quoddam planum *del.* | L 7 Quod | mechanice *del.* | L 7 si | per *del.* | L 7 qui | una *del.* | L 9 possit | ↔ *del.* | L 9 obelum | ←→ *del.* | L 9 converti. | Nempe cum angulus quædam *del.* | L 13 circulari (1) rigidi *del.* (2) simpliciter consentiente *add. et del. et rursus add.* L 13-14 tantum | (1) con (2) motu simplici consentiente *del.* | (3) rigida *add.* L 15 descriptam. | Ut arcus circuli *del.* | L 16 portiones. (1) Cæterum lineæ motu simpliciter consentiente descriptæ non sunt parallelæ (etsi directiones punctorum parallelas habeant *add. et del.* (2) Solidum ... nullum *add.* L 17 solo *del. et rursus add.* L 17 extenso *add.* L 19 dici (1) quam lineam *del.* (2) qua velocitate aut directione vera *del.* (3) qua ... vera *add.* L 23 lineæ | ab uno *del.* | L

Ita ut punctis A et B tempore T describentibus lineas L et M ; respective, et tempore V lineas P et Q ; sit eadem ratio L ad M , quæ P ad Q . Omnis motus simpliciter consentiens simul est proportionaliter consentiens. Nam si L æqualis ipsi M , et P ipsi Q utique est L ad M , ut P ad Q .

Motus proportionaliter consentiens, qui simpliciter consentiens non est, uno tantum modo effici potest, cum motus est circularis circa axem immotum. Et tunc arcus circulares sunt similes et similiter positi, et distantis punctorum ab axe communi proportionales.

Solus motus proportionaliter consentiens potest esse uniformis. Nam ut suo loco deducitur ex definitione motus uniformis, debet in ipso punctum quodvis A , lineas describere L et P , temporibus T et V proportionales[.] Sed similiter punctum B quoque lineas describit M et Q temporibus T et V proportionales. Est ergo L ad P ut M ad Q . Ergo etiam est L ad M ut P ad Q . Quod ipsum (ex definitione paulo ante posita) est motum esse proportionaliter consentientem. Interim potest esse motus proportionaliter consentiens non-uniformis. Ut si vertigo sphaeræ rigidæ acceleretur, tunc enim omnia punta sphaeræ eadem proportionem motum accelerabunt.

2 tempore | $\langle C \rangle$ del. | L 2 Q ; (1) erit del. (2) sit add. L 2-4 Q . (1) Talis motus | in rigido add. et del. | tribus tantum modis obtineri potest, si scilicet in mobili dato vel alio (a) cui (b) mobile, cui mobile datum del. (2) Omnis motus (a) proportionaliter consentiens (b) sim (c) simpliciter ... ad Q add. L 5-8 (1) | Motus proportionaliter consentiens (a) duobus del. tantum modis corr. (b) uno add. tant add. et del. tantum modo obtineri potest, (aa) si scilicet in mobili dato vel alio cui (bb) si scilicet linea recta vel circularis vel (aaa) coc (bbb) helix (ccc) cochleata (ddd) cylindrica in eo ducta, per aliam talem immotam incedat; ita enim puncta alia quælibet describent rectas quidem congruas, circulares (aaaa) vero similes et s (bbbb) et helicales similes et simpliciter positas, et lineæ descriptæ erunt distantis puncti ab axe circuli (aaaaa) vel $\langle re \rangle$ (bbbbbb) circulorum (aaaaaa) vel helicum (bbbbbb) communi proportionales del. | (c) qui simpliciter consentiens non est, in rigido uno tantum modo obtineri potest, si scilicet mobile gyretur circa axem immotum. Ita enim puncta describent arcus circulares similes et similiter positos add. et del. | (2) Motus ... proportionales add. L 5 qui | simul del. | L 9 motus | rigidi del. | L 9 esse | æquabilis del. | L 11 A , | aut B del. | L 13 est add. L 15-18 consentientem. (1) Interim potest esse motus proportionaliter consentiens non-uniformis ut si sphaeræ vertigo (a) | accelerata corr. | (b) acceleretur tunc $\langle$ enim omnia puncta $\rangle$ eadem proportionem $\langle$ accelerantur $\rangle$ add. et del. (2) Interim ... accelerabunt add. L

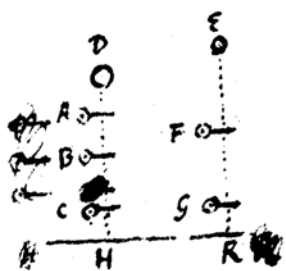


Figura 146



Figura 147.1 (del.)

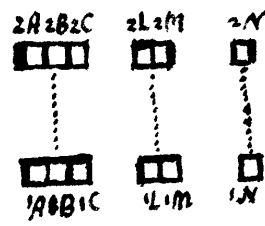


Figura 147



Figura 148 (del.)



Figura 150

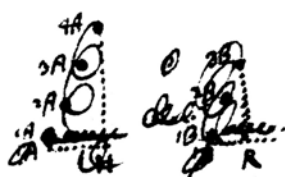


Figura 149.1 (del.)

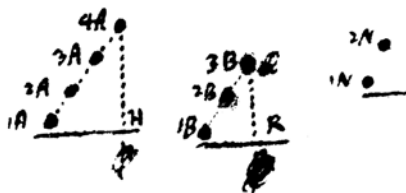


Figura 149

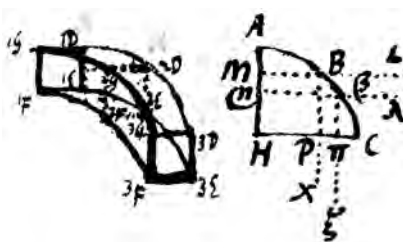


Figura 151



Figurae 152, 153 (del.)



Figura 154.1 (del.)



Figura 154

[243] [Pars 2. Sectio 1. Caput 2.]
DE CAUSA ET EFFECTU ET POTENTIA EORUM
MOTRICE ABSOLUTA

Traditio

L LH XXXV 11, 18A, pp. 243-284

Axioma 1

Eadem manet summa potentiæ (absolutæ) in corporibus 5
non nisi a se invicem patientibus.

Sint corpora quotcunque quæ non ab aliis sed tantum a se invicem patiantur,
ea vel eandem retinebunt potentiam, vel quicquid potentiæ amittent, in unum
vel plura ex reliquis in quæ agunt transferrent; atque ita in summa manebit eadem
potentiæ quantitas in omnibus istis corporibus simul sumtis. Unde sequitur non 10
tantum in quavis Machina cum aliis incommunicante, sed etiam absolute in to-
ta universitate corporum eandem manere quantitatem poten-
tiæ.

Definitio

Potentia motrix absoluta est affectio quædam æstimabilis 15
in corpore motum habente cuius eadem manet summa.

POTENTIA ABSOLUTA est affectio quædam æstimabilis in corpo-
re motum habente ex magnitudine ejus et velocitate datis de-
terminata; cujus summa in pluribus corporibus non nisi a se
invicem patet, manet eadem. 20

Hanc definitionem potentiæ absolutæ esse possibilem [desinit abrupte]

Definitio 1

SYSTEMA est aggregatum corporum certo modo sese habentium.

1 Pars ... 2. add. ed. 2-3 (1) DE POTENTIA MOTRICE ABSOLUTA DEMONSTRATA A POSTERIORI del. (2) DE ... EFFECTU (a) ABSOLUTAQUE POTENTIA EO (b) ET ... ABSOLUTA add. L 305.4-306.11 Axioma 1 ... potentiam del. L 5 manet (1) quantitas potentiæ del. (2) summa ... (absolutæ) add. L 6 nisi | inter se communicantibus del. | L 7 quotcunque | cum aliis non communicantia, (1) sed tan (2) quæ ab del. | L 7 patiantur, | eandem del. | L 10 sumtis. | Hoc sine axioma del. | L 10 sequitur | in del. | L 15 Potentia | absoluta del. | L 16 habente | eaque talis del. | L 16 summa. || (1) P (2) Systema (3) St del. | L 17 (1) Potentia del. (2) Pot add. et del. (3) POTENTIA ABSOLUTA L 18-19 determinata; | q del. | L 21 (1) Hanc def del. (2) Hanc L 23 | (1) STATUS CORPORUM (2) Status corporum del. | (3) SYSTEMA add. CORPORUM add. et del. L 23 corporum (1) datorum noto del. (2) certo add. L 23-24 habentium | Posset etiam dici SYSTEMA del. | L

Ut si quoddam elasticum corpus reperiatur aliquousque tensum, et quoddam grave ad aliquam altitudinem elevatum, et quoddam corpus in quiete aut motu positum; aut horum vel similium plura simul.

Definitio 2

5 POTENTIA ABSOLUTA CORPORUM est affectio status corporum ex qua non impedita sequitur certam quantitatem materiæ «qui habituram» esse velocitatem certi «gradus».

Exempli causa si grave aliquod corpus sit aliquousque elevatum potest ex ea altitudine oblique descendere in horizontem, atque in eo deinde porro procurrere velocitate certi gradus. Itaque grave eousque elevatum erit status habens potentiam. [244]

Definitio 1

Ut si gravia nunc sint elevata, Elastica corpora sint tensa; et alia corpora in motu aut quiete posita; aut plura horum simul.

15 *Definitio 2*

POTENTIA MOTRIX ABSOLUTA est affectio materiæ, cujus mensura est certi gradus velocitas in corpore, certæ magnitudinis, solius materiæ affectæ supposita nunc actione per solam impedimento sublationem orta, producibilis.

20 Exempli causa si grave aliquod corpus sit aliquousque elevatum potest ex ea altitudine oblique descendere in horizontem atque in eo deinde procurrere velocitate certi gradus. Itaque grave sic elevatum erit Thema potentiam habens. Tale etiam thema est arcus aliquis tensus, nam si huic nihil obstat ita ut nunc agere ponatur potest sagittæ datæ certam velocitatem imprimere.

Definitio 3

25 Si duo sint themata potentiam habentia et ex unius actione sola sequatur alterum, prius est CAUSA, posterius est EFFECTUS ACTIVUS, quod si ex causa non possit alis præterea effectus simul existens sequi CAUSA PLENA erit et EFFECTUS INTEGR.

Effectum scilicet hic definio, qui ipse rursus causa [desinit abrupte]

2 et *add.* L 2 corpus (1) in *del.* (2) in quiete aut *add.* L 3 ; aut ... simul *add.* L 5 POTENTIA | est affectio status corporum *del.* | L 5 affectio *add.* L 5-6 status corporum ... impedita *add.* L 6 sequitur | (1) certas (b) ce *del.* | L 6 materiæ | habere velocitatem certi gradus *del.* | L 8 causa | «ex» *del.* | L 12-29 Definitio 1 ... causa *del.* L 13 nunc *add.* L 13 corpora | tens *del.* | L 16-18 affectio (1) Thematis, | (a) ex (aa) quo solo (bb) cuius agente (cc) quo solo agente sequi potest determinatus certi corporis motus, (aaa) certa (bbb) certi (ccc) certam quantitatem (ddd) cujus mensura est certa quantitas materiæ (aaaa) habituram *corr.* esse *del.* (bbbb) habitura certi gradus velocitatem *del.* | (b) quatenus (aa) ex eo solo (bb) ex ejus solius actione nunc supposita *add. et del.* | (2) materiæ, *add.* | cujus ... est (a) corpus (aa) certæ quantitatis habiturum (bb) certi gradus velocitatem *corr.* (b) ... velocitas in (aa) certæ magnitudinis (bb) corpore, (aaa) ex æ (bbb) certæ magnitudinis, (aaaa) quæ ex sola ipsa affectione (aaaaa) sequitur (bbbbb) sequi potest, si (bbbbb) solius materiæ (aaaaa) sup (bbbbb) affectæ ... actione (aaaaaa) producibilis (bbbbbb) per ... producibilis *add.* | L 20 atque | inde *del.* | L 21 grave | aliquou *del.* | L 22 tensus, | qui liberatus corpori *del.* | L 22-23 ita ... ponatur *add.* L 24 | (1) De (2) Defn. 3 *add. et del.* | (3) Defn. 3 *add.* L 25 sint | TH *del.* | L 25 et | prior unum ex uno *del.* | L 27 effectus | seq *del.* | L

[245]

Definitio 1

ACTIVUM vel POTENTIA PRÆDITUM est Thema (vel rerum status) ex quo sequetur mutatio, si certis quibusdam præterea positis, quæ tamen talia sunt, ut ex ipsis solis positis utcunque, nulla mutatio sequatur. Sequentem autem mutatione ipsum dicetur AGERE. Et illud per se INERS, cujus tamen mutatione supposita sequitur actio dicetur RETINACULUM.

Ita grave sustentatum, vel elasticum tensum habent agendi potentiam, quoniam revera agent seu mutationem producent, si certam hypothesin faciamus, per se nihil producere valentem, veluti circa retinaculorum figuram aut firmitatem. Exempli causa [Fig. 152, 153, p. 304] simplice conversione claviculæ seu Epistomii aqua gravis e vase effluit, vel aër compressus erumpit, etsi inter hypothesin clausi aut aperti Epistomii nulla sit per se differentia quoad vim agendi seu mutationes producendi; et certe si inclusum grave vel Elastrum abesset, nihil hic referret vacuo vase clausum an apertum Epistomium poneretur. Nempe activa sunt seu per se agunt, quæ non nisi sublatione impedimenti opus habent. Impedimentum autem hoc loco intelligo per se iners aut certe cujus operatio ad rem de qua agitur non pertinet, quod speciatim Retinaculum vocari possit.

Definitio 2

Si duo sint Themata potentiam habentia et ex unius Actione sola sequatur alterum, vel saltem sine requisita

1 | (1) $\longleftrightarrow$ ACBC (2) CAUSA est THEMA (3) CAUSA del. | (4) Defin. 1 L **2** ACTIVUM | est (1) Thema (2) re del. | L **2-8** POTENTIA (1) | PRÆDITUM est (a) thema materiæ (aa) quo (bb) cujus statu del. | (cc) ex quo add. | sequitur corr. | mutatio, «si» | nihil aliud præterea ponatur quam id ex quo solo posito nulla sequitur mutatio del. | (b) Thema (aa) (seu rerum status) cer (bb) (casus, hypo add. et del. | ex quo ... | (2) PRÆDITUM ... status) add. | ex quo ... sequetur ... si | certis ... RETINACULUM add. | L **3-4** præterea add. L **5** nulla | sequatur mutatio. corr. | (1) Et tunc ipsum Thema dicetur AGERE (2) Par del. | L **6** ipsum | Thema del. | L **6** AGERE (1) Et pars thematis cujus del. (2) Et illud add. | iners, cuius del. | L **6** INERS | quo tamen motus sequitur del. | L **9** Ita | arcus tens del. | L **9** grave (1) suspensum, arcus tensus del. (2) sustentatum, ... tensum add. L **9** potentiam, | (1) nam ut sane nodum solvi (2) et revera del. | L **11** veluti add. L **14** etsi | hypothes del. | L **15** et (1) sane si del. (2) certe si add. L **16** hic add. L **16** vacuo vase add. L **17** poneretur. | Nempe per se agunt, (1) «a» (2) quæ non alio opus habent ad del. | L **19** aut ... pertinet add. L **20** possit. | Thema autem (1) in universum (2) hic add. appello Materiam certe quodam statu (a) præditam (b) nunc add. præditam utcunque qualitatibus affectam, dispositamve del. | L **22** Themata del. et rursus add. L **307.23-308.2** vel ... tunc add. L **23** saltem | mediante del. | L **23** requisita add. L

suppositione potentia² alterius priori jam cœxistentis, tunc prius est CAUSA, posterius EFFECTUS ACTIVUS vel EFFECTUS ABSOLUTUS. Quod si ex causa non possit alius præ tera effectus simul existens sequi CAUSA PLENA erit, et EFFECTUS

5 INTEGER.

Causa et Effectus varie admodum accipiuntur, neque illas ambiguitates evolvere huius loci est; sufficit nostros significatus certa definitione constitui; interim considerare operæ pretium est, nos paulo ante per effectum ^[246] formalem motus intellexisse quantitatem materia² per longitudinem viæ translata²; seu quantitatem mutationis quæ ex solo alicujus corporis motu liberrimo nascitur. Hic vero per Effectum Activum vel Absolutum intelligimus Thema quoddam in materia productum quod vim quandam agendi habet, ut corpus grave esse elevatum supra horizontem ad aliquot pedes. Sublato enim impedimento inde rursus decidens, aget. Idem est de
15 arcu tenso. Quin et suffici impetum alicui corpori impressum esse, ut Effectum aliquem Activum productum dicamus. Quanquam is retinaculo destruat², quod in gravitate vel Elast² non fit, quia scilicet natura semper novas impressiones sensibus nostris occultas substituit. Et talis Effectus potentiam habentis productione optime æstimari potest potentia causæ absoluta, quam aliæ mutationes productæ non æque indicant. Ut autem intel-
20 ligamus quid est Effectus integer, cogitemus pilam A [Fig. 154, p. 304] currentem in plano horizontali obstantia aliud post aliud Elastra tendere B, C, D circumactis eorum claviculis, ita factis ut sponte librare se rursus Elastra regredique non possint. Primi aut secundi Elastri tensio non erit
25 effectus integer, sed ultimi demum, si nimirum ponamus eo tenso pilam nil amplius posse, sed omni sua potentia consumpta conquirere. Itaque Themata duo hic sunt potentiam habentia, nempe Causa plena, scilicet pila certo motu prædita quem totum possidebat, antequam in ullum ex

2 est | caus del. | L 2-3 vel ... ABSOLUTUS add. L 4 sequi | Causa del. | L 5 INTEGER || (1) Multum scilicet interst inter varia Effe (2) Effectus varie accipitur del. | L 7 sufficit | nostrus corr. | L 10 motu | nascitur del. | L 11-12 vero (1) intelligimus del. (2) per ... intelligimus add. L (1) Absolutum add. L 11 vel Absolutum add. L 12 quoddam | (1) in mate (2) «natum» del. | L 12 productum | in quo del. | L 13 grave (1) elevare del. (2) factum bis add. et del. (3) esse elevatum add. L 15 impetum | alicuius corr. | L 16 aliquem | Eff del. | L 18 impressiones | (1) occultas (2) insen del. | L 19-20 absoluta, add. L 21 pilam | «pilam» add. et del. | A del. et rursus add. | L 22 horizontali (1) occurrentia aliud ↔ del. (2) obstantia add. aliud L 24 Elastra | non possint del. | L 25 demum, | si ponamus del. | L 27-28 duo (1) habemus del. (2) | hic sunt add. | «causa» del. | (a) | potentia² corr. | prædita del. et add. et del. |, nempe | Causam plenam ... pilam ... præditam corr. | (b) potentiam | habentia add. |, ... prædita L 28 quem (1) habebat del. (2) «tot-» add. et del. (3) totum add. et acc. non del., del. ed. (4) totum possidebat, add. L 28 antequam | ex ul del. | L

Elastris incideret; et Effectus integer, scilicet aggregatum ex Elastris a
pila tensis. Intelligendum est autem pilam in sola hæc Elastra aliquid suæ
potentiæ impendisse, mediumque fuisse liberrimum, et planum horizon-
tale fuisse perfecte politum vel certe obstacula inde nata fuisse tam exigua
ut considerationem non mereantur. Nam alioqui si pilam ponamus in ta- 5
pete decurrere ipsa fila vel pili tapetis pro totidem elastris flectendis haberi
adeoque vis in ea impensa computari deberet, idemque est in aliis obstacu-
lis exiguis quibuscunque. Quamvis autem hæc elastra rursus suo tempore
agere, et novos effectus producere possint, qui etiam pro effectibus (licet
mediatis) pilæ haberi possunt illi tamen effectus novi non possunt cœxis- 10
tere prioribus, nempe omnibus Elastris tensis uti nec Elastra tensa, quorum
actio ad novum Effectum producendum intercedit causæ primæ, nempe
motui pilæ initio dato, cœxis-tere.

[247]

Definitio 3 et Axioma

Certa in natura POTENTIÆ ABSOLUTÆ QUANTITAS est, quæ a ma- 15
gnitudine effectus activi integri æstimatur, ita ut effectus integer
sit potentia æqualis causæ plenæ.

Sit arcus quidam tensus aliquousque, is habet potentiam agendi (per defi-
nitionem 1 hic). Hujus potentiæ quantitatem determinatam est in natura, seu
æstimationem recipere pro certo sumo. Utique autem potentia ab effectu æstima- 20
ri potest, et quidem integro. Itaque si arcus supradictus totam suam potentiam
impendat in impetum quem imprimit globo cuidam ponderoso et vi impetus
ascendere globus possit ad certam altitudinem verbi gratia globus unius libræ ad
altitudinem 100 pedum perpendicularem, serviet ad æstimandam potentiam arc-
us. Neque igitur idem arcus eundem globum variatis circumstantiis poterit ad 25
altitudinem propellere majorem; alioqui nullam haberemus rationem potentias
æstimandi et posset [*desinit abrupte*]

1 et | Effectum integrum *corr.* | nem *del.* | L 2-3 aliquid (1) sui motus *del.* (2)
suæ potentiæ *add.* L 3 impendisse, | nam *del.* | L 8 quibuscunque. (1) Cum *del.*
(2) $\leftarrow \rightarrow$ *add.* et *corr.* (3) Quamvis autem L 10 tamen | novi *del.* | L 11 nempe
... tensis *add.* L 14-27 Axioma 1 ... potentiam *del.* L 15 natura | (1) potentiæ
æstimatio est, per effect (2) Quanti *del.* | L 15-16 QUANTITAS | (1) æstimatur (a)
per (aa) effectus (aaa) potentiam (bbb) integri potentiam (bb) causæ potentia (b) per
effectus integri potentiam *del.* | (2) est ... æstimatur *add.* L 16 activi | integri æstim
del. | L 16 integer | non possit major esse nec minor causa plena *del.* | L 18 (1)
Nempe sit *del.* (2) Sit *add.* L 18 tensus | (1) , «et» (2) certo modo, is erit Thema quo
del. | (2) aliquousque, *add.* L 18-19 habet (1) potentiam agendi *del.* (2) potentiam ...
hic) *add.* L 19 Cujus *corr.* L 19-20 potentiæ (1) | quantitas *corr.* | certa est, nempe
del. | determinata esset | *corr.* quantitate effectus integri. Ponatur enim arcus certam recipit.
Omnes autem *del.* | (2) quantitatem ... est | in ... æstimationem (a) certam (b) recipere
... sumo *add.* L 20-21 effectu | æstimanda est *corr.* | L 22 impendat | (1) corpori
alicui gravi (2) globo alicui gravitatem habenti *del.* | L 22 impetus | imp *del.* | L 24
perpendicularem, (1) tunc hic effectus serviet *del.* (2) serviet *add.* L 25 globum | variato
corr. | itinere, tempore | altitud | L 25 ad | potentiam *del.* | L

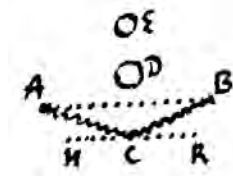


Figura 155

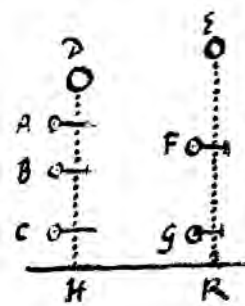


Figura 156

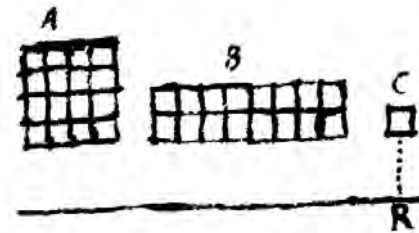
Figura 157.1 (*del.*)

Figura 157

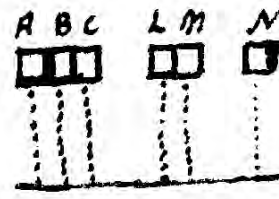


Figura 158

Definitio 3. et Axioma

Non datur Motus perpetuus Mechanicus, sive causa non potest producere Effectum Activum, qui plus possit, quam ipsa causa, sed nec effectum integrum, qui minus possit quam causa. Et POTENTIÆ QUANTITAS est, cujus mensura est quantitas activi determinati quæ ipsi inest Themat

Effectum integrum æquivalere Causæ plenæ, propositio est Metaphysicæ nobilioris, quæ non nudis vocabulis impenditur, sed rerum universalia tractat. Hanc legem constantissime observat natura et veritas ejus vel hinc intelligi potest, quod ea sublata nullius superest modus potentias æstimandi aut de effectuum magnitudine statuendi ex causis. [248]

1 (1) Ax *del.* (2) Defin. L 2 perpetuus |, ↔ *del.* | L 3-5 producere (1) | Effectum seipsa majorem, sed nec effectum integrum seipsa (a) maj (b) minorem. Et proinde *del.* | (aa) QUANTITAS *corr.* | (bb) QUANTITATIS *del.* | (2) Effectum ... causa *add.* L 5 Et *add.* L 5 QUANTITAS ... cujus *add.* L 6 quantitas | (1) effectus integri (2) effectus activi *del.* | L 6 inest | ↔ *del.* | L 9-13 Effectum ... causis. *add.* L 9 plenæ, | axioma est *del.* | L

Propositio 1

Si quoddam Thema Activum constituatur ex pluribus
Thematibus repetitis uni cuidam Activo gemellis, erit po-
tentia prioris Activi multipla potentiae posterioris Activi
in ratione numeri repetitionum. 5

Nam Activum (repetitum) sumi potest pro mensura potentiae (per de-
finitionem 3.) Quantitas autem Mensurati est ad mensuram, ut numerus
(repetitionum) ad unitatem.

Exempli causa tres pulveris pyrii æque conferti et per omnia simil[e]s
modioli, triplam habent potentiam unius. Tres arcus tensi gemelli inter se 10
triplam unius arcus gemelli singulis vim habent.



Figura 159.1
(del.)

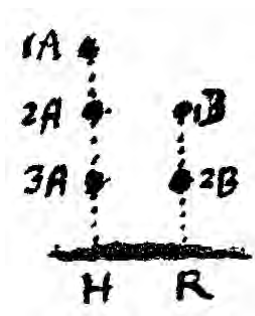


Figura 159

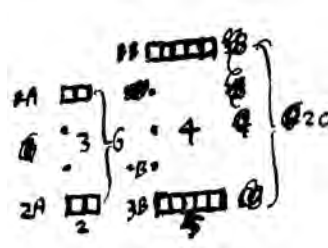


Figura 160

Propositio 2

Si duo sint Themata Activa quorum quodque ex repeti-
tis uni activo gemellis constituatur, erunt potentiae inter
se ut numeri repetitionum. 15

1 | (1) Prop (2) Prop. 1 || (a) Si unum Activum (aa) in ratio (bb) vel (cc) et Gemellum
(b) Si aliquot, (aa) per (bb) quæ si singula (c) Si Activa aliquot, singula activa uni Activo
singulo (3) Prop. 1 del. et rursus add. L 2 Thema add. et del. et rursus add. L 3
Thematibus | del. | L 6 (1) Exempli gratia potentia trium librarum del. (2) Nam
L 7 3.) | Omnis autem quanti del. | L 9 tres | (1) libræ (2) ple del. | (3) men (4)
libræ add. et del. | L 9-10 æque ... modioli add. L 9 omnia | similis corr. ed. | (1)
mensuræ (2) men del. | L 10 unius | libræ del. | L 11 vim habent add. L 13 Acti-
va | quæ ex gem del. | L 13-14 ex (1) uni gemellis del. (2) repetitis ... gemellis
add. L 14 erunt | inter del. | L

Activum *A* contineat gemella ipsi *B* vicibus tribus, et activum *C* contineat gemella ipsi *B* vicibus duobus, ajo esse potentiam *A* ad potentiam *C* ut 3 ad 2. Nam potentia *A* est ad potentiam *B* ut 3 ad 1 (per propositionem 1 hic) et potentia *B* est ad potentiam *C* ut 1 ad 2 (per dictam propositionem 5 1.). Ergo (ex elementis) potentia *A* est ad potentiam *C* ut 3 ad 2.

Exempli causa omnibus paribus similibusque potentia ponderis trium librarum est ad potentiam ponderis duarum librarum sesquialtera, seu ut 3 ad 2 sive tripla subdupla.

Propositio 3

[249]

10 Fieri non potest ut ex causa oriatur effectus, qui causam gemellum contineat, et aliquid præterea Activum.

Sit Causa *A* ex qua oriatur Effectus aliquis *B* plus *C*, sitque *B* per omnia gemellum ipsi *A*, et *C* sit activum. Hoc ajo fieri non posse. Cum enim *B* sit gemellum ipsi *A* ideo cum *A* sit Activum (ex hypothesi) erit et *B* activum, 15 ergo totus Effectus *B* plus *C* est activus, et major potentia causa *A*, quia præterea continet *C* activum seu potentia præditum, sed hoc fieri non potest quia (per axioma præcedens) Effectus activus non potest esse potentior causa.

Ita fieri non potest ut libra descendens ex altitudine certa veluti pedis 20 efficiat aliquid ex quo oriatur non tantum libram rursus ascendere ad altitudinem pedis, sed etiam aliquid præterea produci activum[,] verbi gratia aliquid quantulumcunque præter libram attolli. Id ipsum enim est Motus perpetuus Mechanicus, qui in excessu potentiae effectus super potentiam causam consistit. Et semel obtento excessu, repetita actione prima habebitur 25 excessus novus, priori æqualis, et ita tandem excessus quantuscunque. Data libra aquæ cadente ex altitudine montis, poterit tantum aquæ ex sub-

1 | (1) Ac (2) Nam del. | (3) Activum L 1 contineat (1) repet del. (2) ipsum C corr. (3) gemella add. ... B L 1-2 et (1) | activum (a) B del. (b) C add. et del. | contineat | idem C del. | (2) activum C add. L 2 ipsi | C corr. | L 2 esse | A del. | L 3 potentiam | C corr. | L 4 potentia | C corr. | est ad potentiam (1) A del. (2) B del. (3) C add. L 4-5 per ... 1. add. L 5 Ergo | ja del. | L 6 (1) 'Prop. 3.' del. (2) Exempli L 6 paribus | pondus del. | L 6 similibusque (1) pondus trium librarum del. (2) potentia add. et del. L 12 aliquis | B+ del. | L 13 activum. | Cum B sit gemellum ipsi del. | L 14 ipsi A | cum del. | L 15 activus, (1) et major ipsa A, del. (2) et major potentia add. L 15 major del., res. ed. L 16-17 potest | (per axioma præcedens) del. | L 17 esse | major causa del. | L 19 libra | unqua del. | L 19 certa | ut pedis del. | L 20 libram (1) attolli del. (2) rursus ascendere add. L 21-22 verbi ... attolli add. L 22 aliquid | majus del. | L 23 excessu | effectu del. | L 24 consistit. | Poteritque del. | L 25 novus, | et ita tandem quant del. | L

jecto planitici lacu in montem et super eo excavatum receptaculum attolli, ut postremo habeatur lacus in monte, qui perpetuum flumen præbere possit, perpetuum inquam, quia non tantum delabentem aquæ quantitatem sed et plus aliquid ad resarcienda detrimenta a fundo bibente aëre exiccante aliisque causis orta semper elevare rursus valebit. Quæ sane absurda esse satis constat, et perpetuis naturæ experimentis refutantur, alioqui quidlibet ex quolibet effici posset, neque ulla certa esset ratio potentiarum æstimandarum.

[250]

Propositio 4

Si effectus integer sit Causæ similis, erit eidem gemellus.

Sit Causa *A*, effectus integer *B*, causæ similis. Ajo esse *B* gemellum ipsi *A*, cum enim sit *B* similis ipsi *A* (ex hypothesi) et æqualis potentia eidem, (ex axiomatica præcedenti) erit omnino æqualis. Alioqui eo ipso dissimilis foret, si in minore plus potentiæ reperiretur quam proportionem magnitudinis. Jam æqualia et similia nihil aliud sunt quam gemella.

Itaque si grave ex altitudine aliqua descenderit, sursumque vertens iter rursus ascendat, nec aliud quicquam activum produxerit, quam elevationem suam, seu si totam suam potentiam descensu quæsitam in reascensum impendat, dicendum est præcise ascendere ad tantam altitudinem quantum est ea ex qua descenderat. Cum enim effectus productus sit ejusdem gravis elevatio, (similis causæ quæ etiam erat elevatio ejus gravis ante descensum) non potestesse æqualis causæ, quin sit æqualis elevatio. Et fiat status postremus per omnia gemellus primo.

Propositio 5.

25

Effectus integer causam plenam vel ejus gemellum reprodúcere potest.

1 montem (1) attolli, ut postremo flumen continuum satis magnum *del.* (2) et ... eo *add.* *exca add. et del.* L 3 quia | se ipsa *del.* | L 5 elevare (1) poterit *del.* (2) rursus valebit *add.* L 10 (1) Fieri non potest ut Effectus integer qui causæ est similis, non sit eidem præterea gemellus (a) seu æqua (b) et æqualit (c) a (d) gemellus *del.* (2) Si L 13 *A* | (per *del.* | L 13 eidem, | er *del.* | L 17 Itaque (1) si pendulum ali *del.* (2) prope → *add. et del.* L 17 sursumque | vertat a *corr.* | L 18 nec | potentia *del.* | L 19 suam, (1) seu *del.* (2) seu si *add.* L 19 potentiam | in sui ipsius ascen *del.* | L 20 ascendere | ad eam altitudinem (1) ex qua descendit (2) ta *del.* | L 21 qua | descendit *corr.* | L 21 descenderat. | Neque enim aliter obti *del.* | L 22 elevatio (1) causæ *del.* (2) ejus *add.* L 23 causæ, | quin præcise sit gemellus *del.* | L 23 elevatio |, adeoque per omnia status *del.* | L 24 status | (1) pos (2) proveni (3) ultim *del.* | L 26 vel ... gemellum *add.* L

Cum enim sit æqualis ejus potentia cum potentia causæ (per axioma) tantum opus est circumstantias ita disponi ut aliquid simile prodeat causæ, (quod semper fieri potest, quia per definitionem 1. hic circumstantias nulla actione aut non nisi per causæ actionem producta, definitione 2. concurrentes pro arbitrio assumere licet) unde (exemplo demonstrationis præcedentis) prodibit gemellum.

Sic funependulum oscillans si ponatur nihil prorsus virium in flexionem funis, aut resistantiam aëris similiaque exigua detrimenta impendere, utique rursus assurget ad priorem altitudinem, et globulus ex durissimo lapide tornatus in subjectum ferrum politum incidens reflectendo rursus tam alte assurget, ut prope manum feriat. [251]

Propositio 6

Eadem est semper potentia in quovis Systemate (seu aggregato materiæ) cum aliis non communicante.

15 Cum enim effectus sit æq [desinit abrupte]

Propositio 6

Nihil refert quoad magnitudinem potentiæ utrum Effectus aliquis integer sit mediatum an immediatus.

Sit Causa *A*, effectusque *B* immediatus rursusque mediante *B* effectus mediatum *C* ita ut *B* sit effectus ipsius *A* et causa ipsius *C*. Quia *A* est potentia æqualis ipsi *B*, et *B* ipsi *C* (per axioma) erit et *A* æquivalens ipsi *C*.

Effectus integer immediatus est, ab ipsa causa productus seu qui nulla alterius quam causæ actione in aliquid, ex causa oritur, et si quidem totus simul existit, utique eo ipso momento existit, quo causa potentiam suam consumsit, seu agere posse desiit. Sufficit igitur immediatum effectum integrum causæ æqualem esse, ut quemvis alium causæ æqualem esse concludamus. Et vero vel ideo effectum causæ æqualem esse necesse est,

4 aut ... 2. add. L 4 nisi (1) ex causa del. (2) per causæ add. L 7 (1) datur in natura motus perpetuus (2) Sic pendulum si ponatur nihil virium (3) Sic | fundep del. | L 7 virium | aut del. | L 8 similiaque | m del. | L 9 altitudinem, | (1) et (a) globus corr. (b) globulus ex durissimo la (2) et globus del. | (3) et globulus add. L 10 tornatus add. L 12 Prop. 6 ... æq del. L 13 in (1) quovis Themate cum aliis incommunicante del. (2) quavis Machina, vel quovis add. et del. L 13 Systemate | cum aliis incommunicante del. | L 17-18 potentiæ (1) utrum Effectus aliquis del. (2) utrum ... integer add. L 19 | (1) Sint (2) Sit Effectus del. | (3) Sit L 19 immediatus rursusque del. et rursus add. L 20 C | . Erit del. | L 20 potentia add. L 22 (1) Si corr. (2) Effectus | immediatus del. | L 22-24 est, (1) qui del. (2) ab ... utique add. L 22 ab ... seu add. L

quia alioqui diversis mediantibus ex eodem inæqualia oriri possent nec certa esset mensura potentiarum. Interim in praxi quo plura intercedunt, eo majus est detrimentum accidentale.

[252]

Propositio 7

Eadem est semper potentia in quovis Systemate corporum cum aliis non communicante. 5

Cum enim corpora cum aliis non communicent, (ex hypotesi) status posterior corporum quilibet, erit effectus integer status eorum prioris (per definitionem 2.), et proinde (per axioma et propositionem 6.) potentia æqualis. Itaque eadem est semper potentiæ quantitas. 10

Hinc sive corpus unum sit semper eandem retinebit potentiam, sive plura inter se concurrentia semper eadem erit potentia in omnium summa.

Propositio 8

Eadem semper potentia est in universo.

Neque enim corpora universi cum corporibus aliis communicare possunt quæ universo non contineantur. Itaque universum est systema corporum cum aliis non communicantium. Ac proinde (per præcedentem) eandem semper potentiam habet. 15

Ex propositione hac male intellecta natus est eorum error, qui crediderunt eandem semper conservari motus quantitatem in universo, quam ipsi cum potentia confundunt. Quantum autem intersit, ostendimus suo loco. Ostendi etiam facile potest æqualibus temporibus eandem esse quantitatem Actionis in universo, cum potentia omnis semper agat quantum potest, adeoque æqualiter æqualibus temporibus. Sed longe aliud est quantitas actionis quam quantitas motus ut ab illis definitur, qui 20 eandem motus summam conservari volunt. 25

[253]

1 eodem | æqualia *corr.* | L 1-2 nec ... potentiarum *add.* L 2 plura | *inc* *del.* | L 6 aliis | *incom* *del.* | L 7 (1) Nam Effectus est æqualis causæ *del.* (2) Cum L 7 enim | (1) Effectus in *c* (2) Eff *del.* | L 7 communicent, | status posterior corporum *del.* | L 8 corporum | erit effectus integer status *del.* | L 8 eorum *add.* L 8-9 (per ... 2.) *add.* L 9 proinde | (per axioma) æqualis *del.* | L 9 6.) | æqualis. Ita *del.* | L 10 semper | quot *del.* | L 11 (1) Itaque si corpus quodcunque *del.* (2) Hinc *add.* L 12 inter se concurrentia *add.* L 15 | (1) Erit (2) Universum *del.* | (3) Neque L 15 corporibus (1) extra universum *del.* (2) aliis *add.* L 16 quæ ... contineantur *add.* L 21-22 loco. | (1) Ostendi etiam facile potest (2) Eandem quantitatem Actionis in universo intra æquale *del.* | (3) Ostendi ... potest *add.* L 22 temporibus | æqu *del.* | L 23 in *add.* et *del.* et rursus *add.* L 25 aliud (1) est *del.* (2) est ... quam *add.* L 25 definitur, | qui *←* — *→* eandem motus summam *del.* | L

Propositio 9.

Quæ eundem integrum effectum (vel gemellos) producere possunt, habent potentias æquales.

Sit causa *F* producens Effectum *G*, et causa *L* producens effectum *M*,
 5 sintque effectus (integri scilicet) *G* et *M*, gemelli. Ajo causas *F* et *L* esse æquipotentes. Nam causa *F* æquipotens est effectui *G*, et effectus *G* effectui *M* (eidem scilicet vel gemello) et effectus *M* causæ *L*, itaque causa *F* causæ *L*.

Ut si chorda tensa [Fig. 155, p. 310] ex situ recto *AB* inflectatur in situm *ACB*, tam lapsu ponderis *D* ex altitudine *DC*, quam lapsu ponderis minoris
 10 *E* ex altitudine tanto maiore *EC* ita scilicet ut chorda non ultra ab ipsis inflecti possit, utique gravium *D* et *E* elevationes super horizontem *HCR* potentias æquales habebunt, cum idem ad summum efficere possint.

Propositio 10

Quæ a Gemellis causis plenis produci possunt æquipotentia sunt.
 15

Sit causa *F* producens effectum *G*, et causa *L* producens effectum *M*, et causæ *F* et *L* (quas plenas intelligo) sint eadem vel Gemellæ. Quia effectus *G* æqualis suæ causæ *F*, et causa *F* causæ gemellæ *L*, et causa *L* effectui suo *M*, utique effectus *G* æqualis seu æquipotens est effectui *M*.

20 In figura propositionis præcedentis ponamus chordam flexam *ACB* se restituentem in *AB* excutere nunc pondus *D*, mox pondus *E*, et ita quidem ut nihil aliud agat chorda vel agere possit, ubi in *AB* pervenit (nec proinde excurrere possit ultra *AB*) erit elevatio ponderis *D* super horizontem *HCR* æquivalens elevationi ipsius *E* super eundem.

Propositio 11

[254]

2 integrum add. L 2 gemellos) del. et rursus add. L 4 (1) Sint del. (2) Sit L 4 causa | *A* ... *C* corr. |, et *B* del. | L 4 *M*, | sitque effectus del. | L 5 effectus | *B* del. | L 5 scilicet (1) *B* del. (2) *G* add. L 5 causas | *A* corr. | L 6 æquipotentes | Nam Effectus genelli sunt æ del. | L 6 causa (1) *A* corr. (2) *F* (a) æqualis est del. (b) æquipotens est add. L 6 effectui | *B*, ... *B* corr. | L 7 *M* | (1) (quia gemello (2) (gemello scilicet) del. | (3) (eidem ... gemello) add. L 7 causa | *A* corr. | L 9 lapsu (1) corporis del. (2) ponderis add. L 9 lapsu | (1) altitudinis m (2) corporis del. | (2) ponderis add. L 11 possit, (1) dicemus del. (2) utique add. L 11 elevationem corr. L 12 potentias (1) | esse del. | æquales |. || Prop. 10 del. | (2) æquales | habebunt ... possint add. | L 12 cum del. et rursus add. L 14 plenis add. L 17 sint | Gemellæ vel del. | L 17 Gemellæ. | Quia *G* æqu. *F* (eff del. | L 18 suæ add. L 18 effectui | *M* del. | L 20-24 In ... eundem del. L 20 In | eadem del. | L 21 nunc | corpus del. | L 22 pervenit | ita ut consumpta vi nequeat excurrere ultra *AB* del. | L 23 elevatio (1) corporis del. (2) ponderis add. L 25 Prop. 11 del. et rursus add. L

Causæ plenæ sunt Effectibus integris potentiæ quantitate proportionales.

Sit causæ plenæ potentia L effectus integri potentia M , rursus alterius causæ plenæ potentia P , effectusque ejus integri potentia M quia igitur L est æqualis ipsius M et P ipsi Q , utique erit L ad P ut M ad Q . 5

Ponamus [Fig. 156, p. 310] pondera D et E cadendo ex altitudinibus perpendicularibus DH , ER elasmata quædam inter se gemella in transitu eodem gradu tendere posse; D quidem tria A , B , C at E duo F et G ; et ambo cadendo neque egisse aliquid amplius nec agere posse, sed D post ultimum Elasma C tensus omnem suam vim amisisse ut si eo momento Horizontem 10 in H attingere ponatur nulla prorsus vi eum feriat; similiterque E post tensus Elasma G ultimum eo ipso omnem impetum descendendo acceptum consumserit, nulloque ictu horizontem feriat in R . His positis, erit potentia ipsius D elevati altitudine DR ad potentiam ipsius E elevati altitudine ER , 15 ut numerus Elasmatum quæ tendi possunt a potentia priore ad numerum Elasmatum, quæ tendi possunt a posteriore. Nam cum Effectus integri sint Elasmatum tensorum gemellorum aggregata, utique (per propositionem 2) potentias eorum manifestum est esse ut numeros Elasmatum gemellorum seu repetitionum mensuræ, quæ hoc loco est potentia unius Elasmatis tensi.

Propositio 12

20

Duorum ponderum æqualium ad eandem altitudinem elevatorum eadem potentia est quamcunque habeant figuram aut volumen.

1-2 potentia quantitate *add.* L 3 Sit (1) | causa plena *corr.* | effectus *del.* | (2) causæ ... | potentia *add.* | L 3 effectus | integer *corr.* | Q *del.* | potentia M *add.* | L 3-4 rursus (1) causa plena *corr.* (2) | alterius *add.* | ... | potentia *add.* | L 4 P , (1) | effectus $\longleftrightarrow$ *corr.* | integer *corr.* | Q *del.* | (2) effectusque ... integri | potentia M *add.* | L 4 igitur | potentia ipsius *del.* | L 5 æqualis | potentia *del.* | L 5 M (1) et similiter potentia ipsius P ipsi potentia ipsius Q causarum scilicet et effectuu *del.* (2) et ... Q *add.* L 5 Q , | utique erit potentia erit L ad M *del.* | L 6 altitudinibus | DH , ER *del.* | L 7-8 eodem (1) modo *del.* (2) gradu *add.* L 8 C | (1) at E (2) at pondus E duo $Elas$ *del.* | L 9 posse, | sed unum *del.* | L 12 ultimum *add.* L 12 ipso | omni impetu careat *del.* | L 13-14 potentia (1) ipso elementi *del.* (2) ipsius *add.* L 14 elevati | ad *del.* | L 14 ad | E *et* *del.* | L 15 Elasmatum (1) sane quæ tendere potest prius *del.* (2) quæ ... priore *add.* L 16 Elasmatum, (1) quæ tendere potest posterius *acc. non del., del. ed.* (2) quæ ... posteriore *add.* L 16 Nam | et E *del.* | L 17 gemellorum *add.* L 17-18 utique | eas *del.* | ... | eorum *add.* | inter se *del.* | L 17 (per ... 2) *add.* L 18 esse ut *add.* L 19 est | unum ex his Elasmatis *t del.* | L 19 tensi. | per prop. 2. *del.* | L

4 potentia M mendosa loco Q literæ M repetitio perfunctorie usque in ms. C transcripta fuit, hic ergo non emendatur.

Sint [Fig. 157.1, 157, p. 310] pondera A et B æqualia ad eandem altitudinem elevata, quæ differant figura, eandem vero habeant gravitatem specificam adeoque et volumen æquale. Inscribantur cuique cubuli æquales utrobique et æqualiter positi, æquali numero, qui vel exhaurient, vel differentiam relinquent data minorem, si satis magnus sit numerus et sufficiens parvitas. Horum cubulorum quorum quilibet æqualis et similiter positus ipsi C , sit eadem elevatio quæ ipsius C (ponendo corpus A vel B si tantum descendere rit quantum elevatum est C amplius descendere nunc non posse adeoque nec partem ejus), erit potentia ipsius C elevati ad altitudinem CR , mensura potentiae (per definitionem 3. hic) quæ cum æqualiter repetatur tam in A quam in B , erunt eorum potentiae æquales, (per propositionem 2. hic.) Quod si gravitate specifica differant pondera, sumendi sunt cubi unius similiter positi quidem cubis alterius, sed inæquales volumine in reciproca ratione specificarum gravitatum quos æquivalere ex natura gravitatis specificæ supponitur.

Propositio 13

[255]

Ponderum ad eandem altitudinem perpendicularem elevatorum potentiae sunt ut pondera.

Sint [Fig. 158, p. 310] pondera ABC , et LM ad eandem altitudinem elevata supra horizontem. Ajo potentiam ponderis ABC esse ad potentiam ponderis LM , ut pondus ABC ad pondus LM .

Sit mensura communis pondus N ad eandem altitudinem elevatum. Et potentia ponderis N sit mensura potentiarum, uti pondus ipsum N est mensura ponderum. Potentia ABC est ad potentiam LM , ut mensura ipsius potentiae seu potentiae quam habet repetitio in ABC (3) ad repetitionem ejusdem in LM (2)

3 Inscribantur | ipsis cubi æquales *del.* | L 3 cuique | cubi *corr.* | L 4 positi, | seu qui vel exhaurient vel differentiam relinquant *del.* | L 6 cubulorum | æqualis est e *del.* | L 7-9 (ponendo ... ejus) *add.* L 10 (per ... hic) *add.* L 11 æquales, | quod si *del.* | L 12 differant (1) *add.* L 12-13 similiter | quid *del.* | L 14 specificæ | assumitur *del.* | L 17 (1) Si *del.* (2) Ponderum L 318.22-319.4 Sit ... Jam *del.* L 22 (1) Na *del.* (2) Sit L 22 pondus *add.* L 22 altitudinem | elevata *corr.* | L 22-23 potentia | ejus me *del.* | L 23 potentiarum (1) . Patet esse potentias ponderum *del.* (2) , | quam continent verbi gratia potentia ipsius ABC ter et LM bis, toties scilicet, *del.* | L 24 ponderum. | Itaque cum toties (1) mensura (2) potentiae (a) contineant (b) ponderum ABC et LM *add.* contineant mensuram suam, quoties pondera contineant mensuram suam; sintque potentiae (aa) quæ (bb) et pondera (cc) quæ (dd) (per prop. 2. hic) quemadmodum pondera ut numeri repetitionum mensuræ, (aaa) que *acc. non del., del. ed.* (bbb) erunt igitur potentiae ut pondera *del.* | L 24 Potentia | A est ad *del.* | L 24-25 LM , (1) | ut *del.* | repetitio | mensuræ *del.* | in *del. et rursus add.* | (2) ut (a) repetitio *del.* mensuræ *corr.* (b) mensura ... potentiae (aa) ipsius *del.* quam habet *add.* | ... in L

(per propositionem 2. hic). Et repetitio (3) potentiæ quam habet N in ABC est ad repetitionem (2) ejusdem in LM ut repetitio (3) ipsius ponderis N in ABC ad repetitionem (2) ejusdem ponderis in LM . Quia repetitiones potentiæ et ponderum respectively sunt æquales. Jam [*desinit abrupte*]

Sit mensura communis ponderum, pondus N ad eandem altitudinem 5
elevatum quod in ABC reperitur ter in LM bis, (vel alio modo); itaque et
elevatio ipsius N vel gemelli in illo reperitur ter, in hoc bis, potentiæ autem
sunt ut repetitiones ejusdem suæ mensuræ (per propositionem 2. hic) et
repetitiones hic ut pondera. Ergo et potentiæ ut pondera erunt. Si pondera
in mensuram communem solvi non possint, sufficit assumi alia, quæ in 10
communem mensuram resolvi possint, tam parum ab his differentia, ut
error sit minor dato, adeoque nullus.

Familiarius enuntiando: potentia librarum duarum elevata-
rum super horizontem ad altitudinem perpendicularem
unius pedis, dupla est potentiæ libræ unius elevatæ tan- 15
tundem.

Propositio 14

Ponderum æqualium potentiæ sunt ut altitudines eo-
rum perpendiculares supra horizontem.

[256] Sint [*Fig. 159. I, 159, p. 311*] pondera æqualia A et B , unum elevatum supra 20
horizontem HR pedibus tribus ${}_1AH$, alterum pedibus duobus ${}_1BR$, ajo esse
potentiam ipsius A ad potentiam ipsius B , ut 3 ad 2. Nam si descenderit ex
 ${}_1A$ altitudine unius pedis atque in ${}_2A$ quieverit, amisit potentiam quan-
ta est elevatum esse altitudine unius pedis super horizontem. Sed retinet
adhuc potentiam descendendi per ${}_2AH$. Et descendendo porro deinde per 25

1 repetitio | potentiæ *acc. non del., del. ed.* | «repe» *del.* | L 1 (3) *add.* L 1 potentiæ
... habet *add.* L 2 (2) *add.* L 2 (3) *add.* L 3 (2) *add.* L 3 in *AB del.* | L
3 *LM.* | id est ut pondus *AB del.* | L 4 Jam *deleta sectione pertinet sed in B transcribitur*
5 communis | pondus N , *del.* | L 5-6 ad ... elevatum *add.* L 6 ter | elevatum *del.* |
L 6-7 bis, (vel ... gemelli *add.* L 7 elevatio | ejus *del.* | L 9-12 erunt. (1) Si
pondera sint incommensurabilia vel saltem «figuræ» irresolubiles in mensuram communem
add. et del. (2) Si ... nullus. *add.* L 10 alia | ab iis minus data quavis quantitate
differentia *del.* | L 13 enuntiando: | (1) Libras duas *corr.* (a) elevatas (b) elevatas esse
ad altitudinem perpendicularem unius pedis (2) Libræ duæ ... *del.* | L 15 eleva-
tæ | eodem modo ad altitudinem *del.* | L 18 sunt | ut (1) elevationes *del.* | (2)
altitudines (3) elevationem *add. et del.* | eorum supra horizontem *del.* | L 21
HR add. L 22 Nam | (1) si pondus super horiz (2) elevatio unius pedis super (3) si
supra horizontem (4) si ex A *del.* | L 23 ${}_1A$ (1) ${}_2A$ *corr. per del.* altitudinem *corr.* (2)
 A in B non transcriptum altitudine L 23 atque ... quieverit *add.* L 24-25 Sed ...
 ${}_2AH$ *add.* L 319.25-320.1 porro ... pedem *add.* L

alterum pedem per ${}_2A_3A$ amisit tantundem adhuc semel, et descendendo denique per ${}_3AH$ tertium, tunc autem amisit omnem. Itaque ter habet potentiam elevationis ad unum pedem. Eandem B habet bis, sunt ergo eorum potentia ut 3 ad 2. (per propositionem 2. hic), seu ut elevationes. Idem est
 5 in numeris quibuscunque, imo et in proportionibus incommensurabilibus, quia assumi possunt commensurabiles tam parum ab ipsis quam volumus differentes. Ita ut error sit dato minor.

Familiarius enuntiando: potentia libræ elevata ad duos pedes supra horizontem dupla est libræ elevata ad unum
 10 pedem supra horizontem.

Propositio 15

Potentia ponderum elevatorum supra horizontem sunt in ratione composita ponderum et altitudinum perpendicularium.

15 Sint [Fig. 160, p. 311] pondera $A(2)$ et $B(5)$ elevata ad altitudines ${}_1A_2A(3)$ et ${}_1B_2B_3B(4)$, ajo esse potentiam (6) ipsius A ad potentiam (20) ipsius B esse in ratione composita ex ratione ponderum $A(2)$ et $B(5)$ et altitudinum ${}_1A_2A(3)$ et ${}_1B_3B(4)$. Et quidem si altitudines ${}_1A_2A$, et ${}_1B_3B$ essent æquales forent potentia ut pondera (per propositionem 1. hic), itaque in ratione
 20 composita ponderum et altitudinum, quia æqualitatis ratio in compositione nil mutat. Sin sint inæquales, sumatur majoris altitudinis ${}_1B_2B_3B(4)$ pars ${}_1B_2B(3)$ æqualis minori ${}_1A_2A(3)$ jam potentia (6) $A(2)$ elevati in altitudinem ${}_1A_2A(3)$ est ad potentiam (15) $B(5)$ elevati ad altitudinem ${}_1B_2B(3)$

1 amisit (1) eandem del. (2) tantundem add. L 2 denique add. L 2 per ${}_1A_3A$ corr. | L 3 elevationis | super del. | L 4 2. (1) seu | ad ele del. | (2) Seu del. ut acc. non del., del. ed. (3) (per ... ut add. L 6 possunt | ab iis del. | L 6 tam (1) parum del. (2) parum ab ipsis add. L 11-14 (1) Prop. (a) 3 (b) 15 || Potentia pondera (aa) | duo add. et del. | (bb) quæcunque perpendiculariter vel (aaa) eodem (bbb) æquali ad horizontem angulo, attollendi ad altitudines | perpendicularares add. | quascunque sunt in ratione composita ponderum et altitudinum perpendicularium del. (2) Prop. 15 ... perpendicularium add. L 15 | (1) Nam pondus A_2 (2) Sit pondus A del. | (3) Sint L 15 B | (5) add. | (1) | elevanda corr. | ad (a) altitudinem corr. (b) altitudines $A_2 A_3$ (aa) perpendiculara (bb) angulo eodem del. | (2) elevata L 16 esse (1) potentiam elevandi (a) ${}_1A$ (b) A | (6 del. | (2) potentiam | 6 add. | ... A del. L 16 (6) (1) elevandi del. (2) ipsius add. L 16 (20) (1) elevandi del. (2) ipsius add. L 17 esse add. L 18 (4). | (1) Sumatur lon (2) Si longitu del. | L 18 quidem | si longitudines ${}_1A_2$ del. | L 19 potentia | (6) et 20 ut alt del. | L 21 (4) add. L 22 (3) add. L 22 (3) add. L 22-23 potentia | (6) add. | (1) | elevandi del. | $A(2)$ | (a) ad (b) in altit del. | (2) $A(2)$ (a) | per add. et del. | (b) | elevati (aa) ad al (bb) in altitudinem add. | L 23 potentiam | (15) add. | (1) | elevandi del. | (2) $B(5)$ | (a) | per add. et del. | (b) | elevati ... ${}_1B_2B(3)$ add. | L

ut $A(2)$ ad $B(5)$ (per propositionem 1. hic). Et potentia (15) elevati $B(5)$ per ${}_1B_2B(3)$ est ad potentiam (20) $B(5)$ elevati per ${}_1B_2B_3B(4)$ ut ${}_1B_2B(3)$ vel ${}_1A_2A(3)$ ad ${}_1B_2B_3B(4)$. Ergo jungendo prima postremis potentia (6) est ad potentiam (20) in ratione composita $A(2)$ ad $B(5)$, et ${}_1A_2A(3)$ ad ${}_1B_2B_3B(4)$ seu in ratione composita ponderum et altitudinum. 5

Familiarius: Potentia elevandi duarum librarum elevatarum ad pedes tres est sextupla potentiae unius librae elevatae ad pedem unum.

Reperietur enim in priore sexies repeti posteriorem.

[260]

Propositio 16

10

Si pondera elevata sint reciproce ut altitudines, erunt potentiae aequales, et vicissim si potentiae sint aequales, pondera sunt reciproce ut altitudines.

Sit pondus 3 librarum elevatum ad pedes 4, et pondus 2 librarum elevatum ad pedes 6 ita ut sit pondus majus 3 ad minus 2, uti est altitudo 15 ponderis minoris 6 ad altitudinem ponderis majoris 4. Ajo potentias A elevatarum librarum 3 per pedes 4 et B elevatarum librarum 2 per pedes 6 esse aequales.

Est enim 3 ad 2 ut 6 ad 4 (ex hypotesi). Ergo (ex Elementis) factum ex 3 in 4 aequale est facto ex 2 in 6. Sed potentia A est ad potentiam B in ratione 20 composita 3 ad 2 et 4 ad 6 seu (ex elementis) ut factum ex 3 in 4 ad factum

1 potentia | (15) *add.* | elevandi *corr.* | L 2 per *add.* L 2 elevati *add.* L 3 potentia (1) elevandi $A(2)$ *del.* (2) (6) *add.* L 6 Familiarius: Potentiam *corr.* L 6-7 elevandi (1) duas *corr.* libras *del.* (2) librarum elevatarum *add.* L 7 pedes | sex *del.* | L 7 potentiae (1) elevandi unam libram *del.* (2) unius ... elevatae *add.* L 9 enim | prio *del.* | L 10 Prop. (1) 4 *del.* (2) 16 *add.* L 11 (1) Si potentia eodem angulo elevandi pondera *del.* (2) Si L 11 pondera | elevanda *corr.* | L 12 potentiae | elevandi *del.* | L 12 potentiae | elevandi *del.* | L 13 altitudines. | Intelligatur autem angulus (2) Angulo (a) elev (b) (quantum ex hactē (c) elevationis (quantum ex hactenus demonstratis sequitur) (aa) aequali (bb) aequali ad horizontem *del.* | (3) | Prop. 4. || Si potentiae (a) (eodem angulo) *corr.* (b) eodem angulo elevandi sint aequales, (aa) potenti (bb) pondera sunt reciproce *add. et del.* | L 14 (1) Ejusdem sci *del.* (2) Sit | po *del.* | L 14-15 librarum | elevandum *corr.* | ... | elevandum *corr.* | L 15 pedes 6 | quia pondus *del.* | L 15 pondus (1) minus *corr.* ad majus ut $\leftrightarrow$ *del.* (2) majus | 3 ad minus 2 *add.* | L 16 minoris | <ad majorem> *del.* | L 16-17 potentias (1) esse aequales. Nam quia potentia pro *del.* (2) | A elevandi *add. et corr.* | libras 3 *del.* | (3) A | elevatarum ... 3 *add.* | L 17 B (1) elevandi libras 2 *del.* (2) elevatarum ... 2 *add.* L 18 aequales. | Nam A est ad B in ratione composita (1) 2 ad 3 et 6 (2) 3 ad 2 et 4 ad 6 (per prop. 3 hic) id est (ex elementis) in ratione 3 in 4 ad 2 in 6. *del.* | L 19 Est | autem *corr.* | L 19 hypotesi). | Ergo 3 in 4 aequale *del.* | L 20 potentia | ex *del.* | L 21 ad 6 | seu in ra *del.* | L

ex 2 in 6; et facta hæc nunc æqualia esse ostendimus. Ergo potentiæ *A* et *B* sunt æquales.

Familiarius: Æqualis potentia est unius libræ elevatæ ad tres pedes, et trium librarum ad unum pedem elevatarum.

5 Utrobique enim ter reperietur unam libram elevatam esse ad unum pedem, quod potentiæ mensura est.

Propositio 17

[261]

Æqualis potentia est elevare unam libram ad duos pedes, vel duas libras ad unum pedem, id est generaliter
10 si altitudines elevationum sint reciproce proportionales ponderibus potentiæ elevandi sunt æquales.

Nam causæ plenæ sunt effectibus integris proportionales (per propositionem 11. hic). Cum ergo pondera ad altitudines ipsis reciproce proportionales elevata æqualem potentiam habeant (per propositionem 15); erunt et
15 potentiæ elevandi in causis elevare valentibus æquales.

Dubitari scilicet poterat, an non elevandi idem pondus ad eundem altitudinem diversa sit potentia pro diversis elevandi modis ita ut diversa ratione elevandi eadem potentia possit idem pondus elevare plus vel minus. Sed constituto semel axioma, quod causa plena effectui integro æquiva-
20 let, eadem semper potentia ad eundem effectum determinatum potentia præditum quomodocunque producendum requiretur.

Propositio 18

In libra rectilinea si distantia ponderum a centro librationis sint ponderibus reciproce proportionales, fiet æquilibrium.[†]

[†]*In margine* æquiponderantibus in vecte, quod est idem effectus et quocunque perpendicularium apparati intellige(re?) poterit

1 hæc | jam *del.* | L 1 æqualia | ost *del.* | L 3-4 Familiarius: (1) Ejusdem potentiæ est elevare unam libram ad tres *del.* (2) Æqualis ... tres *add.* L 3 est (1) unam libram esse elevatam *part. corr. et del.* (2) duas *add. et del.* (3) unius ... elevatæ L 4 pedes, (1) aut *del.* tres libras *corr.* ad (a) unum *corr.* (b) duos *add. et del.* (c) unum *add.* pedem (2) | et *add.* | trium librarum ... | elevatarum *add.* | L 5 unam (1) libram attolli *del.* (2) libram ... esse *add.* L 7 *Propositio* | 16 *del.* | L 9 pedem, (1) verbi gra *del.* (2) «gen» *add. et del.* L 11 elevandi *add.* L 12 causæ | int *del.* | L 14 elevata | esse *del.* | L 14 (per ... 15) *add.* L 16 non | elevatio *del.* | L 17-18 ita ... minus *add.* L 17-18 ut (1) diversis modis *del.* (2) diversa ratione *add.* L 18 idem pondus *add.* L 19 quod | po *del.* | L 19 causa | plena effectui *del.* | L 19-20 æquivalet, | ↔ po *del.* | L

In not. marg.: (1) «in æquilib» *del.* (2) æquiponderantibus L quod | eadem est actio *del.* | L æquiponderantibus *vide* Archimedes, *De æquip.*, I, supp. 6, prop. 6-7.

Sint [Fig. 161, p. 324] pondera A et B quæ libræ rectilineæ ACB extrema puncta ${}_1A$, ${}_1B$, tota sua vi trahere recta conentur versus horizontem HR . Sitque C_1A ad C_1B , ut pondus B ad pondus A verbigratia si A pondus sit duplum ponderis B sit distantia a C centro librationis BC dupla distantia AC . Dico pondera esse in æquilibrio.

5

Ponatur enim A vel B alterutrum ut B descendere ex ${}_1B$ in ${}_2B$ et ${}_1A$ in ${}_2A$. Suntque in ${}_2AC_2B$ normales ${}_1AD$ ${}_1BE$ ob triangula CD_1A et CE_1B similia erit CD ad C_1A seu ad C_2A ut CE ad C_1B seu ad C_2B , ergo et D_2A ad E_2B , ut C_1A ad C_1B , seu ut B ad A . Sive si [desinit abrupte]

[262]

Ergo altitudines elevationum vel depressionum, D_2A et E_2B sunt reciproce ut pondera; sive erit dupla altitudo major E_2B minoris D_2A ut pondus majus A duplum est minoris B . Quodsi contra posuissemus (inversa figura) descendere A et ascendere B adeoque ${}_2A$ esse summum ${}_2B$ imum, ex ascensio fieret descensio et viceversa. Jam primo modo attolleretur A duarum librarum ad altitudinem unius pedis D_2A , posteriori modo attolleretur B unius libræ ad E_2B altitudinem unius pedis.

10

15

Ponatur enim ${}_1A_1B$ transferri in «statum» perpendicularem ${}_2A_2B$ vel $({}_2A)({}_2B)$ sive ascendat A descendatque B , sive contra. Ajo et D_2A elevationem ipsius A ponderis dupli fore dimidiam ipsius $E({}_2B)$ elevationis ponderis simpli B . Seu si D_2A sit unius pedis fore E_2B duorum pedum.

20

Ponatur enim elevari alterutrum ut A , ex ${}_1A$ in ${}_2A$ translato ${}_1B$ in ${}_2B$, et libra ${}_1AC_1B$ translata in ${}_2AC_2B$ situm verticalem. Ducantur perpendiculares in verticalem ${}_1AD$, et ${}_1BE$, ob triangula CD_1A et CE_1B similia erit CD ad C_1A seu ad C_2A ut CB ad C_1B seu ad C_2B , ergo et D_2A ad E_2B ut C_2A ad C_2B seu D_2A ad E_2B ut B ad A . Seu reciproce ut pondera. Itaque cum eadem potentia sit A duarum librarum si placet esse elevatum super horizontem ${}_1AD$

25

1 B (1) in punctis libræ ${}_1A$ et ${}_2B$ del. (2) quæ add. L **1** libræ (1) ABC del. (2) ACB | per tota sua vi perpendiculariter trahant ad horizontem p del. | (3) rectilineæ add. ... extrema add. L **2** vi | (1) brevio (2) perpendiculariter (3) per recta del. | L **2** recta add. L **2** HR . | (1) Si utique pond (2) Et «disten» del. | L **3** C_1B , ut (1) ut ita ad del. (2) ut add. L **3-5** verbigratia ... AC add. L **4** librationis | AC del. | L **5** AC | $\frac{+CE+CB}{-CD+CA}$ del. | L **5** Dico (1) « $\longleftrightarrow$ » (2) pondera add. L **6-9** Ponatur ... si del. L **6** B | esse del. | L **7** Suntque | normales del. | L **7** triangula | ${}_1AD$ et C_1B del. | L **8** et | CE del. | L **10-20** Ergo ... pedum. del. L **10** (1) Ergo alti del. (2) Ergo L **11** sive (1) | si del. | dupla | est elevatio A del. | (2) erit add. dupla L **11** D_2A (1) «erit» del. (2) ut add. L **12** B . (1) Sed ejusdem potentia est attollere A unius libræ del. (2) Et si ponamus add. et acc. non del., del. ed. (3) Quodsi L **13** imum, | (1) «pondu» (2) po (3) cum paulo ante pondus (a) minus esset elevatum ad (b) unius libræ A sit elevatum ad duos (aa) libras (bb) pedes ascensiones perm del. | (4) contrarium ambigisset add. et del. | L **15** modo (1) deprimeretur del. (2) attolleretur add. L **18** D_2A add. L **18** ipsius | A (1) modo priore fore (2) «minore» del. | L **19** ponderis | simpli fore del. | L **21** elevari | ut del. | L **22** in | ${}_3A_2$ del. | L **22** perpendiculares | ${}_1AD$ et (1) ${}_2$ (2) ${}_1B$ del. | L **23** et | CB del. | L **24** ut | C_2A ad del. | L **24** ad | C del. | L **26** duarum ... placet add. L **26** horizontem | suum del. | L

ad altitudinem D_2A unius verbigratia pedis; et B unius libræ esse elevatum supra horizontem $2BR$ duorum pedum non est ratio cur unum potius quam aliud obtineat. Nulla est igitur ratio cur A ascendat B descendat. Idemque est argumentum, si contra ascenderet B et descenderet A .

- 5 Poterit etiam ostendi dari motum perpetuum Mechanicum alterutro ascensu admissio; et multa pseudomechanemata huic errori innituntur. Placet tamen eam methodum varietatis causa sequenti propositioni applicare.

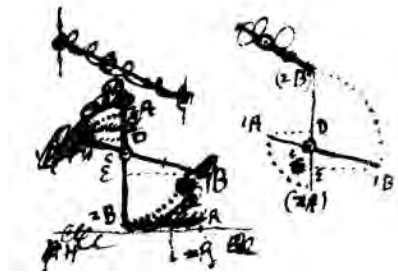


Figura 161



Figura 162

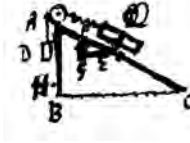


Figura 163

Propositio 19

[263]

- Si duorum vasorum inter se inferius communicantium
10 liquores graves similes habeant suas supremas superficies
in eodem horizonte, erunt in æquilibrio.

- Sint tubi AB et CD [Fig. 162] inter se communicantes in E pleni aqua,
sintque superficies aquæ AF , CG in eodem horizonte, ajo aquam in æquili-
brio esse. Ponatur enim alterutra prævalere et aqua CD expelli ab aqua AB ,
15 quicquid expelletur utique elevabitur super horizontem CG , seu $AFGC$,

2 $2BR$ | unius del. | L 2 ratio add. L 3 aliud | obti del. | L 4 et add. L 5 (1) Item del. (2) Poterit L 6 admissio (1) | . corr. | (a) Per $\langle m \rightarrow$ (b) Nam si (aa) grave ascendit ponatur et (bb) grave maius (aaa) descendit (bbb) vincitur et ascendit | tantillum add. | , ponatur eius portio (aaaa) decurrens (bbbb) per cavum libræ tubum (aaaaa) ad min (bbbbbb) decurrere ad locum. Sed eam methodum varietatis causa sequenti propositioni applicabimus. Porro plerique motus perpetui mechanici succedunt ob hui del. (2); L 7 tamen (1) hanc del. (2) eam add. L 9 | (1) Si (2) Si duo crura siphonis sursum rect (3) Æqual (4) Liqueores corr. in siphone (5) Liquor ... siphone (6) Si liquor in utroque siphonis sursum curvati crure eandem altitudi (7) Liquor (8) Si duo vasa eodem liquore del. | (9) Si L 9 inferius add. L 10 liquores (1) similes gravitate del. (2) graves add. L 10 habeant (1) $\longleftrightarrow$ del. (2) suas supremas add. L 12 aqua, | sintque superficies del. | L 13 superficies (1) liquorum del. (2) aquæ add. L 13 ajo | esse in æqu del. | L 14 CD | tantillam del. | L 15 $AFGC$, | adeoque (1) poterit fluere in AF (2) pendentiam nactum (3) pende (4) declivitatum corr. (5) declivitatem nactum defluere poterit in AF , et in itinere aliquam machinam del. | L

ad altitudinem aliquam ut H , si tubus DC paulo minus quam ad H productus intelligatur. Ergo ex H expulsa aqua fluet in vas AB , et ita motus perpetuo durabit, isque mechanicus seu cum excessu, poterit enim aqua delapsa suo ex H aliquam machinam circumagere et aliquid operari salvo defluxu, et proinde salva perpetuitate. Quod est absurdum (per Axioma superius). Itaque Aqua in æquilibrio est seu quiescit si aliunde in motum non concitetur.

Propositio 20

Si pondus in plano inclinato sit ad pondus liberum ut hypotenusa ad cathetum trianguli rectanguli horizonte plano inclinato et perpendiculari contenti, pondus inclinaturnum et liberum sunt in æquilibrio.

Sit [Fig. 163] pondus liberum D , in plano inclinato positum E . ipsum planum inclinaturnum AC , triangulum ABC , ubi hypotenusa AC , cathetus AB , horizon seu basis BC . Sitque D ad E , ut AB ad AC , ajo esse in æquilibrio. Ponatur alterutrum descendere ex D in H ascendereque E in F , erunt DH et EF æquales, compleatur triangulum FGE simile et similiter positum ipsi ABC , erit FG elevatio ipsius E , quæ est ad FE id est ad DH ut AB ad AC , seu ut D ad E , ergo elevationes vel depressiones (perpendiculares scilicet) sunt reciproce ut pondera. Itaque nihil agitur (ut in demonstratione propositionis 18) seu æquilibrio est inter pondera.



Figura 164.1 (*del.*)



Figura 164



Figura 165.1 (*del.*)



Figura 165

1 DC (1) ad H *del.* (2) paulo ... H *add.* L 2-3 motus | perpetuus *corr.* | L 3 seu ... excessu *add.* L 4 machinam | agere, et aliquid *del.* | L 4 salvo | fluxu *del.* | L 9 | (1) Pon (2) Momentum ponderis in plano inclinato est ad *del.* | (3) Si L 10 ad | perp *del.* | L 10 horizonte | per *del.* | L 13 (1) Sunt *del.* (2) Sit L 15 horizon | BC *del.* | L 18 elevatio | ipsius perpendicular *del.* | L 19 elevationes | sunt reciproce ut pondera *del.* | L 19 vel depressiones *add.* L 21 18) | seu omnia sunt in *del.* | L

Varias hujus propositionis a Jordano olim inventæ demonstrationes habemus. Unam nunc annotare placet, quia præsentī methodo consentit, et ostendit negato æquilibrium dari motum perpetuum Mechanicum, seu (ut ego loquor) effectum potiorē causa. Sit enim [Fig. 164.1, 164] chorda vel
 5 catena LMN circa triangulum LMP . Patet si in alterutram partem fiat motus, semper duraturum, omnibus ad priorem statum semper redeuntibus. Itaque omnia sunt in æquilibrium, jam parte catenæ MNP quæ libere dependet et in æquilibrium est, per cogitationem sublata residuum MLP adhuc in æquilibrium erit, id est pondus LM cum pondere LP , quæ pondera sunt inter
 10 se, ut ipsæ rectæ.

Propositio 21

Si solidum grave natet in liquido gravi pars liquidi volumine æqualis parti immersæ solidi æqualis est pondere totī solido.

- 15 Sit [Fig. 165.1, 165, p. 325] solidum $AENCBRM$ ut lignum cujus pars $ELBM$ immersa sit liquido $CEMD$, ut aquæ, et in eo natet, ajo aquam quam capit locus ipsius $ENLBRM$ tantum ponderare quantum solidum AB . Sit $GNRH$ superficies aquæ ante immersionem erit aqua $ECGNRHDM$ volumine æqualis ipsi $NLBR$. Et sit ea vasis forma, ut fiat annulus $CEMD$ æqualis circulo N et annulus $GNRH$
 20 æqualis circulo LB , et CG vel NE æqualis NL . Patet NE esse elevationem aquæ $NLBR$ translata in $ECGNRHDM$ vel CH , et NL esse depressionem solidi in

1 (1) Eandem propositionem jam Stevinus demonstravit ostendendo alioqui dari motum *del.* (2) Varias L 1-2 demonstrationes (1) dedere Geometræ *del.* habemus *add.* L 2 Unam | (1) «æ» (2) Stevini *del.* | L 2 quia (1) et nostræ Method *del.* (2) reducit *del.* (3) præsentī ... et *add.* L 2 præsentī *add.* L 3 ostendit | «reduci» *del.* | L 3-4 (ut ... loquor) *add.* L 5 triangulum | rectangulum *del.* | L 7 jam (1) | sublata *del.* | ... catenæ (a) | libera *corr.* | (b) quæ *del.* et rursus *add.* (c) MNP *add.* quæ libere L 7-8 dependet | MNP per cogitationem sublata restat MLP etiam *del.* | L 9 erit, | jam in *del.* | L 11 Prop. (1) «2» *del.* 21 *add.* L 12 Si | corpus *del.* | L 12 grave *add.* L 12 in (1) liquido *del.* (2) liquido gravi *add.* L 12 liquidi | expulsa a parte *del.* | solidi *add.* et *del.* | immersa (1) æqualis est pondere totī (2) æqualis est ponderis cum solido *del.* | L 326.15-327.3 Sit ... CG *del.* L 15 solidum (1) AB *del.* ut lignum *add.* et *del.* (2) $AENCBRM$ ut lignum *add.* L 15 pars | ELB *del.* | L 16 $CEMD$, | et in eo natet, ajo partem liqui *del.* | L 16 ajo | partem *del.* | L 16-17 quam (1) capit locus ipsius EB *del.* (2) capit ... $ENLBRM$ *add.* L 18 aqua *add.* L 19 fiat | CE *del.* | L 20 vel NE *add.* L 21 vel CH , *add.* L 21 depressionem | ponderis *del.* | L

1 Jordano *vide*: Jordanus de Nemore, *Liber Iordani Nemorarii viri clarissimi De ponderibus propositiones XIII et earundem demonstrationes*, ed. P. Apian, Norimbergæ: Per Io. Petreium 1533, supp. V, c. A3v; prop. VIII, c. C4r-D1r. 2 Unam *vide*: S. Stevin, *De beghinselen der weegh const.*, Leyden: C. Plantijn 1586, p. 40-42; *Les œuvres mathématiques*, Leyde: B. & A. Elsevier 1634, p. 448.

[265] aquam *GH* se immergentis. quæ duo debent esse æquivalentia et proinde (per propositionem 17) debet esse aqua *CH* vel *NB* ad solidum *AB*, ut *NL* depressio solidi ad *NE* vel *CG*.

Sit solidum *AB* (ut lignum) cujus pars *EB* immersa fluido (ut aquæ); et sit vasis magnitudo talis, ut circulus *EM* sit æqualis respondenti annulo 5 velut *CEMD*. Erit aqua *CELBMD* volumine æqualis parti immersæ *EB*. Hæc autem aqua suspensa sustinetur a solido *AB*, ne descendere possit in locum *EB*, ergo est solidi ponderi æqualis. Tantundem autem immergitur solidum aquæ quæcunque sit figura vasis et omnino semper manifestum est partem aquæ expulsam sustineri, generaliter igitur verum est tantum 10 immergi solidum ut pars aquæ cujus locum occupat pars solidi immersa, sit solido toti pondere æqualis.

Propositio 22

Duo Elastica homogenea licet magnitudine inæqualia ad eundem gradum tensa eandem vim coercentem susti- 15 nent.

Sit [Fig. 166.1-2, 166, p. 330] ær tubi *AB* per argentum vivum incumbens *CD*, quod ex altitudine *AC* descenderat, compressus in spatium *DB*, ita ut jam æquilibrium sit inter pondus coercens *CD*, et elastum aeris *DB* a quo pondus sustinetur. Sit vas quantuncunque *E* tubo communicans in *B*, sed 20 ita ut communicatio sit intercepta per Epistomium clausum. Ajo si poneretur *E* plenum aëre ad eundem gradum compresso, quem recepit com-

1 immergentis. | (1) Itaque pondus (per prop. 11) (a) debet (b) «esse» debet (2) Cum «ergo» solidum (a) immersum (b) summersum (aa) sus (bb) -*AB* sustineat aquam *CH* quæ del. | L 1 quæ add. L 2 *CH* | ad solidum del. | L 2 ad | solidum del. | L 2 ut | *AB* del. | L 2 *NL* | «elementum» del. | L 5 vasis ... ut add. L 5 sit add. L 6 velut add. L 6 Erit (1) spatium del. (2) aqua add. L 6 *CELBMD* | æquale spat del. | L 6 *EB*. | Hæc autem del. | L 7 ne | ipsa del. | L 8 *EB*, | (1) sicut (2) ergo aqua *CELBMD* (volumine æ del. | L 8 æqualis | Idem autem est, «esse» del. | L 8 immergitur | sive «q» del. | L 9-10 et ... sustineri add. L 9 et (1) prorsum del. (2) omnino add. L 10 est | aquam solido æqualem pondere, esse volumine æqualem parti immersæ. del. | L 11 immergi | «de solido» corr. | L 11 aquæ | quam del. | L 12 solido (1) pondere æqualis del. (2) toti add. L 13 (1) Prop. 22 || Potentia ad circumaliquem circumagendum applicata del. (2) Prop. 22 L 14-15 homogenea (1) ad del. (2) sive magna sive parva add. et del. (3) licet ... ad add. L 15-16 sustinent |, sine del. | L 17 (1) Sit aer inclusus Tubo *ABC* compressus pondere *CD* quod embolo *E* impositum, coegit emoblum intra tubum. Et compressio eousque processit del. (2) Sit L 17 per (1) hydrargyrum del. (2) argentum vivum add. L 17-18 incumbens | *CD* bis del. et rursus add. | (1) quod ex altitudine *CD* add. et del. (2) quod ... descenderat, add. L 19 *DB* | Sit ipse del. | L 20 Sit | (1) alius tubus vel vas (2) vas *E* cum tu del. | L 20 *E* | priori del. | L 21 clausum | in *B* del. | L 22 quem | habet del. | L

- pressus aër *DB*, et postea communicatio detur aperto Epistomio *B*, novam virium aeris *E* accessionem nihil posse in pondus *CD* neque illud attollere, sed omnia manere ut ante. Ponamus enim initio Epistomium fuisse apertum et Hydrargyrum ex altitudine maiore *FC* descendisse, atque ita eodem modo compressisse aërem *DBE*, ut nunc, claudatur deinde Epistomium[,] manifestum est ideo non magis posse comprimi aërem *DB* a pondere *CD* quam ante. Cum substans aër *BE* ponderis *CD* actionem in aerem *DB* non impediat. Ergo potuisset aer *DB* comprimi amplius manente communicatione, ergo totus aer *DBE* magis comprimi potuisset contra hypothesin.
- 10 Nihil ergo refert clausum an apertum sit Epistomium, majorque adeo an minor aër eodem modo tensus a pondere coërceatur.

Hinc discimus ut liquores graves in æquilibrio sunt secundum gravitates specificas seu densitates et altitudines, nulla ratione habita amplitudinum (propositione 19.) Ita liquores Elasticos in æquilibrio esse secundum elastri vel densationis gradum nulla ratione habita voluminis seu magnitudinis. Et si ponamus aërem nostrum quem respiramus esse compressum pondere superioris uti revera est, manifestum est in exigua ejus particula esse vim resistendi Elastri totius reliqui aëris ipsum comprimere tentantis; quemadmodum et ponderi. Unde mirum non est in vase clauso Elastrum aëris inclusi licet parvi vim totius incumbentis atmosphæræ nunc exclusæ supplere.

Ex his intelligimus etiam in unoquoque corpore vim quandam esse resistendi potentiæ totius universi ipsum immutare tentantis, quamdiu scilicet ratio non est, cur unum præ alio cedat[,] quam vim etiam alternativam aliquando vocare soleo[,] estque ut ita dicam tota in toto et tota in qualibet parte, ut philosophi loqui solent de anima quæ res non alia

2 pondus | *B* neque *del.* | *L* 3 ante. | Ponamus enim initio *del.* | *L* 5 deinde | aerem *add. et del.* | *L* 6 non | maj *del.* | *L* 6 posse *add.* *L* 7 ante. | (1) Quia si (a) nunc *add.* magis comprimi (aa) poterit *corr.* (bb) potest aer *CDB*, non impedit q (b) aer a pondere incumbente (2) Nam substans aer *del.* | *L* 8 aer | *C del.* | *L* 8 comprimi | man *del.* | *L* 9 hypothesin. | Eadem est ergo resi *del.* | *L* 12 graves (1) agunt *del.* (2) in ... sunt *add.* *L* 12-13 gravitates ... et *add.* *L* 13 seu densitates *add.* *L* 13-14 amplitudinum | (videatur *del.* | *L* 14 Elasticos | agere *del.* | *L* 14 esse *add.* *L* 15 elastri | q *del.* | *L* 15 vel | (1) densitatis gradum (2) tensionis *del.* | (3) densationis *add.* *aut add. et del.* *L* 15-16 habita | (1) amplitu (2) extensionis cuiuscunque *del.* | (3) mag *add. et del.* (4) voluminis ... magnitudinis *add.* (a) Et ideo aer minimus *del.* (b) Et *add.* *L* 16 quem respiramus *add.* *L* 17 pondere superioris *add.* *L* 17 est | vi esse *del.* | *L* 17-18 exigua (1) particula aeris *del.* (2) ejus ... esse *add.* *L* 18 resistendi | (1) toti aëri (2) totius universi ipsum comprimere tentandi (3) latissime diffusi ipsum co *del.* | *L* 18 reliqui *add.* *L* 20 inclusi ... parvi *add.* *L* 20 totius *add.* *L* 22 in | comp *del.* | *L* 23 ipsum | dissipare *del.* | *L* 328.24-329.1 quam ... potest *add.* *L* 24 etiam *add.* *L* 26 anima | (1) Nam (a) si minimo (b) si vero min (2) quo minus *del.* | *L*

aptius similitudine illustrari potest. Interim considerandum probe est multum interesse inter vim coercendi aerem *DB* vel *DBE* intra spatium in quo est compressus et inter vim redigendi ipsum intra hoc spatium. Illa est æqualis pro magno aut parvo aëre æquitenso, hæc non item. Nam ut aer ex statu ordinario *AB* redigeretur intra *DB*, opus fuit descensu hydrargyri ex altitudine *AC*, sed ut aer *FBE* redigeretur intra spatium *DBE* eodem quo ante gradu compressionis, oportuit hydrargyrum descendere ex majori altitudine *FD*. Cæterum si primo fuisset altitudo hydrargyri *CD*, seu (adhibito embolo pro hydrargyro) minus pondus embolo impositum non potuisset hic aër coerceri intra hoc spatium, neque adeo hæc obtineri compressio, licet descendisset pondus ex altitudine quantacunque. Sane ex vi impressi impetus pervenisset aër ad compressionem adhuc minorem, sed restituens sese in minore tandem compressione quievisset.

[267]

Propositio 23

Posito calorem habere eandem vim dilatandi corporis quam habet Elastrum condensationis, pondera materias æqualium condensationum coërcentia erunt ut calores.

Nam si duæ sunt portiones aëris exempli gratia, æque æqualiter densæ, una calidior altera, perinde esset (ex hypotesi) ac si una prius æque densa, mox fieret altera densior in ea ratione in qua est revera calidior. In ratione autem esset densior, in ea ratione augeri debet pondus coërcens (per præcedentem) pondera ergo coërcentia sunt ut calores.

Propositio 24

Eodem posito pondera coërcentia sunt in ratione composita densitatum et calorum.

25

Demonstratur ex propositionibus 23. et 24. eodem prorsus modo ut propositio 15. demonstrata est ex propositionibus 13. et 14.

1 potest. (1) Sed considerandum est *del.* (2) Sed *del.* (3) Interim *add.* 2 aerem | uti *del.* | L 2 intra (1) vas *del.* (2) spatium *add.* L 3 spatium. | Nam ut (1) eoru (2) pondus Hydrargyri aerem *AB* redigeret inter spatium *del.* | L 4 ut | pr *del.* | L 6 *DBE* | æqu *del.* | L 7 gradu | tensionis *del.* | L 7 compressionis, | oportet *corr.* | L 8 *FD.* | posterius *corr.* | L 8 si | primus *corr.* | L 9-10 potuisset | (1) ad «eam» (2) ea compressio constanter *del.* | (3) hic *add.* L 10 intra | hanc compression *del.* | L 10-11 compressio, | (1) seu (2) etsi aer *del.* | (3) licet *add.* L 13 sese | pondum (1) in minore (2) compressionem *del.* | L 13 in | mino *del.* | L 13 tandem *add.* L 15 corporis *add.* L 16 quam | (1) densi (2) condensatio Elastrum (3) condensat (4) condensationem Elastri *del.* | (5) habet *add.* L 17 æqualium | claus *del.* | L 18 (1) Sint *del.* (2) Nam L 19-20 una (1) esset *del.* (2) fieret *add.* et *acc. non del., del. ed.* (3) prius ... fieret *add.* L 20 mox | facta ad *del.* | L

Frigidum concipio tanquam in quo vis dilatandi aerem est minor or-
 dinaria. Nam quod aqua gelascente dilatationem fieri et vasa etiam rumpi
 videmus, aliam causam habet, et fieri videtur ideo quod magna copia aë-
 ris in exiguas admodum partes motu intestino liquidorum divisi, et valde
 5 compressi jam tum, (magis multo quam frigus ipsum in ordinario aere effi-
 cere posset) in aqua latet, qui dilatare se a motu aquæ intestino dum fluida
 est prohibetur fere ut motus aëris guttas aquæ minores decidere prohibet,
 quod in exiguis superficies (atque adeo et resistentia quam inveniunt) pro
 pondere aut vi contenta, nimis magna est, remittente autem motu in conge-
 10 latione se aperiens, partesque majores minorum conjunctione componens
 aër ille compressus magnam vim exercet[,] illam scilicet quæ ipsi primo a
 motu fluidi intestino aliisve causis erat data comprimendo; similisque vis
 videtur et in nitro esse.

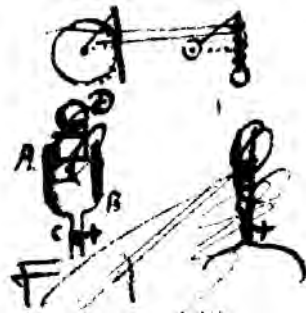
Figura 166.1 (*del.*)Figura 166.2 (*del.*)

Figura 166

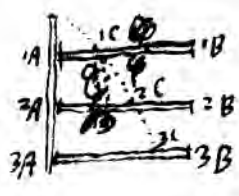


Figura 167

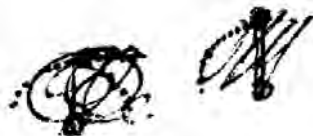
Figura 168.1 (*del.*)

Figura 168

1 aerem *add.* L 4 motu ... liquidorum *add.* L 5 multo *add.* L 5 ipsum | poss
del. | L 5 in ... aere *add.* L 5-6 efficere | potest *corr.* | L 6 in *del.* et rursus *add.*
 L 7-9 prohibetur (1) fere ut motus aeris *add. et del.* (2) fere ... est *add.* L 8 su-
 perfcies | compressi *del.* | L 10 aperiens, | magnam vim *del.* | L 10 partesque ...
 componens *add.* L 11 ille | magnas *del.* | L 11-13 illam ... esse *add.* L

Propositio 25

In eadem Hypothesi calores sunt in ratione composita spatiorum, et ponderum æqualem materiæ quantitatem intra illa spatia coërcentium.

Nam calores sunt in directa ponderum ratione et reciproca densitatum compositis per propositionem 24. At spatia in casu molium æqualium seu æqualium quantitatum materiæ, sunt reciproce ut densitates. Ergo reciproca densitatum est directa spatiorum. Et proinde calores sunt in ratione composita ponderum coercentium et spatiorum.

[268] Ex hac propositione deducitur vera ratio thermometrum seu indicem caloris et frigoris construendi, et in partes ita dividendi, ut æquales caloris et frigoris gradus divisione designentur.

Propositio 26

Quicquid movetur in linea curva progredi conatur in tangente curvæ.

Ponatur [Fig. 167] regula rectilinea mobilis AB procedere per rectam immotum AA angulo eodem servato, si placet recto et interea in regula moveatur punctum C ; poterit ea esse proportio velocitatum, ut punctum C describat curvam quamcumque CC . Patet autem punctum C pergere ex ${}_1C$ velocitate et directione composita ex ipsis ${}_1CD$ et ${}_2C$, adeoque directione ${}_1C{}_2C$, quæ minus errore quovis assignabili differt a curvæ tangente, si intervallum ${}_1A{}_2A$ assumatur quantum satis est parvum. Itaque directio est in curvæ tangente. Id est in ea moveri conatur; et revera movebitur, si a regula aut alio coërcente liberetur.

2 composita | ponderum *del.* | L 5 directa | «corporum» *corr.* | L 7 quantita-
tum | pond *del.* | L 10 propositione | (1) «confirm» (2) potest *del.* | L 10 ratio | cons-
truen *del.* | L 13 (1) Defin. 4 et prop. 26 || Duplex (a) vis (b) vis est (aa) mortua
(bb) mortua et viva, quæ (cc) MORTUA et VIVA, et viva est (aaa) mortuam (bbb) ad
mortuam, ut infinitum ad finitum *del.* (2) Prop. 26. L 14 linea | recta *del.* | L 14
curva | id si (1) cesset (2) sibi relinquatur *del.* | L 14 progredi | conabitur *corr.* |
L 15 curvæ *add.* L 16 regula (1) ferri *del.* (2) rectilinea *add.* L 18 C *add.* L
19 CC. | Jam *del.* | L 19 autem | punctum transiens velocitate ${}_1CD$ (2) C tra (3) C
transiens ex ${}_1C$ in ${}_2C$ per (a) indefinite (b) rectam per intervallum indefinite *add.* parvum
 ${}_1C{}_2C$ *del.* | (4) | punctum C *add.* | (a) moveri *del.* | (b) pergere ... ${}_1C$ *add.* | L 20-22
directione (1) quæ est curvæ tangens. Jam ea quam habet directione perget punctum, si
(a) cessante motu (b) liberatum a regula motum per se continuare possit *del.* (2) ${}_1C{}_2C$,
... assumatur *add.* L 22 parvum | Itaque *del.* | L 23 tangente. | Jam punctum C a
(1) «—» (2) regula vel impedimento coercente liberatum movebitur (a) per tange (b) ea
quam habet dire *del.* | L 23 moveri | ponatur *corr.* | L 24 liberetur | (1) Etsi autem
figura motum de (a) linea in plan (b) li (2) Idque etiam in lineis locum habet quæ non
in plano sed utcunque descri *del.* | L

Propositio 27. Definitio 4

Quicquid movetur in linea circulari, recedere conatur a centro circuli, quæ vis CONATUS CENTRIFUGUS appellatur.

Sit [Fig. 168.1-2, 168, p. 330] mobile A motum in arcu circuli ${}_1A{}_2A$ descripto
 5 circa centrum C . Cum conetur ex ${}_2A$ pergere in tangente ${}_2AT$ (per præcedentem) tangens autem ${}_2AT$ recedat a centro C , utique et mobile A a centro [269]
 C recedere conabitur. Idem est, si motus sit compositus ex circulari et alio.

Propositio 28. Definitio 5

Continuato per aliquod tempus conatu centrifugo corporis, oritur in eo celeritas recedendi a centro, et conatus centrifugus est ad celeritatem continuato recedendi conatu conceptam, ut finitum ad infinitum. VIM autem quæ est hoc modo ad celeritatem, seu quæ est infinities minor celeritate eam voco MORTUAM, et vim celeritatem
 15 habentis aut cum hac comparabilem appello VIVAM.

Rotari incipiat [Fig. 169.1, 169, p. 335] Horizontali in plano axis tubi vacui CB in quo globulus vel aliud mobile ${}_1M$ quod recedet a centro (per præcedentem) et delatum aliquousque ut in ${}_2M$ acquirat aliquem celeritatis gradum, manifestum est continuum esse incrementum, seu impressionem
 20 novam conatus centrifugi, itaque infinitis impressionibus novis inter ${}_1M$ et ${}_2M$ nascitur celeritas acquisita in ${}_2M$, ac proinde ratio vis cuiuslibet impressionis novæ seu conatus centrifugi ipsius ad celeritatem acquisitam ut in ${}_2M$ est infinite parvi ad finitum, seu finiti ad infinitum.

Nimirum impetus omnis continuis conatibus acquisitus infinitus plus est
 25 conatum singulorum; ut etiam ex descensu gravium constat. Atque hoc erat, quod pro miraculo fuit Galilæo vim percussionis infiniti rationem habere ad vim gravitatis. Malui tamen uti conatu centrifugo ad demonstrem-

3 circuli, | (1) et (2) quæ VIS CENTRIFUGA add. et del. | (3) | quæ ... (a) vis del. CENTRIFUGA corr. (b) CONATUS add. ... appellatur add. | L 5-6 in (1) ${}_2AT$ del. (2) tangente ... præcedentem) add. L 6 C , | utique et mobile A del. | L 9 tempus | vi centri del. | L 9-10 centrifugo (1) oritur del. (2) corporis, ... eo add. L 10 celeritas | (1) corporis quædam certa (2) qua corpus a centro recedit del. | L 13 est ... quæ add. L 14 et add. L 14 vim | «contra» del. | L 15 habentis | VIVAM del. | L 16 Rotans corr. L 16 incipiat add. L 16 Horizontali | Tubus CB del. | L 16 axis | CB del. | L 17 ${}_1M$ | mani del. | L 20 centrifugi, | quæ cum contingat quovis del. | L 20 itaque | si (1) ratio (2) infinitæ del. | L 23 infinite | parva corr. | L 26 quod | (1) percusserat (2) jam notaverit del. | Galilæus corr. | (3) Galilæo del. (4) pro ... Galilæo add. L 27 tamen | ter del. | L

26 Galilæo vide: G. Galilei, *Giornata sesta del Galileo della forza della percossa*, in *Opere*, Firenze: Tartini e Franchi 1718, t. 2, p. 698; EN VIII, 328, l. 33-34.

[270] dam hanc infiniti rationem. Est enim considerationis apertæ et intellectæ, cum gravitatis natura non sit certa demonstratione cognita. Unde etiam viri docti dubitarunt an per omnes intermedios gradus transeat in gravitate, de quo non possunt dubitare in motu centrifugo, si modus tubus rigidus et motus continuus esse ponatur. Vis etiam in Elastro sustinendi aliquod 5 pondus est mortua, et similiter vis in pondere coërcendi Elastrum, (de qua diximus propositione 22). Sed vis ponderis quam habet ad Elastrum comprimendum verbi gratia ad aërem ex statu ordinario redigendum intra aliquod spatium arctius, viva est. Opus enim est descensu ex aliqua altitudine, seu impetu concepto, nec solum pondus Mortuum sufficit. 10

Propositio 29

Gravitas et conatus centrifugus sunt comparabiles inter se, et datur conatus centrifugus gravitati æqualis imo et superior, qui non sustinere tantum, sed et attollere gravia potest ad altitudinem quantamcunque. 15

Nempe circa axem *AB* [Fig. 170, p. 335] rotetur tubus inclinatus *CD* supra infraque apertus, et infra in aquam immersus; ponatur autem inferior aliqua pars tubi *CE* horizontalis utique in ea vim concipere potest aqua tantam, si satis magna sit longitudo *CE*, et velocitas rotationis, ut exiliat per *D* modo *ED* pars inclinata non nimis alta sit. Vicissim potest tanta esse alti- 20 tudo ipsius *ED*, ut aqua assurgens vi impetus concepti perveniat usque in *F*, non tamen usque in *D* sed tantum ad *F*. Itaque suspensa manebit aqua *FEC* vi conatus centrifugi; et ita erit conatus centrifugus a tali circulationis celeritate ortus, gravitati in tali inclinatione tubi æqualis. Ex his etiam ma-

3 docti | «cuncti» del. | L 5 etiam | Elastri a del. | L 7 ponderis (1) coërcendi del. (2) quam ... ad add. L 7-8 Elastrum (1) redig del. (2) comprimendi corr. L 8 ad add. L 8 ordinario | redigendi corr. | in statu del. | L 9-10 Opus ... sufficit. add. L 10 seu impetu add. L 12 et | vis del. | L 13-15 gravitati (1) et s add. et del. (2) qui aquam add. et del. (3) qui ... quantamcunque add. L 17 immersus; | (1) vi (2) cum ergo (a) vi rotandi (b) rotatione continuata aqua impetum concipiat, ascendet aliquousque et si tubus satis (aa) alitus sit (bb) brevis sit aut motus satis validus per totum tubum attolleretur, quia tamen limes est quidam (aaa) dat (bbb) altitudinis pro certa celeritate rotationis in ea altitudine suspensa aqua intra tubum vi (aaaa) ↔ (bbbb) conatus centrifugi sustinebitur (2) Contra (3) ponatur autem infra (4) ajo del. | L 18 aliqua add. L 18 *CE* | recta, del. | L 19-20 *D* (1) sec posito del. (2) modo add. L 20 *ED* | partem inclinatam corr. | L 20 nimis | (1) longam corr. | (2) longa (a) esse (b) sit sive del. | L 20-21 esse | (1) vis (2) longitudo del. | (3) altitudo add. L 22 *D* (1) et quia gr del. (2) | sed ... *F* add. | Itaque L 23 vi | (1) gravit (2) cent del. | L 23-24 centrifugus (1) talis celeritatis del. (2) a ... ortus add. L 23-24 circulationis (1) «circuitatione» corr. (2) celeritate | qualis est in (a) *F* (b) *F* del. | L 24 in (1) tali obliquitate æqua del. (2) tali add. inclinatione | æqualis quæ ipsiu del. | L 24 tubi | vi circa *F* æqualis existenti del. | L

nifestum est (etiamsi pars tubi inferior recta abesset) si conatus centrifugus gravitatem semel vincat, semper vincere eadem manente tubi inclinatione, et proinde continuata æqualiter circulatione aquam in eodem tubo elevatam iri ad altitudinem quantamcunque cum quævis pars aquæ majorem
 5 habeant ascendendi quam descendendi conatum. Unde non refert quanta ejus sit altitudo in tubo.

Propositio 30

[271]

Gravitatis vis mortua est sive est ad potentiam celeritatis ut finitum ad infinitum.

10 Sequitur ex præcedenti propositione 29 quia comparabilis est conatu centrifugo cujus vim mortuam esse ostendimus propositione 28 nisi continuata scilicet sollicitatione excitetur. Idem et sic ostenditur, quod pondus quantulumcunque *A* [Fig. 171] cadens ex altitudine quantulacunque *AB* attollere potest corpus quantumcunque et cuiuscunque ponderis *C*,
 15 (ope libræ *BDE* brachiorum æqualium) sed ad altitudinem proportionem minorem (per propositionem 16. hic). Itaque grave *A* quantulumcunque quantulacunque celeritate perveniens ad *B* vincit pondus *C* utcunque magnum, adeoque celeritatis potentia est infinitupla potentiæ gravitatis. Idem est de vi Elastica quæ etiam mortua est, cum ponderi ex propositione 22.
 20 æquivalet.

Hæc interim ponunt gravitatem continue agere secundum Mathematicas rationes. Neque etiam ad sensibilia respiciunt, ubi tam exigua esse potest vis, ut elevatio non sit notabilis aut vis impetus a mediantibus libra, filo, et similibus absorbeatur. Interim vires mortuæ continuatione excitantur et
 25 impetum seu celeritatem concipiunt.

1 est (1) si pars *del.* (2) (etiamsi pars *add.* *L 1* abesset |) *add.* | (1) vi (2) vis centrifuga *del.* | *L 2* gravitatem | in tubi *del.* | *L 3* continuata | circulatione aquam in eodem tubo *del.* | *L 8* | (1) Gravitatis ad celeritatem habet (2) Gravitatis est ad (a) vim celeritatis ut finitum ad inf (b) celeritatem seu (3) potentiæ *del.* | (4) gravitatis *L 8* Gravitatis (1) inertis *del.* (2) vel elastici *add.* *L 8* ad vim *del.* | *L 9* infinitum. |, (1) idem e (2) nisi scilicet *del.* | *L 10* præcedenti | prop. (1) 30 *corr.* (2) 29 *add.* | *L 11* ostendimus | prop. 28 *add.* | *L 12* quod | corpus quod *del.* | *L 13* quantulumcunque | *AB corr.* | *L 14* quantumcunque | *C* sed a *del.* | *L 15* brachiorum æqualium *add.* | *L 16* Itaque | (1) corp (2) pondus *A* quantulu *del.* | *L 16* *A* | quantulacunque celeritate perveniens *del.* | *L 17-18* *C* (1) quantulumcunque *del.* (2) quant *add. et del.* (3) utcunque magnum *add.* | *L 18-20* Idem ... æquivalet *add.* | *L 19* de | Elastro *del.* | *L 22* ubi | exigua *del.* | *L 23* vis (1) ponderis ab *del.* (2) impetus *add.* | *L 24* absorbeatur | Similiter vis Elastica mortua est, quam ponderi æqualere patet ex prop. 22 *del.* | *L 24* et | incipi *del.* | *L*

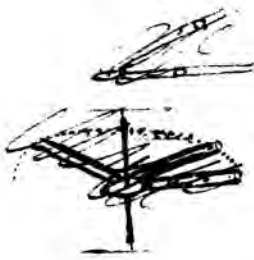


Figura 169.1 (*del.*)

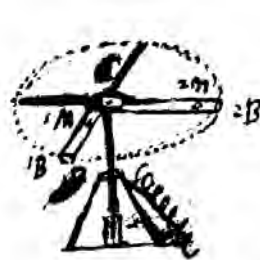


Figura 169

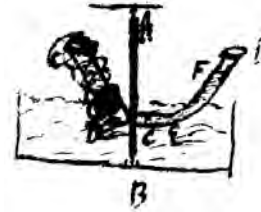


Figura 170

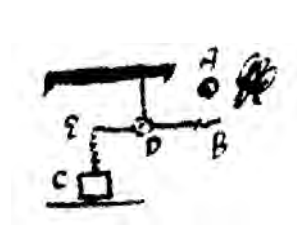


Figura 171

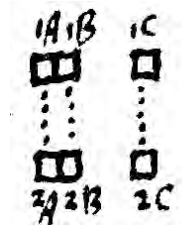


Figura 172



Figura 173

Propositio 31

Si duo pondera per easdem lineas descendant eandem acquirunt celeritatem sine discrimine magnitudinis.

Descendant [Fig. 172] per easdem lineas (vel gemellas) duo gravia AB et C . Ajo celeritatem ab AB majore quæsitam per descensum in ${}_2A_2B$ esse æqua- 5 lem celeritati quæsitæ a minore in ${}_2C$. Sumatur A pars ipsius AB , æqualis ipsi C . Manifestum est, nihil referre, utrum pars A sola descendant an comitata alia parte B . Sola autem A acquireret eam celeritatem quam C cum omnia sint gemella. Ergo et in AB , sed in AB eadem est celeritas totius AB , quæ partis A , ergo et quæ minoris C . 10

Propositio 32

Altitudines perpendiculares, ex quibus labendo acquiruntur gravium celeritates sunt in duplicata ratione celeritatum.

I-10 Prop. 31 ... C. add. L **6** ${}_2C$. | Nihil enim interest utrum A pars ipsius AB , *del.* | L **11** Propositio | 31 corr. | L **12** (1) Celeritates *del.* (2) Altitudines | ex quibus *del.* | L

Hoc demonstravit Galilæus certa assumpta lege accelerationis uniformis, ^[272] ut scilicet incrementa velocitatum sint æqualibus temporibus æqualia. Nos rem indipendenter ab ea hypothesi demonstramus ex inventa potentiæ absolutæ motricis mensura capite peculiari exposita. Nam potentiæ mobilium
 5 seu ponderum æqualium in motu positorum sunt ut quadrata celeritatum per propositionem 4. capitis de potentia motrice absoluta. Vicissim potentiæ eædem sunt ut potentiæ effectuum integrorum (propositio 11 hic). Effectus autem integer ponderis vi velocitatis suæ ascendens est ut altitudo perpendicularis (per propositionem 14 hic et proinde potentiæ corporum pondere æqualium celeritatibus prædicatorum sunt ut altitudines ad
 10 quas vi earum celeritatum æqualia pondera attolli possunt. Ergo et altitudines sunt ad quadrata celeritatum per quas effici possunt. Sed eædem sunt celeritates per quas in horizonte existentes effici possunt elevationes supra horizontem, et quæ corporibus inde in horizontem descendentes
 15 rursus acquiruntur. Sic [c]um pondus A [Fig. 173, p. 335] in plano horizontali [Fig. 173, p. 335] certa celeritate ${}_1A{}_2A$ latum, ejusque vi impetu sursum converso ascendens ad ${}_3A$, indeque rursus descendens ad ${}_2A$ priorem celeritatem quam in ${}_2A$ habuerat recuperet. Alioqui status in ${}_2A$ prior et posterior essent inæquales Causa plena et Effectus integer quod est absurdum. Integer inquam effectus. Subintelligitur enim a medio aut plano inclinato in
 20 quo grave ascendit descenditque nihil prorsus de impetu absorberi. Itaque celeritates descensu quæsita a gravibus æqualibus sunt ut quadrata altitudinum. Manifestum autem est eandem celeritatem acquiri ex eadem altitudi-

1 Hoc | jam mo *del.* | L 1 uniformis, | (1) defi (2) «nul» (3) «assu» *del.* | L 4 potentiæ | (1) corpo (2) ponderum æqualium in motu positorum sunt (3) mobilium *del.* | L 7 eædem | corpora *del.* | L 7-9 ut (1) effectus integri (per prop. 11. hic) *del.* (2) potentiæ ... hic *add.* L 7 integrorum | Effectus autem *del.* | L 9 proinde | (1) ut (2) ut *del.* | L 10 pondere æqualium *add.* L 10 celeritate *corr.* L 11 celeritatum (1) eadem *del.* (2) æqualia *add.* L 11 possunt | (per prop. 14 hic) *del.* | L 12 celeritatum | (1) vicissim (2) ad quas *del.* | L 12-15 possunt. (1) | Ergo (a) vicissim (b) altitudines *add.* vicissim ut quadrata celeritatum *del.* | quas efficere possunt, seu quas descendendo acquirerent *add. et del.* | (2) Sed ... acquiruntur *add.* L 14 quæ | cum ab altitudinib *del.* | L 15 acquiruntur | alioqui effectus non esset causæ æqualis *del.* | L 15 Sic *add.* | Cum *corr. ed.* | (1) celeritas (2) grave a *del.* | L 15 pondus (1) vi $\leftrightarrow$ *del.* (2) A *add.* L 16 celeritate | latum ejus *del.* | L 18 status | prior ${}_2A$ *del.* | L 19 inæquales | Effectus *del.* | L 336.21-337.2 Itaque ... quadrata *add.* L 22 a ... æqualibus *add.* L 22-23 altitudinum. | (1) Ita (2) Aute *del.* | L 23 eandem | alti *del.* | L

1 Galilæus *vide*: G. Galilei, *Dialogo ... sopra i due massimi sistemi del mondo*, Firenze: G.B. Landini 1632, Giornata seconda; EN VII, 248, 253-256.

ne quæcunque sit corporis magnitudo (per propositionem 31 hic). Itaque generaliter celeritates descendendo quæsitæ sunt ut altitudinum quadrata.[†]

Hinc vicissim demonstratio Galilæi valet ad nostras demonstrationes de æstimatione potentiæ confirmandas argumento a posteriori. Ex nostra autem demonstratione tota sequitur Galilæi hypothesis, postquam enim hoc loco ostendimus altitudines esse ut quadrata celeritatum, sequitur incrementa altitudinum esse in ratione composita ex ratione celeritatum et ratione incrementorum celeritatis. Sed incrementa longitudinum in omni motu sunt in ratione composita celeritatum et incrementorum temporis, ergo incrementa temporis sunt ut incrementa celeritatum, adeoque tempora ut celeritates, seu æqualibus temporibus æquales celeritates a gravibus acquiruntur. Calculus noster talis est, sit altitudo a , celeritas c , tempus t , a est ut cc (ut hic demonstravimus). Ergo $d\bar{a}$ ut $c d\bar{t}$ (ex nostra analysi infinitorum alibi publicata). Sed $d\bar{a}$ ut $c d\bar{t}$ (per nostras de velocitate in genere demonstrationes). Ergo $d\bar{c}$ ut $d\bar{t}$ ac proinde (per eandem analysin infinitorum) etiam c ut t quod speciminis loco annotasse non abs re fuit. Atque ita tandem scientia motus gravium ab Hypothesi liberata est. Illud vero præsupponitur[,] gravia plus vel minus a centro terræ distantia eandem vim descendendi habere, vel saltem errorem in casibus de quibus agitur non esse consideratu dignum[,] id enim supponit propositio 14. 20

Propositio 33

Gravia easdem acquirunt celeritates si ex eadem altitudine perpendiculari descendant quacunque licet via, perpendiculari vel inclinata.

[†]In marg.:
 a ut cc .
 da $c dc$
 da $c dt$

1 (per ... hic) add. L 5 demonstratione | vicissim del. | L 6 ostendimus | celeritates esse in subduplicata ratione altitudinum, sequitur incrementa celeritatum esse in duplicata del. | L 7 esse | ut celeritates del. | L 8 incrementa | alt del. | L 9 sunt | ut del. | L 11 celeritates | acquiruntur del. | L 14 alibi | applic del. | L 14 ut | $t d\bar{c}$ del. | L 15 $d\bar{t}$ | . Ergo c ut t del. | L 17-20 fuit. (1) Hinc etiam sequitur (a) «utrum» (b) easdem acquiri velocitates modo ex eadem (aa) celeri (bb) altitudine descendant gravia, sive ascensus sit (aaa) rectus (bbb) perpendicularis sive inclinatus. Ejusdem enim causæ utique idem del. (2) Idem add. et del. (3) Atque ... 14. add. L 19 habere, | etsi del. | L 19 errorem | non esse del. | L 21 *Propositio* (1) 32. del. (2) 33 add. L 23 licet add. L 13-14 (ex ... publicata) vide Leibniz, *Nova methodus pro maximis et minimis...*, «Acta eruditorum», 1684.

- Ejusdem enim causæ gravis scilicet ad determinatam altitudinem super horizontem elevati, æquales inter se sunt effectus integri. Cum ambo sint æquales ipsi causæ communi. Effectus autem integer gravis supra horizontem elevati status est velocitatis quam habet ubi labendo horizontem
 5 attingit. Tunc enim omnem cadendi ulterius facultatem consumsisse, et vim elevationis seu status pristini in vim acquisiti status novi nempe impetus concepti convertisse manifestum est. Cum nihil aliud egisse supponatur. Idem ex præcedenti patet. Cum enim altitudines generaliter sint ut quadrata celeritatum æqualibus altitudinibus eadem erunt celeritates.
- 10 Hujus propositionis demonstrationem Galilæus in Scientia nova de Motu non dederat, tentamentum tamen inter posthuma repertum est. Ex nostris principiis res primo obtutu constat.



Figura 174.I (del.)

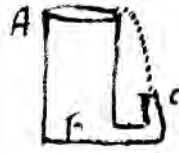


Figura 174

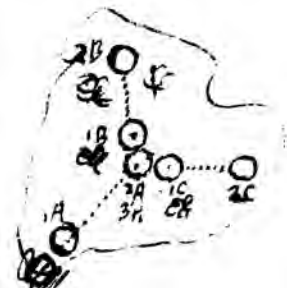


Figura 175 (del.)



Figura 176.I (del.)



Figura 176



Figura 177

2 inter se *add.* L 2 ambo *add.* L 3 æquales (1) causæ *del.* (2) ipsi ... communi *add.* L 4 elevati (1) est | status *del.* | (2) | status *add.* | est | velocitatis *add.* | L 5 facultatem | A consumsit *del.* (2) consumsisse *add.* L 6 seu ... pristini *add.* L 6-7 impetus | accep *del.* | L 7-9 Cum ... celeritates *add.* L 7-8 supponatur | Status autem potentiæ præditus quem habet corpus cum in horizontem pervenit nihil aliud est quam ejus velocitas. Eo igitur æqualis *add. et del.* | L 8 enim | gravia *del.* | L 10 | (1) Hanc propositionem (2) Huius propositionem (a) in po (b) Galilæus inter posthuma reliquit, sed aliam et longe (c) in Scientia nova de motu non dedit. Repertum tamen est aliquod inter p *del.* | (3) Hujus L 11 dederat, | post *del.* | L 12 principiis | res *del.* | L 12 obtutu | manifesta est *del.* | L

10-11 Galilæus *vide*: G. Galilei, *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, Leida: Elsevirii 1638; EN VIII; *Aggiunta postuma dell'autore*, in *Opere di Galileo Galilei*, Bologna: HH.[eredi] del Dozza 1656, II, 132-134; EN VIII, 214-219.

[274]

Propositio 34

Celeritates quibus aqua erumpit in jactibus, sunt in subduplicata ratione altitudinum aquæ incumbentis, seu ut celeritates quas ex iis altitudinibus cadendo acquisivissent.

5

Ponatur [Fig. 174.1, 174] lumen *C* tubi *AB* ita versum esse ut aqua jactus sursum tendat quasi intra tubum recasura. Itaque cum ferentibus ita circumstantiis effectus causam reproducere possit, (per propositionem 5. hic) sequitur præcise tantam esse aquæ celeritatem, ut si ea continuaret, perveniret usque ad altitudinem tubi *A*, atque ita semper motum continuaret, alioqui enim effectus causæ æqualis non esset. Celeritates autem sunt quadrata altitudinum ad quas attollere æqualia pondera possunt per propositionem 31. Sed hoc intelligitur si nihil obstaculis deteratur. Itaque reapse id assequi non licet, alioqui haberetur motu perpetuus non physicus tantum, qualis iste est, sed et mechanicus, in quo effectus excederet causam, quia non tantum causam reproduceret, sed et aliquid præterea præstaret, id scilicet quod obstacula sunt passa, contra propositionem 3.

15

Propositio 35

Nullum est Elastrum tam intensum, quin non quantulacunque potentia viva adhuc amplius intendi possit.

20

Sit [Fig. 176.1, 176] elastrum tensum *AB*, utcunque, ajo corporis *C* quantulicunque velocitate quantulacunque *CB* incurrentis impetu adhuc amplius tendi posse. Æquale est enim hoc Elastrum ponderi alicubi, si quod esset coercens (per propositionem 22.) Sed pondus quantumcunque vinci potest ab impetu quantulocunque (per propositionem 30).

25

1 *Propositio* (1) 33. *del.* (2) 34 *add.* **L** 2 aqua | «arumpito» *corr.* | **L** 3 aquæ | prementis *del.* | **L** 4 ut | celeritas quam sit *del.* | **L** 4 quas | haberent si ex *del.* | **L** 4 ex | ea altitudine *corr.* | **L** 6 lumen | (1) ita (2) rursum *del.* | (3) *C* ... *AB* *add.* **L** 7 recasura | ajo *del.* | **L** 8 circumstantiis | esse *del.* | **L** 9 aquæ (1) celerita *del.* (2) «occ—tis» *corr.* **L** 11-13 (1) Ita *add. et del.* (2) Celeritas *corr.* (3) Celeritates autem (a) quæ (b) sunt ... 31 *add.* **L** 14 physicus |, qua *del.* | **L** 15 mechanicus, | qui impossibilis est, *del.* | **L** 16 præstaret, | obsta *del.* | **L** 18 (1) Idem etiam hinc demonstrari potest quod si celeritas (a) sit dupla, aqua tunc (b) effluendi per lumen sit dupla, ipsa (2) Prop. 34 || Pondera chordam tendentia sunt in duplicata ratione celeritatum vibrationis (3) Prop. 34 || (a) Si globus (b) Si globi tres [Fig. 175, p. 338] sint inter se æquales, et (a) tertius (b) in duos quiescentes tertius ita simul incurrat, ut centra omnium constituent triangulum rectangulum isosceles (4) Prop. | 34 *corr.* | **L** 19 tam (1) tensum *del.* (2) instensum *add.* **L** 19-20 non | «quantumcunque impul» *corr.* | **L** 20 viva *add.* **L** 22 adhuc amplius *add.* **L** 23 alicubi, | qui *del.* | **L** 24 potest | per prop *del.* | **L**

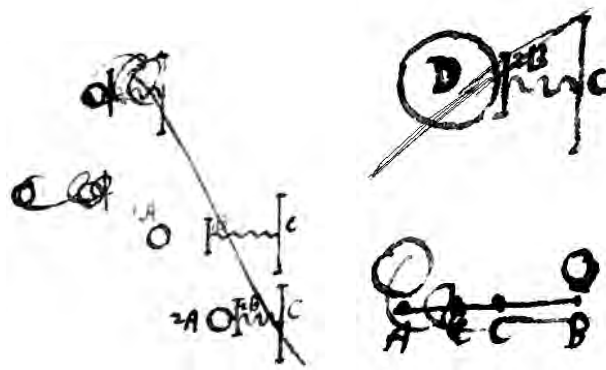
Propositio 36

[275]

Nulla chorda vel catena gravis in alio situ quam verticali perfecte in rectam extendi potest vi mortua; potest viva.

- 5 Sit [Fig. 177, p. 338] chorda *A* tensa utcunque a pondere appenso *C* quantocunque; appendatur jam chordæ mediæ pondus exiguum *D*. Ajo id non-nihil chordam inflectere. Nam cum triangulum *EDB* possit esse tale, ut cathetus *DE* habeat rationem datam quamcunque ad differentiam inter basin *BD* et hypothenusam *BE*, manifestum est posse esse talem, ut ratio ipsius
 10 *DE* ad hanc differentiam duplam sit major quam ratio ponderis *C* ad pondusculum *E*. Est autem differentia dupla æqualis ipsi *CG* ascensui ponderis *C* in casu chordæ inflexæ; et *DE* æqualis est descensui sui pondusculi, potest ergo effici ut descensus *DE* pondusculi *D* majorem habeat rationem ad *CG* ascensum ponderis *C* quam pondus *C* ad pondus *D*, sed tunc descendet pondusculum *D* (per propositionem 15. hic) donec scilicet una ratio
 15 alteri (reciproca) fiat æqualis (per propositionem 16). Quod autem efficit pondusculum *D* in chorda etiam pondere carente et perfecte antea tensa, id in chorda efficit ipsum chordæ pondus. Unde chorda gravis a pondere quantocunque perfecte tendi nequit. Atque adeo nec ab ulla alia vi mortua quæ scilicet ponderi est comparabilis. Impetus autem seu vis viva potest
 20 cum infinitam habeat rationem ad pondus. Unde pondus *C* sublatum ad *G* et inde rursus decidens, tanta vi chordam *AEB* tendere potest, ut non tantum ad lineam rectam *ADB* perveniat, sed etiam concepto impetu excurrat altius, tremore quodam qualis in chordis tensis notatur. Etsi status perfectæ in rectum extensionis non nisi momentaneus esse possit et in transitu
 25 contingat.

1 *Propositio* (1) 34 corr. (2) 35 del. et rursus add. (3) 36 add. L 3 perfecte (1) tendi del. in ... extendi add. L 6 chordæ (1) ind add. et del. (2) mediæ add. L 7 triangulum | sit del. | L 7 ut | cathetus del. | L 8 basin | *DB*, del. | L 9 est | pondusculum *F* in eadem proportionem (1) magis (2) magis descendere, del. | L 10 hanc (1) differentiam del. (2) differentiam duplam add. L 11 differentia | ipsius del. | L 11 ipsi | (1) *C* (2) *CF* del. | (3) *CG* add. L 11 ponderis | *F*, del. | L 12 inflexæ; | (1) itaque (a) esse rat (b) potest ratio esse descensus po (2) et (a) *ED* (b) *DE* del. | L 13 ut | pondusculum magis descendat majori del. | L 13 *DE* add. L 13 pondusculi (1) *DE* corr. (2) *D* | (a) majus sit (b) major sit (c) majorem del. | (d) majorem L 13-14 rationem | (1) descensu (2) ascensu p del. | (3) ad *CG* add. L 15 hic | donec fiat æqualis (a) ratio desc (b) «figura» (c) ratio hæc reciproca del. | L 17 pondusculum (1) chordæ pondere carenti del. (2) *D* add. L 17 perfecte (1) tensa del. (2) antea tensa add. L 22 tanta (1) vi chordam del. (2) vi ... *BE* add. L 22 chordam | *BE* del. | L 22 potest, | ut etiam ultra lineam rectam *BD* excu del. | L 23 sed (1) etiam del. (2) etiam ... impetu add. L 24 altius, | «— vi —» del. | L

Figura 178 (*del.*)Figura 179, 180 (*del.*)*Propositio 36.*

Si mobile impetu suo elastrum tetenderit, a restituente se Elastro impetum recipit.

[276]

Sit [*Fig. 178*] mobile *A* incurrens in elastrum *BC* ipsumque tendens ex statu ${}_1BC$ in statum ${}_2BC$. Donec scilicet ipsum *A* impetum suum amiserit, et totam vim vivam scilicet transtulerit in Elastrum, nam quamdiu adhuc impetum habet, Elastrum adhuc amplius tendet (per propositionem 34.) Cum vero tota vis translata erit in Elastrum, restituet sese, et cum effectus reproducere possit causam, (per propositionem 5) poterit utique reddere impetum ipsi *A*, et reddet reapse relegendo vestigia prioris actionis contrario itinere; quia omnibus quantum fieri potest ut ante dispositis nulla ratio esse potest cur non effectus sit etiam gemellus seu similis per omnia statui priori seu causæ. Itaque *CB* rursus rediens ad statum naturalem C_1B , ibi consumpto impetu suo, et vi in *A* translata, quiescet, *A* autem quo venierat impetu reflectatur.

Propositio 37

Si corpus aliquod impetu suo tetenderit Elastrum quantum potuit et pro eo substituat corpus majus, hoc restituente se Elastro omnem vim accipit quam habuerat corpus prius.

Nam si corpus *A* [*Fig. 179*] tetendit Elastrum quantum potest, omnem suam vim in ipsum transtulit. Quoniam si adhuc aliquam vim (vivam intelligo habere) adhuc amplius tenderet (per propositionem 34.) Rursus restituente se Elastro corpus *A* omnem vim recipit, et elastrum *B* in statum naturalem C_1B rediens ibi

341.1-343.16 Prop. 36 ... Motus *del.* L 1 Prop. (1) 35 *del.* (2) 36 *add.* L 2 Si | corpus *del.* | L 6 vim | vi *del.* | L 6 habet, | potest *del.* | L 8 cum | causa possit reproducere *del.* | effectum *corr.* | L 8 causam, | utique *del.* | L 9-10 reapse relegendo *add.* L 10 actionis | relegendo *del.* | L 10 itinere; cum omnia sint *del.* (2) quia *add.* L 11 esse | posse *corr.* | L 13 naturalem | ${}_1C$ *del.* | L 13 translata, | quo *del.* | L 14 quo | venit *corr.* | L 15 Prop. | 36 *del.* | L 16 aliquod | Elastrum $\leftrightarrow$ *del.* | L 16-17 quantum (1) potest (2) potuit *add.* L 18 vim | recipit quam *del.* | L 22 vim | recipit, et *del.* | L

quiescit vi porro excurrendi consumpta, quandoquidem omnem quam acceperat id est omnem quam habet corpori A restituit (per præcedentem). Sed si corpori A substituatur majus D , adhuc minor est restituendi velocitas, quia enim potentiae sunt æquales, itaque corpore aucto minuitur velocitas (per propositionem 5 capituli de potentia absoluta). Itaque cum antea in statum naturalem C_1B restitutum velocitate caruerit, multo magis nunc corpore majore D oneratum tunc velocitate carebit, et proinde omnis vis in corpus D translata erit.

Si minus corpus substituatur pro A fieri potest, ut Elastron aliquod potentiae retineat, neque vim omnem suam transferat in corpus novum, sed ultra statum naturalem impetu concepto excurrat.

[277]

10 *Propositio 38. Problema*

Totam potentiam unius corporis dati transferri in aliud corpus datum.

Sit corporis L tota potentia transferenda in corpus M quiescens, et quidem si corpus L sit minus res fiet per propositionem præcedentem, ponendo L esse A , et M esse D . Nam corpus L vel A incurrens in Elastrum CB , dabit ei totam suam vim (ut in præcedenti demonstratione ostendimus ex propositione 34) quæ tota deinde a Elastro restituatur in corpus majus D vel M ex propositione præcedenti substituendo ipsum in locum ipsius A . Sed si corpus L cuius transferenda est potentia sit minus, res nihilo minus succedet. Nam quia corpus A minus incurrens in C_1B ipsumque cogens in C_2B ipsi totam vim suam dat, eandemque recipit, restitutione, utique eandem vim acciperet, si prius corpus majus D majus eam Elastro dedisset, et ipsum A fuisset in locum ipsius B substitutum. Nam Elastri C_2B tensio et corporis A situs in A , unde idem facit thema, seu statum rerum, nec refert unde ortus sit, a corpore A incurrente, an vero a corpore D sed sublato, cui substitutum A . Itaque idem quoque effectus erit id est A totam vim Elastri, id est totam vim corporis D accipiet.

Ut si velimus corporis quadrupli L vim totam transferre in corporis M simplum. Sumamus corpus A æquale ipsi M et corpus D æquale ipsi L . Sumamus corpus A æquale ipsi M , et corpus D æquale ipsi L . Possibile utique est corpus A habere celeritatem talem ut potentia ejus sit æqualis potentiae corporis L . Hac in-

1 acceperat | corpori A del. | L 2 (per præcedentem) add. L 4 velocitas | per prop. del. | L 5 Itaque | (1) mino (2) multo magis in del. | L 5 antea | in C_1B rediens elastrum del. | L 5 naturalem | (1) C_1 (2) C_2 del. | L 7 vis | translata tum erit del. | L 8 (1) Potest fi del. (2) Si L 9 sed (1) ubi ad del. (2) ultra add. L 11 Prop. | 37 del. | L 12 (1) Vim totam unius co del. (2) Totam L 12 dati add. L 12 transferre corr. L 14 corporis | D del. | L 14 quiescens add. L 14 si | L sit minu del. | L 15 præcedentem, | substi del. | L 16 D . | Sin corpus L sit majus del. | L 18 deinde (1) transferetur del. (2) a ... restituatur add. L 18 præcedenti |. Sed si corpus L cuius tra del. | L 20 succedet. | Fingatur enim corpus minus del. | L 20 A | <rec> del. | L 21 C_2B | ipsi del. | L 22 utique | si del. | L 22 prius (1) <eam> del. (2) D del. (3) majus D add. L 23 substitutum. (1) Eadem enim causa est del. (2) Nam add. L 24 A , | neque refert <—> del. | L 25 sublato, | et del. | L 26 Itaque | totum del. | L 28 quadrupli | (1) D vim (2) M del. | L 28-29 simplum. | Primum del. | L 30 ipsi | P del. | L 30-31 L (1) et incurrat corpus A celeritate (a) quadam assumpta quacunque (b) tali in elastrum assumtum C_1B quod tendat usque in C_2A . Et attribuiatur corpori A celeritas talis, del. (2) . Possibile ... talem add. L

[278]

currat in Elastrum assumtum, C_1B , eique vim suam tribuat cogendo ipsum intra C_2B . Substituatur pro ${}_2A$, corpus D , manifestum est (per propositionem 37) ipsum D recipere potentiam corporis A , adeoque et corporis L , ac proinde cum ei sit æquale habebit et corporis L celeritatem. Vicissim autem si corpus D incurrisset eadem vi in Elastrum et tenso ut ante elastro corpus A fuisset substitutum, tunc ipsum A eandem vim acceperisset. Idem ergo et nunc fiet (cum omnia gemella sint,) si pro corpore D in Elastrum incurrit L ejusdem celeritatis, itaque et corpori M æquale ipsis A , eandem celeritatem dabit, quam D ipsi A , id est vim suam totam.

Propositio 36. Problema et definitio

Efficere ut eadem manente quantitate potentiæ mutetur impetus seu quantitas motus. Est autem IMPETUS seu QUANTITAS MOTUS ut factum ex corporis pondere seu mole in celeritatem.

Si duo mobilia sint inæqualia et inæqualis velocitatis, fieri non potest ut simul eandem habebant potentiam et eandem Quantitatem Motus.

Definitio 6

IMPETUS vel QUANTITAS MOTUS est ut factum ex mole seu pondere in celeritatem.

Ut si [Fig. 180, p. 341] grave A .3 librarum habeat celeritatem duorum graduum, et vicissim grave B .2 librarum habeat celeritatem 2 graduum, dicentur habere eundem impetum seu eandem quantitatem motus. Licet eandem quantitatem actionis formalis eodem tempore, adeoque eandem potentiam temporis initio non habeant, ut jam ostendam.

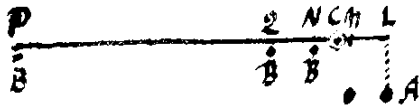


Figura 181

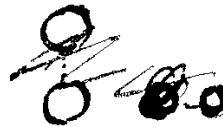


Figura 182 (del.)

1 C_1B , | tendat ei del. | L 1 tribuat | tendendo del. | L 1 cogendo | ipsum del. | L 3 D add. L 4 celeritatem. | Unde vicissim del. | L 4-5 D (1) et A ea vi «a» del. (2) incurrisset ... Elastro add. L 5-6 substitutum, (1) eadem igitur del. (2) tunc add. L 6 A | accessisset, Ergo cum corpora del. | L 6 fiet | si corp del. | L 7 in Elastrum add. L 10 *Propositio* | 39. del. | L 10 et *definitio* add. L 11 mutetur | quantitas impetus seu del. | L 13 ex | mo del. | L 14 | (1) Quorum (2) Quorum (3) Assignare corpora (4) Si duo cor del. | (5) Si L 14 inæqualia | fieri non potest ut simul del. | L 14 | inæquali velocitate corr. | L 18 est | factum del. | L 20 A . add. L 21 habeat | veloci del. | L 21 2 Sic, sed 3

Propositio 37.

Duæ inæquales materiæ quantitates, si eandem habeant potentiam absolutam, non habent eandem quantitatem motus; et contra.

- 5 Sit corpus *A* 3 librarum, et corpus *B* librarum 2, et habeat *A* celeritatem ut 2. erit quantitas motus in *A* ut 6 seu 3 in 2 (per præcedentem) quantitas vero potentiæ absolutæ in *A* erit 12, seu 3 in 4 quadratum de 2 (per propositionem 4. capitis de potentia motrice absoluta. Adde et propositionem 32. hic). Si jam *B*.2. debet eundem habere impetum seu eandem quantita-
- 10 tem motus quam *A*.3. hoc est quantitatem motus ut 6. utique *B*2. accipiet celeritatem 3. sed ita habebit potentiam 2 in 9, seu 18. Quod si *B*2. eandem debet accipere potentiam quam *A*.3, nempe 12, accipere debebit *B*.2. velocitatem quæ sit ut radix quadrata de 6. Sed tunc non habebit quantitatem motus quam *A*3. nempe 6. cum quantitas motus ipsius *B*2 futura
- 15 tunc sit radix quadrata de 24. Et idem est in numeris aliis quibuscunque inæqualibus, ubi quadrata non possunt esse in ea ratione in qua sunt latera.

Propositio 38

[279]

- Effici potest ut corpus quodlibet datum datæ velocitatis transferat in aliud prius quiescens, totam suam potentiam, vel partem ejus imperatam quantamvis.
- 20

Sit [Fig. 181, p. 343] datum corpus *A* datæ velocitatis, et aliud quiescens datum *B*, ajo effici posse, ut tota potentia ipsius *A*, vel etiam pars ejus imperata transferatur in *B*. Sit libra rectilinea rigida, carens mole (saltem consideratu digna), *BCL* quam tangit quiescens *B*. Ejus libræ centrum sit *C*, et ex *A* ad

25 eam normalis *AL* qua *A* incurrit in libram. Patet utique libram sic assumi posse, ut *CL* sit ad *CB* in ratione data; vel etiam si data sit positione libra posse *B* atque *A* sic collocata supponi, ut ea ratio sit quæcunque desiderata utroque corpore *A* et *B* existente ante libram, sed ad brachia contraria. Jam manente *CL*, si *B* tam prope accedere ponatur ad centrum *C*, ut in ipsum

2 (1) Duo corr. mobilia æqual del. (2) Duæ | «d» del. | L 6 ut | 3 del. | L 6 seu 3 in 2 (per præcedentem) | (seu ... 2) corr. | (1) per præced. del. (2) (per præcedentem) add. L 7 in | 4 add. | L 7 de | 2 del. et rursus add. | L 9 impetum | quem del. | L 10 *B*2. | im del. | L 11 si | *A* del. | L 12 *A*.3, | ac del. | L 12 accipere | «veloci» del. | L 12 debebit | (1) pote (2) velocitatem quæ del. | L 14 motus | futura sit ut ↔ radix qua del. | L 15 24. | Et generaliter del. | L 18 datum | datæ velocitatis del. | L 21 datum add. L 23-24 rigida, (1) mole carens del. (2) carens ... digna), add. L 24 libræ add. L 24 sit add. L 24 et | ad corr. | L 25 qua ... libram add. L 26 data signum insertionis del. et insertio post desiderata movetur L 26 data | ; add. | L 27 collocari corr. L 28 utroque ... contraria add. L

plane incidat, seu libram non nisi in centro tangat, seu si brachium CL sit infinite majus, quam brachium CB , tunc nullo modo B impediet progressum ipsius A in momento incursus in L non magis quam si ipsum B tunc prorsus abesset; et ita corpus A incidens in L perget trans L continuata seu retenta sua qua advenerat celeritate. Contra si infinita sit ratio brachii CB ad brachium CL , sive scilicet brachio CL existente finito brachium CB sit infinitum, et corpus B infinite distare fingatur; sive (eadem proportionem) si brachio CB existente finito, brachium CL sit infinite parvum, hoc est si A incurrat in ipsum centrum immobile rigidum, tunc perfecte resistetur ipsi A , ita ut tota vi qua venit reperiatur. Cum enim progredi possit, nec ratio sit cur in partem alterutram flectatur, nec vim possit in aliud transferre, ideo totam retinebit, et ea qua venit linea resiliet. Quodsi rationes sint finitæ, et radio CL manente dato finito, corpus B a centro C tantillum recedat ad N tunc progressus ipsius A in L incurrentis, non prorsus quidem integer manebit, sed tamen nec prorsus sistetur, verum intermedium aliquid eveniet, ipsi casui B in centro existentis seu perfecti progressus ipsius A quantum volumus vicinum, ut scilicet A incidente in L dum B quiescit in N , pergat quidem A trans L , sed tardatum nonnihil, parte aliqua virium translata in B . Et nisi hoc fieret ab uno transiretur ad aliud non mutatione continua per variationes momentaneas inassignabiles, sed per saltum. Vicissim manente B in N vel ubicunque, distantia BN existente finita tunc uti A incidens in centrum C perfectam patiebatur reperiutionem, ita si A incidisset in distantia tantilla a centro C . verbi gratia M , fuisset reperiutio quidem, sed tantillo minor. Idemque erit si sit CP ad CL datum, uti CN ad CM , ut scilicet A incidens in L reperiatur a B existente in P , etsi non perfecta rejectione seu ea vi qua venit, sed ita ut pars virium translata sit in corpus B . Habemus ergo duos status, Unum ut corpore A incidente in punctum datum L , corpore autem B quiescente in puncto N satis vicino ad centrum C , pergat A trans L , parte tamen virium amissa; Alterum ut corpore A itidem incidente in punctum idem datum L ,] B vero quiescente in puncto

3 in ... L add. L 3 tunc add. L 4-5 continuata | sua del. | <re> corr. | L 5 advenit corr. L 6 CL , | vel (eandem propotionem) si brachio CB existente finito brachium CL sit infinite parvum, del. | L 7 fingatur (1) . corr. vel del. (2) ; | sive add. | L 8 finitio corr. ed. L 11 enim add. L 11 possit, | nec motum in aliud transferre, ideo del. | L 12-13 linea | ref del. | L 13 Quodsi (1) radio CL del. (2) rationes ... CL add. L 16 verum (1) medium del. (2) intermedium add. L 18 in | N ut del. | L 19-21 Et ... saltum add. L 22 distantia ... tunc add. L 24 C . add. L 25 CL | uti CN ad CM del. | L 28-29 incidente | (1) in L , corpore autem B (2) in L punctum datum del. | (3) in ... L add. L 30 amissa | . corr. | L 31 datum L add. L

P satis remoto a centro *C*, reperiatur *A* parte iterum virium amissa; ergo transeundo ab *N* versus *P*, manente *L* necesse est dari punctum intermediae distantiae velut *Q*, ubi posito *B* desinat pergere *A* incidens in *L* et post quod incipiat reflectere, id est debet dari punctum *Q* tale, ut quiescente ibi
 5 *B* ipsum incidens in *L* nec pergat, nec reflectatur, sed praecise sistatur sive [280] ad quietem redigatur, atque adeo totam suam potentiam transferat in corpus antea quiescens *B*, quod desiderabatur. Manifestum est autem eadem methodo ostendi nullum medium assignari posse inter perfectum progressum et perfectam repercussionem, quod non assignato
 10 certo loco ipsius *B* obtineri debeat, manente licet semper incursu eodem ipsius *A* in idem punctum *L*. Et proinde effici potest ut *A* pergat vel reflectatur, parte virium quacunque retenta, atque adeo parte imperata virium in *B* antea quiescens translata. Quod itidem desiderabatur. Quod autem pars virium ab *A* amissa transferatur in *B* ex eo constat, quod effectus alioqui seu status sequens, foret minor causa seu statu praecedente,
 15 quoniam subintelligimus libram esse perfecte rigidam, et mole carentem, instar lineae indivisibilis; vel saltem molem ejus tantam non esse, ut veniat in considerationem; adeoque nullam vim (consideratione dignam saltem) in se recipere vel absorbere; atque adeo omnem ipsius *A* actionem quae effectum aliquem potentia praeditum producat, pervenire in *B*. Itaque cum effectus integer sit causae aequalis et pars proinde virium ab *A* amissa utique
 20 alicubi esse debeat, erit ea in *B* translata.

Coeterum ut situs ipsius *B* determinetur, in quo datam virium portionem accipiat aliis praedemonstratis opus est, quae non sunt hujus tractationis; sequentem tamen propositionem subjicere placet, quippe iis non indigentem.

Propositio 39

Si corpus in libræ rigidæ rectilineæ mole (considerabili) carentis brachium incurrat et ante brachium oppositum
 30 reperiatur quiescens aliud corpus, priori proinde non obstans, sitque distantia a centro quiescentis æqua-

2 dari | ubi del. | *L* 2-3 intermediae distantiae add. *L* 5 incidens in *L* add. *L* 5 praecise | (1) qui (2) ad quietem redigatur del. | *L* 13 *B* | quiescens del. | *L* 17 ejus | non venire del. | *L* 18 dignam |) del. | *L* 21 integer add. *L* 21 aequalis | utique pars virium amissa del. | *L* 23 ut | praecise del. | *L* 24-26 tractationis (1) . corr. || Prop. 39 del. (2) ; | sequentem ... indigentem add. | *L* 28 Si | punctum del. | *L* 28 rigidæ | rectilineæ del. et rursus add. | brachiu del. | *L* 29-30 oppositum (1) quiescens reperiatur del. (2) reperiatur quiescens add. *L* 30 corpus, | pro del. | *L*

lis distantiae incurrentis, incurrens autem pergat post incursum; tunc velocitas quam accipit quiescens non potest esse minor velocitate quam retinet incurrens. Quodsi distantia quiescentis sit major, etiam velocitas quam accipit quiescens necessario major est illa qua pergat incur- 5
rens.

Nam (eadem retenta figura) *A* incidente in *L* et trans *L* pergente, atque adeo brachium *CQ* pellente in contrariam partem, patet corpus *B* non posse tardius incipere moveri quam punctum *Q* immediate tangens et insequens. Jam si æqualia sunt brachia *CQ* et *CL*, utique æqualis est velocitas puncto- 10
rum *Q* et *L*. Puncti autem *L* velocitas eadem est quæ incurrentis corporis *A*. Itaque *B* non potest tardius moveri quam pergat *A* sed movetur celeritate majore aut saltem æquali. Quodsi corpus *B* sit in loco *P*, ita ut radius *CP* sit major quam *CL* multo magis verum erit, imo velocius *B* movebitur quam pergat *A*. Nam *B* non movetur tardius quam *P*. Sed *P* velocius quam 15
Q idest *L* vel *A*. Ergo et *B* velocius movetur quam pergat *A*.

[281]

Propositio 40

Non eadem in corporibus in se invicem agentibus conservanda est quantitas motus, sed eadem quantitas potentiae absolutæ, alioqui daretur motus perpetuus Mecha- 20
nicus.

Nempe ostensum est supra (propositionibus 7 et 8) eandem conservari quantitatem potentiae. Sed hæc differt a quantitate motus (per propositionem 37) nec semper utraque simul conservari potest. Quod sic apparebit distinctius: 25

Sit [Fig. 182, p. 343] corpus *A* 4 librarum descendens ex altitudine unius pedis, et acquirens celeritatem unius gradus; ubi pervenit in horizontem. Ponatur jam totam ejus potentiam absolutam transferri debere in corpus *B* unius libræ, ita ut quiescat corpus *A*, solius autem corporis *B* motus super-

1 incurrentis, | velocitas quam accipit quiescens non potest esse del. | L 2 tunc add.
L 3 quam | accipit del. | L 3 incurrens |; quodsi corr. | L 8-9 patet (1)
B non posse tardius del. (2) corpus ... incipere add. L 9 quam | *Q* inse del. | L 9
Q | insequens del. | L 10 brachia | *CN* del. | L 11 quæ | puncti del. | L 12-13 sed
... æquali add. L 13 *A*. | *Moti* del. | L 13 Quodsi | *B* sit del. | L 17 Prop. | 39
del. | L 18-19 eadem (1) conservanda est del. (2) in ... conservanda add.
L 19 eadem add. L 22-25 Nempe ... distinctius: add. L 23 motus | nec del. |
L 26 | (1) Sit (2) Nam c del. | (3) Sit L 27 gradus (1) . corr. Punctum totum ejus
del. (2) ; | ubi pervenit add. | L 28 potentiam | transferend del. | L 347.29-348.1
supersit, (1) per del. (2) (quod ... hic) add. L

sit, (quod fieri posse ostensum est propositione 38 hic). quæritur quantam
velocitatem accipere debeat corpus *B*. Ajo si *B*.1. accipit eandem quanti-
tatem motus quam habuit *A*.4. haberi motum perpetuum seu excessum
Effectus supra causam. Sin vero accipiat eandem quam *A* habuit potentiam
5 absolutam ut a nobis æstimatur, effectum fore causæ æqualem.

Nam [Fig. 183] si corporis *A* librarum 4 celeritatem habentis gradus 1
quantitas motus 4 (per definitionem 6.) transferri debet in corpus *B* li-
bræ 1. debet accipere celeritatem graduum 4 (per dictam definitionem 6.)
Sed si descendendo ex altitudine ${}_1A_1B$ seu 1 pedis quæsitæ est ipsius A_4 ce-
10 leritas gradus unius utique B_1 habens celeritatem 4. graduum ascendere
poterit ad altitudinem pedum 16 (si scilicet ope penduli vel plani inclina-
ti vim suam ad ascendendum convertat) per demonstrata a Galilæo vel per
nostram propositionem 32. hic. Sed sola potentia *A* 4 librarum ex uno pe-
de descendentium attollere unam libram *B* ad 16 pedes vel 4 libras ad 4
15 pedes (quod eodem redit) est effectum efficere quadruplum causæ; cum
ejusdem potentiæ sit attollere 4 libras ad unum pedem, et attollere unam [282]
libram ad 4 pedes. Itaque habetur motus perpetuus. Qui quomodo inde
machinamento facili deduci possit, ostendimus in Appendice ad Caput de
motu absoluto, quanquam intelligentibus rerum Mechanicarum id per se
20 sit manifestum. Itaque si potentia corporis *A* 4 librarum descendentis ex
altitudine pedis 1. transferri debet in corpus *B* unius libræ; hoc debet acci-
pere celeritatem ut 2. Ita enim attollere poterit unam libram corpus scilicet
proprium, ad altitudinem 4 pedum. Et effectus erit æqualis causæ. Cum
enim causa fuerit Thema seu status 4 librarum elevatarum ad altitudinem 1
25 pedis. Effectus integer primus seu immediatus, fuerit celeritas unius gradus
in 4 libris. Effectus integer secundus seu mediatas celeritas 2 graduum in
una libra; effectus integer tertius thema seu status unius libræ elevatæ ad

2 si (1) accipit *del.* (2) *B*.1. accipit *add.* L 4 quam *A* habuit *add.* L 5 absolutam ...
æstimatur, *add.* L 6 si | (1) *B* (2) *B* quantitatem motus (a) corporis li (b) corporis
A.4. *del.* | (3) corporis ... 4 *add.* L 8-9 6.) | (1) Sed corpus (a) graduu (b) sua (2)
Sed si *A* librarum 4 *del.* | (3) Sed si *add.* | *A*.4 *del.* | L 9 pedis | celeritas *del.* | L 9
quæsitæ | celeritas *del.* | L 10 B_1 | libræ *add. et del.* | L 11 altitudinem | pedum 16,
(1) si celeritatem (a) ope (b) ope (2) si scilicet ope *del.* | L 12 ascendendum |) sed
si ope huius (1) libræ (2) 4 librarum *del.* | L 13 Sed | ope 4 librarum ex uno pede
descendentium est *del.* | L 13 *A* *add.* L 14 *B* *add.* L 14-15 vel ... redit) *add.*
L 15 causæ; | nam 4 libras a *del.* | L 19 quanquam | facile a Mechanica inte *del.* | L
22-23 enim | (1) ope ejus (2) erit (3) poterit ad altitudinem pedum 4. adeoque «cum»
del. | (4) assurgere *add. et del.* (4) attollere ... pedum *add.* L 23-24 causæ (1) , cum
del. (2) cum *del.* (3) . Cum enim *add.* L 24 fuerit | corpus *A* (1) elev (2) 4 li *del.* | L
24 elevatæ *corr.* L 25 fuerit *add.* L 26 integer *add.* L 27 effectus | tertius *del.* |
L 27 integer | (1) te (2) seu *del.* | L 27 tertius | (1) celeritas (2) elevatio *del.* | L

alitudinem 4 pedum. Ita thema primum et ultimum æquivalent[.] nam eadem potentia est 4 librarum elevatarum ad unum pedem, et unius elevatæ ad 4 pedes (ex concessis et propositione 16. hic.) Dando scilicet ipsi *B*.1. celeritatem 2 potentia ejus absoluta erit 4 (per propositionem 4. capitis de potentia absoluta) eadem quæ ipsius *A*.4 habentis celeritatem 1. Itaque cum eadem potentia conservanda est, non quantitas motus (ne excessus virium seu motus perpetuus oriatur) sed talis quantitas potentiæ absolutæ qualem explicuimus conservari debet.

Ostendemus autem suo loco etsi non maneat in natura eadem motus, manere tamen eandem in summa quantitatem nisus vel conatus ad certam directionem; sive vim directricem.

Definitio 7.

VIS RESPECTIVA est qua duo corpora in se invicem agunt, et si duo mobilia concurrentia se mutuo sistunt æqualem vim respectivam habere dicentur. Poterit etiam dici VIS ICTUS sive PERCUSSIONIS.

Suo autem loco ostendetur eandem esse vim ictus sive *A* incurrat in corpus quiescens *B*, sive idem *B* eadem celeritate incurrat in quiescens *A*; imo quæcunque fiat distribuendi motus hypothesis, modo eadem maneat celeritas appropinquationum seu respectiva.

20

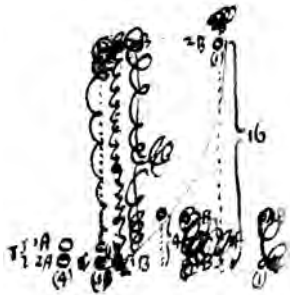


Figura 183

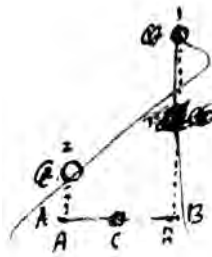


Figura 184 (del.)

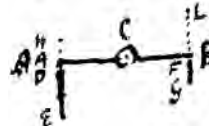


Figura 185

1-2 4 (1) | pedum. (a) Qui del. | (b) Ejusdem corr. autem del. potentiæ sit corr. (2) | pedum. ... nam add. | ... est L 3 pedes | (per prop. 16. $\leftrightarrow$ hic del. | L 3 hic.) (1) Transferendo autem in *A* del. (2) Dando ... ipsi add. L 4 ejus add. L 6 potentia | conservata est, del. | L 6 non | impet del. | L 7 talis add. L 9-11 Ostendemus ... directricem add. L 9 eadem quantitas | quantitatem corr. | L 10 tamen | eam quo del. | L 10 in summa add. L 11 sive | (1) POTENTIA (2) potenti del. | L 12 Definitio | (1) 7. (2) 9 del. | (3) 7. L 15 dici | vis ictus del. | L 17 ictus | (1) sive mobi (2) sive ego incurram del. | (3) sive *A* incurrat add. L 18 *B* add. L 18 idem (1) ego del. (2) *B* add. L 18 in | me del. | quiescentem corr. | *A* add. | L 19 distribuendi motus add. L

Propositio 41

[283]

Si duo mobilia æquali quantitate motus directe (seu perfecte) concurrant, eandem habebunt vim respectivam seu mutuo sistent progressum.

- 5 Sit [Fig. 184, p. 349] grave librarum 2 descendens ex altitudine pedis et incurrens in *A* extremitatem brachii *CA* libræ rectilineæ *ACB* celeritate minus gradus, et grave aliud libræ 1. descendens ex altitudine 4 pedum et incurrens in *B* extremitatem brachii alterius *CB* priori æqualis; incurret utique celeritate 2 graduum (per propositionem 32. hic) eritque eadem quantitas motus (per definitionem
10 6), ajo mutuo sistere. Nam si corpus 1 libræ descendet [*desinit abrupte*]

Sit [Fig. 185, p. 349] mobile *DE*, duarum si placet librarum incurrens in *A* velocitate *AH* unius gradus; et mobile aliud *FG* unius libræ incurrens in *B* velocitate *FL* duorum graduum. Ponantur autem *A* et *B* esse extremitates libræ rectilineæ *ACB*, æqualium brachiorum *AC* et *BC*. Et intelligantur mo-
15 bilia ascendere impetu concepto graduum dictorum seu ex inferiore loco venientia in libram ut diximus impingere. Ajo se mutuo sistere debere posito libram rigida sive inflexibilem esse, nec ipsius molem considerari. Nam in uno *DE*.2 est potentia intra tempus elementare seu indefinite parvum attollendi suum pondus 2 ad altitudinem *AH* etiam indefinite parvam; quæ
20 sit ut 1. Erit in altero *FG*.1 potentia intra idem tempus elementare attollendi suum pondus 1 ad altitudinem *BL* prioris duplam, ob duplam celeritatem. Ejusdem autem est potentiæ attollere pondus *DE* 2 ad altitudinem *AH* ut 1 et attollere pondus *FG* 1 ad altitudinem *BL* ut 2. Et in casu concursus actio momentanea æstimanda est, intra tempus scilicet indefinite parvum. Itaque
25 respectivæ æquivalent corpora *DE* et *FG* suis in se mutuo agenti viribus; et proinde se mutuo sistent. Nihil autem interest utrum corpora duo sibi mutuo occurrant interventu libræ brachiorum æqualium an vero immediate.

1 *Propositio* | (1) 3 (2) 39. *del.* | *L* 1 41 *add.* | *L* 2 duo (1) puncta *del.* (2) mobilia *add.* | *L* 2-3 motus (1) in æqualia libræ rectilineæ brachia rigide incurrant *del.* (2) concurrant *add.* (3) directe (seu perfecte) *add.* concurrant | *L* 4 seu | sese *del.* | *L* 4 sistent (1) . *del.* (2) progressum *add.* | *L* 5-10 Sit ... descendet *del.* | *L* 5 (1) Sint gravia librarum *del.* (2) Sit | *L* 5 pedis | et *del.* et rursus *add.* | aliud libræ 1 ascendens *del.* | *L* 6 *A* | extremitatem *del.* | *L* 7-8 extremitatem | alteram *del.* | *L* 8 graduum | eritque qua *del.* | *L* 9 per | prop *del.* | *L* 10 6 | in *A* *del.* | *L* 10 Nam | in un *del.* | *L* 10 libræ | ascendit ultra *del.* | *L* 11 (1) Sit mobile *DE* incurrens in *A* celeritate *AH* *del.* (2) Sit | *L* 11 *DE*, | unius si placet *del.* | *L* 14 intelligantur | corpo *del.* | *L* 18 *DE*.2 *add.* | *L* 19 2 *add.* | *L* 19 *AH* | ut uni *del.* | *L* 19 parvam; | in altero vero *del.* | *L* 20 attollendi | attollendi *corr. ed.* | *L* 21 *BL* *add.* | *L* 22 pondus | ut 2 ad al *del.* | *L* 22 *DE* | ut *del.* | *L* 23 *FG* | ut *del.* | *L* 23 *BL* | 2 *del.* | *L* 23 concursus | de actione momentanea quæ *del.* | *L* 27 interventu | librar *del.* | *L*

Cum utrobique æqualiter in se invicem totis viribus agant. Itaque [Fig. 186, p. 352] si corpus *DE* librarum 2, celeritate ${}_1E_2E$ ut 1 et corpus *FG* libræ celeritate ${}_1F_2F$ ut 2. directe seu perfecte concurrant mutuo sistent alterum alterius progressum.

[284] Habeo alias hujus propositionis demonstrationes sed quædam præde- 5
mostranda requirentes, quæ commodius in separatam tractationem differemus. Interim hoc loco *DL* discimus ex ipsa æstimatione potentiæ absolutæ, quomodo etiam æstimanda sit potentia respectiva; etsi a se invicem differant; ut patet ex sequenti. Cæterum hanc propositionem quidam sine demonstratione assumunt, alii ex falso principio demonstrare voluere, quasi 10
ejusdem esset potentiæ corpus 2 habere velocitatem 1. et corpus 1 habere velocitatem 2. quod falsum esse ostendimus. Sed in casu æquilibrii itemque concursus et potentiæ respectivæ, ratiocinatio eorum per accidens succedit, quia tunc coincidit consideratio altitudinis (quippe momentaneæ seu tempore elementari obtinendæ) et celeritatis. Idque ipsum deceptit pleros- 15
que ut pro indubitato haberent idem esse, quantitatem potentiæ, absolutæ scilicet, (quæ nempe in corporibus semper in summa conservari debet) et quantitatem motus. Unde illa celebris apud quosdam lex naturæ, quod eadem in universo servetur quantitas motus, sive impetus, quam falsam evicimus meliorem et nunquam decepturam substituentes, quod eadem quan- 20
titas potentiæ, seu summa factorum ex ponderibus in altitudines ad quas vi suarum potentialiarum attolli possunt, atque adeo quantitas effectus integri causæ æqualis, in natura conservetur.

Propositio 42

Si duo corpora inæqualia eandem habeant vim respec- 25
tivam, seu perfecto concursu se mutuo sistant, non pote-

1 agant. | Generaliter ergo si duo corpora *del.* | L 2 *FG* | librarum *corr.* | L 3 2. (1) concurrant *del.* (2) directe (a) concurrant *del.* (b) seu ... concurrant | se *del.* | L 3 sistent | alter *corr.* | L 5-7 (1) Ita *del.* (2) Habeo ... loco *add.* L 7 ex | nost *del.* | L 9 Cæterum | prop. 40 *del.* | L 11 corpus | *A* habere *del.* | L 12 æquilibrii itemque *add.* L 13 concursus | fit per *del.* | L 13 et ... per *add.* L 13 ratiocinatio eorum *add.* L 13-14 accidens (1) verum, et co (2) et (3) succedit, ... tunc *add.* L 14 altitudinis | et velocitas *del.* | L 14-15 momentaneæ (1)) *del.* (2) seu ... obtinendæ) *add.* L 15-23 celeritatis. | (1) Habemus alias huius propositionis demonstrationes, sed quæ aliis adhuc prædemonstrandis indigent, (a) quæ *del.* in aliam tractationem commodius differuntur *corr.* (b) in ... differendis *del.* | (2) idque ... conservetur *add.* L 16 haberent (1) eandem esse *del.* (2) idem esse, *add.* L 19-20 evicimus | ut *del.* | L 21 seu (1) altitudinis *del.* (2) facti *corr.* (3) | summa *add.* | factorum L 21 altitudinem ... quam *corr.* L 21-22 vi ... potentialiarum *add.* L 22 attolli | potest *corr.* | L 22 integri *add.* L 23 in natura *add.* L 24 *Propositio* | 40 *del.* | L 25 habeant | pot *del.* | L

runt eandem habere potentiam absolutam, seu idem pondus ad eandem altitudinem attollere. Et vice versa.

Nam si sese mutuo sistant, eandem habent quantitatem motus (per propositionem præcedentem 41.) sed inæqualia corpora eadem habentia quantitatem motus non habent eandem quantitatem potentiæ absolutæ (per propositionem 34). Eademque argumentatio et versa vice succedit.

Si sint duo corpora *A* librarum 3 velocitatis 1, et *B* libræ 1 velocitatis 3, possunt sese sistere mutuo (per præcedentem[]). Sed cum *A* possit vi suæ celeritatis tantum attollere libras tres ad altitudinem unius pedis, poterit *B* vi suæ velocitatis attollere libram 1 a pedes 9. vel novem libras ad pedem unum. Itaque different *A* et *B* potentia absoluta, seu quantitate effectus integri potentia præditi; quem producere vi suarum celeritatum possunt. Atque ita fontes Scientiæ Dynamicæ de natura potentiæ et Actionis hætenus non satis exploratos aperuisse mihi videor, sublatis ambiguitatibus, et simplicissimo generalissimoque principio æqualitatis inter causam et effectum constituto. Unde alia porro naturæ admiranda peculiari tractatione deducemus.

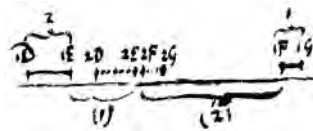


Figura 186



Figura 187.I (del.)



Figura 188.I (del.)

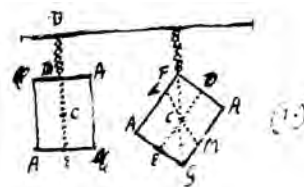


Figura 187

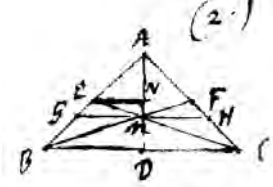


Figura 188



Figura 189

1 seu | ea del. | L 2 ad | alti del. | L 3 (1) Nam si duo corpora ↔ del. (2) Nam L
3 si | eandem habent del. | L 3 quantitatem | impetus del. | L 4 præcedentem | 39.
corr. | sed si habent del. | L 6 34) | (1) || Sit corpus (2) Idem præter (3) Eadem ratio
del. | L 7 | (1) Sit corpus (2) Si co del. | (3) Si L 7 corpora | (1) 2 (2) Si A2
del. | L 7 librarum | 2 corr. | L 9 tantum add. L 11 Itaque | differentis corr. | A et
B add. | L 11 effectus | potentiam del. | L 12 integri | potentiam del. | L 13-14
de ... Actionis add. L 14 satis | cogni del. | L 14-15 ambiguitatibus, | omnia ad
simplicissima del. L 15 principio | in del. | L

[353] [Pars 2. Sectio 2. Caput 1.]
DE CENTRO GRAVITATIS ET QUOD OMNI
MOBILI TALE CENTRUM ATTRIBUI POSSIT[†]

Traditio

L LH XXXV 11, 18A, pp. 353-360

CENTRUM GRAVITATIS est punctum, quo sustentato quomodocunque situm grave vi gravitatis non movetur. Intelligitur autem LINEAS DIRECTIONUM seu in quibus punctum corporis gravis moveri tendit esse parallelas inter se, et eodem modo gravitatem agere in quocunque HORIZONTE seu plano ad lineas directionum normali.

Grave *A* incumbat sustentaculo *BD* tam exacte, ut in neutram partem inclinet; per *D* ducatur recta *DE* perpendicularis ad horizontem, et trajiciens [*desinit abrupte*] 10

Sit Grave *A*, sustentatum fune (si placet) *BD*, atque ita quiescens. Ducatur recta *DE* perpendicularis ad horizontem. Suspendatur aliter idem grave ex puncto *F* et ubi iterum quievit, ducatur perpendicularis ad horizontem. 15

Sit [*Fig. 187.1, 187*] grave *A*, et punctum *C*, suspendatur grave ex puncto suo *D*, vel *F* ope funis (si placet) *BD* sic ut recta perpendicularis ad horizontem *DE* vel *FG* transeat per *C*; tunc si grave quiescit quantum ad

[†]*In margine* Hoc ad doctrinam de Tractu

1 Pars ... 1. *add. ed.* 2 | (1) IN (2) OMNE (a) MOBILI *corr.* EXISTERE (b) MOBILE HABERE CENTRUM GRAVITATIS *del.* | (3) DE L 4-5 quomodocunque situm *add.* L 5-9 Intelligitur ... normali *add.* L 6 autem (1) lineas *del.* directionum seu *add. et del.* (2) LINEAS ... seu *add.* L 8 modo | agere gra *del.* | L 8 in | quacunque *corr.* | distantia ab horizonte *del.* | L 10-11 Ut ... trajiciens *del.* | L 10 | (1) Ut si corpus (2) Sit *del.* | (3) Grave *add.* L 10 *A* | (1) et sus (2) et *del.* | L 10 sustentaculo | tam exacte *del.* | L 10 partem | inc *del.* | L 10-11 inclinet; | et *del.* | L 11 et | secans *del.* | L 13-15 Sit ... horizontem *del.* | L 13 quiescens. | (1) Per punctum sustentationis *D*. ducatur in gravi recta *DE* perpendicularis ad horizontem. Suspendatur aliter idem grave ex puncto (a) quo (b) *F* (*aa*) et ducatur perpendicularis ad horizon (*bb*) ut iterum quiescat et per *F* ducatur recta *FG* perpendicularis ad horizontem (2) *DE* recta *del.* | L 14 horizontem | in ea datur aliqui *del.* | L 15 *F* | et ducatur perpendicularis ad horizontem donec *del.* | L 15 quievit, | notetur *del.* | L 16 et | in eo *del.* | L 17 suo | quocunque *add. et del.* | L 17 *D*, | sic ut *del.* | L 17 vel *F* *add.* L 17 funis | *D* *del.* | L 18 per | centrum *del.* | L 18 quiescit | nec *del.* | L

- gravitatem, nec in unam potius quam alteram partem fertur idque succedat quodcunque sit punctum suspensionis D vel F manente C , ipsum C dicetur centrum gravitatis. Quod proinde invenitur per diversarum perpendicularium ut DE , et FG , quas directionum lineas vocamus, intersectionem. Dubitari autem potest, utrum tale centrum detur. Nam etsi duæ rectæ alicubi se secant non inde tamen sequitur quod intersectio omnium debeat esse communis seu quod LM linea directionis in casu suspensionis ex L , debeat DE secare in eodem puncto C , ubi secatur DE ab FG . Et videtur esse audax hoc postulatum, etsi successu comprobatum sit. [354]
- 10 Eoque major est ratio dubitandi, quod in plerisque figuris non datur centrum magnitudinis, seu punctum per quod recta vel planum transiens semper magnitudinem figuræ in duas partes æquales secat, ut mox ostendemus. Multo minus ergo videtur figura semper per idem punctum in momenta æqualia secari, cum momentum magis sit compositum quam magnitudo
- 15 quippe ex magnitudine et gravitatione simul dependens.

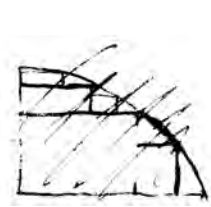
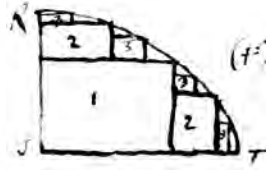
Figura 190.1 (*del.*)

Figura 190

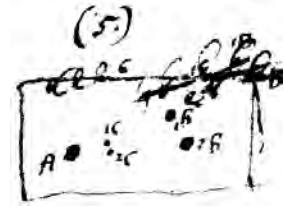


Figura 191

- Et tamen quasi miraculo evenit, ut res semper succedat non tantum in centro gravitatis, sed et agitationis; itaque demonstrationem tantæ veritatis quærere operæ pretium est. Interim subintelligendæ sunt conditiones definitioni ascriptæ, nam si directiones gravium ponantur convergere in centro terræ, et major esse vel minor gravitas in majore elevatione, non exacte succedit. Etsi autem talis gravitas non sit in natura qualem assumimus, non
- 20 terræ, et major esse vel minor gravitas in majore elevatione, non exacte succedit. Etsi autem talis gravitas non sit in natura qualem assumimus, non

1 gravitatem, | nec in alteram *del.* | L 4 quas | «su» *del.* | L 5 intersectionem. | Dubitatur *del.* | L 6 secant | illud *del.* | L 7-9 seu ... FG *add.* L 7 LM | debe *del.* | L 8 secare | (1) EF (2) E *del.* | L 9 sit. | Eode *del.* | L 10 quod | (1) non datur in omnibus corporibus centrum (2) non datur in omnibus corporibus cen (3) in corporibus *del.* | (4) in *add. et del.* (5) in *add.* L 11 quod | recta vel planum transiens figuram *del.* | L 12 , ut ... ostendemus *add.* L 13 in | æqu *del.* | L 15 dependens. | (1) Ita triangulum rectangulum æquicrurum (2) Ita sit [*Fig. 188.1, p. 352*] triangulum rectangulum æquicrurum cuius rectus A , bisecetur basis BC in D , et latera AB, AC in punctis E et F patet junctas (a) AB (b) AD, BF, CE , unamquamque triangulum bisecare. Secabunt autem se istæ tres in puncto M quod si ergo datur hic centrum magnitudinis utique erit M . Ergo ducta GMH basi parallela etiam bisecabit triangulum. Sed hoc est falsum *del.* | L 18 est. | Sane *del.* | L 19 si | puncto *del.* | L 20-21 succedit. | Interim *del.* | L 21 autem *add.* L

ideo tamen minus datur centrum quale definivimus; futurum scilicet si eæ gravitatis conditiones ponerentur imo serviens ad generales directionum æstimationes ut suo loco apparebit.

[355]

Definitio 2

CENTRUM MAGNITUDINIS est per quod planum quodcunque 5
transiens figuram secat in duas partes æquales, quod si
præterea partes sint similes adeoque congruæ dicetur CEN-
TRUM FIGURÆ; et Figuræ quæ habent CENTRUM FIGURÆ, dici
poterunt AMPHIDEXTRÆ.

Tales sunt parallelogrammum, polygonum regulare, circulus, Ellipsis, 10
compositum ex duabus Hyperbolis oppositis; et ex solidis cubus, aliæque
figuræ regulares, sphæra, figura sphæroides, aliæve innumeræ; et harum
figurarum ambitus.

Propositio 1

Punctum quod est centrum figuræ, est etiam centrum 15
gravitatis figuræ (si scilicet materia figurata sit similis).

Manifestum enim est in figura Amphidextra qualis est ad definitionem
1. sustentato centro *C* omnia semper utrinque eodem se modo habere seu
congrua esse (per definitionem 2), nec proinde rationem esse cur magis ad
partes *FL* quam *FD* motus inclinet. Itaque quiescet grave et centrum *C* (per 20
definitionem 1.) est centrum gravitatis.

[356]

Propositio 2

Dantur figuræ quæ nullum habent Centrum magnitudi-
nis seu punctum per quod a recta ducta quavis bisecen-
tur. 25

2 generales | motuum æsti *del.* | *L* 4 | (1) Pro (2) Def *del.* | (3) Defin. 2 *L* 6
æquales | (1) Tale est centrum in circulo, Ellipsi, parallelogrammo, polygono regulari;
(a) et in (aa) solidis (bb) Sphæra Sphæroide, (b) et in cubo, sphæra, Sphæroide, et aliis
(2) || Defin. 3 || Figuræ amphidextræ sunt *del.* | (3), (a) quod (b) licet non similes
(c) quod *L* 7 sint (1) congruæ *del.* (2) similes ... congruæ *add.* *L* 7
dicentur *corr.* *L* 10 (1) Tales (a) sunt parallelogrammata (b) sunt *del.* (2) Tales
L 10 Ellipsis, | et ex solidis *del.* | *L* 11 oppositis | superficies *add. et del.* | *L* 12
harum | solidorum superfic *del.* | *L* 15 (1) Centrum figuræ est centrum gra-
vitatatis *del.* (2) Punctum *L* 16 figuræ | simi *del.* | *L* 16 scilicet (1) figura
del. (2) figuræ *add. et del.* (3) materia figurata *add.* *L* 16 similis) | et qui-
dem unicum *del.* | *L* 17 Amphidextra | susten *del.* | *L* 18 sustentato ... *C add.*
L 18-19 seu ... 2) *add.* *L* 20 partes | *FD* quam *del.* | *L* 20 quiescet | moti *del.* |
L 21 gravitatis. | Id «esse» unicum manifestum est, cum ab ipso prius æquidividente ad
partem quamcumque recedendo plus ponderis a tergo relinquatur *del.* | *L* 24-25 seu
... bisecentur *add.* *L*

Tales quidem sunt pleræque sed sufficit unam exhibere ex simplicioribus. Sit [Fig. 188, p. 352] Triangulum æquicrurum BAC cujus angulus rectus A , basis BC bisecetur in D , et latera BA , CA in punctis E et F . Patet AD , BF , CE unamquamque triangulum hoc bisecare. Secabunt autem se istæ in puncto M quod si ergo datur hic centrum magnitudinis, utique (per definitionem 2.) id erit punctum M . Quo posito (per eandem definitionem 2.) ducta GMH recta basi parallela etiam bisecabit triangulum BAC sed hoc est falsum. Nam ex E agatur in AD normalis EN . Cum AE sit dimidia ipsius AB erit AN vel ND vel EN dimidia ipsius AD vel BD vel DC . Cum ergo triangula ENM et CDM sint similia, erit NM dimidia ipsius DM ergo tertia pars ipsius ND et proinde sexta pars ipsius AD . Ergo AM (id est $AN + NM$, dimidia pars cum sexta) constabit duabus tertiis ipsius AD . Est autem AM æqualis ipsi GM , ergo quadratum ipsius AM hoc est quatuor nonæ quadrati sub AD , æquatur triangulo GAH . Minime ergo verum est triangulum GAH esse dimidium trianguli BAC quod quadrato sub AD æquatur. Itaque punctum M non est centrum magnitudinis. Et proinde centrum magnitudinis in triangulo proposito non datur.

Propositio 3

Sustentans eodem modo premitur ut prius si tota gravitas in centrum gravitatis redigi ponatur.

Nam si grave ADE continue minor fiat ac minor eodem manente centro gravitatis, eademque gravitate, patet eodem modo tendi funem, seu eandem manere vim in directione BDC . Idemque manet continuata contractione donec figura in centrum C evanescat.

Propositio 3

[357]

Sustentans eodem modo premitur ut prius si tota gravitas in centrum gravitatis redigi ponatur, seu si grave ex manente centro libere suspendatur.

In figura definitionis 1. redigatur grave ADE in aliud minus quidem sed simile et similiter positum respectu centri gravitatis C manentis, quod grave novum sit gravitatis specificæ in eadem proportionem majoris, in qua est voluminis minoris. Patet eandem esse vim quæ funem trahit in directione BDC . Idemque est si grave in spatium minus dato quovis contrahatur,

6 posito | ducta del. | L 9 erit | AD del. | L 9 ND | dimidia ipsius (1) BD (2) AD et EN seu AN dimidia del. | L 11 AM | æq del. | L 15 æquatur |, et multo del. | L 18-24 Prop. 3 ... evanescat del. L 20 gravitatis | rediret del. | L 22 funem | BD del. | L 27-28, seu ... suspendatur add. L 29 (1) Redigatur del. (2) In L 29 redigatur (1) corpus del. (2) grave add. L 29-30 aliud | (1) simile minus (2) | finite add. et del. | minus ... simile add. | L 30 respectu | centri C del. | L 30 manentis, (1) quod del. (2) sed add. et del. (3) quod add. L

donec tandem in punctum ejusdem cum gravi initio dato gravitatis evanescere fingatur. Idem et sic concluditur, quod posito corpus suspendi ex centro gravitatis *C* tota utique vis gravitatis in puncto *C* funem *BC* trahit; nec refert cuius magnitudinis aut figuræ sit quod puncto *C* adhæret, modo eadem maneat gravitas, quam totam agere manente gravitatis centro ex definitione hujus centri manifestum est, quia ipso sustentato tota impeditur atque adeo in impedimentum agit.

Propositio 4

Gravia quotcunque positione data quorum quodlibet habet centrum gravitatis, habent centrum commune gravitatis.

[358] Sint primum duo, et [Fig. 189, p. 352] centra eorum *A* et *B*, ipsis corporibus inde suspensis æquivalentia (per præcedentem). Sufficit ergo ut ostendamus duo puncta licet gravitate inæqualia habere centrum gravitatis commune compositi ex ipsis *A* et *B* per lineam rigidam mole carentem connexis. Secetur recta *AB* in *C* sic ut *AC* sit ad *BC* in ratione quam postulat æquilibrium, seu ut sustentato puncto *C* nullus fiat motus vi gravitatis. Ergo punctum *C* (per definitionem 1.) est centrum gravitatis compositi ex *A* et *B*. Invento jam centro corporum duorum, eodem modo habetur centrum trium et plurium. Duo simul concipiendo ut unum corpus centrum habens cuius porro ut diximus habetur centrum commune cum tertio, et ita porro. Dari autem aliquam rationem æquilibrii inter duo puncta *A* et *B* gravitate inæqualia assumi potest ut postulatum. Sed idem tamen si quis desideret sic probatur:

Manente linea rigida connectente *A* et *B* sustentetur *A*[,] patet *B* totam

1 cum ... dato *add.* L 3 *C* | (1) eo ipso tota gravitas (a) p (b) (quod obtineri potest removendo obstacula quæ (2) funis *BC* *del.* | L 5 maneat (1) vis gravitatis[.] Eam autem manere *del.* (2) vis *g* *add. et del.* (3) gravitas ... agere *add.* L 5 agere | quantu *del.* | L 5-6 definitione (1) eius *del.* (2) huius centri *add.* L 6 ipso | p *del.* | L 6 impeditur | (1) gravitas (2) ratio gravitatis *add. et del.* | L 9 (1) Duo *del.* corpora *corr.* (2) Gravia | quotcunque *add.* | L 9 data | cent *del.* | L 12 (1) Sic *c* *del.* (2) Sint L 12 primum ... et *add.* L 13-14 præcedentem (1) Ergo *del.* (2) Sufficit ... ostendamus *add.* L 15 *A* et *B* per lineam rigidam mole carentem connexis (1) , *B* *del.* (2) et ... connexis *add.* L 16-17 æquilibrium, | (1) *C* (2) patet sus (3) utique *del.* | (4) seu ut *add.* L 17 nullus | vi-*corr.* | L 18 *C* | est *del.* | L 19-21 *B* (1) linea rigida (a) in motu (b) gravitatem non habente connexis. Superest ut *del.* (2) . Invento ... porro *add.* L 19 centro (1) hoc vicissim *tr del.* (2) corporum *add.* L 19 duorum, | rursus *del.* | L 22 autem | punctum *del.* | L 23 assumi | poterat *corr.* | L 25 (1) Si ostendetur *del.* (2) Manente L 357.25-358.1 patet | (1) *A* totam su (2) *B* *del.* | (3) *B* ... suam *add.* L

- suam gravitatem exercere, seu nullo modo sustineri vel ab *A* impediri. Jam recedat sustentans tantillum ab *A* versus *B*, patet *A* sustineri aliquo modo et aliquam habere descendendi libertatem, et sustentante porro magis magisque promotum versus *B*, patet libertatem seu vim agendi in *A* crescere, 5 manente quidem sed decrescente sustentatione donec sustentans perveniat ad *B*, ubi ipsum *A* nullo modo impeditur a *B* in totum sustentato, adeoque prorsus liberum erit. Idemque est de *B*. vicissim. Cum igitur transeatur per omnes sustentationis et libertatis, seu momentorum gradus qui ex contrarii actione maiore minoreve oriuntur[;] adeoque in ratione quavis possi-
- 20 bili, necesse est alicubi esse rationem æqualitatis seu aliquod esse punctum æquilibrii *C*. Sustentato scilicet *A*, vis ejus ad vim ipsius *B* erat ut nihil ad aliquid; crevitque decrescente vi ipsius *B*, donec ista contra fiat ad vim *A*, ut nihil ad aliquid, et cum mutatio sit continua, utique per omnes rationes intermedias transiri oportet, adeoque et per rationem æqualitatis. [359]
- 25 Cæterum qualis sit ratio æquilibrii nempe ut brachia sint in reciproca ponderum ratione, ad hanc demonstrationem nihil refert, quamquam id potuissemus assumere velut demonstratum independentem ab hypothesi centri gravitatis.

Propositio 5

- 20 Omne extensum grave habet centrum gravitatis et quidem unicum.

Sit [*Fig. 190.1, 190, p. 354*] figura plana vel solida, gravitate prædita *RST*, hæc resolvi potest in rectangula vel alias figuras amphidexias sive centrum figuræ habentes. Inscribendo verbi gratia ipsi *RST* maximum rectangulum 1., et residuis portionibus maxima inscribendo rectangula 2.2. Et iterum residuis maxima inscribendo 3.3.3.3. Et ita porro, ita ut quod superest, minus fieri possit data quavis quantitate. Iam quodlibet horum rectangulorum habet centrum gravitatis (per propositionem 1) et plura positione da-

1 exercere, (1) et vicissim ea exercebit *A* del. (2) | seu ... impediri add. | recedetur (a) ver (b) tantillum ab *A* del. | L 2 *B*, | (1) manifestum (2) sequitur del. | L 2 sustineri | et del. | L 2 modo | de del. | L 3-5 libertatem, (1) et magi add. et del. (2) eamque add. et del. (3) et ... sustentans add. L 3 porro add. L 6 ubi | omnino a *B* prorsus sustentato del. | L 7 vicissim. | Itaque del. | L 7 transeat corr. L 8 libertatis (1) gradus, necesse est alicubi talis del. (2) , seu ... gradus add. L 9 oriuntur | necesse est alicubi aliquod dari punctum del. | L 11 *C*. (1) Nam sustento del. (2) Sustentato add. L 11 *A*, | ratio del. | L 11 vim (1) *B*, del. (2) | ipsius *B* add. | erit tot del. | L 12 crevitque | continue donec del. | L 12 *B*, | ut del. | L 12 donec | et del. | L 12 contra add. L 12 fiat (1) nihil; ergo alicubi sibi occurrunt, «ita» del. (2) ad ... *A* add. L 13 utique add. L 15 in add. L 20 | (1) Omnis figura plana vel solida habet centru (2) Omnis linea superficies aut solidum hab del. | (3) Omne L 20 grave add. L 20-21 et ... unicum add. L 27 quantitate. | Constat ergo del. | L

[360] ta quotcunque quorum singula habent centrum gravitatis, habent centrum gravitatis commune (per propositionem 4.) Itaque aggregatum rectangulorum hoc est figura data habet centrum gravitatis. Quod si extensum esset linea curva vel superficies gibba, potest pro ea adhiberi ambitus polygoni vel polyedri inscripti minus differens quantitate data. Is Ambitus autem 5 polygoni constet ex rectis, polyedri ex planis, quæ cum centrum gravitatis habere ostensum sit, ipse ambitus tale centrum habebit. Quodsi extensum non sit simile, sed variæ in variis partibus gravitatis, cujuslibet partis similis præinvestigetur centrum. Quodsi nulla pars similis detur; error tamen dato minor erit si partes quantum satis parvæ tanquam similes 10 mediæ gravitatis inter eas quas quæque habet, gravitates, assumantur. Cæterum sicubi sit centrum gravitatis simul unicum esse manifestum est, cum ab ipso prius æquidividente in quamcunque partem recedendo plus ponderis a tergo relinquatur.

Hinc manifestum est quæ de centro gravitatis unius corporis vel mobilis dicuntur pertinere etiam ad centrum gravitatis mobilis ex pluribus mobilibus discretis. 15

Propositio 6

Si in gravibus sola agat gravitas descendet gravium centrum gravitatis commune. 20

Ponamus gravitatem egisse, et ideo aliquid descendisse, [Fig. 19I, p. 354] ut B ex ${}_1B$ in ${}_2B$. Dico et centrum commune (verbi gratia ipsorum A et B) descendisse ex ${}_1C$ in ${}_2C$. Ponamus enim non descendisse, sed mansiss in ${}_1C$. Ergo jungantur lineis rigidis $A{}_1C$, ${}_2B{}_1C$, et sustentetur centrum C . Patet totam vim gravitatis ipsorum A et B sustentari (per definitionem 1. seu per 25 propositionem 3. hic) et proinde eandem potentiam esse in ${}_1C$, quanta erat ante descensum ipsius B . Sed adest præterea potentia nova quæ descensu ipsius B produci potuit, verbi gratia Elastum aliquod descensu illo tensum,

4 adhiberi | polygonum *del.* | L 5 vel polyedri *add.* L 5 Is | autem *rect del.* L 6 planis, | $\leftrightarrow$ *del.* | L 9 detur; | (1) comp (2) intelli *del.* | L 10 partes | similes *del.* | L 11 mediæ ... gravitates, *add.* L 11 mediæ | (1) den (2) grav (3) gravitatis inter *del.* | (4) gravitatis *add.* L 11 quas (1) habent *corr.* (2) quæque *add.* habet L 11-14 Cæterum ... relinquatur. *add.* L 13 prius | æquidividen *del.* | L 15-17 Hinc ... discretis *add.* L 15-16 vel mobilis *add.* L 16 gravitatis | corporis ex pluri *del.* | L 19 Si (1) gravia «descendent» *corr.* (2) | in *add.* | gravibus | (a) descensus (b) descendet eorum *del.* | (c) contingat *add. et del.* (d) sola ... gravium *add.* L 20 commune |, et quidem via brevissima qua potest *del.* | L 21 ideo *add.* L 21 aliquid | aliquod *corr.* | corporum *del.* | L 21 descendisse, | «sit» plus *del.* | L 23 ${}_2C$ | Nam si non descendit, *del.* | L 25 gravitatis | sustent *del.* | L 25 definitionem | 1.) *corr.* | L 26 3. (1)) *del.* (2) hic) *add.* L 26 potentiam | agere in sustentans quanta agebat *del.* | L 26 esse |, quant *del.* | L

[Pars 2. Sectio 2. Caput 2.]
[361] DE MOTUS DIRECTIONE ET FIGURA

Traditio

L LH XXXV 11, 18A, pp. 361-391

DIRECTIO est linea recta in qua movetur punctum mobile ab initiali rectæ puncto versus aliud ejusdem rectæ punctum, nisi a causa superveniente impediatur. 5

Sic gravis puncti *A* [*Fig. 192.1, 192*] directio versus centrum terræ est recta *BC* ducta ad *B* loco ipsius *A* ad centrum terræ *C* quia a *B* incipiens moveri *A*, movetur in recta *BC*, ita ut propius fiat ipsi *C*. Scilicet nisi aliqua causa nova superveniat qualis esse posset impulsus lateralis versus *E* seu directione *AE* unde fieri posset ut grave moveretur in linea aliqua *AF*, motu 10 composito, ut mox patebit. Addatur definitio Motus æquidirecti supra propositionibus 5 et 8. capitis de Motu simplice, et propositio 26 de Causa et Effectu, ubi de directione motus curvilinei quæ est in tangente.

Propositio 1

Quotcunque motus et qualescunque componi possunt 15 inter se, ita ut punctum mobile motu ex omnibus composito feratur.

Superficies quæcunque rigida moveatur qualicunque motu æquidistributo et æquidirecto, quod fit si puncta ejus aliquot numero finita sufficientia (qualia sunt in plano tria in eandem rectam non cadentia) in lineis inter 20

1 Pars ... 2. *add. ed.* 2 | (1) prop. 7. (2) DE NISU ET EIUS DIRECTIONE (3) DE MOTUUM DIRECTIONE *del.* | (4) DE L 2 ET VIA *del.* | L 3 recta | (1) cujus datur punctu (2) incipiens ab aliquo puncto *et del.* | L 3-4 movetur (1) mobile *del.* (2) punctum ... puncto *add.* L 3-4 mobile (1) ab aliquo *del.* (2) ab ... rectæ *add.* L 5 nisi | alia *corr.* | L 6 puncti | *G corr.* | L 6 est (1) *GC*, quia pun *del.* (2) | recta *acc. non del., del. ed.* | *GC*, a1 | L 7 ducta | in *D* ad ce *del.* | L 8 ipsi | *BC del.* | L 9-10 seu ... *AE add.* L 10 motu | *pos del.* | L 11-13 Addatur ... tangente *add.* L 11-12 supra (1) ubi *del.* (2) prop. ... cap. *add.* L 15 Duo quiv *del.* | L 15 motus | (1) et directiones (2) cujuscunque velocitatis et directionis *del.* | (3) et qualescunque *add.* L 16 punctum *add.* L 18 qualicunque *add.* L 20 non *add.* L 20 lineis | parallelis secundum legem *del.* | L

se congruis (seu similibus et æqualibus) moveantur, unde et reliqua puncta omnia per lineas prioribus gemellas seu congruas eodem modo seu congrue movebuntur. Ut si rigida superficies $ABCDE$ [Fig. 193.1, 193, p. 360] moveatur ita ut puncta A, B, C, D , lineas congruas ut ${}_1A_2A, {}_1B_2B, {}_1C_2C$ etc. describant, unde et reliqua quæcunque tales describent omniumque punctorum eadem erit celeritas et directio. In hac superficie excavata secundum lineam quamcunque DE , in qua interim dum movetur superficies ABC , moveatur mobile M , celeritate quæcunque data in crena tanquam quiescente. Manifestum est, hos duos motus unum nempe superficiei, omnibus ejus punctis adeoque et crenæ, ac proinde et mobili in ipsa crena, communem, alterum mobilis proprium in crena, componi inter se in mobili M quod proinde describet lineam ${}_1M_2M$, cujus puncta quævis pro tempore quovis ex situ crenæ ob motum superficiei communem dato, et situ mobilis in crena, ob datum in ea mobilis motum proprium, determinari possunt. Quod si ipsa interim superficies ABC rursus eodem modo moveatur in alia superficie mota tanquam fundo, punctis aliquot A, B, C per hujus fundi crenas ${}_1A_2A, {}_1B_2B, {}_1C_2C$ incedentibus, dum interim ipsa hæc nova superficies seu fundus movetur, habemus tres motus inter se compositos. Et ita porro, si habet plures.

20

Propositio 2 et definitio

Si duo motus rectilinei uniformes vel velocitate proportionales componantur inter se, ita ut mobile in angulo positum eodem tempore percurrat unum latus anguli secundum unum motum, et alterum secundum alium motus compositus erit in recta diagonali completi secundum hæc latera parallelogrammi, eamque eodem tempore absolvat eritque similiter uniformis aut proportionaliter cum prioribus crescens vel decrescens. Et proinde si cele-

1 se | gemellis *del.* | L 2 modo | quo *del.* | L 3 si | rigidum *corr.* | ABC *del.* | L 3 superficies | ABC *corr.* | L 4 ut *add.* L 4 ${}_1B_2B$, | etc. *del.* | L 5-6 omniumque ... directio *add.* L 6 excavata | in qua moveatur *del.* | L 7 quamcunque | in qua punct *del.* | L 7 superficies | celeritate *del.* | L 8 data ... quiescente *add.* L 9 motus | superficiei *del.* | L 9-10 punctum *corr.* L 9-10 punctis (1) adeoque *del.* (2) adeoque ... proinde *add.* L 10 ipsa | communem *del.* | L 11 crena; *corr.* L 11 mobile *corr.* L 14-15 ipsa interim *add.* L 15 superficie | mobile, *del.* | L 16 aliquot *add.* L 16 C (1) in ejus crenis incedentibus, *del.* (2) per ... crenas *add.* L 16 fundi *add.* L 17-18 superficies (1) movetur, *del.* (2) seu ... movetur, L 21-22 rectilinei (1) componantur *del.* (2) uniformes ... componantur *add.* L 25 in | dir *del.* | L 27-28 eritque ... decrescens *add.* L 27 aut | proportionem eadem *del.* | L 28 cum prioribus *add.* L

ritas et directio motuum componentium repræsentetur per latera parallelogrammi celeritas et directio motus compositi repræsentabitur per diagonalem. Directionem autem cum Velocitate ducta in Quantitatem Materiæ vocabimus NISUM. Sed cum flexum simul designabimus, generaliori voce vocabimus CONATUM. Unde nisus omnes sunt rectilinei, conatus vero tam rectilinei quam etiam circulares aliterve curvilinei.

Per regulam immotam BB [Fig. 194, p. 360] incedat regula mobilis BC eodem semper angulo servato regulæ ad regulam. Atque interim in regula motu proprio incedat mobile M sitque velocitas regulæ ad velocitatem mobilis in regula, ut ${}_1B_2B$, ad BC in eadem semper ratione constante, quod fit sive velocitas utriusque semper maneat eadem; sive eadem proportionem crescat utrobique. Compleatur parallelogrammum ${}_1C_1B_2B_2C$ et ducatur diagonalis ${}_1B_2C$, ajo eam repræsentare velocitatem et directionem motus compositi ipsius M , seu quo tempore regula percurrit ${}_1B_2B$, mobile M percurrere ${}_1B_2C$. Manifestum enim est, quo tempore BC ex ${}_1B_1C$ pervenit in ${}_2B_2C$, mobile M pervenire ex B in C , adeoque cum initio fuerit in ${}_1B$, in fine esse in ${}_2C$. Idque cum eadem proportionem locum habeat in puncto intermedio quocunque, (ipsum enim ${}_2B$ pro arbitrio assumimus) patet semper mobile M versari in recta ${}_1B_2C$ et partes ejus absolvere proportionales partibus regularum. Etsi autem motus non sint uniformes nec proportionales, conatus tamen seu motuum elementa, quæ semper ut motus uniformes inassignabilibus minores concipi possunt, conatum rectilineum component.

Propositio 3

25

Quotcunque motus uniformes vel proportionaliter ve-

3-8 Directionem ... curvilinei *add.* L **5** NISUM. | (1) Et duo nisus rectilinei componunt nisum rectilineum (2) Et duo adeo *del.* | L **5-6** generalius *corr.* L **6** vocabimus (1) conatum *del.* (2) CONATUM *add.* L **7** vero (1) etiam *del.* (2) tam ... etiam *add.* L **11** velocitas | mobilis *del.* | L **12** ad ${}_1B_2$ *del.* | L **16** tempore | (1) regula pervenit in (2) percurrit *del.* | L **16** regula | rectam ${}_1B_2B$ *del.* | L **17** tempore | B pervenit in ${}_1C$ *del.* | L **18** adeoque | esse in ${}_2C$, ac *del.* | L **19** quocunque, | semper cadet in *del.* | L **20-24** M (1) | versari in recta ${}_1B_2C$ *del.* | , et partes ejus absolvere proportionales partibus regularum[.] (a) Daret autem linea (b) Quodsi *add. et del.* | (2) versari ... component *add.* L **20-21** versari ... regularum *add.* L **22** autem (1) nisus *del.* (2) motus *add.* L **22** proportionales, | nisus *corr.* | L **22-23** tamen (1) | seu *corr.* | initia | motus, *corr.* | (2) | (seu *corr.* | initia *del.* | motuum) *corr.* | (a) posi (b) cum semper sint rectilinei, ${}_1B_2B$, et ${}_1B_1C$ (c) cum motibus uniformibus qui inde sequi possent (d) quæ semel (e) quæ (3) seu motuum L **23** ut | uniformia concipi possunt *del.* | L **26** motus | uniformis *corr.* | L **363.26-364.1** proportionaliter (1) crescens *corr.* (2) crescentes *del.* (3) | velocitatem variantes *add.* | linei *del.* | L

locitatem variantes rectilinei inter se compositi, componunt motum mobilis puncti rectilineum etiam uniformem vel proportionem eadem cum reliquis variatum. Et proinde quotcunque Conatus Rectilinei componunt conatum rectilineum.

- 5 Cum enim duo talem componant (per præcedentem propositionem) compositus cum tertio iterum (per eandem) componet talem novum. Et ita porro.

Propositio 4

[364]

- Mobile quod fertur in linea curva conatur ab ea recedere per tangentem.

Hujus demonstrationem anticipavimus propositione 26. capitis de causa et effectu quæ huc repetatur.

Propositio 5

- Omnis motus curvilineus in plano intelligi potest compositus ex duobus rectilineis, quorum unus sit uniformis, vel velocitatis quæcunque lege data crescentis aut decre-

15 positis. Pro motu in solido adhiberi possunt rectilinei tres.

Descripta scilicet in plano [*Fig. 195, p. 360*] linea motus *MM*, atque inde in angulum rectilineum *C₁MB* vel *CAB* ductis coordinatis *MB*, *MC*, intelligi potest mobile *M* ferri motu composito, ex motu regulæ mobilis *CC* incedentis per immotam regulam *BB* et motu proprio in regula; motibus ita temperatis, ut dum regula *CC* absolvit *AB* (æqualem ipsi *MC*) mobile *M* in ea absolvat *AC* (æqualem ipsi *MB*).

- 25 Si motus *CC* sit uniformis et *BB* gravitatis uniformiter secundum tempora acceleratus, ostendit Galilæus describi parabolam. Si motus *BB* uniformiter secundum loca retardetur ut fit in frictione, velut cum globus mo-

1 compositum *corr.* L 3 reliquis (1) crescentem *del.* (2) variatum *add.* L 3-4 Et ... rectilineum *add.* L 4 quotcunque | Nisus *corr.* | L 4 componunt | Nisum *corr.* | L 9 (1) Q *del.* (2) Mobile L 11 Hanc *corr.* L 14 motus | (1) lineæ curvæ (2) in linea curva plana *del.* | (3) curvilineus *add.* L 14 plano | descripta *del.* | L 15 ex | tribus *del.* | L 15 quorum (1) alter sit *del.* (2) unus sit *add.* L 16 vel | data propo *del.* | L 20 vel *CAB* *add.* L 21 ex motu *add.* L 22 regula; | ita ut *del.* | L 23 *CC* | regula mobilis *del.* | L 23 absolvit | *1MB* *del.* | L 25 | et *add.* | *AB* *corr.* | L 25-26 gravitatis (1) uniformiter *del.* (2) uniformiter ... tempora *add.* L 26 Si | uniformi *del.* | L

26 Galilæus *vide*: G. Galilei, *Discorsi e dimostrazioni matematiche, intorno a due nuove scienze attenenti alla meccanica e i movimenti locali* (Leiden: Elsevirii, 1638), Giornata Quarta; EN VIII, 269-273.

vetur super tapete, et interim tabula cum tapete et in eo currente globo uniformiter transferatur, demonstravi ego lineam Logarithmicam a globo describi. Sed talia nunc proseguire non est præsentis instituti.

Propositio 6

Si mobile feratur motu composito ex rectilineis unifor- 5
mi et alterius legis, describet lineam, in qua ex data progressionem Abscissarum habetur progressio Ordinatarum, ut in dicta Lege ex data progressionem Temporum habetur progressio Spatiorum.

Ut si spatia AB a puncto B (in figura præcedenti) percurra crescant Geometrica progressionem dum tempora per rectas AC repræsentata crescant progressionem Arithmetica; manifestum est in motu composito lineam MM logarithmicam describere abscissas AC esse ut tempora, ordinatas CM (seu AB) ut spatia a puncto mobili M percurra.

[365]

Propositio 7

15

Quævis linea curva motu composito ex duobus vel tribus, circularibus, vel rectis et circularibus describi potest.

Sit immobile punctum C [Fig. 196, p. 360] circa quod in eodem (si placet) plano moveatur recta rigida CA , describens arcum circuli ${}_1A_2A$ et interim 20 circa A moveatur recta indefinita AB . Sit linea curva terminata quæcunque ${}_1M({}_2M)$ data. Et datum punctum M in recta AB , cujus ab A distantia data AM , modo ea sufficientis sit magnitudinis, ut a quovis puncto circuli AA ad curvam ${}_1M({}_2M)$ pertingere possit. His positis manifestum est dato quocunque curvæ MM puncto ut $({}_2M)$ datoque situ rectæ CA , ut C_2A , posse 25

1 interim (1) tabula cum tapete del. (2) tabula ... currente add. L **1** et | in (1) ea corr. «oc» del. (2) eo currente globo add. | L **2** uniformiter (1) progrediatur del. (2) transferatur L **2** lineam | prodire del. | L **2-3** a ... describi add. L **5** rectilineis add. L **6** lineam | abscissis suis et ordinatis exprimentem (1) relationem (2) per relationem del. | L **6** qua | ut del. | L **7** Ordinatarum, | «ut — p» del. | L **9** progressio | V corr. | L **10** spatia | (CM) del. | L **11** progressionem (1) « $\longleftrightarrow$ » del. et add. et del. (2) dum add. L **16** | (1) Si recta in plano «sumatur» (2) Etiam del. | (3) Quævis L **16** ex | circularibus del. | L **16-17** duobus | (1) vel circulari et recto describi potest del. (2) | vel tribus, add. | aut add. et del. | L **19** Sit (1) in plano immobile del. (2) immobile add. L **20** CA , | circuli del. | L **21** Sit | pu del. | L **21** terminata add. L **21-22** quæcunque (1) MM patet del. (2) ${}_1M({}_2M)$ add. L **22** data | data etiam positione ipsius CA dari posse del. | L **22** AB , (1) «uti» immotum del. (2) modo add. et del. cujus ab A add. L **23** ea | major sit recta A quam distantia del. | L **24** curvam (1) ${}_1M(M)$ (terminatum) del. (2) ${}_1M({}_2M)$ add. L **25** situ | regulæ del. | L

dari situm ipsius AB nempe ${}_2A({}_2B)$ talem ut punctum M cadat in locum assignatum $({}_2M)$. Et ita data circulatione ipsius CA circa C investigari potest, qualis debeat esse circulatio ipsius AB circa A , ut punctum M salva distantia sua ab A describat curvam datam ${}_1M({}_2M)$. Quodsi linea ${}_1M({}_2M)$ ad infinitam distantiam continuetur res obtineri non potest nisi M in recta infinita AB progredi possit. Si curva non sit in plano tres motus inter se componi possunt. Ut si manente motu ipsius AC et ipsius AB in plano paginæ alius accedat motus ipsius AB circa axem CA in plano ad paginam verticali, ut scilicet perveniatur ad punctum datum in sublimi curvæ alicujus datæ.

10 *Propositio 8 et definitio*

Velocitates circulantium, sunt in ratione composita vertiginum et radiorum circularium. VERTIGO autem est velocitas angulos absolvendi.

Sit [Fig. 197, p. 360] linea infinita ABC ita mota circa punctum immotum ^[366]
 15 A , ut quodvis eius punctum ut B vel C circuli arcum describat. Idemque intelligatur in alia recta infinita LMN . Erit Vertigo in tota linea infinita, velocitas scilicet angulum absolvendi, et posito motu uniformi, erunt Vertigines reciproce ut tempora periodica; posito autem æquali tempore, quo verbi gratia recta ABC absolvit angulum ${}_1BA_2B$ et recta LMN angulum ${}_1ML_2M$; in motu uniformi erunt anguli ut vertigines, seu vertigo rectæ ABC ad vertiginem rectæ LMN , ut angulus ${}_1BA_2B$ ad angulum ${}_1ML_2M$. Hinc cum velocitates æstimentur motu uniformiter continuato per tempora æqualia, Vertigines per angulos uniformiter percurrendos æstimabuntur; etsi motus uniformis non sit, eruntque ut anguli elementares æqualibus
 25 temporum elementis percursi. Porro in punctis C et L æque distantibus a suis centris, (si AC sit æqualis ipsi LN) patet ipsas circulandi velocitates esse ut vertigines, nam arcus æqualium circulorum sunt ut anguli. Iam circulationes punctorum ejusdem rectæ sunt ut radii, seu distantia a centro, verbi

2 ita (1) talis esse potest del. (2) | dato corr. | motu circulandi del. | L 2 circa C add. L 4 datam | MM del. | L 4 linea | M in 1 del. | L 6 tres | nimirum del. | L 7 possunt | (1) , ex quibus duo esse possunt data, tertius. (2) Ut si recta AB del. | L 13 velocitas (1) angulum del. (2) | angulis corr. | percurrendis æstimata | del. (3) angulos | absolvendi add. | L 15 punctum | describat circulum del. | L 15 describat. | Ubi del. | L 16 Erit | vertigo corr. | L 17 scilicet (1) quæ percurrit datum angulum del. (2) angulum add. L 17 absolvendi, | quæ in tot del. | L 17-18 uniformi, (1) erit reciproce del. (2) erunt ... reciproce add. L 18 reciproce add. L 20 ${}_1ML_2M$; | in del. | L 22 Hinc del. et rursus add. L 22 cum | enim add. et del. | L 22 æstimentur | motus ... continuati corr. | L 23 uniformiter add. L 25 punctis C et L æque (1) æque del. (2) C ... æque add. L 26 centris, | ut del. | L 27 Iam | (1) veloci (2) velocitates punctorum ejusdem rectæ del. | L

gratia velocitas ipsius B est ad velocitatem ipsius C , ut AB ad AC . Hinc jam sequitur circulationes seu circulandi velocitates esse in ratione composita vertiginum et radiorum. Nam velocitas ipsius B est ad velocitatem ipsius C , ut AB ad AC , et velocitas ipsius C ad velocitatem ipsius N (posito AC et LN esse æquales) est ut vertigo rectæ ABC ad vertiginem rectæ LMN ,
 et velocitas ipsius N est ad velocitatem ipsius M , ut LN (id est AC) ad LM .
 Ergo velocitas ipsius B est ad velocitatem ipsius M in ratione composita ex ratione AB ad LM , radiorum, et ratione vertiginum.

[367]

Propositio 9

Si eadem recta rigida mobilis simul habeat plures vertigines circa plura centra in ipsamet sumta assignari in ea potest unum centrum circa quod revera recta circulari circulatione una æquivalente pluribus illis compositis.

Ponamus rectam aliquam rigidam $LGABHM$ [Fig. 198, p. 360] eodem tempore impelli normaliter æqualibus nisibus contrariis in eodem plano ab oppositis partibus, ut nisibus ut FG , et CH utique eatenus vertiginem hæc recta concipiet circa punctum A medium inter G et H . Si jam eadem præterea recta impellatur duobus nisibus æqualibus oppositis DE , et TV , eatenus vertiginem concipiet circa punctum B medium inter E et V . Ajo ex duabus istis circulationibus compositis oriri novam circa punctum aliquod S ,
 et tam gradum vertiginis quam centrum S ex datis assignari posse. Sumatur punctum L in recta, id quatenus conatur circulari, conatur in tangente circuli idest perpendiculari ad rectam in L . conatus ergo ambo componentur inter se, it ut sit conatus compositus ut LP composita ex LN et NP , quæ repræsentet conatus componentes LN conatum circa A , NP conatum circa B posito si placet ambos conatus circulandi tendere ad easdem partes. Idemque sis ab altera parte in puncto M , ut MQR repræsentet conatum compositum, ex MQ circa A , et QR circa B . Videamus an inveniri possit constans punctum S , circa quod circulandi prodeant conatus LP et MR .

2 sequitur | (1) veloci del. | L 6 ut | AN del. | L 7 ipsius | N del. | L 7-8 ex ratione add. L 8 radiorum, | (1) et angulorum (2) et vertiginum del. | L 10 habet corr. L 12 revera | recta add. | circulatur corr. supra lineam | L 14 Ponamus | in del. | L 14 rigidam $LGABHM$ (1) LM del. (2) $LGABM$ add. et corr. L 14-15 tempore | moveri del. | L 16 CH | eade del. | L 17 et | M del. | L 18 duobus | conatu del. | L 21 quam | punct del. | L 22 quatenus | conetur del. | L 23 L. | et ob con del. | L 24 compositus | in L del. | L 25 componentes (1) posito si placet ambos tendere ad easdem partes add. et del. (2) . Erit del. | L 26 conatus | te del. | L 27 MQR | repræsen del. | L

Vertigines circa puncta A, B, S , designemus per has ipsas literas $(A), (B), (S)$ totidem rectarum vertiginibus proportionalium significatrices. Velocitates autem circulandi circa puncta A, B, S designantur in L per rectas LN, NP, LP ; et in M per rectas MQ, QR, MR . Sunt autem per præcedentem
5 velocitates circulandi in ratione composita vertiginum et radiorum, et erit (verbigratia) LN ad NP ut $LA.(A)$ ad $LB.(B)$. Itaque sunt rectæ LN, NP, LP ; ut rectangula, ut $LA.(A), LB.(B), LS.(S)$. Et similiter MQ, QR, MR ; ut $MA.(A), MB.(B), MS.(S)$. Jam LP æqual. $LN + NP$; et MR æqual. $MQ + RQ$. Ergo $LS.(S)$ æqual. $LA.(A) + LB.(B)$ et $MS.(S)$ æqual. $MA.(A) + MB.(B)$. Ergo $LS + SM$, (seu LM) in (S) æqual. $LA + AM$ (seu LM) in (A) + $LB + BM$ (seu LM) in (B) id est fit (S) æqual. $(A) + (B)$. Seu vertigo circa S æquatur summæ (aut si contrariæ sint vertigines componentes, differentiæ) vertiginum circa A et B . Jam si L et A coincidant, itemque M et B evanescent LA , et MB , fietque LB æqual. MA , hoc est AB , itaque cum
15 esset $LS.(S)$ æqual. $LA.(A) + LB.(B)$ et $MS.(S)$ æqual. $MA.(A) + MB.(B)$, fiet inde $AS.(S)$ æqual. $AB.(B)$ et $BS.(S)$ æqual. $AB.(A)$ id est fiet AS ad BS ut (B) ad (A) . Seu ad inveniendum centrum novum S . debet esse AS ad BS ut vertigo circa B ad vertiginem circa A seu distantia centrorum A et B a centro novo S reciproce ut vertigines circa prædicta centra. Cum-
20 que tam vertiginem quam centrum independenter a puncto quovis ut L vel M tandem determinaverimus, patet idem centrum constans S eandemque vertiginem esse pro puncto rectæ quovis, adeoque revera rectam circulari circa S . vertigine inventa. Hinc patet etsi recta LM quocunque habeat simul circulandi conatus circa centra quocunque, non nisi una circulatione
25 simplice circa unum centrum moveri. Cum duæ componant novam, et hæc cum tertia rursus novam, et ita porro.

1 (1) Ex pu del. (2) Vertigines L 1 puncta add. L 1 S , | circula $\leftrightarrow$ add. et del. | L 1 designamus corr. L 1 per | hæc ipsa corr. | (1) puncta del. (2) literas add. L 2 (S) | $\leftrightarrow$ et del. | L 3 circulandi (1) designantur per conatus circa del. (2) circa puncta add. L 3 designantur | in del. | L 5 radiorum, (1) itaque del. (2) et add. L 6 $LB.(B)$ | (1) Sunt rectæ (2) Generaliter del. | L 6 rectæ add. L 7 ut rectangula, add. L 8-9 NP ; (1) . Ergo del. (2) et ... Ergo add. L 10 SM , | in S æqual LM in S del. | L 12 circa S add. L 12 summæ | vertiginum del. | L 13 B . | Et quia A motum circa S non movetur nisi vertigine circa B del. | L 14 B | pro del. | L 14 MB , | sic corr. | L 14 itaque | pro æquationi del. | L 15 æqual. | $MA.(A)$ corr. | + | $MB.(B)$ del. et rursus add. et corr. | et æqual del. | L 17 (A) . | Idest ad del. | L 17 centrum | S recta n del. | L 17 S . | recta AB ita S del. | L 18-19 seu ... centra add. L 18 seu | ita ut in del. | L 18 distantia | punctorum del. | L 20 centrum | invenerimus del. | L 22 revera | omnia puncta del. | L 23-26 Hinc ... porro add. L 23 etsi | plura sint per centra del. | L 23 recta (1) ita plures del. (2) LM add. quocunque add. L 24 circulatione add. L

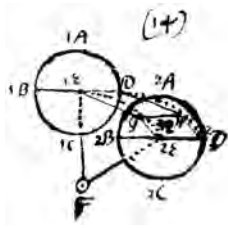


Figura 200

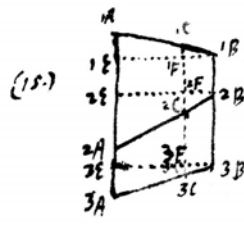


Figura 201

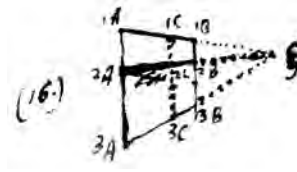


Figura 202

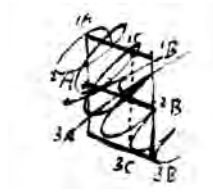


Figura 202.I (del.)

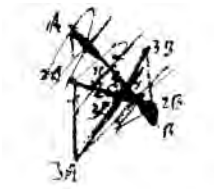


Figura 203.I (del.)

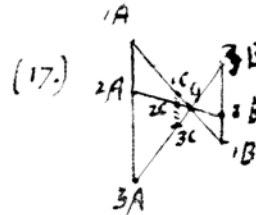


Figura 203

Idem longius provehi potest, ut si [Fig. 199, p. 360] in plano duo centra A et B , vertiginum componentium non cadant in eandem rectam cum puncto L quod vertigine composita moveri debet manifestum est duos esse nisus puncti mobilis L unum in recta LK perpendiculari ad AL , alterum in recta LN perpendiculari ad BL quæ sunt inter se ut circulationes; et nisus compositus exhibebitur recta LP æquali ipsam NK bisecante diagonali parallelogrammi completi, (per propositionem 2) et tunc angulo PLS recto ducta LS secans AB (si opus productam) in S dabit centrum S . Quod et sic determinari poterit ut S sit unum ex punctis L , sed tale ut ipsi nisus compositi producant quietem[,] debet enim S vi circulationum quiescere ut fiat centrum reliquorum. Hoc autem fieri non potest nisi puncta K . L . N cadant in directum, et LN , LK sint æquales atque in contrarias partes. Igitur eadem recta LN vel LK debet esse normalis tam ad AL , quam ad BL quod fieri non potest, nisi hoc L quod quiescere debet, id est S , cadat in eandem

1 duo | puncta del. | L 1 centra | vertiginum del. | L 3 est | (per prop. 2) (1) duct (2) conat del. | L 5 BL | et proinde (1) cona (2) nisum compositum esse in recta LP . exhib del. | L 5 circulationes; | et conatus circulationis C compositus erit in re del. | L 6 æquali | (1) ipsi corr. (2) ipsam NP et del. | L 6 ipsam | NP corr. | L 6 bisecante | eam del. | idest del. | L 7 2) (1) et del. (2) et tunc add. L 9 poterit (1) ut sit ipsæ del. (2) ut S sit add. L 9 tale (1) ut conatus del. (2) ut nisus add. et del. (3) ut ... nisus add. L 9-10 compositi | sint del. | L 10-11 ut ... reliquorum add. L 14 nisi (1) hoc L cadat in eam (2) hoc L del. (idest S) corr. (3) hoc ... debet, add. ... S , L

rectam cum ipsis A et B . Rursus ut SN et SK sint æquales, ideo cum sint ut circulationes id est in ratione composita vertiginum et radiorum, erunt radii seu distantiae ipsorum priorum centrorum A et B , a novo centro S reciproce ut vertigines, ut supra. Et quia debent nisus esse contrarii, hinc
 5 sequitur si vertiginis datae sint ad partes easdem, cadere S inter A et B ; sin ad partes sint contrarias cadere extra.

Hoc novum componendarum circulationum genus, ita ut centra plura sint in ipso mobili, longe diversum ab eo quod propositione 7. exposuimus, et potius nisuum quam motuum[,] vel ideo memorabile est, quod ita innu-
 10 meræ circulationes compositæ producunt novam, secus ac regulariter fit in propositione 7. et respondet hæc compositio conatuum circularium compositioni conatuum rectilineorum qui quotcunque sint novum conatum rectilineum componunt.

Propositio 10

[370]

15 RIGIDI MOTUS MAGNETICUS (id est ubi recta quævis manet suis vestigiis parallela), est æquidistributus et æquidirectus, et quodlibet punctum describit lineam lineæ ab alio quovis puncto eodem tempore descriptæ congruentem.

Ut si [Fig. 200, p. 369] terrella magnetica $ABCD$ moveatur utcunque veluti
 20 (si placet) sic ut centrum eius E describat lineam circularem circa centrum aliquod F , et interea, (ex natura magnetismi)) ejus axis BD semper sibi maneat parallelus, adeoque polis suis B et D respiciat easdem plagas necesse utique est, ut et quælibet alia recta in terrella ducta maneat suis vestigiis parallela quoniam rectæ eæ quæ axi BD in rigido $ABCD$ parallelæ sunt sem-

1 sint | in del. | L 2 in | compo del. | L 3 priorum centrorum add. L 4 quia | debet motus esse del. | L 5 sequitur | (1) si ad (2) ca (3) si vertigines sint contrariæ del. | (4) si ... datae L 5 partes | contrarias del. | L 7 novum | componendi corr. | mot del. | L 8 7. | attigimus del. | L 9 et ... motuum add. L 9 potius | co del. | L 10 ac | in del. | L 11-12 hæc (1) | compositioni circulationum del. | compositi corr. | (2) | compositio ... circularium add. | compositioni (a) nisuum del. (b) conatuum add. L 12 rectilineorum | prop. del. | L 12 qui | prop del. | L 12 novum (1) nisum del. (2) conatum add. L 15 In del. rigidi MOTU MAGNETICO corr. L 15 recta | manente suis v del. | L 16-17 parallela), | (1) | mobile fertur motu del. | æquidistributo et æquidirecto, corr. | (2) est add. et del. et rursus add. ... æquidirectus, | et del. | L 17 lineam | puncto del. | L 17-18 ab (1) alterius del. (2) alio quovis add. L 18 puncto | descriptæ congruentem del. | L 19 moveatur | circi del. | L 19 utcunque | (1) veluti (2) ut si del. | L 20 placet | cir del. | L 20 eius | describat del. | L 20 describat | circulum ci del. | L 21 magnetismi | axis ejus del. | L 21 BD | suis polis B et D del. | L 21 semper | res del. | L 22 suis B et D add. et del. | respiciat easdem plagas del. | L 24 quoniam (1) ea quæ del. (2) rectæ add. L 24 quæ (1) hinc rectæ paralle del. (2) axi add. L

per manent parallelæ, ergo et sibi, et quæ rectæ ad has angulos quoscunque faciunt, eosdem in rigido retinent, ideoque itidem sibi parallelæ manent. Hinc jam necesse est et lineas a punctis ut E et D simul descriptas per omnia esse similes et æquales, seu congruas, unde motum quoque in mobili tam æquidirectum quam æquidistributum esse sequitur. Ac proinde posito exempli causa centrum terrellæ describere lineam circularem quodlibet punctum terrellæ lineam circularem describet.

Hoc ut appareat sufficit ostendere si recta aliqua ED suis vestigiis parallela feratur, et uno puncto E per aliquam lineam EE incedet, eam quovis alio puncto D lineam DD priori congruam describere. Unde idem de quovis mobilis rigidi puncto sequitur, quod cum alio quovis per rectam connectitur, quæ utique suis vestigiis parallela manet.[†] Sit aliquod lineæ EE punctum G , et respondens alterius lineæ DD punctum H . Ita scilicet ut recta ED translata in GD puncto E incidat in G , et puncto D in H . Sunt ergo rectæ, ${}_1ED$ et GH æquales et parallelæ, adeoque in parallelogrammo ${}_1EDHG$ etiam ${}_1EG$, est æqualis ipsi ${}_1DH$; et eodem modo ${}_2EG$ est æqualis ipsi ${}_2DH$. Itaque quodvis punctum lineæ DD eodem modo a duobus punctis ${}_1D$, ${}_2D$ in ea sumtis distat, ut quodvis punctum respondens lineæ EE , ea sumtis distat, ut quodvis punctum respondens lineæ EE , a duobus punctis ${}_1E$, ${}_2E$, quæ tantundem inter se distant, quantum ${}_1D$ et ${}_2D$ quoniam ob æquales ${}_1EG$ ipsi ${}_1DH$, et ${}_2EG$ ipsi ${}_2DH$ æqualemque angulum ${}_1EG{}_2E$ angulo ${}_1DH{}_2D$, erit et recta ${}_1E{}_2E$, rectæ ${}_1D{}_2D$ æqualis[,] itaque congruere possunt puncta ${}_1E$, ${}_2E$ ipsis ${}_1D$, ${}_2D$, et punctum quoque aliud quodcunque ut H puncto respondententi G simul congruere poterit, adeoque linea lineæ.

Propositio 11

25

[†]*In margine* Si mobile moveatur quotcunque motibus vel sollicitationibus nullam in eo rotationem efficientibus (v.g. si globus homogeneus recipiat quotcunque impulsus centrales) motus ejus erit magneticus.

3 descriptas | perinde del. | L 4 quoque (1) eorum add. et del. (2) in mobili add. L 5-6 posito ... circularem add. L 6 exempli causa add. L 7 terrellæ | circulare del. | L 8-9 parallela | manen del. | L 9 puncto | q del. | L 9 E add. L 9 EE add. L 9 alio | pri del. | L 10 D add. L 10 DD add. L 12 manet. | Descri del. | L 12 aliquod (1) rectæ del. (2) lineæ add. L 13 H. | Cum GH sit vestigium del. | L 15 etiam | ${}_2C$ del. | L 16 Itaque | duo quævis puncta del. | L 17 punctum | rectæ del. | L 20 ${}_2D$ | ob del. | L 21 angulum | ${}_1EG{}_2G$ del. | L 21 angulo | ${}_1E$ del. | L 23 ${}_2D$ | salva distantia del. | L 23 quoque | (1) aliud quodque ut H (a) ipsi G congruere poterit; adeoque linea lineæ del. | (b) respondententi alicui G simul (aa) congruere (bb) congruere add. et del. | (2) aliud quodcunque ut H add. et del. L 23 puncto | res del. | L In not. marg.: Si (1) linea del. (2) mobile add. L homogeneus add. L

Si puncta quotcunque moveantur in rectis parallelis, etiam centrum gravitatis eorum (nisi quiescat) movebitur in recta ipsis parallela et, si motus punctorum sit præterea uniformis vel in omnibus proportionaliter acceleratus aut retardatus tunc etiam motus centri gravitatis erit talis.

Punctum A feratur in recta AA et punctum B in recta BB priori parallela. Ajo et centrum gravitatis eorum C ferri in recta CC , eaque prioribus parallela.

- 10 Ut si [Fig. 201, p. 369] eodem tempore respective sint A in ${}_1A$, ${}_2A$, ${}_3A$, et B in ${}_1B$, ${}_2B$, ${}_3B$, et C in ${}_1C$, ${}_2C$, ${}_3C$, sitque AAA recta et BBB recta, erit et CCC recta. Patet ex eo, quod recta CC parallela duabus AA et BB secat quascunque rectas AB inter has duas interceptas ut ${}_1A_1B$, ${}_2A_2B$, ${}_3A_3B$ in eadem ratione data, ducantur enim per B parallelæ inter se BE , hæ utique secantur a recta CF in eadem ratione data in F , jam per eandem rectam CF secatur AB in C , ut BE in F . Ergo ut omnes BE secantur in eadem ratione in F , ita et omnes AB secantur in eadem ratione in C . Jam centrum gravitatis C secat AB etiam in eadem ratione, cadit ergo in rectam CC parallelam ipsis AA et BB . Quodsi puncta A et B moveantur motu uniformi vel saltem proportionaliter crescente, seu sit ${}_1A_2A$ ad ${}_1A_3A$, ut ${}_1B_2B$ ad ${}_1B_3B$, tunc ductæ rectæ AB , (ut ${}_1A_1B$, ${}_2A_2B$, ${}_3A_3B$) [Fig. 202.1, 202, p. 369] concurrent in puncto G , est igitur et ${}_1C_2C$ ad ${}_2C_3C$, ut ${}_1A_2A$ ad ${}_2A_3A$, vel ut ${}_1B_2B$ ad ${}_2B_3B$, ob triangula similia G_1B_2B , G_1C_2C , G_1A_2A ; itemque similia G_2B_3B , G_2C_3C , G_2A_3A . Porro quod de punctis duobus A , B verum est, id verum est de punctis quotcunque ut A , B , D , eodem argumento, si pro duobus A , B centrum eorum commune C substituatur, [Fig. 203.1, 203, p. 369] quod cum moveatur in linea recta, ipsis lineis AA , BB , parallela, (ex demonstratis) et

1 Si | duo del. | L 1 quotcunque add. L 1 parallelis del. et rursus add. L 2 (nisi quiescat) add. L 3-5 sit (x) | uniformis, del. | præterea | erit del. | et corr. | (2) | uniformis ... retardatus add. | tunc add. | etiam L 4 vel (x) utrobique del. (2) in omnibus add. L 5-6 erit talis add. L 5 erit | uniformis del. | L 10 tempore | sint A in ${}_1A$ del. | L 11 B in ${}_1C$, ${}_2C$, ${}_3C$, corr. | L 11 ${}_3C$, | cadentque AA del. | L 11 sitque | AAA del. | L 12 recta | parallela del. | L 12 parallela | ipsis AA et CC secat B del. | L 13 AB add. L 13 interceptas | ut AB , del. | L 15 recta | $CCFF$ del. | L 15 jam | ob tria del. | L 15 rectam (x) $CCFF$ add. et del. (2) CF add. L 16 F |, ergo secantur AB in del. | L 16 omnes | AB del. | L 17 C add. L 18 ratione, | et del. | L 19 Quodsi | AA et B del. | L 20 crescente, | rectæ AB erunt parallelæ inter se, ergo et ${}_1A_2A$, vel ${}_1B_2B$, erit æqualis ipsi ${}_1C_2C$ adeoque del. | L 20-21 seu ... rectæ add. L 22 G , | est autem ${}_1C$ del. | L 24 A , B add. L 25 quotcunque (x) eodem del. (2) ut ... eodem add. L 25 A , B add. L 26 substituatur, | ejusque cum tertio combinati quæratum centrum novum, quod est centrum omnium trium, et ita porro del. | L 27 recta, (x) si jam part del. (2) si acc. non del., del. ed. jam li del. L

moveatur præterea punctum novum D in linea recta ipsis parallela, utique centrum gravitatis commune punctorum C et D movebitur in linea recta ipsa parallela, id est centrum commune gravitatis punctorum A , B , G . Et ita porro argumentum producet ad puncta quocunque rectas parallelas describentia. 5

Etiam si quiescat centrum gravitatis, quod fit cum utrinque contrarii punctorum motus compensantur, tamen intelligi potest centrum gravitatis moveri secundum leges propositionis, motu licet inassignabili seu summe tardo qui quacunque proportionem variatus manet inassignabilis. Unde generaliter verum est, punctis motis in rectis parallelis velocitatibus punctorum 10 proportionalibus, etiam centrum gravitatis sic moveri.

[373]

Propositio 12

Si puncta quocunque, cujuscunque gravitatis moveantur in rectis parallelis, describetur a centro gravitatis communi recta, quæ ducta in pondus aggregatum omnium punctorum æquatur summæ ex viis rectis singulorum punctorum in suorum punctorum pondera ductis, si quidem omnia puncta tendant in easdem partes[;] quod si aliquod tendat in partes contrarias, ejus via in pondus puncti ducta non addenda sed detrahenda est. Et si viam 20 puncti in pondus ductam vocemus PROGRESSUM[,] hinc progressus ponderis integri secundum centrum gravitatis generaliter erit summa progressuum punctorum singulorum, vel differentia.

Si [Fig. 204, p. 374] duo sint puncta æqualis ponderis A et B , quorum viæ 25 rectæ ${}_1A_2A$, ${}_1B_2B$, sint parallelæ et in easdem partes, patet viam centri seu puncti medii[,] seu rectam ${}_1C_2C$ duplicatam æquari summæ ipsarum ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$. Nam ducatur ${}_2AD$ parallela ipsi ${}_1A_1B$ secans ${}_1C_2C$ in E , et ${}_1B_2B$ in D . Patet ${}_1CE$, (æqualem ipsi ${}_1A_2A$ vel ${}_1BD$) duplicatam summæ earum æquari

1 punctum | «orum» corr. | **L 2** gravitatis add. **L 6-11** Etiam si ... moveri add. **L 9** qui ... inassignabilis add. **L 10** est add. **L 14** parallelis, | rectæ del. | **L 16** summæ (1) ex omnibus punctis del. (2) ex viis add. **L 18-19** si aliquod (1) aliqua tenda del. (2) quod corr. **L 20-24** Et ... differentia add. **L 20** si | (1) in lineam (2) in del. | **L 21-24** vocemus (1) | TRACTUM. Erit tractus del. | centri corr. | gravitatis generaliter | Medium arithmeticum inter (a) tractus (b) progressus punctorum parallelos (ad easdem partes) del. | (2) PROGRESSUM add. et del. (3) | PROGRESSUM ... secundum add. | centrum ... generaliter | erit ... differentia add. | **L 22** gravitatis | erit add. et del. | **L 26** rectæ (1) parallelæ, del. (2) ${}_1A_2A$, ... parallelæ add. **L 27** medii | ${}_1C_2C$ æquari summæ (1) d (2) ex del. | **L 27** ${}_1C_2C$ | æquari del. | **L 29** ${}_1BD$ | æqu del. | **L**

et E_2C duplicatam æquari residuo ipsius ${}_1B_2B$, nempe ipsi D_2B . Quod si puncta sint inæqualia, verbigratia A duplum ponderi ipsius B , idem locum habebit, nam $B(C)$ erit dupla ipsius $A(C)$. Ergo E_2C est tertia pars ipsius D_2B seu ipsius D_2B sumtæ semel et $({}_1C)(E)$ est tertia pars ipsius ${}_1A_2A$ sumtæ bis (pro ratione ponderis)], et ipsius ${}_1B_2B$ sumtæ semel. Ergo $({}_1C)({}_2C)$ via centri est tertia pars viæ ipsius A sumtæ bis, et viæ ipsius B sumtæ semel. Atque idem succedit quæcunque sit proportio ponderum duorum punctorum. Sed si motus sit in contrariam partem, [Fig. 205.I, 205] ut si motus ipsius A sit ${}_1A_2A$, et motus ipsius B contrarius ${}_1B_2B$, et ducatur per ${}_2A$ ipsa ${}_2AD$ parallela ipsi ${}_1A_1B$, et centri via sit ${}_1C_2C$ quæ si opus producta occurrat ipsi ${}_2AD$ in E patet ${}_1CE$ esse tertiam partem duplæ ${}_1A_2A$, et simplæ ${}_1BD$, (cum hæ tres rectæ sint æquales) et E_2C esse tertiam partem ipsius D_2B simplæ, ergo ${}_1C_2C$, id est ${}_1CE$ minus E_2C id est tertia pars compositi ex bis ${}_1A_2A$ et semel ${}_1BD$, minus tertia parte ipsius D_2B , seu compositi ex ${}_1BD$ et ${}_1B_2B$, est pars ipsius ${}_1A_2A$ minus semel ${}_1B_2B$.



Figura 204



Figura 205.I (del.)

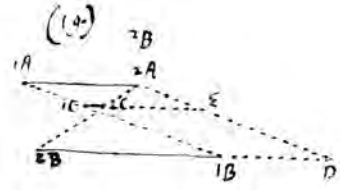


Figura 205

Itaque via contraria tantum subtrahenda est. Cæteris ut ante factis. Idem est in aliis proportionibus punctorum A et B quibuscunque. Quod de duobus punctis dictum est, producit ad puncta quotcunque, si pro duobus centrum substituat, quod pondere amborum oneratum suo tractu duo-

1 E_2C | æquari (1) dupla corr. (2) duplum resi del. | L 1 ipsius ${}_1B_2B$, nempe ipsi D_2B (1) ${}_1B_2B$ del. (2) ${}_1B_2B$, ... D_2B add. L 2 verbigratia | A tr del. | L 2 locum | erit del. | L 3 $A(C)$ | (1) Ergo $E(C)$ erit (2) ${}_1C$ e del. | L 5 Ergo | $({}_1C)({}_2C)$ (del. | L 6 et | ipsius del. | L 7 proportio | punctorum del. | L 8 Sed add. L 8 partem, | ut si ${}_1B$ transferatur in locum ipsius ${}_2B$, et ${}_2B$ in locum ipsius ${}_1A$ del. | L 9 ipsa | ${}_2D$ pa del. | L 11 patet | E esse del. | L 12 et | C_2E del. | L 13 E_2C | est differentia (ut prius summa) duplæ del. | L 13 pars (1) ex del. (2) aggregati ex add. et del. (3) compositi ex add. L 13 ${}_1A_2A$ et | (1) et semel (2) plus del. | (3) et add. L 14 parte (1) ex ${}_1BD$ plus D_2B del. (2) ipsius D_2B add. L 14 seu compositi | de (1) ${}_1BD$ plus del. | (2) composito corr. | L 14 ${}_1BD$ (1) plus del. (2) et add. L 15 tertia (1) pars de del. (2) pars add. (a) bis del. (b) ipsius add. L 16 Itaque | recta in contr del. | L 16 contraria | 'pa del. | L 17 proportionibus (1) quotcunque. Quod del. (2) punctorum add. (a) A et B add. et del. (b) A ... quibuscunque add. L 17 Quod add. L 19 oneratum | via sua del. | L 374.19-375.1 duorum (1) tractibus del. (2) progressibus add. L

rum progressibus æquivalet, ut hic ostendimus unde jam cum tertio prodit via centri novi omnium trium, et ita porro.

Medium arithmetikum alibi definivimus, capite de ductibus, quod sit summa terminorum divisa per numerum. Et potest notio ampliari ut differentias quoque comprehendat, si summa intelligitur terminorum, quorumcunque sive affirmativorum sive negativorum seu signo, minus, affectorum. Qui nihilo minores vocari solent.

[375] *Propositio 13.*

Si puncta quotcunque moveantur in rectis quæ sint in planis parallelis, ita ut moveantur motu uniformi vel saltem eandem inter se velocitatis proportionem servant, tunc centrum gravitatis eorum commune movebitur itidem in recta dictis planis parallela, motus uniformi vel saltem prioribus proportionali. Et progressus factus ex via centri in pondus omnium punctorum erit summa progressuum.

Ponamus primum [Fig. 206, p. 378] puncta *EMF* motibus proportionalibus moveri in rectis *AB*, *CD*, quæ sint in planis parallelis *LMN*, *PQR*, ajo et centrum gravitatis commune moveri in recta *GH* dictis planis parallela. Ex propositione 2. hic potest motus *AB* intelligi compositus ex motibus *AS* et *SB*, item motus *CD* ex motibus *CT*, *TD* ita ut *AS* et *CT*, item *SB* et *TD* sint paralleli. Et quia *AB* est recta erunt et motus per *AS* et *SB* inter se et ipsi *AB* proportionales, item motus per *CT* et *TD* inter se et ipsi *CD*, eo ipso quia componunt rectilineos *AB*, *CD*. Sunt autem proportionales *AB* et *CD* ergo omnes isti motus *AB*, *AS*, *SB*, *CD*, *CT*, *TD* sunt proportionales inter se seu uno ut *AB* vel *GH*. Dum igitur puncta *E* et *F* moventur motibus *AS* et *CT* parallelis proportionalibus ipsi *AB* eorum centrum gravitatis movetur motu prioribus parallelo *GV* et proportionali dicto *AB* (per propositionem 11. hic), et similiter dum *E* et *F* moventur motibus *SB* et *TD* parallelis et proportionalibus ipsi motui *AB*, movetur centrum motu his

I ut ... ostendimus *add.* L I tertio | prodit puncti *del.* | L 3-7 Medium ... solent. *del.* L 3 definivimus, (1) quod *del.* (2) capite ... quod *add.* L 375.8-377.30 Prop. 13 ... proportionales *del.* L 9 (1) Si propositiones quotcunque *del.* (2) Si L 10-11 parallelis, (1) sintque mo *add. et del.* (2) ita ... tunc *add.* L 10 moveantur ... saltem *add.* L 12-15 recta (1) | cadente in planum prioribus parallelum; (a) si motus punctorum sit uniformis aut proportionaliter crescens vel decrescens, (aa) erit «d» (bb) erit quoque talis motus centri *del.* | (b) et si præterea *add. et del.* | (2) erit ... progressuum L 13 saltem | (1) «salium» (2) eandem «am» (3) dictis punc *del.* | L 13-14 proportionali |, seu eandem velocitatis proportionem servante *del.* | L 14 Et | vi *corr.* | L 15 erit (1) arithmetica media inter progressus punctorum, «cum» ductus in numerum «punctorum» æquabitur eorum progressuum summa. *del.* (2) summa progressuum *add.* L 16 Ponamus | duo *del.* | L 16 motibus proportionalibus *add.* L 17 parallelis *add.* L 18 recta | *GR del.* | L 19 hic *add.* L 19 motus | *AS corr.* | L 19 motibus | *AB del.* | L 20 ut | *CT sit del.* | L 20-24 Et ... *GH. add.* L 21 *SB* (1) crescentes *del.* (2) inter ... *AB add.* L 25 proportionalibus ... *AB add.* L 26-27 et proportionali dicto *AB* | et ... *AB add.* | per propositionem *add. et del.* | L 28 | et ... ipsi (1) *AS* motui «A et » (2) motui *AB, add.* | L

parallelo VH et proportionali dicto motu AB (per eandem propositionem 11). Ergo GV , VH duo motus rectilinei huius centri proportionales sunt inter se et compositi dabunt (per dictam propositionem 2.) motum centri GH rectum et dictis AB vel CD proportionalem.

- 5 Et quia GV et VH sunt rectae parallelae planis LMN , PQR , etiam GH ipsis erit parallela. Superest ut ostendamus motus GV , VH eadem proportionem crescere aut decrescere. Recta GV ducta in aggregatum ex ponderibus punctorum E et F , æquatur ipsi AS ductæ in pondus puncti E , et ipsi CT ductæ in pondus puncti F . (per propositionem 2 hic). Idem est si pro GV substituas VH et pro AS substituas
10 SB , pro CT vero substituas TD . Sunt autem motus SB proportionalis motis AS , et motus TD proportionalis motui CT ut ostendimus, vel ideo quia lineæ AB et GH sunt rectæ (per propositionem 2) Itaque etiam motus GV proportionalis erit motui VH adeoque et GV recta. Quod autem etiam motus GV motui VH sit proportionalis sic ostenditur producantur rectæ AB , AS , SB , CD , CT , TD usque
15 ad puncta (B), (S), (B), (D), (T), (D), (H), (V) linea GH usque ad punctum (H) et due recte (H) (V) parallele HV , ad rectam $GV(V)$.

- Quod autem de duobus punctis ostensum est, ostendi potest de tribus, sumendo motum centri duorum et coniungendo eum cum motu puncti tertii, ita enim centrum commune dicti centri et puncti tertii, hoc est centrum trium eodem modo movebitur. Et ita continuando, ratiocinatio extendetur ad puncta
20 quotcunque. Porro cum progressus factus ex GV via centri in pondus punctorum E et F , seu GV in $E + F$ sit æqualis summæ progressuum factorum ex pondere

[376]

1-2 parallelo VH et proportionali dicto motu AB (per eandem propositionem 11). Ergo GV , VH | (1) $\langle VH \rangle$ per (2) (per dictam prop. 11). $\leftarrow \rightarrow$ *del.*, *deleturve signum insertionis, quod ad primum signum in pagina præcedenti refero, ubi*: Et (per eandem) motus GV est proportionalis motui AS aut CT proportionalibus inter (a) | se vel ipsi *add. et del.* | (b) se, similiterque motus VH proportionalis motibus SB aut TD proportionalibus inter se. Ergo et GV proportionalis est ipsi VH (adeoque per prop. 2 hic) linea GH est recta, motusque per eam ipsis GV , vel VH . | Quia autem motus GH proportionalis est ipsi GV et VH et GV ipsi AS *add.* | [*desinit abrupte*] *et totum del.* (3) $VH \dots AB$ (a). Ergo (b) (per ... VH *del.* | L 2-4 centri (1) $\langle B \rangle$ inter se *del.* (2) compositi, dant motum rectilineum uniformem GV , VH si uniformes sint vel (a) | proportionaliter *corr.* | (b) proportionales | seu eodem modo *add.* | crescentes, (aa) componunt (bb) | seu eodem modo crescentes ut esse mox ostendemus, *add.* | dant motus centri | rectilineum GH *add.* | uniformem vel proportionaliter crescentem (per prop. 2. hic). Et quia tunc (uti certe erunt per prop. 11. si tales sint AS et CT) inter se *add.* | itemque si tales sint SB et TD | ut esse ostendimus *add.* |) (aaa) erunt tali punct (bbb) component quoque (ccc) facient quoque motum centri ipsum GH (aaaa) uniformem vel (aaaaa) | proportionem *corr.* | (bbbbb) proportionem eadem cum prioribus crescentem (bbbbb) rectum | per dictam prop. 2 *add.* | et siquidem *add. et del. et rursus add.* | (aaaaa) | motuum *corr.* | (bbbbb) motus AB et CD sint uniformes aut proportionaliter crescentes, (aaaaa) | erunt $\langle vias \rangle$ *corr.* | (bbbbb) utique $\langle via \rangle$ (ccccc) denique motus AS et CT item item SB et TD tales erunt, adeoque et GF et VH , seu $\langle GV \rangle$ *del.* (3) proportionales ... proportionalem *add.* L 5 (1) Porro *del.* (2) Et *add.* L 5 rectæ *add.* L 6-16 parallela *hic iterum signum insertionis deletum est, quod ad secundum signum in pagina præcedenti refero, ubi* Superest ... $GV(V)$ *add.* L 17-18 sumendo (1) | duorum *del.* | centrum *corr.* | et huius cum (a) mo (b) tertio combinati centrum commune *del.* | (2) | motum *add.* | centri | duorum *add.* | L 21 cum | GV sit me *del.* | L 22 F , | (1) sit æqualis media (2) arithmetice medius inter *del.* | (a) progressum *corr.* | (b) progressus factus *corr.* | (3) | seu ... summæ *add.* | ... factorum L

E in viam *AS*, et ex pondere *F* in viam *CT* ductis seu *AS* in *E* et *CT* in *F* (per propositionem 2 hic); erit et progressus factus ex *GH* in pondera *E + F* æqualis summæ progressuum *AB* in *E*, et *CD* in *F*.] Cum enim (ex demonstratis) *GH*, *AB*, *CD*; sint ipsis *GV*, *AS*, *CT* proportionales, manifestum est in casu præsentis illas his substitui posse seu ex *GH* in *VE + F* æquali *AS* in *E* et *CT* in *F* fieri *GH* in *E + F*. æqual. summæ *AB* in *E* cum *CD* in *F*, quolibet prioris æqualitatis membro per eandem rationem, multiplicato ut fiat posterior. Idemque a duobus punctis mobilibus ad tria et ad alia porro quotcunque, modo paulo ante dicto producetur.

Propositio 14

Si puncta quotcunque moveantur per lineas rectas quas-cunque motibus uniformibus, vel saltem proportionalibus inter se; centrum gravitatis punctorum omnium movebitur in recta, et quidem motu uniformi vel iisdem motibus dictis proportionali. Et via eius ducta in aggregatum ex ponderibus punctorum omnium æquabitur summis progressuum, seu factorum ex pondere cujusque puncti in suam viam.

Sint [Fig. 207] duo puncta *E* et *F* percurrentia rectas *AB*, *CD*, quæ neque sint parallelæ inter se, neque in planis parallelis (alioqui jam haberetur intentum per propositiones 11. 12. 13) per extrema *B* et *D* ducantur plana inter se parallela in quæ ex alteris extremis demittantur normales *AS*, *CT* parallelæ proinde inter se, et jungatur *SB* et *TD* similiter per extremum *H* viæ centri gravitatis *GH* ducatur planum supradictis parallelum in quod demittatur ex altero extremo *G* normalis *GV*, et jungatur *VH*. Cum igitur quod propositionibus 11. et 12 ostenderamus in motibus parallelis proportionalibus idem propositione 13 ostensum sit in proportionalibus motibus qui sunt per rectas in planis parallelis, et motus *AS*, *CT*, *GV* sint proportionales rectilinei paralleli, et *SB*, *TD*, *VH* sint proportionales rectilinei in planis parallelis, omnis ratiocinatio propositionis præcedentis recurret ut demonstretur esse motum *GH* rectum proportionalem, et recta *GH* ductam in *E + F* æquari summæ ex recta *AB* ducta in *E* et recta *CD* ducta in *F*.

1 in | *AC*, et *del.* | *L* 1-2 seu ... hic) *add.* | *L* 1 seu | inter *del.* | *L* 2 hic) | seu *GV* in *E + F* æqual. *AS* in *E* dimidiæ summæ, *AS* in *E*, cum *CT* in *F* *add. et del.* | *L* 2 in | *E + F* *del.* | *L* 2-3 *E + F* | (1) medius inter *E* (2) arithmetice medius *del.* | progressus *corr.* | (3) æqualis summæ *add.* progressuum *L* 3 et ... *F* *add.* | *L* 3 enim | sint *del.* | *L* 3 demonstratis) | *AB* ad *AS*, ut *del.* | *L* 5 posse (1). Idemque modo dicto a (a) tribus (b) punctis mobilibus duobus, ad tria et alia porro quotcunque producetur. Seu *del.* | (2) seu ... *F* *add.* | *L* 6 æqual. | dimidiæ *del.* | *L* 6 *F*, (1) quodlibet *corr.* (2) quolibet (a) æqua → *corr.* (b) æqualitatis *del.* (c) prioris æqualitatis *add.* | *L* 7 rationem | quæ est *AS* ad *AB* *del.* | *L* 7 Idemque | modo dicto *del.* | *L* 8 quotcunque, | producetur *del.* | *L* 11 moveantur | in rectis *del.* | *L* 14 recta, (1) motu iisdem mota motibus pro *del.* (2) et ... motu *add.* | *L* 15 in | (1) cent (2) summarum (3) ponderum *del.* | *L* 16 æquabitur | factæ *del.* | *L* 22 et *TD* *add.* | *L* 22 per | extrema *corr.* | *L* 24 jungatur | *G* *del.* | *L* 26 planis |, *C* et *A* *del.* | *L* 27 sint | proportionales paralleli *del.* | *L* 28 omnia *corr.* | *L* 29 et | *GH* *del.* | *L* 30 In imo pagine reclamantem (1) Prop. 15 *del.* (2) Prop. 13 *L*

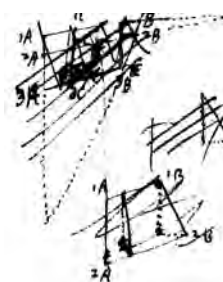
Figura 206 (*del.*)Figura 207 (*del.*)Figura 208 (*del.*)

Figura 209

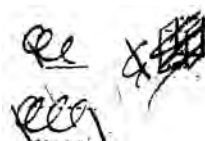
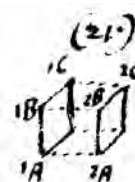
Figura 210.1 (*del.*)

Figura 210

Propositio 13

[377]

Si puncta quocunque moventur motibus æquidirectis, centrum gravitatis commune itidem movebitur motu æquidirecto et summa progressuum vel (ubi in partes contrarias
5 itur) differentia erit æqualis progressui ponderis totius secundum viam centri gravitatis. Et si præterea motus punctorum sint uniformes vel saltem inter se proportionales etiam motus centri gravitatis erit uniformis, vel prioribus motibus proportionalis.

10 Si punctum *A* [Fig. 209] describat lineam quamcunque *AA*, et *B* quamcunque *BB*, ita tamen ut eodem tempore directiones, seu linearum tangentes sint parallelæ, ut in ${}_1A$ et ${}_1B$, in ${}_2A$ et ${}_2B$, in ${}_3A$ et ${}_3B$ et ita in cæteris etiam centrum eorum *C* lineam describet *CC* motu æquidirecto, seu ut di-

1 (1) Prop. (a) 15. (b) 13 || (a) Si [Fig. 208] (*aa*) v (*bb*) puncta quocunque moveantur per lineas (*aaa*) iisdem positos (*bbb*) modo puncta sint in ead (*ccc*) idem erit si puncta moveantur (*aaaa*) in eodem plano motibus (*bbbb*) quibuscunque motibus rectilineis licet non parallelis modo sint (*aaaaa*) | uniformes *del.* | (*bbbbb*) vel proportionales *del.* (2) Prop. 13 L 2 motu æquidirecto *corr.* L 4-6 et ... gravitatis *add.* L 4-5 (ubi ... itur) *add.* L 5 differentia | (ubi in partes contrarias *del.* | L 5 æqualis | summ *del.* | L 7 sunt *corr.* L 11 seu | curva *del.* | L 12 ${}_2B$, | ita i *del.* | L

rektionem in ${}_1C, {}_2C, {}_3C$ sint prioribus respondentibus parallelæ. Hoc patet ex præcedenti, si pro lineis curvis polygona adhibeantur minus errore assignato a curvis differentia, ita ut et respondentia latera polygoni sint parallela, et eodem tempore absolvantur.

[378]

Propositio 14

5

Si mobile quodcunque (rigidum vel fluidum[,] continuum vel discretum moveatur motu æquidirecto, (hoc est ut omnia puncta eodem tempore directionibus parallelis ferantur) centrum quoque gravitatis ejus (etiamsi caderet extra mobile) movebitur motu æquidirecto ad priores motus, et factum ex ductu ponderis integri in viam centri erit progressus totius mobilis, seu æquabitur summæ vel ubi contraria directio est, differentię progressuum punctorum vel partium. Idem est si puncta quædam vel partes durante tempore nunc quiescant nunc moveantur. 15

Quoniam scilicet progressum totius intelligimus nihil aliud esse quam summa viarum cujusque puncti in puncta, vel si ea inæqualia sunt horum pondera ductarum, eodem modo ac explicatum est (in capite de Ductibus) pondus integrum gravis oriri ex punctorum gravitatibus specificis in puncta ordinatim ductis. Huic autem summæ productorum ex unaquaque via 20 in sui puncti pondus ducta factorum, æquatur factum ex aggregato ponderum in viam centri (per propositionem 12). Unde idem de summa omnium

2 si | per *del.* | L 2 pro | curva *del.* | L 2 adhibeantur | errore (1) inf (2) infra *del.* | L 3 ita ut *add.* L 3 latera | recta *del.* | L 6 mobile | quodcunque rigidum *corr.* | L 6-7 fluidum (1) | ita feratur, ut puncta eius omnia describant rectas lineas *del.* | moveantur *corr.* | (2) continuum vel discretum *add.* | moveatur L 9-10 (etiamsi ... mobile) *add.* L 10 æquidirecto |, et *del.* | L 10-11 motus, | (1) et via centri ducta in pondus mobilis æquabitur (a) viæ (b) progre (c) sum (2) et progressus totius mobilis secundum viam centri, *del.* | (3) et *add.* L 11 centri | æquabitur summæ vel (1) si (2) cum *add.* contrarii sint progressus differentię progressuum *del.* | L 12 æquabitur | fa *del.* | L 12 summæ | (*del.* | L 12-13 vel ... differentię *add.* L 12 vel | (*del.* | L 14-15 vel ... moveantur *add.* L 16 scilicet *add.* L 16 progressu *corr.* L 16-17 totius (1) | capimus *del.* | summa *corr.* | progressuum ex punctis *del.* | (2) | intelligimus ... quam *add.* | summam L 17-18 in (1) sua puncta *del.* | (2) vel cor (3) punctorum (4) po *add.* et *del.* | (5) puncta, ... pondera *add.* ductarum *add.* et *del.* L 18 ductarum, | perinde ac pondus totius æst *del.* | L 18 est | pondus totius (in doctrina nos *del.* | L 18 in | capite *del.* | L 19 oriri (1) ex (a) quo (b) gravitate specifica *del.* (2) ex *add.* L 19 in | pondera *del.* | L 379.20-380.2 ductis. (1) Adeoque et *add.* et *del.* (2) Huic ... habebit *add.* L 20 summæ (1) viarum (a) in singula puncta (b) ex qua *del.* (2) productæ *add.* et *corr.* (3) productorum ex *add.* L 20 via | in suum corpus ducta *del.* | L

punctorum, hoc est extenso quocunque, quod ex punctis, id est partibus quantævis parvitatis, ut error dato minor fiat componitur locum habebit.

Idem prodibit si pro punctis mobilia in globos vel circulos resolvamus continue inscriptos donec residuum sit minus dato, modo progressum globi vel circuli, ita moti ut puncta ejus omnia simul describant rectas æquales et parallelas in easdem partes, æstimemus via unius puncti, velut centri, in molem seu pondus ipsius circuli vel globi ducta, tanquam totum pondus reductum esset in centrum Et ita quod de centrīs idem de partibus verum est. Et progressum compositi æstimemus summa progressuum quos habent partes. Cæterum quod de motibus rectilineis idem de æquidirectis etiam curvilineis ostenditur motus æquidirectos in rectilineos parallelos assignatis minores resolvendo. Quod autem diximus idem succedere si puncta quædam vel partes durante tempore nunc quiescant nunc moveantur, ex eo manifestum est, quod pro quiete substitui potest motus, cuius motui parallelus et proportionalis sed tantæ tarditatis, ut error fiat dato minor. Itaque quiescentia etiam sub ipsis motis comprehendi possunt salva conclusione.

Propositio 15

Si mobile moveatur motu æquidirecto, in easdem partes, et unum punctum non succedat in alterius locum, viæ autem punctorum eosdem semper et ubique ad mobile angulos faciant, erit via ipsius mobilis seu figura motu ejus generata æqualis figuræ factæ ex motu mobilis in viam centri gravitatis eodem angulo ducti. Nihil autem refert, utrum mobile sit rigidum an flexile aut fluidum;

3-4 punctis (1) adhibeamus (a) | globulos *corr.* | (b) globos vel circulos *del.* (2) mobilia ... datos *add.* L 3 circulos | resolvamus *add. et del.* | L 5 simul *add.* L 6 partes, | linea unius puncti (ut centri *del.* | L 6 æstimemus (1) linea *del.* (2) via *add.* L 6 unius | circu *del.* | L 7-8 tanquam ... centrum *add. et substituit signum insertionis de* habetur propositum (*vide infra*) ad Et ... totius (*vide notam sequentem*) L 8-9 | Et ... est *add.* |, quæ rursus ex punctorum suorum progressibus suos progressus componunt, adeoque et progressum totius *add. et del.* | L | unde si partes ducantur in vias centrorum inde orietur progressus totius componetur *add. et del.* | L 10-11 partes. (1) Ita cum *del.* (2) Cæterum ... ostenditur *add.* L 10 rectilineis | «manet» *del.* | L 11 parallelos | (1) per (2) in *del.* | L 12-16 resolvendo (1) habetur propositum *del.* (2) Quod ... conclusione *add.* L 13 vel partes *add.* L 14 quod | omne quiescens intelligi potest *mo del.* | L 14 pro | quiescente *corr.* | L 15 tantæ | « $\rightarrow$ » *del.* | L 15 Itaque | hæc *del.* | L 18 mobile | «ite» *del.* | L 18 moveatur | ite *del.* | L 18 æquidirecto, | (1) linea a (2) unum autem punctum *del.* | L 19 non | continu *del.* | L 19-20 locum, (1) lineæ *del.* (2) viæ *add.* L 20 autem (1) cujusque puncti (a) eundem (b) eodem tempore *del.* (2) punctorum ... ubique *add.* L 20 et ubique *add.* L 21 faciant, | (1) erit via a *mo* (2) erit figura motuum *del.* | L 380.23-381.3 Nihil ... dictus *add.* L 24 utrum | fluidum *del.* | L

continuum vel discretum. Et idem succedet si aliqua puncta aut aliquæ partes quiescant, aut modo quiescant modo moveantur, dummodo motus sit dictus.

Tale mobile non potest esse solidum. Neque enim hoc moveri potest, quin punctum ejus quodlibet in superficie ipsa non positum, alteri succedat. Erit igitur superficies vel linea. Et si linea sit, potest resoluta intelligi in latera rectilinea et superficies in plana; inscribendo scilicet aut circumscribendo polygona, donec differentia fiat minor assignata.

[380] Sufficit autem considerari [Fig. 210.1, 210, p. 378] quamlibet rectam AB (vel quodlibet planum ABC) si ita moveatur, ut unum punctum non succedat in locum alterius et recta a quovis puncto descripta ut ${}_1A_2A$, eundem semper angulum faciat ad rectam mobilem AB (vel ad planum ABC) describere parallelogrammum ${}_1A_2B$, (vel parallelepipedum ${}_1A_1C_2A$) quod est in ratione composita mobilis rectæ (plani) et lineæ ab uno puncto verbi gratia centro gravitatis descriptæ, seu factum ex mobilis extensione in viam centri. Et ideo, si plures sint rectæ mobiles vel plura plana, idemque semper angulus viæ rectilineæ cujusque puncti ad suam rectam vel suum planum, tota via vel figura generata erit aggregatum ex his parallelogrammis vel parallelepipedis, id est aggregatum (ut ostendimus) ex ductibus rectarum vel planorum in centrorum vias. Jam si omnes motus sint æquidirecti seu paralleli, aggregatum ex progressibus partium, seu factis ex ductu partis in viam centri sui æquatur progressui totius; seu toti eodem modo in viam sui centri

1 vel | «quietum» *del.* | L 2 puncta | quiescant (1) et (2) et modo quiescant m *del.* | L 3 moveantur, | modo *del.* | L 3 sit | promptus *del.* | L 4 hoc | ita *del.* | L 5 quin | (1) puncta eius sibi (2) un *del.* | L 5 ejus | unum *del.* | L 5 quodlibet | (1) e- (2) intra superficiem cont (3) est *del.* | L 8 assignata | sufficit autem rem in aliquo composito ex fuobus lateribus ostendi, inde enim porro ad plana producet, ut hæcenus fecimus *del.* | L 9 (1) Sint duæ rectæ (a) quæ motu «composito» (b) quæ *del.* (2) Sufficit L 9-10 rectam (1) vel ... planum *corr.* (2) | AB *add.* | (vel ... | ABC) *add.* | L 10 ut | nec *del.* | L 11 et | (1) quodlibet (2) linea quævis *del.* | (3) recta *add.* L 12 rectam | (1) in eo ubi nunc est loco, ut (a) ${}_1B_1C$ *corr.* (b) ${}_1A_2A$ vel ad planum ${}_1A_1B_1C$ (2) AB *del.* | (3) mobilem *add.* L 13 est | (1) pro (2) in com *del.* | L 15 ex | via *del.* | L 15 centri. | (1) Idemque est continuato motu vel in eadem cujusque puncti recta, vel flexo motu, ita ut linea motus cujusque puncti sit composita ex pluribus rectis (a) et (b) quæ semper sint parallelæ (aa) et (bb) et ideo eundem faciant angulum ad rectam vel planum, (aaa) adeoque (bbb) unde duorum punctorum (aaaa) li (bbbb) motus simul sint æquidirecti seu paralleli. Quodsi jam plures rectæ vel plura plana conjungantur, manifestum est summam (aaaaa) rectarum (bbbbbb) parallelogrammorum (2) Cum igitur *del.* | L 16 plana, | (1) erunt summæ viarum (2) idem quo sem *del.* | L 16-17 angulus | (1) lineæ motus (2) rectæ *del.* | (3) viæ rectilineæ *add.* L 17 tota | via vel figur *del.* | L 18 erit (1) compositum *del.* (2) aggregatum *add.* L 19 est | compositum *del.* | L 19 ex | (1) ductu (a) rectæ in viam centri (b) rectæ vel motus in (2) ductibus par *del.* | L 20 Jam *add.* L 21 ex | ductibus in *del.* | L 21 factum *corr.* L

ducto. Itaque via generata a mobili ex rectis vel planis composito per motum non in se succedentem, eundem angulum ad mobile servantem, quamdiu quodlibet punctum non nisi rectam, eamque parallelam lineæ alterius puncti describit; æquatur factò ex mobile in eandem rectam secundum eundem angulum ducto, seu factò ex mobile in rectam planumve extenso, in quod recta eodem angulo servato ducatur. Sed idem est si puncta mobilis polygonas lineas vel curvas æquidirecte et eodem semper ad mobile angulo describant. Tantum enim repetitur quod in rectis ostendimus. Et idem est si mobile ex rectis planisve compositum in lineam curvam vel superficiem gibbam degeneret quamcunque. Generaliter igitur si mobile feratur motu æquidirecto non in se succedente, et æquiangulo ad mobile et in easdem partes tendente, via generata æquatur factò ex ductu extensionis ipsius mobilis in viam centri gravitatis, eodem ducendi angulo servato. Idque licet puncta aut aliquæ partes subinde quiescant ob rationem adductam in fine demonstrationis præcedentis.

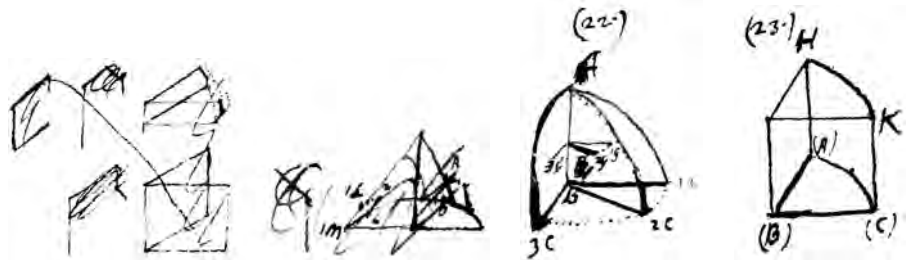


Figura 211.1, 211.2 (p. ms. 280, del.)

Figura 212

Figura 213

Hujus theorematis casus est regula Pappi vel Guldini. Ut si [Fig. 212, 213] circa axem immotum AB agatur trilineum ABC describens solidum $BA_1C_2C_3CAB$ ejusque centrum gravitatis describat arcum circulem

1 ducto. | (1) Itaque habemus (2) Idemque del. | L 2 succedentem, | eosdem del. | L 3 parallelam | mot del. | L 4 æquatur | vi del. | L 5 extenso, | per quod del. | L 6 ducatur. | Quod del. | L 11 æquidirecto | (1) et ut (2) ut linea add. et del. | L 11 æquidirecto | non in se acc. non del., del. ed. | et ita ut del. | [381] et ita ut line del. | L 11-12 et ... tendente add. L 12 factò | mo del. | L 12 ductu | (1) mobilis in viam centri gravitatis, (2) figuræ mobilis del. | L 13 servato. | (1) Ne (2) Etsi aliqua del. | (3) Idque li add. et del. L 14 puncta | (1) aliæque (2) aliæve part del. | L 14 in | demon del. | L 16 Hujus | (1) regulæ del. (2) theorematis add. L 17 axem | AA del. | L 17 immotum add. L 18 ejusque | via del. | L

16 regula ... Guldini Vide: Pappus Alexandriæ, *Mathematicæ collectiones*, ed. F. Commandino, Pisauri: Apud H. Concordiam 1588, VII, p. 165; ed. F. Hultsch, Berolini: Apud Weidmannos 1877, VII, 42-43, p. 682-3. P. Guldin, *De centro gravitatis*, Viennæ: Gelbhaar 1635, lib. II, cap. VIII, prop. 3, p. 147.

${}_1G_2G_3G$, patet solidum generatum factum esse motu trilinei in se non succedente, nullum enim punctum alteri succedit, (ut fieret si trilineum hoc planum per unum idemque planum duceretur) et cuiuslibet puncti motum esse æquidirectum, tangentes enim circulorum in locis ubi puncta sunt eodem tempore, sunt parallelæ. Patet et motum esse æquiangulum ad mobile, 5
 quilibet enim arcus circuli a quocunque descriptus id est ejus tangens semper facit ad mobile angulum rectum. Itaque solidum dictum rotatione genitum æquatur facto ex trilineo ABC in viam centri gravitatis, seu in ${}_1G_2G_3G$ normaliter ducto, id est solido cylindrico, cuius basis est planum trilineum $(A)(B)(C)$ priori æquale, altitudo vero est recta $(A)H$ æqualis arcui 10
 ${}_1G_2G_3G$, normaliter ducta in hanc figuram $(A)(B)(C)$ jacentem. Si G fuisset centrum gravitatis non trilinei, sed lineæ AC , tunc eodem argumento superficies solidi dicti rotatione hujus lineæ genita æquaretur superficiei cylindrico $(A)HK(C)$ factæ ex recta (id est ${}_1G_2G_3G$ in rectam extensa) normaliter ducta in lineam $(A)(C)$ ipsi AC æqualem. Sed et nostris demon- 15
 strationibus ampliari potest hæc doctrina. Exempli causa in plano paginæ [Fig. 214.1, 214, p. 386] evolvatur linea ABE (secundum inventa Hugeniana) seu filum lineæ huic rigidæ circumplicatum ita ut pars quævis AB extendatur in filum BC curvam ABE tangens, pars vero residua BE , restet in linea curva. Et extremo fili C describatur linea ACF quærat via centri gravitatis $Q_2G.L$. Nempe primum ejus punctum Q est centrum gravitatis fili in primo situ Q , nempe centrum gravitatis curvæ ABE . Ultimum punctum L est centrum gravitatis fili in ultimo situ, seu cum totum extensum est in rectam EF , cuius in medium punctum cadit. Seu L rectam EL bisecat. Sed intermedium aliquod punctum ${}_2G$ sic habebitur in situ fili pro parte exten- 20
 si ut ${}_2C_2BE$. Sumatur H quod est centrum grav[itatis] partis non extensæ ${}_2BE$, et M quod est centrum seu punctum medium partis extensæ seu rectæ ${}_2B_2C$. Jungatur HM , et secetur in ${}_2G$ sic ut fiat M_2G ad H_2G , ut fili pars seu arcus EB , ad fili partem extensam seu rectam ${}_2C_2B$. Hinc data extensione et
 ${}_1G_2G_3G$, | erit solidum gene del. | L 5-6 mobile, quilibet enim arcus circuli (1) quilibet enim del. circulus corr. (2) | quilibet ... arcus add. | circuli | id est ejus tangens del. | L 6 descriptus | semper ad mobile facit ang del. | L 8 ABC | ducto del. | L 9-10 trilineum | $(A)BC$, altitudo recta $A(A)(B)$ del. | L 10 vero | ex del. | L 10 recta | $A(H)$ del. | L 11 Si | lin del. | L 11-12 fuisset centrum gravitatis (1) centrum del. (2) centrum gravitatis add. L 12 non | super del. | L 14 recta | $A(H)$ del. | L 16 Exempli | ↔ del. | L 17 linea | ABC corr. | L 17 secundum | eventa del. | L 17 Hugeniana) | et qu del. | L 18 circumplicatum | ut del. | L 18 quævis add. L 19 BC | reliqu del. | L 19 tangens, | pars vero del. | L 19 BE , | quiescat adhuc del. | L 20-21 gravitatis | (1) . qu (2) ${}_2G_2GL$ del. | L 24 EF , | se del. | L 25 punctum | L sic del. | L 26 ${}_2C_2BE$. (1) | Nempe del. | H | est del. | (2) Sumatur add. ... quod est add. L 26 extensæ | H , del. | L 27 M (1) est del. (2) quod est add. L 28 pars | EB , ad del. | L 29 Hinc | datis e del. | L

centris gravitatis arcuum curvæ *ABE*, et data extensione lineæ *QGL* datur area spatii *ABEFCA*. Et hæc ideo succedunt, quia ostendimus regulam de via centri gravitatis succedere, etsi pars mobilis nunc quiescat nunc moveatur. Ut hoc loco pars fili nondum evoluta adhuc quiescit. Itaque regulam
 5 Guldini a rotationibus ad alia motuum genera produximus.

Propositio 16

[383]

Eadem corporum PHÆNOMENA (seu situs eorum inter se datis temporibus) per varias HYPOTHESES (seu motuum et quietium ac directionum assignationes obtineri possunt.
 10 Et si phænomena effici possunt per motus uniformes rectilineos uno modo, poterunt per tales aliis adhuc modis innumeris præstari, cuicunque demum mobili vel quies vel datus motus rectilineus uniformis assignetur.

Si [*Fig. 215, p. 385*] duo sint puncta *A* et *B* ex ipsis solis utique discerni non
 15 potest utrum quiescat aut dato gradu moveatur. Assumptis pluribus punctis *A, B, C* sufficit distantias easdem pro iisdem temporibus aut proportionales servari, ut etiam iidem anguli servantur, quia datis trium quorumque punctorum distantis, triangulum est datum, si in rectam non cadant, adeoque et anguli sunt dati[;] imo datis saltem iisdem distantiarum proportioni-
 20 bus triangulum specie datum est adeoque et anguli. Angulis autem eodem modo quoad puncta quæcunque prodeuntibus oculus in aliquo punctorum positus hypotheses discernere non potest cum nihil aliud observare possit. Idemque est in pluribus quam tribus punctis, quorum configura-

1 *ABE*, | (1) «eli» (2) quadrari pot *del.* | L 1 data | lineæ extensione *del.* | L 2 *ABEFCA*. | (1) quod (2) quo (3) qu *del.* | L 4 quiescit. | Itaque regula *del.* | L 4 regulam | hæc *del.* | L 5 genera | propag *del.* | L 7 se | datis *del.* | L 8 HYPOTHESES | seu *corr.* | L 9 ac (1) deter *del.* (2) directionum (a) directiones *del.* (b) assignationes) *add.* L 10 si | una hypot *del.* | L 10 phænomena | motu *del.* | L 10-11 rectilineos |, poteru *del.* | L 11 tales | alio rursum modo effici *del.* | L 12 præstari (1) . *corr.* | Seu (2) adeoque per sola sitorum *del.* | L 12-13 cuicunque ... assignetur *add.* L 12 demum (1) corpori puncto datus motus *del.* (2) mobili *add.* L 13 rectilineus | assignetur *del.* | L 14 puncta | oculus in *del.* | L 14 *B* | ocul *del.* | L 14 solis utique *add.* L 15 moveatur |; (1) modo (2) nam in c (3) nihi (4) modo eadem maneat distantia aut ejus variatio quæ obtineri potest alterutri corpori (a) datum (b) dato (c) assignando motum quæcunque; quoniam hoc problema solvi (aa) potest (bb) deinde potest dato motu (aaa) corporis *A* (bbb) puncti *A* assignare motum (aaaa) cor (bbbb) ipsius *B*, (aaaaa) ut datis temporibus datam dista (bbbbb) ut datis temporibus datas distantias servant *del.* | L 15-16 punctis | (1) sufficit (2) trium quorum iisdem *del.* | (3) *A* ... sufficit *add.* L 16 easdem (1) obtinere *del.* (2) pro ... proportionales *add.* L 19-20 imo ... anguli *add.* L 20 autem iisdem *del.* | L 21 modo | se habentibus phænome *del.* | L 21 oculus | (1) unum (2) hypotes *del.* | L 384.23-385.1 quorum | figuræ *corr.* | L

tiones specie determinantur, adeoque et habentur anguli si triangula inter quaecunque tria puncta specie dentur. Supposito jam esse aliqua puncta inter se situm non mutantia, ut sunt in corporibus durabilibus (veluti cœlestibus) extremitates diametrorum, ex servatis angulis aut mutatis velut ex diametris apparentibus qui sane quantitate angulorum cognoscuntur 5 distantiarum conservationes mutationesque colligimus, et tunc non tantum specie sed et magnitudine cognoscimus aspectus sive configurationes. Quodsi igitur saltem hypothesin excogitemus easdem distantias pro iisdem temporibus exhibentem phænomenis est satisfactum. Idque facile est cum problema solvi possit dato pro arbitrio motu puncti unius, assignare motus 10 punctorum quocunque tales, ut datis temporum momentis data prodeant phænomena seu anguli. Quodsi motus sint rectilinei uniformes, etiam distantiae punctorum uniformiter mutabuntur, et celeritates respectivæ erunt rectilineæ uniformes. Sed et eæ variis hypothesibus obtineri possunt; ita ut uni cuilibet ex illis assignando quietem (si placet) vel motum datum eadem 15 prodeant. in uno punctorum posito, cætera omnia velut ipso quiescente moveri videbuntur salvis iisdem phænomenis.



Figura 215

1 adeoque ... anguli *add.* L 2 dentur. | (1) Hinc si sciamus (2) Præposito esse *del.* | (3) | Supposito jam *add.* | ut in corporibus *add. et del.* | L 3 sunt (1) corpora durabilia *corr.* (2) in *add.* ... durabilibus L 3 durabilibus | (1) «cœl» (2) cœlestibus extremitates (a) «de» (b) di *add. et del.* | L 3 | in *f del.* | L 3-4 (veluti ... diametrorum, *add.* L 4 mutatis | etiam *del.* | L 4-5 velut ... cognoscuntur *add.* L 6 distantiarum | etiam *del.* | L 6 tunc (1) nec *del.* (2) non *add.* L 7 cognoscimus | actus *del.* | L 7 configurationes. | Omnia igi *del.* | L 9-12 Idque ... anguli *add.* L 10 pro arbitrio *add.* L 10 puncti | puncti *del.* | L 11 punctorum | quorum «unus» *corr.* | L 11 temporum (1) intervallis *del.* (2) momentis *add.* L 12 phænomena | seu distant *del.* | L 12 anguli | Quod ut appareat distinctius; considerandum est omnes motus in plano quidem considerari posse ut (1) parallelos (2) compositos ex parallelis ad duas rectas datas et in solido ad tres. (a) Sint igitur tria puncta (b) Et per hoc determinari posse. Itaque si in parallelis istis non possunt discerni hypotheses, nec in ipsis motibus possint. Sint ergo tria puncta (nam si tria quævis inter se eadem phænomena servant, omnis servant ut diximus *del.* | L 14 et *add.* L 15 uni *add.* L 15 ex illis *add.* L 15 placet) (1) quod in *del.* (2) vel ... datum *add.* L 16 prodeant. Oculo enim (1) Enim *del.* (2) Oculo enim *add.* L 16 punctorum | composito *corr.* | L 17 videbuntur | (1) . Et nihilo (2) nihil prohibet ex phæn *del.* | L 17 phænomenis. | Nihil adeoque prohibet hanc hypothesin esse veram (1) . (2) ; si nihil aliud quam mathematicam possibilitatem desideremus. *del.* | L Sequitur hic signum ⊗ cui simile signum in summitate chartæ 385 respondet, cum nota Leibnitii NB. ad prop. 16

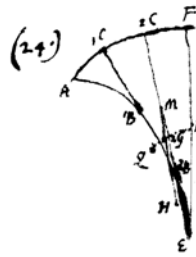


Figura 214

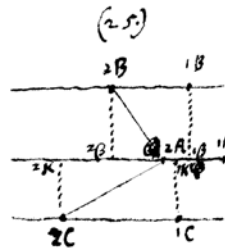


Figura 216

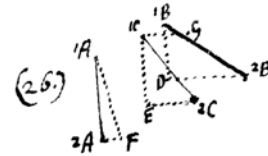


Figura 217

Quod ut appareat distinctius, considerandum est omnem motum concipi posse ut compositum ex parallelis ad datas rectas, duas quidem in plano, autem in solido, ita ut composito existente uniformi et componentes uniformes esse possint. Et si quidem in pluribus motibus inter se collati
 5 secundum componentes parallelas ad eandem rectam, discerni hypotheses non possunt, omnino discerni non posse, quia ipsi motus per parallelas componentes determinantur. Et quoniam jam ostendimus si tria quævis puncta servant eadem phænomena inter se servari phænomena omnia superest tantum ut ostendamus in tribus motibus uniformibus parallelis phænomena discerni non posse. Sint [Fig. 216] trium punctorum A, B, C , motus
 10 paralleli AA, BB, CC et in rectam AA , ex punctis B, C agantur normales β, K . Junganturque AB, AC . Aio quocunque motu uniformi assignato ipsi puncto A , assignari etiam posse motus uniformes competentes punctis B et C , ut eadem phænomena prodeant. Nam qui motus assignantur punctis β
 15 et K , assignabuntur et punctis A et B , jam manifestum est utcunque moveatur aut quiescat punctum A , tales motus uniformes assignari posse punctis β et K , in eadem recta positis, ut eadem prodeant celeritates respectivæ seu distantiarum variationes uniformes. Et proinde pro eodem temporis momento eadem prodibunt magnitudines rectarum $A\beta, AK, \beta K$, ut pro uno
 20 momento ${}_1A_1\beta, [{}_1]A_1K, {}_1\beta_1K$; et pro alio momento ${}_2A_2\beta, {}_2A_2K, {}_2\beta_2K$. Eadem ergo (quacunque facta hypothesi) dato momento prodeunte magnitudine rectæ ${}_2A_2\beta$, et manente semper ob parallelismum recta $[{}_2]B_2\beta$, idem prodi-

386.1-387.10 Quod ... desideremus. *add.* L 1-2 est | omnis motus *corr.* | L 1-2 motum (1) in plano quidem considerari *del.* (2) concipi L 2 ut (1) compositus *corr.* ex parallelis, duabus *del.* (2) compositum | ex ... rectas *add.* |, | duas *add.* | L 2-3 plano, (1) tribus *del.* (2) tres *add.* L 3 | solid *del.* | L 3-4 ita ... possint *add.* L 4 in (1) plures motus *corr.* et *del.* (2) pluribus motibus *add.* L 8 servari | et omnia *del.* | L 9 tribus (1) motibus *del.* (2) motibus uniformibus *add.* L 10 Sint | motus *del.* | L 11 normales | (1) B (2) β *del.* | L 14 punctis | A et B assigna *del.* | L 17 ut | eo *del.* | L 19 prodibunt (1) rectæ ut 2 *del.* (2) magnitudines rectarum *add.* L 20 et *add.* L 21 (quacunque ... hypothesi) *add.* L 22 $B_2\beta$, | «eodem» *del.* | L

bit angulus ${}_2B_2A_1A$, et similiter angulus ${}_2C_2A_1A$, ergo (ob eandem quoque semper manentem distantiam inter rectas BB , CC) idem quoque prodibit angulus ${}_2\beta_2A_2B$, pro dato momento.

[386] Adeoque semper prodeuntibus iisdem angulis pro eodem tempore eadem prodeunt phænomena. Idemque est, si puncto A pro motu quies assignetur. Quod autem de puncto A ostendimus, de alio quocunque valet. Et quod de tribus quibuscunque, utique de omnibus. Et quod de omnibus punctis, etiam de situ ipsorum mobilium verum est. Itaque nihil prohibet quamcunque Hypothesium veram esse si nihil aliud quam Mathematicam possibilitatem desideremus. 10

[384] Intelligimus scilicet quod in motu pure mathematicum est solumque agnosci potest, situs nempe et eorum mutationes. Sed pars physica, causæ agendi scilicet, et virium subiecta, et aptæ rationibus reddendis explicationes alterius sunt considerationis. An autem eadem quoque phænomena servantur pro quacunque hypothesi facta quando corpora concurrunt inter se, infra dicemus. Porro si plures essent hypotheses, et secundum unam corpora moveantur uniformiter[,] secundum alteram secus, nec adsint externæ causæ[,] præferenda est hypothesis motus uniformis, quia omnis motus per se est talis. Igitur hic quoque talis erit ubi causæ mutantur absunt. Interim in rectilineis motus uniformes plures idem præstare possunt, quodcunque 20 demum subiectum quieti aut motui data assignetur.

[387] *Propositio 17*

Si puncta quotcunque moveantur in lineis rectis, etiam centrum gravitatis earum movebitur in linea recta et si motus punctorum sint uniformes vel saltem proportiona- 25

2 rectas | $A \leftrightarrow$ del. | L 2 CC | ne scilicet (1) alterutra (2)volvendo alterutra vel utcunque circa AA accedere sibi et ita anguli ${}_1A_2A_2B$, ${}_1A_2A_2C$ manere possint mutato angulo ${}_2B_2A_2C$ add. et del. | L 4 (1) Quod autem de motu del. (2) Adeoque L 5 puncto | motus corpori corr. L 7 Et quod de tribus quibuscunque (1) quod de tribus del. (2) quod ... quibuscunque add. L 11 | (1) «Secus» (2) An autem idem sit, si corpora agant in se invicem del. | (3) Intelligimus | autem del. | L 11-12 mathematicum (1) solumque add. et corr. | sensibus intelligi add. et del. | est (2) est | solumque add. | agnosci potest add. | L 12 Sed (1) | quod del. | physicum corr. | est del. | causas corr. | (2) | pars add. | physica, causæ L 13 scilicet add. L 13 et | aptas corr. | L 13-14 explicationes | (1) non (2) hic non consideramus del. | (3) alterius (a) est (b) sunt considerationis. add. | An autem (a) eun (b) eadem del. | L 16 dicemus. | Interim si p del. | L 19 absunt. | (1) At in m (2) At in rectilineis mot del. | L 19 Interim | multi quoque del. | L 20 uniformes | idem præ del. | L 20 possunt, | cuicunque demum quomodocunque ob del. | L 21 assignetur. In imo pagine reclamantem prop. 17. add. L 22 Prop. (1) 18. del. (2) 17. add. L 23 moveantur | in rectis parallelis, et del. | L 24 in | lineis rectis corr. | L 25 punctorum | sit uni del. | L

les inter se, etiam motus centri gravitatis erit uniformis vel saltem prioribus proportionalis.

Sint [Fig. 217, p. 386] primum puncta duo, unum A percurrentes rectam ${}_1A_2A$, alterum B percurrentes rectam ${}_1B_2B$ sintque motus proportionales, id
5 est eadem sit proportio linearum eodem tempore seu simul absolutarum. Dico et centrum gravitatis C etiam percurrere rectam, ${}_1C_2C$ eamque motu etiam prioribus proportionali.

Ducatur recta ${}_1BD$ parallela ipsi ${}_1A_2A$; in quam ex ${}_2B$ perpendicularis agatur ${}_2BD$, et per ${}_2A$ ducatur quantumlibet parva ${}_2AF$ parallela ipsi ${}_2BD$.
10 Si poneretur A moveri recta ${}_1AF$ motu ad ipsius B motum proportionalis, utique ferretur motibus ${}_1A_2A$ et ${}_2AF$ proportionalibus inter se, et cum motu ipsius B .

Moverentur ergo puncta A et B (per propositionem 2) motibus compositis illud ex ${}_1A_2A$ et ${}_2AF$ hoc ex ${}_1BD$ et DN qui omnes sunt inter se seu ipsi
15 ${}_1A_2A$ proportionales. Dum igitur puncta A et B moventur motibus rectilineis parallelis et proportionalibus ${}_1A_2A$ et ${}_1BD$, utique et centrum gravitatis C feretur motu rectilineo ipsis parallelo et ad ipsum ${}_1A_2A$ proportionali, in ${}_1CE$ aut seu promovetur ad partes quas postulat directio ipsi ${}_1A_2A$ parallela secundum rectae alicujus CE magnitudinem (per propositionem 11).
20 Et similiter cum puncta A et B moventur motibus rectilineis parallelis ${}_2AF$ et DE etiam centrum gravitatis C feretur motu rectilineo ipsis parallelo, et ipsi ${}_2B$ adeoque et ipsi ${}_1A_2A$ proportionali, E_2C seu promovetur in partes quas postulat directio ipsi ${}_2B$ parallela secundum rectae alicujus ${}_1CG$ vel E_2C magnitudinem (per dictam propositionem 11).

3-4 percurrentes (1) rectam LM del. (2) rectam ${}_1A_2A$ add. L 4 rectam ${}_1B_2B$ (1) LM del. (2) ${}_1B_2B$ add. L 5 est | <te> del. | L 5 proportio | partium quæ del. | L 6 rectam, | motuque itidem del. | L 8 (1) | Ducatur corr. | per (a) B recta ${}_1B$ (b) ${}_1B$ del. | (2) | Ducatur corr. | per ${}_1B$ et ${}_1C$ add. et del. | rectæ corr. | ${}_1BD$ | parallela ipsi, ${}_1CE$ del. | (3) Ducatur ... | parallela ipsi add. | L 8 ${}_1A_2A$; (1) cui del. (2) in quam corr. (3) in quas del. (4) in quam add. L 8-9 ex | (1) ${}_2B$ del. | (2) | ${}_2B$ add. | et ${}_2C$ add. et del. | L 8-9 ${}_2B$ | perpendiculares agantur corr. | L 9 ${}_2BD$, | (1) ${}_2BD$ (2) ${}_2CE$ del. | L 9 ducatur | per del. | L 9 parva | (1) ${}_2AN$ (2) ${}_2AE$ del. | L 9 ipsi | N del. | L 9 ${}_2BD$. | Postremo per primum centri gravitatis ${}_1C$ ducatur del. | L 10 motu (1) cæterum punctorum motibus del. (2) ad ... motum add. L 11 ferretur | motib del. L 11 et | mo del. | L 12 B | (1) Sunt igitur motus ${}_1A_2A$ et (2) Forent ergo motus (a) ${}_1A_2A$ et ${}_1BD$ (b) punctorum A et B nempe in rectis ${}_1A_1A$ [sed ${}_1A_2A$] et ${}_1BD$ paralleli et proportionales, et del. L 13 B | (1) mo (2) A quidem del. | L 13 (per ... 2) add. L 13-14 compositis | ex ${}_1A_2A$ et del. L 15-16 rectilineis add. L 16 ${}_1BD$, | centrum del. | L 17 motu | ipsis parallelo del. | L 17 proportionali, | in C del. | L 18 aut | parallelis add. et del. | L 18-19 seu ... 11) add. L 18-19 directio (1) | secundum rectæ alicujus CE (a) m del. | (b) ipsius corr. | ${}_1A_2A$ | parallelæ corr. | magnitudinem del. | (2) ipsi ... parallela L 19 magnitudinem | (per prop. 11) del. | L 20 similiter add. L 21 C | (1) promovetur (2) movetur in recta aliqua E_2C del. | L 23 ipsi | (1) ${}_1A$ (2) ${}_2A_2$ (3) CE (4) ${}_2BD$ del. | L

[388] Cum ergo centrum gravitatis ${}_1C$ feratur motibus rectis ipsi ${}_1A_2A$, adeoque inter se proportionalibus, compositis uno ${}_1CE$, et altero ${}_1CG$ vel E_2G , feretur utique motu recto ipsi ${}_1A_2A$ proportionali (per dictam propositionem 2.). Idemque est quantulacunque sit parvitas ipsius ${}_1AF$, adeoque idem est licet ea plane evanescat, mobileque A feratur non nisi motu ${}_1A_2A$, ut erat 5 propositum.

Sunt autem motus ${}_1A_2A$, et ${}_1B_2B$ assumti quicunque rectilinei inter se proportionales (etiam in diversis utcunque planis). Itaque habemus generaliter demonstratam propositionem in punctis duobus. Sed quod de duobus ostensum est ad tria producit, et alia quotcunque, si pro motu duorum 10 assumamus motum centri, et huic novum tertii puncti motum adjungamus; motus enim centri horum duorum, erit motus centri omnium trium. Quare generaliter in punctis quotcunque habetur propositum.

[389]

Propositio 18

Si conatum quantitates et directiones exprimantur 15 per rectas a puncto conante eductas usque ad puncta quædam terminantia, conatus compositus exprimetur recta a puncto conante ad punctorum terminantium commune centrum gravitatis ducta, sed multiplice per numerum punctorum. 20

Sint [Fig. 218, p. 390] puncti A conatus quotcunque ut rectæ AB, AC, AD , et punctorum B, C, D centrum gravitatis sit G , ajo conatum compositum esse ut rectam AGH quæ sit ad AG , ut numerus punctorum B, C, D , ad unitatem. Nam ducto angulo recto EAF , patet conatus AB componi ex AL et AM , et AC ex AN et AP , et AD ex AQ et AR ; et AG ex AS, AT . Conatus autem compositi AQ, AN, AL dant conatum $AQ+AN+AL$, jam AS est media 25 arithmetica inter AA, AN, AL , quia distantia centri gravitatis G , ab axe AF ducta in numerum punctorum quæ hoc loco pondera æqualia intelligun-

1 motibus | para del. | L 2 proportionalibus, | inter se del. L 2 compositis | (1) ${}_1C$
(2) ${}_1CE$ et ${}_1CG$ vel del. | (3) uno ${}_1CE$, add. L 3 utique | recta del. L 4 ${}_1AF$, | tum
del. | L 4-5 idem est add. alia manu 7 motus | re del. | L 10 pro | duobus «—mus?»
ipsorum centrum del. L 11 huic | deinde del. L 14 *Propositio* (1) 17 del. (2) 18 add.
L 15 (1) | Si conatus del. | et add. et del. | a puncto exprimantur per rectas a del. | (2)
Si L 16 ad | certi del. | L 17 exprimetur | (1) per rectam directione (2) per
del. | L 18 conante (1) per del. (2) ad add. L 19 sed | in numero del. L
21 Sint | con del. | L 21 conatus (1) quotcunque del. (2) quotcunque ut rectæ add.
L 23 esse | (1) in directione AG , sed quantitatem (2) $AG \leftrightarrow$ del. | L 23 ut | A del. |
L 24 Nam | conatus AB componitur ex conatibus del. | L 25 et $AG \dots AT$. add. L
26 conatum | AS , cum AS sit media del. | L 27 AA , sic, sed AQ 27 AF | æq del. | L

tur, æquatur summæ distantiarum singulorum punctorum ab axe. Itaque conatus AS ductus in numerum punctorum dat conatum $AQ + AN + AL$. Eodem modo conatus AT ductus in numerum punctorum dat conatum $AM + AP + AR$. Ergo conatus AS cum conatu AT ; id est conatus AG ductus in numerum punctorum, id est conatus AH æquatur conatibus AQ , AN , AL , AM , AP , AR , id est conatibus AB , AC , AD simul sumtis. Simile argumentum in solido institui potest, ubi unus conatus potest resolvi in tres ad tria plana angulum rectum, (si placet) comprehendentia et in A concurrentia, normales. [390]

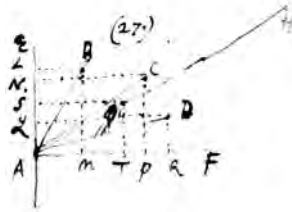


Figura 218



Figura 219.1 (del.)

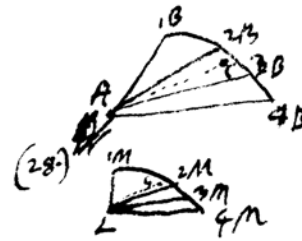


Figura 219

10

Propositio 19

Si puncta conatuum ejusdem puncti infinitorum repræsentatrices rectas terminantia cadant in quendam locum extensum, tunc directio conatus inde compositi tendet ad centrum gravitatis loci, magnitudines vero talium conatum erunt in ratione composita distantiarum centri gravitatis cujusque loci a punctis conantibus et magnitudinum cujusque loci.

2 conatus *add.* L 2 AS | ducta *corr.* | L 3 dat | conatus AM , A *del.* | L 3 conatum | AT *del.* L 4 AS (1) + *del.* conatus *corr.* (2) cum *add.* conatu L 7 argumentum | in solido institui potest, ubi tres conatus *del.* | L 7 | potest *add.* | resolvitur *corr.* | L 8 comprehendentia | normales. *del.* | L 10 *Propositio* (1) 18. *del.* (2) 19. *add.* L 11 puncta | conatum *corr.* | repræsent *del.* | L 13 tunc | (1) co (2) erit (3) erunt con *del.* | (4) | erit conatus *del.* | inde | compositus *corr.* | in rectæ directione *del.* | (5) | directio conatus *add.* | ... compositi L 13-14 tendet ad *add.* | ad *acc.* non *del.*, *del.* *ed.* | L 14-15 loci, (1) et magnitudo vero conatus erit *del.* (2) magnitudines ... erunt *add.* L 15 composita | distantia *corr.* | L 16 a | puncto conante *corr.* | L 16-17 et (1) ipsius magnitudinis ejusdem loci *del.* (2) magnitudinum ... loci *add.* L

Sint [Fig. 219.1, 219] puncta conantia A et L , et punctum A tendat conatibus infinitis AB seu tendat ad unumquodque ex punctis B lineæ BB , in ratione cujusque rectæ AB , similiterque tendat L conatibus omnibus LM . Sit loci BB centrum gravitatis C , et loci MM centrum gravitatis G , dico punctum A revera tendere versus C , et punctum L , versus G ; sed nisum
 5 aut conatum ipsius A fore ad nisum aut conatum ipsius L in ratione composita AC ad LG , et loci ${}_1B_4B$ ad locum ${}_1M_4M$. Nam [Fig. 220] si sit recta fracta $DEFH$ polygona æqualium laterum, idem esse centrum gravitatis hujus lineæ, quod est punctorum mediorum cujusque lateris, nempe P , Q , R . Idemque verum est, numerum utcunque multiplicando, donec polygo-
 10 na abeat in curvam. Unde quæ demonstravimus in præcedenti de centro gravitatis punctorum, habent locum in centro gravitatis ipsius lineæ. Eademque et ad polyedram superficiem, imo et ad locum solidum produci possunt, si scilicet hedræ æquales, in superficie, aut cubi æquales in solido assumantur, pro quibus deinde eorum puncta media seu centra gravitatis
 15 substitui possunt.

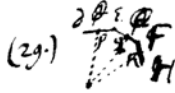


Figura 220

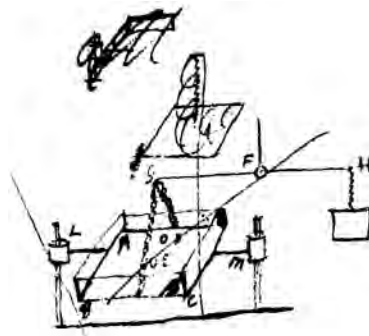


Figura 221 (del.)

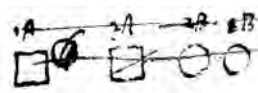


Figura 222 (del.)

1 et | puncti conatus del. | L 1 A | habeat del. | L 1 tendat | (1) in con (2) in del. | L
 2 AB | termina del. | L 2 BB, | in rat del. | L 4 G, | jam del. | L 4 dico | esse del. | L
 6 nisum | ipsius L in del. | L 7 loci | (1) AB (2) BB del. | L 7 Nam | omne del. | L
 7-8 sit (1) polygonum corr. (2) linea add. et del. (3) recta ... DEFH add. polygona L 8
 laterum, | patet del. L 10 R. | Unde del. | L 12 lineæ | , quæ semper ut in æquilatera
 æ del. | L 13 superficiem, | et del. | L 14 æquales, | aut del. | L 15 centra | (1) sub
 (2) sub del. | L

[Pars 2. Sectio 3.]
DE CONCURSU CORPORUM

[393]

Traditio

L LH XXXV 11, 18A, pp. 393-438

Propositio 1

Si corpora quotcunque concurrant quomodocunque,
5 æqualis semper manet potentia absoluta, hoc est summa
factorum ex ponderibus seu materiæ quantitativibus cujus-
que corporis in altitudines ductis ad quas vi suarum ce-
leritatum ascendere possunt. Seu factum ex pondere sive
quantitate materiæ omnium simul sumtorum ducta in al-
10 titudinem centri gravitatis communis ad quam id vi cele-
ritatum præsentium in corporibus existentium ascendere
posset.

De summa factorum ex pondere seu mole in altitudines jam constat ex
demonstratis Capite de Causa et Effectu. Nam per propositionem 7. dicti
15 capituli eadem manet potentia in corporibus quæ sola invicem agunt. Po-
tentia autem sunt in ratione composita ex simplice ponderum et duplicata
velocitatum, seu ex composita ponderum et dictarum altitudinum per pro-
positionem 15. ibidem. Porro eadem est quantitas summæ ex ascensibus

1 Pars ... 3. *add. ed.* 4 quotcunque | (1) inter se sola *del.* | (2) in planibus
horizontalibus mota *add. et del.* | (3) in quæ gravitas non agit *add. et del.* |
(4) non nisi vi impetuum (a) conceptorum mota (b) semel impresso-
rum mota *add. et del.* | L 4 quomodocunque, | (1) idem (2) æquale semper
manet factum ex *del.* | L 5 potentia ... est *add.* L 5 summa | ex co *del.* | L
6-7 ponderibus (1) in altitudines *del.* (2) seu ... altitudines L 6-7
quantitatibus (1) in quoque *del.* | corpore *corr.* | (2) | cujusque *add.* | cor-
poris (a) in quadrata velocitatum *del.* | (b) in altitudines *add.* | L 8 factum |
(1) ex pondere (a) sive mate (b) omnium (c) omnium simul (d) seu *del.* |
(2) ex ... sive *add.* L 9 omnium (1) simul *del.* (2) simul sumtorum *add.* L
10 ad | quod *del.* | L 10 id *add.* L 11 in ... existentium *add.* L 11-12
ascendi *corr.* L 12 posset. | (1) Intelligitur autem gravitatem vel aliam
causam (a) externam (b) agentem quæ novam vim producat tempore
concursum non supervenire vel ab ea animum abstrahi *del.* | L 13 (1)
Hoc *del.* (2) De L 14 demonstratis | d *del.* | L 14 Nam | ob prop *del.* | L 16 et | di
del. | L 17 altitudinum . | Porro idem est corpora *del.* | L 17-18 per ... ibidem *add.*
L 18 est *add.* L 18 quantitas | ascensus *del.* | L

in corpora singula ductis, et facti ex ascensu centri gravitatis in summam corporum per propositionem 14 capitis de directione quia altitudines intelliguntur perpendiculares adeoque inter se parallelæ. Abstrahitur autem animus ab eo quod fieret si durante concursu accederet actio gravitatis vel alia quæcunque præter jam conceptam a corporibus seu præter eam quam 5 habent in ipso concursu.

[394]

Propositio 2

Si corpora quotcunque in lineis rectis non nisi vi impetuum semel conceptorum mota (adeoque uniformiter) concurrant quomodocunque æqualis manet vis progressiva totius 10 aggregati, adeoque velocitas progressus totalis, secundum quascunque parallelas[;] centrum vero gravitatis commune motu uniformi progreditur in linea recta.[†]

Sit [Fig. 221, p. 391] planum *ABC* horizontale marginibus nonnihil elevatis clausum seu circumdatum, suspensum ex brachio *FG* libræ *GFH*, ex cuius alterius 15 brachii *FH* extremitate pendeat pondus. Sit autem motus *L* ita constrictus per cylindros cavos *L*, *M* incidentes circa solido ut planum licet descendens vel ascendens semper cogatur manere horizonti parallelum, denique in hoc plano decurrant corpora quotcunque ut *D*, *E*.

[395]

Propositio 2

20

Eadem est vis corporum respectiva eadem manente celeritate accedendi vel recedendi.

[†]*In margine* NB vis directiva et respectiva component vim totalem.

1 et | ex ductus ascensus gra *del.* | *L* 2 directione . | || Prop. 15. *del.* | *L* 2-3 quia ... parallelæ *add.* | *L* 2 quia (1) ascensus *del.* (2) altitudines *add.* | *L* 3-6 Abstrahitur ... concursu *add.* | *L* 3-4 Abstrahitur (1) autem *del.* (2) autem animus *add.* | *L* 4 durante concursu *add.* | *L* 5 jam conceptam (1) | corporibus *del.* | conceptam | || Prop. 2. || (a) Si (b) lisdem positis (aa) via (bb) c (cc) conatus centri gravitatis *del.* | (2) conceptam *L* 5-6 a ... concursu *add.* | *L* 393.8-395.4 Si ... est *del.* | *L* 8-13 corpora | (1) concurrant quomodocunque (a) æqualis semper manet (aa) vis directionis seu (aaa) quantitas progressus (bbb) quantitas (bb) vis conatus (cc) vis directiva (dd) vis (ee) vis progressiva; seu (aaa) in f (bbb) in toto (ff) conatus (gg) nisus eorum totalis (aaa) prog (bbb) seu vis progressiva; sive (b) et si quidem ferantur in lineis rectis (aa) quantitas progressus (bb) velocitas progressus totalis adeoque vis progressiva; (aaa) et (bbb) seu *del.* | (2) quotcunque ... recta *add.* | *L* 8 in ... rectis *add.* | *L* 9 mota | in lineis rectis *del.* | *L* 10-11 totius (1) compositi *del.* (2) aggregati *add.* | *L* 11 totalis, | seu velocitas centri gravitatis *del.* | *L* 12 parallelas | et *del.* | *L* 12 vero *add.* | *L* 15 circumdatum, | in quo concurrant corpora quotcunque ut *D*, *E*, quæ ante concursum ita moveantur ut centrum gravitatis *del.* | *L* 15 *GFH*, | opposito pondere *H* sustentatum *del.* | *L* 16 ita | moderatus *del.* | *L* 17 incidentes | circa ↔ *del.* | *L* 17-18 vel ascendens *add.* | *L* 19 quotcunque | *D*, *E* *del.* | *L* 19 *E*. *Signum insertionis sequitur, ad titulum Prop. 2 in sequenti pagina connexum* 20 *Propositio* | 3. *corr.* | *L*

Connectantur corpora per lineas rigidas, seu elastra summæ promptitudinis seu mole carentia, utique vis corporum agendi in se invicem perit et translata est in linearum rigidarum firmitatem vel Elastrum.

5 Connectantur corpora ut *A, B* [Fig. 223] per lineam *AB* quæ sit rigida vel quod idem est Elastica summæ promptitudinis potentiæque restitutivæ. Manifestum est corpus unum non posse agere in aliud nisi mediante linea rigida. Et prius Elastrum intendere lineæ quam alteri corpori impetum imprimat per lineam trahendo vel pellendo quia vis Elastri mortua est[,] impetus vivus seu infinite major (per propositionem 30. Capitis de Causa et Effectu). Et quia summa est Elastri potentia, totam vim ad intendendum statim consumet, seu recipiet. Intensio
10 autem elastri tanta est, quanta est [cessare videtur abrupte]

Propositio 3

Potentia absoluta compositi ex pluribus corporibus ex motu eorum orta componitur ex vi eorum respectiva agendi in se invicem, et vi progressiva agendi in tertium per modum unius.

Sint corpora quotcunque in motu vel in quiete posita. Ponantur subito lineis rigidis per centra gravitatis eorum transeuntibus connecti (quod vim nec auget nec minuit, cum hoc thema per se non sit activum) et omnis vis recedendi a se invicem vel accedendi a lineis rigidis sustinebitur, aut ab earum elastro, si quod
20 habere ponantur recipietur. Cum igitur status posterior, post supervenientes lineas rigidas, æqualis potentia sic priori, sequitur vim recedendi corporum a se invicem, vel accedendi a tota vi absoluta detrahendo superesse vim progrediendi totalem seu totius compositi jam facti rigidi; eamque esse differentiam inter vim absolutam et vim respectivam.

1 corpora *add.* L 1-2 rigidas, (1) perit *del.* (2) seu ... carentia *add.* L 2 vis (1) eorum *del.* (2) corporum *add.* L 2 invicem | (1) translata (2) sustinetur a linearum firmitate vel si elastica *del.* | perit *add.* L 3 rigidarum | elastrum *del.* | L 3 Elastrum. | (1) Neque (2) Sed omne elas (3) Corpus *del.* | L 4 lineam | rigidam *del.* | L 5 promptitudinis | ita ut (1) ejus (2) exigua admodum ejus (a) intensio (b) flexio (3) subito totam vim (a) flectere (b) conantis consumat *del.* | L 5 Manifestum | est corpus *A* prius flectere *del.* | L 6 rigida. Et elastrum *del.* | L 6-7 prius (1) | flectere *del.* | Elastrum | ejus *del.* | (2) Elastrum | intendere lineæ *add.* | L 7 quam | altero *corr.* | corpori *add.* | L 7-8 per ... pellendo *add.* L 9 Effectu | (1) flectit autem non nisi (2) intenditur autem elastrum hoc est in casu precedenti distenditur, in casu accedenti flectitur, quantum in tantum *del.* L 10 totam | suam *del.* | L 10 vim | in ipso flectendi tantulum intendendo *del.* | L 10 intendendum | (1) s (2) quantuluncunque (3) quantuluncunque intensi (4) brevissimo tempore *del.* | (5) statim *add.* L 10 consumet, | itaque *del.* | L 10 recipiet. | Vi *del.* | L 12 *Propositio* | 2. *corr.* | L 13 (1) Vis co *del.* (2) Potentia L 13 absoluta | motrix *del.* | L 13 ex | (1) duob (2) duobus *del.* | L 13-14 corporibus (1) *seu e* *add. et del.* (2) ex ... orta *add.* L 15 vi | eo *del.* | L 16 unius | Et (1) utra (2) utriusque quantitas, nova aliunde actione non superveniente conservatur *add. et del.* | L 17 posita | Sub *del.* | L 17 subito | connecti *del.* | L 18 per *add.* L 19 cum | ea *del.* | L 19 per se *add.* L 20 sustinebitur, | reliqua erit vis simul progrediendi *del.* | L 21 recipietur. | (1) Vis (2) Restabit vis simul progrediendi (3) Ig *del.* | L 22-23 recedendi corporum a se invicem, vel accedendi (1) a se invicem *del.* (2) corporum *add.* L a ... accedendi *add.* L 24 seu ... rigidi *add.* L 1

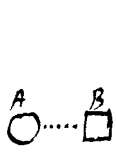


Figura 223

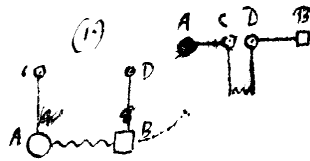


Figura 224

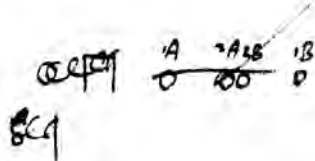
Figura 225 (*del.*)

Figura 226
(*del.*)

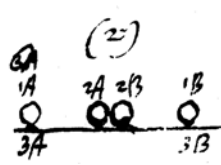


Figura 227



Figura 228
(*del.*)

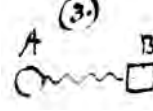


Figura 229

Ut si [Fig. 222, p. 391] corpus A in ${}_1A$ habeat absolute celeritatem et directionem ut ${}_1A_2A$, et corpus B in ${}_1B$ celeritatem et directionem ut ${}_1B_2B$. Habebunt celeritatem in se accedendi, ut dimidium ipsius ${}_1A_2A + {}_1B_2B$ ductam in corporum quantitatem.

Propositio 2

5

Si Elastrum quatenus se restituit in duo corpora agat imprimet illis conatus corporibus reciproce proportionales.

Sint duo corpora A et B [Fig. 224] connexa per elastum quod se restituens in ipsa agat, veluti si sit compressum ea a se invicem repellendo, vel si sit distensum ea ad se invicem attrahendo[;] ajo celeritates quas accipiunt corpora esse corporibus reciproce proportionales. Ponantur enim corpora esse pondera eo ipso dum ab elastro moventur elevanda, ut si ponantur esse in horizonte et suspensa pendere funibus perpendicularibus æqualibus ex C et D , manifestum est, magis resistere quod magis quam reciproca ad pondus ratione elevatur per propositionem 16 capitis de causa et effectū.

1 (1) Prop. *del.* (2) Ut *L* 1 absolute *add.* *L* 2 ut *add.* *L* 2 1B2B. | Si ergo in
(1) 2A2B (2) 1A1B linea rigida connectantur *del.* | *L* 3 accedendi, | (1) quæ est dimi
(2) (vel (3) dim *del.* | *L* 6 Elastrum | (1) duo corpora (a) corp (b) conetur se parare,
celeritates illis impr (2) in duo corpora se restituendo (3) duo (4) corporum duorum
distantias *del.* | *L* 6 in (1) plura *del.* (2) duo *add.* *L* 7 conatus (1) mortuos *del.*
(2) respectivos *add. et del.* *L* 9 restituens | cele *del.* | *L* 12 proportionales. | Cum
enim nulla ratio sit, cur *del.* | *L* 13 pondera | ipsa separa *del.* | *L* 13 dum *del. et rursus*
add. *L* 13-14 esse ... suspensa *add.* *L* 14 et (1) pendere a *del.* (2) suspensa *add.*
L 14 pendere | filis *del.* | *L* 14 funibus | ex quo | *L* 15 est, | (1) dum demum in
æquilibrio esse, seu æqualiter in utrum (2) id quo *del.* | *L* 15 magis | elevatur *del.* |
L 15-16 reciproca (1) celeritate. «Cumque autem» *del.* (2) ad ... effectu *add.* *L* 15
pondus | elevatur *del.* | *L*

Itaque conatus quos corporibus accipiunt, corporibus reciprocos esse necesse est. Cumque id continuata restitutione semper contingat, etiam impetus vivi ex conatibus repetitis semper proportionalibus conflati seu impressæ tandem celeritates erunt corporibus reciproce proportionales prorsus ut
5 propositio 41 capitis de causa et effectû.

Propositio 3

Iisdem positis etiamsi plura duobus sint corpora, succedet quod propositione præcedenti diximus; aggregatum ex quibusdam simul sumtis pro uno corpore sumendo, et
10 elevationem centri componentium pro elevatione ipsius aggregati. Itaque generaliter centrum gravitatis unius vel aggregati plurium accipiet celeritatem quæ sit ad celeritatem, quam accipit centrum gravitatis reliquorum, reciproce ut pondera corporum quorum ea sunt centra gravitatis.
15 tatis.

Ostenditur ut præcedens, si corpora ex filis perpendicularibus suspensa intelligantur, distribuendo enim omnia corpora in duo aggregata et unumquodque aggregatum concipiendo ut unum corpus habens centrum gravitatis, (veluti si per lineas rigidas connecti intelligantur), fieri non potest, ut
20 centra magis quam reciproce pro ponderibus eleventur, cum illud pondus) quod plus elevari debet, magis resistat. Pondera autem velut in centra gravitatis redacta intelligi possint eadem potentia manente (per propositionem 3. capitis de centro gravitatis).

Plura corpora simul ab uno eodemque Elastro se restituyente impelluntur, [398]

1 corporibus *add.* L 1 esse | con *del.* | L 2 id | non *del.* | L 3 conatibus (1) conflati erunt *del.* (2) repetitis ... conflati *add.* L 4 proportionales |. Idem est si corpora sint quotcunque, sive ut (1) plura simul (2) singula sive aliquot ex ipsis simul sumta per modum unius considerentur. Ut si aer compressus plura ostia (a) egressus reperiat iis (b) egrediendi habeat inque iis corpora reperiat dimovenda *del.* | L 4-5 prorsus ... effectû *add.* L 7 | (1) Iisdem positis corporum (a) centrum (b) commune centrum gravitatis (2) Si plura corpo *del.* | (3) Iisdem L 7 positis (1) si plura *del.* (2) etiamsi ... duobus *add.* L 7-11 corpora, | (1) unumquodque accipiet celeritatem recipro (2) sunt *del.* | (3) succedet ... Itaque *add.* L 8 diximus; | tum *del.* | L 11 vel | compositi ex pluribus *del.* | vel *acc. non del., del. ed.* | L 12 celeritatem | reci *del.* | L 13 accipit | ad *del.* | L 14 corporum *add.* L 16 (1) Patet ut p *del.* (2) Ostenditur L 16 præcedens, | non utcunque plura cor *del.* | L 17 intelligantur, | sumenda enim ag *del.* | L 17 distribuendo | «da» *del.* | enim *acc. non del., del. ed.* | L 17 enim *add.* L 18-19 gravitatis, (1) ut si *add. et del.* (2) (veluti ... intelligantur) *add.* L 19 connecti intelligantur *add.* L 20 eleventur, | alioqui *del.* | L 20 pondus *add.* L 21 resistat. | Hinc autem consequitur centrum commune a vi elastri non moveri *del.* | L 24 Plura | Elas *del.* L 24 Elastro | rest *del.* | L 24 se | restituens *del.* | L 24 restituyente | agen *del.* | L

si aer compressus plura ostia a corporibus totidem obstructa inveniens corpora simul omnia propellat. Idemque continget in tormenti repulsa dum emittitur globus. Et vis hæc est alternativa, ita ut si unum non possit cedere, reliqua recipiant vi totam.

Propositio 4

5

Nulla dantur corpora perfecte inflexilia.

Concurrant directe duo corpora *A* et *B* [Fig. 225, p. 395] perfecte inflexilia, et æquali si placet, atque æquivelocia, necesse est ambo ref[elli] [*desinit abrupte*]

Propositio 4. Definitio

PERFECTUS EST CONCURSUS cum duo corpora concurrunt CENTRALITER, 10
ita ut directiones centrorum gravitatis cadant in eandem rectam,[†] eamque transeuntem per punctum contactus unicum sic ut ambo, si rigida ponantur corpora motu [*desinit abrupte*]

Propositio 4

Si duo corpora æqualia sibi æqualibus velocitatibus similiter 15
occurrant, ambo ea qua venerunt celeritate et linea revertentur.

[399]

Propositio 4

Si duo globi gemelli (hoc est æquales et per omnia similes) sibi occurrant in recta per amborum centra trans- 20
eunte; et partes earum post ictum quiescant ut ante ambo regredientur ea qua venere velocitate et contraria directione in eadem recta.

Cum enim post concursum nec progredi possint (alioqui se penetrarent) nec flectere in latus cum nulla sit ratio in quam potius partem flecti 25
debeant, nec quiescere, alioqui effectus foret debelior causa, tanta quippe vi perdita nisi scilicet eam transtulerint in partes quod est contra hypothesin. Regredi igitur debent, et ita quidem ut in summa sit eadem vis quæ ante. Sed cum nulla sit ratio cur unum plus virium altero accipiat, utrumque

[†]In margine fig. 226 (p. 395).

1 aer (1) inclusus del. (2) compressus add. L 1 ostia | a plur del. | L 1 corporibus | per del. | L 2 propellat. | (1) Simile quid contingit (2) Similiaque del. | L 3-4 Et ... totam add. L 3 unum del. et rursus add. L 5-17 Prop. 4 ... revertentur del. L 7 directe add. L 8 æquivelocia, | cum del. | L 10 (1) Duo corpora æqualia et æquivelocia del. (2) PERFECTUS L 11 ut | directio corr. | centri unius del. | L 12 ut | omnino progredi non possint ambo sine flexu del. | L 15 æqualia | (1) et similiter posita del. | (2) similia (3) et similia add. et del. | concurrant del. | L 15 velocitatibus | occurrant del. | L 16-17 revertentur || prop. ↔ del. | L 19 globi | rigidi del. | L 19 hoc est add. L 21 et ... ante add. L 23 recta |, nisi scilicet vim del. | L 24 possint | nec (1) deflekti (2) deflektere del. | L 26-27 tanta quippe vi perdita (1) vi perdita del. (2) quippe ... perdita add. L 28 igitur (1) debent et ita del. (2) debent ... quidem add. | ut add. | L

accipiet vim dimidiam. Et initio etiam unumquodque habebat dimidiam. Ergo eandem accipiet vim quam habebat ante. Sed idem corpus eandem accipiens vim quam habuit ante, etiam eandem accipit celeritatem. Igitur constat propositum.

5

Propositio 5

Nulla dantur corpora perfecte inflexilia.

Itaque poterunt dari duo tales globi, [Fig. 227, p. 395] iique concurrentes ut in propositione præcedenti. Sed ita globus in loco ${}_2A$ positus a conatu pergendi in directione ut ${}_1A_2A$, transibit ad conatum contrarium ${}_2A_3A$,
 10 idque momento. Quod est absurdum. Omnis enim mutatio fit intermedia. Itaque in tali concursu cedere in partibus suis seu flecti corpora necesse est, ut paulatim deveniant ad quietem; et deinde Elastio se restituente motum contrarium priori recipiunt per gradus. Idem sic quoque ostenditur, [400] quod necesse est in corporibus concurrentibus aliquando mutari velocitates[,] idque fieret in momento concursus si corpora essent perfecte rigida.
 15 Sed nulla potest in natura esse mutatio momentanea assignabilis sive notabilis, et proinde ab uno velocitatis gradu ad alium nisi per intermedios transiri non potest.

Hinc intelligitur Atomos naturæ legibus consentaneas non esse. Cœterum quando nos corpora rigida adhibemus ea intelligimus, quæ flexilia
 20 sunt quidem sed summa promptitudine se restituunt. Principium autem generale quod mutationes vel transitus non fiant per saltus sive temporis sive aliorum determinantium respectu, maxime in mathesi et natura momenti est. Usi jam eo sumus in propositione 38. capitis de causa et effectu,
 25 et alibi ope ejus methodum ostendimus a posteriori opiniones non bene

3 vim |, etiam del. | L 7 (1) Ponantur del. (2) Ponantur enim dari, acc. non del., del. ed. (3) poterit del. (4) Itaque L 8 ita | (1) a motu (a) tr (b) ${}_1A_2A$ «subij» (2) globus (a) A in (b) in ${}_2A$, (aa) a (bb) positus del. | (3) globus ... a add. L 9 ad | mot del. | L 10 momento. (1) Sed hoc del. (2) Quod add. est add. et del. L 11 in tali add. L 11 concursu (1) comprimi atque add. et del. (2) cedere ... seu add. L 13 contrarium priori add. L 13 gradus. | Item ex eo ostenditur quod corpus a magna velocitate ad exiguam vel ad quietem momento transire non potest. (1) Itaque (2) Et generaliter cum in corporibus rigidis concurrentibus necesse sit mutari velocitates del. | L 14-15 velocitates | (1) id (2) id (3) sed ab uno velocitatis gradu momento del. | L 16-17 nulla ... proinde add. L 16 assignabilis sive add. L 16-17 notabilis, | seu del. | L 18 potest. | Itaque momentanea non potest esse hæc m del. | L 19 intelligitur | nec del. | L 19 Atomos | in del. | L 19 esse |; interim (1) corpora rigida habemus (2) rigida s del. | L 21 summa | bre del. | L 398.21-399.2 Principium ... julio add. L 22 generale add. L 22 quod | omn del. | L 22 vel transitus add. L 25 ejus | (1) «ja» (2) a del. | L 25 bene | constitu del. | L

concinatas dignoscendi. Videantur Novellæ literariæ Batavæ anni 1687 mense julio.

Propositio 6

Corpora non agunt immediate in se invicem motibus suis nec immediate moventur nisi per sua Elastra. 5

Cum omnia corpora sint flexilia (per præcedentem) et facilius sit corpus utcunque firmum flectere nonnihil, quam ei impetum dare vel adimere (per propositionem 30. capitis de causa et Effectu) itaque corpus flectetur prius nonnihil, quam ullum determinatum velocitatis gradum vel impetum accipere possit ab alio, vel ejus actione amittere. Cumque eadem ratio semper subsistat, et flexu licet facto rursus novus flexus facilius sit quam impulsus qui semper determinatæ est velocitatis, ejus scilicet minimum quæ est impellentis, unde semper assumi potest flexus minor, donec plane vis impellendi consumatur; nunquam igitur corpus nisi flectetur ab alio, impelletur autem non nisi ab elastro suo restituente, quod statim incipit agere 15 ad corpora invicem dimovenda.

[401] Quod corpora prius flectantur quam impellantur discimus etiam experimentis. Hinc si magna sit ictus velocitas potius frangentur quam movebuntur, ut videmus ictu glandis plumbeæ ex pyrio sclopeto potius perforari januam paulum apertam quam claudi. Etsi enim alioqui majore vi sit opus, 20 ad perforandum quam claudendum; hic tamen majore vi opus fuisset ad su-

1 dignoscendi. | Novell. literar del. | L 1 Batavæ | juli 1687 del. | L 4 immediate add. L 4-5 invicem (1) per motum add. et del. (2) motibus suis add. L 5 nec ... moventur add. | nisi per add. et del. | L 6 | (1) Corpus A [Fig. 228, p. 395] non impellit corpus totum BCD nisi prius impulerit partem BC. Sed facilius est flectere (a) ↔ (b) ejus (c) quam impellere (2) Sit (3) Corpus A facilius flectit corpus (4) Omni del. | (5) Cum L 7 corpus | quantum del. | L 7-8 impetum (1) dire del. (2) dare ... adimere add. L 8 Effectu (1) itaque del. (2) itaque corpus add. L 9 prius | quam impe del. | L 9 gradum | imp del. | L 10-11 amittere. | (1) Idque (2) Ea (3) Idque semper (4) Cumque utcunque del. | (5) | Cumque post primum del. | flexum, corr. | qua del. | (6) | Cumque ... et add. | flexu | licet add. | L 12-14 qui ... consumatur add. L 12 velocitatis, | m del. | L 13 unde add. L 15 non nisi add. L 15 elastro (1) flexus del. (2) suo add. L 16 dimovenda. In fine paginae «Hinc videmus» del. L 17 (1) Hæc del. (2) Quod L 17 corpora | facilius del. | L 19 ictu | glandis perforari faci del. | L 20 januam | quam del. | L 20 enim add. L 21 claudendum (1) | . corr. | Sed del. | major corr. | hic del. | (2) ; | hic tamen add. | majore L 21 opus | hic del. | L

1-2 Videantur ... julio vide: *Extrait d'une Lettre de M. L. sur un Principe Générale, utile à l'explication des loix de la nature, par la considération de la Sagesse Divine; pour servir de réplique à la réponse du R. P. M[alebranche]*, «Nouvelles de la République des lettres», Jul. 1687, p. 744-753; GP 3, 51-55.

bito claudendum, quam ad subito perforandum requirebatur. Hinc patet etiam corpus unum semet vi elastri sui seu motus intestini ab alio repellere seu dimovere, ut qui intra navem sunt eam conto a ripa repellunt.

Ex hujus autem propositionis demonstratione attente considerata poterunt paradoxa elici unde apparebit naturam corporis et motus longe aliam esse, quam credi solet. Sed ab iis nunc abstineo.

Propositio 7

Si duo corpora in se invicem agant eadem est vis agendi respectiva, seu (in casu concurrenti) vis ictus in quocunque demum corpore sit motus, modo eadem sit vis intendendi elastrum, seu celeritas mutandi distantiam corporum quam voco RESPECTIVAM. Et æqualis est actio et passio utriusque invicem exercita. Idemque ad plura corpora porrigitur ad modum propositionis 3.

15 Nam Elastrum [Fig. 229, p. 395] quo mediante corpus *A* agit in *B*., vel contra, eodem modo intenditur, posita æquali celeritate respectiva appropinquandi scilicet aut recedendi; quibus verbi gratia linea elastica *AB* distenditur aut coartatur. Actio autem corporis in corpus non est nisi per Elastrum (ex propositione 6.) et Elastrum æqualiter agit in ambo corpora simul, vires ipsis imprimens æquales respectivas (per propositionem 2. hic. Adde propositionem 41 de causa et effectu.) itaque ambo æqualiter patiuntur, adeoque (cum non nisi a se invicem licet mediante elastro patiantur) et æqualiter invicem agunt. Atque idem est intelligendum de concursu corporum immediato, ubi Elastrum est in partibus ipsorum. [402]

1 perforandum | (1) necessaria erat (2) requirebatur *del.* | (3) $\leftrightarrow$ *add. et del.* (4) requirebatur *add.* L 1-3 Hinc ... repellunt *add.* L 3 dimovere, (1) fore ut quasi cum navem *del.* (2) ut *add.* L 4 autem *add.* L 4 propositionis | attenta *del.* | L 5 elici | ex $\leftrightarrow$ *del.* | L 5 naturam (1) corpus et motus non satis *del.* (2) corporis et motus *add.* L 6 quam | (1) vulgo sibi (2) vulgo *del.* | L 6 Sed ... abstineo. *add.* L 6 ab | his nunc *del.* | L 8 (1) Si duo corpora concurrant inter se *del.* (2) Si L 8 agant | mediante elastro *del.* | L 8 vis | ictu *del.* | L 11 elastrum, (1) seu corporum *del.* (2) seu *add.* L 12 quam voco RESPECTIVAM *add.* L 12 est | passio utrius *del.* | L 13 utriusque | a se *add. et del.* | invicem exercita *add.* | L 13 corpora *add.* L 15 Elastrum | corpora *A* et *B* connectens *del.* | L 16 intenditur, | quod *del.* | L 16 æquali | conatu *del.* | L 16 respectiva | (1) appropi (2) s (3) sci (4) s *del.* | L 17-18 recedendi | . *corr.* | (1) Elastrum autem (2) Et actio Elastri in corpora *del.* | (3) ; | quibus ... coartatum *add.* | Actio autem L 17-18 quibus (1) Elastrum quale est linea *AB* distenditur *del.* (2) verbi ... distenditur *add.* L 17 verbi gratia *add.* L 18 corpus (1) est *del.* (2) non ... nisi *add.* L 19 æqualiter | aget *del.* | L 20-21 2. (1) | et æqualis utique est vis *del.* | (2) hic. ... effectu *add.* | L 22-23 patiantur | et agunt *del.* | L 23 æqualiter | agunt *del.* | L 23-24 Atque ... ipsorum. *add.* L

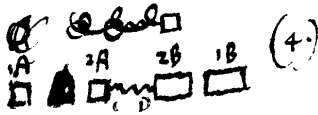


Figura 230



Figura 231.1 (del.)

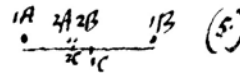


Figura 231

Propositio 7.

Eadem in corporibus quæ sola invicem agunt conservatur vis agendi respectiva in se invicem; seu eadem est celeritas recedendi, aut appropinquandi ante et statim post actionem, modo scilicet partes corporum post actionem eorum in se invicem partem virium non retineant. 5

Vis scilicet respectiva est qua Elastrum connectens ad datum usque gradum intendi potest hæc autem in elastrum est translata per actionem corporum in se invicem, (propositione 6.) et posito in partibus corporum nullam vim retineri, et elastrum ipsum nullam per se habere molem aliam, tota corporibus redditur. 10 Itaque si corpora certa velocitate ad se invicem accedentia elastrum compressere, necesse est ut eadem velocitate respectiva a se invicem recedere conantia, elastrum aliud si forte eo connecti ponantur, rursus distendere possint.

Propositio 8

Duo corpora directe concurrentia velocitatibus quæ sint corporibus reciproce proportionalia, tota vi sua invicem agunt, et qua velocitate venere reflectuntur si modo satis Elastica sint, nec vis ictus a partibus ipsius corporis absorbeatur. 15

Sistunt enim se mutuo (per propositionem 41. capitis de causa et effectu) itaque tota vis qua agunt, ab ipsis amissa transfertur in eorum Elastrum, quippe cum (per propositionem 6. hic) non nisi ab Elastro in contrarias par-

1-13 Prop. 7. ... possint *del.* L 2 invicem | agunt, *add. et acc. non del., del. ed.* | nec actionem *add. et del.* | L 4-6 aut ... retineant *add.* L 4 appropinquandi (1) ante et *del.* (2) ante ... statim *add.* L 5 corporum | nempe *del.* | L 7 (1) Nam si non concurrant, eadem manet (a) veloci (b) celeritas respectiva, appropinquandi vel recedendi. Sin agant in se invicem (aa) mediante elastro, utique (bb) vel recedendo (cc) rursus eadem manet (dd) eodem modo (ee) non agunt nisi in elastrum, (aaa) pro $\leftarrow$ (bbb) quod intendunt, vi appropinquandi vel (aaaa) in $\rightarrow$ (bbbb) recedendi, at ipsum se restituens eandem reddit (ex hypothesi) (aaaaa) alioqui (bbbbb) neque enim *del.* (2) Vis L 8 autem | (1) eadem (2) ela *del.* | L 8 elastrum | (in corporum partibus consistens *add. et del.* | L 9 invicem, | et *del.* | L 9 | posito partes *del.* | L 9 posito | corpori *del.* | L 9 retineri, | tota corporibus redditur. Itaque necesse est æquali iterum velocitate a se recedant, si cor *del.* | L 10 molem | tot *del.* | L 11 certa | respectiva *add. et del.* | L 11 velocitate | a se invicem recessere *del.* | L 12 velocitate | rursus a se *del.* | L 15 directe *add.* L 16 vi | eor *del.* | L 17-19 agunt (1) . *corr.* (2) , | et ... absorbeatur *add.* | L 17 reflectuntur | si modo impetus a partibus absorbeatur *del.* | L 17-18 modo (1) perfecte *del.* (2) satis *add.* L 21 ab ... amissa *add.* L 22 ab (1) ipso eam recipere *del.* (2) Elastro *add.* L

tes agi possint, progredi autem, vel deflectere nequeant. Accipiunt autem velocitates reciproce proportionales (per propositionem 2. hic) adeoque (cum summa eandem vim dare debeat per propositionem 1. hic) priores.

Propositio 9

[403]

5 Vis respectiva qua duo corpora possunt agere in se invicem, est ea pars vis absolutæ quæ habetur corporibus velocitates tribuendo ipsis corporibus reciproce proportionales et tantas, ut inde sequatur eadem celeritas respectiva, quam nunc ob concursum præsentem habent.

10 Ponamus distantiam corporum fuisse ${}_1A_1B$, [Fig. 230, p. 401] et deinde esse ${}_2A_2B$, et ita ista mutatione intensum esse Elastrum CD quo mediante corpora invicem agunt.

Jam si esset celeritas ${}_1A_2A$ ad celeritatem ${}_1B_2B$, ut B ad A corporum hos motus habentium vis absoluta æquaretur vi eorum respectivæ (per propositionem 8.) Et vis respectiva corporum sic motorum, æquatur vi respectivæ eorundem motu aliter utcunque distributo motorum, dummodo eadem maneat celeritas respectiva accedendi ad se invicem, seu eadem differentia inter ${}_1A_1B$ et ${}_2A_2B$ (per propositionem 7). Ergo vis absoluta dicta æquatur respectivæ propositæ.

2 proportionales | adeoque priores *del.* | L 2 adeoque | priores. *del.* | L 4 *Propositio* | 8. *del.* | L 5 corpora | agant *del.* | L 6 est | (x) in (a) comp (b) ejus ratione composita aggregati (2) factum ex aggregato corporum in dimidiam velocitatem *del.* | L 6 ea | vi *del.* | L 6-9 habetur | (x) corpori aggregato (2) cor (3) duorum corporum attribuendo communem celeritatem æqualem (a) d (b) ei (c) ei qua (d) dimidiæ ejus qua centra gravitatis eorum a se invicem recedunt *del.* | (4) corporibus ... habent. *add.* L 7 velocitates *add.* L 7 tribuendo (x) velocitates *del.* (2) ipsis corporibus *add.* L 7 tionales | (x) quibus motibus prioribus (2) ex quibus *del.* | L 8 sequatur | ut eo *del.* | L 10 Ponamus | fuisse *del.* | L 10 fuisse ${}_1A$, ${}_1B$ *del.* (2) ${}_1A_1B$ *add.* L 10 et | paulo *del.* | L 10 deinde | statim *del.* | L 10-11 esse ${}_2A$, ${}_2B$ *del.* (2) ${}_2A_2B$ *add.* L 11 ita (x) in *del.* (2) ista *add.* L 11 esse | el *del.* | L 11-12 CD | (x) . Constat (per prop. 7.) nihil referre ad intensionem Elastri (a) quos (b) in quo | corporum *add.* | sit motus, ponantur ergo (aa) motus (bb) celeritates esse reciproce ut corpora, seu ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_2B$, ut B ad A (c) quis attribuat corporibus motus, modo maneat celeritas respectiva. Attribuat ergo (aa) velo (bb) corporibus reciproce proportionalis vero (aaa) totus $\leftrightarrow$ i (bbb) æquatur vi (ccc) totus consumitur in vi cor (ddd) æquatur ipsi vi resp (2) quo mediante corpora in se invicem agunt *add. et del.* (3) quo ... agunt *add.* L 13 agunt. (x) Jam sit *del.* (2) Jam si esset *add.* L 13 A | . (x) Sed vis (2) Sed is motus (2) Vis *del.* | L 14 habentium | vis absoluta *add.* | (x) hor *del.* (2) æquabit *corr.* | vi eorum respectivæ (per prop. 8) itaque *del.* | L 15-19 8.) | (x) et vis respectiva horum corporum eandem est qua proposita, quicunque sit motus eadem manente celeritate distantia celeritate accedendi, seu differentia inter ${}_1A_1B$ et ${}_2A_2B$ (per prop. 7) (a) itaque (b) quomodocunque motus inter corpora sit distributus. *add.* Itaque vis corporum celeritates reciproce proportionales eadem manente celeritate respectiva habentium æquatur proposito *del.* | (2) Et ... propositæ *add.* L 18 dicta | manente *del.* | L

Propositio 10

Vis agendi corporum respectiva per eorum actionem in se invicem non mutat quantitatem, nec inde mutatur celeritas respectiva. Modo corpora non nisi invicem agant et patiantur, nec portio virium ab eorum partibus retineatur. Quæ autem de duobus corporibus dicta sunt, ad plura 5
producuntur in modum propositionis 3 vel 7.

[404] Nam vis corporum qua in se invicem agunt et quam in Elastrum transferunt est quam dat celeritas corporibus reciproca efficiens datam celeritatem respectivam (per propositionem 7. vel 9.). Sed ea vis ab Elastro corporibus redditur; et quidem etiam reciproce proportionalis corporibus. Redditur autem tota (ex hypothesi) ergo rursus tanta fit ut celeritatem respectivam priori æqualem producat. Neque interest aliud quam quod ex celeritate respectiva appropinquandi fit celeritas respectiva recedendi vel contra. 10

[405] Nam vis agendi respectiva translata est in Elastrum (per quod solum corpus agit in corpus propositione 6) et cum ea vis non absorbeatur vel 15
a tertio aliquo corpore, vel a partibus corporum (ex hypothesi) corporibus redditur ab Elastro. Jam si eadem maneat vis respectiva necesse est ut eandem quoque maneat celeritas respectiva[,] alioqui corpora eandem in se agendi vim respectivam non haberent, si forte denuo concurrerent aut
[406] in se agerent (per propositionem 7). Idem et sic intelligitur ut celeritas respectiva eadem eandem facit Elastri intensionem. Elastri autem seu ictus vis est tanta quanta corporum amborum celeritatibus reciproce proportionalibus eandem respectivam efficientibus latorum (per propositionem 9). Hæc ergo vis ablata est; et periret nisi redderetur corporibus. Sed ex hy-

3-6, nec ... vel 7 add. L 3 quantitatem (1) . corr. | Et eadem manet del. | (2) , | nec ... mutatur add. | L 5 de add. L 6 ⊙ [inserenda scheda] ⊙ NBNB in imo pagina add. L 7-13 Nam ... contra. del. L 7 Nam | vis primum del. | L 7 corporum | (1) aut (2) dum del. | L 7 agunt | (1) est corporibus (2) et del. | L 8 est | corporibus del. | L 8-9 reciproca | (per prop. 9) del. | «efficiens» corr. ed. | datæ celeritatis respectivæ corr. | L 9 (per ... 9.) add. L 10 corporibus | respectu (1) veloci (2) celeritatis add. et del. | L 11 ergo (1) etiam del. (2) rursus add. L 11 ut | eandem componat del. | L 14 Nam | ead del. | L 14 In summo pagina Ad prop. 10 signo ⊙ L 15 6 | et si Elastrum vim non absorbeat del. | L 17 Elastro | Eademque adeo del. | L 17 eadem | sit vis del. | L 18 respectiva | quæ sola rursus del. | L 19-20 aut ... agerent add. L 20 et add. L 20 intelligitur | (1) quod celeritas respectiva (a) pr (b) efficit eadem celeritas respectiva (c) efficit eundem ictum. Ergo (aa) et effectus (bb) est causa ictus, quomodocunque demum motus sit distributus inter corpora. Ergo ↔ (d) intendit elastrum, ita et contraria liberat Elastrum. Ut igitur illa est causa, ita hæc effectus. Et si Elastrum vim non retinet, sequitur del. (2) quod add. et del. (3) ut add. L 21 seu ictus add. L 22 celeritatis corr. L 23 (per ... 9) add. L 24 redderetur | totis del. | L 24 corporibus | (1) «no» (2) quodsi alio del. | L

pothesi non absorbetur a partibus aut causa externa. Ergo tota redditur[,] quod quomodo fiat ita distincte cognoscemus. Dum A et B [Fig. 231.1, 231, p. 401] concurrunt celeritatibus ${}_1A_2A$, et ${}_1B_2B$ et ex ${}_1A$, ${}_1B$ transeunt in ${}_2A$, ${}_2B$ secemus rectam ${}_1A_1B$ in puncto C sic ut sit AC ad BC ut B ad A , erit vis
 5 ictus perinde ac si concurrissent A celeritate ${}_1A_1C$, et B celeritate ${}_1B_1C$ per [407] propositionem 9.

Hæc vis absoluta, quam componerent hi duo motus detrahatur a vi absoluta totali, residua vi iret totum compositum simul. Utique enim vis residua est in ipso composito sublata vi ictus, alioquin aliquid de tota vi periret contra
 10 propositionem 1. Totum autem compositum iret simul si corpora a se invicem per restitutionem Elastri non iterum repellerentur, nam quamdiu adhuc corpora se urgent nondum totam vim ictus in elastrum transtulere (vide demonstrationem propositionis 6), eo vero momento quo se urgere desinunt, manent simul (perdito conatu magis appropinquandi seu celeritate respectiva), nisi quid novum superveniat quod est restitutio Elastri. Jam
 15 si elastrum motu commune cum corporibus feratur ea a se invicem dirimet eodem modo ac si motus ille communis abesset ut in propositione 2. [,] ce-

1 a | mollitie *del.* | partium *corr.* | L 1 aut | alior *del.* | L 1 externa |, *corr. ed.* | 1 redditur | (1) Sed (2) et quidem motu in contrarium, versa directione (neque enim aliter Elastrum liberatur.) Sed nisi eodem prorsus modo (a) r (b) (inversa tantum directione (3) et (a) quidem (b) eadem proportionem qua ante, id est etiam reciproca (per prop. 2. hic). Ergo eandem quoque celeritatem respectivam prodire necesse est. Et (aa) q (bb) sane (aaa) nisi eodem (bbb) si alio modo redderetur (aaaa) ut (bbbb) quam adempta est, non posset conservari (aaaaa) e (bbbbb) et alia (ccccc) aliaque esset quam inversæ directionis differentia (4) non (5) non *del.* | L 2 distincte | intelligemus *del.* | L 2 Dum | corpora *del.* | L 3 concurrunt | per ictum *del.* | L 3 celeritatibus ... ${}_1B_2B$ *add.* L 4 ${}_2B$ | (1) vis ictus erit perinde ac si *del.* | (2) secetur *corr.* | (3) secemus *del.* | L 4 C | corporibus *del.* | L 4 BC | ut C ad A *del.* | L 5-6 ${}_1B_1C$ | (1) (per prop. 9) Et vis quam faceret hæc celeritas *del.* | (2) (per prop. 9) *add. et corr.* | (3) per ... 9 | (posito scilicet corpora concurrere (a) satis ut (b) ut puncta, seu ipsis quasi gravitatis centrīs perinde ac si coinciderent 2A, et 2B vel abstrahi animum ab ipsa eorum magnitudine tanquam imponderabili. Alioqui recta secunda (aa) erit (bb) non erit ${}_1A_1B$, sed (aaa) quod (bbb) qua restat detracta (aaaa) ab (bbbbb) ab ${}_1A_1B$ ea distantia (aaaaa) corpo (bbbbb) centrorum gravitatis corporum in ipso concursu remanente quod obiter admonendum fuit) *add. et del.* | L 7 Hæc vis *add.* L 7 componerent | (1) hæc duæ celeritates detrahatur a vi in his corp *del.* | L 7 motus (1) detrahatur *corr.* L vel (2) o *sed improprie* (2) detrahantur *corr. ed.* 8 vi *add.* L 8 simul | (1) si per ictum, (a) corp (b) corpora per Elastrum a se invicem non repellerentur. Nam irent simul corpora si per Elastrum a se invicem non iterum repellerentur; et proinde vi illa residua, in pereat *del.* (2) . L 9 ipso *add.* L 9 ictus, (1) alioqui periret (contra prop. 1. hic) *del.* (2) aliquid d *add. et del.* (3) alioquin ins L 9-10 contra ... 1. *add.* L 10 autem | pot *del.* | L 12 corpora *add.* L 12-13 transtulere | (vide ... 6) *add.* | vero se urgere desinunt, jam per se nisi aliquid superveniat et tamen se tangunt *del.* | L 14 desinunt | et tamen se tangunt *del.* | L 14-15 simul | nisi quid novum superveniat *del.* | (perdita *corr.* | (1) celeritate *del.* (2) conatu ... celeritate *add.* L 15 quod ... Elastri *add.* L 16 corporibus | (1) incedens (2) incedat *del.* | (3) feratur *add.* L 17 ac ... abesset *add.* L

[408] leritate scilicet reciproce proportionali singulorum tanta quantam vis elastri
et magnitudo corporum id est vis respectiva prior nempe Elastri impressa
postulat. Necesse est ergo eandem corporibus dari celeritatem recedendi,
quæ prius appropinquandi fuit, seu A abscedere a concursu celeritate ut
 ${}_1A_1C$, et B celeritate ut ${}_1B_1C$, adeoque eandem esse quæ ante celeritatem re- 5
spectivam. Celeritas autem communis qua itura essent, si abesset restitutio
ea foret, quæ ante concursum fuit centri gravitatis, nempe ${}_1C_2C$ ut
mox apparebit.

Notandum interim est duobus modis posse fieri ut non restituatur corpori-
bus vis respectiva, adeoque et respectiva celeritas. Uno si Elastrium non sit satis 10
promptum, alterum si corpus non sit pure Elasticum, nec vi accepta resurgat.[†]

Si tamen corpora non satis elastica sint et ita partes compressæ vim ab-
sorbeant nec prorsus restituant corporibus, tantundem decedit potentiæ re-
spectivæ, et proinde si corpora ex materia quadam molli et tenui constent,
ita ut post ictum cohæreant; perit vis respectiva, et restat solummodo vis 15
progressiva totius, de quo jam. Quod si materia non satis perfecte Elastica
sit, ut lignum; pars vis respectivæ seu potentiæ ictus absorbebitur a
partibus ligni, pars reddetur corporibus totis in quantum a se invicem ob
ictum reflectuntur.



Figura 232 (del.)



Figura 233.1 (del.)

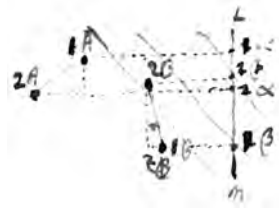


Figura 233.2 (del.)

[†]In margine fig. 232.

1 singulorum | efficiente (1) tantam corr. celeritatem si (2) tanta del. | L 2 prior nem-
pe add. L 3 dari | (1) respe (2) celeritatem (3) vim del. | L 4 seu | A re del. | L 4
abscedere | ut $\leftrightarrow$ del. | L 4 ut | ${}_1A_1B$ del. | L 7 nempe ${}_1C_2C$ add. L 9-11 Notandum
... resurgat del. L 9 est (1) causam posse del. (2) duobus ... posse add. L 9 fieri |
(1) ut del. | corpus corr. | Elasticum vim totam del. | (2) ut corpor del. | (3) ut corpora sint
Elastica del. (4) ut ... restituatur add. L 11 resurgat | satis ad primum statum del. | L
12-19 Si ... reflectuntur add. L 12 non (1) satis promte sint elastica, ut (a) vim non
restituant (b) sufficit ut del. (2) satis ... sint add. L 12 et ita add. L 13 nec (1)
vero del. (2) prorsus add. L 13 corporibus, | tantum corr. | L 13 potentiæ | resti del. |
L 16 progressiva | (1) com (2) age del. | L 17 seu | ictus del. | L 18 invicem | ob
ictus ref del. | L

Propositio 11

Potentia absoluta aggregati plurium corporum ex motu eorum orta componitur ex vi eorum respectiva agendi in se invicem, et vi progressiva (agendi in tertium) per modum unius seu vi directionis.

Sint corpora quaecunque in motu vel quiete posita, et ponantur subito connecti a lineis rigidis vel elasticis si placet, (quod vim nec auget nec minuit, cum thema hoc per se non sit activum) et omnis vis quæ est in corporibus recedendi a se invicem vel accedendi, hoc est vis respectiva a lineis rigidis vel elasticis sustinebitur, et in elastum vel vinculum quaecunque transferetur. Et hæc vis ab Elastis aut firmitate vinculorum recepta, a tota potentia præsentis thematis, quippe permanente (per propositionem 1) detracta relinquet potentiam, qua corpus totum unitum ex corporibus pluribus datis compositum progredi conabitur.

15

Propositio 12

Non mutatur per concursum vis progressiva seu vis directionis in summa quæ est composita ex pluribus corporibus sed eadem est ante et post concursum et proinde in per se libere motis eademque quantitas non quidem motus, sed tamen progressus secundum quascunque parallelas eademque celeritas centri gravitatis totius compositi remanebit. Nec refert corpora sint mollia an dura seu perfecte elastica.

1 *Propositio* | 2 ~~↔~~ *del.* | L 2 absoluta | motrix compositi *del.* | L 4-5 modum | «unius» *del.* | L 5 seu vi directionis *add.* L 6 et *add.* | ponuntur *corr.* | L 7 connecti (x) lineis rigidis id est elasticis summæ promittitudinis *del.* (2) a ... placet *add.* L 8 sit | «ass» *del.* | L 10 rigidis | vel ea *del.* | L 10 vel (x) earum elastis recipietur *del.* (2) elasticis *add.* L 10-11 vel ... quaecunque *add.* L 11 transferetur. | Quodsi jam corpus nihilo minus pergat, per modum unius *del.* | L 11 Elastis *corr.* L 11 aut ... vinculorum *add.* L 11 recepta, | detracta *del.* | L 12 potentia | (quippe manente per prop. 1.) *add. et del.* | L 12 thematis, | relinquet detracta *del.* | L 12-13 quippe ... detracta *add.* L 13 corpus | per *del.* | totum *del. et rursus add.* | L 13 unitum | progredietur *del.* | L 13 corporibus | pro *del.* | L 14 conabitur. | Cumque tota pote *del.* | L 16 *In marg.* (1) | Quod eadem *del.* | (2) Quod eadem quantitas (a) | motus *del.* | (b) progressionis. Eadem massa ergo eadem celeritas. Eadem (aa) | via *del.* | (bb) centri grav. celeritas. Nec refert corpora sint Elastica vel non. Lex naturæ quam Cartesius non intellexit *add. et del.* L 16 (1) Eadem permanet *del.* (2) Non ... concursum *add.* L 16-17 seu ... est *add.* L 16 vis *add.* L 17-18 corporibus (x) ante *del.* (2) | per se libere motis motis *add. et del.* | sed ... ante *add.* | L 18-19 et ... motis | omnium *del.* | L 18 proinde | in *del.* | L 20-21 secundum ... parallelas *add.* L 21 gravitatis | omnium *del.* | L 22 an | perfecte elastica *del.* | L

Nam potentia absoluta semper manet eadem (per propositionem 1.) Et componitur ex vi respectiva seu ictus, et progressiva seu directionis totalis (per propositionem 11)[;] manet autem eadem vis respectiva sive in corporibus sive in eorum partibus absorbentibus (per propositionem 11). Ergo et vis directionis totalis eadem manet. 5

Porro cum eadem maneat vis progrediendi ut ostendimus, ea scilicet quæ vi respectiva adempta seu massa in unum rigidum congelascente, superesset, utique eadem quoque manet celeritas progrediendi, nam eadem vi in eodem corpore manente, eadem manet celeritas. Itaque et eadem quantitas progressus seu factum ex celeritate progrediendi in totam corporis molem seu pondus[,] si scilicet celeritas illa seu progrediendi impetus exitum sortiatur, quod fit si scilicet libere et per se moveantur corpora, alioqui stabit ea celeritas intra conatum. Ut si a centro immobili inter circulandum corpora retineantur, ne directionem quam secundum tangentes habent prosequi possint[,] quamquam hæc impedimenta non revera sed in speciem tantum contingere inferius ostendemus, cum nullus conatus destruat, sed tantum aliis componatur. Porro si corpora per se libere moventur, seu vi sui impetus pristini ac secundum suam directionem, movebuntur linea recta ac motu uniformi. Et proinde tunc centrum gravitatis eadem semper celeritate ibit in eadem recta ad easdem partes.[†] 10 15 20

[†]In margine fig. 233 (p. 405).

2 respectiva | et del. | L 4 in (1) ejus del. (2) eorum add. L 4 absorbentibus | si durum satis non sit del. | L 5 manet. | (1) Porro progressio corpo (2) Porro (a) corpus (aa) libere motum (bb) per se libere motum corr. (b) in materia per ... mota id est in linea recta et uniformiter motu rectilineo æquidistributo et uniformi si totum aliquod rigidum constituat, (aa) eadem habebit quantitatem part. corr. et del. (bb) eadem erit quantitas progressus, (aaa) secundum quascunque (bbb) seu vim directivam secund (ccc) seu directionis secundum quas parallelas (aaaa) quas (bbbb) datas sue partes sint (aaaaa) diversæ (bbbbb) dispretæ motusque diversos exerceant, sive connectantur deinde lineis rigidis invicem agant sive non del. | (3) Hæc et add. et del. | L 6 Porro add. L 6 cum | enim del. | L 7 seu | corpore del. | L 8 progrediendi, | qui del. | L 10 in | (1) corpo (2) mo del. | L 11-12 pondus (1) . Hæc si del. (2) si ... si add. L 11 seu | conatus del. | L 11 progrediendi | exitum del. | L 13 conatum. | (1) Cum (2) Cum del. | L 13 si | cor del. | L 13 centro (1) circulati del. (2) immobili add. L 13-14 corpora add. L 15-17 quamquam ... componatur add. L 17 Porro | si motus sit liber per se del. | L 18 impetus | ac suæ del. | L 19 proinde | quæcunque parallelæ assumantur eadem manebit quantitas progressus del. | L 20 partes. | Nam si quidem tota massa (1) conne (2) lineis rigidis connectatur ut fiat unum corpus firmum, utique eadem est celeritas centri gravitatis quæ corporis cujus (a) omnes (b) scilicet add. omnes partes (aa) linea recta (bb) lineis rectis parallelis feruntur. Nam si extinguantur vires eorum respectivæ (aaa) motu reliquo manente, movebantur (bbb) cæteris manentibus, (aaaa) perinde erit ac si (bbbb) ut scilicet ex (cccc) quod fit si eandem distantiam servant, utique ita del. | L

Nam intelligantur extingui corporum vires respectivæ, quod fieri potest ^[410] si intelligamus corpori cuilibet celeritatem respectivam æqualem et contrariam priori (recedendi si accesserat et contra,) et corporibus sese respicientibus reciproce proportionalem esse additam[,] ita enim extinguitur ille
 5 motus, qui ut propositione 9 ostendimus vim respectivam constituit, quippe unus contrario æquali compensatus[;] tunc igitur tota massa cessante mutatione distantiae inter partes massæ movebitur per motum unius rigidi motu rectilineo æquidistributo. Adeoque centrum gravitatis uniformiter et directe progreditur. Utor autem hic potius hypothesi motus compensati
 10 quam connexionis in rigidum, ne in casu obrigescentiæ progressio pro parte in circulationem convertatur; quæ rectilinea manebit, si motibus uniformibus rectilineis jam existentibus (ex hypothesi) nihil aliud quam conatus compensantes rectilinei addantur per propositionem 3 capitis de directione. Porro ante hanc innovationem quæ distantiarum mutationem sustulit,
 15 totius massæ centrum gravitatis, eodem ut nunc modo movebatur. Quod inde ostendo, quia duorum quorumlibet corporum centrum eodem modo movebatur ut nunc. Ergo et centrum gravitatis totius aggregati. De centro autem duorum quorumlibet res sic patet, quia sive corpora a se non recedant, sive recedant celeritatibus reciproce proportionalibus ad corpora
 20 eodem loco manet centrum gravitatis. Hinc ergo denuo demonstratum habemus (quod supra capite de directione propositione 11 primum in parallelis ostenderamus et propositione 17 capitis «2.» ejusdem ex solis considerationibus Geometriæ in libero corporum non concurrentium motu eruiamus) punctorum quotcunque adeoque et corporum li-
 25 neas rectas motu uniformi describentium centrum gravi-

1-2 potest (1) cuilibet *del.* (2) si ... cuilibet *add.* L 2 intelligamus (1) corporibus *del.* (2) corpori cuilibet *add.* L 2 celeritatem | (1) contrariam addi ei qua a *del.* L 2 æqualem et *add.* L 3-4 priori (1) æqualem (a) dari (b) additam, (aa) (accedendi si recesserat, recedendi si accesserat;) utique *del.* (2) recedendi ... additam *add.* L 3 contra,) | (1) esse additam (2) re- (3) di (4) «met» (5) corporibus *del.* | L 4-6 ita ... compensatus *add.* L 6 tunc (1) «cuius» *del.* (2) igitur *add.* L 6-7 cessante ... massæ *add.* L 8 motu | recto *del.* | L 8 Adeoque | corpus *del.* | L 8 gravitatis | procedit *del.* | L 9-14 Utor ... directione *add.* L 9 hic *add.* L 10 obrigescentiæ | circulo *del.* | L 11 convertatur (1) . *corr.* Sed ut *del.* (2); L 11-12 uniformibus (1) jam *del.* (2) rectilineis ... existentibus *add.* L 12 quam | rectilinei *del.* | L 13 per | cap. *del.* | L 14 (1) Sed *corr.* (2) Porro L 14-15 hanc (1) | mutationem *del.* | (a) obri (b) conne (c) tot (d) corporis totius *del.* | quæ ... totius *add.* et *emovit* | (2) innovationem *add.* | (a) quæ corpo (b) corpora *add.* et *del.* | (c) quæ ... totius *add.* | L 15 ut nunc *add.* L 16 modo | movetur *del.* | L 17 et | totius *del.* | L 17-18 centri *corr.* L 20 denuo *add.* L 21-24 habemus (1) corporum quæ *del.* (2) (quod ... eruiamus) *add.* L 21 directione (1) primum *del.* (2) prop. 11 primum *add.* L 22 et (1) quod (a) alia (b) etiam *del.* (2) prop. ... ejusdem *add.* L 23 motu | (1) eruiamus (2) ostendimus (3) erui poterat) *del.* | L

tatis in linea recta motu uniformi progredi. Et quidem eadem celeritate, qua tota massa sublata vi respectiva progredi debet. Quæ celeritas habetur vim respectivam (ex propositione 9. determinandam in singulis corporibus adeoque et in toto) detrahendo a vi totius absoluta (per propositionem 11.) restabit vis progressionis unde ex data massa corporis habetur et celeritas progressionis hujus massæ. Cœterum hic progressus centri gravitatis totalis non mutatur a corporum concursu, quia ipsorum concurrentium (in quibus mutatio ipsa credi posset) centrum gravitatis a concursu non mutatur, in quantum enim in se invicem agunt, agunt per Elastrum (propositio 6) quod celeritatem respectivam (veluti velocitatem a se invicem recedendi) inter ipsa distribuit proportionem corporibus reciproce proportionali (per propositiones 2. et 3 hic), at quæ ad se accedunt vel a se recedunt celeritate reciproce proportionali, ex hoc locum centri gravitatis non mutant[,] quippe quod etiam corporum distantiam in partes secat corporibus ad quas pertinent reciproce proportionales.

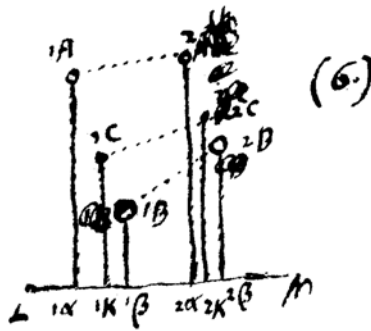


Figura 234



Figura 235

In universum igitur corporum per se (seu vi pristina retenta) et libere (sine retinaculo) adeoque lineis rectis et motu uniformi motorum; centrum commune gravitatis uniformiter pergit in recta ad easdem partes, sive cor-

2 qua | totum *corr.* | corpus *progre del.* | L 2-3 debet. | (1) Quod (2) Id est (3) Ea autem est celeritas (4) Quæ *del.* | (5) Quæ celeritas *add.* | L 3 respectivam | prop. 9 deter *del.* | L 5 progressionis | totius *del.* | L 5 unde (1) habetur *del.* (2) ex *add.* L 6 et | vis *del.* | L 6 massæ | Et porro quia (1) cele (2) gr (3) centrum gravitatis eodem modo in eadem recta procedit, etiam *del.* | L 6 progressus | quantita *del.* | L 7 ipsorum *add.* L 8 concurrentium (1) qui inde mutato *add. et del.* (2) (in ... posset) *add.* L 9 mutatur, | (1) quia per concu (2) ead (3) in quan *del.* | L 12 quæ | in *del.* | L 13 proportionali, (1) eo ipso *del.* (2) ex hoc *add.* L 14 distantiam | reciproca corporum a centro *del.* | L 16 corporum | cetrum gravitatis *del.* | L 16-17 sine | obstaculo vel *del.* | L 17 retinaculo) | mot *del.* | L 18 pergit | ad e *del.* | L

pora hæc inter se concurrant sive non. Idemque est si motus esset proportionaliter crescens. Porro centro gravitatis directe et uniformiter progrediente, etiam corporum per se libere motorum quorum hoc est centrum, quantitas progressus in easdem partes in iisdem parallelis manebit idem. Nam

5 [Fig. 234, p. 409] assumpta recta quacunq̃ue LM , positoque puncta mobilia A , B , C progredi in rectis motu uniformi ${}_1A_2A$, ${}_1C_2C$, ${}_1B_2B$, itaque etiam secundum parallelas huic rectæ uniformiter progredientur; celeritatibus quæ repræsentabuntur rectis ${}_1\alpha_2\alpha$, ${}_1\kappa_2\kappa$, ${}_1\beta_2\beta$ posito normales vel inter se parallelas ex dictis locis punctorum A , B , C in rectam LM esse ductas. Sed in

10 motibus parallelis punctorum quibuscunque factum ex via centri gravitatis ut ${}_1\kappa_2\kappa$ in pondera punctorum A , B , seu in rectas $AC + CB$ æquatur summæ vel si contrarii sint motus differentiæ facti ex pondere A ducto in suam viam ${}_1\alpha_2\alpha$, et ex pondere B ducto in suam ${}_1\beta_2\beta$, hoc est quantitati [412]

15 progressus in summa (ut ostendimus propositione 12. capitis de directione) et quod de punctis duobus id de quibuscunque verum esse ostendimus; adeoque et de mobilibus quibuscunque quæ per puncta constituuntur seu nihil aliud sunt quam summæ punctorum hoc est corporum sufficientis ad evitandum errorem dato minorem parvitat. Sed aliter quoque ostendi potest quod de punctis idem de mobilibus quibuscunque verum esse, quorum

20 puncta moventur motu rectilineo æquidistributo ut hoc loco singula corpora moveri supponimus. Fit enim progressus corporis talis ex facto viæ unius alicujus puncti, in corporis pondus ductæ; perinde ac si totum pondus in unum ex punctis (exempli gratia in centrum) esse redactum. Cum igitur assumtis parallelis ad rectam datam LM eadem sit quantitas summæ

1-2 Idemque ... crescens. *add.* L 2 Porro | porro *del.* | L 2 gravitatis | in recta pro *del.* | L 2 directe *add.* et *del.* et rursus *add.* L 3 motorum | eam erit *del.* | L 3 centrum, | unifo *del.* | L 4 Nam | quia *del.* | L 5 puncta mobilia *add.* L 5 puncta *del.* et rursus *add.* L 7 rectæ | in ${}_1\alpha$ *del.* | L 7 progredientur; | celeritatib *del.* | L 9 punctorum | ${}_1A$ *del.* | L 9 C (1) in hac *del.* (2) in *add.* L 9 Sed | via centri gravitatis *del.* | L 10 motibus *add.* L 10 parallelis | utcunque moveantur *corr.* L 10 ex | centro gravitatis *del.* | L 11 seu ... $AC+CB$ *add.* L 11 rectam *corr.* L 12 ex (1) A *del.* (2) pondere ... ducto *add.* L 13 ${}_1\beta_2\beta$, | hoc est *acc. non del., del. ed.* | sum *del.* | L 14 summa (| per *del.* | L 15 punctis |, id de *del.* | L 15 ostendimus; | et quod de centr. gravitatis corporum, id de ipsis corporibus *del.* | L 16 de | (1) or (2) corporibus ipsis o *del.* | L 16 constituuntur. | (1) Quemadmodum et (2) Quod de (3) Pro punctis autem substituuntur mobilia quæcunque quæ *del.* | L 16-19 seu ... potest *add.* L 17 corporum | quam maximæ *del.* | L 18 errorem (1) p *del.* (2) datum *corr.* (3) dato (a) non *del.* majorem *corr.* (b) minorem L 19 idem | in *corr.* | L 19 verum | est *corr.* | L 21 supponimus. (1) Simul *corr.* (2) Fit L 21 progressus (1) eorum *del.* (2) corporis talis *add.* L 23 in (1) illud punctum velut *del.* (2) unum ex punctis *add.* L 24 igitur | (1) eadem (2) unica *del.* | (3) assumtis ... LM *add.* L 24 eadem *add.* L 24 sit | (1) summæ *corr.* (2) summa *del.* | L 24 quantitas summæ *add.* L

progressus et facti ex progressu centri gravitatis totalis in summa corporum progressus autem centri gravitatis ${}_1C_2C$ in easdem partes semper æqualis sit celeritatis, adeoque respectu ad parallelas rectæ LM , ita ut progressus quoque ${}_1\kappa_2\kappa$ semper æqualis sit celeritatis; utique et summa totalis progressus in easdem partes, (detractis scilicet progressibus contrariis si qui sunt per dictam propositionem 12) secundum parallelas quascunque idem manebit. 5

Hæc autem vera esse patet etiam si per mollitiem corporum concurrentium pars ictus absorbeatur, translata in concurrentium partes insensibiles. Quoniam vis directionis totalis a vi ictus nullo modo pendet, nec per eam alteratur. Unde fit ut hæc regula etiam sic satis vera reperiatur in corporibus sensibilibus, quæ libere satis moventur, uti in pendulis observari potest. Etsi pars potentiæ respectivæ in concursu pereat, et eatenus in praxi summa totius potentiæ absolutæ non conservetur. Detrimentum tamen ipsum factis aliquot experimentis in datæ speciei materia ad calculos revocari et inde in reliquis ejusdem materiæ prædici potest. Quod si corpora per concursum 15 cohærescant, soli potentiæ directricis conservationi locus erit, vi ictus amissa. Cæterum observare operæ pretium est, quod in vi respectiva conservetur quantitas motus, itemque in vi directiva quantitas progressus; seu factum ex pondere in velocitatem. Etsi alioqui potentiis conservatis celeritates non conserventur, ut propositione 40. de Causa et Effectu ostendimus. Cujus rei ratio est, quod hic eadem quoque manet quantitas materiæ. Sed eo ipso quia potentiæ sunt in ratione composita corporum et quadratarum celeritatum[,] manente quantitate materiæ necesse est idem manere quadratum celeritatis, adeoque et ipsam celeritatem eandem. Manere autem semper eandem quantitatem materiæ in quam duci debet potentia tam in vi ictus, quam in vi directrice manifestum est. Nam in vi ictus seu respectiva eadem manet vis respectiva in quolibet corpore respectu cujusque alterius quæ est media vis ictus totalis qui ab ipsis fieri invicem potest, adeoque ea-

1 et | p *del.* | factum *corr.* | L 1 gravitatis | in pondus $\leftrightarrow$ *del.* | L 1 corporum | qui semper idem manet in easdem partes (ut (1) paulo ante (2) ostendimus (a) , 'cum' (b) paulo ante) etiam utique summa prog *del.* | L 3 adeoque | in *del.* | L 5 sunt | (1) $\langle ML \rangle$ (2) (pe (3) ut (4) prop. dict *del.* | L 6 idem manebit *del. et rursus add.* L 7 | (1) Idque *del.* | (2) Idem (3) Hoc autem *add. et del.* (4) Hæc autem *add.* L 7 verum *corr.* L 7 corporum | p *del.* | L 8 insensibiles. | Nam vis ictus *del.* | L 9 vis (1) progressiva semper eadem ma *del.* (2) directionis totalis *add.* L 12 in concursu *add.* L 13 tamen | ejus ex ipsa corporum *del.* | L 14 inde *add.* L 16 potentiæ | 'conser' *del.* | L 17 pretium est (1) erit *del.* (2) est *add.* L 19 ex | potentia *del.* | L 19 velocitates *corr.* L 19 conservatis | per *del.* | L 21 hic | idem *del.* | L 21 Sed | eade *del.* | L 22 sunt | in duplicata ratione velocitatum (a) ip (b) si (c) si eadem *del.* | L 25 vi | (1) di (2) r *del.* | L 411.27-412.1 vis ... respectiva *add.* L 27 corpore | adeoque et *del.* | L 28 ictus |, adeoque *del.* | L 28 totalis |, adeoque *del.* | L

dem quoque manet ejusdem corporis respectiva celeritas licet contrariam directionem recipiat. In quantitate progressus quoque eadem manet quantitas materiæ, nempe totius corporum aggregati, ac proinde eadem vi progressiva seu directrice manente, etiam celeritas centri gravitatis seu progressus totius manet. Sed non ideo eadem manet quantitas motus in summa quia progressus totalis invenitur detrahendo sibi progressus contrarios; unde eatenus compensando quantitas motus ex parte perit. Ex quo nascitur propositio sequens 13.

Propositio 13

10 Tum demum eadem manet quantitas motus ante concursum et post concursum, cum et ante concursum corpora ibant simul ad easdem partes, et post concursum rursus simul eunt ad easdem, non vero ad contrarias invicem partes. Quodsi ante concursum duo corpora sibi ibant in contrarias, et post concursum rursus, secundum 15 certas scilicet parallelas[,], eatenus differentia inter quantitates motuum ante concursum æquatur differentia post concursum.

Quod si corpora progressum ex consentiente mutant in [414] contrarium vel contra, summa quantitatum motus in progressu consentiente æquabitur differentiæ earundem in progressu contrario secundum easdem scilicet utrobique parallelas in quibus contrarietas sumitur. Idemque locum

1 celeritas |cujusque corporis del. | L 1 licet |in del. | L 2 directionem | (1) utriusque (2) utrumque corpus del. | L 2 eadem |qu del. | L 4 celeritas |tot del. | L 4 seu |totalis del. | L 7 ex parte add. L 7-8 perit. (1) Unde dum demum del. (2) Ex ... 13 add. L 7 quo (1) sequitur del. (2) nascitur add. L 9 Prop. 13 add. L 10 Tum add. L 10 demum add. L 11 concursum, (1) cum utrobique corpora del. (b) cum add. L 12 simul add. L 12 concursum |rursus del. | L 13 simul add. L 13 easdem, |invicem add. et del. | L 13 non |contra del. | L 13-14 vero (1) ad contrarias del. (2) ad ... invicem add. L 13 contrarias |sibi del. | L 14-18 partes. (1) Ita enim nulla detractio locum habet. || Prop. 13. del. (2) Quodsi ... post concursum add. L 14 duo ... sibi add. L 14-15 ibant (1) contrarie corr. (2) in add. contrarias L 15 rursus, | (1) differentia (a) eorum motus (b) inter quantitates motuum ante concursum del. | (2) eatenus di add. et del. | L 15-16 secundum ... parallelas add. L 20 vel contra add. L 20 quantitatum ... in add. L 20-21 progressus consentientis corr. L 21 æquabitur |summæ del. | L 412.22-413.3 secundum ... supra add. L 22 utrobique add. L 23 in add. L

habet in pluribus quatenus nonnulla tanquam aggregata in unum considerando, omnia simul pro duobus haberi possunt ut supra.

Demonstratio manifesta est ex scholio præcedente. Manet enim eadem quantitas progressus ante et post concursum, quæ si per meram additionem 5 progressuum (id est quantitatum motus) corporum amborum in utroque statu colligitur. Utique manet et quantitas motus absoluta; quatenus vero detractiōne opus est, in alterutro aut utroque statu progressus iste integer est quantitatum motus secundum illas parallelas differentia. Atque ita eatenus motuum seu progressuum singulorum differentia in uno statu differentia 10 aut summæ quæ est in alio statu æquatur.

Propositio 14

Si corpora suo impetu moveantur, tunc quæcunque demum fiat hypothesis phænomenis corporum quoad situs inter se semel satisfaciens in statu aliquo priore seu 15 in causa, satisfaciet etiam in statu quocunque posteriore seu effectū eademque semper prodibunt phænomena. Seu ut paucis dicam Hypotheses diversæ a se invicem discerni non possunt.

5 ante ... concursum *add.* L 6-7 corporum (1) singulorum colligitur *del.* (2) | amborum *add.* | in ... colligitur *add.* | L 7 absoluta; | seu detracti *del.* | L 8 est, (1) differentiam *del.* (2) in ... statu *add.* L 8 integer *add.* L 9 motus (1) præsentium differentia *del.* (2) secundum ... differentia *add.* L 9-10 eatenus (1) prog *add. et del.* (2) motuum ... singulorum *add.* L 10 in ... statu *add.* L 11 quæ ... statu *add.* L 11 æquatur. | (1) || Prop. 14 *del.* | (2) | Intelligitur autem contrarietas secundum certas parallelas. Sunt *add. et del.* | progressus qui (aa) ad (bb) secundum rectas viæ centri gravitatis parallelas, integros *add.* (3) | Et *add.* | (a) progressus ... integros *del.* | (b) | Et *del.* | singulorum autem corporum motus (aa) q (bb) (quorum omnia (cc) (id est quorum omnes partes (aaa) eodem modo moventur seu in (bbb) moventur consentienter) (ccc) quibus est motus æquidistributus) (c) progressus secundum *add. et del.* | L 13 corpora | (1) moveantur (a) motibus uniformis in lineis rectis unumquodque mot (b) libere ex vi semel impressa, (aa) omnia eodem (aaa) inveniunt (bbb) modo eveniunt quæcunque fiat hypothesis motus et quietis (bb) fiatque hypothesis (cc) et hy *del.* | (3) seu ... tunc *add.* L 13-14 demum *add.* L 14-15 corporum ... semel *add.* L situs *add.* L 15-17 satisfaciens (1) in causa *acc. non del., del. ed.* (2) in effectū *add.* L 17 semper *add.* L 17 phænomena | et mota in effectū *del.* | L 18 ut ... dicam *add.* L 19 possunt. *infra lineam in margine sinistro signum D add. L sequunturve scholii plures versiones, quæ hic anteponuntur finali respondente signumque ferenti*

Nam si hypotheses satisfaciunt sitibus corporum pro temporum momentis utique eadem prodeunt celeritates respectivæ; quæ nihil aliud sunt quam distantiarum variationes. (adde propositionem 16. capitis de directione). Sed concursus non mutant celeritates respectivas per [*desinit abrupte*]

[415]

- 5 Nam posito motu libero per se seu ex vi semel impressa, id est uniformi rectilineo non mutantur celeritates respectivæ[,] non quidem per se ut manifestum est nec per et in concursum (per propositionem 10.) Manentibus autem celeritatibus respectivis adeoque sitibus corporum pro datis temporibus assignato modo prodeuntibus utique eadem prodeunt phænomena (ut ostensum est ad
10 propositionem 16. capitis de directione).

- Nam posito motu libero ex vi semel impressa, hoc est rectilineo et uniformi ante concursum non possunt discerni hypotheses. Quod quidem Geometrice est manifestum (vide propositionem 16. capitis de directione). Sed nec concursu discernuntur. Quia vis ictus pendet a celeritate respectiva (propositione 7. hic) id
15 est ab eo quod hypotheses diversas non discernit; et effectus quoque ictus (pro ea scilicet vi quæ residua est, nec a partibus corporum absorbetur) hypotheses non discernit, quia nihil aliud quam certam celeritatem respectivam a se recedendi

1-4 Nam ... *del.* *L* **1** | (1) Na (2) Q (3) Nam eadem salvantur (a) iisdem (b) phænomena *add.* iisdem servatis celeritatibus respectivis, (aa) seu (bb) adeoque et sitibus corporum inter se eodem modo variatis quæcunque fiat hypothesis. (aaa) Sed (aaaa) eadem cui (bbbb) isdem enim (cccc) jam actione corporum inter se quod quamdiu corpora in se invicem non agunt; quoniam motus sunt rectilinei et uniformes et proinde dummodo motibus uniformibus et rectilineis servatur (bbb) Sed si (aaaa) corpora (bbbb) scilicet *add.* corpora ferantur motibus uniformibus rectilineis non mutant celeritates respectivas. (4) Nam si corpora libere ex vi semel impressa moveantur, adeoque lineis rectis (a) motibusque (b) motuque uniformi (aa) eadem (bb) ea (cc) di (dd) salvari possunt phænomena, (aaa) modo eadem (bbb) si iisdem (ccc) tali (ddd) si talis fiat hypothesis ut dati prodeant corporum situs inter se (aaaa) quacunque (bbbb) . Ea [417] (cccc) Eodem (dddd) Eodem (eeee) Autem mo (ffff) iis (gggg) eademque prodeant situum inter se invicem variationes (aaaaa) cor (bbbbbb) quod (ccccc) si (ddddd) per (eeee) cuicunque corpori (fffff) demum corpori (a) dar (b) detur (c) per varias hypotheses, modo eadem servantur celeritates respectivæ. Sed (aa) actiones corporum in (4) Nam *L* **1** satisfaciunt | phænomenis talis *del.* | *L* **1** corporum (1) datis eorumque variationibus (a) (ex hypo (b) utique eadem prodit celeritas respectiva; inde *del.* (2) pro ... momentis *add.* *L* **2** respectivæ; | . *corr.* | (1) Quibus (2) Accedentibus autem *del.* | *L* **2-3** distantiarum | seu situum *del.* | *L* **3** variationes. | Sed in motu uniformi rectilineo eadem ante et post concursum manent *del.* | *L* **5-10** Nam ... directione *del.* *L* **5** libero (1) id (2) per ... est *add.* *L* **6** respectivæ | . Utique enim (1) et *del.* celeritatibus res | non ante *del.* | concursum *corr.* | (2) non mutant *add.* | ... res | sine *add.* | concursu actio aliqua mutans (b) ut manifestum est, nec (aa) non (bb) per concursum (per pro«p» «prio» *del.* | *L* **7** per *add.* *L* **7** 10.) | Manente eadem *del.* | *L* **8** adeoque | iisdem *del.* | sitis *corr.* | *L* **414.11-415.3** Nam ... concurrerent *del.* *L* **12** concursum | discerni *del.* | *L* **13** directione | Concur *del.* | *L* **14** Quia | (1) ict (2) eadem est vis ictus quamdiu eadem manet celeritas respectiva | (a) quæ eadem est (aa) quamdiu (bb) dum eadem salvantur per *add. et del.* | (b) et ictu (prop. 7. hic) (c) et rursus (aa) quicumque (bb) a vi ictus (aaa) ead (bbb) quæcunque non potest *del.* | (3) quia *acc. non del., del. ed.* | *L* **14** hic) | . Et ictus *del.* | *L* **15** ictus | (quanta *del.* | *L*

invicem producit ut scilicet vis respectiva quæ non absorpta est a corporum partibus, in corporibus integris maneat[,] qua scilicet agerent invicem si mediate vel immediate rursus concurrerent.

[415] Nam posito motu libero ex vi semel impressa procedente, hoc est rectilineo uniformi ante concursum non possunt discerni hypotheses quod quidem geometrice constat ex propositione 16. capitis de directione). Sed nec concursu discernuntur. Nam modo eadem sit corporum celeritas respectiva corpora eodem modo agunt in se invicem, seu eadem est vis ictus (per propositionem 7. hic). Vis autem ictus transfertur in corporum Elastrum, et corpora concurrentia, nisi Elastrum ipsis vim ex toto aut parte restitueret, ferrentur simul, (ut ostendimus ad propositionem 10.) Elastrum igitur eam restituente duo componuntur motus, (non arbitrio fingentium nostro, sed ab ipsa natura rei) unus communis, alter proprius corporibus reciproce proportionalis, et quidem priori æqualis, atque adeo priorem reddens celeritatem respectivam (ut ostendimus propositione 10) si Elastrum totam vim acceptam restituat, sed si pars virium a partibus corporis non satis Elastici absorbeatur, elastrum nihilominus quantam vim dabit corporibus eadem dabit reciproca proportionem, tantumque celeritas respectiva prior certa proportionem imminuetur. Cumque hæc omnia eodem modo fiant, quicumque fuerit verus corporum motus ante concursum, constat igitur per concursum quoque hypotheses discerni non posse.

Propositio 15

Si motus communis rectilineus corporibus addatur eadem manent eorum actiones mutue eademque phænomena

1 producit | (1) qui (2) distribuendo recedendi conatus in reciproca corporum ratione, quicumque sint motus veri; qui ex his remanent eadem *del.* | L 1 respectiva | si absor *del.* | L 2 invicem | aliquando. Et licet pars ictus pereat, (1) quæ tum (2) (id est a corporum partibus absorbeatur) attamen quantum superest seu quantum agit Elastrum *del.* | L 4 In summo paginae Ad prop. 14 signo D L 5 hypotheses | (per prop 16 cap de directione) *del.* | L 6 ex | cap. 16 *del.* | L 7 Nam | co *del.* | L 9 hic). | Vis autem ictus (1) hoc (a) «ut» (b) si efficit, (2) translata in Elastrum corpora *del.* | L 10 et | per *del.* | L 10 aut parte *add.* L 10-11 restitueret, | in *del.* | L 11 simul, | nunc igitur præterquam *del.* | L 11 10.) | Et *del.* | L 12 restituente | vim corpora proportionaliter *del.* | L 12 motus, | un *del.* | L 13 sed | ipsa *del.* | L 18 reciproca *add.* L 18-19 prior (1) proportionem *del.* (2) certa proposrtione *add.* L 19 imminuetur. | Idque eodem modo (1) quicumque (a) f $\rightarrow$ *corr.* (b) fuerit *del.* (c) fiet *add.* (aa) quæcunque *corr.* fuerit antea vera corporum *del.* absoluta *corr.* (bb) absolutus corporum motus *del.* | L 20 concursum, | (1) cum «dixi» (2) (modo ut (a) dixi (b) dictum est eadem celeritas respectiva adeoque (aa) ictu (bb) idem ictus fuerit) *del.* | L 21 quoque | phæno *del.* | L 23 rectilineus *add.* L 24 eorum *add.* L 24 actiones (1) inter se *del.* (2) mutue *add.* L

na inter ipsa. Et si corpora plura præter motus proprios unius corporis (velut navis) motu communi rectilineo ferantur, nihil inde mutatur quoad proprios motus.

Motus enim communis distantias corporum inter se adeoque celeritates
5 respectivas non mutat, ut manifestum est. Unde jam (per propositionem
7. hic) etiam vires respectivæ (ut per demonstrationem propositionis 16.
capitis de directione) phænomena ipsorum inter se non mutantur.

Hinc sequitur motuum compositionibus nos tuto uti posse salva po-
tentia, quod tamen alioqui dubitationem aliquam recipiebat. Neque enim
10 corpus quod duabus celeritatibus æqualibus inter se compositis fertur, ha-
bet potentiam in directione composita æqualem, summæ potentiarum in
directionibus componentibus, nisi cum directiones angulum rectum com-
prehendunt. Interim legum præcedentium beneficio natura nihilominus
ejusdem potentiæ absolutæ conservationem consequitur quæ a composito
15 motu æstimatur.

Hæc autem experimentis consentiunt. Et si in navi motu recto progre-
diente nec successiones patiente ludas motu tudiculari eadem phænomena
experire quæ in terra. Et quæ ex navi projiciuntur sagittæ navem vi remo-
rum avolantem consequuntur, inque eam recidunt experimento Gassendi,
20 perinde ac in navem pro anchoris stantem. Quia scilicet præter motum pro-
jectionis, etiam motum navis sagitta habuit antequam inde se jungeretur.
Unde qui cum magno aliquo corpore nec directe procedente defertur,, et
ab externis exploratæ quietis aut cogniti motus notandis exclusus est, non

1-3 Et ... motus *add.* L 1 plura | unius corporis (1) motu uniformi (2)
motu rectilineo uniformi ferantur, (velut in navi) non *del.* | L 2 corpo-
ris | motu communi *del.* | L 2 communi | in corpore *del.* | L 4 corporum *add.* L
5 mutat | . Unde eadem *del.* | L 7 ipsorum ... se *add.* L 9 enim | celeritas *del.* | L
10 se | (1) compositis angulum directionis comprehendentibus fertur *del.* (2) compositis
fertur, *add.* (a) cujusque directiones *add. et del.* (b) quarum *add. et del.* L 11 poten-
tiam | compositam *del.* | L 11-12 æqualem, (1) nisi cum angulus com *del.* (2) summæ
... directionibus *add.* L 12 cum | angulum *del.* | directionum *corr.* | L 12-13 com-
prehendunt. | Absoluta autem corporis potenti *del.* | L 13 Interim | per *del.* | L 13
legum | (1) præde (2) præced *del.* | L 13 beneficio | ni *corr.* | L 14 consequitur | , quæ
revera per *del.* | L 14 quæ | a *add.* | compositi *corr.* | motus vi æstim *del.* | L 16 navi |
(1) ludas ludo tudiculari non ali (2) placido æqu *del.* | L 16 recto | placidoque *del.* | L
18 quæ | in navi *del.* | L 18 navem | citissime *del.* | L 18-19 remorum | habente *del.* |
L 19-20 experimento ... stantem *add.* L 20 navem | stantem *del.* | L 21 sagit-
ta | habuere an *del.* | L 22 qui (1) in *del.* (2) cum *add.* L 22 corpore | defertur *del.* |
L 22 nec | inde externa notare potest *del.* | L 22 defertur, | nec copiam externorum
notandorum *del.* | L 23 externis | notandis *del.* | L

17 motu *sic, sed potius ludo* 19-20 experimento ... stantem *vide* P. Gassendi, *De motu
impresso a motore translato epistola duæ*, Paris: L. de Heuqueville 1642, pp. 21-34.

habet quo cognoscat utrum quiescentem an progredientem locum sit sortitus. In Motibus circularibus aliisque curvilineis videntur hæc prima fronte locum non habere; cujus causam et correctionem in sequentibus investigare operæ pretium erit.

[419]

Propositio 17

5

Omnes motus sunt compositi ex rectilineis uniformibus.

Nam omnis motus per se est uniformis et rectilineus, actio autem omnis in corporibus consistit in motu, itaque motus rectilineus non nisi impressione alterius etiam per se rectilinei, (salvo licet priore) supervenientis inflecti potest, ac proinde nulla intelligi potest origo motus curvilinei et difformis, nisi per compositiones rectilineorum uniformium.

Hæc propositio ut ad sequentes quasdam demonstrandas adhiberi potest, ita vicissim demonstrari potest ex sequentibus, quippe quæ et aliunde demonstrantur ut apparebit in primis ad propositionem 20. Hinc si corpus captum ab alio ex motu rectilineo in gyrum se vertere cogatur, arbitror revera pergere in recta linea, licet vi adhæSIONIS quam a motu quodam derivò, ad centrum repellatur. Suspicio autem naturam arcanis quibusdam modis omnes suos conatus etiam particulares conservare et ad exitum perducere. Certe in concursu corporum æqualium contingit (quemadmodum infra ostendemus) ut celeritates absolutas ac directiones permulent inter se. Inde [Fig. 235, p. 409] si certo tempore *A* et *B* pervenerint ex $1A_1B$ in $2A_2B$, et æquali tempore a concursu $2A$, $2B$ perveniant in $3A$, $3B$ fiet ut omnia perinde eveniant, ac si sine ullo concursu unumquodque suam viam fuisset

3 habere; | quoniam enim sic motu recedere conantur per tangentem. (1) Nam et eadem directionis quantitas non conservatur (2) Et (3) Qu ~~del.~~ | L 3 cujus | rei ~~del.~~ | L 3 correctionem | (1) nunc ~~del.~~ (2) mox ~~add. et del.~~ (3) | sequentibus ~~del.~~ | investigabo ~~corr.~~ | (4) | in sequentibus ~~add.~~ | investigare L 4 erit | (1) Hæc quoque notandum est navem a motu intra navem exercito navem ipsam stantem vel motam impelli non posse ~~del.~~ | L 6 (1) Omnes (a) motus rectilinei | quoad ~~del.~~ | conservantur (b) progressus rectilinei conservantur ~~del.~~ (2) Omnes L 8-9 rectilineus, (1) corpus autem (a) agere (b) non agit nisi per motum ~~del.~~ (2) actio ... motum ~~add.~~ L 9 corporibus (1) est motus ~~del.~~ (2) consistit in motu ~~add.~~ L 9 nisi | composit ~~del.~~ | L 10 alterius | rectilinei, ~~del.~~ | L 10-11 rectilinei, A inflecti ~~del.~~ (2) (salvo ... inflecti ~~add.~~ L 10 licet ~~add.~~ L 11 potest, | at ~~del.~~ | L 11-12 potest (1) origo curvilinei motus ~~del.~~ (2) origo ... difformis ~~add.~~ L 13 ut ~~del. et rursus add.~~ L 13 sequentes | demon ~~del.~~ | L 14 quippe ~~add.~~ L 15 ut ... 20 ~~add.~~ L 15-18 Hinc ... repellatur ~~add.~~ L 19 modis | quodammodo ~~del.~~ | L 19 particulares | conservare ~~del.~~ | L 20 in | omni ~~del.~~ | L 20 concursu | perfectò seu directò ~~add. et del.~~ | semp ~~del.~~ | L 20 æqualium | absolute semper ~~del.~~ | L 20 contingit | (1) ut (2) (a) motus ~~del.~~ infra (b) ut ~~add.~~ infra est ~~del.~~ | L 21 celeritates | (1) perm (2) ac directiones ~~del.~~ | L 21 absolutas | permulent inter se ~~del.~~ | L 21 se. | (1) Ita esset (2) Ita perinde est ac ~~del.~~ | L

prosecutum, loco enim ipsius A quod semoto concursu pervenisset nunc in locum ${}_3B$, jam eo pervenit B , et loco ipsius B , quod se moto concursu pervenisset nunc in locum ${}_3A$, jam eo pervenit A . Cumque sibi sint æqualia patet, naturam scopum suum æquipollenter obtinuisse. Et quemadmodum
 5 videmus naturam in sono propagando res elasticas trementes secare per se in partes æquales, quod scilicet ea ratione melius consentiunt vibrationes. Ita fieri potest, ut sponte naturæ ita fiant concursus, quasi corpora inæqualia ex pluribus partibus æqualibus componerentur.

Hinc etiam cum omnes conatus quodammodo exitum habere arbitrer
 10 si [Fig. 236.1, 236] corpora A . B ., radii cujusdam extremitatibus affixa circa medium velut centrum ferantur, atque ita recedere ab eo conentur, arbitror revera recedere, et tendere ab ${}_1B$ ad C , sed impulsu contrario corporum insensibilium rursus versus centrum repelli a C ad ${}_2B$, neque aliam esse causam adhæisionis; ut mox amplius patebit.

15 Summa Directionis totalis, adeoque motus seu progressus dicti centri rectus uniformis conservatur ut in motibus rectilineis ita et in circularibus uniformibus, aliisque curvilineis

1 enim | (1) B q (2) A quod sine concursu *del.* | (3) | ipsius *add.* | A *add.* | (a) si ab-
 fuisset concursus *add. et del.* | (b) quod ... concursu *add.* | L 2 in | ${}_3B$, jam *del.* | L
 5 videmus (1) naturam secare chordas in partes æquales *del.* (2) naturam ... elasticas
add. L 5 propagando (1) partes *del.* (2) res elasticas *add.* L 5 secare | nat *del.* | L
 9 (1) Hinc et *del.* (2) Hinc ... arbitrer *add.* L 9 omnes | directiones *corr.* | L 10
 si (1) corpus aliquod $\langle c \rangle$ *del.* (2) corpora A . B . *add.* L 10-11 | radio *corr.* | (1) cuidam
 affixum circa centrum feratur, (a) cum (b) a quo recedere *del.* | conatur *corr.* | (2) cuju-
 sdam ... ferantur, *add.* | ... conentur L 12 revera | revera *del.* | L 12 recedere, (1)
 sed conatu *del.* (2) et ... impulsu *add.* L 12-13 corporum insensibilium *add.* L 13
 rursus (1) ad *del.* (2) versus *add.* L 13 a ... ${}_2B$ *add.* L 13 neque | ullam *del.* |
 L 14 adhæisionis; | . *corr.* | (1) Et sane si omnes (2) Si corpus aliquod A (a) in (b)
 rectilineis motibus utcumque moveatur, (aa) et cum aliis sive (bb) sive (aaa) in (bbb) $\leftrightarrow$
 (ccc) in alia incurrerit sive non semper suam retinebit *del.* | (3); | ut ... patebit *add.* | L
 418.15-419.5 Summa ... curvis *del.* L 15 (1) | Prop. 18 || Si quis in corpo-
 ribus oriantur gyri *del.* | fiunt *corr.* | (2) Prop. 18 || Si in (a) motu compositi ex
 (b) aliquo composito corporum concurrentium gyri oriatur fit circa
 centrum commune gravitatis, (aa) et motibus (bb) et motibus | contrariis
add. | reciproce proportionalibus seu respective æqualibus (aaa) ad cor-
 pora (bbb) utrinque compensatur. Atque ita et vis respectiva eadem et
 progressiva seu quæ $\leftrightarrow$ 'posse' $\leftarrow \rightarrow$ (3) Summa L 15 Directionis (1) et
 viæ *del.* (2) totalis *add.* L 16 dicti *add.* L 16 centri (1) gravitatis con-
 servatur *del.* directus et *add. et del.* (2) rectus *add.* L 16 conservatur *add.* L
 16 conservatur (1) $\langle \text{tam} \rangle$ *del. et add. et del.* (2) ut *add.* L 16 motibus | cir-
 cul. | L 16-17 rectilineis (1) quam curvilineis *del.* (2) ita *add. et del.* (3) ita
 ... in *add.* L 17 circularibus | aliisque $\langle \text{inde} \rangle$ compositis curvilineis
 quibuscunque $\langle \text{et} \rangle$ *del.* | L 418.17-419.4 aliisque ... conservantes *add.* L
 17 curvilineis | . Quodsi tales non sint saltem $\langle \text{hos} \rangle$ directionis totalis
 producent conatus per se, (1) quos conatus pos (2) ultimus eorum status
 in (a) momento (b) concursu existentes, postulant perinde ac si *add. et del.* | L

qui horum compositione nascuntur[;] quod si tales non sint motus saltem postulant ultimi conatus ante concursum, tales intelliguntur et datos per se motus, vel saltem si hi impedi-
antur conatus producent summam directionis conservantes et-
iam in motibus difformibus et utcunque curvis.

5



Figura 236.1 (*del.*)

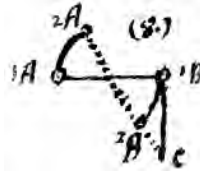


Figura 236



Figura 237.1 (*del.*)

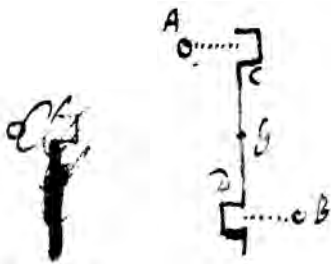


Figura 237.2 (*del.*)



Figura 237



Figura 238.1 (*del.*)

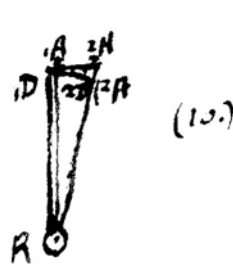


Figura 238

[421]

Propositio 18

Si in corporum concurrentium composito ex concursu gyrys oriatur, is fit circa centrum commune gravitatis et motibus contrariis reciproce proportionalibus seu respective æqualibus utrinque compensatur. Atque ita et vis re-
spectiva eadem et vis progressiva seu progressus dicti
centri rectus uniformis conservatur, ut in motibus recti-
lineis, ita et in circularibus uniformibus, aliisque curvi-
lineis qui horum compositione nascuntur. Quod si tales
non sint motus, saltem tales intelligi possunt, conatus et 15

2 ultimi (1) motus *del.* (2) conatus *add.* L 2 concursum, | qui utique rectilinei
sunt et idem «as» *del.* | L 3 saltem (1) producent *del.* (2) si hi *add.* L 4
producent | (1) motus (2) «vim» *del.* | (3) summam *add.* L 5 motibus *add.* L
5 et *add.* L 419.6-420.3 Prop. 18 ... conservantes *add.* L 12 centri | velut
del. | L 12 uniformis *add.* L 13 circularibus | aliisque curvilineis *del.* | L

speciatim ultimi conatus ante concursum, qui proinde dictos per se motus, vel saltem si impediuntur tales rursus conatus producent summam directionis conservantes.

Hæc quidem directionis totalis conservatio perfecta sequitur ex præcedente, quoniam in rectilineis uniformibus veram esse supra ostendimus, (propositione 12.) et ex his per dictam præcedentem omnes alii componuntur. Sed hoc interpretandum foret subintelligendo motus quosdam insensibiles corporum insensibilium ambientium quorum impressione corporum partes ad se invicem impelluntur, unde firmitas seu cohæsiō exsurgit.

Idem tamen his etiam non comprehensis, aliunde ostendi potest, sumendo corpora firma per se more solito, exclusis causis firmitatis, sed tunc propositio non valet quidem generaliter[,] succedit tamen in motibus uniformibus et in conatibus quibuscunque ut eam concepimus.

Ponamus [Fig. 237.1-2, 237, p. 419] duo corpora *A*, *B* æqualia æqualibus motibus parallelis et contrariis directionibus incidere in excipulas seu cavitates *C* et *D* in extremitatibus rectæ *CD* positas, atque ita motus rectilineos in gyrum convertere[,] manifestum est centrum eorum *G* (quod in medio est rectæ *CD*) ut quieverat ante gyrationem, ita et quiescere post eam. Si quidem ipsam rectam velut molis expertem, aut si corporea est, ut centrum suum etiam in *G* habentem consideramus. Quodsi corpora sint inæqualia aut inæquali celeritate ferantur, orietur colluctatio quædam. Et quidem concurrentium motus ex hypothesi (et conatus semper), sunt rec-

4 directionis ... perfecta *add.* L 5 rectilineis | liberis *del.* | L 5 uniformibus | de *del.* | L 5 ostendimus, | ex quibus omnes ali *del.* | L 6-7 componuntur | dum ipsæ adhesiones (1) et consi (2) et firmitates ex (a) «com-» (b) impulsibus corporum ad corpora oriuntur *add. et del.* | L 7 hoc (1) intelligendum est *del.* (2) interpretandum foret *add.* L 8-9 corporum ... exsurgit *add.* L 8 ambientium | impressione *del.* | L 9 partes | «mov» *del.* | L 10 (1) Sed *del.* (2) Idem L 10 Idem (1) sine hoc *del.* (2) tamen *add.* L 10 comprehensis, | (1) sed (a) «ante» *add. et del.* (b) in motibus (aa) ni (bb) non nisi uniformibus ostendi potest *abs del.* | (2) aliunde *add.* L 11 corpora (1) firma *del.* (2) | firma *add.* | more solito per *add. et del.* | L 11 more solito *add.* L 11 tunc | non potest ostendi *del.* | L 12 valet (1) nisi *del.* (2) quidem ... tamen *add.* L 12 motibus *add.* L 13 et ... quibuscunque *add.* L 14 *A*, *B* *add.* L 15 motibus (1) incidere «in» *del.* (2) parallelis *add.* L 18 ante | ictum *del.* | L 19 expertem, (1) aut a *del.* (2) aut ... ut *add.* L 21 aut | æqua *del.* | L 21 quædam. | (1) Et quidem si consideramus lineam ut inflexibilem, vel rigidam hoc est ut elasticum summæ promptitudinis (2) Et quidem in momento concursus nulla est gyratio (a) sed (b) sed conatus tantum rectilinei. Et si illi deinde ob adhæsiōem ad excipulam in gyrum convertantur igitur conatur centrum gravitatis linea progredi recta (3) [421] Et quidem conatus (a) «ante» *add. et del.* (b) per se rectilinei sunt et uniformes, itaque ex (aa) legibus (bb) supra ostensis (prop. 12) (aaa) conatus toto (bbb) via centri gravitatis conatur (ccc) cum vi (4) Itaque (5) Et quidem (a) conatus concurrenti sunt rectilinei et (b) motus concurren *del.* | L 21 Et *del. et rursus add.* L 22 quidem | (1) quicunque (2) conatus concurrentium sunt *del.* | L

tilinei et uniformes. Et conatus ex concursu resultantes sunt etiam rectilinei et uniformes, secundum leges motuum rectilineorum uniformium, seu liberorum et per se evenientium hactenus ostensas; licet vel ab externa actione, vel ab obstaculo deinde mutantur. Itaque perinde moveri conabuntur corpora A , B , pariterque eorum centrum gravitatis commune, ut leges 5 supradictæ jubent, adeoque centrum si prius quieverat adhuc quiescet, si prius movebatur, moveri porro conabitur æquabili motu in directum. Hi autem conatus non impediuntur in ipsa conversione motus rectilinei in circularem; nisi differentia incomparabiliter parva seu inassignabili. Ponamus enim [Fig. 238.1, 238, p. 419] punctum A conari progredi recta ${}_1A_2A$, sed 10 incidens in D extremum radii AD cogi circulari ac deflectere in ${}_2A$ seu ${}_2D$, et pro recta ${}_1A_2A$, describere arcum ${}_1D_2D$, patet initio seu in ipsa mutatione motus recti in gyrum, directionem non mutari differentia majore quam quæ est anguli contactus quovis rectilineo incomparabiliter minoris, et differentiam inter rectam ${}_1A_2A$, et arcum ${}_1D_2D$ esse ipsis differentibus 15 incomparabilem, ac proinde vim centrifugam (quæ est ut ipsa recta ${}_2A({}_2A)$ differentia scilicet radii $R({}_2A)$ et secantis R_2A) esse celeritate (quæ est ut recta ${}_1A_2A$) incomparabiliter minorem. Adeoque initio pro nihilo habendam esse mutationem quæ demum in progressu continua repetitione fit notabilis. 20

Idemque est in cæteris omnibus punctis, quæ a conatu rectilineo ad gyrum transeunt.

1 uniformes | omne *del.* | L 1 conatus | quoque *add. et del.* | L 1 resultantes | sunt *e del.* | L 2 secundum (1) leges (a) motuum (b) concursuum *del.* (2) leges *add.* L 2 rectilineorum | hac *del.* | L 3 licet | (1) vel per (2) a nova *del.* | (3) vel *add. et del.* et rursus *add.* L 4 obstaculo (1) ita *del.* (2) deinde *add.* L 5 B , | ac si *del.* | L 5 centrum | (1) ac si multa (2) ut in motibus rectilineis uniformibus *del.* | (3) gravitatis commune *add.* L 5-6 ut ... jubent, *add.* L 7 conabitur | eodem *del.* | L 8 conatus | (1) in motu circula (2) succedent *del.* | L 8 in ipsa *add.* L 10 enim | (1) recta A (2) corpus *del.* | (3) punctum *add.* L 10 A | portari in ${}_1A$ *add. et del.* | L 12 recta | describere arcum *del.* | L 12 initio | (1) ar (2) def *del.* | L 12 ipsa | (1) deflexione ex rec (2) circulatione motu recto in gyrum *del.* | L 13 gyrum, | (1) mutationem esse in quantum (2) differentiam (a) non alia (b) directionis non esse aliam quam anguli contactus *del.* | L 15 et | re *del.* | L 16 incomparabilem, (1) adeoque *del.* (2) ac proinde *add.* L 18-19 habendam | quare in omnibus aliis quoque quæ ex (1) gyra (2) transitu *del.* | L 19-20 esse ... notabilis *add.* L 19-20 quæ ... notabilis *add.* L 19 quæ (1) tantum autem *del.* (2) demum *add.* L 22 transeunt. | (1) Hinc (2) Itaque et punctum *del.* | nempe centrum gravitatis *add. et del.* | quod quiescere debet ex legibus concursus, quiescet non obstante gyro. (a) Et quod in *del.* | (b) Et (aa) quod (bb) si recta progredi debet, concipi potest, ut debens quiescere, si scilicet motus communis toti composito attribuitur. *add. et del.* | Adeoque cætera gyrauntur circa ipsum. Neque ulla causa est cur centrum gravitatis non recte progredietur cæteris motus proprios tuentibus gyratione circa ipsum *del.* | L

Et punctum quod quiescere debet si abesset gyros, quiescet nunc quoque ^[422] non obstante corporum gyro quia ne initium quidem mutationis intelligi in ipso potest et nulla existente ${}_1A_2A$, multo magis nulla est deflexio, et vis centrifuga, ipsaque adeo ${}_2A({}_2A)$. Itaque si quiescit centrum gravitatis ante
 5 concursum, seu initio concursus celeritatem progrediendi nullam habet, et proinde etiam ex vi concursus, conatibusque inde ortis per se rectilineis celeritatem nullam habere debet gyro quoque superveniente motum nullum habebit neque adeo circulabitur, cum gyrum nihil aliud esse ostenderimus, quam motum per se rectilineum futurum, nunc inassignabili alteratione de-
 10 flexum. Ex hoc ipso jam quod de quiescente centro ostendimus conficitur idem et in moto. Quoniam enim ostensum est propositione 15. compositiones motuum rectilineorum seu hypotheseos variationes nil mutare in phænomenis ideo possumus talem assignare motum communem toti com-
 15 posito, ut perinde sit ac si omnia in navi ferantur, in qua spectanti quiescat centrum gravitatis, etsi absolute seu ex ripa immota spectanti eadem prodeant phænomena quæ antea. Jam in navi omnia fieri debent, eodem modo, sive moveatur sive quiescat navis (per dictam propositionem 15). Itaque in navi etiam post concursum gyro licet oriente quiescet centrum gravitatis, si ante concursum quievit[,] quemadmodum paulo ante ostendi-
 20 mus futurum esse, si navis motus abesset, seu si centrum revera quiesceret absolute. Interim totum motu navis seu motu communi progredietur, et ita efficietur, ut extra navem spectanti centrum gravitatis prout ante concursum supposuimus, æquabiliter porro progrediatur, atque ita absolute

1 Itaque *del.* (2) Et *add.* L 1 quiescet (1) adhuc *del.* (2) nunc quoque *add.* L 2 obstante (1) initio gyri, (a) et ideo (b) quia si non procedit omnino, nullaque est ${}_1A_2A$ nulla etiam vis centrifuga *del.* (2) corporum gyro *add.* L 2 ne *add.* L 2-3 intelligi (1) potest et si *del.* (2) in ... potest *add.* L 4 centrifuga, | seu *del.* | L 4 ipsaque | ad *del.* | L 5 concursum, | (1) adeo (2) seu (3) vi (4) in *corr.* (a) momento *del.* (b) initio *add. et del.* (c) initio *del.* | (5) seu *add.* (a) nullam *add. et del.* (b) initio *add.* L 5 habet, | (1) etiam in fine concursus (2) ex vi concursus etiam *del.* | L 6 etiam *add.* L 6 conatibusque ... rectilineis *add.* L 7 debet | etiam *del.* | L 8 habebit | cum motam *del.* | L 8 cum | gyros nihil *del.* | L 9 futurum, | (1) inassi (2) infin *del.* | (3) nunc *add.* L 9-11 deflexum. (1) Nam quodsi ea esset (a) lex (b) ratio motus ut per se (aa) semoto (bb) excluso gyro centrum gravitatis recta progredi deberet, etiam recta progredietur sine gyro, (aaa) quoniam (bbb) efficiendo scilicet, ut etiam tanquam quiescens spectari possit *del.* (2) Ex ... moto *add.* L 11 Quoniam *add.* L 13 communem | ut ph *del.* | L 13-14 composito, | (1) ut (2) et ut quiescat centrum gravitatis *del.* | L 14 ut | delato *del.* | L 15 immota *add.* L 16-17 Jam ... 15) *add.* L 16 debent, | ac si navis motus *del.* | L 17 (per ... 15) *add.* L 18 concursum | quies *del.* | L 18 oriente | orietur *del.* | L 19 gravitatis | . Etsi ut paulo ostendimus fieri *del.* | L 19-21 quemadmodum ... absolute *add.* L 20 centrum *add.* L 21-22 progredietur, | (1) ut antea (2) ut centr *del.* | (3) ut ... efficietur, *add.* L 22 extra | p↔ *del.* | L 23 supposuimus, | (1) pr (2) conti *del.* | L 23 atque | ide *del.* | L

loquendo progrediatur ut ante, sine ulla gyratione. Cætera autem puncta (ut in navi) gyrantur circa ipsum centrum velut immotum et præterea simul cum ipso motu communi rectilineo progressionis totalis progrediuntur. Quatenus autem gyrantur compensant invicem progressus et regressus seu motus contrarios corporibus reciproce proportionales ex natura gyri, 5 in quo utique latera opposita in contrarias partes feruntur, atque ita semper vis respectiva conservatur; et si liberarentur omnia a gyro et directiones in tangentibus prosequerentur, haberent priores celeritates respectivas quas ante gyrum habebant et gyrania utcunque divisa in duas partes haberent celeritates earum invicem recedendi corporibus reciproce proportionales, et 10 iis quas ante concursum habuerant æquales. Itaque ut in motibus rectilineis per celeritates contrarias corporibus reciprocas, ita et nunc in gyris oppositis per easdem eadem proportionem distributas celeritates respectivæ, adeoque et respectivæ vires conservantur. Dum interim motu communi centri gravitatis seu totius compositi motibus contrariis respective æqualibus superaddito præter vim corporum agendi in se invicem, etiam ipsa vis agendi communis, seu vis progressiva totius compositi vel summa directionis totalis conservatur. Cæterum plures gyri particulares quoque fieri possunt in componentibus, ubi etiam centri cujusque particularis ratio habetur.

Res etiam ex præcedenti propositione ostendi poterat, hoc modo, quod 20 utique vires tam respectivæ quam progressivæ conservantur in motibus rectilineis uniformibus, tales autem sunt omnes (ex præcedenti,) posito scilicet adhæsiones quoque seu firmitates et adeo æquidistantiam quoque a centro

1-2 autem (1) in navi quidem *del.* (2) puncta *add.* L 2 centrum *add.* L 2 immotum | compensantia invicem (a) pro *del.* iisdem *corr.* partibus ex natura gyri ut in *del.* (b) progressus et regressus *add.* (aa) in easdem partes ex natura gyri, ut in motibus rectilineis faciunt celeritatibus reciproce proportionalibus contrariis motus corporum proprii communi. (aaa) Ita (bbb) Seu centri gravitatis superadditi compensabantur (bb) corporibus reciproce proportionales ex natura gyri ubi opposita latera in contrarias partes feruntur *add. et del.* | L 2 immotum (1) et *del.* (2) et præterea *add.* L 4 regressus | corpori *del.* | L 7 omnia | in *corr.* | L 7 et *add.* L 8-9 respectivas (1). Itaque (a) ↔ (b) manente gyro res prius (c) perinde d→ *del.* (2) quas ... habebant *add.* L 11 motibus *del. et rursus add.* L 12 per | motus contrarios ... reciprocis *corr.* | L 12 et | in gyris ↔ *del.* | L 15 gravitatis | totius com *del.* | L 18-19 Cæterum ... habetur *add.* L 18 Cæterum (1) | si *del.* | gyri | fiant *del.* | plures *acc. non del., del. ed.* | etiam *del.* | (2) plures *add.* ... particulares *add.* quoque *add.* L 18 in | partibus *del.* | L 19 componentibus, | qui etiam *del.* | L 19 cujusque | ratio habebitur *del.* | L 20 (1) Hac *del.* res *corr.* (2) Res L 21 motibus | par *del.* | L 21-22 rectilineis |, quales sunt omnes *del.* | L 22 omnes | posito etiam *del.* | L 423.23-424.1 adhæsiones (1) quoque *del.* (2) seu *add. et del.* (3) quoque ... servatam *add.* L 423.23-424.1 et ... servatam *add.* L 23 adeo ... quoque *add.* L

4 compensant *de præc. var.* compensantia *del.* L ac lineam istud compensant cum invicem ... feruntur in dict. *var. jungentem duxit, sed postea del.* (quod vero textum Quatenus autem et seqq. post variantis illæ completionem L addidisse suggerit).

- servatam ex insensibilibus impressionibus ambientium oriri. Sed quia ambientium impressiones a conatibus recedendi gyantium compensantur nec inde quicquam viribus ipsis corporum insitis a motu rectilineo in gyrum versis derogatur; supererunt eadem quæ ante vires tam progressivæ totales, 5 quam respectivæ, ut explicatum est. Quæ sane admirandam nec satis consideratam hætenus naturæ in tuendis legibus constantiam atque harmoniam declarant. Videri poterat fallere regulas nostras, cum corpus *A* [Fig. 239, p. 426] in corpus aliquod immobile *B* incurrit. Aut cum radius *CD* circa centrum firmum *C* mobilis, cavitate seu excipula *D* capit corpus *E* rectilineo motu 10 adveniens, et in gyrum cogit, vel cum corpora *F* et *G* in libram *HML* cuius centrum firmum *M*, brachia autem opposita *HM*, *LM*, incurrunt lineis *FH*, *GL* ab eadem parte libræ (verbi gratia ambo tendendo sursum, aut ambo deorsum,) sed in brachiis oppositis. Tunc enim reflecti potest corporum motorum centrum gravitatis (ut centrum ipsius *A* a corpore *B* repulsi) vel 15 in gyrum se flectit, ut *E* incidens in excipulam *D*; vel denique reflectitur aut pergit pro ratione situs ut centrum ipsorum *F* et *G* quod si incideret in *M* reflectetur. Sed hæc objectio solvi facile potest[,] præterquam enim quod omne corpus perfecte firmum[,] si daretur[,] considerari debet ut infinitum respectu aliorum unde centrum gravitatis omnium commune in ipsum [424] 20 immobile cadit, adeoque quiescit; sciendum est revera nullum esse corpus immobile. Quod autem nobis tale apparet, ideo videtur eundem semper locum tenere, quia telluris globo aut alteri copori magno adhæret, quod quidem movetur loco nonnihil quantum postulant hæ ipsæ leges nostræ,

2-4 nec ... derogatur *add.* L 3 ipsis | qu *del.* | L 3 rectilineo | in *for-* *del.* | L 4 supererunt | eadem quæ ante *del.* | L 4 progressivæ | quam resp *del.* | L 5 quam | respecti *del.* | L 5 sane (1) admiranda *corr.* (2) admirandam naturæ *del.* (3) admirandas *corr.* (4) admirandam L 5-6 satis | consideran *corr.* | L 7 declarant. | Videtur quidem fallere *del.* | L 7 nostras, (1) cum *del.* (2) cum ... *A add.* L 8 immobile | inciditur, aut cum corpus *del.* | L 10 adveniens, | adeo *del.* | L 10 cum | in *del.* | L 11 firmum (1) *L corr.* (2) *M* | incurrunt ab *del.* | L 11 opposita | *LM del.* | L 11 *LM*, | occurrunt lineis *del.* | L 12 parte | (1) libr (2) lineæ *del.* | L 12 libræ | (1) id est (2) vel amb *del.* | L 12 ambo (1) veniendo *del.* (2) tenendo *add.* L 13 enim | Manifestum est *del.* | L 13-14 reflecti (1) posse corporum *del.* (2) potest ... motorum *add.* L 14 gravitatis (1) | ut *corr.* | *A* in corpore *B*, vel *del.* | (2) (ut | centrum ... *A (a)* (si solum sit) *(b)* a ... vel *add.* | L 15 *D*; (1) vel *del.* (2) vel denique *add.* L 15 reflectitur) *corr.* L 16 *F* (1) velut *del.* (2) et *add.* L 16 *G* (1) velut *del.* (2) quod *add.* L 17 reflectetur. | Sed huius rei causa est quod *del.* | L 17 solvi | potest *del.* | L 17 potest | præsertim enim *del.* | L 18 si daretur *add.* L 19 gravitatis | in ipsamet *del.* | L 20 quiescit; (1) considerando *del.* (2) sciendum ... revera *add.* L 21 videtur (1) pr *add. et del.* (2) eundem semper *add.* L 22 quia | magno alicui corpori adhæret, exempli causa ædificio, quod *del.* | L 22 globo | (1) quod tam parum loco movetur ob magnitud *del.* (2) quod a magna vi impressa *add. et del.* L 22-23 adhæret, (1) quod quidem *del.* (2) ut telluris globo *add. et del.* (3) quod quidem *add.* L

sed motus ejus insensibilis ob summam tarditatem quam corporis magnitudo postulat percipi nullo modo potest. Idem est si corpus aliquod firmum vi insensibilium corporum continue resistentium suum locum tueatur. Semper igitur verum manebit, et vim respectivam, corporum invicem, et vim progressivam directionis totalis conservari. Hanc Naturæ legem non consideravit quidam ex celeberrimis nostri sæculi philosophis, dum putavit ad cogitationes voluntatesque animarum non quidem mutari quantitatem motus, mutari tamen directiones motuum in corporibus. Sed hoc fuit non minuere, sed transferre tantum difficultatem. Neque enim Natura minore cura summam virium directricium, quam absolutarum (quas ille Philosophus cum quantitate motus confudit,) conservare studet. Et fieri potest, ut concomitantia quadam (si ita appellare licet) a Conditore ab initio stabilita, consentiant animarum et corporum actiones, et si neutrius leges alterius occasione minima ex parte violentur quod mirum videri non debet, cum unaquæque singularis substantia ita comparata sit ut in notione sua completa totum universum involvat, et secundum certos considerandi modos omnia per se ac velut sponte facere dici possit [(¹)addatur propositio 6].] Sed ista quidem huius loci non sunt.

[425] In universum cum motus fit nihil in corporibus invenimus quo determinari possit quam mutationem situs, qui semper in respectu consistit. Itaque motus sua natura est respectivus. Hæc autem de Mathematico rigore intelliguntur. Interim nos motum tribuimus corporibus secundum eas Hypotheses, per quas aptissime explicantur, neque aliud est Hypothesin veram esse quam aptam. Itaque cum navis plenis velis in mari fertur possibile est omnia phænomena exacte explicare navem quiescere supponendo

2 aliquod | vi r del. | L 3 resistentium | locum del. | L 3 tueatur | Hanc legem naturæ non del. | L 4 manebit, | centr del. | L 4 respectivam, | et diverso del. | L 4 corporum | «sim» del. | L 5 non add. L 6 putavit | animas seu substantias incorporeas non quidem mutare quantitatem motus, mutare tamen direction del. | L 7 voluntatesque add. L 8-9 Sed (1) sciendum est (a) hoc non est tollere (b) hæc vero est mutare non tollere del. (2) hoc fuit add. non ... transferre add. L 11 motus | confuderat corr. | L 11 studet | (1) Ita (2) Sed (a) ser (b) fi del. | L 12 quadam (1) a Conditore add. et del. (2) (si ... Conditore add. L 12 a Conditore add. L 14 occasione | vel del. | L 14-15 debet, | «cuius» del. | L 15 singularis add. L 17 omnia (1) sponte ac per se del. (2) per se add. L 17 ac ... sponte add. L 17-18 add. prop. 6 add. L 19 universum | cum ... (a) «sit» (b) fit add. | L 19-20 quo ... possit add. L 20 consistit. | cuius nullum ex natura motus principii del. | L 22 intelliguntur. Interim nos (1) Nos autem del. (2) Interim nos add. L 22 motum | (1) iis tribuimus (2) iis del. | tribuimus | et recte, per del. | L 23 quas | distinctissime del. | L 23 est | veritas Hypothesium, quam optima ex del. | L 25 est | omnia del. | L 425.25-426.1 explicare (1) supposito add. et del. (2) navem ... atque add. L

atque affingendo omnibus universi corporibus motus ad hanc hypothesin congruentes. Sed hoc etsi nulla demonstratione mathematica refutari queat tamen ineptum foret. Memini quidem Viro cuidam præclaro olim visum ex motibus quidem rectilineis non posse discerni sedem subjectumve motus, 5 posse tamen ex curvilineis, quoniam quæ revera moventur recedere conantur a centro motus sui. Atque hæc fateor ita se habente, si ea esset natura retinaculi seu firmitatis atque adeo et motus circuaris quæ communiter concipi solet. Verum omnibus exacte consideratis reperi motus circulares nihil aliud esse quam rectilineorum compositiones neque alia in natura esse re- 10 tinacula quam ipsas motuum leges. Et ideo nobis aliquando non apparet æquipollentia hypothesium quod omnia eventa aliquando non apparent ob corporum ambientium insensibilitatem, et sæpe systema aliquod corporum cum aliis incommunicans videtur, contra quam res se habet. Cæterum ex hoc solo principio quod motus sua natura sit respectivus adeoque 15 omnes hypotheses semel consentientes semper idem producant, cæteræ naturæ leges hætenus expositæ demonstrari potuissent quod admonere operæ pretium fuit.

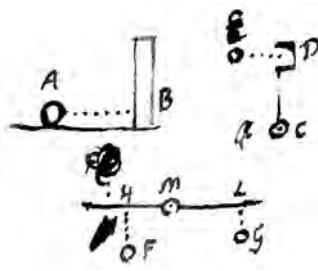


Figura 239



Figura 240 (del.)

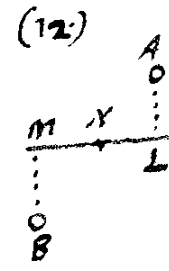


Figura 241

1 affingendo | (1) motus (2) reliquis del. | (3) omnibus add. L 1 corporibus | tales motus quæ del. | L 1 motus | (uniformes quoque) add. et del. | L 2 congruentes. | (1) Quo (2) Id vero del. | (3) Sed hoc add. L 2 nulla | mathematica del. | L 2 mathematica add. L 3 foret. (1) Cæterum del. memini corr. (2) Memini ... (a) me a viro quodam del. (b) Viro cuidam add. L 3 quidem add. L 3 olim | (1) intellexisse (2) audisse del. | L 3 visum | in rectili del. | L 6 sui. | (1) Verum h (2) Et hæc vera del. | essent (3) Atque ... fateor add. | (a) essent del. | (b) ita se habente add. | L 8 Verum | exa del. | L 8 reperi | et firmitates, et del. | L 9 rectilineorum | motuum del. | L 9 compositiones | neque quicquam (1) autem (2) unquam (3) a motu suo revera impediri atque retineri, sed directionem (a) tantum (b) unamquamque tantum cum aliis novis componat del. L 10 ipsas | motuum compositiones del. | L 10-11 leges. (1) Seu del. (2) Et ideo add. | (a) quo (b) non del. | (c) non | apparere æquipollentiam corr. | (d) | nobis aliquando add. | ... æquipollentia L 11 omnia | nobis phænomena seu ev del. | L 12 sæpe add. L 13 incommunicans (1) appareat del. (2) videtur add. L 13-17 Cæterum ... fuit add. L 15 cæteræ | omnes del. | L

[426]

Propositio 17

Omnes motus sunt compositi ex rectilineis et omnes motus rectilinei suis directionis conservantur.

Et quidem omnes Motus rectilinei conservantur, nec flecti vel tolli in speciem, scilicet compensando aut cum aliis componendo. Neque enim in natura corporum aliquid est contrarium conatui quam alius conatus. Cum ipsa per se corpora conatus quoscunque recipere possint. At vero etiam omnes conatus contrarii sunt compatibles inter se, et conatus quilibet conatum contrarium non tollit, sed compensat. Cum autem omnes motus per se ac sua natura sint rectilinei, nisi impediuntur (ut supra ostendimus) revera autem nunquam impediuntur, sed tantum aliis motibus componantur, itaque nulla alia motus curvilinei origo intelligi potest quam ex compositione rectilineorum.

At inquires nonne possumus fingere globum aliquem [Fig. 240] recta procurrentem versus *B* a cavitate quadam in radii *CB* extremitate posita capi, atque ita cogi vertere motum rectum in circulem circa centrum *C*. Respondeo nec radii nec centri firmitatem dari absolute velut in vacuo sed centrum *C* non aliam ob causam esse firmum, quam quod adhæret corpori magno, cuius motus est tardissimus et quod locum tuetur vi ambientium. AdhæSIONem autem a corporum insensibilium ictibus derivari, et horum impressionibus usatis non ulla alia captivitate motum ipsius *A* fieri circulem ut mox amplius exponemus. Miras quasdam certe atque arcanas natura artes habet, quibus leges suas tuetur. Etsi id nobis non semper appareat. Ita nunquam perit vis ictus etiam in mollibus, sed in corporum partes insensiles motus pro ea parte transmittitur. Nunquam fit mutatio per saltum, etsi nobis corpora dura immediate resilire videantur. Nullus destruitur conatus, etsi in corporum concursibus ita videatur. Nimirum ut chordam trepidantem natura sponte secatur in parte æquales, ita et in corporum concursibus

427.1-429.12 *del.* L 1 *Propositio* (1) 19 *del.* (2) 17. *add.* L 2 Omnes | (1) co (2) motus omni *del.* | L 2 rectilineis | omnisque di *del.* | L 3 rectilinei (1) conservantur *del.* (2) suis ... conservantur *add.* L 4 quidem | si m *del.* | L 4 Motus (1) sua natura esse rectilineos (a) manifestum (b) supra ostensum est. (aa) Quod si (bb) Cum (aaa) au (bbb) jam vero omnes *del.* (2) rectilinei *add.* L 4-5 conservantur, (1) neque *del.* (2) nec ... componendo *add.* L 4 nec (1) minui *del.* (2) tolli | ve *del.* | (3) | flecti vel *add.* | tolli L 5 scilicet *add.* L 5 Neque *add.* L 6 aliquid *add.* L 6 ipsa | sine ↔ *del.* | L 6 per se *add.* L 7 quoscunque | recipiant *del.* | L 7-8 etiam ... et *add.* L 7 etiam *add.* L 7-8 conatus contrarii *add.* L 9 compensat |, adeoque omnes conatus sunt compatibles inter se. (1) Cum ergo omnes (2) Quemadmodum motus rectilinei conservatur et omnis per se est *del.* | L 9 compensat (1) J *corr.* (2) Cum 12 rectilineorum. | || Prop. 20 *del.* | L 13-20 At ... exponemus *add.* L 13 inquires (1) fingamus *del.* (2) nonne ... fingere *add.* L 13 aliquem | radiu *del.* | L 14 versus (1) *CB* ibi capi *del.* (2) *B* *add.* L 14 quadam | capi at *del.* | L 14 radii | *B* *del.* | L 15 vertere | circula *del.* | L 15 circulem |. Respondeo (1) hoc (2) ne *del.* | L 16-18 vacuo (1) sed *del.* (2) sed ... autem *add.* L 20 *A* | «videri» *del.* | L 21 certe *add.* L 22 Ita | semper *del.* | L 25 corporum | (1) concursibus (2) durorum inæqualium *del.* | L 25-26 ut | n *del.* | chordarum trepidationem *corr.* | L 26 concursibus | (1) tale quid *del.* (2) æquipollens aliquid *add.* et *del.* | observatur, inter corpora autem æqualia (a) mutua compositio (b) mutua (aa) ictuum (bb) conatum *add.* transmissione (aaa) fit (bbb) fit (ccc) fit quies, quæ elastro hoc est motu partis cuncta aptissime moderatur *del.* | L

æquipollens aliquid observatur. Et duo globi æquales directe concurrentes motus suos invicem exacte transmittunt. Et perinde fit ac si obstaculum non occurrisset, dum alter alteri gemello succedit. Reciproce autem proportionales quantitatem progressus propriam invicem transmittunt.

5 *Propositio 18[†]*

Non tantum in motibus rectilineis (ut hactenus ostendimus) sed et in universum vera est NOSTRA NATURÆ LEX CONSERVANDÆ DIRECTIONIS TOTALIS hoc est easdem in omni systemate corporum cum aliis non communicantium, et in primis in toto universo servari in summa vim secundum quascumque parallelas directricem, et vel quiescere vel motu uniformi in directum progredi centrum gravitatis.

10 Sequitur ex præcedenti quia omnes motus curvilinei sunt tantum compositiones rectilineorum. Rem autem in rectilineis satis demonstravimus, et ante concursum res Geometrice constat. Et concursu non tantum [*desinit abrupte*]

15 Hoc demonstravimus in rectilineis ex eo quod progressus patet succedere ante concursum quod igitur res in curvilineis succedere non videtur, sane ut corpore *A* a radio *CB* capto id in speciem est.

20 Si qui motus essent curvilinei per se, ut vulgo concipimus firmitasque in corporibus per se esset, nec ex ipsa motum compositione eveniret, quod centrum *C* firmum est[,] Lex nostra non esset generalis, ut mox clarius patebit.

[†]*In margine* inseratur hic propositionem 17 scripta post 19

1-2 aliquid (*x*) contingit. Et corpora æqualia suos motus invicem exacte transmittunt perinde quasi nullum obstaculum occurrisset. Ita ut perinde sit *del.* (2) observatur. (*a*) | Et duo globi *del.* | (*b*) | Et ... transmittunt *add.* | perinde ac *del.* | **L 2** si | *im* *del.* | **L 2** obstaculum | non *del.* | **L 3** dum | occurrens priori *del.* | **L 4** propriam *add.* **L 5** *Propositio* | 17. *corr.* | **L 6** (*x*) Leges naturæ hactenus in (*a*) solis rectilineis motibus (*b*) motibus corporum liberis (*aa*) seu (*bb*) rectilineis demonstratæ *del.* (2) Non **L 6-7** (ut ... ostendimus) *add.* **L 7-8** universum vera est NOSTRA NATURÆ LEX CONSERVANDÆ DIRECTIONIS TOTALIS | (*x*) verum est *del.* | (2) veræ sunt (*a*) Leges Naturæ (*b*) nostræ naturæ leges *add. et del.* | (3) VERA ... TOTALIS *del.* **L 8** hoc est *add.* **L 9** aliis | in omni *del.* | **L 9-10** et ... universo *add.* **L 10** servari | vim *del.* | **L 10** secundum ... parallelas *add.* **L 10-11** directricem, (*x*) et æqualiter *del.* (2) et ... vel *add.* **L 12** gravitatis. | Et omnes hypotheses de subjectis motuum inter se æquipollere *del.* | **L 13-15** Sequitur ... tantum *add.* **L 15** concursum | geo *del.* | **L 16** (*x*) Utrumque demonstratur ex suis (*a*) propriis (*b*) principiis generalibus rectæ rationis *del.* (2) Hoc **L 16** rectilineis | ex principio conservandæ potentiæ absolutæ *del.* | **L 16-18** quod | (*x*) ante concursum succedit, nec per concursum mutatur. Sed in curvilineis motibus ne quidem (*a*) succedit (*b*) ante concursum succedere videbatur *del.* | (3) | Geometrice *add. et del.* | progressus *add.* | patet succedere *add. et del., res. ed.* | ante concursum *add.* | (*a*) Jam curvilineis (*b*) at per concursum (*aa*) ut (*bb*) non mutatur (*c*) Jam curvilineis in speciem non succedit et sane *del.* | (*d*) res *add. et del.* | (*e*) quod ... videtur, (*aa*) id in speciem est (*bb*) sane ... est *add.* | **L 19-21** Si ... patebit *add.* **L 19-21** firmitasque ... est *add.* **L 20** esset, | non *corr.* | **L 20** quod | corporum *del.* | **L 21** nostra | vera *del.* | **L 21** esset | *v-* *del.* | **L**

In not. marg.: (*x*) præ (*2*) inseratur ... 19 **L**

15 tantum hic signum + *add. L sed respondens textus non reperitur. **19** se, Signum insertionis pro firmitasque ... est hic *add. et del. L**

[428] Sed revera omnes curvilinei motus non nisi compositiones sunt rectilineorum, nec firmitas oritur nisi ex motu vel ex ipsa nostra lege evincitur. Hanc autem universalem esse consideranti patet. Integer enim corporum conatus seu directio totalis non nisi aliunde mutari ac flecti tardarique aut accelerari potest. Aliunde autem mutari est contra Hypothesin, quia systema corporum supposui-
mus cum aliis non communicare. Eandem ergo directionem talem tam linea
quam celeritate manere necesse est. 5

Hanc legem non consideravit quidam ex celeberrimis nostri sæculi philosophis, dum putavit animas non quidem mutare quantitatem motus, mutare tamen directiones motuum in corporibus. Neque enim minore cura natura
summam virium directricium, quam absolutarum (quas ille philosophus cum
quantitate motus confuderat) conservare studet. 10

Propositio 19

Non tantum in motibus rectilineis (ut hactenus ostendimus) sed et in universum vera est: quam stabilivimus NATURÆ LEX DE ÆQUIPOLLENTIA HYPOTHESIUM, seu quod Hypothesis semel respondens phænomenis præsentibus respondebit semper adeoque et phænomenis consequentibus, quomodocunque corpora agant inter se. Modo scilicet corporum systema sit cum aliis incommunicans, seu nullum superveniat agens externum. 15

Hoc demonstratur ex propositione 16 quod scilicet nihil aliud sunt motus omnes quam rectilinei uniformes compositi, in quibus res succedit per propositionem 14. Sed idem aliter demonstratur ex generali Axiomate quod

1 (1) Cum verum non esset *del.* (2) Sed L 1-2 rectilineorum, | et *del.* | L 2 firmitas vel cohæsiō (1) sive cohæsiō *add. et del.* (2) vel cohæsiō *add.* L 2 motu | ut *del.* | L 2 ex | nostra *del.* | L 2 lege | convincitur *corr.* | L 3 patet. | Totus *del.* | L 3 enim (1) naturæ *del.* (2) corporum *add.* L 3 conatus | non *del.* | L 3 seu | summa *del.* | L 4 flecti | rel *del.* | L 4 potest. | Supponimus autem (1) nihil a (2) nullum adesse agens externum in (a) corpo (b) systema. Sed in su *del.* | L 6 Eadem *corr.* L 6 ergo et | linea *corr.* | directionis totalis (a) et (b) eamque rectam (c) (rectam) et | celeritas *corr.* ejus (aa) esse (bb) manere necesse est *del.* (2) et lineam ... celeritatem ... est *del.* (3) directionem talem *add.* L 8-12 Hanc ... studet. *add.* L 8 (1) Itaque *del.* (2) Hanc ... consideravit *add.* L 9 putavit | (1) animas (2) cogitati *del.* | L 10 motuum | . Neque *del.* | L 15 est: (1) NOSTRA *del.* (2) quam stabilivimus *add.* L 16 quod | quacunque *del.* | L 18 consequentibus, | scilicet nihil externum accedat *del.* | L 19 se |, (1) modo nullum supervenie (2) sed hæc *del.* | L 22-24 | (1) Hoc etiam demonstraveramus hactenus (a) ex via (b) in rectilineis (2) Hoc quidem (3) Id demonstratur ex generali *del.* | (4) Hoc ... determinata *add.* L 22 ex | prop. (1) 16 (2) 17 *del.* | L 24 quod | ea *del.* | L

2 lege *Hic signum insertionis add. L et connexit alio respondente in margine, sed addendum non scr.* 8 quidam *vide:* R. Descartes, *Les passions de l'âme*, I, art. XXXI, AT 11, 352; art. XLVII, 365; etenim H. Regius, *Fundamenta physices*, Amstelodami: L. Elzevirium 1646, 298; B. Spinoza, *Korte Verhandelng*, II 20, G 1, 96-7.

quorum determinantia discerni non possunt, eorum nec discerni possint determinata. Ac proinde cum in causa seu statu præcedente hypotheses diversæ discerni non possint (per propositionem 16 capitis de directione) quamdiu scilicet corpora motibus rectilineis liberis feruntur utique nec in
 5 effectibus seu statibus sequentibus quibuscunque poterunt discerni. Neque adeo in concursibus aut aliis quibuscunque eventibus, licet forte quidam motus ex rectilineis in circulares ob corporum cohæsiones vel firmitatem et obstantia retinacula convertantur. Cum ergo omnes motus etiam circulares aliive curvilinei potuerint orti esse ex præcedentibus rectilineis unifor-
 10 mibus, per objecta forte retinacula in curvilineos mutatis. Et motus semel datus quomodocunque prius fuerit productus eosdem eventus nunc habere debeat quos alius per omnia gemellus licet prius aliter productus; ideo generaliter Hypotheses nullis unquam phænomenis poterunt mathematico rigore discerni.

15

Propositio 20

[429]

Corporum firmitas seu partium cohæsiō oritur a motu seu conatu unius corporis versus aliud impulsu.

Nam (ex propositione 17) omnes motus sunt rectilinei uniformes inter se compositi. Sed si corporum firmitas aliunde quam a motuum com-
 20 positione est, gyratio quoque aliunde quam a compositione nascitur, ipsa scilicet necessitate quæ sequitur ex hypothesi firmitatis. Utique enim rec-

2 proinde | si *del.* | L 2 præcedente | div *del.* | L 2-4 hypotheses (1) diversæ non discerni, neque *del.* (2) diversæ ... utique *add.* L 3 (per ... directione) *add.* L 5 effectibus (1) seu statu sequente *del.* (2) seu *add.* L 6 quibuscunque | actionibus, (1) discernendi ra (2) aut si forte ex *del.* (3) ut si forte *del.* | (2) eventibus, *add.* | aut si *add. et del.* | L 6 licet *add.* L 6 forte | ex concursibus *del.* | L 7 ex | circularibus *del.* | L 7 circulares (1) convertantur si in fir *del.* (2) ob corporum cohæsiones se *add. et del.* L 7 cohæsiones vel *add.* L 7-8 et ... retinacula *add.* L 7-8 et resistantia *corr.* | L 8 convertantur |, poterunt discerni *del.* | L 8-9 motus (1) etiam circulares intelligi possunt orti ex *del.* (2) etiam ... curvilinei (a) conc (b) potuerint ... præcedentibus *add.* L 9-10 rectilineis (1) si qua *del.* (2) uniformibus, *add.* (a) per objecta fo *add. et del.* (c) per objecta *add.* L 10-13 retinacula (1) objiciantur, in universum *del.* (2) | in ... mutatis, *add.* | (a) ideo generaliter *add. et del.* | (b) et ... generaliter *add.* | L 10 mutatis |, *corr. ed.* | Cum *add. et del.* | L 10 Et | cum *del.* | L 10 motus | da *del.* | L 11 datus | (1) idem pot (2) eosdem (a) mot (b) «suos» (c) eventus omnibus paribus habere debeat *del.* | L 11 productus | Itaque omnes motus etiam circulares causa utcunque *del.* | L 12 alius | gem *del.* | L 12 omnia | gem *del.* | L 12 gemellus | per prop. 16 cap. de directione *del.* | L 12 licet | (1) potius *del.* (2) prius *add.* L 13 phænomenis | dis *del.* | L 13 poterunt | dis *del.* | L 18 (1) Quoniam enim *del.* (2) Nam *add.* | prop. 17 oste *del.* | L 18-19 sunt | compositi ex *del.* | rectilineis *corr.* | uniformibus *del.* | (2) rectilinei | uniformes ... compositi *add.* | H *del.* | L 20 nascitur, | ex *del.* | L 21 enim | (1) rectam corpoream firmam seu crass (2) cylindrum *del.* | L

tam corpoream [Fig. 241, p. 426] seu crassitudine præditam, ac firmam LM , in extremitatibus L et M æquali vi respectiva contrariorum motuum AL , BM , a corporibus A et B simul pulsata progredientibus corporibus, in gyrum agi necesse est circa punctum medium N , sed ita materia circa L vel M a centro N recedere tentans sola firmitate corporis, non motu contra- 5
rio impresso retinetur; nec proinde motus circularis iste consistit in compositione rectilineorum; nisi ipsam firmitatem motu quodam appressionis explicemus. Idem conficitur ex propositione 19, quam non tantum ex propositione 17. sed et alia diversa ratione demonstravimus unde rursus propositio 17. ex propositione 19 una cum præsentē 20 regressu quodam 10
aliter quam supra demonstratur. Nimirum quia in propositione 19 ostensa est ob naturam motus respectivam, hypotheses esse indiscernibiles, etiam cognosci non debet utrum corpus aliquod gyretur. Sed posito firmitatem atque adeo gyrationes ex motuum rectilineorum compositione non nasci, motum absolutum a quiete discernendi ratio datur. Sit enim [Fig. 242, p. 433] 15
corpus ACB gyrans circa suum centrum C , juxta seriem punctorum ADB , et jam ponatur firmitatem corporis dissolvi, partemque extremam ut A rupto vinculo separari, ibit linea recta versus E si verus fuit corporis AB motus, sin apparens tantum fuit, pars A cum reliquo corporis ACB manebit, non obstante vinculi solutione. Atque ita habebimus rationem necessariam discernendi motum verum ab apparente contra propositionem 19. Neque hoc evitabitur, nisi firmitas corporis ACB oriatur a corporum ambientium appressionē. Cum enim omnes ita motus sint rectilinei, nec aliud fuerit gy- 20
2 M | æqualib *del.* | L 2 contrariorum | *mo del. et add. et del.* | L 3 progredientibus corporibus *add.* L 4 N , | cum aliter corpora (1) non (2) non s (3) A et B progressura non sint, quod absurdum foret, eo ipso quia *pr del.* | L 4 ita | portio a *ce del.* | L 4-5 materia (1) a centro *del.* (2) circa ... N *add.* L 5 firmitate | non (1) vincu (2) re (3) *mo (4) im del.* | L 5 corporis, non *add.* L 6 retinetur; | (1) ipsam igitur (2) nisi firmitatem ipsam motu quodam appressionis explicemus. *del.* | L 6 iste | oritur ex *del.* | L 7 nisi *del. et rursus add.* L 9 (unde *corr.* L 11 propositione | 17 os *del.* | L 11-12 19 (1) | ostensum *corr.* | est | omnes Hypotheses *del.* | (2) ostensa est | æquipollentia *del.* | L 12 respectivam, | et [430] (1) per se (a) indiscernibilem *corr.* (b) indiscernibilis (aa) omnes (bb) hypotheses (2) hypothesisum indiscernibilitatem hinc nascentem hypotheses esse debere indiscernibiles, (a) sequitur cognosci (aa) de (bb) non debere (b) sequitur *hy del.* | L 13 cognosci | non debet utrum corpus aliquod gyretur. Sed si firmitas *del.* | L 13 Sed posita firmitate *corr.* L 13 firmitatem | in motu non nasci, utique ac *gyra del.* | L 14 nasci, | *dis del.* | L 16 corpus | AB *del.* | L 16-17 C , (1) ponaturque *del.* (2) juxta ... ponatur *add.* L 17 dissolvi, | et *del.* | partem *corr.* | ut A *del.* | L 18 E | si vere *del.* | L 19 tantum | pones et *del.* | L 19 cum | reliqua manebit. Sed si *del.* | L 19 ACB *add.* L 20 rationem (1) moti (a) perfectam (b) mathematicam *add. et del.* (2) necessariam *add.* L 21 motum | *p del.* | L 21 19. (1) Sed *del.* (2) Neque *add.* L 22 evitabitur, | si *corr.* | L 23 appressionē |, soluto enim vinculo in quod appressiones exercebantur, si corpus recedit per tangentem, non ideo sequitur vere corpus (1) A qu (2) ACB fuisse motum, sed saltem moveri *del.* | L

ratio quam certa quædam motuum rectilineorum compositio, et in mere rectilineis motibus absolute loquendo et geometrica necessitate hypotheses invicem discerni nequeant, (per propositionem 19) sequitur nec in gyrationibus discerni posse. Sed ostendamus distinctius quomodo gyratio quædam circa centrum, et appressio corporum ex sola conatuum rectilineorum impressione oriatur. Nempe sit mobile A tendens directione et celeritate repræsentata per rectam elementarem indefinite parvam ${}_1A_1\alpha$ [,] sit autem corporum ambientium conatus

Cum non nisi vi externi agentis mutari cursus ejus ac flecti possit. Similiter demonstrari in universum potest. [431]

10 Utique enim si fingamus [Fig. 243.1-2] corpus A directe motum incidere in excipulam B positam in extremitate radii CB , convertetur motus rectilineus in circularem. Quod si ergo firmitas est quiddam non ex motibus ortuum, manifestum est mutatam esse in lineam. Ponamus enim corpus A directe motum incidere in
15 excipulam B positam in extremitate radii CB cujus centrum est firmum [*desinit abrupte*]

Ponamus [Fig. 243.3] corpus unum progredi in linea recta. Et quidem quamdiu corpora moventur in linea recta [*desinit abrupte*]

perpetuo pellens mobile A versus centrum C , ita ut eandem semper ab
20 eo distantiam servet (quia scilicet alioqui præsens motus ambientium turbatur); et sit [Fig. 244.1-3, 244, p. 434] impulsus ut recta ${}_1A_2A$ ita ut ${}_2A$ cadat in circulum centro C radio C_1A descriptum, (quem sane impulsum ${}_1\alpha_2A$ comparatione celeritatis præcedentis incomparabiliter parvum esse necesse est, ut jam notavimus ad propositionem 18. hic[;] est enim æqualis vi centrifugæ ipsius A qua a centro recedit, quam infinite parvam esse respectu celeritatis seu impetus infinitis istis impulsibus concepti jam ostensum est propositione 28. de Causa et Effectu).

1 compositio, | (1) et (2) et in motibus mere rectilineis *del.* | L 1 et *add.* L 1 mere | li *del.* | L 2 et *del. et rursus add.* L 3 nequeant, (per propositionem 19) sequitur nec (1) sequitur nec *del.* (2) (per ... nec *add.* L 4 Sed (1) videamus *del.* (2) ostendamus distinctius *add.* L 5 centrum, (1) adeoque ad basin ad certam distantiam a quodam puncto (a) fix (b) velut fixo *del.* (2) et *add.* appressio corporum *add.* L 5 sola (1) motum *del.* (2) conatuum *add.* L 6 sit *del. et rursus add.* L 6 celeritate | (1) repræ (2) $\leftrightarrow$ *del.* | L 7 elementarem ... parvam *add.* L 7 elementarem |, seu quavis assignata minorem *del.* | L 8 ambientium | vis *del.* | L 8 conatus *hic reclamantem* perpetuo pellens *add.* L 9-18 Cum ... recta *del.* L 9 | (1) Cum deflectere nisi ab externo agente non possit (2) cum cursus ejus in *del.* | (3) Cum L 9 possit. | Idemque *del.* | L 9 Similiter | *et del.* | L 11 directe motum *add.* L 13 firmitas | per se *del.* | L 14 corpus (1) A inci *del.* (2) A *add.* L 17 Ponamus | corpora *del.* | L 17 recta | Et quidem (1) ob (2) cum in motuum rectilineorum concurs *del.* | L 21 ut recta ${}_1A_2A$ | (1) ${}_1A_1\alpha$ (2) qui quidem respectu celeritatis ${}_1A_1\alpha$ est infi *del.* | (c) ${}_1\alpha_2A$ *add. et del.* (3) ut ... ${}_1A_2A$ *add.* L 22 descriptum, | quo fac *del.* | L 24 jam | supra *del.* | L 24 hic |) *del.* | L 24 enim | idem *del.* | L 25 recedit, | quam ostendimus esse *del.* | L 25 quam | et (1) in (2) in *del.* | L 26 celeritatis (1) id est *add. et del.* (2) seu ... concepti *add.* L



Figura 242



Figura 243.1 (del.)



Figura 243.2 (del.)



Figura 243.3 (del.)

[432]

His positis manifestum est mobile quo temporis elemento venisset ab ${}_1A$ ad ${}_1\alpha$, nunc venire ab ${}_1A$ ad ${}_2A$, et ita ferri motu composito ${}_1A_2A$. Seu celeritate et directione repræsentata per rectam (ab arcu circuli inassignabili inconsiderabiliter differentem) ${}_1A_2A$. Ac proinde vi concepti conatus ut ${}_1A_2A$, porro tendere in recta ${}_1A_2A$ continuata ad 2α conatu ${}_2A_2\alpha$ æquali ipsi ${}_1A_2A$. Sed cum ita rursus exeret seu recedat a circulo, utique a causa prioris iterum pelletur versus centrum C , usque ad circulum conatu ${}_2A_3A$, iterum incomparabiliter minore quam est celeritas seu impetus ${}_2\alpha_3A$ et ita motu movebitur ex ${}_2A_2\alpha$ et ${}_2\alpha_3A$ composito, id est motu ${}_2A_3A$, qui rursus continuabitur per se in ${}_3A_3\alpha$; unde corpus conatu ${}_3\alpha_4A$ ad circulum repellitur. Et ita porro. Quoniam autem rectæ ${}_1A_2A$, et ${}_2A_2\alpha$ sunt æquales, ut ostendimus, et recta ${}_1A_2A$ ab arcu circulari ${}_1A_2A$; itemque recta ${}_2A_2\alpha$ ab arcu circulari ${}_2A_3A$ differunt inconsiderabiliter, ita scilicet ut in initiis seu conatibus motuum, de quibus agitur, error sit minor quovis dato; ideo cum manifestum sit assumpto tempore satis parvo errorem seu differentiam ad ipsa quæ differre dicuntur habituram esse rationem data minorem (quod nunc prolixè explicare non vacat) utique ob æqualia temporis elementa assumpta (quoniam scilicet celeritates per progressus ipsos elementares expressimus;)

I His positis *add.* *L* **I-2** est (1) mobile ferri motu (a) A (b) co (c) constante A *del.* (2) mobile ... ita *L* **I** quo | tempore *corr.* | *L* **I** venisset | ad *del.* | *L* **2** ${}_1A_2A$. | Et similiter *del.* | *L* **3-4** inassignabili (1) non *del.* (2) non nisi incomparabili (a) «qu» (b) erroris parvitate *add. et del.* (3) inconsiderabiliter *add.* *L* **5** porro | (1) progredi (2) pr *del.* | *L* **5** conatu | ${}_2A\alpha$ *del.* | *L* **6** circulo, (1) ab eadem causa *del.* (2) utique *add.* *L* **7** conatu | iterum incomparabili «cum» celeri *del.* | *L* **8** impetus | ${}_2A_3A$ *del.* | *L* **8** ${}_2\alpha_3A$ | id est *del.* | *L* **9** motu (1) ex *del.* (2) movebitur ex *add.* | ${}_2A_2A$ *del.* | *L* **9** motu | ${}_3A$ *del.* | *L* **10** corpus | ad ${}_4A$ *del.* | *L* **11** porro. | Manifestum est autem cum impressæ celeritates æqualibus scilicet temporum elementis repræsententur per rectas ${}_1A_1\alpha$, (1) si (2) ob (3) æqualia esse triangula ${}_1AC_2A$, et ${}_2AC_2\alpha$ (a) et triangulum ${}_1A$ (b) posito (aa) est (bb) rectas ${}_1A_2A$ et ${}_2A_2\alpha$ cadere in directum, jam triangulum ${}_1AC_2A$ inconsiderabiliter differt a sectore elementari ${}_1AC_2A$, similiterque triangulum ${}_2AC_2\alpha$ inconsiderabiliter differt a sectore elementari; tam parva enim assumi rec *del.* | *L* **12** ab | arcub *corr.* | *L* **13** ${}_2A_3A$ *add.* *L* **13** ita | ut *del.* | *L* **13-14** conatibus | error *del.* | *L* **14** dato; ideo cum (1) cum *del.* (2) ideo cum *add.* *L* **17** vacat) (1) itaque cum æqualibus temporibus elementis assumtis *del.* (2) utique *add.* ob *add. et del. et rursus add.* æqualia ... assumpta *L*

- patet æqualibus temporis elementis æquales arcus circulares absolvi, seu circulationem esse uniformem. Itaque ex motu rectilineo per se uniformi, sed accedente conatu paracentrico in circulem mutato oritur circulatio quoque uniformis. Quod memorabile est, experimentisque consentit.
- 5 Habemus ergo conversionem motus rectilinei in circulem per conatum rectilineorum compositiones explicatam quæ sola ratione æquipollentiæ Hypothesium satisfieri potest.

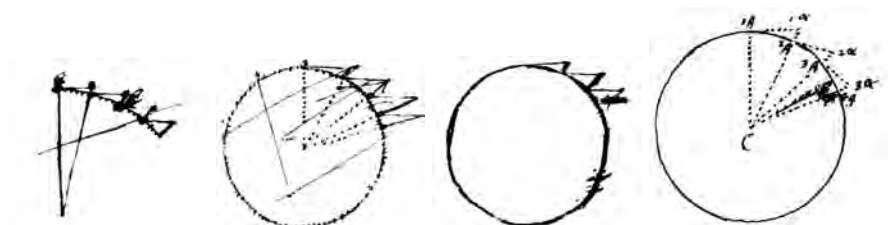


Figura 244.1 (*del.*) Figura 244.2 (*del.*) Figura 244.3 (*del.*) Figura 244

Propositio 16.

[433]

- Partium cohæsio seu corporum firmitas oritur a motu seu
 10 conatu unius corporis impulsu.[†]

- Certum est explicandam esse causam cohæsionis ex his quæ de corpore intelligimus, uti sunt magnitudo, figura, quiesve aut motus. Sed præter motum nihil horum ad rem facit. Sit enim [*Fig. 246.1-2, p. 436*] corpus *ABC*, cuius pars *AB* impulsu ictu veniente in *DE*, non relinquit *BC* in loco priore,
 15 sed secum moveat. Quæritur ratio hujus tractionis. Et quidem si velimus eam ad pulsus reducere concipiendos hamos quosdam corporis unius *AB*, inseri in ansas corporis alterius *BC* vel funes quosdam aut plexus fibrosos

[†] *In margine fig. 245 (p. 436).*

1 patet | fore (1) temp (2) æquales quoque *del.* L 1 æquales | cir *del.* | L 2 sed *add.* L 3 accedente | vi quod *del.* | L 5 per | solas *del.* | L 6 compositiones | «motibus» *del.* | L 6-7 quæ ... potest *add.* L 8-10 prop. 16 ... *del.* L 9 (1) Corporum *del.* (2) Partium *add.* L 9 oritur | (1) vi (2) ab impulsu co (3) a conatu (4) ab impulsu quodam continuo unius versu *del.* | L 10 conatu | ab extern *del.* | L 10 corporis | versus aliud *del.* | L 11 | (1) Neque enim ali (2) Neque (3) Explicanda certu *del.* | (4) Certum ... explicandam *add.* L 11 cohæsionis | ex magnitudine figura et (1) motu (2) motu aut (3) quiete vel (4) quiete (5) motu. Et magnitudo quidem non potest *del.* | L 12 intelligimus, | (1) nempe magnitudine, figura (2) quæ *del.* | (3) uti *add.* L 12 figura, | motus *del.* | L 12-13 motus. (1) Cæterum (a) cor (b) ↔ (c) corpus unum impulsu *del.* (2) et quæ tunc ↔ *add. et del.* (3) Sed ... facit *add.* L 13 nihil (1) reliquorum *del.* (2) horum *add.* L 13 Sit (1) jam *del.* (2) enim *add.* L 14 impulsu (1) | sit linea *DE del.* | «ætio» *corr.* (2) ictu L 15 moveat. | Id magnitudini utique ipsas *AB* aut *BC* attribui explica *del.* | L 15 tractionis. | (1) Et quidem ex eo quod corpora invicem sese tangunt, der (2) Vera enim tractio est, ut cum funis trahit *del.* | L

aliamve illaqueatricem texturam comminiscamur, nihil egimus, quia rursus quæritur, quid nam fibrarum hamulorumque partes connectat.

[434] Contactus autem solus vel quies unius apud aliud aut motus communis utique non sufficit, neque enim intelligi potest cur corpus unum aliud trahat, ob hoc solum quia contingit. Et in universum non intelligimus aliam rationem cur corpus moveatur nisi ideo quod duo corpora in eodem loco esse non possunt, et perinde uno moto et alia moveri necesse est, in quorum hoc locum subit; atque ideo omnis tractio ad pulsum reduci debet. Idem ex naturæ legibus hoc loco confecimus. Et quemadmodum ex lege mutationis quæ per saltum esse non debet, ostendimus omnia corpora esse flexilia, seu non dari Atomos; ita ex posita generaliter lege naturæ, quod eadem prodire debeant phænomena, quæcunque de subjectis motuum fiat hypothesis, ostendimus non oriri firmitatem nisi ex compositione motuum.

Sed facile intelligitur generales esse tantas veritates. Nam consentaneum rationi est, ut totus conatus naturæ in summa semper exitum consequatur, ac sine obstaculo æquabiliter procedat. Itaque in quocunque systemate corporum aliunde non patentium debet semper aut quiescere aut æquabiliter ac directe progredi centrum gravitatis ut eadem in summa maneat vis directionis.

[435] Quod vero aliqui a pressione aëris, aut ætheris, corporum firmitatem deducunt, similitudine duarum tabularum politarum quæ ægre divelluntur[,] id tametsi in aliquibus verum sit, primas tamen firmitatis vel cohæ-

2 connectat. | (1) Si contactum solum sufficere arbitremur (2) Neque ex contactu corporum simplici sequitur ut semper se (a) contingant, non magis quam ex (b) contingere conentur, non magis quam ex distantia aliqua sequitur, ut semper eandem distantiam servare conentur. (aa) Neque enim con[t]actu (bb) Contactus enim per se actionem unius in aliud non facit, itaque (aaa) «ut» (bbb) nihil interest (cc) Nec aliud contactus præcise continet, quam distantiam quæ (aaa) aliud (bbb) medium excludit *del.* | L 3 (1) Neque intelligi potest quomodo ex contactu solo actio alicujus in aliud sequatur, aut cur corpus ideo sit aliud aliter se habeat, quia nullum inter ips *del.* (2) Contactus L 3 vel ... communis *add.* L 3 quies | simul *del.* | L 3 apud | «alios» *del.* | L 3 aliud (1) vel *del.* (2) aut *add.* L 4 corpus | aliqu *del.* | L 5 contingit. | Cum igitur non intelligamus motum in corp *del.* | L 6 moveatur | quia ab aliquo corpore impellitur et *del.* | L 8 subit; (1) ac proinde *del.* (2) atque ideo *add.* L 8 ex | sequen *del.* | L 9 legibus | hoc loco *add.* | conficitur *corr.* | Prorsus quemdmodum ex i *del.* | L 9 quemadmodum (1) ostendimus ex naturæ *del.* (2) ex lege *add.* L 11 ex | «ea le» *del.* | L 11 naturæ, | quod eadem semper servari quælibet servetur debeat directio in summa; et eadem item *del.* | L 12 quæcunque | sit hypothesis *del.* | L 12-13 hypothesis, (1) q (2) sequitur (3) sequitu *del.* (4) ostendimus ... oriri *add.* L 13 firmitatem (1) oriri *del.* (2) nisi *add.* L 14-18 Sed ... directionis *del.* L 14 (1) Equidem hætenus demonstravimus tantum (a) Legem (b) conservationem summæ directionis et æquivalentiam hypothesisum (aa) in (bb) demonstravimus pro rectilineis. Sed res ipsa ostendit o *del.* (2) Sed L 14 intelligitur | ex *del.* | L 14 Nam | intellig *del.* | L 15 ut | «toto» *del.* | L 16 procedat. | Item *del.* | L 17 aut ... aut *add.* L 17 ac (1) recta *del.* (2) directe *add.* L 18 gravitatis | aut quiescere aut *del.* | L 18 directionis *reclamantem sequitur* | (1) Nec (2) Sci (3) Quod vero *del.* | (4) Quod vero aliqui L 20 deducunt, | quam *del.* | L 435.20-436.1 divelluntur | qu *del.* | L 1 tametsi | «—» *del.* L 1-2 vel cohæsessionis *add.* L

sionis origines non explicat; quæstio enim superest de ipsa firmitate seu
cohæsione tabularum. Cum ergo massa materiæ non nisi motu discrimi-
nari possit, ab hoc uno ultimas firmitatis majoris minorisve rationes peti
5 debere manifestum est.

Propositio 21

Corpus omne aliquem habet gradum firmitatis in om-
nes partes.

Nam omne corpus impelli potest vel impellere in omnes partes. Itaque
10 Elastrum (per propositionem 6 hic) in quamcunque partem impellatur. Et
omne Elasticum aliquem habet gradum firmitatis seu partium cohæsionem.

Scilicet omnia corpora ostendimus flexilia esse propositione 5. nunc om-
nia ostendimus aliquam habere firmitatem. Itaque nihil perfecte fluidum
aut firmum vel molle aut durum est. Suntque omnia extrema hæc aliena a
15 rerum natura. Et omnia omnibus aliquo modo cohærent, et ab ipsis nonni-
hil patiuntur. Itaque minime putandum est dari in natura materiam sum-
mæ fluiditatis, tanquam primum aliquod Elementum, aut globos secundi
cujusdam Elementi duos perfecte tornatos.

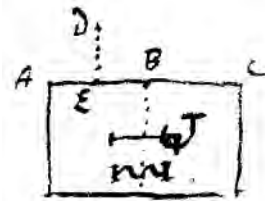


Figura 245

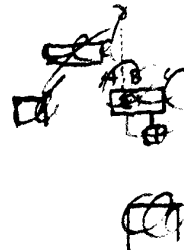


Figura 246.1 (del.)



Figura 246.2 (del.)

Propositio 22

Vacuum dari Legibus Naturæ consentaneum non est.

3 tabularum. | Ita del. | L 4 uno | co del. | L 4 ultimas | cohæ del. | L 4 firmita-
tis | ra del. | L 4 rationes | petendas esse del. | L 9 in ... partes. add. L 10 in ...
impellatur add. L 13 ostendimus | aliquid corr. | L 14 aut | perfecte del. | L 14
firmum | est del. | L 14 vel | perfecte del. | L 15-18 natura. (1) Cuius «et» add. et del.
(2) Et ... tornatos add. L 16 Itaque | (1) vall del. | L 16 natura | globos quosdam
duos perfecte tornatos, aut del. | L 17 Elementum, | aut acc. non del., del. ed. | (1)
secundos ab his globos (2) globos duos perfecte tornatos del. | L

Nam omne corpus aliquem habet gradum firmitatis in omnes partes (propositione 21), sed omnis firmitas oritur ab appensione ambientis (propositione 20) igitur corpus omne ab omni parte ambiri necesse est; id est vacuum non datur. 5

[436] Hanc propositionem ex aliis generalioribus derivare licet, quæ non sunt hujus loci. Quoniam tamen sponte nascitur ex naturæ legibus hætenus stabilitis, annotandum duximus. Quemadmodum et supra Atomos sustulimus propositione 5. Et sunt quibus magis placent ratiocinationes a concretis sumtæ, quam quæ ducuntur ex theoria abstracta a systematico statu. 10

Propositio 23

In motu composito ex duobus angulum rectum facientibus, eadem est potentia absoluta secundum directionem diagonalis, quæ est in ambobus motibus secundum latera rectanguli simul sumtis.[†] 15

Sit corpus *A* [Fig. 247, p. 444] tendens motu *AB*; et rectæ *AB* tanquam diagonali circumscribatur parallelogrammum rectangulum quodcunque *ACBD*. Sintque corpora *E* et *F* æqualia ipsi *A*, et habeat *E* motum *EG* æqualem ipsi *AC*, similiterque *F* motum *FH* æqualem ipsi *AD*, dico potentiam corporis *A* esse potentiis corporum *E* et *F* æqualem. Nam potentia ipsius *E* est ad potentiam ipsius *A* ut quadratum *EG* ad quadratum *AB* (per propositionem 4. capitis de potentia.) Similiterque potentia ipsius *F* est ad potentiam ipsius *A* ut quadratum *FH* ad quadratum *AD*. Ergo et summa potentiarum *E* et *F* simul est ad potentiam ipsius *A* ut summa quadratorum *EG* 20

[†]In margine Hinc natura utitur hac compositione in contactibus ostendimus et ex Elastro sed et ex eo quod supra ostensum est omnes motus convalere.

2 corpus | firmum est, sed del. | L 2-3 In ... 21) add. L 3 sed del. et rursus add. L 3-4 (prop. 20) add. L 4 igitur (1) ambiri ab omni parte necesse del. (2) et firmitas add. et del. L 8-9 Quemadmodum ... 5 add. L 9 ratiocinationes | concretæ del. | L 9-10 concretis | ac systematici rerum statu «sti» del. | L 10 quæ | (1) ex (a) abstracta (b) nuda motus (aa) the (bb) generali theoria corporis (aaa) sejuncta a phænomenis (bbb) sejuncta a rerum co (c) magis abstracta a (a) rerum eventibus et systematico statu (b) motis theoria (a) «promunt» (b) nascuntur quam ex abstracta a systematico (2) quæ nascuntur ex theoria a del. | (3) ducuntur add. L 10 statu. | (1) jam dici potest (2) de (3) quod in sub linea add. et del. | L 13 eadem (1) est potentia in «toto» del. (2) est ... absoluta add. in motu composito. add. et del. L 13 absoluta add. L 14 in | singulis motibus del. | L 17 circumscribatur | triangulum del. | L 18 *A*, | (1) et rectæ *EG*, *FH* sint (2) sit recta *EG* æqualis ipsi *AC*, et *FH* ipsi *AD* itemque recta *FH* æqualis *AD*, (a) «*AB*» (b) ajo *A* tantum habere potentiæ quam del. | L 19 potentiam | ipsius *A* esse potent del. | L 21 ut | (1) *EG* (2) «*A*» (3) *EG* del. | L

et FH , seu AC et FH , ad quadratum AB . Sed summa quadratorum AC et FH æquatur quadrato ipsius AB ; ergo et potentia E et F simul æquantur potentia ipsius H .

Propositio 24

[437]

5 Ictus corporum concurrentium fit secundum rectam perpendicularem ad planum contactus in puncto concursus, quatenus ex directione ejus ipsa motus directio componitur.

Si corpora A et B [Fig. 248.1-2, 248, p. 445] concurrant directione AB , ad
10 planum contactus (seu corpora ambo in puncto concursus tangens) CB angulum faciente obliquum. Ex puncto C educatur CD normalis ad CB et compleatur rectangulum $CADB$, ajo ictum fieri directione AD . Nam ponamus quiescere corpus B (quia ad ictum nil refert quod concurrentium quiescat per propositionem 7. vel per propositionem 14). Ponamus præterea motum AB produci motu composito ex AC et AD , perinde ac si regula
15 esset FG quæ dum motu CB parallelo transfertur ex AC in DB , interim corpus A iret in ipsa regula FG motu ut AC vel DB [,] inde enim (per propositionem 2.) manifestum est productum iri motum AB .[†] Sed in eo casu patet corpus A simul motum duobus motibus[,] uno in regula FG , versus
20 CB , et altero cum regula FG parallele ad CB ; solo motu in regula FG versus CB agere in CB ; itaque cum motus AB idem efficiat, quomodocunque pro-

[†]In margine fig. 249 (p. 444).

5 | (1) Si corpus in superficiem vel ejus tangentem (2) Si duo puncta quibus se tangunt duæ (3) Si directio ipsius concursus (4) Si linea (a) concursus (b) concursus sit obliqua ad superficiem plani contactus corporum concurrentium *del.* | (5) Ictus L 5 corporum | fit secu *del.* | L 7-8 , quatenus ... componitur *add.* L 9 AB , (1) obliqua *del.* (2) angulum *add. et del.* L 10-11 CB (1) et *del.* (2) angulum *add.* L 12 AD . | Nam (1) fit (2) additus motus communis corporum concursus non mutat (3) idem fit ictus (a) «sci» (b) quæcunque sit caus *del.* L 13 quiescere | AB *del.* | L 13 corpus | A *del.* | L 13 quod | quiescat *del.* | L 14 quiescat | prop. 14 *del.* | L 15 composito | ex composito *del.* | L 15-16 regula (1) AC dum transfertur motu *del.* (2) | esset *add.* | FG (a) dum motu (b) quæ ... motu *add.* | CB *add. et del. et rursus add.* | L 16 parallelo | (1) CD (2) CB *del.* | L 16 transfertur | in (1) A (2) DB , interim A in ipsa *del.* | L 16 interim | A *del.* | L 17 iret *add.* L 17 FG (1) transet *corr.* (2) iret *del.* L 18 AB . (1) Et quoniam nihil refert (a) quæ sit causa motus, modo i (b) quibusnam (c) quomodo motus (aa) sit productus, dummo (bb) AB sit productus (2) Itaque idem prodit, quod prodiret in hypothesi compositionis. *del.* | L 19 patet (1) motu in regu *del.* (2) corpus ... motibus *add.* (a) corpus A *del.* (b) uno *add.* L 20 altero *add.* L 20 CB (1) simul motum, *del.* (2) ; *add.* L 438.21-439.1 itaque ... intelligatur *add.* L 21 quomodocunque | sit *del.* | L

ductus intelligatur semper ergo ictus obliquus AB , non erit nisi secundum directionem DB .

Idem demonstratur ex consideratione Elastri, nam [Fig. 250.1, 250, p. 444] si corpus A veniens motu ${}_1A_2A$, et ibi incurrens in elastrum LM , pergat linea recta in ${}_2A_3A$, non intendet elastrum nisi secundum ${}_2A_2M$ perinde ac si [438] venisset motu N_2A . Denique idem confirmatur ex propositioni præcedenti. Nam quia ictus obliquus partem tantam virium habet ictus recti (quod ex eo demonstratur, quia summa obliquitas id est parallelismus omnimodus facit omnino ictum evanescere; ab integro autem ictu perpendiculari ad nullum non potest iri per saltum, itaque paulatim per intermedias obliquitates imminuitur ictus.) Et simul habenda est ratio obliquitatis adeoque simul et vis et directio dividenda est in duas partes; nec vero dividi potest potentia secundum directionem aliquam AB in duas potentias secundum duas alias directiones componentes, nisi per rectanguli DC latera AD , DB , diagonalem habentia AB , (per propositionem præcedentem 23) itaque consequens erat, ut hæc divisio potentiæ, seu composito directionis valeret, ex quibus unam solam DB nempe perpendicularem in planum contactus CB ad agendum in corpus ictum excipiens B , aptam esse manifestum est. 15

Propositio 25

Si corpus incurrens totam vim servat, anguli incidentiæ et reflexionis sunt æquales, anguli scilicet ad planum contactus. 20

In corpus CD incidat A linea ${}_1A_2A$ angulo obliquo, ajo si reflectatur tota vi quam habuit incurrens, reflecti linea ${}_2A_3A$, tali, ut anguli ${}_1A_2AC$, et ${}_3A_2AD$ sint æquales. Sit triangulum rectangulum ${}_1AE_2A$, et ${}_3AE_2A$,] in- 25 currit corpus A motu E_2A (per propositionem præcedentem) et ideo si reflectitur, in linea ${}_2AE$ reflectetur cum nulla sit ratio declinandi in alterutram

1 secundum | rectam DB del. | L 2 DB . | Atque CD add. et del. | L 4 veniens (1) dicto del. (2) motu add. L 6-7 præcedenti | nam manifestum est partem virium (1) motum (2) ictus ejus qui eodem motu (a) in (b) in corpus objectum motu perpendiculari del. | L 7 obliquus | pars corr. | L 8 obliquitas | ictum facit evanescere, a summa autem del. | L 10 itaque | et del. | L 10 paulatim | «eo» del. | L 11-12 adeoque ... partes add. L 12 potest | (1) ictus rectus (2) ictus in duo (3) potentias in del. | L 13 AB add. L 14 per | AD , DB (1) angu (2) la (3) angulum (4) latera del. | L 14 rectanguli | ${}_1A$ del. | L 15-16 consequens | est ea del. | L 17 DB | in corpus del. | L 17 nempe | normalem ad del. | L 17-18 perpendicularem (1) ad del. (2) | in ... CB add. | ad add. | L 18 corpus | excipien del. | L 19-20 (1) Prop. 25 del. || Anguli corr. ed. (2) Prop. 25 || Si ... servat, add. L 23 A | angulo obliquo ${}_2A_1A$ del. | L 24 quam ... incurrens, add. L 24 reflecti | angulo del. | L 25 æquales (1) , corr. (2) . Sit ... ${}_3AE_2A$ add. L 25-26 incurrit | enim motu del. | L 26-27 reflectitur, | et motu del. | L 27 in add. L

partem, sed simul et motu quoque qui celeritate sit ut motus E_2A , alioqui vim amisisset; jam servat præterea et motum ${}_1AE$, id est continuat motum ei æqualem et æquidirectum E_3A , ergo ex composito motu ${}_2AE$, et E_3A , fit motus ${}_2A_3A$ angulo ${}_3A_2AD$ æquali ipsi ${}_1A_2AC$.

- 5 Hanc rationem demonstrandi æqualitatem anguli incidentiæ et reflexionis primus invenit Keplerus, in Paralipomenis ad Vitellionem, quam deinde in rem suam transtulit Cartesius. Sed idem alia non minus pulchra ratione demonstrarunt veteres, Ptolemæus et Heliodorus Larissæus: supponendo in actione huius quod Natura agit via facillima qua potest. Ergo A pervenit
 10 ex ${}_1A$ in ${}_3A$ per reflexionem via facillima qua potuit. Et cum facilitas hic in sola brevitate viæ intelligi possit, quia uniforme est medium, sequitur A ex ${}_1A$ pervenire in ${}_3A$ per ${}_2A$ punctum reflectens tale ut sit ${}_1A_2A + {}_2A_3A$ omnium possibilium via brevissima, breviorque adeo quam quævis alia ut
 15 ${}_1AH + H_3A$. At si anguli ${}_1A_2AC$, et ${}_3A_2AD$ sunt æquales, summa rectarum ${}_1A_2A + {}_2A_3A$ omnium possibilium minima est, ut constat ex Geometria. Itaque A venit ex ${}_1A$ in ${}_3A$ per ${}_2A$. Id est A veniens in ${}_2A$, ita progredi debet
 20 versus ${}_3A$, ut reperiatur viam ex ${}_1A$ ad ${}_3A$ per ${}_2A$ facillimam fuisse. Quamquam autem natura corporea sit rationis expers nec radius ex ${}_1A$ egrediens consultet de modo facillimo perveniendi in ${}_3A$; regulæ tamen ipsi præscriptæ sunt a sapiente. Et quoniam ${}_1A_2A$, et ${}_2A_3A$ quantælibet parvitatibus assumi possunt, poterit considerari quales sint in ipso momento incursus. Ibi ergo radius non consultare dicetur de remoto, sed exitum invenire qua facillime agere potest. Et quoniam cognita nobis non est intima radiorum loci

1 partem, | sed simul (1) per «vim» (2) motu ut ${}_1AE$ del. | L 1 simul (1) et motu quoque qui sit ut | motus add. | acc. non del., del. ed. (2) et ... motus add. L 2 ${}_1AE$, | eoque transfertur del. | L 3 æquidirectum (1) et del. (2) E_3A , ergo add. L 4 ${}_2A_3A$ | angulo, (1) ut patet (2) ut del. | L 4 angulo | ut patet æquali del. (2) ${}_3A_2AD$... ${}_1A_2AC$ add. L 5 æqualitatem | incidentiæ del. | L 6 Keplerus, | quam deinde del. | L 8 veteres, | ut del. | L 8-9 Ptolemæus ... quod add. L 8-9 supponendo ... huius add. L 10 cum | viæ del. | L 11 brevitate | lineæ del. | L 12 sit | recta ${}_1A_2A$ omnium del. | L 13 possibilium | facillima del. | sequitur in imo paginæ reclamantem via brevissima L 13 via ... potest. Hæc invenit et primus transcripsit curavitque Marco Santi, nobisve generose communicavit; nos minime modificata hic apponimus 14 H_3A | at (a) viam brevi (b) si acc. non del., del. ed. anguli sint æquales del. | L 14 si anguli | (1) angulus corr. (a) est (b) est ver (c) ut (d) ut ${}_2A$ est del. | (2) anguli | versus C et versus del. | L 17 ut | (1) const (2) veru del. | L 17 reperiatur | via faci del. | L 440.17-441.2 Quamquam ... explicantur add. L 20 ${}_2A_3A$ | (1) inassignabiles assumi poss (2) summæ parvitatibus del. | L 21 possunt, | locum etiam (1) habere corr. (b) habet ut in del. | L 22 non | (1) consultat corr. de remoto, del. sed acc. non del., del. ed. eni del. (2) consultare L 23 potest. | Sed del. | L

6 Keplerus, vide: J. Kepler, *Ad Vitellionem Paralipomena*, Francofurti: Apud Claudium Marnium & Hæredes Ioannis Aubrii 1604, I, prop. XIX, p. 14-15.

natura; poterit saltem principium facillimæ actionis pro hypothesi admitti, qua concessa leges radiorum feliciter explicantur.

Habeo et aliam æqualitatis angulorum in corporum concursu demonstrationem non inelegantem ex solis prædemonstratis de conservanda tam via centri gravitatis quam celeritate respectiva sumtam. 5

Sit linea rigida CBD , cujus centrum seu medium B , in quod simul incurrant duo mobilia A et E , æqualia motibusque æqualibus et similiter positis ac directis ${}_1A_2A$ seu ${}_1AB$, et ${}_1E_2E$, seu ${}_1EB$. Patet centrum gravitatis corporum A , E , et CD , incidere in recta CD . Nam ${}_1R$ centrum gravitatis ipsorum ${}_1A$ et ${}_1E$ cadit in rectam CD , et proinde centrum gravitatis omnium trium cadit in rectam ${}_1RB$, centrum ipsius CD nempe B , et centrum ipsorum ${}_1A$, ${}_1E$, nempe ${}_1R$ jungentem; in situ autem ${}_2A$, ${}_2E$, coincidit horum centrum ${}_2R$, cum B ; itaque post ictum commune centrum porro perget in recta BD . Et quidem eadem celeritate qua ante (per propositionem 10). Quodsi ergo corpus CD quiescat post ictum, adeoque et B necesse est R progredi in ${}_3R$, ut venerat ex ${}_1R$. Seu esse motum B_3R æqualem motui ${}_1RB$ porro et ${}_3A_3E$, debet esse æqualis ipsi ${}_1A_1E$, ut eadem servetur celeritas respectiva. 10 15

Concurrant in B æqualia corpora A , E , motibus æqualibus ${}_1A_2A$, ${}_1E_2E$ obliquis ad planum contactus RB . Patet centrum gravitatis R , incidere ab ${}_1R$, ad B motu recto ${}_1RB$. Perget ergo eadem celeritate in directum, motu B_3R (per propositionem 12). Sed celeritas respectiva etiam eadem manere debet, adeoque et distantia ${}_3A_3E$ æqualis ipsi ${}_1A_1E$, (per propositionem 10) est autem. Ergo et ${}_3A_3R$ æqu. ${}_1A_1R$ ergo et triangula ${}_1AB_1R$ et ${}_3AB_3R$ congruunt angulique adeo ad B , æquantur. 20

3-5 Habeo ... sumtam add. L 3 æqualitatis ... concursu add. L 3-5 demonstrationem non inelegantem ex solis prædemonstratis de conservanda tam via (1) non inelegantem ex del. (2) non inelegantem (a) ex solis ante demons (b) ex ... prædemonstratis add. de add. (aa) conservandis tam add. et corr. (bb) conservanda ... via L 5 gravitatis (1) sumtam del. (2) et del. (3) quam add. celeritate ... sumtam L 6-17 Sit ... respectiva del. L 6 | (1) Sit corpus CD cujus centrum gravitatis seu medium (2) Sit corpus del. | (3) Sit L 8 et ${}_1A_2E$ del. | L 8 corporum | CD del. | L 9 Nam (1) «et corr. (2) ${}_1R$ L 9 gravitatis | punctorum del. | L 10 omnium | cadit acc. non del., del. ed. | in rectam ${}_1RB$ del. | L 12 horum (1) centrum acc. non del., del. ed. post ictum del. (2) | centrum ... (a) cum B (b) ${}_2R$, ... B add. | L 12-13 ictum (1) porro del. (2) commune ... porro add. L 13-14 BD | Et ... prop. add. | L 13-14 BD | (1) Jam CD aut non movetur, aut non nisi (2) Quod si simu (3) Quodsi jam del. | (4) Quodsi L 14 quiescat |, adeoque del. | L 15 progredi | ut ante del. | L 15-17 ${}_1R$. | (1) Et q (2) Cum (3) Quod (4) quia A et E , (a) sitia (b) | debent sita add. | esse eodem modo in ${}_3A$ et ${}_3E$ (5) Cum respectu ipsius CD necesse est angulos ${}_3EBD$, et ${}_3ABD$ esse æquales, adeoque et | angulum add. | ${}_1ABC$, ipsi ${}_3ACD$ del. | (6) Seu ... respectiva add. L 15 motum add. L 15 B_3R | æqu. B_1R part. corr. et del. L 18 in B add. L 18 E , (1) lineis del. (2) motibus æqualibus add. L 19 RB . | Centrum (1) g (2) m del. | L 20 B | in recta ${}_1R$ del. | L 24 congruunt angulique | seu del. | angulusque corr. | L 24 adeo | adeo del. | L

[Propositio 26]

Si corpus idem vel æquale successive diversis velocita-
tibus in diversa corpora inter se æqualia quiescentia, in-
cursu pleno impingat, erunt detrimenta velocitatis in
5 corpore incurrente ipsis velocitatibus proportionalia. Et
quatenus hoc contingit cum mobile movetur in medio
fluidi uniformi erunt in æqualibus spatii elementis, de-
crementa velocitatis ipsis velocitatibus proportionalia.

Sit enim [Fig. 252, p. 445] corpus A incurrens in quiescens B in loco ${}_1B$
10 (qui simul et ${}_2B$ ob quietem) et primo quidem pleno incursu (hoc
est normaliter et centraliter) velocitate ${}_1A_2A$ et centrum gravitatis eorum
moveatur velocitate ${}_1C_2C$. Utique post concursum perget velocitate ${}_2C_3C$
æquali ipsi ${}_1C_2C$, et A eunte velocitate ${}_2A_3A$, ac B velocitate ${}_2B_3B$ post con-
cursum debet esse ${}_3A_3B$ æqualis ipsi ${}_1A_1B$ (ut eadem servetur celeritas re-
15 spectiva). Itaque differentia inter ipsius A velocitatem priorem ${}_1A_2A$, et po-
steriorem ${}_1A_3A$ sic indagabitur[:]
 ${}_1C_2C$ æqu. ${}_1A_1B - {}_1A_1C - {}_2B_2C$ æqu. ${}_2C_3C$.
 ${}_2A_3A$ æqu. ${}_2A_2C + {}_2C_3C - {}_3A_3C$ et ${}_3A_3C$ æqu. ${}_1A_1C$. Ergo ${}_2A_3A = {}_2A_3A = {}_2A_2C + {}_2C_3C - {}_1A_1C$.
Ergo fit ${}_2A_3A$ æqu. ${}_2A_2C + {}_1A_1B - {}_1A_1C - {}_2B_2C - {}_1A_1C$.
Jam ${}_1A_2A$ æqu. ${}_1A_1B - {}_2A_2B$. Ergo fit ${}_1A_2A - {}_2A_3A$ æqu. ${}_1A_1B_1A_1B - {}_2A_2C -$
20 ${}_2B_2C - {}_2A_2C - {}_1A_1B + {}_1A_1C + {}_2B_2C + {}_1A_1C$ id est demtis utrobique æqualibus
fit detrimentum velocitatis seu ${}_1A_2A$ minus ${}_2A_3A$ æqu. bis ${}_1A_1C$ minus bis

1 Prop. 26 *An del. L in charta præcedenti, an non, incertum. Hic add. ed.* 2 | (1) Si
corpus idem incurrat in diversa (2) Si duo corpora (a) incurrant (b) concurrant velocita-
tibus diversis erunt *del.* | (3) Si L 2 corpus | (1) incurrat (2) in dive (3) qui incurrat
del. | (4) idem ... successive *add. L* 3-4 quiescentia, ... impingat *add. L*
3 quiescentia, | tam exigua ut magnitudo eorum non (1) sit *del. et rursus*
add. (2) sit considerabilis *del.* | L 3-4 incursu | pleno incidat simili *del.* |
L 4 pleno | simili *add. et del.* | L 5-6 proportionalia. (1) || Sit corpus A *del.* (2) Et
(a) | si tale quid *del.* | contingat *corr.* | (b) | quatenus hoc *add.* | contingit | in
del. | L 6 in *del. et rursus add.* L 7 fluido | sibi simili, erunt corpora *del.* | L 9-11 in
... centraliter) *add. L* 9-10 ${}_1B$ (1) et *del.* (2) (qui simul et ${}_2B$) *add. et del.* (3) (qui ...
quietem) *add. L* 10 ob quietem *add. L* 10 et ... quidem *add. L* 11 ${}_1A_2A$ | utique
del. | L 12 moveatur (1) linea *del.* (2) velocitate *add. L* 12 ${}_1C_2C$. | Utique *del. et*
rursus add. | L 12 perget | velocitate ${}_2C_3C$ æ *del.* | L 12 ${}_2C_3C$ | et est *del.* | L 13
 ${}_1C_2C$, | (1) et quia A perveniet in ${}_3A$ pos (2) et posito A *del.* | L 16 indagabitur | (1)
 ${}_1A_1B + {}_2A_2B +$ multiplicati (2) ${}_1A_2A$ plus ${}_2A_2B$ distantia corporum, sumta in (3) [${}_1A_1B$
seu distantia corporum dividitur per ${}_1C$ (a) in ration (b) in duas partes ${}_1A_1C$ et ${}_1B_1C$ in
ratione B ad A , apprimamus hanc rationem numeris n, m , erit ${}_1A_1C$ æqual. (aa) $n \cdot {}_1A_1C$
(bb) $n \cdot {}_1A_1B$ et ${}_1B_1C$ æqual. $m \cdot {}_1A_1B$] *del.* | (4) ${}_2A_3A$ æqu. ${}_2AC + {}_2C_3C$ *add. et del.* | et
del. | L 16 ${}_2C_3C$ | (1) Erg (2) Et *del.* | L 17 æqu. | ${}_1C$ *del.* | L 17-18 Ergo ...
 $- {}_1C_1A$ *add. L* 17 ${}_2A_3A =$ | (1) ${}_1C_2C$ (2) ${}_2C_2A + {}_2A$ *del.* | L 19 æqu. | ${}_2A_2C$ *del.* |
L 19 ${}_1A_1B$ | ${}_2A_2B$ *del.* | L 21 minus *add. L*

${}_2A_2C$. Sed ${}_1A_1C - {}_2A_2C$ est proportionalis ipsi ${}_1A_1B - {}_2A_2B$, (in ratione scilicet ipsius corporis excipientis B ad corporum amborum summam $A + B$) et ${}_1A_1B - {}_2A_2B$, est ${}_1A_2A$ velocitas incurrentis. Habemus ergo detrimentum velocitatis ipsi velocitati proportionale.

Sed si corporis quiescentis B magnitudo sit inconsiderabilis, suffecerit etiam considerare partem ipsius A , aequalem ipsi B magnitudine inconsiderabilem a qua loco expellitur[,] quo facto erit ratio ipsius ${}_2A_2B$ ad ipsam ${}_1A_1B$ id est ratio ${}_2A_2C$ ad ${}_1A_1C$, inconsiderabilis, adeoque pro quantitate bis ${}_1A_1C$ minus bis ${}_2A_2C$ sufficit quantitas bis ${}_1A_1C$, est autem ${}_1A_1C$ proportionalis ipsi ${}_1A_1B$, hoc est (ob ${}_2A_2B$ inconsiderabilem) ipsi ${}_1A_2A$ velocitati ipsius A . Jam si medium fluidum uniforme, ex corpusculis aequalibus quiescentibus a solido dimovendis constare intelligatur, idem in aequalibus spatii particulis perpetuo continget. Licet vero partes medii etiam nondum expulsae in motum nonnihil concitentur a motu vicinarum jam impulsarum, is tamen motus quatenus ad latus est non consideratur, et quatenus directus est, magnam partem fluido et mobili est communis, atque ita nihil mutat.

[167r] Itaque si mobile A primum velocitate v corpusculo aliqui quiescente B plene impingat, et residua velocitate (v) nihilominus pergat, ac mox in novum corpusculum quiescens (B) priori æquale, plene incurrat, iterumque aliquid velocitatis amittat, ita ut residua velocitas sit ((v)) patet detrimenta velocitatum esse velocitatibus proportionalia seu fore $v(v)$ ad $(v)((v))$ ut v ad (v) .

Et quidem si corpus aliquod solidum A notabilis magnitudinis, potissimum autem regulare et ab utroque latere se eodem modum habens, in primis globus[,] feratur in fluido quiescente (quoad sensum scilicet), quod

I ${}_2A_2C$ (x) quae quantitas est ad ${}_1A_1B$, (a) ut (b) (seu ad ${}_1A$ *add. et del.* | (2) corporum distantiam duplam quae est (x) *in* (2) *int* (3) quae quantitas est *add. et del.* | **L** **I-4** Sed ... proportionale *add.* **L** **I** $-{}_2A_2B$, | id est ipsi ${}_1A_2A$ velocita *del.* | **L** **2** ipsius | B ad A *del.* | **L** **2** $A + B$ *add.* **L** **5-16** Sed ... mutat *del.* **L** **5** quiescentis *add.* **L** **5** inconsiderabilis, | etiam ipsa (x) ${}_2A_2C$ inconsiderabilis erit, seu (a) ${}_2B$ (b) C et A (2) ratio ipsius A *del.* | **L** **6** partem (x) | ipsius A aequalem *del.* | ipsi *add. et del.* | (2) ipsius ... B **L** **7** erit | ${}_2A_2B$ ad *del.* | **L** **7** ${}_1A_1B$ | ad *del.* | **L** **7** ratio | ${}_3A$ *del.* | **L** **9** ${}_1A_1C$, | (x) eri (2) est ergo detr *del.* | **L** **10** Jam | in Medio corpus contin *del.* | **L** **11** ex (x) corporibus *del.* (2) corpusculis *add.* **L** **14** motus | est ad latus *del.* | **L** **15** quatenus | in (x) fluidum (2) fluido excitatus *del.* | **L** **17** mobile | primum corp *del.* | **L** **17-18** B (x) impingat *acc. non del., del. ed.* (2) plene impingat *add.* **L** **18** et (x) gradu aliquo velocitatis amisso *del.* (2) et *add. et del.* (3) residua ... (v) *add.* **L** **18-19** mox (x) novo *acc. non del., del. ed.* impingat *del.* corpusculo *corr. ↔ del.* quiescenti *corr.* (2) in novum *add.* incurrat *add. et del.* ... quiescens **L** **20** residua | velocitatis *corr.* | **L** **20** ((v)) (x) ajo *del.* (2) patet *add.* **L** **21** fore | v ut *del.* | **L** **23** (x) Siquidem *corr.* (2) Et *add.* quidem **L** **23** A *add.* **L** **23-25** potissimum ... globus *add.* **L** **24** autem (x) regulare qui se *del.* (2) ut globus *add. et del.* **L** **24** et | utrinque *del.* | **L** **24** ab (x) eodem *del.* (2) utroque *add.* **L** **25** quiescente ... scilicet *add.* **L**

ex particulis æqualibus et similibus, potissimum globulis *b.b* compositum
 fingi fas est irregularitates quibus a pleno incursu receditur fere mutuo com-
 pensantur. Et ob exiguitatem partium fluidi, quæ quasi ad puncta redigun-
 tur, quilibet incursus in globum summæ parvitatis seu in punctum pro
 5 centrali haberi potest.^{† ‡}

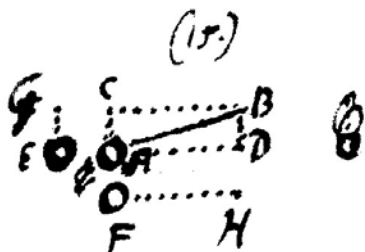
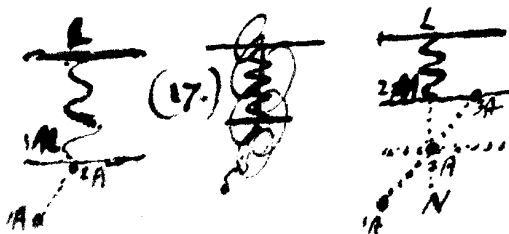


Figura 247

Figura 249 (*del.*)Figura 250.1 (*del.*), 250

[†]*In margine* De concursu centrali obliquo. Et calculus pro concursu globulorum pendulis. «Casus varii». Experimenta Regnalti examinata.

[‡]*In parvula ultima charta A 439 notatum est:* Bartholomæus Soverus in proportionem curvi ad rectum promota defendit motum esse Geometricæ tractationis. Quædam demonstrat theorematum ut ostenderet quibus Datis habituri essemus quadraturam circuli. Jam observavit illam in Hyperbola numerorum decretionem. Editus est ejus liber 1630 apud Variscum Varisci Patavii 4°.

1 æqualibus et similibus | (1) qui (2) et quiescentibus *del.* | (3) et similibus *add.* L 1 globulis (1) constare *del.* (2) *b.(b).b add. et corr.* (3) *b.b* L 2 fere (1) utrinque *del.* (2) mutuo *add.* L 4 globum | tam exiguum *del.* | L

In not. marg.: Regnalti *vide:* F. Regnault, Lettre à M. de Monconys, 21-12-1655, in B. de Monconys, *Journal des voyages*, Lyon: H. Boissat et G. Remeus 1666, III, 2° sect., pp. 52-55; A VIII, 3, n. 58.8. Soverus *vide:* Barthélemy Souvey, *Curvi ac recti proportio a Bartholomæo Sovero Friburgensi in Gymnasio Patavino Matheseos professore promota libris sex*, Patavii: Ex typographia Varisci Varisci 1630; defendit: pp. 271-4; Quædam ... circuli: pp. 361-421.

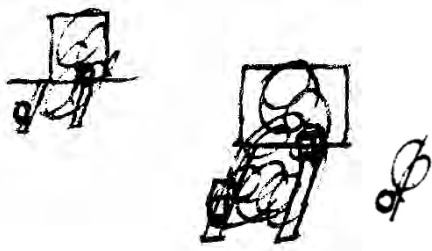


Figura 248.1 (*del.*)



Figura 248.2 (*del.*)

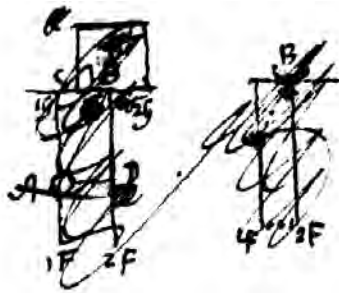


Figura 248.3 (*del.*)

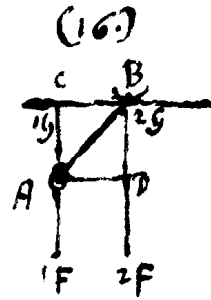


Figura 248

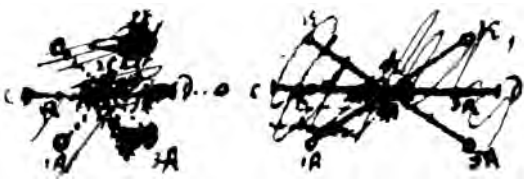


Figura 251.1



Figura 251

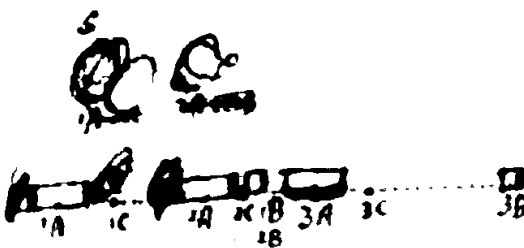


Figura 252

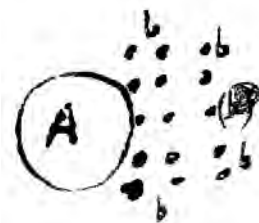


Figura 253

DYNAMICORUM TRANSCRIPTIO MEDIA

[Pars I. Sectio I. Caput 3.]
[5] DE DUCTIBUS ET DIMENSIONIBUS, seu DE
RATIONIBUS ORDINATIM COMPOSITIS[†]

Traditio

L LH XXXV 11, 18B, pp. 5-32

Definitio I

DUCTUS seu FACTUM EX PLURIBUS UNIUS SERIEI IN PLURA ALTERIUS 5
SERIEI ORDINATIM DUCTIS est quantitas quæ fit, cuilibet eo-
rum quæ insunt uni seriei accommodando unum respon-
dens ex his quæ insunt alteri; eo modo quo fit pondus
aggregati ex pluribus mobilibus, si cuilibet eorum, quæ
cuique mobili insunt, attribuitur gravitas sua specifica 10
respondens ita ut series mobilium ordinatim ducatur in
seriem gravitatum ad mobilia pertinentium. Et ductus di-
centur esse IN RATIONE ORDINATIM COMPOSITA eorum quæ in-
vicem ducuntur ut hoc loco pondus integrum in ratione ordinatim
composita mobilium et specificarum gravitatum. 15

Scilicet analogia ponderis uti volo, quæ omnium captui exposita est,
ne rem cogar hoc loco altius repetere ex profundiore continui considera-
tione. Natura autem ponderis et Gravitatis specificæ seu molis et densita-
tis explicata est capite peculiari independente a præsentī capite de ducti-
bus. Ponamus [*Fig. I, p. 450*] *AB* liquorem esse, cujus partes fundo propiores, 20

[†]*In margine* (Sectio I. Caput 3.)

1 Pars ... 3. *add. ed.* 5 ALTERIUS | ALTERUS *corr.* | C 7 seriei (1) applican-
do *del.* (2) accommodando *add.* L 10 attribuitur *add.* C 10 attribua-
tur | certa *del.* | L 10 sua *add.* L 11-12 ita ... pertinentium *add.* L 12
seriem | respondentem *del.* | L 12-13 ductus (1) dicentur *corr.* (2) dicentur
... COMPOSITA *add.* C 14-15 ut ... gravitatum *add.* L 16 Hæc *del.* scilicet *corr.*
L 18-20 Natura ... ductibus *add.* L

sint graviores, totum ejus pondus æstimari non potest, nisi cuilibet sectioni ad horizontem parallelæ, ut CD , suam gravitatem specificam attribuendo. Eteodem modo, si ponamus hunc liquorem ejusdem quidem gravitatis ubique esse, sed inverse situm esse, ut quod paulo ante erat infra nunc sit supra, seu ut A sit imum et B summum; figura de reliquo servata, sed partes tunc superiores seu ipsi B propiores moveri velocius et quæri totum impetum seu totam quantitatem motus; quam aqua in illo alvei loco habet; cuilibet sectioni sua attribuenda est velocitas et ponendo velocitates eadem proportionem crescere ab A versus B , qua paulo ante gravitates specificæ creverunt, utique quæ antea ponderis eadem nunc impetus æstimationis erit. Atque hoc vocamus velocitates ordinatim ducere in magnitudines, sectionum scilicet hoc loco, quarum quæque ut CD suam velocitatem certam habere asseritur. Et impetus dicemus esse in ratione ordinatim composita magnitudinum seu sectionum et velocitatum.



Figura 1 [(6.)]

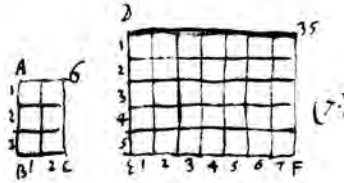


Figura 2 [(7.)]

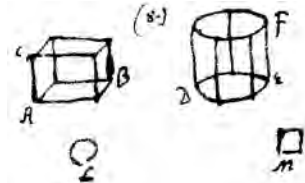


Figura 3 [(8.)]

15

Definitio 2

UNUM IN ALIUD DUCITUR ABSOLUTE cum in omnia quæ insunt uni ducitur æquale alteri.

Ut cum gravitas specifica auri ducitur in magnitudinem cubi pollicaris ut æstimetur quantum futurum esset pondus cubi pollicaris aurei: patet enim nullam ejus esse partem in quam non gravitas specifica auri (adeoque
20 semper æqualis) ducatur. Sic si campus ubique sit æque latus, habetur ejus magnitudo ducendo magnitudinem in longitudinem.

1-2 sectioni (1) ut *del.* (2) ad ... ut *add.* L 4-5 sed ... servata *add.* L 4 erat | imum *corr.* | L 4-5 sit | summum *corr.* | L 5 sit | infra *corr.* | et B | supra *corr.* | L 5-6 partes (1) fundo propiores moveri velocius (quemadmodum contingere potest ex eo quod alveus alicubi versus fundum se contrahit, magis quam ante vel post;) (3) o (2) ... (a) velocius (b) | tardius ut solet *add. et del.* | (3) | propiores ... post;) *del.* | (4) partes ... velocius *add.* L 6 B (1) velociore *del.* (2) propiores *add.* L 9 proportione (1) crescere *del.* (2) decrescere *add. et del.* (3) crescere ... B *add.* L 10 creverunt *add.* L 10 ponderis *del. et rursus add.* L 13-14 in ... composita *corr.* L 14 seu sectionum *add.* L 19 ut æstimetur *add.* L

Definitio 3

PLURA IN UNUM ORDINATIM DUCUNTUR, VEL CONTRA, cum series plurium ordinatim ducitur in seriem constituentem illud unum.

Sic in magnitudinem liquoris supradicti *AB* gravitates specificæ diversæ quas habet ordinatim duci dicuntur, quia in plures sectiones ut *CD*, quæ ipsi insunt ejusque magnitudinem constituunt, ducuntur ordinatim respondententes gravitates specificæ.

UNUM autem IN ALIUD ORDINATIM DUCITUR cum quæ uni insunt in respondentia alterius ducuntur.

Ut si magnitudo liquoris in gravitatum specificarum aggregatum ordinatim ducatur, nempe unaquæque sectio ut *CD*, quæ magnitudini liquoris inest, in gravitatem suam.

Propositio 1.

Si mobilia sint proportionalia ductum recipientibus, et gravitates specificæ ducendis, pondera erunt ut ductus.

Constat ex definitione ductus, ut si corpus *A* in diversis suis punctis varias habeat velocitates et velocitates ordinatim ducendo, quæratür integra quantitas motus, quam habet corpus *A* idemque contingat in corpore *B*; dico si loco velocitatis unumquodque punctui horum corporum, (aut proportionalium) poneretur recipere gravitatem specificam proportionalem ei, quam habet velocitati; fore quantitatem motus in corpore *A* ad quantitatem motus in corpore *B*, ut pondus ipsius *A* ad pondus ipsius *B*. per definitionem 1.

Propositio 2.

Si absolute ducantur duo in se invicem; quantitas ductus erit ut numerus, factus ex numeris, quantitatem ducendorum exprimentibus, invicem multiplicatis; unitate ductum æstimante seu mensura, existente ea, quæ fit ex unitatibus ducendorum invicem ductis.

3 constituentem | unum del. | (3) o 5 *AB* add. C 6 ordinatim add. L 6 quia add. L 7 ejusque ... constituunt add. L 11 in (1) gravitates specificas seu earum *part. corr. et del.* (2) gravitatum specificarum add. L 13 in (1) Velocitatem del. (2) gravitatem add. L 6-8 *Prop. 1. ... ductus. add. C 16* ductus. Constat del. L 21 recipre corr. L 23-24 per def. 1. add. L 29 æstimante seu mensura, existente ea, (1) ea corr. (2) æstimante ... existente add. ea, L

Sit mobile trium pedum cubicorum ducendum in gravitatem specificam duorum graduum; (quod est unum in aliud duci absolute per definitionem 2.) et unus pes cubicus gravitate præditus, unius gradus, sit unius (si placet) libræ; adeoque pes gravitate duorum graduum præditus sit duarum librarum; manifestum est bis ter repeti libram, seu pondus fore librarum sex; et quod in ponderibus, idem in aliis quoque ductibus intelligendum esse patet ex ductus definitione.

Propositio 3.

Si absolute ducantur duo in se invicem, ductus est in ratione composita eorum quæ ducuntur.

In rationibus commensurabilibus patet ex præcedenti; nam factum ex tribus pedibus in duos gradus ductis est ad factum ex quinque pedibus in septem gradus ductis in ratione composita 2 ad 5 et 3 ad 7, seu in ratione 2 in 3 (hoc est 6) ad 5 in 7 (hoc est 35). Idem est in ipsis incommensurabilibus, quia semper dari possunt commensurabiles, quæ ab incommensurabilibus minus differunt errore dato, itaque error minor est quam assumebatur, id est nullus assumi potest.

Propositio 4

Si duo quæ in se invicem absolute ducuntur, sint ut latera, ductus sunt ut rectangula.

Est enim [Fig. 2, p. 450] rectangulum ABC ad rectangulum DEF in ratione composita AB ad DE , et BC ad EF sed (per præcedentem) ductus sunt eodem modo.

Propositio 5.

Si duorum quæ invicem ducuntur sit unum ut basis alterum ut altitudo, ductus est ut figura super basi ejusdem ubique altitudinis.

Ut si sit [Fig. 3, p. 450] mobile L ad mobile M ut basis AB ad basim DE , et gravitas specifica mobilis L ad gravitatem specificam mobilis M , ut altitudo AC ad altitudinem EF erit pondus L ad pondus M , ut figura ABC ad figuram DEF . Nam ut ductus sunt (per propositionem 3.) in ratione composita eorum, quæ invicem ducuntur; ita et figuræ in ratione sunt composita basium et altitudinum.

Tales figuræ sunt vel planæ, ut parallelogramma, vel solidæ, ut parallelepipeda, columnaria, aut cylindrica.

3 cubicus *add.* L 4 gravitati *corr.* L 4 graduum (1) positus *del.* (2) præditum *add.* L 4 sit *add.* L 12 pedibus (1) ad *del.* (2) in *add.* L 25 duo *corr.* L 25 sint *corr.* L

Propositio 6

Si plurium series in unum aliquod recipiens ordinatim ducatur, ductus est ut figura scalaris composita ex omnibus rectangulis quorum altitudines sint ut termini ipsius seriei, bases vero sint partes rectam constituentes, proportionales partibus recipientis.

Nam si [Fig. 4, p. 453] gravis AE partes AB, BC, CD, DE , sint proportionales rectæ FM partibus respondentibus FG, GH, HL, LM , et utræque partes sint constituentes sui totius, sintque rectæ FN, GO, HP, LR , proportionales gravitatibus specificis partium gravis, AB, BC, CD, DE ; etc. erit (per propositionem 4.) rectangulum quodque ut NFG proportionale ponderi partis respondentis ut AB . Ergo et $FNOPRSM$ figura scalaris ex omnibus rectangulis composita, ipsi ponderi gravis AE proportionalis erit.

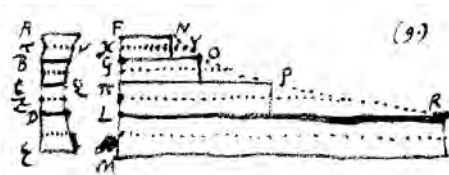


Figura 4 [(9.)]

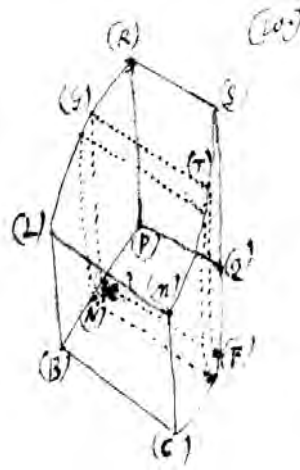


Figura 5 [(10.)]

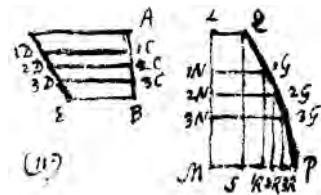


Figura 6 [(11.)]

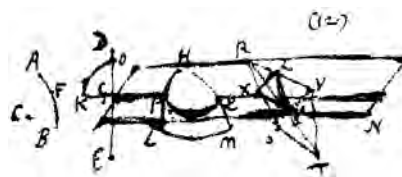


Figura 7 [(12.)]

2 aliquod add. L 10 BC, (1) &c. del. (2) CD ... etc add. L 12 Ergo (1) & del. (2) et add. L

Propositio 7.

Iisdem positis si nulla sit pars recipientis, in quam non varia sint ordinatim ducenda, tunc figura scalaris abit in isogonium curvilineum ductui proportionale.

- 5 Ut si quæ fundo E propiora sunt in gravi AE ponatur esse graviora; utique in quavis sectione ut TV , diversa erit gravitas, cui inter FN et GO proportionalis XY respondeat atque ita semper continuando interpolatio-
nem ut rectangula velut YXG perpetuo fiant minora, donec tandem latitu-
do eorum sit evanescens, figura scalaris desinet in isogonium curvilineum
10 $NYORL$ proportionale ponderi partis respondentis AD .

- Isogonium curvilineum voco, quia omnes rectæ ut FN , GO , seriei ducendorum proportionales (nempe gravitatibus specificis) angulum eundem faciunt ad rectam FM magnitudini ipsius gravis AE respondentem; si angulus sit rectus, vocabo Orthogonium curvilineum; figuram
15 scalarem simpliciter vocabo isogonium rectilineum, et tam scalarem quam isogoniam curvilineam communi nomine figuram isogoniam appellabo, et ipsa quæ eodem angulo insistent dicuntur ordinatim applicata, ut FN , vel GO , terminis scilicet seriei respondentia; sed partes rectæ FM , ab initio aliquo sumptæ dicantur Abscissæ, ut si HP sit ordi-
20 natim applicata respondens termino seriei; FH erit abscissa, quæ proportionalis erit numero exprimenti, quotus in serie sit terminus, si ponatur recta applicationes recipiens uniformiter crescere ab F versus M .

Propositio 8.

- Serie in seriem ordinatim ducta, ductus est proportio-
25 nalis solido facto ex duabus figuris isogoniis quarum ordinatim applicatæ sint terminis serierum respondentes.[†]

- Ut si [Fig. 5, p. 453] grave supradictum, AE , non tantum gravitatem specificam augeat, quo magis ad fundum E accedit, sed et ubique varias habeat crassities, seu magnitudines sectionum factarum per plana fundo parallela; patet
30 sectionum magnitudines ducendas ordinatim in gravitates specificas. Sit jam isogonium $(P)(Q)(F)(C)(B)$ (in alia figura hic adjecta) cujus ordinatæ ut $(K)(F)$ sint proportionales gravitatibus specificis in sectionibus gravis respondentibus, ut C , si scilicet abscissæ, sint proportionales ipsis EC distantibus

[†]In margine 

7 proportionalis (1) FY del. (2) XY add. L 8 velut add. C 18 vel add. L 33
abscissæ (1) BK del. (2) $(P)K$ add. et del. (3) $(P)(K)$ add. L

a fundo. Et eodem modo sit isogonium $(P)(R)(G)(L)(B)$, cuius ordinatæ ut $(K)(G)$ proportionales sint magnitudinibus sectionum gravis respondentium ut in C , eritque ductus solidus $(P)(R)(G)(L)(C)(F)(Q)(S)(T)(M)$ proportionalis ponderi totius AE . Singulæ enim sectiones gravis in suas gravitates specificas ductæ representantur reſtangelis vel aliis parallelogrammis 5 isogoniis ut $(G)(K)(F)(T)$, quæ in partes ipsius reſtæ $(B)(P)$ respondentes ducta constituunt totidem parallelepipedæ isogonia ut $(K)(F)$, aut $(T)(N)$, componentia ductum solidum ut sectiones gravis componunt grave. Prorsus scilicet ut CQ sectio ipsius gravis per planum fundo parallelum ducta in suam gravitatem, et prætera in CZ particulam altitudinis gravis, ipsi KN 10 in ductu solido assumpti proportionem respondentem, componit cum reliquis similiter tractatis, integrum gravis pondus. Id tantum observando, quod altitudines CZ vel KN evanescunt cum nulla est assignabilis portio gravis ut QCZ , quæ eandem ubique habeat gravitatem specificam.

Hæc solida primus consideravit Gregorius a S. Vincentio.

15

Propositio 9.

Ductus est factum ex ordinatim ducendis in elementa recipientis; proportionale figuræ isogoniæ, cuius abscissarum elementa sunt ut elementa recipientis, ordinatim vero applicatæ sunt proportionales ordinatim in recipien- 20 tis ELEMENTA ducendis.

Gravitates specificæ majores versus fundum, ducendæ sint respectivæ [Fig. 6, p. 453] in CD sectiones liquoris per plana fundo horizontali parallela. Sumatur reſta LM et in ea puncta N quotlibet, sic assignentur, ut sit LN ad LM uti spatium liquoris vel extensio ACD ad totam ejus extensionem 25 seu volumen, et tunc portiones reſtæ LM inter duo N distantiam evanescentem habentia interceptæ, seu reſtæ LM partes elementares, quales sunt

2 sint *add.* L 7 aut *add.* L 8-9 sectiones |; *corr. ed.* | (1) prorsus *del.* C | (2) Prorsus ubi *del.* (3) gravis componens grave prorsus *add. et del.* (4) gravis ... grave *add.* (a) scilicet *add. et del.* (b) Prorsus ... ut *add.* L 9 ipsius *add.* L 11-12 cum ... tractatis, *add.* L 12-13 altitudines *add.* L 17 (1) ductus *del.* (2) Ductus *add.* L 24 sic assignentur, *add.* L 26 volumen, (1) erunt *del.* (2) et tunc *add.* L 26 LM *add.* L 26-27 distantia evanescente *corr.* L 27 habentia *add.* L 27 interceptæ, (1) ut *del.* (2) «vel» *add. et del.* (3) quales sunt *add. et del.* (4) seu ... elementares, *add.* quales sunt *add.* L

15 Vide: Grégoire de Saint-Vincent, *Opus geometricum quadraturæ circuli et sectionum conici decem libri comprehensus*, Antverp: Jo. & Jac. van Meurs 1647, lib. VI, *De ductu plani in planum*.

${}_1N_2N$, ${}_2N_3N$, erunt proportionales ipsis elementis spatiorum liquoris, inter respondentes sectiones interceptis, quales sunt ${}_1C_1D_2D_2C$, ${}_2C_2D_3D_3C$, quod si crassities spatiorum ${}_1C_2C$, ${}_2C_3C$ assumantur æquales, ita ut ipsæ AC crescant uniformiter, erunt spatia intercepta ut ipsæ sectiones et erit
 5 ${}_1N_2N$ ad ${}_2N_3N$, ut ${}_1C_1D$ ad ${}_2C_2D$. Itaque sectiones CD sunt ut abscissarum LN , elementa ${}_1N_2N$, ${}_2N_3N$. Si jam ad abscissas ordinatim applicantur NG gravitatibus specificis sectionum CD proportionales, patet ductum LNG vel LMP , esse ut compositum ex ductibus gravitatum specificarum (veluti NG) in sectiones respondentes (veluti ${}_1N_2N$), adeoque esse ponderi pro-
 10 portionalem; pondus scilicet liquoris ACD esse ad pondus liquoris ABE , ut isogonium $LQGN$ ad isogonium $LQPM$.

Propositio 10.

Si plurium series in unum recipiens ordinatim (scilicet secundum ipsius respondentia cuique elementa) ducatur,
 15 quantitas ductus eandem est quæ alterius ductus, qui fieret, si aggregata elementorum recipientis duceretur in ipsa crementa seriei ducendorum.

Sequitur ex præcedenti, quia ut MN (verbi gratia) sunt abscissæ, et NG ordinatæ; ita vicissim intelligi possunt MR ipsis NG æquales esse abscissæ, et RG ipsis MN æquales esse ordinatæ; itaque ut area isogonii fit ex ductu ordinarum in elementa abscissarum, ita et fit ex ductu abscissarum in elementa ordinarum. Et in exemplo ut pondus liquoris ABE , seu proportionale ipsi isogonium $LQGPM$ factum est ipsas NG gravitates specificas liquoris ducendo in ${}_1N_2N$ vel ${}_2N_3N$ quæ sunt ut elementa liquoris,
 25 vel abscissarum MN , incrementa liquoris a fundo sursum versus representantium; ita idem pondus vel isogonium fit, RG aggregata elementorum liquoris, seu terminos seriei liquorum in vase a fundo B sursum crescentium versus A , ducendo in ${}_1R_2R$, ${}_2R_3R$, quæ sunt æqualia crementis gravitatum specificarum ordine respondentium.

30 Eadem et ad ductus solidos applicari possunt, et magnum habent fructum, quia scilicet uno sæpe modo facilius quam alio totus ductus seu aggregatum ex singulis ductibus invenitur.

1 erunt *add.* *L* **1-2** inter | sectiones *del.* | *L* **2** sectiones *add.* *L* **2** interceptis, (1) ut ipsas *del.* (2) quales sunt *add.* *L* **4** erit *add.* *L* **5** ut | ipsas *del.* | *C* **6** elementa (1) ut ${}_1N_2N$ *del.* (2) ${}_1N_2N$, ${}_2N_3N$. *add.* *L* **8-9** specificarum (1) ut *del.* *NG* *corr.* (2) (veluti *add.* *NG*) *L* **9** respondentes (1) ut *del.* ${}_1N_2N$, *corr.* (2) (veluti *add.* ${}_1N_2N$), *L* **10** esse *add.* *L* **11** $LQPM$ *del.* et rursus *add.* *L* **20** et *add.* *L* **23** est (1) ipsas *del.* (2) ipsas *NG* *add.* *L* **23** gravitates | *NG* *del.* | *L*

Definitio 4

Si uni comparabilia infinita nullam partem communem habentia in alio ponantur secundum seriem punctorum quæ in recta linea assumi possunt, posterius est UNA DIMENSIONE ALTIUS priori. 5

Sic linea AB [Fig. 7, p. 453] est una dimensione altior puncto C . Nam ex quovis puncto rectæ DE ducantur plana inter se parallela FG secantia lineam AB in punctis F , patet normalis ad eam FG infinita in AB poni puncta F comparabilia ipsi C , secundum seriem punctorum G rectæ DE . Sed superficies HLM est rursus una dimensione altior linea AB . Nam per quævis rectæ DE puncta ut G transeant plana GN secantia superficiem in linea PQ , utique comparabili cum linea AB . Et eodem modo solidum $RSTV$, est una dimensione altius superficie HLM quia quodvis ex dictis planis solidum secant in superficie ut XYZ , quæ ipsi superficiei HLM est comparabilis. 15

Propositio 11.

Itaque id quod secundum ordinem punctorum rectæ alteri comparabilia continet infinities, vel infinitesies infinities, vel infinitis vicibus infinitesies infinities, et ita porro, altius ipso est dimensione una, duabus, tribus etc. 20

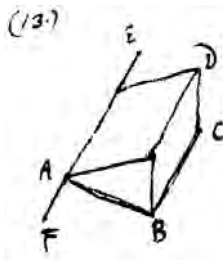


Figura 8 [(13.)]

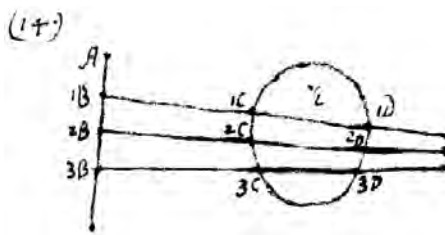


Figura 9 [(14.)]

Propositio 12.

Si unum in aliud ducatur absolute, numerus dimensionum ductus inde facti, est summa numerorum indican-

2-3 communem (1) habentia corr. (2) habentia, |in ... ponantur add. | L 7 secanti corr. L 9 puncta add. L 11 quodvis corr. L 11 punctum corr. L 11 ut add. L 12 utique add. L 14 superficiei (1) LM del. (2) HLM add. L

tium dimensiones eorum, quæ invicem ducuntur; et, si series ordinatim ducatur in seriem, numerus dimensionum ductus, est summa numerorum indicantium dimensiones terminorum seriei utriusque, unitate aucta.

- 5 Ut si sit recta ducenda in planum; elementa quæ in recta sunt infinities, ea in plano sunt infinities infinities; ergo in ductu sunt infinitis vicibus infinities infinities; et cum dimensio rectæ sit 1., et dimensio plani sit 2, utique dimensio ductus (solidi) erit 1 plus 2, seu 3 quod si series rectarum ducatur in aliam seriem rectarum ordinatim, seu isogonium in isogonium;
- 10 elementa quæ in recta sunt infinities, ea in ductu quovis rectæ in rectam respondentem sunt infinities infinities nempe vicibus 1. plus 1. seu 2 sive bis infinities; ergo in ductu integro ex infinitis ductibus singularibus composito elementa sunt infinitis vicibus infinities infinities; hoc est bis et præterea semel infinities, et ductus erit trium dimensionum.

15 *Propositio 13. Problema 1*

Exhibere quantitatem plus quam trium dimensionum.

- Solidum *ABCD* [Fig. 8, p. 457] est trium dimensionum. Jam si quodvis ejus elementum in suam gravitatem specificam ducatur, fit pondus, quod est quatuor dimensionum si præterea ponderis cujusque elementum in distantiam a plano ad horizontem normali, per axem æquilibrii *EF* transeunte ducatur, habetur momentum, quod est quinque dimensionum. Et altius iri potest in infinitum, quia ductus quoque seu rationum compositiones in infinitum multiplicari possunt.
- 20

Propositio 14.

- 25 Fieri non potest, ut diversorum superficiei aut corporis punctorum quodlibet certæ cujusdam denominationis quantitatem (ut velocitatis, gravitatis specificæ etc.) sibi propriam seu diversam a quovis alio puncto ejusdem, recipiat. Et necesse est semper infinita in superficie; infinities infinita in corpore dari, easdem quantitates recipientia, paucis determinatis aliquando exceptis.
- 30

4 terminorum (1) series *corr.* amborum *del.* (2) seriei | utriusque *add.* L 7-8 infinities (1), *corr.* (2); | et ... 3 *add.* | L 7 dimensio | elementorum *del.* | L 7 rectæ | sit $\leftrightarrow$ 1 elementorum plani 2 *del.* | L 11-12 nempe ... infinities *add.* L 11 vicibus | 1+2 seu *del.* | L 13-14 hoc ... infinities, *add.* | et *add. et del.* | L 13 est | $\leftrightarrow$ *del.* | L 27-28 sibi ... seu *add.* L

Sit [*Fig. 9, p. 457*] superficies *CED*, cujus puncta sint *E*, ajo fieri non posse ut quodvis punctum *E* habeat gravitatem specificam sibi propriam. Sit recta ex puncto *A*educta ab altera parte indeterminata *ABB*. Et sint gravitates specificæ diversæ quotcunque, poterunt semper exhiberi rectæ *AB* ipsis proportionales, et ita cuivis puncto *B* sua respondebit gravitas specifica. Jam per quodvis punctum *B*, transeat planum, secans superficiem *CED*, sectiones *CD* erunt totidem numero infinitæ inter se diversæ (exceptis paucis numeri determinati aliquando coincidentibus) et proinde in superficie non potest assignari velocitas, cui non aliqua hujusmodi linea respondeat, seu velocitates assignabiles sunt numero infinitæ primi gradus. Sed puncta in superficie sunt infinities infinita cum quælibet linea, rursus infinita habeat puncta. Itaque fieri non potest, ut tot sint gravitates diversæ, quot in superficie sunt puncta, et (paucis determinatis exceptis) necesse est infinita puncta habere communem gravitatem; idem magis adhuc locum habet, si *CED* sit corpus, sectiones enim *CD* erunt superficies; itaque infinities infinita puncta corporis debent habere gravitatem specificam, eandem. Idem est de momento, velocitate aliisque quantitatibus, quibuscunque.

Finge enim corpus propositum transformari in ipsum *CED*, ita ut quælibet puncta transferantur in planum suæ respondens velocitati utique necesse est ut puncta superficies in planis seu partes planorum constituent, alioqui si in planis constituerent puncta tantum; seu in uno plano esset non nisi unum punctum, non corpus ex gravibus fieret sed linea a planis secta. Si lineam in suo quæque plano formarent, non fieret ex ipsis corpus, sed superficies in illis lineis a planis secta.

Propositio 15.

25

Iisdem positis corporis puncta, eandem quantitatem recipientia cadunt in superficiem vel superficies et superficiei in lineam vel lineas (exceptis quibusdam determinatis seu numero finitis lineis vel punctis in corpore; punctis in superficie.)

30

Ponamus enim si fieri potest in superficie, quodvis punctum a quovis alio ejusdem quantitatis esse disjunctum, ita ut linea conjungens non possit incedere per puncta conformia (ejusdem verbi gratia velocitatis) nisi numero

1 sint *add.* L 5 Jam *add.* L 11 superficies *corr.* L 16 Idem est de *add.* L 20 puncta *add.* L 23 quæque (1) puncto servarent *del.* (2) plano formarent *add.* L 27 in unam *del.* L 27 vel superficies *add.* L 28 vel lineas *add.* L 29 seu ... finitis *add.* L 29 corporis. *corr.* L 31 si ... potest *add.* L 33 ejusdem ... velocitatis *add.* L

finita, et sint eæ lineæ minimæ, quæ in superficie a puncto ad punctum
 conforme duci possunt. Assumatur punctum *A* [Fig. 10, p. 460] et inde ad
 quævis puncta conformia ducantur lineæ *AB*, *AC*, *AD*, *AE*, *AF* minimæ,
 quæ in hac superficie duci possunt. Harum quævis non potest transire, nisi
 5 per numero finita puncta ipsi *A* conformia. Sit jam *X* maximus numerus fi-
 nitus conformium punctorum in unam ex his lineis cadentium; verbi gratia
 si ea quæ maximum numerum punctorum conformium habet est *AEMN*,
 erit numerus punctorum ejus *X*. Utique igitur numerus omnium puncto-
 rum in omnibus lineis non est major numero punctorum conformium ipsi
 10 *A* proximorum ut *B*, *C*, *D* etc. per numerum *X* multiplicato; proxima sci-
 licet puncta voco, inter quæ et punctum *A*, in lineis istis minimis ductis
 nullum aliud conforme cadit punctum. Tot enim sunt lineæ quot puncta
 proxima, et numerus omnium punctorum non potest esse major numero li-
 nearum multiplicato per *X*. Sed puncta proxima et ipsa sunt numero finita,
 15 alioqui inciderent in lineam continuam contra hypothesin. Ergo numerus
 omnium punctorum conformium est finitus per *X* finitum multiplicatus
 seu est omnino finitus quod est absurdum (per propositionem præceden-
 tem). Itaque fieri non potest ut puncta conformia quævis in superficie a se
 invicem, sint discreta, nec componant lineas. Idem argumentum in corpore
 20 valet; ut puncta conformia superficies componere intelligantur.

Propositio 16. Problema 2.

Quantitati dimensionum plurium proportionalem exhibere quantitatem dimensionum pauciorum.

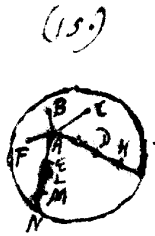


Figura 10 [(15.)]

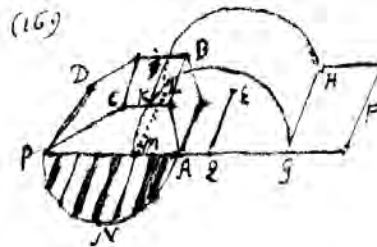


Figura 11 [(16.)]

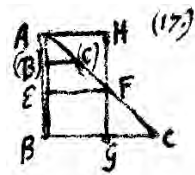


Figura 12 [(17.)]

1 eæ add. C 4 hac add. C 5 jam *X* add. L 5 maximus | itaque del. | L 6
 conformium punctorum add. L 6 cadentium | *X* add. C et del. L | 7 est add. L
 7-8 *AEMN*, erit (1) & del. (2) erit add. L 8 ejus | sit del. | L 8 igitur add. L 8-9
 punctorum (1) omnium linearum del. (2) in ... lineis add. L 9-10 conformium ...
A add. L

Constat solidis vel superficiebus exhiberi posse lineas ordinatim respondentes, ut si sit [Fig. 16, p. 56] isogonium planum OKG cujus quævis ordinata GK sit proportionalis ipsi PQ , vel ipsi XYZ sectioni superficiei vel solidi per unum ex planis ad rectam DE isogoniis factæ, quæ et planum OKG , secant in KG ; patet isogonium OKG ipsi superficiei vel solido esse proportionale. 5
Sed dimensionibus quæ solidum transcendunt nec proinde figuris perfecte exhibentur, nihilominus exhiberi possunt figuræ, planæ (si lubet) perfecte proportionales. Etsi enim infinitæ sint varietates gravitatum specificarum in aliquo solido; fieri tamen non potest, ut quodlibet ejus punctum habeat gravitatem specificam nulli alteri ejus puncto communem nam gravitates solidi 10 variantur tantum infinities, cum rectæ ipsis proportionales assumi possint; sed puncta solidi variantur infinitis vicibus infinities infinities; necesse est ergo in solido infinities infinita puncta solidi, eandem habere gravitatem specificam (per propositionem 14.) et proinde cadere in superficiem (per propositionem 15.) Unde solidum in sua elementa solida proxima dividitur seu resolvitur per infinitas superficies et his elementis solidis totidem 15 per ordinatas in figura plana isogonias applicatas elementa plana proportionalia exhiberi possunt. His autem superficiebus solidum constitui dico, non quod componant, sed quia omnia ejus puncta lineasque absorbent, exceptis forte quibusdam determinatis, uti superficies cylindricæ cylindro 20 inscriptæ absumunt omnia ejus puncta et lineas, præter axem.

Sed placet methodum exhibere in exemplo. Sit solidum $ABCD$, quod gyatur circa axem QE quæritur ejus impetus seu quantitas ipsa motus, quæ est quatuor dimensionum, si solidum uniformem habeat partium gravitatem. Jam per QE axem transeat planum QEF et circa QE describantur quotlibet superficies cylindrorum rectorum quorum hic est axis qualis superficies est $GHIKML$, secans planum in LM , et solidum portione sui $IKML$. Cum ergo omnia sectionis $IKML$ puncta sint ejusdem velocitatis; sumantur quot superficies cylindricæ, tot rectæ MN in ipsis LM (si opus continuatis) ad easdem partes applicatæ ad rectam AM , et rectæ istæ MN sint 30 in composita ratione sectionum solidi, et velocitatum quas habent sectiones (cum eadem sit in quovis sectionis ejusdem puncto velocitas) adeoque impetui cujusque sectionis proportionales. Idemque faciendo ubique habebimus figuram quantitati motus proportionalem, ita ut portio ejus ANM ,

6 Sed | in del. | C 7 planæ | si lubet corr. | L 7 perfecte add. L 16 resolvitur sublin. L 18 possunt add. C 18 constitui sublin. L 20 determinatis sublin. L 28 ergo corr. ed. L 32 cum ... velocitas add. L 32 in (1) unaquaque del. sectione corr. veloc del. (2) quovis add. sectionis L

sit ad totam ANP , ut impetus portionis a superficie cylindrica absectæ $ABIKML$ est ad impetum totius solidi. Et similiter ut figura ANP est ad figuram aliam secundum aliud solidum eodem modo factum, ita erit impetus solidi hujus $ABCD$ ad impetum solidi alterius.

5

Definitio 5

APPLICATUM TOTIUS, EX EJUSDEM NOMINIS APPLICATIS CONSTITUENTIUM RESULTANS est id quod absolute ductum in totum tantumdem efficit quantum factum ex omnibus ejusdem nominis in constituentia ordinatim ductis.

- 10 Ut si sit [Fig. 12, p. 460] virga metallica $A(B)B$, ex auro argentoque composita, cujus partes viciniores extremo B sint graviores, plusque auri habeant; ita ut gravitates specificæ crescant in ratione rectarum AB , tunc ipsi virgæ attribuemus gravitatem specificam mediam, quam si ubique æqualem haberet, tantum ponderis haberet quantum nunc; seu eam quam acciperet si
15 funderetur in massam homogeneam, ita ut aurum et argentum æqualiter distribuerentur. Nempe in exemplo proposito, si BC representet gravitatem specificam in B , tunc triangulum normale ABC representabit pondus integrum virgæ, cui fiat æquale rectangulum $ABGH$, ejusdem cum triangulo altitudinis AB , et ejus basis AH seu BG representabit mediam gravitatem
20 specificam, attribuendam toti virgæ.

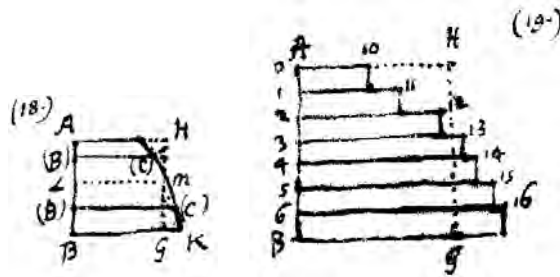


Figura 13 [(18.)]

Figura 14 [(19.)]

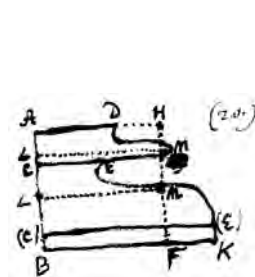


Figura 15 [(20.)]

Propositio 17

Si factum ex applicatis in totum aliquod ordinatim ductis representetur per figuram, cujus basis representet totum, altitudines variæ representent ordinatim ducta;

1 ad (1) portionem del. (2) totam add. L 3 aliam (1) ad del. (2) secundum add. L 3 ita add. L 6 APPLICATUM TOTIUS, add. L 10 $A(B)B$, add. C 19 et add. L

applicatum totius resultans representabitur per rectam constantem quæ in totam basin ducta figuram priori æqualem producit.

Ut si AB [Fig. 13, p. 462] sit virga diversarum in diversis punctis (B) gravitatum (B)(C) gravitas ipsius virgæ seu media erit LM id est AH vel BG basis 5 rectanguli ABG æqualis figuræ planæ $AD(C)KB$ ex variis rectis ordinatim ad AB applicatis factæ. Patet ex definitione 5 addatur propositiones 7. et 8.

Definitio 6

MEDIUM ARITHMETICUM est summa quotcunque quantitatum divisa per quantitatum numerum. 10

Sic medium Arithmeticum, inter 3 et 5, est 4. nempe summa, 3 plus 5 seu 8, divisa per numerum quantitatum seu per 2, fit 4 sed Medium Arithmeticum inter tres quantitates 3, 5, 8 est $\frac{16}{3}$.

Hujus medii tam late sumti maximus est usus, exempli causa in alternativis æstimandis, ut si tres æstimatores a Judice deputati rem æstiment unus 15 81, alter 90 tertius 96 nummorum aureorum medium pretium eligendum erit $\frac{267}{3}$ seu 89 aureorum. Idem in alea et æstimatione spei obtinet. Eodem autem modo et medium Geometricum inter plures quantitates (quantuscunque sit earum numerus) intelligi potest, cujus scilicet logarithmus est medium arithmeticum inter logarithmos quantitatum. 20

Propositio 18.

Applicatum totius resultans ex applicatis constituentium, est medium arithmeticum inter omnia applicata æqualium totius elementorum.

Sint ipsius AB elementa [Fig. 14, p. 67] æqualia 01, 12, 23 etc. in quæ ordinatim ducantur quantitates 0.10; et 1.11; et 2.12; etc. ut si elementa 01, 12, etc. sint partes virgæ, et quantitates 0, 10, et 1.11, etc. sint ut partium gravitates specificæ, erunt partium moles seu pondera ut ipsa rectangula 10.0.1, et 11.1.2, etc. quarum summa est pondus totius, quod divisum per AB longitudinem seu volumen virgæ, dat BG gravitatem ejus specificam 30 (mediam) per definitionem 5. Sed cum eadem sit rectangulorum ubique latitudo, idem prodit; si dividas summam longitudinum per numerum elementorum æqualium, quorum unumquodque consideratum instar unitatis

7 definitione 5 (1) ad del. (2) addatur add. L 11 4. nempe add. L 11 summa, 3 (1) et del. (2) plus add. L 12 seu per add. L 12 sed add. L 17 $\frac{267}{3}$ del. et rursus add. L 17 et add. L 18-19 quantitates (1) num add. et del. (2) (quantuscunque ... numerus) add. L

nihil mutat. Itaque BG est medium arithmeticum inter omnes ordinatim applicatas 0.10, et 1.11, et etc. Idemque est, etsi partes ipsius AB sumantur data quavis minores, atque adeo si figura scalaris abeat in curvilineam.

Propositio 19. Problema

- 5 Medium Arithmeticum invenire inter quantitates numero infinitas homogeneas, inter quarum duas quasvis alia ex ipsis cadunt.

Represententur [Fig. 15, p. 462] per rectas CE ordinatas ad axem AB , sumtis abscissis AC uniformiter crescentibus, et constituent figuram $ADEKB$,
10 cui æquale exhibeatur rectangulum sub axe seu altitudine AB , et sub basi BF vel ordinata (LM) quæ erit medium arithmeticum quæsitum (per propositionem præcedentem.) Habemus ergo medium arithmeticum inter infinita dicta.

Fieri potest talem esse flexum ut plures sint ordinatæ LM eidem media BF æquales, si scilicet modo crescant, modo decrescant ordinatæ seu attributa.

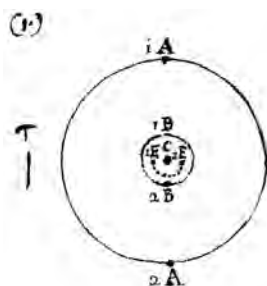


Figura 16 [(1.)]

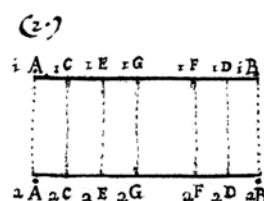


Figura 17 [(2.)]

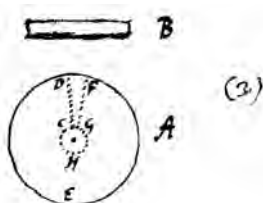


Figura 18 [(3.)]



Figura 19 [(4.)]

26 et add. L 29 et add. L 2 0.10, (1) & del. (2) et add. L 2 1.11, (1) & del. (2) et add. L 6 homogeneas add. L 8 AB |, add. | L 10 sub add. L 11 medium add. L 13 dicta add. L 14 potest (1) in casu flexuum del. (2) talem ... fluxum add. L 14 LM add. C

Traditio

L LH XXXV 11, 18B, pp. 37-48

Definitio I^a

MOVETUR[†], vel in motu est *A*, cui quicquid inest homogeneum seu comparabile *B*, habet punctum ut *E*, quod 5 per unius ejusdemque temporis *T* quamcunque partem in eodem loci puncto non est.

Sit circulus rigidus *A* [*Fig. 16, p. 464*] in plano suomet motus circa centrum suum immotum *C*, tunc equidem verum est, ipsum circulum loco suo non egredi; verum etiam est punctum in eo assumi posse, nempe ipsum *C* quod 10 quiescit; et in sphæra, cylindro, cono, vel similibus, circa axem immotum motis, puncta assumi possunt infinita quiescentia, quæ scilicet cadunt in

[†]*In margine* An sic: Quiescit cujus punctum quodvis manet in eodem loco. Motum habet quod non quiescit. Movetur seu in motu est in quo nihil homogeneum sumi potest, quod quiescat. Quietem habet in quo homogeneum quiescens sumi non potest. Contradictorie opponuntur quiescere et motum habere; item moveri et quietem habere. Contrarie opponuntur quiescere et moveri, datur enim medium quod motum et quietem habet, adeoque nec quiescit, nec movetur, cujus scilicet pars movetur, pars quiescit. Quiescentis pars quiescit. Moti pars movetur. Motum habentis pars quiescere potest. Quietem habentis pars in motu esse potest.

1 Pars ... 1. *add. ed.* 4 MOVETUR, (1) quod in loco est, & cui nihil *del.* (2) vel ... quicquid L 4-5 homogeneum (1), | in quo non aliquid punctum sumi possit *del.* | (2) | seu ... *B add.* |, | habet *add.* | punctum | ut *E add.* L 6 per (1) certi *del.* (2) cujusdam *add. et del.* (3) unius ejusdemque *add.* L 6 *T add.* L 6-7 in (1) eodem (a) | loco *corr.* | (aa) | congruente *corr.* | (bb) (congruente) non est (b) | puncto *add.* | loci | ₁*E add. et acc. non del., del. ed.* | totum *del.* (2) eodem ... est *add.* L 11 sphæra (1) | vel *del.* | cylindro | circa *del.* | (2) |, *add.* | cylindro, | cono ... circa *add.* | L

In not. marg.: Movetur (1) cujus nulla pars quiescit *del.* (2) seu ... est *add.* L Quietem habentis pars (1) non *corr.* (2) in L

axem. Idemque est in corporibus etiam non rotundis circa axem quiescentem rotatis, quæ licet loco egrediantur qua parte ultra rotundum eminent, habent tamen partem loco non egredientem, et infinita puncta quiescentia. Interim ut res moveri dicantur, sufficit non posse assumi in ipsis homogeneum tam exiguum in quo non sit motus locum mutans. Ita in circulo *A* non potest assumi pars tam exigua, (uti circulus *B* concentricus utcunque parvus,) quin ejus punctum aliquod ut *E* assignari possit, quod continue per tempus *T* in quo mobile (nempe circulus) moveri dicitur, locum mutet, seu in diversis loci punctis reperiatur. Et licet axis in sphaera mota possit esse immotus, homogeneous tamen ipsi non est, neque enim linea corpori comparari potest.

Mirum autem videri poterat, Motus vel potius ejus quod movetur, (rei toties considerata) definiendi provinciam nobis fuisse relictam. Interim multa quæ de Moto demonstrabimus, etiam applicari poterunt ad aggregatum ex pluribus corporibus partim motis partim quiescentibus, concipiendo quietem tanquam motum inassignabilis velocitatis. Definitionem tamen ita formare placuit, ut talia segregarentur. Alioqui ad notionem ejus quod movetur suffecisset aliquod in eo homogeneous assumi posse, cujus punctum quodlibet per certi temporis quamcunque partem partem in eodem loci puncto non sit. Sane si quis partim quiescentia sub Motis comprehendere volet, hac poterit definitione nova uti, pro ea quam posuimus supra. Forte tamen non inutile erit discernere id quod movetur seu in motu est, ab eo quod motum habet. Ut moveri dicatur cujus quodlibet homogeneous motum habet, seu cujus quodlibet homogeneous in se punctum habet quod locum continue mutat; Motum autem habere dicatur in quo saltem aliquod tale homogeneous

1-3 Idemque ... quiescentia *add.* *L* **1-2** quiescentem | moventibus *del.* | *L* **4** res *add.* *L* **4** dicantur, *add.* *L* **5** locum mutans *add.* *L* **5** *A* *add.* *L* **6** (*add.* *L* **7** parvus, |) *add.* (1) quin *del.* (a) in ipsa *del.* parte *add.* et *del.* (b) hac *add.* et *del.* (2) quin ejus *add.* *L* **7** *E* (1) reperiatur *del.* (2) assignari possit *add.* *L* **8** per (1) aliquod tempus *del.* (2) tempus ... dicitur *add.* *L* **8-9** mutat *corr.* *L* **9** reperitur *corr.* *L* **466.12-467.9** Mirum ... sequentibus *add.* *L* **12-13** (1) Mirum autem videri poterit Motus, (rei toties considerata) definiendi provinciam (a) mihi (b) nobi (c) mihi (d) nobis fuisse relictam. *del.* (2) Mirum ... relictam *add.* *L* **14-15** ad (1) illud cujus pars quiescit *del.* (2) aggregatum ... pluribus (a) quiescentibus (b) corporibus ... quiescentibus *add.* *L* **16** velocitatis | Porro hæc apparent *del.* | Demonstratione *corr.* | *L* **17** ita (1) concipere *del.* (2) formare *add.* *L* **20-21** sit. (1) Et si *del.* (2) Sane si *add.* *L* **21** quis | etiam *del.* | *L* **21** velit *corr.* *L* **22** nova *add.* *L* **466.22-467.4** supra. (1) Superior autem ista ita concepta est *del.* (2) | Distinctionis *add.* et *del.* | tamen | causa *add.* et *del.* | (3) | Forte *add.* | tamen ... est *add.* *L* **23** seu | <continue> *del.* | *L* **24** cujus | sit *del.* | *L* **24** habet, | seu punctum continet quod (1) movetur (2) locum mutat. Motum autem habere, cujus *del.* | *L*

sumi potest. Idque usu non caret, nam et infra ostendemus regulas de via centri gravitatis corporis totius ex pluribus aggregati, locum habere etsi aliqua pars vel aliquod ex corporibus comprehensis quiescat. Cæterum ipsa definitio nostra initio posita sic concepta est, ut comprehendat etiam quæ ita moventur ut loco suo non egrediantur, et ea quoque in quibus infinita 5 possunt sumi puncta quiescentia. Adhibuimus autem non partem mobilis, sed homogeneous in eo sumtum, ut definitio vera esset et in puncto moto, cujus pars quidem nulla est, homogeneous tamen in eo assumi potest, nempe ipsum punctum. Ut patet ex duobus consectariis sequentibus.

Consectarium 1

10

Punctum quod per cuiusdam temporis quamcunque partem in eodem loco non est, movetur.

Id punctum propositum sit E , jam omne homogeneous quod in eo assumi potest, est ipsum E et omne punctum quod in homogeneous (nempe in E) assumi potest, est rursus E ; jam E continue locum mutat per tempus 15 T ,] nullum igitur punctum in ullo puncti propositi homogeneous assumi potest, quod non continue per datum tempus T locum mutet quod (per definitionem) est moveri punctum propositum.

Consectarium 2

Punctum quod movetur, id per cuiusdam temporis 20 quamcunque partem in eodem loco non est.

[39] Id punctum sit rursus E . Cum moveatur, ideo (per definitionem) nullum in eo homogeneous assumi poterit, cujus non aliquod punctum continue locum mutet, sed punctum E est solum quod assumi possit in homogeneous ipsius E , id est in ipso E , ergo continue locum mutat. 25

Consectarium 3

Extensi moti quævis pars movetur.

Moveatur [Fig. 17, p. 464] extensum AB , ex ${}_1A_1B$ in ${}_2A_2B$, et sit ejus pars quæcunque CD , aio et hanc moveri. Esto CD non moveri siquidem id fieri

2 pluribus | discretis del. | L 3 aliquod | inclusum del. | L 4 posita | $\leftrightarrow$ del. | L 8 assumi | possit del. | L 10 1^m C corr. L 11 per (1) certi del. (2) (summ add. et del. (3) cuiusdam add. L 13 propositum add. L 15 potest corr. L 15-16 est (1) E , del. (2) rursus ... T add. L 16 ullo (1) ejus del. (2) puncti propositi add. L 17 T add. L 18 punctum propositum. add. L 19 2^m C corr. L 20 per (1) certi del. (2) cuiusdam add. L 26 3^m C corr. L 28 Moveatur (1) AB del. (2) extensum ... ${}_2A_2B$ L

potest, itaque (per definitionem) in eo assumi potest homogeneous ipsi, ut *EF*, cujus aliquod punctum ut *G* per aliquod tempus non continue locum mutet. Jam *EF* inest etiam ipsi *AB*, et homogeneous est eidem (cum ejus parti *CD* insit et homogeneous sit) itaque in *AB* assumi potest homogeneous ipsi nempe *EF*, cujus aliquod punctum *G* continue locum non mutat. Ergo (per definitionem) non movetur *AB*, quod est contra hypothesin; itaque necesse est moveri et partem ejus *CD*.

Consectarium 4.[†]

[41]

Quicquid movetur locum deserenti ita cognatum est ut
10 non differat assignabiliter.

Locum deserere dico cujus quodvis punctum locum mutat, et aliqua pars locum occupat, in quo nulla pars fuit. Sit ergo [*Fig. 18, p. 464*] mobile *A*, quod quantitate assignata *B* differe dicatur a quocunque locum deserente; ajo id dici non posse, et assignari posse ipsius *A* partem *CDEFGC* quæ ab *A*
15 differat quantitate minore quam *B*. Nam quod omnia et sola puncta continet mobilis *A* locum non mutantia[,] non est magnitudine comparabile ipsi *A* (per definitionem hic positam) itaque pars ipsius *A* assignari potest *CHG*, minor data, in quam hæc puncta omnia cadant. Præterea si ponatur pars quævis ipsius *A* in alterius partis locum succedere, hoc quoque evita-
20 ri potest partem aliquam ut *DCFG* licet quantulamcunque resecando, ita enim quod in ejus locum, si adesset, succederet, nunc ipsa detracta, locoque adeo ejus existente a parte quacunque ipsius *A* vacuo, non succedit in alicujus partis locum. Jam duo *CHG* et *DCGF*, quæ singula talia assumi possunt, ut sint data quacunque quantitate minora etiam sic assumi pos-
25 sunt ut ambo simul sint data quantitate *B* minora, (singula scilicet sumendo minora ejus dimidio) itaque potest summa eorum *HCDFGH* assumi minor data quantitate *B*, adeoque detractis ipsis ab *A* residuum *CDEFGC* (cujus

[†]*In margine* Ad definitionem 1. de Motu

7 *insertionis signum add. adnotaturque*: Consectarium 4 nell'aggiunta. L 468.8-469.15 Consect. 4. ... assignabiliter *add.* L 9-10 movetur (1) | id a quovis (a) de loco egrediente *del.* | (b) locum deserente *add. et del.* non differt assignabiliter (2) | non ... assignabiliter a quovis (a) incluso (b) contento, locum deserente *del.* | (3) locum ... assignabiliter *add.* L 9 ita (1) accedit *del.* (2) cognatum est L 11 (1) Corpus loco egredi *del.* (2) Locum deserere *add.* L 12 nulla | corporis *del.* | L 15-16 Nam (1) proprius locus omnium punctorum *part. corr. et del.* (2) | quod ... sola *add.* | puncta | continet *add.* | L 16 mutantium *corr.* L 16 comparabilis *corr.* L 18 data, | (1) quam in (2) in *del.* | L 27 CDEFGC | minus *del.* | L 27 cujus | quodvi *del.* | L

quodvis punctum locum mutat, et aliqua pars alteri non succedit) minus ab *A* differt, quam assignata quantitas *B*.

[42] Itaque potuissemus id quod *Movetur* ita definire, ut nihil aliud esse diceretur quam id quod a locum deserente in universum non differt assignabiliter. Et sane hæc videtur fuisse ratio, cur homines sphæram vel simile 5 corpus cuius axis immotus est, cætera vero puncta locum mutant; annulum item vel orbem sphæricum cavum, cuius omnia puncta locum mutant, licet axe sphæræ manente immoto ipse annulus loco suo non egrediatur, moveri tamen dicant. Potest enim assignari sphæræ *A* pars inassignabiliter ab ipsa differens, seu tam parum quam velis diversa, nempe detracto nucleo *CGH* 10 cum sectore truncato *DCGF*, residua pars *CDEFGC*, quæ revera loco egreditur et quovis sui puncto locum mutat. Sed quia prius opus fuisset definire quid sit locum deserere malui supra definitionem ejus quod movetur dare, quæ alia antecedenti non indigeret. Præsertim cum non statim omnes intelligant, quid sit differre aut non differre assignabiliter. 15

[39] *Definitio 2^a*

TEMPUS MOTUS est tempus cuius pars nulla assumi potest, in qua non cujuscunque in mobili assumti homogenei punctum aliquod locum mutet.

[40] Sit punctum illud *A*, et tempus *TM* ejus pars pro arbitrio assumpta *PV*; 20 non debet *A* per tempus *PV* utcunque parvum manere in eodem loco (congruente) *L*, sed semper eum mutare, translatione aliqua, ut ex *L* in *N*.

Conseſtarium

Quod movetur, id per temporis motus partem quamvis movetur. 25

Moveatur mobile [*Fig. 19, p. 464*] tempore *TM*, aio moveri et per partem ejus quamcunque *PV*; ponatur non moveri, ergo (per definitionem motus) pars ipsius *PV* assumi potest, in qua aliquod punctum *A* in homogeneo a mobili contento sumtum, locum non mutat; sed pars ipsius *PV* est etiam pars ipsius *TM*, ergo pars temporis *TM* assumi potest in qua non utique 30

4 deserente | (1) om (2) vix del. | L 7 cavum add. L 7 licet | ipse circa axem sphæræ immotum del. L 9 assignari | (1) corpus (2) pars del. | L 10 diversa add. L 11 *CDEFGC*, quæ revera (1) quæ del. (2) quæ revera add. L 13 sit (1) loco egredi malui del. (2) locum ... supra add. L 13 movetur | in del. | L 15 sit (1) non del. (2) differre ... non add. L 15 assignabiliter | non del. | L 17 tempus del. et rursus add. L

cujuslibet in mobili assumti homogenei punctum *A*, locum mutat. Id est (per definitionem) *TM* non est tempus motus, contra Hypothesin.

Quemadmodum latius extensa notione dici potest, moveri corpus cujus pars quiescit (ut filum quod ex parte flectitur) ita etiam tempore proposito
 5 moveri dici posset, quod non continue movetur, sed in parte temporis hujus quiescit. Nihilominus enim tempus totum dici posset tempus motus, etiam retenta presenti definitione, si nempe quietem ut motum maxime tardum seu velocitate inassignabili præditum concipimus, ita enim dici potest generalem hypothesin omnium punctorum corporis qualibet temporis
 10 propositi parte locum mutantium etiam in casu speciali quietis in parte corporis vel temporis suppositæ verificari. Uti omnes conclusiones Ellipseos suo modo in circulo verificantur, concipiendo hunc ut Ellipsin cujus foci distantiam habent inassignabilem. Eaque consideratio magnos usus habet, quemadmodum pluribus dictum est in Novellis Reipublicæ literariæ Anno
 15 1687. mense Julio, articulo 8.

Definitio 3

[45]

LOCUS MOTUS, VEL VIA, VEL SPATIUM MOTU DESIGNATUM VEL VESTIGIUM MOTUS est locus communis omnium et proprius eorum solorummobilis locorum in quibus durante motus
 20 tempore fuit. Locorum inquam congruentium seu VESTIGIORUM MOBILIS.

LOCUS autem PROPRIUS est, qui et aliis communis non est, aliis, inquam, quæ nempe punctum habeant, quod in nullo sit mobilis loco; seu LOCUS proprius vestigiorum seu locorum

3-15 Quemadmodum ... artic. 8 *add.* L 3 dici potest, *add.* L 3 moveri | dici potest *del.* | L 4 tempore proposito *add.* L 5-6 hujus *add.* L 6 enim *add.* L 7 nempe *add.* L 8-11 enim (1) | quies *corr.* | quasi motus | species *corr.* | concipi potest *del.* | (2) | quietem ... speciem (a) $\leftrightarrow$ (b) sumendo dici aliquo modo potest omnia puncta corporis qualibet temporis parte locum mutare, vel certe conclusiones (aa) «circa» (bb) circa talem hypothesin generales suo modo etiam in casu speciali quietis in parte corporis *del.* | (3) dici ... corporis *add.* L 12 circulo *add. et del.* L 12-13 cujus (1) | alter focus infime hinc abest *part. corr. et del.* | . Quæ res magnum *del.* | (2) foci | distantiam ... inassignabilem *add.* (a) Quales *add. et del.* (b) Eaque *add.* L 18 locus (1) proprius *del.* (2) communis *add.* L L 18-19 et ... solorum *add.* L 18-19 eorum *add.* L 19-20 durante (1) motu fuit. *del.* (2) motu ... fuit. *add.* L 23 aliis, inquam, *add.* L 470.24-471.2 loco (1) . *corr.* (2) ; | seu ... cadat *add.* | L 470.24-471.1 vestigiorum ... mobilis *add.* L 24 seu locorum *add.* L 14-15 Novellis ... 8 *vide* Leibniz, *Extrait d'une lettre de M. L. sur un Principe Général, utile à l'explication des loix de la nature, par la considération de la Sagesse Divine; pour servir de réplique à la réponse du R.P.M.*, «Nouvelles de la République des Lettres», 1687, pp. 744-53; GP 3, 51-55.

mobilis est qui nullum punctum continet, quod non in aliquem ex locis mobilis cadat.

Ut si punctum A in recta ${}_1A_2A_3A$ vel VX motum transferatur ex ${}_1A$ per ${}_2A$ in ${}_3A$, via erit recta ${}_1A_2A_3A$; vel si recta AD mobilis in recta quiescente XV mota transferatur ex ${}_1A_1D$ per ${}_2A_2D$ in ${}_3A_3D$, via erit recta ${}_1A_3D$. Vel si recta mobilis AB , aut etiam [Fig. 20] rectangulum $ABCD$ intra duas rectas ${}_1A_1D$, ${}_1B_1C$, continuatas in plano, transferatur recta quidem ex ${}_1A_1B$ per ${}_2A_2B$ in ${}_3A_3B$ rectangulum vero ex ${}_1A_1B_1C_1D$ per ${}_2A_2B_2C_2D$ in ${}_3A_3B_3C_3D$, via rectæ AB erit rectangulum ${}_1A_1B_3A_3B$, et via rectanguli $ABCD$ erit rectangulum ${}_1A_1B_3C_3D$, vestigium vero aliquod rectæ erit ${}_2A_2B$ rectanguli erit, ${}_2A_2B_2C_2D$. Ubi tamen discrimen insigne observari debet, quod interdum via mobili homogenea est, interdum secus. Sic recta ${}_1A_2A_3A$ puncto A , et rectangulum ${}_1A_1B_3A_3B$ rectæ AB homogeneum non est; sed recta ${}_1A_3D$ rectæ AD , et rectangulum ${}_1A_1B_3C_3D$ rectangulo $ABCD$ homogeneum est.

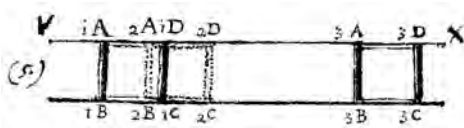


Figura 20 [(5.)]

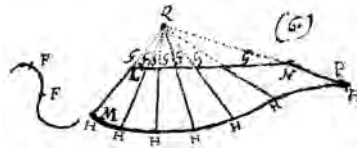


Figura 21 [(6.)]

Nimirum generaliter [Fig. 21] puncti omnis F , via est linea FF . Lineæ autem via tunc demum est superficies, si puncta ejus durante motu sibi non succedant continue[,] sic rectæ GH via seu locus successivus est superficies $LMHGN$, si recta GH ex loco primo LM , in ultimum GP ita verbigratia transferatur, ut extremo G incedens per rectam LN semper respiciat punctum Q [:] ita enim unum punctum non succedit in alterius locum, ut supra fiebat continue cum recta AD per rectam VX incederet. Superficie autem via est solidum, ut [Fig. 22, p. 472] superficie RS solidum ${}_1R_2R_3R_3S_2S_1S$. Nisi

3-6 si (1) rect add. et del. (2) punctum ... etiam add. L 3 vel VX add. L 4 ${}_3A$, (1) vel del. (2) via ... si add. L 4 AD | in re del. | L 5 transferatur | via erit del. | L 7 continuatas (1) motum del. (2) in plano add. L 7-8 transferatur (1) ex ${}_1A_1B_1C_1D$ del. (2) recta ... ${}_1A_1B_1C_1D$ add. | per rect add. et del. | L 8 in del. et rursus add. L 9 via (1) tam add. et del. (2) via (a) erit rect (b) AB ... $ABCD$ add. L 9 via corr. L 10 vestigium corr. L 10 rectæ ... ${}_2A_2B$ add. L 11-14 Ubi ... est add. L 11 discrimen | obse del. | L 15 (1) Nempe del. (2) Nempe ut add. et del. (3) Nimirum generaliter add. L 15 omnis add. L 16 tunc demum add. L 16-17 superficies, (1) ut rectæ del. (2) si ... succedant (a) con (b) sic rectæ (c) continue ... rectæ add. L 20 Q del. et rursus add. L 20-21 ita ... incederet add. L

tamen superficies per sua vestigia incedat; ut si sit superficies $ABCDPNML$,
 cujus pars quæcunque $CDPN$, [Fig. 23, p. 472] in qua non est extremum
 A , succedit in locum alterius, ut $BCNM$, ita ut coincident locus prior ip-
 sius $BCNM$, nempe ${}_1B{}_1C{}_1N{}_1M$, et locus posterior ipsius $CDPN$, nempe
 5 ${}_2C{}_2D{}_2P{}_2N$. Ex lineis autem non nisi recta arcus circuli, et arcus helicis sive
 cochleæ cylindricæ per sua vestigia incedere possunt; quoniam ea est ha-
 rum linearum solarum communis proprietas, ut diversæ quæcunque partes
 æquales unius lineæ inter se congruere possint, et in recta extremis con-
 gruentibus etiam congruere debeant. Ex superficiebus solæ plana, et sphæ-
 10 rica, et cylindrica, et cochleatim cylindro incisa, et omnes rotatione genitæ
 possunt per alias æquales et similes seu congruas, incedere; sed cæteræ ro-
 tatione genitæ non nisi uno modo, rotando scilicet circa eundem axem;
 at superficies cylindrica super alia incedere potest adhuc uno modo, nem-
 pe ascendendo aut descendendo; (adeoque et composito ex circulatione et
 15 ascensu vel descensu); cochleata ne rotando quidem sed uno modo tantum [47]
 sibi proprio ex ascensu et descensu misto, ut in torcularibus videmus; sed
 sphærica et plana modis infinitis, in omnes partes. Solidum autem motu suo
 non nisi solidum describere, nec novam dimensionem producere potest, ut
 [Fig. 24, p. 474] cubus $ABCDEFGH$ intra duas hedras oppositas continuatas
 20 ED et BC incedens, et transiens ex ${}_1A{}_1B{}_1C$ in ${}_2A{}_2B{}_2C$, nil aliud producit
 quam solidum, quod etiam produceret sola hedra ex ${}_1A{}_1D{}_1C{}_1H$ translata in
 ${}_2E{}_2F{}_2G{}_2B$, nempe parallelepipedum ${}_1A{}_1C{}_2B{}_2F$. Nam omnia puncta solidi,
 quæ non sunt puncta superficiæ ambientis, cum durante motu non nisi
 in loca punctorum superficiæ succedant, non aliam viam designant, quam
 25 ipsa superficies.

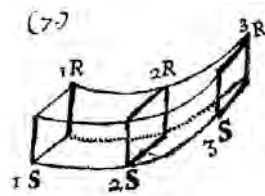


Figura 22 [(7.)]

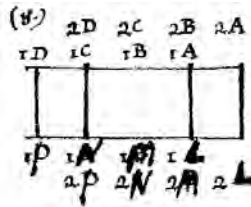


Figura 23 [(8.)]



Figura 25 [(10.)]

1 tamen | linea vel del. | L 1 ut (1) $ABCD$, linea vel superficies del. . corr. (2) si ... ,
 add. L 2 quæcunque (1) CD del. (2) ${}_1P$ add. et del. (3) $CDPN$ add. L 3 ut (1) BC
 del. (2) $BCNM$ add. L 3-4 ipsius (1) BC del. (2) $BCNM$ add. L 4 nempe (1) ${}_1B{}_1C$
 del. (2) ${}_1B{}_1C{}_1N{}_1M$ add. L 4 ipsius (1) DC del. (2) $CDPN$ add. L 4-5 nempe (1)
 ${}_2C{}_2D$ del. (2) ${}_2C{}_2D{}_2P{}_2N$ add. L 10 omnes (1) alia add. et del. L 11-12 sed (1)
 hæc del. (2) cæteræ ... genitæ add. L 12 modo corr. L 12-13 axem; (1) sed del.
 (2) at add. L 13 cylindrica | quæ del. | L

Consectarium 1

Quicquid movetur describit viam.

Semper enim est in loco, et datur locus aliquis in quem cadunt hæc loca omnia, id est (per definitionem præcedentem) via.

Consectarium 2

5

Si qua Via per partem temporis impensi a mobili sit descripta, continebitur in via integra eo tempore ab eodem mobili descripta

[48] Sit temporis *TM* pars *PV*, et via mobilis per tempus *PV* sit *E*, et per tempus *TM* via ejusdem sit *AB*, aio *E* esse partem ipsius *AB*. Nam *E* est locus 10 omnium locorum mobilis durante tempore *PV* (ex definitione præcedente). At loca mobilis durante tempore *PV*, sunt etiam loca mobilis durante tempore *TM*, cadunt ergo in *AB* ergo id quod constituunt nempe via *E*, cadit etiam in *AB*.

Consectarium 3

15

Parte temporis impensi describitur contentum in via.

Tempore *TM* describatur [Fig. 25, p. 472] via *AB*, aio parte temporis ut *PV* describi contentum in via, ut *CD*. Nam quia mobile movetur tempore *TM*, movetur et tempore *PV* (per consectarium subjectum definitioni temporis motus) quicquid autem movetur describit viam (per consectarium 20 1. hic) hæc via sit *E*, jam *E* est contentum ipsius *AB* (per consectarium præcedens) quod vocetur *CD*. Itaque habetur propositum.

Consectarium 4. Problema

[49] Motum exhibere, in quo coincidat locus mobilis et via motus. 25

Includatur mobile corpus alteri rigido immoto, ita ut congruat superficies, et tum mobile inclusum (quod semper æquale spatium occupare, nec perfecte condensari aut rareferi suppono) moveatur, et habebitur desidera-

6 Si qua add. L 6-7 impensi (1) est pars del. viæ integræ corr. (2) ab eadem add. et del. (3) | a ... in add. L via integra L 6 sit add. L 7-8 eo ... descripta add. L 7 tempore | descripta del. | L 14 AB | ideo cum *E* sit homogenea ipsi *AB*, nec sit ipsa *AB*, erit pars ejus del. | L 15 Consectarium (1) 2 del. (2) 3 add. L 16 describitur (1) aliqua pars viæ del. (2) contentum ... via add. L 18 describi (1) partem viæ part. corr. et del. (2) aliquam add. et del. (3) contentum in add. via L 21 est (1) pars del. (2) contentum add. L 22 præcedens (1) ergo ipsæ *E* coincidit aliqua ipsius *AB* pars, *CD* del. (2) quod ... propositum add. L 27-28 (quod ... suppono) add. L

tum; quia ob rigidum obstans loco exire non potest, interim tamen partes inter se loca permutare possunt.

Si mobile sit fluidum, quamcunque figura habere potest; sin rigidum sit, oportet esse genitum circumrotatione, ut annulus, cylinder, sphæra, 5 conus rectus, cum moventur circa suos axes.

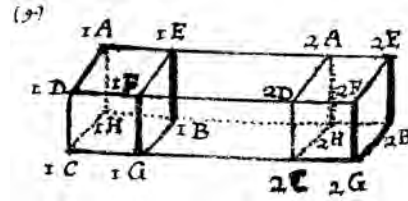


Figura 24 [(9.)]

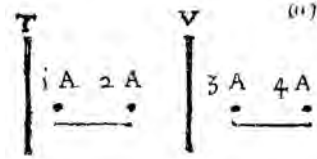


Figura 26 [(11.)]

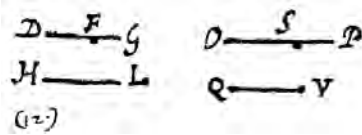


Figura 27 [(12.)]

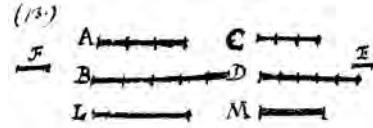


Figura 28 [(13.)]

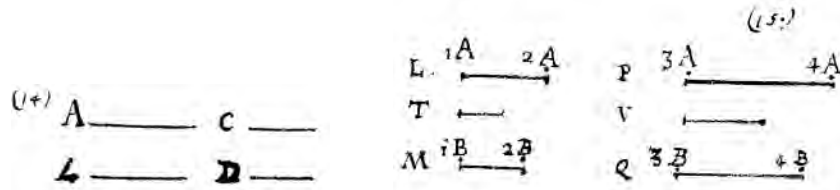


Figura 29 [(14.)]

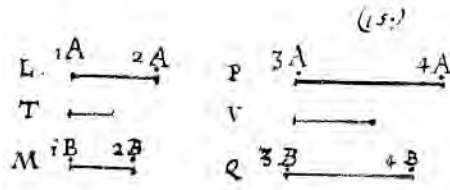


Figura 30 [(15.)]

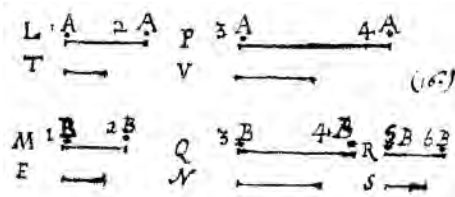


Figura 31 [(16.)]

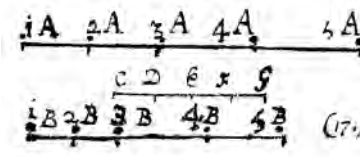


Figura 32 [(17.)]

[Pars 1. Sectio 2. Caput 2.]
[53] DE MOTU UNIFORMI

Traditio

L LH XXXV 11, 18B, pp. 53-60

Definitio

MOTU UNIFORMI MOVETUR, cujus quodlibet punctum æqualibus temporibus æqualia spatia describit. 5

Sit mobilis punctum A [Fig. 26] percurrentes tempore T lineam ${}_1A_2A$, et tempore V lineam ${}_3A_4A$; jam positis T et V æqualibus, si reperiantur ${}_1A_2A$ et ${}_3A_4A$ esse æquales; idque succedat in puncto mobilis quocunque, motus dicetur uniformis; et contra, motu posito uniformi, debet succedere.

Propositio .1.^a 10

In motu uniformi si spatia a puncto mobilis absoluta sint æqualia, erunt et tempora impensa æqualia.

Spatiis enim DG et HL æqualibus, [Fig. 27] sint inæqualia si fieri potest tempora OP , et QV , et tempus alterutrum ut OP . sit majus; ergo ipsi QV æqualis erit ipsius OP pars aliqua OS , qua durante percursa est spatii DG 15 pars aliqua DF , et æquali tempore QV percursum est spatium HL . Ergo (ex definitione motus uniformis) æquantur DF et HL ; jam HL æquatur ipsi [54] DG ex hypothesi; ergo æquales sunt DF et DG , pars et totum, quod est absurdum; æqualia igitur sunt tempora OP , et QV . Quod asserebatur.

Propositio .2.^a 20

Omne punctum mobilis uniformiter moti movetur motu uniformi.

Nam omne punctum mobilis uniformiter moti æqualibus temporibus æqualia absolvit spatia (ex definitione) et puncti æqualibus temporibus æqualia absolventis spatia quodlibet punctum, (cum puncti non aliud punctum 25 sit quam ipsummet) æqualibus temporibus æqualia absolvit spatia; ergo (per eandem definitionem) uniformi motu movetur.

1 Pars ... 2. add. ed. 7 jam add. L 7 si add. L 7 reperientur corr. L 8 idque, si succedet part. corr. et del. L

Propositio .3.^a

Omne mobile cuius quodlibet punctum uniformiter movetur, ipsummet motu uniformi movetur.

Nam mobile cuius quodlibet punctum uniformiter movetur, ejus (per
5 definitionem) cuiuslibet puncti quodlibet punctum, id est ejus quodlibet
punctum, æqualibus temporibus, æqualia absolvit spatia; quod (per defini-
tionem) est mobile uniformiter moveri.

Propositio .4.^a

[55]

In motu uniformi multiplis temporibus impensis; æ-
10 quimultipla sunt spatia absoluta a mobilis puncto. Hoc est
si punctum mobilis tempore simpli percurrat spatium simplum, tempore
duplo, triplo, quadruplo etc. absolvet respectu spatium duplum, triplum,
quadruplum. Nam si simpli absolvit simplum, altero simpli æquali absol-
vet rursus simplum æquale (per definitionem) ergo bis simpli bis simplum,
15 hoc est, duplo duplum et ita porro.

Propositio 5.^a

In motu uniformi spatia absoluta a mobilis puncto
sunt temporibus impensis proportionalia.

Ponamus [*Fig. 28, p. 474*] punctum mobilis uniformiter moti, absolvere
20 spatium *A* tempore *C*, et spatium *B* tempore *D*, dico esse *A* ad *B* ut *C* ad
D. Et quidem si tempora sunt commensurabilia, sit maxima eorum men-
sura communis, æqualis ipsi *E*; et sit exempli causa *C* triplum ipsius *E*, et
D quintuplum, erit *C* ad *D*, ut 3 ad 5. Et tempore æquali ipsi *E*, percurra [56]
sit pars ipsius *A* æqualis ipsi *F*, ergo (per præcedentem) *A* percurra tempore
25 *C* triplo ejus quo percurra est æqualis ipsi *F*, erit tripla ipsius *F*, jam pars
ipsius *B* percurra tempore æquali ipsi *E*, est etiam æqualis ipsi *F* (ex defini-
tione motus uniformis) ergo (rursus per præcedentem) *B* percurra tempore
D quintuplo ejus quo percurra est æqualis ipsi *F*, erit quintupla ipsius *F*,
ergo erit etiam *A* ad *B* ut 3 ad 5. Quod si rationes sint incommensurabiles,
30 constat ex Euclide reduci posse ad commensurabiles sic ut error minor sit
errore quovis dato; adeoque nullus. Universaliter igitur vera propositio est.

Propositio 6.^a

Si spatia a quovis mobilis puncto percurra sint tempo-
ribus impensis proportionalia, motus est uniformis.

23 æquali ipsi *add.* | ut *add. et del.* | *L*

Sit enim [Fig. 29, p. 474] punctum mobilis percurrentes tempore C lineam A , et tempore D lineam L et sint tempora C et D æqualia; jam C ad D ut A ad L ex Hypothesi, ergo etiam lineæ A et L erunt æquales. Et proinde æqualibus temporibus æqualia spatia percurruntur, quod est motum esse uniformem. 5

[57]

Propositio 7.^a

Si diversa mobilia moveantur motibus uniformibus, spatia æqualibus temporibus a mobilium punctis percursa erunt proportionalia.

Sit [Fig. 30, p. 474] punctum A describens lineam L tempore æquali ipsi T , 10 et lineam P tempore æquali ipsi V , et ob motum uniformem erit L ad P ut T ad V . (per propositionem præcedenti anteriorem) Similiter B describat lineam M tempore æquali ipsi T , et lineam Q tempore æquali ipsi V , et ob motum uniformem erit T ad V ut M ad Q . Ergo L ad P , ut M ad Q seu L ad M ut P ad Q . Quod asserebatur. 15

Propositio 8.^a

Si spatia æqualibus temporibus a diversorum mobilium punctis percursa sint proportionalia, unumquodque mobile movetur motu uniformi. Est conversa præcedentis.

[58]

Sit [Fig. 31, p. 474] punctum A quodcunque unius mobilis, describens lineas L et P temporibus T et V , et punctum B quodcunque alterius mobilis describens lineas M et Q temporibus E et N . Sintque æqualia, tempus T 20 tempori E , et tempus V tempori N ; erit (ex hypothesi) L ad P ut M ad Q . Jam in motu alterutrius mobilium, ut B assumatur aliud tempus ut S æquale tempori E vel T eoque tempore S describat B lineam R ostendendum est lineam R fore æqualem ipsi M . Adeoque ex æqualibus temporibus sequi æqualia cujuslibet in mobili puncti B absoluta esse spatia, quod est mobilis motum esse uniformem (ex definitione). Nempe ob tempora S et T æqualia, itemque N et V æqualia, erunt lineæ R ad Q ut L ad P . Sed ob tempora E et T itemque N et V æqualia, sunt etiam lineæ M ad Q ut L ad P , 30 ergo R et M sunt æquales et quia similis ratiocinatio etiam in alterius mobilis puncto A institui potuisset, similiter ipsum quoque uniformiter moveri concluditur. Quod asserebatur.

Si iisdem tantum temporibus (non vero æqualibus quibuscunque) dixissemus spatia describi proportionalia, non sequeretur motus uniformis, 35 unde problema mox sequens solvi potest.

28 Nempe *add.* L

Propositio 9.^a

Mobilis uniformiter moti puncta æqualibus temporibus [59]
spatia describunt proportionalia.

Nam mobilis uniformiter moti puncta moventur uniformiter (per supra
5 demonstrata) sed plura mota uniformiter æqualibus temporibus proportio-
nalia describunt spatia per præcedente proxime anteriorem.

*Propositio X.^a**Problema*

Exhibere mobilia unumquodque motu non uniformi
10 motum, quæ iisdem temporibus durante motu spatia de-
scribant proportionalia.

Sit [Fig. 32, p. 474] punctum *A* æqualibus temporibus *CD*, *DE*, *EF*, *FG*
describens lineas ${}_1A_2A$; ${}_2A_3A$; ${}_3A_4A$, ${}_4A_5A$; ex quibus duæ priores sint æqua-
les; et duæ posteriores etiam æquales inter se, sed inæquales prioribus. Et
15 punctum *B*. iisdem temporibus describat lineas ${}_1B_2B$; ${}_2B_3B$; ${}_3B_4B$, ${}_4B_5B$.
ita ut etiam duæ priores sint æquales inter se; et duæ quoque posteriores,
licet inæquales prioribus: quælibet autem linea describatur motu unifor-
mi; et sit ${}_1A_2A$ ad ${}_3A_4A$, ut ${}_1B_2B$ ad ${}_3B_4B$. Utique iisdem temporibus spatia
describuntur proportionalia.

20 De temporibus assignatis patet; idem ostenditur et de eorum partibus, [60]
quia sunt partes temporum motus uniformis; ac proinde et in temporibus
inde compositis [utcunque]. Totus tamen motus ipsius *A* non est uniformis,
quia æqualibus temporibus *DE*, *EF*, spatia describuntur inæqualia, ${}_2A_3A$ et
 ${}_3A_4A$; idemque est in *B*. Quod erat propositum.

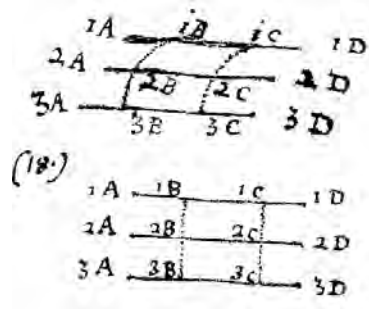


Figura 33 [(18.)]

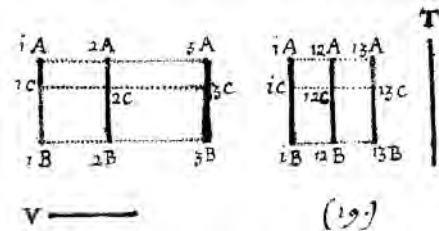


Figura 34 [(19.)]

22 utcunque om. C add. ed.

[Pars 1. Sectio 2. Caput 3.]
[61] DE VELOCITATE IN MOTU ÆQUALITER
DISTRIBUTO

Traditio

L LH XXXV 11, 18B, pp. 61-67

Definitio 1

MOTU ÆQUALITER DISTRIBUTO MOVETUR cujus punctum lineam 5
describit lineæ a quovis ejusdem mobilis puncto eodem
tempore descriptæ æqualem. Dicemus et MOTUM ÆQUIDISTRI-
BUTUM.

Veluti [Fig. 33] si mobile $ABCD$ transferatur ex loco ${}_1A_1B_1C_1D$ per ${}_2A_2B_2C_2D$
in ${}_3A_3B_3C_3D$, et punctum ejus B describat lineam ${}_1B_2B_3B$; tunc, si motus 10
sit æqualiter distributus, aliudque ejusdem mobilis punctum quodcunque
 C describat lineam ${}_1C_2C_3C$ æquales erunt lineæ ${}_1B_2B_3B$, et ${}_1C_2C_3C$.] Et
vicissim si æquales reperientur punctorum mobilis quorumcunque lineæ
eodem tempore descriptæ, motus erit æqualiter distributus.

Definitio 2

15

[62] VELOCITAS IN MOTU ÆQUALITER DISTRIBUTO est mobilis affec-
tio (formalis seu ex solo motu inexistens) quæ proportionalis est
lineæ quam describeret punctum mobilis, si motus per
datæ magnitudinis tempus hac eadem mobilis affectione
retenta continuaretur; eadem autem manet, si idem punc- 20
tum æqualibus temporibus æqualia describat spatia.

Sit [Fig. 34] mobile AB , cujus motus ${}_1A_1B_3A_3B$ sit æqualiter distributus,
ita ut lineæ ${}_1A_2A_3A$, et ${}_1C_2C_3C$ a duobus punctis quibuscunque mobilis, A
et C descriptæ eodem tempore T , sint inter se æquales. Et velocitas mobilis
 AB dum transit per locum (seu vestigium) ${}_1A_1B$ sit V . Hanc ita æstimabi- 25

1 Pars ... 3. *add. ed.* 6 quovis | alio *del. L* 7-8 Dicemus ... ÆQUIDISTRIBU-
TUM. *add. L* 14 distributus. | Omnis motus rigidi rectilineus (quo sic movetur ut omnia
ejus puncta rectas describant) est æqualiter distributus; sed non omnis motus æqualiter di-
stributus est rectilineus, quamvis quævis sic moti rigidi rectæ maneat suis vestigiis parallela
del. | *L* 16-17 est | affectio mobilis *corr.* | *L* 17 (formalis ... inexistens) *add.*
L 17 seu *add. L*

mus: si mobile durante motu ${}_1A_1B_3A_3B$ retinet eandem velocitatem, hoc ipso motu utemur, ut sequitur. Si non retinet eandem velocitatem, fingamus eandem velocitatem retinere, seu mobile AB ex ${}_1A_1B$ porro progredi, non motu proposito ${}_1A_1B_3A_3B$, sed alio æquivelece et æqualiter distributo
 5 ${}_1A_1B_{13}A_{13}B$, et tempore datæ magnitudinis puncto aliquo suo C percurre-
 re rectam ${}_1C_{12}C_{13}C$; hanc possumus sumere pro mensura velocitatis, ita ut
 longitudo hujus lineæ repræsentet velocitatem V , hoc est ut velocitates sint
 hujusmodi rectis proportionales. Quorum diversa puncta inæquales simul
 10 lineas describunt ut fit verbi gratia cum corpus movetur circa suum axem,
 de his dubitari potest an aliquam habeant certam velocitatem; possumus [63]
 tamen et tali corpori velocitatem quandam ascribere medianam, qua si
 ponatur motum mobile motu uniformiter distributo, idem quod prius in
 summa prodeat secundum certum æstimandi modum.

Definitio 3.

15 LONGITUDO MOTUS ÆQUALITER DISTRIBUTI est longitudo lineæ
 quam aliquod mobilis punctum describit. Ut ${}_1C_2C_3C$ est lon-
 gitudo lineæ motus æqualiter distributi ${}_1A_1B_3A_3B$. Interim, si linea quæ-
 dam moveretur motu inæqualiter distributo, ita ut diversa puncta simul
 inæquales vias describant; poterit etiam longitudo quædam totius motus
 20 concipi, quæ sit media certo modo inter omnes singulorum punctorum
 vias ita ut idem in summa prodeat.

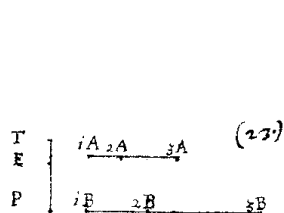


Figura 35 [(23.)]

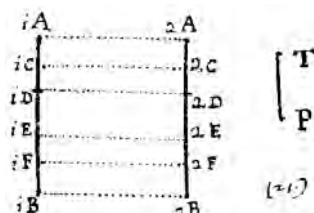


Figura 36 [(21.)]

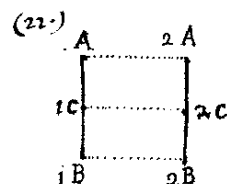


Figura 37 [(22.)]

9 describunt (1) «ali» *add. et del.* (2) ut ... axem *add.* L 10 velocitatem. *corr.* L 11
 et (1) illis *del.* (2) tali corpori *add.* L 11-12 si ponatur *add.* L 12-13 uniformiter (1)
 distributo, eundem quem antea impetum in summa haberet; quam et dicere possumus
 summam omnium velocitatum, quas habent æqualia mobili (a) inexistencia, motu quod-
 que æqualiter distributo latum (b) inexistencia (motu ... latum) per numerum ipsorum
 inexistenciam divisam. *del.* (2) distributo ... modum. *add.* L 19 longitudo *corr.* L
 20 concipi *corr.* L 20 sit (1) medium *corr.* arithmeticum *del.* (2) certo modo *add.* L
 21 vias (1); si linea tamen non esset similis, aut si extensum esset altius linea, medium
 arithmeticum inter impetus esset quærendum prius *del.* (2) ita ... prodeat *add.* L

Propositio 1

[64] Quicquid est in mobili, motum æqualiter distributum habente, id ipsum motu æqualiter distributo movetur.

Sit [Fig. 35] AB cujus motus ${}_1A{}_1B{}_2A{}_2B$ æqualiter distributus et in ipso AB sit CD , aio et hujus motum ${}_1C{}_1D{}_2C{}_2D$ fore æqualiter distributum. Nam 5 quodlibet punctum ipsius CD est punctum ipsius AB , et quodlibet punctum ipsius AB æquales tempore quovis T lineas describit (per definitionem 1. hic) ergo et quodlibet punctum ipsius CD æquales tempore quovis T lineas describit; id est (per definitionem 1.) CD motum habet æqualiter distributum. 10

Propositio 2

Quæ insunt mobili motum habenti æquidistributum, eorum velocitates simul existentes sunt æquales; et vicissim si eorum quæ mobili insunt velocitates simul existentes sint æquales, motus est æqualiter distributus. 15

Sit [Fig. 36] mobile AB , cujus motus æqualiter distributus; et sint in mobili duo quæcunque ut CD et EF , aio eorum velocitates existentes eodem instanti T , esse æquales. Ponatur mobile motu æqualiter distributo latum, eundem æquivelociter continuare per tempus TP , eoque tempore transferri ex ${}_1A{}_1B$ in ${}_2A{}_2B$ et puncta C et E lineas describere ${}_1C{}_2C$, ${}_1E{}_2E$; jam 20 quia AB movetur motu æqualiter distributo, etiam CD et EF , moventur unumquodque motu æqualiter distributo (per propositionem 1) ergo (per definitionem 2) velocitas ipsius CD est ad velocitatem ipsius EF , ut ${}_1C{}_2C$ ad ${}_1E{}_2E$; sed ${}_1C{}_2C$ et ${}_1E{}_2E$ sunt lineæ æquales (per definitionem 1) ergo et velocitas ipsius CD velocitati ipsius EF æqualis est. Vicissim, si velocitates ipsorum CD et EF sunt æquales erunt et lineæ ${}_1C{}_2C$ et ${}_1E{}_2E$ æquales 25 (per definitionem 2) quod cum de quibusvis ipsius mobilis AB punctis dici possit; utique (per definitionem 1.) motus erit æqualiter distributus.

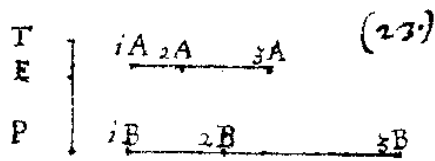


Figura 38 [(23.)]

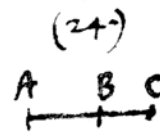


Figura 39 [(24.)], de manu Leibnitii

13 æquales. corr. L 18 T corr. L 20 ${}_1C{}_2C$ corr. L

Propositio 3

Æqualis est velocitas mobilis et puncti in eo sumti, si motus mobilis sit æqualiter distributus.

Nam [Fig. 37, p. 480] et punctum *C* et ipsum mobile *AB*, mobili *AB* insunt.
 5 Ergo (per propositionem 2) æqualis est eorum velocitas.

Propositio 4.

In motibus æqualiter distributis, si duorum mobilium quæcunque eodem tempore descriptæ longitudines motus, seu viæ punctorum sint proportionales, etiam velocitates
 10 simul existentes erunt proportionales. Et vicissim.

Sit [Fig. 38, p. 481] punctum mobilis unius *A*, alterius *B*, et lineæ ab his [66]
 simul descriptæ seu longitudines motus quæcunque sint ${}_1A_2B$, ${}_1B_2B$, descriptæ tempore *TE*; et ${}_1A_3A$, ${}_1B_3B$ descriptæ tempore *TEP*. Jam si semper sit ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_2B$, ut ${}_1A_3A$ ad ${}_1B_3B$, ajo et velocitatem ipsius *A* in instanti
 15 aliquo *E*, esse ad velocitatem ejusdem *A* in alio instanti *P*, ut velocitas ipsius *B* in instanti *E*, ad velocitatem ipsius *B* in instanti *P*. Nam in motu æqualiter distributo datis semper velocitatibus dantur hæ longitudines et vicissim. Generaliter autem quæ discerni non possunt per determinantia, nec discerni possunt per determinata.

20 Hac propositione non utor in sequentibus, alioqui demonstrarem more recepto prolixiore. Nunc usus sum novo hoc demonstrandi principio latissime patente (alias explicando), ut aliquod ejus indicium facerem.

Propositio 5.^a

Quæ de motu æquidistributo generaliter vera sunt, ea
 25 etiam de motu puncti sunt vera.

Nam omne punctum quod sumi potest in puncto *A*, est ipsum *A* ergo et linea quam describit quodcunque punctum in *A* sumtum tempore *T*, coincidit ei quam describit *A* tempore *T*, ergo et æqualis est ei quam describit
 30 *A* tempore *T*. Itaque omne punctum quod in *A* sumi potest tempore quocunque *T* lineam describit æqualem, quod (per definitionem 1.) est motum esse uniformiter distributum. [67]

3 mobilis *add.* L 11 *A* alterius, *corr.* L 15-16 ipsius *add.* L 16 ipsius *add.*
 L 21 prolixiore *add.* L 24-25 *add.* L (1) æquidistributo | generaliter *add.* L (a)
 Punctum motu æqualiter distributo movetur. *del.* (2) Quæ ... vera *add.*
 L 24 generaliter *add.* L 24 sunt | generaliter *del.* |, | ea *add.* | L

Quemadmodum Modi Logicorum circa propositiones universales verificantur et excellenter quidem, in singularibus, ita nos Motus æquidistributi talem definitionem dedimus ut exemplum eius et quidem simplicissimum sit ipsius puncti motus, in quo cum non nisi unicum mobile assignari possit (nempe punctum ipsummet) utique omne quod assumi in eo potest dato 5 tempore lineam describit datæ æqualem. Interim fateor vocabulum motus æquidistributi puncto non satis convenire. Sed cum defectu verborum laboremus, suffecent constare de re.

Propositio 6

Totum et quicquid ei inest æquali velocitate moventur, 10 si motus est æquidistributus; et vicissim motus æquidistributus est, si totum et quicquid ei inest æquali velocitate moventur.

Sit [Fig. 39, p. 481] totum ABC , et pars ejus vel inexistens AB , motusque ipsius ABC sit æquidistributus[,] erit et motus ipsius AB æquidistributus 15 (per propositionem 1. hic). Itaque eadem est velocitas totius ABC et puncti A (per propositionem 3. hic)[,] rursus eadem est velocitas puncti A et partis AB (per dictam propositionem 3.) Ergo eadem est velocitas totius ABC et partis AB . Vicissim si totum ABC et quicquid ei inest æquali velocitate moventur, etiam quæ ipsi insunt æquali inter se velocitate moventur. Et 20 proinde (per propositionem 2 hic) motus est æquidistributus.

1-8 (1) Hanc propositionem posui ut appareat quæ de motu æquidistributo ostendimus generalissime etiam tam universalialia esse ut etiam motus punctorum comprehendant vi definitionis expresse sic conceptæ *add. et del.* (2) Quemadmodum ... re. *add.* L **1-2** (1) Etsi *del.* (2) Quemadmodum ... nos *add.* L **1** Quemadmodum | omnes *del.* | L **1** logicorum *corr.* L **2** et | primar *del.* | L **5-6** ipsummet) | (1) nulla utique distributio inæqualis locum habet (2) nulli diversi motus simul intelligi possunt. Etsi vocabulum æquidistributi *del.* | (3) utique ... æqualem *add.* L **5** assumi | potest *del.* | L **7** satis | apte *del.* | L **7** «defectum» *corr.* L **9-21** Prop. 6 ... æquidistributus et figuram n. 24 *add.* L **10** (1) | Pars *del.* | quævis *add. et del.* | et *del.* | totum *corr.* | (2) Totum L **10** et ... inest *add.* L **12** est, L (1) | si pars *del.* | quævis *add. et del.* | et totum *del.* | (2) si ... inest *add.* L **12** si totum *add.* L **14** vel inexistens *add.* L **19** ABC | et pars æqualis AB (1) moventur (2) æquali velocitate moventur *del.* | L **20** moventur, | etiam puncta quævis «ins» *del.* | L **21** est | uniform *del.* | L

[Pars 1. Sectio 2. Caput 4.]

DE MOTU SIMPLICE, SEU DE VELOCITATE
IN MOTU SIMUL ÆQUALITER DISTRIBUTO ET
UNIFORMI [69]

Traditio

L LH XXXV 11, 18B, pp. 69-81

E GM 6, p. 334 in nota (solum initium, hic 484.2-485.19)

5

Definitio

MOTUS SIMPLEX est, cum in mobili a puncto descriptum spatium, æquale est spatio intra æquale priori tempus descripto ab ejusdem mobilis puncto quocunque.

Corollarium 1

10 Motus simplex est uniformis. Nam in motu simplice si punctum *A* tempore *T* describat spatium *S*; et punctum *A* tempore Θ æquali ipsi *T* describat spatium *Y*, erit *Y* æquale ipsi *S* per definitionem hic. Ergo motus est uniformis (per definitionem moti uniformis).

Corollarium 2.

15 Motus simplex est æquidistributus.

1 Pars ... 4. *add. ed.* 2 DE MOTU SIMPLICE, SEU *add. L* 3 SIMUL *add. L* 484.5-485.19 Definitio ... coincidunt *add. L* 6 est, | qui simul est uniformis et æquidistributus seu in quo punctorum quorumcunque æqualibus temporibus (1) æqualia (2) quibuscunque *add.* æqualia descripta sunt spatia. Nam ob motum uniformem idem punctum diversis temporibus æqualibus (a) æqualia (b) quibuscunque æqualia des *del.* | *L* 6 puncto | quocunque *del.* | *L* 7 est | spatio (1) æquali tempore *corr.* (2) intra *add.* æquale tempus (a) descri (b) per aliud punctum quodcunque *del.* | *L* 7 tempus | (1) «p» (2) ab «a» *del.* | *L* 7 descripto | ab alio *del.* | mobilis *add. et del.* | puncto quocunque *del.* | *L* 10 simplex | idem *del.* | est *acc. non del., del. ed.* | quod motus simul æquidistributus *del.* | *L* 10 si *add. L* 10-11 punctum | quodcunque ut *del.* | *L* 11 *S*; (1) «si?» *del.* (2) et ... *A add. utique add. et del. L* 11 tempore | æquali *del.* | *L* 12 *Y* | æquale spatio *del.* | *L* 13 uniformis) | Rursus in motu simplice si punctum *A* tempore *T* describat spatium *S* et punctum *B* tempore eodem *T* describat spatium Σ erit (1) *S* æqu (2) Σ æquale ipsi *S* per definitionem hic *del. L*

Nam in motu simplice si punctum A tempore T describat spatium S , et punctum B tempore eodem T describat spatium Σ erit Σ æquale ipsi S (per definitionem hic). Ergo motus est æquidistributus (per definitionem motus æquidistributi).

Corollarium 3.

5

Si motus sit simul uniformis et æquidistributus est simplex.

Sit moti punctum A describens tempore T , spatium S , et punctum B describens tempore Θ æquali ipsi T , spatium Σ , ajo fore S æquale ipsi Σ , seu (per definitionem hic) motum fore simplicem. Ponatur punctum A tempore Θ descripsisse spatium v . Erit S æquale ipsi v (per definitionem motus uniformis) et v æquale ipsi Σ (per definitionem motus æquidistributus). Ergo S æquale ipsi Σ .

Corollarium 4

Motus simplex idem est quod motus simul uniformis et æquidistributus.

Nam simplex est simul uniformis et æquidistributus per corollaria 1 et 2. Et simul uniformis et æquidistributus est simplex per corollarium 3. Ergo coincidunt.

Propositio 1.

20

Si motus puncti sit uniformis, eadem manet ejus velocitas.[†]

Nam si motus sit uniformis æqualibus temporibus æqualia a puncto absolventur spatia (per definitionem motus uniformis). Jam eadem manet velocitas si unum punctum mobilis motum habentis æqualiter distributum, id est hoc loco puncti, æqualibus temporibus æqualia absolvat spatia (per definitionem 2 capitis præcedentis).

Propositio 2.

Si eadem maneat puncti velocitas, motus ejus est uniformis.

30

[†]In margine Solte vielleicht anderswohin gehen, et sequens

1 describat | describat *del.* | L 2 punctum | *A corr.* | L 3 est | *distri del.* | L 5-13 Coroll. 3. ... ipsi Σ *add.* L2 8 describens | spatium S , et moti *del.* | L 9 spatium | (1) Σ , dico (2) v ? *del.* | L 9 æquale (1) ipsi v *del.* (2) ipsi Σ *add.* L 14 Corollarium | 3 *corr.* | L 17 est | (<->) *del.* | L 18 simplex | <-(>) *del.* | L

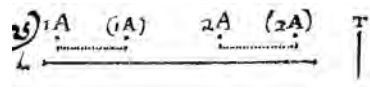


Figura 40 [(25.)]

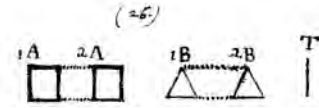


Figura 41 [(26.)]

Moveatur punctum A per lineam L [Fig. 40] et in duobus quibuscunque lineæ punctis seu locis ut ${}_1A$ vel ${}_2A$ sit eadem puncti moti velocitas, dico motum esse uniformem. Nam ponatur ex ${}_1A$ tempore æquali ipsi T absolvere lineam ${}_1A({}_1A)$ et ex ${}_2A$ tempore æquali ipsi T rursus absolvere
 5 lineam ${}_2A({}_2A)$ jam motus puncti in ipso puncto est æqualiter distributus, (per propositionem 5. capitis præcedentis). Et in omni motu æqualiter distributo velocitates sunt, ut lineæ eadem manente velocitate descriptæ (per
 definitiorem 2. capitis præcedentis) ergo velocitas in ${}_1A$ est ad velocitatem
 in ${}_2A$, ut ${}_1A({}_1A)$ ad ${}_2A({}_2A)$ sed inter velocitates ratio est æqualitatis; ergo et
 10 lineæ sunt æquales. Itaque punctum æqualibus temporibus describit æquales lineas quod (per definitionem motus uniformis) est motum puncti esse uniformem.

Propositio 3

In eo quod motu æqualiter distributo movetur coincidunt hæc duo: Motum mobilis esse uniformem, et æquivelocem.

Nam si mobile movetur motu uniformi, quodlibet ejus punctum movetur motu uniformi (per propositionem 2 Moti uniformis) ergo quodlibet ejus punctum eandem retinet velocitatem (per propositionem 1. hic). Sed
 20 in motu æqualiter distributo eadem est velocitas puncti et mobilis (per propositionem 3. capitis præcedentis). Ergo et mobile eandem retinet velocitatem. Vicissim si mobile cujus motus est æqualiter distributus eandem retinet velocitatem, etiam quodlibet ejus punctum eandem retinet velocitatem (per dictam propositionem 3. capitis præcedentis). Sed punctum
 25 eandem retinens velocitatem movetur motu uniformi, (per propositionem 2. hic). Et cujus quodlibet punctum movetur motu uniformi id ipsum movetur motu uniformi (per propositionem 3. de motu uniformi). Ergo mobile movetur uniformi. Itaque in motu æqualiter distributo, tam ex motu uniformi sequitur eadem velocitas, quam vicissim ex eadem velocitate

4 æquali ... T add. L 24 per | dict. corr. | L 28 distributo, (1) & del. (2) tam add. L 29 velocitas, (1) et del. (2) quam add. L

motus uniformis; quod est motum uniformem et æquivelocem in mobili æquidistribuite moto coincidere.

Sed in eo cuius motus non est æquidistributus, non semper coincidunt motus æquivelox et motus uniformis, quanquam id paradoxum videri possit. Nam quoties mobilis puncta diversas habent velocitates, tunc si mobili ipsi volumus tribuere certam velocitatem mediam inter diversorum punctorum velocitates, fieri poterit ut mobile quidem in summa eandem velocitatem retineat dum quod uni puncto detrahitur, alteri additur, ipsa vero puncta singula non retineant suas; quod tamen requiritur, ut mobilis motus sit uniformis.

10

Propositio 4

[72] In motibus uniformibus punctorum vel æquidistribuite motorum, velocitates mobilium sunt ut longitudines æqualibus temporibus percursæ.

Sint æquidistribuite mota A et B [*Fig. 41, p. 486*] absolventia temporibus ipsi T æqualibus longitudines ${}_1A_2A$, ${}_1B_2B$ motibus uniformibus: dico esse velocitatem in A ad velocitatem in B , ut ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_2B$. Nam in motibus æquivelocibus et æquidistribuite motis est velocitas ad velocitatem ut ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_2B$ (per definitionem 2. capitis præcedentis) seu ut longitudines percursæ (per definitionem 3. dicti capitis). Sed in æquidistribuite motis idem est motus æquivelox et uniformis (per propositionem 3. hic). Itaque in æquidistribuite et uniformiter motis (qualia etiam per propositionem 5. capitis præcedentis semper sunt puncta uniformiter mota) velocitates sunt, ut longitudines æqualibus temporibus percursæ.

Uti si velocitas ipsius A sit multipla velocitatis ipsius B (ut dupla tripla, sesquialtera etc.) longitudo uniformiter æquali tempore percursa ab ipso A erit æquimultipla (etiam respective dupla tripla sesquialtera) percursæ a B .

Propositio 5.

[73]

In motu uniformi punctorum vel æquidistribuite motorum longitudines æqualibus amborum velocitatibus percursæ sunt ut tempora impensa et vicissim in æquidistribuite motis aut punctis, si semper sint longitudines ut tempora, motus sunt uniformes; et si quidem diversorum

1 uniformis, *corr.* *L* **2** coincidere. || *Schol. del.* | *L* **3-4** non ... uniformis *corr.* *L* **22** etiam *add.* *L* **487.31-488.3** et ... se *add.* *L* **32** sint *add.* *L* **33** uniformes; | et si quidem id verum etiam in motibus diversorum, (1) veloc (2) velocitates sunt æquales *del.* | *L*

quoque mobilium invicem comparatorum longitudines percursæ sint ut tempora, velocitates mobilium sunt æquales non tantum sibi sed et inter se.

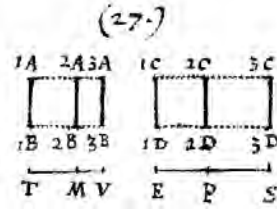


Figura 42 [(27.)]

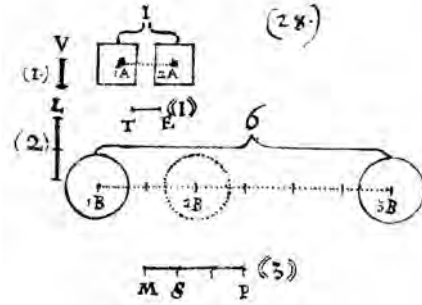


Figura 43 [(28.)]

Sint [Fig. 42] mobilia duo AB , et CD quorum motus ${}_1A_1B_3A_3B$ item
 5 ${}_1C_1D_3C_3D$ facti respective temporibus TV et ES sint uniformes, et æquidi-
 stributi; et præterea velocitas ipsius AB aqualis velocitati ipsius CD , ajo esse
 longitudinem. ${}_1A_3A$ tempore TV percursam, ad longitudinem ${}_1C_3C$ tem-
 pore E percursam ut TV ad ES . [Nam p]onantur in motu sumi tempora
 æqualia TM et EP , et his percurrantur a punctis A , et C longitudines ${}_1A_2A$,
 10 ${}_1C_2C$ (per consecutarium 3. definitionis loci motus). Quoniam mobilium
 AB et CD motus sunt uniformes, etiam punctorum A , et C motus sunt
 uniformes (per propositionem 2. de motu uniforme) rursus quia motus
 mobilium AB et CD sunt æquidistributi, æqualis est velocitas puncti A et
 mobilis AB , itemque mobilis CD et puncti C (per propositionem 3. capitis [74]
 15 præcedentis). Jam ex hypothesi, æqualis est velocitas mobilis AB et mobi-
 lis CD , ergo æqualis est velocitas puncti A et puncti C . Porro longitudines
 ${}_1A_2A$ et ${}_1C_2C$ motibus uniformibus a punctis A et C æqualibus temporibus
 TM et EP percursæ, sunt inter se ut velocitates ipsorum A et C (per præce-
 dentem propositionem) quæ sunt æquales ut ostendimus; ergo et ${}_1A_2A$ et
 20 ${}_1C_2C$ sunt æquales. Jam ob motum uniformem puncti est ${}_1A_3A$ ad ${}_1A_2A$ seu
 ad ${}_1C_2C$, ut TV ad TM seu ad EP (per propositionem 5. de Motu unifor-
 mi) et (per eandem) est ${}_1C_2C$ ad ${}_1C_3C$ ut EP ad ES . Ergo jungendo prima
 postremis, erit ${}_1A_3A$ ad ${}_1C_3C$ ut TV ad ES longitudines scilicet a motibus
 AB et CD percursæ, ut tempora impensa. Eadem ratiocinatio est si mobilia

$\mathbf{1}$ mobilium | longitudines percursæ erunt del. | L $\mathbf{8}$ ES . || corr. L $\mathbf{8}$ | Nam om.
 C add. ed. | Ponantur corr. ed. | $\mathbf{9}$ et del. et rursus add. L $\mathbf{10}$ motus). (1) acapo
 Quoniam del. (2) Quoniam add. (a) mobilium add. et del. (b) motus add. et del. L $\mathbf{11}$
 punctorum (1) A & C del. (2) A , et C add. L

AB et CD contrahantur in ipsa puncta A et C cum puncta (per propositionem 5. capitis præcedentis) semper censeantur æquidistribute moveri. Vicissim si semper longitudines a mobili (aut mobilibus) percursæ sint ut tempora, etiam ob motum æquidistributum (per definitionem 3. capitis de motu æquidistributo) punctorum viæ erunt ut tempora. Ergo (per propositionem 6. de motu uniformi) punctorum motus sunt uniformes. Ergo (per propositionem 1. hic) et velocitates punctorum constantes. Itaque (per propositionem 2 hic) et mobilis velocitas constans. Id est (per propositionem 3 hic) motus uniformis. Idem est in pluribus mobilibus. Nam si longitudines ab ${}_1A$ et a ${}_2C$ percursæ sunt ut tempora et a ${}_2C$ et ${}_2A$ percursæ ut tempora, etiam ab ${}_1A$ et ${}_2A$ percursæ erunt ut tempora adeoque longitudines a mobili AB percursæ (eædem quippe quæ puncti A per dictam definitionem 3.) sunt ut tempora. Unde jam ostendimus motum mobilis [75] esse uniformem, idemque est in mobili CD . Quod si denique sumto quocunque tempore motus ipsius A , ut TM , et ipsius C , ut PS sint longitudines ut tempora; erunt velocitates mobilium A et C æquales semper sibi et inter se. Sibi quidem ut ostendimus ob motum uniformem. Inter se vero, nam si temporibus TM et PS percurrantur longitudines ${}_1A_2A$ et ${}_2C_3C$ sitque semper ${}_1A_2A$ ad ${}_2C_3C$, ut TM ad PS . Itaque si tempora TM , PS sint æqualia erunt et longitudines ${}_1A_2A$ et ${}_2C_3C$ æquales. Sed temporibus æqualibus velocitates sunt ut longitudines (per propositionem 4 hic). Ergo ipsorum A et C velocitates sunt æquales. 20

Nempe si AB et CD moveantur motibus uniformibus et æquidistributis, et sint velocitates eorum æquales, sitque ES tempus motui impensum a CD multipulum utcunque (ut duplum, triplum, sesquialterum) temporis TV impensi a mobili AB ; erit ${}_1C_3C$ longitudo a CD percursa similiter æquimultipla (ut dupla, tripla, sesquialtera) ipsius ${}_1A_3A$ longitudinis ab AB percursæ. 25

Propositio 6.

In motibus uniformibus punctorum vel æquidistribute motorum, longitudines percursæ sunt in ratione composita temporum et velocitatum. 30

2-24 moveri. (1) Nempe si AB et CD moveantur motibus uniformibus et æquidistributis et sint velocitates eorum æquales *del.* (2) Vicissim si semper *add. et del.* (3) Vicissim ... æquales *add.* L 3 mobili | percursæ *del.* | L 5-6 propositionem | 5. *corr.* | L 9 si | velocita *del.* | L 11 adeoque | motus *del.* | L 13 sunt ut tempora *add.* L 14 CD . | Denique si comparando quodcunque tempus mobilis *del.* | L 23-24 æquidistributis, | et sint *ve del.* | L 31 motorum *corr.* L

Sint [Fig. 43, p. 488] mobilia uniformiter et æquidistribute mota A et B , et A percurrat tempore TE velocitate V longitudinem ${}_1A_2A$, similiter B tempore OMS , vel MP velocitate L , longitudinem ${}_1B_2B$ vel ${}_1B_3B$, ajo esse ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_2B$ in ratione composita V ad L et TE ad MS , vel ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_3B$ in ratione composita V ad L et TE ad MP . Nam si tempora TE et MP essent æqualia utique forent longitudines ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$ in ratione velocitatum V et L (per propositionem 4. hic) adeoque in ratione composita temporum (æqualium), et velocitatum. Sin tempora quibus longitudines ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$ sunt percursæ sint inæqualia TE et MP , sumatur in maiore MP pars minori æqualis MS , quo (per consecutarium 3. definitionis loci motus) percurreretur pars longitudinis ${}_1B_3B$, nempe ${}_1B_2B$. Ob tempora TE et MS æqualia, erit longitudo percursa ${}_1A_2A$ ad longitudinem percursam ${}_1B_2B$ ut velocitas V ad velocitatem L (per propositionem 4. hic) rursus quia motus ipsius B per ${}_1B_2B_3B$ est uniformis, eadem retinetur velocitas (per propositionem 1. hic) et in uniformiter et æquidistribute motis, quorum eadem est velocitas nempe, in B percurrente longitudinem ${}_1B_2B$ et in B percurrente longitudinem ${}_1B_3B$, longitudines percursæ, ${}_1B_2B$ et ${}_1B_3B$, sunt ut tempora impensa MS (seu TE) et MP (per propositionem præcedentem). Itaque jungendo, quia ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_2B$ ut V ad L et ${}_1B_2B$ ad ${}_1B_3B$, ut TE ad MP ; erit ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_3B$ in ratione composita V ad L et TE ad MP . Quod affirmabatur.

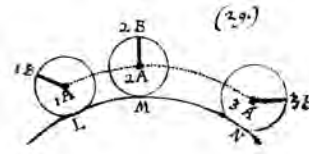


Figura 44 [(29.)]

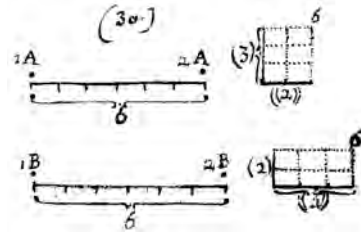


Figura 45 [(30.)]

In numeris sit velocitas L dupla velocitatis V , et tempus MP triplum temporis TE , erit longitudo ${}_1B_3B$ velocitate L tempore MP percursa ad longitudinem ${}_1A_2A$ velocitate V tempore TE percursam in ratione composita 3 ad 1 et 2 ad 1 id est in ratione 6 ad 1, sive ut factum ex tempore in velocitatem, seu si velocitas ipsius B sit dupla et tempus triplum, respectu velocitatis et temporis ipsius B , erit ipsius B percursa longitudo bis tripla, seu ter dupla, hoc est sextupla longitudinis ab A percursæ.

2 ${}_1A_2A$ corr. L 6 ratione | composita del. C 18 MP | tempora impensa MS et MP del. C

Propositio 7.

Quandocumque percurſa a mobilibus longitudo ea eſſe cenſetur quæ ab aliquo puncto eſt percurſa, et velocitas quæ ejusdem puncti, et motus mobilium ſunt uniformes, tunc longitudines percurſæ ſunt in ratione composita 5 temporum et velocitatum.

Nam in punctis ſunt tales (per præcedentem) et hoc loco idem eſſe intelligitur motus mobilis qui puncti, perinde ac ſi motu æquidistributo ſecundum huius puncti motum moveretur.

Ut ſi [Fig. 44] ſphæra AB , cujus centrum A provolvatur ſuper linea LMN , 10 ſolet ſphæræ attribui motus centri A perinde ac ſi in punctum reducta percurreret lineam ${}_1A_2A_3A$ (parallelam ipſi LMN) vel perinde ac ſi motu æquidistributo ſine ulla rotatione moveretur, quo caſu etiam longitudo motus ſphæræ eadem cenſeretur quæ puncti in ea ut A (per definitionem 3. capitis præcedentis) neglecta ſcilicet rotatione puncti B cycloidem quandam 15 deſcribentis.

Propositio 8.

In prædictis mobilibus (propositionis 6 vel 7) uniformiter motis velocitates ſunt in ratione composita ex longitudinum percurſarum directa et temporum reciproca. 20

In figura propositionis 6 hic, ajo eſſe velocitates L ad V in ratione composita ex ratione longitudinum ${}_1B_3B$ et ${}_1A_2A$ directa, et ex ratione temporum MP et TE inversa, ſeu eſſe L ad V in ratione composita ex ${}_1B_3B$ ad ${}_1A_2A$ et TE ad MP . Eſt enim (per propositionem 6. hic) ${}_1B_3B$ ad ${}_1A_2A$ et in ratione composita ex L ad V , et ex MP ad TE ergo (ex elementis) eſt L ad 25 V in ratione composita ex ${}_1B_3B$ ad ${}_1A_2A$ et TE ad MP .

In numeris mobilis velocitas L (dupla) eſt ad ipſius A velocitatem V . (ſimplam) ut numerus longitudinem a B percurſam ${}_1B_3B$ exprimens (6) 30 [79] diviſus per numerum tempus MP a B impenſum exprimentem (3) eſt ad numerum longitudinem ab A percurſam ${}_1A_2A$ exprimentem (1) diviſam per numerum tempus TE ab A impenſum exprimentem (1) nam 2 eſt ad 1 ut $\frac{6}{3}$ ad $\frac{1}{1}$.

Propositio 9.

In iisdem mobilibus uniformiter motis tempora ſunt in ratione composita ex longitudinum percurſarum direc- 35 ta et velocitatum reciproca.

3 eſt add. | percurſa corr. | L 4 puncti corr. L 5 tunc add. L 14 ſphæræ, corr. L 36 et (1) temporum del. (2) velocitatum add. L

Patet ex præcedenti vel ad eundem modum.

In numeris quoad casum figuræ propositionis 6. tempus MP a B impensum (triplum) est ad tempus TE ab A impensum (simplum) ut numerus longitudinem a B percursam ${}_1B_2B$ exprimens (6) divisus per numerum
 5 ipsius velocitatem L exprimentem (2) est ad numerum longitudinem ab
 A percursam ${}_1A_2A$ exprimentem (1) divisum per numerum ipsius A ve-
 locitatem V exprimentem (1) seu 3 est ad 1 ut $\frac{6}{2}$ ad $\frac{1}{1}$ et ut generaliter
 rem designemus. Longitudo est ut Tempus in Velocitatem, et Vel.[ocitas]
 est ut Long.[itudo] per Tempus, et denique Tempus est ut Longitudo per
 10 Velocitatem divisa.

Propositio 10

[80]

In iisdem mobilibus uniformiter motis, coincidit lon-
 gitudines esse æquales, et velocitates esse temporibus re-
 ciproce proportionales.

15 Patet ex propositione 8 vel 9. Nam [Fig. 45, p. 490] quia velocitates (3) et
 (2) sunt in ratione composita ex directâ longitudinum 6 et 6, et reciproca
 temporum ((2)) et ((3)) (per propositionem 8. hic) et longitudines nunc
 sunt æquales ex hypothesi, itaque demta ratione æqualitatis erunt veloci-
 tates (3) et (2) reciproce ut tempora ((2)) et ((3)) seu erit velocitas (3)
 20 ad velocitatem (2) ut tempus ((3)) ad tempus ((2)) idemque succedit et
 vicissim.

Non inutile erit indiculum subijcere positionum in his quæ demonstra-
 vimus, contentarum, etsi quædam bis diverso habitu occurrant.

In mobilibus motis æquidistribute; aliisque omnibus quorum motum
 25 æstimamus motu puncti, tanquam æquidistributum; si motus sint unifor-
 mes, tunc

(1) temporibus impensis æqualibus velocitates sunt ut longitudines per-
 cursæ. Veluti si eodem tempore percurratur longitudo dupla erit velocitas
 dupla per propositionem 4.

[81]

30 (2) longitudinibus percursis æqualibus, velocitates sunt reciproce ut
 tempora. Veluti si longitudo æqualis percurratur tempore duplo velocitas
 erit dimidia; sin tempore dimidio erit dupla. Per propositionem 10.

(3) velocitates sunt in ratione composita ex longitudinum directâ,
 et temporum reciproca. Veluti si sextupla percurretur tempore triplo, erit
 35 velocitas dupla per propositionem 8.

(4) velocitatibus æqualibus tempora sunt ut longitudines. Veluti si eadem sit velocitas, ad percurrendam longitudinem duplam requiritur tempus duplum, per propositionem 5.

(5) longitudinibus æqualibus tempora sunt reciproce ut velocitates. Veluti si longitudo simpla velocitate dupla percurratur, impendetur tempus dimidium. Coincidit cum positione 2.

[82] (6) tempora sunt in ratione composita ex longitudinum directâ et velocitatum reciproca. Veluti si longitudo tripla, velocitate dimidia percurratur, impendetur tempus sextuplum per propositionem 9.

(7) velocitatibus æqualibus longitudines percursæ, sunt ut tempora. Sic eadem manente velocitate longitudo dupla percurratur tempore duplo. Coincidit cum positione 4.

(8) temporibus æqualibus longitudines percursæ sunt ut velocitates. Sic eodem tempore velocitate dupla percurratur longitudo dupla. Coincidit cum positione 1.

(9) longitudines percursæ sunt in ratione composita (directâ) temporum et velocitatum. Sic duplo tempore et tripla velocitate percurratur longitudo sextupla per propositionem 6.

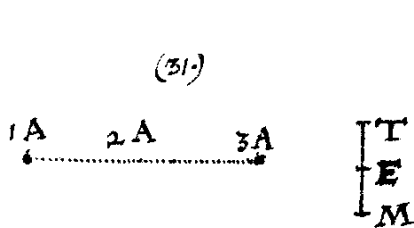


Figura 46 [(31.)]

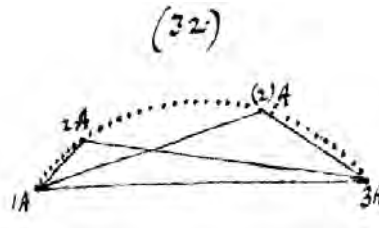


Figura 47 [(32.)]

5 longitudo | dupla *corr.* | L 5 dupla *add.* L 5 percurratur *corr.* L II percurratur *corr.* L

[Pars I. Sectio 2. Caput 5.]
DE MOTU SIMPLICITER SIMPLICE

[85]

Traditio

L LH XXXV 11, 18B, pp. 85-92

Definitio 1

MOTUS SIMPLICITER SIMPLEX est cum motus punctorum mobilis
5 dati prorsus conveniunt, sibi et inter se, ita, ut non possint magis.

Hoc est cum nec unus puncti status ab alio priore aut posteriore, nec unum punctum ab alio discerni potest, quatenus tantum motus eorum spectatur. Motibus quippe semper existentibus similibus et similiter
10 positis inter se nullum est ex ipsis discernendi principium. Etsi fortasse discerni puncta possint respectu corporum; per situm scilicet quem habent in corporibus, quod evitari non potest. Ut taceam qualitates quibus corporis partes variantur, quorum hic non habetur ratio. Sufficit ergo motus punctorum per se spectatos quantum possunt convenire.

15 *Propositio 1.*

Motus simpliciter simplex est uniformis.

Sit [Fig. 46, p. 493] punctum motu simpliciter simplice moti quodcunque
A ajo motum ejus esse uniformem, adeoque (per definitionem 1. capitis
de motu uniformi) etiam motum mobilis esse uniformem. Ponamus punctum
20 A tempore TE describere lineam ${}_1A_2A$ et tempore æquali EM lineam ${}_2A_3A$ erit et linea ${}_1A_2A$ æqualis lineæ ${}_2A_3A$ alioque non satis convenient
motus prior posteriori (contra definitionem motus simpliciter simplicis)
itaque punctum æqualibus temporibus æqualia describit spatia, hoc est (per
dictam definitionem 1.) motus ejus est uniformis. [86]

1 Pars ... 5. add. ed. 2 SIMPLICITER add. L2 4 SIMPLICITER add. L2 4
punctorum | ejusdem del. | L 5 dati add. L 5 se, (1) ita ut del. (2) ita, ut
add. L 10 nullum ... principium add. C 13-14 Sufficit ... convenire add. L 16
simpliciter add. L2 17 punctum | motu simplice moti add. L 17 punctum (1)
motu del. (2) motu simpliciter add. L2 22 simpliciter add. L2

Propositio 2. Definitio 2

Motus simpliciter simplex est RECTILINEUS autem motus est in quo unumquodque punctum mobilis describit lineam rectam.

Sit mobilis punctum quodcunque A [Fig. 47, p. 493] describens lineam ${}_1A_2A_3A$, si motus mobilis est simpliciter simplex, ajo lineam descriptam esse rectam. Sit enim non recta si possibile est et sumto aliquo puncti A loco intermedio ut ${}_2A$ non cadente in directum cum primo et ultimo punctis ${}_1A$ et ${}_3A$, utique junctæ rectæ ${}_1A_2A$ et ${}_3A_2A$; facient angulum ${}_1A_2A_3A$. Quod si jam motus prior et posterior conveniunt (ex definitione motus simpliciter simplicis) angulus ${}_1A_2A_3A$ semper erit æqualis, ubicunque durante motu sumatur punctum ${}_2A$ vel $({}_2)A$ itaque linea ${}_1A_2A({}_2)A_3A$ erit arcus circuli (ex elementis), sed hoc esse non potest. Jungatur enim recta ${}_1A_3A$ necesse est (ob motum simpliciter simplicem) angulum ${}_2A_1A_3A$ æqualem esse angulo $({}_2)A_1A_3A$. Cumque et angulus ad ${}_2A$ sit æqualis angulo ad $({}_2)A$, etiam tertius in triangulis ${}_1A_2A_3A$ et ${}_1A({}_2)A_3A$ angulus erit æqualis nempe ${}_2A_3A_1A$ et $({}_2)A_3A_1A$ sunt ergo triangula æquiangula et cum habeant et latus commune ${}_1A_3A$ erunt et congrua, adeoque latus ${}_2A_3A$ erit æquale lateri $({}_2)A_3A$, ac proinde durante motu omnia puncti mobilis A loca intermedia ut ${}_2A$ et $({}_2)A$ semper æqualiter distabunt ab extremo motus puncto ${}_3A$, quod est absurdum, nunquam enim perveniret mobile ad ${}_3A$; necesse est ergo ut rectæ ${}_1A_2A$, ${}_3A_2A$ nullum faciant angulum neque inter se neque ad rectam ${}_1A_3A$ hoc est necesse est motum ${}_1A_2A_3A$ fieri in linea recta, seu puncta ${}_2A$ cadere in rectam ${}_1A_3A$.

[88]

Propositio 3. Definitio 3

25

Motus simpliciter simplex est consentiens. MOTUS autem CONSENTIENS est in quo puncta mobilis easdem inter se distantias servant, seu moventur ad modum RIGIDORUM.

Magis enim convenient motus, si easdem servant distantias et possunt servare, itaque (per definitionem motus simpliciter simplicis) eas servabunt.

Propositio 4.

Motus simpliciter simplex est æquidistributus.

2 simpliciter add. L_2 **2** est | rectilineus acc. non del., del. ed. C **6** simpliciter add. L_2 **10** simpliciter add. L_2 **12** (itaque corr. L_2 **12** ex corr. L_2 **14** simpliciter add. L_2 **15** angulus (x) ??? del. (2) ad add. L_2 **23-24**, seu ... ${}_1A_3A$. add. L **26** simpliciter add. L_2 **30** simpliciter add. L_2 **32** simpliciter add. L_2

Sint [Fig. 48] mobilis puncta duo quæcunque A et B , quæ eodem tempore describant lineas ${}_1A_2A$, et ${}_1B_2B$, erunt lineæ æquales (ex definitione motus simpliciter simplicis) jam mobile cujus duo puncta quævis eodem tempore æquales describunt lineas (seu æquali velocitate moventur) id utique (per definitionem 1. capitis de velocitate motus æquidistributi) movetur motu æquidistributo.

Propositio 5. Definitio 4

Motus simpliciter simplex est æquidirectus. [89]
 AUTEM MOTUS est si directiones quas duo quævis mobilis puncta habent eodem tempore sunt parallelæ et ad easdem partes. DIRECTIO autem puncti est recta tangens lineam a puncto descriptam ex loco puncti educta ad eas partes ad quas punctum porro tendit.

Sint [Fig. 49] duo mobilis puncta quæcunque A et B sintque simul A in loco ${}_1A$, et B in loco ${}_1B$ continueturque utcunque motus ipsius A in ${}_2A$, et eodem tempore ipsius B in ${}_2B$ jam cum ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$ sint rectæ, (per propositionem 2. hic) et recta tangens rectam non possit esse nisi recta ipsamet, coincidens ei quam tangit (neque enim aliter recta rectæ occurrere potest quin producta eam secet) et ob æquales ${}_1A_1B$ et ${}_2A_2B$ (per propositionem 3. hic) itemque ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$ (per propositionem 4. hic) sint (ex elementis) ipsæ ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$ parallelæ; erunt parallelæ inter se tangentes in easdem partes in quas puncta ex ${}_1A$ et ${}_1B$ porro tendunt eductæ; adeoque et directiones erunt parallelæ inter se et ad easdem partes id est (per definitionem hic) motus æquidirectus. [90]

Possunt autem duo puncta habere motus æquidirectos, etsi non describant lineas parallelas, nam duæ esse possunt curvæ non parallelæ CC et DD tales, ut dato puncto C , in una assignari possit semper respondens punctum D in alia cujus tangens sit tangenti prioris parallela. Et punctis C et D ita motis ut semper in locis duarum linearum ita respondentibus simul reperiantur, motus erit æquidirectus.

Propositio 6.

Si motus sit uniformis et æquidistributus et rectilineus et æquidirectus, est simpliciter simplex.

3 simpliciter add. L₂ 8 simpliciter add. L₂ 21 parallelæ inter se add. L 23 erunt add. L 29 ita add. L 33 simpliciter add. L₂

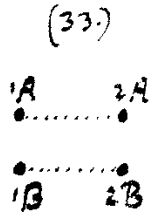


Figura 48 [(33.)]

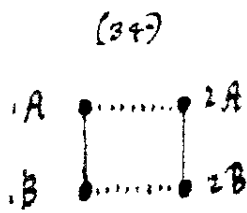


Figura 49 [(34.)]

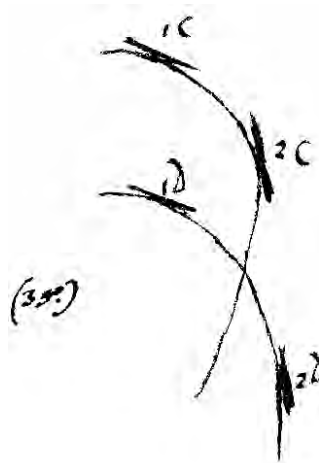


Figura 50 [(35.)]

Nam motus ejusdem puncti in mobili durante aliquo tempore non magis convenire potest sibi ipsi quam si motus sit uniformis et in linea recta et in easdem partes; et motus duorum quorumlibet punctorum non magis convenire possunt inter se quam ut æquales simul describant lineas, easque
 [91] prorsus similes et similiter positas nempe rectas et parallelas et ad easdem partes ductas. Data enim magnitudine temporis, lineæ descriptæ, et hujus specie et directione, ipse motus puncti dati est datus. Quæ vero conveniunt in his quibus datis dantur, non magis convenire possunt, nisi prorsus coincidunt, quod fieri est contra hypothesim.

Horum quatuor motus simpliciter simplicis requisitorum unumquodque sine reliquis stare potest, et velocitatem quidem uniformem, aut non uniformem fieri posse constat eadem manente linea motus. Et lineæ motus a diversis punctis simul descriptæ magnitudo manere potest, mutata licet directione et flexu lineæ. Ut cum mobile aliquod concipitur velut compositum ex pluribus globis disjunctis in liquore natantibus, aut ad instar
 [92] gregis vel exercitus ex militibus compositi quorum aliqui in diversam ab aliis plagam tendunt. Potest etiam mobile dari rigidum seu ad rigidi instar sive consentienter motum, et quidem motu rectilineo, ita ut quodvis punctum describat rectam, motus tamen non sit simplex, fieri enim potest ut non sit æquidirectus, nec rectæ a punctis descriptæ sint parallelæ.

2 motus *add.* L 5 (nempe *corr.* L 5 parallelas) *corr.* L 7 ipse *add.* L 9 fieri *add.* L 10 simpliciter *add.* L2 17-20 Potest ... parallelæ. *add.* L 19 describat (1), (2) | rectam *add.* |, L

Cæterum ex hæc propositione juncta propositione 3. patet motum qui simul sit uniformis, æquidistributus, rectilineus, et æquidirectus, etiam esse consentientem, perinde ac si puncta omnia in eodem rigido essent.

Propositio 7.

5 Quidquid est in moto motu simpliciter simplici ad ipsum movetur motu simpliciter simplice.

Quidquid enim verum est de omnibus punctis continentis id etiam verum est de omnibus punctis contenti quippe quæ sub illorum numero continentur. Motus autem simplex (per definitionem 1.) ex illis cognoscitur
10 quæ de omnibus mobilis punctis vera sunt.

Propositio 8

Omnis motus per se est simpliciter simplex.

Omnia enim per se omnino manent qualia sunt; per se, inquam, id est nisi accadat aliunde supervenire rationem mutationis. Jam motus
15 qui manet omnino qualis est, (seu ita ut non possit magis); est simpliciter simplex (per definitionem 1. hic).

1-3 Cæterum ... essent *add.* L₂ 5 simpliciter *add.* L₂ 6 motu (1) simplici. *corr.* (2) simpliciter | simplice *add.* | L₂ 7 contentis *corr.* L 11-16 Prop. 8 ... hic) *add.* L 12 est (1) simplex *corr.* (2) simpliciter | simplex *add.* | L₂ 13 se (1) prorsus *add. et del.* (2) omnino *add.* L 13 sunt | quantum possibile est *add. et del.* | L 15 qui | maxime *add. et del.* | L 15 omnino *add.* L 15 seu *add.* L 15 simpliciter *add.* L vel L₂

[Pars 1. Sectio 3. Caput 1.]
[93] DE ACTIONE MOTUS FORMALI
EJUSQUE EFFECTU

Traditio

L LH XXXV 11, 18B, pp. 93-126

Definitio 1.

QUANTITAS est numerus partium posito mensuram esse 5
unitatem.

Ita decempedæ quantitas et denarius pedum; seu denarius cujus unitas
est pes.

Definitio 2.

QUANTITAS EFFECTUS FORMALIS IN MOTU est cujus mensura est 10
materiam certæ quantitatis (motu æquidistributo) motam
esse per certam longitudinem.

Ut quantitatem materiæ contentam in AB [*Fig. 51, p. 500*] translata[m] esse
ex ${}_1A{}_1B$ in ${}_2A{}_2B$ per certam longitudinem nempe lineæ ${}_1A{}_2A$, a quo-
cunque corporis puncto, ut A , descriptæ quæ scilicet est longitudo motus 15
[94] æquidistributi (definitione 1. capitis de velocitate motus æquidistributi) ubi
nempe linea a quocunque mobilis puncto descripta est æqualis (definitione
1. dicti capitis). Itaque si hæc mensura effectus in motu aliquoties repetatur
etiam toties repetetur seu multiplicabitur quantitas effectus.

Definitio 3

20

QUANTITAS ACTIONIS FORMALIS IN MOTU est cujus mensura est
materiam certæ quantitatis motam esse per certam longi-
tudinem (motu uniformi æquidistributo) intra certum
tempus.

1 Pars ... 1. *add. ed.* 2-3 FORMALI (1) ET POTENTIA ABSOLUTA *del.* (2)
EJUSQUE EFFECTU *add.* L 14 certam *add.* L 14 longitudinem (1) quæ est
del. (2) nempe *add.* L 18 mensura (1) in motum *del.* (2) effectus ... aliquoties *add.*
L 23 uniformi *add.* L

Itaque differt effectus ab actione quod in effectu solum ejus, quod præstitum est nempe materiæ translatae et spatii per quod facta translatio est, in actione vero integra etiam velocitatis seu temporis T quo præstitus est effectus seu quo (in figura definitionis præcedentis) facta est translatio ex
 5 ${}_1A_1B$ in ${}_2A_2B$ habetur ratio. Formalem autem appellavi tam effectum, [95]
 quam actionem quia, ut hoc loco definivimus, motui est essentialis. Secus ac sunt alii effectus aliæve actiones, ex impedimento quodam peculiari nascentes, ut ex vi gravitatis corpora versus centrum terræ prementis, aut ex resistentia medii vel contactus, aut ex elastro aliquo vincendo et simili-
 10 bus materiæ concretæ accidentibus. Si quis autem vocabulum Metaphysicum ægrius fert in re mathematica, cogitet non aliud commodius suppetiisse, et assignata definitione omnem ambiguitatem esse sublatam.

Cautio

Sequentes propositiones circa Actionem et potentiam de motibus simplicibus vel saltem de motibus æquidistributis simul et uniformibus intelliguntur.
 15

Propositio 1.

Si eadem quantitas materiæ per diversas longitudes sit, effectus formales motuum sunt ut longitudes;
 20 quodsi præterea velocitatum gradus sint æquales, etiam actiones formales motuum sunt ut longitudes.

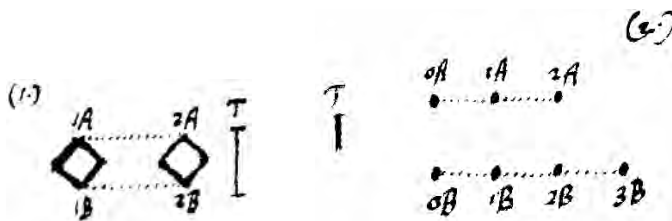


Figura 51 [(1.)]

Figura 52 [(2.)]

Sit [Fig. 52] materia A (unius libræ si placet) translata per longitudinem [96]
 ${}_0A_2A$, et materia B , ei æqualis (etiam unius libræ) translata per longitudi-
 nem ${}_0B_3B$, et mensura longitudinum communis sit pes, resoluta nimirum
 25 longitudine ${}_0A_2A$ in pedes quocunque verbi gratia duos, ${}_0A_1A$, ${}_1A_2A$; et
 resoluta longitudine ${}_0B_3B$, in pedes quocunque ut tres ${}_0B_1B$, ${}_1B_2B$, ${}_2B_3B$;

13-16 Cautio ... intelliguntur add. L 13 |A Annotati del. (2) Cautio L 14-15
 de | motu simplice corr. | L 15 de | motu æquidistributo corr. | et uniformi del. | L 18
 longitudes (1) translata del. (2) mota add. L 23 translata add. L 24
 nimirum add. L 26 tres | ${}_0B_3B$ corr. ed. |

et unusquisque pedum absolvatur eadem velocitate nempe tempore æquali ipsi tempori T , veluti tempore minuti, si placet. His positis Mensura Actio-
num formalium erit actio movendi materiam unius libræ per longitudinem
pedis unius tempore minuti (per definitionem 3. hic) et ad transferendam
libram A per duos pedes, transfertur libra A per pedem unum ${}_0A_1A$ tempore 5
minuti, et rursus transfertur libra A per pedem unum ${}_1A_2A$ tempore minuti.

[97] Itaque actio transferendi libram A per ${}_0A_2A$ duos pedes, continet mensuram
actionis toties quoties longitudo ${}_0A_2A$ continet pedem seu mensuram lon-
gitudinis, nempe bis. Similiter actio transferendi libram B per ${}_0B_3B$, pedes
tres, continet mensuram actionis quoties longitudo ${}_0B_3B$ continet mensu- 10
ram longitudinis sive pedem, nempe ter. Jam quantitates sunt ut numeri
posito mensuram esse unitatem (per definitionem 1.). Itaque quantitates
actionum sunt ut quantitates longitudinum. Idem est de quantitatibus ef-
fectuum etiamsi velocitates non fuissent æquales (per definitionem 2. hic).
Quod si longitudines sint incommensurabiles, possunt pro ipsis substitui 15
commensurabiles ab ipsis differentes minus differentia quavis data. Veluti
si mensuræ quantitas data differentia tanto minor assumatur, ut error etiam
prodeat minor errore quovis dato id est nullus.

[98] Propositio familiariter ita enuntiari ostendique potest.

Effectus movendi libram unam per pedes duos (tres) est duplus (triplus) 20
effectus movendi libram unam per pedem unum.

Et actio movendi libram unam per pedes duos (tres) tempore duorum
(trium) minutorum est dupla (tripla) actionis movendi libram unam per
pedem unum tempore unius minuti. Manifestum enim est in quantitate
composita bis (terve) repeti simplicem, quæ est mensura (per definitiones 25
2. et 3.). Itaque composita quantitas erit ad simplicem (per definitionem 1.)
ut numerus repetitionum ad unitatem. Et constat ejusdem velocitatis esse
percurrere unum pedem tempore unius minuti, et percurrere duos (tres)
pedes tempore duorum (trium) minutorum (per propositionem 5. capitis
de velocitate motus æquidistributi et uniformis). 30

[99] *Propositio 2.*

Si diversa mobilia moveantur per longitudines æquales,
effectus motuum formales erunt ut mobilia, quod si præ-

2 His positis *add.* L 8 seu *add.* L 17 mensuræ (1) quan *corr.* (2) data *del.* C
(3) quantitas *add.* L A effectus *del.* (2) actionis *add.* L 24 in (1) gravitate *del.*
(2) quantitate *add.* L 30 de (1) motu æquidistributo et uniformi *corr.* (2) velocitate
add. ... uniformis L

terea et velocitatum gradus sint æquales etiam actiones motuum formales erunt ut mobilia.

Sint [Fig. 53, p. 504] mobilia AC et LP translata per longitudinem ${}_1A_2A$ vel ${}_1L_2L$ unius pedis, æquali velocitate, seu tempore T , unius si placet minuti. Et mobilium mensura sit libra et mobile AC resolvatur in libras si placet duas, AB , BC ; mobile autem LP in libras tres LM , MN , NP ; habemus in ipsius AC motu bis repetitam mensuram actionis, nempe habemus libram AB translata per longitudinem unius pedis tempore T seu velocitate unius gradus (per definitionem 3.) et rursus libram BC tempore æquali seu velocitate eadem per longitudinem unius pedis translata. Similiter in motu ipsius LP habemus mensuram actionis ter repetitam. Et utrobique toties habemus mensuram actionis quoties mensuram materiæ in mobilibus. Sunt ergo quantitates actionum ut mobilium (per definitionem 1.) idem est in effectibus (per definitionem 2.) quæcunque sit velocitas aut quodcunque impensum tempus. Et idem est in mobilibus incommensurabilibus ut patet per rationem adhibitam in propositione præcedente. [100]

Propositio familiaris ita enuntiari potest: Effectus movendi libras duas (tres) per pedem unum est duplus (tripplus) effectus movendi libram unam per pedem unum et actio movendi libras duas (tres) per pedem unum tempore unius minuti, est dupla (trippla) actionis movendi libram unam per pedem unum tempore unius minuti.

Propositio 3.

Effectus motuum formales, et posita æquali velocitate etiam actiones motuum formales, sunt in ratione composita mobilium et longitudinum. [101]

Si mobilia sint æqualia cæteris positis erunt effectus et actiones ut longitudines (per propositionem 1. hic). Ergo in casu æqualitatis mobilium, erunt in ratione mobilium et longitudinum composita. Sin mobilia sint inæqualia [Fig. 54, p. 504] sumatur majoris LMN (4) pars LM (3) æqualis minori AB (3) effectus itemque actio motus ${}_1A_2B$ (6) est ad effectum, itemque actionem motus ${}_1L_2M$ (15) ut longitudo ${}_1A_2A$ (2) ad longitudinem ${}_1L_2L$ (5) (per propositionem 1. hic) rursus effectus itemque actio motus ${}_1L_2M$ (15) ad effectum itemque actionem motus ${}_1L_2N$ (20) est ut mobile LM (3) seu AB (3) ad mobile LN (4) (per propositionem 2. hic). Ergo jungendo prima

7 repetitam add. L 7 habemus add. L 9-10 tempore ... translata. add. L 10 similiter corr. L 11 repetitam. Et add. L 12 habemus add. L 14 definitionem 2. (1) &c. del. (2) hic add. et del. L

[102] postremis effectus itemque actio motus ${}_1A_2B$ (6) est ad effectum itemque actionem motus ${}_1L_2N$ (20) in ratione composita longitudinis ${}_1A_2A$ (2) ad longitudinem ${}_1L_2L$ (5) et mobilis AB (3) ad mobile LN (4). Seu ut est rectangulum ${}_1A_2B$ (3 in 2, seu 6) ad rectangulum ${}_1L_2N$ (4 in 5, seu 20).

Nimirum Effectus movendi libras duas per pedes tres est 5
bis triplus seu sextuplus, ipsius effectus movendi unam
libram per pedem unum et actio movendi libras duas per
pedes tres in minuto temporis uno est bis tripla seu sex-
tupla actionis movendi libram unam per pedem unum in
uno temporis minuto. 10

Axioma

Eandem materiæ quantitatem per eandem longitudi-
nem moveri in tempore minore, est actio major.[†]

Percurrere leucam in dimidia hora est majus quam percurrere leucam in
hora integra; et ita de cæteris. 15

[103] *Propositio 4*

Si eadem materiæ quantitas moveatur per longitudes
æquales temporibus quatuor et sint tempora duo priora
inter se ut tempora duo posteriora vel (quod idem est)
velocitates duæ priores inter se ut velocitates duæ poste- 20
riores; etiam actiones duæ priores in eadem inter se rati-
one erunt, in qua duæ actiones posteriores.

Sit mobile A [Fig. 55, p. 507] percurrans longitudes quatuor æquales ipsi
 ${}_1A_2A$, temporibus BC , EFG , LM , NPQ sitque tempus EFG in eadem pro-
portione ad tempus BC in qua est tempus NPQ ad tempus LM]; ajo et 25
actionem cui impensum est tempus EFG esse ad actionem cui impensum

[†]*In margine* Si nollemus demonstrare propositionem 4 possemus ex Axioma et
propositione 4 facere tale axioma utrumque complectens: si eadem materiæ quan-
titas, per eandem longitudinem moveatur quatuor temporibus B , E ; L , M sitque
 B minus quam E in ratione qua L minus quam M ; erit Actio per B major actione
per E , in ratione qua Actio per L major est actione per M .

1 ad | actionem del. | **C** **3** est add. **L** **12** quantitatem | ab eandem materia del. **L**
12-13 longitudinem (1) transferri del. (2) moveri add. **L** **17** quantitas (1)
transferatur del. (2) moveatur add. **L** **19** vel (1) etiam del. (2) (quod ...
est) add. **L**

In not. marg.: temporibus | A , B del. | L sitque | B ad E ut L ad M del. **L**

est tempus BC in ea proportione in qua actio cui impensum est tempus NPQ est ad actionem cui impensum est tempus LM . Cum enim actionis mensura sit mobile certæ magnitudinis percurrisset longitudinem certæ extensionis, certo velocitatis gradu seu certa temporis parte (per definitionem
 5 3); et longitudo translationis itemque magnitudo mobilis sint in omnibus [104]
 eadem (ex hypothesi) et eadem ratio utrobique temporum (adeoque velocitatum) omnia quibus actio æstimari potest, erunt similia a parte BC , et EFG ; ut a parte LM et NPQ . Itaque nulla causa reperiri potest, cur major ab una parte quam alia actionum proportio esse dicatur. Est ergo eadem. Idem
 10 est de velocitatibus, nam si duæ priores velocitates in ea sunt ratione in qua duæ posteriores, etiam tempora posteriora prioribus erunt proportionalia; quia velocitates (æqualibus longitudinibus percursis) sunt temporibus reciproce proportionales (per propositionem 8. capitis de velocitate in motu æquidistributo et uniformi).

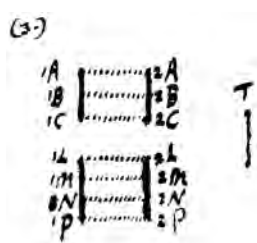


Figura 53 [(3.)]

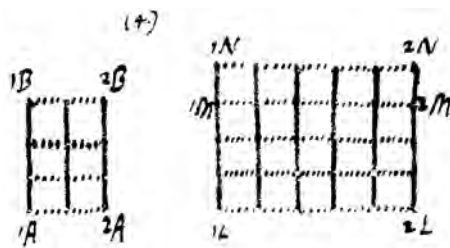


Figura 54 [(4.)]

15 Fieri non potest ut alius modus hæc demonstrandi reperiat, quia actiones quæ velocitate differunt non possunt reduci ad congruentiam, uti paulo ante reduximus ad congruentiam eas, quæ velocitatem eandem habent, tantumque magnitudine mobilis aut longitudinis differunt; itaque
 20 per viam similitudinis comparatio differentium velocitate actionum
 obtinenda est. [105]

Propositio 5

Si velocitates in eadem materiæ quantitate per longitudinem eandem movenda exercitæ assumantur in progressionem Geometrica crescente erunt et actiones formales
 25 motuum in progressionem Geometrica crescente.

1 qua | est del. | L 2 est add. L 4 gradu (1) et del. (2) seu add. L 4-5 parte (1) . corr. [104] Et longitudo et del. (2) (per ... longitudo add. | ac del. | L 5 add. L (1) longitudo del. L 5 in omnibus add. L 7 potest corr. L 8 nulla (1) ratio | causa seu add. | (2) ratio del. | seu add. et del. | L L 9 actionum (1) ratio del. (2) proportio add. L 23 eandem (1) transferenda del. (2) movenda add. L

Sint velocitates A, B, C , progressionis Geometricæ seu A ad B ut B ad C et sint actiones L, M, N , ajo etiam esse L ad M , ut M ad N . Nam assumatur alia velocitas H æqualis ipsi B qua fiat alia actio Z æqualis ipsi M ; quia A ad B ut B ad C (ex hypotesi). Ergo A ad B ut H ad C (ex constructione). Ergo et L ad M , ut Z ad N (per propositionem præcedentem) id est 5
 (per constructionem) L ad M ut M ad N . Idemque est si progressio Geo-
 [106] metrica continuetur utcunque. Crescentibus autem velocitatibus crescunt actiones, qui crescentibus velocitatibus et manente longitudine, tempora decrescunt (per propositionem 8. capitis de velocitate in motu æquidistributo et uniformi) et decrescentibus temporibus manente longitudine cui 10
 impenduntur crescunt actiones (per axioma hic).

Propositio 6. Lemma

Si duæ sint progressionēs Geometricæ simul crescentes; termini unius erunt in eadem aut multiplicata aut submultiplicata ratione terminorum respondentium alterius. 15

Sint geometricæ progressionēs vel series A, B, C, D, E, F ; et L, M, N, P, Q . Ajo esse A ad B in ratione eadem vel multiplicata L ad M , vel contra L ad M in eadem aut multiplicata ratione A ad B (quo casu erit A ad B in submultiplicata L ad M). Nam interpolando continue seriem priorem omnes aliæ quantitates homogeneæ vel ab illis indefinite parvo errore differ- 20
 rentes in eam cadent; itaque et in seriem priorem ABC cadet series posterior LMN , et quidem intervallis seu logarithmorum differentiis æqualibus quia
 [107] ipsa quoque LMN progressionis Geometricæ est. Jam si in serie geometricæ progressionis assumatur alia series progressionis geometricæ, sed majoribus intervallis, tunc termini posterioris sunt in multiplicata ratione terminorum 25
 prioris et quidem ratio multiplicata est in ratione intervalli majoris ad minus, seu intervalli seriei unius ad intervallum alterius quod in unaquaque seriei est constans; contra termini prioris sunt in ratione submultiplicata terminorum posterioris.

3 alia (1) velocitas A del. (2) velocitas H add. L 3 Z add. L 6 est si progressio (1) de del. progressionē corr. (2) si add. progressio L 7 Crescentibus add. | [106] crescentibus del. | L 14 eadem aut add. L2 multiplicata add. L 16 geometricæ ... vel add. L 17 eadem vel add. L2 18-19 L ... M add. L 18 eadem aut add. L2 18-19 (quo ... M) add. L 19 continuo corr. L 21-22 posterior (1) ALM del. (2) LMN add. L 23 quoque (1) ALM del. (2) LMN add. L 24 geometricæ | ab eadem quantitate crescentes del. | L 25 tunc add. L 26 ratio add. L 26 multiplicat corr. L 27 seu ... alterius add. L 28-29 constans (1) . corr. (2) ; (a) <ac> add. et del. termini ... posterioris. add. (c) contra add. ... posterioris. L

Sic si sint duæ series simul crescentes progressionis Geometricæ 1, 4, 16, 64. et 2, 16, 128, 1024 tunc interpolata priore, ut in eam incidat posterior[,] res ita stabit:

	<i>A</i>		<i>B</i>		<i>C</i>		<i>D</i>		<i>E</i>		<i>F</i>
<i>Series communis</i>	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
	⋮	<i>L</i>	⋮	⋮	<i>M</i>	⋮	⋮	<i>N</i>	⋮	⋮	<i>P</i>
<i>Logarithmi</i>	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
<i>Series prior</i>	1	·	4	·	16	·	64	⋮	⋮	⋮	⋮
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
<i>Logarithm</i>	(0)	·	(2)	·	(4)	·	(6)	⋮	⋮	⋮	⋮
⁵	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
<i>Intervalla</i>	⋮	(2)	·	(2)	·	(2)	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
<i>Series posterior .</i>	⋮	2	·	·	16	·	·	128	·	·	1024
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
<i>Logarithmi</i>	⋮	1	·	·	4	·	·	7	·	·	10
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
<i>Intervalla</i>	·	·	·(3)	·	·	·(3)	·	·	·(3)	·	·

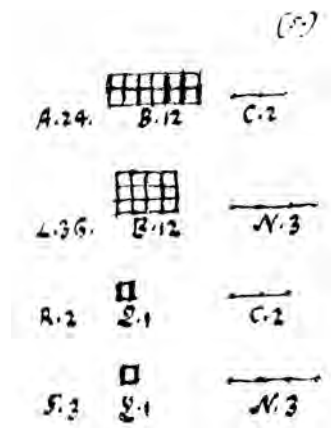


Figura 56 [(5.)]

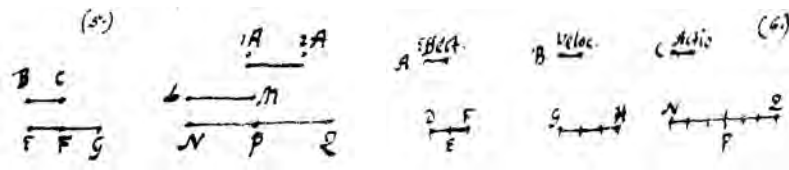


Figura 55 [(5.)]

Figura 57 [(6.)]

[108] Et cum differentiæ logarithmorum seriei $ABCD$ sint ad differentias logarithmorum seriei $LMNP$, ut 2 ad 3. Erunt termini seriei posterioris in ratione multiplicata terminorum prioris secundum rationem 3 ad 2, sive numerum indicem vel exponentem $\frac{3}{2}$ seu ratio L ad M (2 ad 16) est rationis A ad B (seu 1 ad 4) triplicata subduplicata, vel ratio A ad B est rationis L ad M duplicata subtriplicata; cum enim ratio L ad M sit ut cuborum[.] (Nam 2, 16, 128 etc. est ut 1, 8, 64, et cætera) ratio A ad B est ut quadratorum (nempe 1, 4, 16, etc.) Eademque locum habent in aliis omnibus, etiamsi indefinite sit progrediendum in interpolanda serie priore ut in eam incidat posterior, quemadmodum factum est in calculandis logarithmis. 10

Propositio 7.

Si eadem materiæ quantitas moveatur per longitudes æquales, velocitates erunt actionibus proportionales.

[109] Nam velocitates duæ quæcunque A et B possunt intelligi termini seriei progressionis Geometricæ: hæc series continuetur ut sit A, B, C , itaque respondentes eis actiones L, M, N erunt etiam termini progressionis geometricæ (per propositionem 5), et quidem vel ejusdem seu in ratione simplice velocitatum, vel in ratione velocitatum secundum numerum certum multiplicata, aut submultiplicata (per propositionem 6 hic) sed quoniam longitudine et materia posita eadem, nullius alterius quam solius velocitatis vel temporis (quod velocitati qua eadem longitudo percurritur reciproce proportionale est) consideratio superesse potest (per definitionem 3. hic) itaque nulla fieri potest compositio sive multiplicatio rationum. Et proinde necesse est actiones eandem quantitatem materiæ per eandem longitudinem transferentes esse simpliciter in ratione velocitatum. Seu ob eandem 25

3-4 sive ... $\frac{3}{2}$ add. L 5-6 vel ... subtriplicata; add. L 6 cuborum | ratio A ad B est ut quadratorum del. | L 7 ratio ... quadratorum add. L 12 quantitas (1) transferatur del. (2) moveatur add. L 13 velocitates | translationum del. | L 15 Geometricæ | crescentis add. et del. | L 16-17 geometricæ | crescentis add. et del. | (per ... 5) add. | L 18 secundum | rati add. et del. | L 20-21 nullius ... temporis add. | quod del. et rursus add. | C 21 quod del. et rursus add. L 21 percurritur | velocitati del. | L

longitudinem (per propositionem 8. de velocitate motus æquidistributo et uniformi) in ratione temporum reciproca.

Hanc propositionem ita pro captu omnium facilius enuntiabimus: Transferre libram[†] per unum pedem intra temporis minutum duplo (triplo) major actio est quam transferre unam libram per unum pedem intra duo (tria) minuta. Idque tanquam axioma assumere poteram quod iis sufficere potest qui vim ratiocinationis Geometricæ profundioris non satis facile attingunt. Volui tamen ad augendam artem rationis in usum Geometrarum ostendere, quomodo in præsentī materia ex solo axiomate simpliciore assumpto, quod nempe majus sit efficere idem minore tempore, consequatur actionem motus formalem esse præcise in ea proportionē majorem in qua minus est tempus. Quemadmodum Archimedes assumens majus esse momentum ex maiore distantia tandem licet alia methodo demonstravit esse momenta ut distantias.

Propositio 8.

Si æquales sunt effectus, erunt quantitates materiæ reciproce ut longitudines motus; idemque est, si æquales sint actiones et motuum tempora seu velocitates. Et vicissim: si quantitates materiæ sint reciproce ut longitudines, effectus vel æqualibus simul velocitatibus et actiones sunt æquales.

Quoniam enim effectus vel in casu æqualium temporum actiones sunt in ratione composita et quantitatum materiæ et longitudinum (per propositionem 3. hic) ideo si effectus vel actiones sint æquales, fient (per elementa) quantitates materiæ longitudinibus reciproce proportionales. Et contra si reciproce proportionales sint quantitates materiæ longitudinibus, erunt effectus æquales, et in casu æqualium velocitatum et actiones.

Itaque tres libras transferre per longitudinem duorum pedum æqualis est effectus effectui vel si æqualia sint tempora æqualis est actio actioni transferendi duas libras per longitudinem trium pedum. Quod et sic ostendi potest. Tres

[†]In margine pro libra substituaturs pes cubicus

14 licet ... methodo add. L 17 erunt add. L2 17 materiæ | sunt del. | L2 18 longitudines (1) translationis del. (2) motus add. L 19 et (1) translationum del. (2) motuum add. L 19 velocitates. | & corr. | L 21 simul (1) translationibus del. (2) velocitatibus L 24 longitudinum | translationis del. | L 25 sint add. L 26 longitudinibus | translationum del. | L 27 longitudinibus | translationum del. | L

libras transferre per longitudinem duorum pedum sextuplus est effectus transferentis unam libram per longitudinem unius pedis. Et duas libras transferre per longitudinem trium pedum sextuplus est effectus transferentis unam libram per longitudinem unius pedis (utrumque per propositionem 3 hic). Ergo æquale est duas libras per tres pedes vel tres libras per duos pedes transferre. 5

Propositio 9

Si eadem sit quantitas effectus in motibus, actiones motuum formales sunt velocitatibus agendi proportionales. 10

Sit motus *A* [Fig. 56, p. 506] effectus quicumque *B* uti transferendi duas libras per sex pedes; velocitas *C* graduum quorumcunque ut 2. Et sit rursus motus *L* effectus *B*, priori æqualis, vel uti transferendi tres libras per quatuor pedes (quem æqualem priori esse patet ex propositione præcedente) velocitas *N* graduum quorumcunque ut 3; ajo actionem motus *A* esse ad actionem motus *L* ut C_2 ad N_3 . Assumantur duo alii motus unus *R* transferens unam libram per unum pedem velocitate C_2 , alter *S* transferens unam libram per unum pedem velocitate N_3 et effectus transferendi unam libram per unum pedem vocetur *Q*. Actio motus *A* est ad actionem motus *R* (ob velocitates *C* æquales, ambas graduum 2) ut effectus *B* ad effectum *Q* (per propositionem 3. hic) et actio motus *R* est ad actionem motus *S* ob effectus æquales *Q* (utrobique unius libræ translatae per unum pedem) ut velocitates, nempe ut velocitas C_2 ad velocitatem N_3 (per propositionem 7. hic). Et denique actio motus *S* est ad actionem motus *L* (ob velocitates *N* æquales ambas graduum 3) ut effectus *Q* ad effectum *B* (per propositionem 3. hic). 25 Ergo denique actio motus *A* est ad actionem motus *L* in ratione composita *B* ad *Q* et *C* ad *N* et *Q* ad *B*; et quia ratio composita ex *B* ad *Q* et *Q* ad *B* est æqualitatis, erit actio motus *A* ad actionem motus *L* in ratione *C* ad *N*. Seu in ratione velocitatum agendi.

[115]

Propositio 10

30

Actiones formales motuum sunt in ratione composita effectuum formalium et velocitatum agendi; seu in ratione composita quantitatum materiæ, longitudinum per quas sunt motæ, et velocitatum.

5-6 per (1) unum *del.* pedem *corr.* (2) duo *add.* pedes *L* 8 sit | «diffusio» motus vel *add. et del.* | *L* 12 sit *add.* *L* 13 vel *add.* *L* 14 quem | æqualis *corr.* | *L* 27 ex *add.* *L* 32 velocitatum (1) translationis *del.* (2) agendi *add.* *L* 34 sunt (1) translatae *del.* (2) motæ *add.* *L*

Nam si effectus sint æquales, erunt actiones ut velocitates efficiendi (per propositionem 7 hic). Ergo sic et in ratione composita effectuum et velocitatum. Si effectus sint inæquales, sit [Fig. 57, p. 507] effectus *A*, velocitas *B*, Actio *C*; et rursus effectus *DEF*, velocitas *GH*, actio *NPQ*. Sumatur effectus majoris *DEF* pars *DE* æqualis ipsi effectui *A*, producta Actione *NP* parte actionis *NPQ* et eadem velocitate, ut *GH* qua actio integra *NPQ*. Jam actio *NPQ* est ad actionem *NP* ut effectus *DEF* ad effectum *DE* ob æqualem velocitatem utrobique *GH* (per propositionem 3. hic) et actio *NP* est ad actionem *C*, ut velocitas, *GH* ad velocitatem *B* (ob effectus *DE* et *A* [116] æquales per propositionem 9. hic). Ergo actio *NPQ* est ad actionem *C*, in ratione composita ex ratione effectus *DEF* ad effectum *DE* et ratione velocitatis *GH* ad velocitatem *B*. Sunt autem effectus in ratione composita quantitatum materiæ et longitudinum translationis (per propositionem 3. hic) unde habetur propositio.

15 *Definitio 4*

DIFFUSIO ACTIONIS IN MOTU vel ACTIONIS EXTENSIO est quantitas effectus formalis in motu. INTENSIO ejusdem ACTIONIS est quantitas velocitatis, qua factus est effectus seu qua materia per longitudinem translata est. Diffunditur enim actio eodem gradu per majus spatium vel mobile distributo. Intenditur gradus etiam eodem manente mobili et spatio.

Propositio 11.

Actiones motuum formales sunt in ratione composita diffusionum et intensionum.

25 Nam sunt in ratione composita effectuum et velocitatum translationis (per propositionem 10. hic). Sunt autem effectus, ut diffusiones, et velocitates ut intensiones (per definitionem 4 hic). [117]

Propositio 12.

30 Si effectus (formales intelligo) sint proportionales temporibus erunt Actiones (formales scilicet) ut longitudines et vicissim.

2 sic et *add.* L₂ 5 *A*, | productus *corr.* | eadem *del.* | L 5 Actio | *NPQ corr.* | L 6 actionis *NPQ* et eadem velocitate (1) *C* et ejusdem *del.* velocitatis *corr.* (2) *NPQ* et eadem *add.* velocitate L 7 est *add.* L 16 DIFFUSIO (1) MOTUS (2) ACTIONIS ... EXTENSIO *add.* L 17-18 INTENSIO (1) MOTUS est *del.* (2) ejusdem ... est L 19-21 Diffunditur ... spatio *add.* L 19 enim | actionis *corr.* | gradus *del.* | L 20 spatium | distributo *del.* | L 21 eodem | mane *del.* | L 24 intensionum | motus *del.* | L 30-31 longitudines | translationum *del.* | L

Nam Actiones sunt in ratione composita effectum et velocitatum (per propositionem 10 hic) et effectus sunt ut tempora (ex hypothesi). Ergo actiones sunt in ratione composita temporum et velocitatum. Sed longitudo-
 tudines sunt etiam in ratione composita temporum et velocitatum (per propositionem 6. vel 7. capitis de motu æquidistributo et uniformi). Er-
 go Actiones sunt ut longitudo translationum. Vicissimque si Actiones
 sunt ut longitudo translationum, Actiones erunt in ratione composita
 [118] temporum et velocitatum; sed sunt etiam actiones in ratione composita
 effectum et velocitatum. Ergo effectus sunt ut tempora.

Propositio 13.

10

Si eadem sit quantitas materiæ motæ et longitudo motuum sint ut tempora, erunt Actiones quoque ut tempora, et vicissim.

Nam effectus erunt ut longitudo (per propositionem 1 hic). Ergo ut tempora (ex hypothesi). Ergo Actiones ut longitudo (per propositionem 12.) Ergo ut tempora (ex hypothesi). Vicissim si Actiones sint ut tempora et quantitas materiæ sit eadem, erunt actiones in ratione composita longitudinum et velocitatum (per propositionem 10 hic). Ergo etiam tempora (ex hypothesi) sed Tempora sunt in ratione directa longitudinum et reciproca velocitatum (per propositionem 8. capitis de velocitate motus æquidistributi et uniformis). Ergo æqualis est ratio velocitatum directa et reciproca, adeoque velocitates sunt æquales, itaque longitudo sunt ut tempora.

[119]

Propositio 14

Si actiones sint æquales, effectus sunt reciproce ut velocitates. Et vicissim.

25

Nam actiones sunt in ratione composita effectum et velocitatum (per propositionem 10 hic) unde constat propositum per elementa.

Propositio 15.

Si velocitates sint æquales; tunc Effectus (pariterque Actiones) sunt in ratione composita quantitatum materiæ et temporum motibus impensorum, Et vicissim.

11 materiæ (1) translata del. (2) motæ add. L **11-12** longitudo (1) scilicet translationum del. (2) motuum add. L **17** sit add. L **18** Ergo (1) et del. (2) etiam add. L **18-19** tempora (1) sed del. (2) (ex hypothesi) add. et del. (3) (ex ... sed add. L **26** composita (1) temporum del. (2) effectum add. L **29** tunc add. L

Nam si velocitates sint æquales, actiones (vel effectus) sunt in ratione quantitatum materiæ et longitudinum (per propositionem 3. hic) sed longitudines sunt ut tempora in casu velocitatum æqualium (per propositionem 5. capitis de velocitate motus æquidistributi et uniformis; adde ibidem
 5 propositionem 6.) Vicissim si Effectus sint in ratione composita quantitatum materiæ et temporum (ex hypothesi) ideo quia effectus sunt in ratione quantitatum materiæ et longitudinum, erunt longitudines ut tempora; sed tunc (per dictam propositionem 5) æquales sunt velocitates. (Ergo et actiones sunt ut effectus.)

10 *Propositio 16.*

Effectus motuum formales sunt in ratione composita mobilium velocitatum et temporum.

Nam effectus sunt in ratione composita mobilium et longitudinum (Per
 propositionem 3. hic) et longitudines sunt in ratione composita velocita-
 15 tum et temporum (per propositiones 6. vel 7 capitis de velocitate motus æquidistributi et uniformis).

Propositio 17.

Actiones motuum formales sunt in ratione composita ex rationibus mobilium et temporum simplice et velocita-
 20 tum agendi duplicata.

Sunt enim actiones in ratione composita velocitatum et effectuum (per propositionem 10 hic) et effectus sunt in ratione composita velocitatum temporum et mobilium (per propositionem 16. præcedentem). Ergo actiones sunt in ratione composita ex duplicata velocitatum, simpliceque tem-
 25 porum et mobilium.

Propositio 18

Si æquales sint materiæ quantitates et tempora actionum æqualia actiones motuum formales erunt in duplicata ratione velocitatum vel longitudinum motus.

30 Nam longitudines sunt in ratione composita temporum et velocitatum (per propositionem 6 vel 7 capitis de velocitate motus æquidistributi et [120]

4-9 uniformis (1). corr. (2); adde ... effectus.) add. L 12 temporum (1) translationis del. motus add. L 19 ex rationibus add. L 19 ex |simplice del. |ratione corr. | L 19 et add. L 19 temporum (1) duplicata ratione del. (2) simplice et add. L 19-20 velocitatum (1) translationis del. (2) agendi duplicata add. L 24 ex add. L 24 duplicatarum corr. L 24 simpliceque add. L 28 motuum formales add. L 29 longitudinum (1) translationis del. (2) motus add. L

uniformis). Ergo si tempora sint æqualia velocitates sunt ut longitudines. Rursus quia mobilia sunt in ratione composita mobilium et temporum, et duplicata velocitatum (per propositionem 17 præcedentem) et mobilia et tempora sunt æqualia (ex hypothesi) Actiones sunt in duplicata velocitatum idest hoc loco longitudinum. 5

Itaque actio transferendi unam libram intra minutum per pedes duos (tres) quadrupla (noncupla) est actionis transferendi unam libram intra minutum per pedem unum. De quo pluribus ad propositionem 4. capitis de potentia.

Propositio 19

10

Si æquales sint materiæ quantitates actiones motuum formales in erunt ratione composita ex duplicata longitudinum motus et simplice reciproca temporum.

Sunt enim Actiones æqualium mobilium in ratione composita [*desinit abrupte*]

[122]

Propositio 19

15

Si æquales sint quantitates materiæ mobilium, actiones formales motuum sunt in ratione composita longitudinum motus, et velocitatum.

Nam generaliter actiones formales sunt in ratione composita quantitatuum materiæ, longitudinum et velocitatum (per propositionem 10). Ergo 20 si quantitates materiæ æquales, erunt in ratione composita longitudinum et velocitatum.

Propositio 20

Si æquales sint materiæ mobilium quantitates, actiones formales sunt in ratione composita ex duplicata longitu- 25 dinum motus directa et simplice temporum reciproca.

Sunt enim actiones æqualium mobilium in ratione composita longitudinum et velocitatum (per propositionem 19) et velocitates sunt in ratione composita ex directa longitudinum et reciproca temporum (per propositionem 8. capitis de velocitate motus simul æquidistributi et uniformis.) 30 Ergo actiones sunt in ratione composita ex duplicata directa longitudinum et simplice reciproca temporum.

[123]

Sit materiæ quantitas, Q et longitudo motus L , et velocitas V , et tempus

2 et *add.* L 3 duplicatarum *corr.* L o *Prop. 19 ... composita add. et del.* L 12 erunt | in (1) dupl (2) rati? *del.* | L 13 simplice | *veloc del.* | L 13 reciproca | *tem del.* | L o *Prop. 19 ... temporum. add. et del.* L 16 Si (1) | eadem sit *del.* | quantitas *corr.* | (2) æquales sint *add.* quantitates L 16 mobilium, *add.* L 18 motus, *add.* L 33 (1) Scholium *del.* (2) Sit L 33 Q | motus *del.* | L

T , et effectus E , et denique actio A . Jam L sunt ut VT per propositionem 6 capitis de motu simul æquidistributo et uniformi et E sunt ut QL per propositionem 3. hic, et A sunt ut per propositionem 10. hic. Ergo fient etiam E ut QVT et A ut QLV vel A ut $QTVV$ seu (quia V ut $L : T$) A ut $QLL : T$.
 5 Ex his facile reliqua hic dicta concluduntur. Et quia ex capite sequenti de potentia, per definitionem ibi (vel etiam per propositionem 7. ibi) fiunt A ut PT , hinc fient PT ut $QTVV$ adeoque P ut QVV ; hoc est potentia sunt in ratione composita ex ratione quantitatum materiae simplice, et velocitatum duplicata.

10 Ad caput de Actione Motus Formali ejusque effectū, hoc in fine Scholium adjici potest [125]

In propositione 4 dictum est, si eadem longitudo percurratur celeritatibus quatuor sequentibus, et ex iis sit BC ad EG , LM ad NQ ; etiam actionem BC fore ad actionem EG , ut actio LM ad actionem NQ . Hinc propositione 7. collegi longitudine percursa posita eadem, actiones esse in ratione
 15 velocitatum, vel simplice vel multiplicata, vel submultiplicata; porro excludi multiplicationem vel submultiplicationem cum nulla sit causa ad rationum compositionem, ac proinde longitudine posita eadem actiones fore ut velocitates. Unde postremo colligitur propositionem 18, si æqualia sint
 20 tempora, actiones fore in duplicata ratione longitudinum vel celeritatum.

Sed dicet aliquis hoc argumentum posse in contrarium verti; nam si in propositione 4 posuissemus non eandem longitudinem, sed idem tempus; non ideo minus videtur potuisse concludi temporibus positis æqualibus actiones fore ut celeritates. Nam poterit dici pari jure si celeritas BC sit ad celeritatem EG , ut celeritas LM , ad celeritatem NQ ; etiam actionem BC fore
 25 [ad] actionem EG ut actio LM ad actionem NQ . Et hoc verum esse concedo; cum enim mea sententia hoc casu actiones sunt ut quadrata celeritatum sitque celeritas BC ad celeritatem EG ut celeritas LM ad celeritatem NQ . Erit etiam quadratum celeritatis BC ad quadratum celeritatis EG ut quadra-

1-2 per ... uniformi add. L 2-3 per ... hic add. L 3 EV | per ... hic add. | (1) Jam quia E ut QL , del. (2) Ergo add. L 4 QVT | (1) . Et quia A sunt ut EV fient etiam del. (2) et add. L 4 vel | (1) «fiet» corr. (2) denique A ut QVT seu del. L 4 seu ... $QLL : T$ add. L 6 potentia, (1) fiunt del. ex add. et del. def. ibi ... fiunt add. (2) per add. ... fiunt L 6 etiam add. L 6 ibi add. L 9 duplicata. pagella vacua 124 sequitur 13 EG , | ut del., res. ed. | LM del. | ad acc. non del., del. ed. L 15 eadem, | velocitates esse in del. | L 15 ratione | sim del. | L 17 cum | nihil del. | L 19 velocitates. | Sed dicet forte aliquis po del. | L 19 18, | si æquales sint longitudines del. | L 23-24 potuisse (1) dici actiones fore celeritatibus proportionales, adeoque et longitudinibus percursis si actio del. (2) concludi ... poterit add. L 24 si | actio del. | L 24-25 celeritatem (1) BC corr. (2) « CG » corr. (3) EG | ut celeritatem del. | L 25-26 fore | ut corr. ed. | L 26-27 concedo; | cum enim longitudines sint ut celeritates, actiones erunt ut q del. L

tum celeritatis LM ad quadratum celeritatis NQ , sed actiones itidem sunt ut hæc quadrata hinc jam porro inferes ad prioris argumentationis modum. Ergo tempore posito eodem actiones sunt in velocitatum ratione vel simplice vel multiplicata aut submultiplicata, ne hoc quidem abnuo. Hactenus ergo omnia consentiunt, sed in hoc tantum divergium est, quod longitudi- 5 ne posita eadem, nulla habet locum compositio rationum, adeoque actiones erunt ut velocitates, seu reciproce ut tempora; at tempore posito eodem habet locum rationum compositio adeoque non licet dicere iisdem positis temporibus, actiones fore ut celeritates. Locum autem hic habere compositionem sic ostendo. Sint tres actiones: A , facere duplum tempore simplo. B 10 facere duplum tempore duplo, et denique C , facere simplum tempore simplo. Ratio A ad C , quæ est actionum diversis celeritatibus tempore eodem, composita est ex ratione A ad B quæ est actionum diversis celeritatibus longitudine eadem, et B ad C , quæ est duplæ actionis ad simplam. Unde jam patet A ad C rationem habere dupla maiorem, quod separatim demonstrari 15 merebatur, peculiari propositione; quemadmodum et præmittendum erat quod de ratione B ad C diximus. Sed inter rationem A ad B nulla simplicior ratio interponi potest. Itaque nihil aliud dici potest, quam iisdem temporibus actiones esse celeritatibus vel longitudinibus proportionales seu cum tempora æqualia sunt, Actiones esse effectibus continuis mensurandas. 20

Est et hoc argumentum a priore diversum, Actionum æstimatio composita est ex æstimatione Effectuum seu longitudinum, et velocitatum, sed longitudines sunt in ratione composita temporum et velocitatum, ergo Actiones sunt in consideratione composita ex simplice temporum et duplicata velocitatum. Ergo si tempora sint æqualia actiones sunt in consideratione 25 duplicata velocitatum. Sed hæc consideratio duplicata non alia erit quam ratio duplicata Quod de multiplicata vel submultiplicata ratione collegimus, etiam ex eo patet, quod nulla assumi potest constans; qua opus foret ad relationem alterius naturæ.

2 quadrata | . (1) Hinc (2) Sed *del.* | (3) si *add.* L 2 jam *add.* L 3 Ergo | actiones sunt in *del.* | L 3 in | celeritatum *del.* | L 6 adeoque | celerit *del.* | L 7 tempora; | sed *del.* | L 8 compositio | (1) quod sic ostendo (2) adeo *del.* | L 9 celeritates | , quod sic «os» *del.* | L 10 ostendo: *corr.* L 11-12 simplo | Ratio $\leftrightarrow$ *del.* L 12 est | celeritatum tempore eodem *del.* | L 13 ratione | , quæ est A ad *del.* | L 13 actionum | longitudinum *del.* | L 17 diximus. | At *del.* | L 18 potest, | quam Actiones esse effectibus proportionales *del.* | L 20 mensurandas | (1) ; vel actio (2) Atque generaliusque Actiones esse in ratione composita temporum et effectuum *del.* L 21 diversum, | in *del.* | L 22 æstimatione | (1) temporum (2) Lon *del.* | L 24 in | ratione composit *del.* | L 24 et | duplicatioⁿe *del.* | L 27 duplicata | quod *del.* | L 28 foret | ad rationem *del.* | L

[Pars I. Sectio 3. Caput 2.]
DE POTENTIA MOTRICE ABSOLUTA
DEMONSTRATA A PRIORI

[127]

Traditio

L LH XXXV 11, 18B, pp. 127-146

Definitio

- 5 POTENTIA ABSOLUTA EJUS QUOD MOVETUR est affectio ejus,
proportionalis quantitati actionis ex motum habentis sta-
tu per se consequentis intra certum tempus; seu quanti-
tati actionis formalis quam exerceret mobile, si motum
per datæ magnitudinis tempus uniformiter continuaret.
10 Itaque æqualibus existentibus agendi temporibus et acti-
onibus formalibus positis uniformibus potentiæ motrices
absolutæ sunt ut actiones formales.

- Ponamus [*Fig. 58*] *A* in motu esse positum, et in loco ${}_1A$ ita esse affectum
ut continuato uniformiter motu, tempore *T* absoluturum sit longitudinem
15 ${}_1A_2A$; similiterque *B* eodem (vel æquali) tempore longitudinem ${}_1B_2B$. Ita-
que potentiam mobilis *A* in loco ${}_1A$ existentis ajo esse ad potentiam mobilis
B in loco ${}_1B$ existentis, ut actio formalis motus ${}_1A_2A$, ad actionem formalem
motus ${}_1B_2B$, seu potentias absolutas motuum æstimo quantitativis actio-
num, quæ per se ex agentium statu consequuntur. Et potentiæ absolutæ
20 mobilium in motu existentium perinde erunt ut actiones uniformes trans-
ferendi mobilia ipsa per aliquas longitudes intra datum tempus. Ita ut
revera nihil aliud sit actionem esse uniformem, quam potentiam in tempus
ductam esse seu potentiam per tempus fluere vel exerceri; Et quod in po-
tentia momentaneum est (quæ enim moventur, quovis momento habent
25 potentiam) id in actione per se consequente ex statu potentiæ seu ex statu
momentaneo, est successivum seu continuatum unde infra propositione 7.

1 Pars ... 2. *add. ed.* 10 Itaque | hoc est *del.* | L 11 formalibus *add. L*
17 motus *add. L* 20 uniformes *add. L* 21 longitudes | ita *del.* | L 23 per
tempus *add. L* 25 ex statu *add. L* 516.26-517.2 unde ... potentiis *add. L*

[129] ostendemus actiones esse in ratione composita temporum et potentiarum seu ut rectangula sub temporibus et potentiis. Distinguo autem potentiam mobilis absolutam, in corpore per se consideratam, a respectiva qua aliud percutit; de qua suo loco.

Propositio 1.

5

Si duo mobilia eandem habeant materiæ quantitatem eandemque velocitatem erunt potentiæ ipsorum æquales.

Sint [Fig. 59, p. 107] mobilia æqualia A et B , et velocitates eorum æquales, ajo et potentias eorum esse æquales. Nam ob velocitates æquales continuo uniformiter motu æquali æquales describent longitudines (per definitionem 2. capitis de velocitate in motu æquidistributo et uniformi). Itaque actiones erunt æquales (per definitionem 3. capitis de Actione). Ergo et potentiæ (per definitionem præcedentem hic).

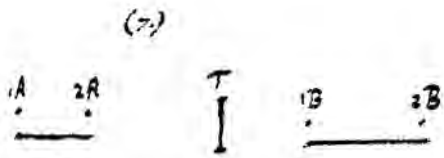


Figura 58 [(7.)]

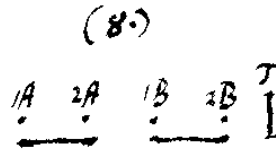


Figura 59 [(8.)]

Propositio 2.

Si duorum mobilium velocitates sint æquales, erunt 15 potentiæ eorum motrices absolutæ in proportionem ipsorum mobilium.

[130] Sint [Fig. 60, p. 522] mobilium ABC (librarum duarum) et $LMNP$ (librarum trium) velocitates æquales. Dico esse potentiam ipsius AB ad potentiam ipsius LMN ut mobile AB ad mobile LMN (seu ut 2 ad 3) si AB et LM sint commensurabiles sumatur eorum mensura communis F ; jam cum quælibet pars ipsius ABC vel $LMNP$ æqualis ipsi F , velut AB , vel LM , æqualis sit, et præterea æquali moveatur velocitate (subintelligimus enim semper motum esse æquidistributum, ubi per propositionem 6 capitis de velocitate

1 ostendemus | potenti del. | L 3 a verbum reclamans respectiva sequitur; tametsi in pagina sequenti verbum ipsum non sublineatur, sublineat quidem ed. L 18 mobilium (1) AB corr. et del. (2) ABC add. L 18 et (1) LMN del. (2) $LMNP$ add. L 22 velut AB , add. L 24 æquidistributum, (1)) ubi (per del. (2) utique (add. et del. per prop. add. (3) ubi add. ... prop. L

in motus æquidistributo velocitates eorum quæ mobili eidem insunt sunt æquales) erunt eorum potentiæ æquales (per propositionem 1. hic) verbi gratia potentia ipsius AB æqualis est potentiæ ipsius LM . Ergo toties æqualis potentia inest mobili cuique, quoties mensura mobilium communis (ut
 5 potentia transferendi unam libram velut AB per unum pedem ${}_1A_1B$ minuto temporis T , inest mobili ABC bis, et mobili $LMNP$ ter).

Potentia autem totius componitur ex potentiis partium; itaque potentia tota mobilis ABC est ad potentiam totam mobilis $LMNP$ ut numeri repetitionum mensuræ communis (.2. ad .3.) id est ut ipsa mobilia ABC , $LMNP$. [131]

10 Quod si mobilia sint incommensurabilia sufficit pro iis assumi commensurabilia, tam parum ab ipsis differentia, ut error sit minor errore quovis dato, adeoque error erit nullus. Eadem propositio sic brevius ostenditur, quia duo mobilia ABC et $LMNP$ æquali velocitate prædita sunt, æquali tempore easdem motu uniformi describent longitudes (per definitionem
 15 2. capitis de velocitate in motu uniformiter æquidistributo). Itaque tunc actiones eorum sunt ut mobilia (per propositionem 1. capitis de Actione) et proinde (per definitionem hic præcedentem) potentiæ erunt ut mobilia.

Nimirum potentia transferendi duas libras per unum pedem intra unum minutum dupla est potentiæ transferendi unam libram per unum pedem, intra unum minutum. [132]
 20 Bis enim continet potentiam transferendi unam libram per unum pedem intra unum minutum. Quemadmodum et actio transferendi duas libras per unum pedem intra unum minutum dupla est actionis transferendi unam libram per pedem unum intra unum minutum per propositionem 2. capitis
 25 de Actionibus.

Propositio 3

Æquales potentiæ possunt movere æquales materiæ quantitates, per longitudes diversas, modo longitudes motuum sint temporibus proportionales.

30 Nam [Fig. 61, p. 522] si duo mobilia A et B sint ejusdem velocitatis et A tempore T transferatur per longitudinem ${}_1A_2A$, et B tempore E per longitudinem ${}_1B_2B$ erunt longitudes temporibus proportionales, seu ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_2B$ ut T ad E . (per propositionem 5. capitis de velocitate motus æquidistributi et uniformis) Jam mobilia sunt æqualia (ex hypothesi) et mobilia [133]

1 velocitates *corr.* L 5 libram (1) ut *del.* (2) velut *add.* L 12 Eadem *add.* L 12 sic *add.* L 27 possunt (1) transferre *del.* (2) movere *add.* L 28-29 longitudes (1) translationum *del.* (2) motuum *add.* L 33 propositionem (1) 6 *del.* (2) 5 *add.* L

æqualia ejusdem velocitatis sunt æqualis potentiæ (per propositionem 1. hic). Ergo æquales potentiæ possunt eandem materiæ quantitatem transferre per longitudes diversas diversis temporibus quæ sint longitudinibus proportionalia.

Idem sequitur (ex propositione 1. de Actione) item ex propositione 13. 5
nam cum in presenti casu actiones sint ut tempora per dictam propositionem 13. ergo æqualibus temporibus erunt æquales actiones, itaque (per definitionem potentiæ præcedentem) erunt æquales potentiæ.

Nimirum ejusdem potentiæ est transferre unam libram
[134] per unum pedem intra unum minutum et transferre unam 10
libram per duos pedes, intra duo minuta. Ex priore enim posterius sponte consequitur continuato motu et utrobique æquali tempore sumto actio est æqualis, ideoque et potentia.

Propositio 4

Si mobilia æqualem contineant materiæ quantitatem, 15
potentiæ motrices absolutæ sunt in ratione duplicata velocitatum seu ut velocitatum quadrata.

Nam potentiæ motrices absolutæ sunt ut actiones formales motuum uniformiter exercitæ intra tempora æqualia (per definitionem 1. hic) et mobilia sunt æqualia (ex hypothesi) æqualibus autem existentibus mobilibus 20
et temporibus actiones formales sunt in duplicata ratione velocitatum (per
[135] propositionem 18. capitis de Actione). Itaque habetur propositum sed altius ordiendo idem sic conficiemus. Sint [Fig. 62, p. 522] æqualia mobilia A et B , et velocitates eorum sint graduum $C_{(1)}$ et $D_{(2)}$ ajo esse potentiam ipsius A ad potentiam ipsius B , ut quadratum ipsius C (seu ut 1) ad quadratum 25
ipsius D (seu 4). Ponamus mobile A tempore TE motu uniformi transferri per longitudinem ${}_1A_2A$ et mobile B tempore æquali TE transferri motu uniformi per longitudinem ${}_1B_2B_3B$ erunt longitudes ut velocitates (per propositionem 4. capitis de velocitate in motu æquidistributo et uniformi)
seu ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_2B_3B$, ut $C_{(1)}$ ad $D_{(2)}$, assumatur longitudinis ${}_1B_2B_3B$ pars 30
 ${}_1B_2B$ (percursa parte temporis TM) et ob motum uniformem (ex hypothesi) eadem qua tota longitudo, velocitate. Jam ob mobilia A et B æqualia et
[136] æquales longitudes ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$ erit actio transferendi uniformiter mobile A per longitudinem ${}_1A_2A$ ad actionem transferendi æquale mobile B per æqualem longitudinem ${}_1B_2B$ ut eorum velocitates, seu ut velocitas $C_{(1)}$ ad 35

19 uniformes corr. L 23 Sint ... A del. et rursus add. | et add. et del. | L 26 æquali del. L 28 longitudinem (1) ${}_1B_2B$ del. (2) ${}_1B_2B_3B$ add. L 31 percursa ... TM | (et) add. L

velocitatem $D(2)$ (per propositionem 7. capitis de Actionibus) idest ut longitudo ${}_1A_2A$ ad longitudinem ${}_1B_2B_3B$, rursus actio transferendi B per longitudinem ${}_1B_2B$ est ad actionem transferendi idem per longitudinem ${}_1B_2B_3B$, eadem (ob motum uniformem) velocitate D ut longitudo ${}_1B_2B$ id est ${}_1A_2A$ ad longitudinem ${}_1B_2B_3B$ (per propositionem 1. de Actione). Itaque jungendo prima postremis: Actio transferendi mobile A per longitudinem ${}_1A_2A$, est ad actionem transferendi mobile æquale B per longitudinem ${}_1B_2B_3B$ tempore æquali, in duplicata ratione longitudinum, ${}_1A_2A$, ad ${}_1B_2B_3B$ sed ob æqualia tempora longitudines sunt ut velocitates ut ostensum est itaque
 10 actiones sunt in duplicata ratione velocitatum. Sed si æqualia sint tempora et actiones sint uniformes, utique potentiæ sunt ut actiones (par definitionem potentiæ hic) sunt ergo potentiæ æqualium mobilium in duplicata ratione velocitatum, seu ut velocitatum quadrata. [137]

Hæc est propositio, quæ etsi ex principiis manifestissimis facili consequentia nascatur; nescio quomodo tamen hætenus accuratam indagantium perspicaciam effugit. Placet autem cum probatione sua eandem familiarius proponere ad omnium captum hoc modo[:]

In actionibus uniformibus (ubi quodvis punctum mobilis æqualibus temporibus æquales percurrit longitudes) et æquidistributis
 20 (ubi longitudes a quibuslibet mobilis punctis simul descriptæ sunt æquales).

Actio (L) transferendi unam libram intra unum minutum per longitudinem veluti trium pedum, tripla est actionis transferendi unam libram triplo tempore seu intra
 25 tria minuta per eandem longitudinem, nempe trium pedum. Quod demonstravimus propositione 7. capitis de actionibus assumpto axioma, quod major actio sit idem efficere minore tempore. Quamquam hæc ipsa conclusio pro axioma assumi possit, duplum (vel triplum) esse idem efficere dimidio tempore (aut tertia ejus parte) adeoque triplam
 30 esse actionem transferendi idem pondus per eandem longitudinem intra temporis trientem.

Rursus actio (M) transferendi unam libram triplo tempore seu tribus minutis pro longitudinem triplam seu per tres pedes tripla est actionis (N) transferendi unam libram simplo tempore seu uno minuto, per longitudinem
 35 simplam unius pedis. Hoc generalius demonstravimus propositione

4 (ob ... uniformem) *corr.* L 4 D | (ob motum unifor.) *del.* | L 5 (per ... Action.) *add.* L 18 quodvis *add.* L2 24 libram (x) duplo *del.* (2) triplo *add.* L 28 ipsa conclusio *add.* L

13. capitis de A $\acute$ tionibus. Sed idem per se ita manifestum redditur: A $\acute$ tio M transferendi unam libram tribus minutis per tres pedes ter continet a $\acute$ tionem (N) transferendi unam libram uno minuto per unum pedem; Nam qui transfert tribus minutis per tres pedes, (in motu scilicet uniformi et æquidistributo, ut subintelligimus) is primo minuto transfert per unum pedem, 5 et secundo rursus, et tertio tertia vice; A $\acute$ tio autem quæ aliam a $\acute$ tionem ter præcise repetit utique ejus tripla est; Nam totum triplum est partis, qua ter repetita totum componitur.

Igitur Actio (L) transferendi unam libram intra unum minutum per longitudinem triplam seu trium pedum 10 Noncupla est actionis N transferendi unam libram uno minuto per longitudinem simplam, seu unius pedis. Cum enim A $\acute$ tio L sit tripla ipsius M , et A $\acute$ tio M sit tripla ipsius N , erit a $\acute$ tio L noncupla ipsius N .

Porro POTENTIÆ transferendi sunt ut actiones transferen- 15 di uniformes intra æquale tempus exercitæ, seu potentia libram transferendi uniformiter (seu constanti velocitate) intra minutum per longitudinem unam est ad potentiam transferendi uniformiter libram intra minutum per longitudinem aliam ut ipsa A $\acute$ tio transferendi prior ad posteriorem per positam definitionem potentiæ, quam a $\acute$ tione ex ipsa per se 20 consequente (adeoque uniformi) intra datæ magnitudinis tempus exercenda, æstimamus. Nempe in potentia momentaneum est, quod in A $\acute$ tione succedente per tempus uniformiter est diffusum.

Itaque POTENTIA transferendi unam libram intra unum minutum per longitudinem trium pedum est noncupla 25 potentiæ transferendi unam libram intra minutum per unum pedem. Seu potentiæ absolutæ mobilium æqualium sunt ut quadrata longitudinum translationis intra æqualia tempora absolvendarum.

[141] Nam per articulum præcedentem sunt potentiæ dictæ ut a $\acute$ tio L ad 30 a $\acute$ tionem N , a $\acute$ tionem autem L a $\acute$ tionis N noncuplam esse ostensum est.

Jam (in motibus uniformibus et æquidistributis) velocitates sunt ut longitudines translationum æqualibus temporibus absolvendæ, seu velocitas mobile intra minutum transferendi per tres pedes tripla est velocitatis intra minutum transferendi mo- 35 bile per unum pedem, ut manifestum est et demonstravimus propositione 4. capitis de velocitate motus æquidistributo et uniformis.

7-8 quæ ... repetitæ corr. L 36 et | ostendimus atque del. | L

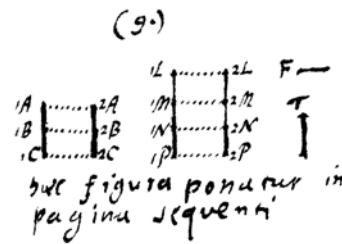


Figura 60 [(9.)] ex p. 129 in p.
130 movenda

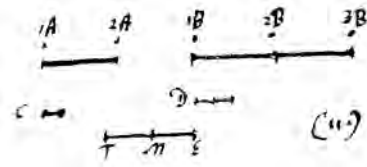


Figura 62 [(11.)]

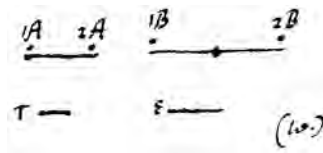


Figura 61 [(10.)]

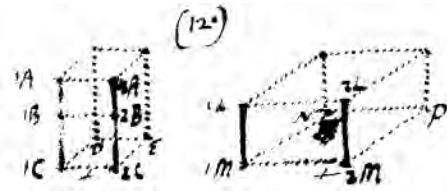


Figura 63 [(12.)]

Itaque tandem Potentiæ absolutæ mobilium æqualium sunt
ut quadrata velocitatum, seu duplicata (triplicata) velocitate mo-
bilis, potentia fit quadrupla (noncupla). Et eleganter evenit, ut velocitati-
bus per rectas repræsentatis, potentiæ corporis per rectarum potentias (quas
5 vaticinio quodam sic appellarunt Geometræ) exprimantur.

Propositio 5

[142]

Potentia motrices absolutæ sunt in ratione composita
ex simplice mobilium et duplicata velocitatum vel ex sim-
plici mobilium et duplicata longitudinum per quas mobi-
10 lia ex virtute potentialiarum suarum intra tempus datum
uniformiter sese essent translatura.

Sint mobilia ABC et LM [Fig. 63] earumque velocitates CD vel $1C_2C$,
et MN vel $1M_2M$; ajo esse potentiam mobilis ABC ad potentiam mobilis
 LM in ratione composita mobilium ABC et LM , et quadratarum veloci-
15 tatum seu esse potentias ut rectangula $1A_1C_2C_1D$ et $1L_1M_2M_1N$ quorum
altitudines, sint ut mobilia AC , LM , bases ut velocitatum quadrata. Nam si
mobilia sint æqualia, utique potentia sunt ut quadrata velocitatum; adeo-
que in ratione composita mobilium, hoc loco æqualium, et quadratarum
velocitatum.

4 corporis add. L 16 quadrata. || corr. L 18 æqualium, (1) ?ut? del. (2) et add. L

[143] Sin mobilia sint inæqualia, et alterutrum ut ABC majus, sumatur ipsius pars AB æqualis minori mobili LM : potentia ipsius ABC est ad potentiam ipsius AB ut mobilia, ABC ad AB ob velocitatem communem (per propositionem 2 hic) sed potentia ipsius AB est ad potentiam ipsius LM , mobilium æqualium, ut quadrata velocitatum CD et MN (per propositionem 4 hic). 5
Ergo jungendo prima postremis, potentia ipsius ABC erit ad potentiam ipsius LM in ratione composita mobilis ABC ad AB seu ad mobile LM et quadratarum velocitatum D_2C ad N_2M . Velocitates autem sunt ut longitudo-
dines æqualibus temporibus percurrentæ (per propositionem 4. capitis de motu æquidistributo et uniformi). Itaque etiam potentiæ erunt in ratione 10
composita mobilium simplice et harum longitudinum duplicata.

Nimirum potentia transferendi tres libras per duos pedes est duodecupla potentiæ transferendi unam libram per unum pedem.

Propositio 6.

[144] Si quadrata velocitatum vel longitudinum translationis 15
æqualibus temporibus absolvendarum sint mobilibus reciproce proportionalia, potentiæ motrices absolutæ sunt æquales; et vicissim si potentiæ sint æquales, quadrata dicta sunt mobilibus reciproce proportionalia.

Retenta figura propositionis præcedentis sit mobile AC ad mobile LM 20
ut quadratum MNP ad quadratum DE , manifestum ergo est (ex elementis) factum ex extremis æquari facto ex mediis, seu rectangulum solidum ACE potentiam mobilis AC æquari rectangulo LMP potentiæ mobilis LM ; unde et conversa manifesta est.

Nimirum ejusdem potentiæ est motu uniformi (horizon- 25
tali) æquali tempore transferre novem libras per unum pedem et unam libram per tres pedes; sive corpus unius libræ et velocitatis trium graduum, tantumdem habet potentiæ, quantum corpus novem librarum velocitatem habens unius gradus. 30

Propositio 7

Actiones formales (uniformes intelligo) sunt in ratione composita potentiarum et temporum.

3 (ob corr. ed. 4 potentia ... ipsius add. L 25 est | transferre del. | L 523.31-524.15
Prop. 7 ... [p ad (p)] add. L 32 Actiones | sunt in ratione co del. | L

Nam Actiones sunt in ratione composita mobilium et temporum simplice, et velocitatum agendi duplicata (per propositionem 17. capitis præcedentis) et potentiæ sunt in ratione composita mobilium simplice et velocitatum agendi duplicata (per propositionem 5. hic). Ergo actiones sunt
 5 in ratione composita potentiarum et temporum.

Hæc propositio potuisset primo statim loco hujus capitis poni, cum ex definitione potentiæ cognoscatur; in actionibus enim uniformibus æqualium durationum potentias definivimus esse ut actiones. Jam actio uniformiter protracta multiplicatur in ratione temporis. Itaque cum actio *A* tempore eodem cum Actione (*A*) absoluta sit ad eam ut potentia *p* ad potentiam (*p*) per definitionem hic utique actio *H* uniformis ipsi *A*, sed duplo triplo
 10 diutius durans adeoque dupla vel tripla ipsius *A*; erit ad actionem (*A*) in ratione composita 2 vel 3 ad 1 [seu *H* ad *A*] et *p* ad (*p*) [seu *A* ad (*A*)] id est erit *H* ad (*A*) in ratione composita temporum [2 vel 3 ad 1] et potentiarum
 15 [*p* ad (*p*)].

Admonitio 1

[145]

Corpora consideramus ut in medio liberrimo translata et gravitate exuta, vel si gravitatem ipsis relinquamus, ut mota in horizonte. Ita ut motus sit uniformis, ubi ostendimus potentias esse ut quadrata translationum. Sed in motu uniformiter accelerato vel retardato qualis gravium est, potentiæ ponderum æqualium sunt ut ipsæ translationes perpendiculares horizonti, id est ut altitudines; quod ex hac
 20 ipsa æstimatione nostra consequitur, altitudines enim sunt ut quadrata velocitatum, quarum vi corpora sese ad eas altitudines attollere possunt; et
 25 iisdem existentibus ponderibus seu corporum molibus potentiæ (ut ostendimus) sunt etiam ut quadrata velocitatum. Itaque si pondera sint inæqualia sed reciproce ut altitudines, ita ut tanto majus sit pondus, quanto minor altitudo, potentiæ attollendi sunt æquales. Quod cum pro concessio habea-

1 (1) Sint actiones *A* et (*A*), potentiæ *p* et (*p*) et tempora *T* et (*T*); ajo esse *A* ad (*A*) ut *pT* ad (*p*)(*T*) del. (2) Nam *L* 6 hujus capitis add. *L* 7 actione corr. *L* 8 actiones. | Quodsi del. | *L* 8 actio | eadem del. | *L* 9 Itaque (1) si del. (2) cum add. *L* 10 absoluta (1) est del. (2) sit add. *L* 11 per ... hic add. *L* 11 *H* æqualis pote del. *L* 12 *A*; | et proinde del. | *L* 12 ad | t del. | *L* 12 actionem | *A* del. | *L* 13 est | in ratione del. | *L* 14 erit | *A* in del. | *L* 14 temporum | (2 vel 3 ad 1) vel potentiarum *p* ad (*p*) del. | *L* 19-20 ubi ostendimus potentias esse (1) potentiæ sunt del. (2) ostendimus ... esse add. *L* 21 ponderum æqualium add. *L* 21-22 ipsæ (1) translationes del. (2) horizonti add. normales add. et del. (3) translationes perpendiculares add. horizonti, *L* 22-23 quod ... consequitur, add. | nam add. et del. | *L* 524.23-525.4 velocitatum, | quarum ... ostendetur add. | (1) adeoque del. (2) ut add. *L* 27 reciproce | ad quadratas velocitates, ita ut tanto majus sit pondus del. | *L* 27 ut add. *L*

tur, hinc demonstrationes nostræ a posteriori confirmantur. Sed ita stare non potest, quod vulgo sibi persuadent potentias esse in ratione composita simplice velocitatum et mobilium. Ita enim fieri nequit (quemadmodum mox uberius a nobis ostendetur) ut ejusdem potentiæ sit attollere grave unius libræ ad altitudinem trium pedum, et attollere grave trium librarum 5 ad altitudinem unius pedis quod tamen merito omnes agnoscunt

Admonitio 2

[146] Propositiones præcedentes circa actionem et potentiam intelliguntur de motibus uniformibus et æquidistributis, sed tamen et aliis accommodari possunt, 10

Nam cum mobile non movetur motu æquidistributo, sed diversæ ejus partes diversas habent velocitates attribui ipsi toti potest communis quædam velocitas media, quam obtinere licet ope centri gravitatis totius. Et cum mobile per aliquod tempus non movetur motu uniformi, attribui ipsi potest velocitas constans mediæ potentiæ inter velocitates mobili toto 15 tempore competentes. Ita motum æquidistributum totius mobilis et uniformem totius temporis habebimus motibus partium propositis ipsa magnitudine actionum et potentiarum in summa æquivalentem.

4 potentiæ (1) est *del.* (2) sit *add.* L 6 unius (1) pedis. | Nam pondera sunt reciproce ut (a) quantitates *del.* (b) quadrata *add.* velocitatum, quarum vi pondera ad eam altitudinem attolli possunt *del.* | (2) | pedis. *del.* | quod tamen merito omnes agnoscunt *add. et del.* | (3) pedis ... agnoscunt *add.* L 8 præcedentes *add.* L 9 intelliguntur | hic *del.* | C 17 ipsa *add.* L

[Pars I. Sectio 4. Caput I.]
DE TRACTU SEU SPATIO PER MOTUM
ABSOLUTO

[147]

Traditio

L LH XXXV 11, 18B, pp. 147-161

Definitio 1

5 TRACTUS IPSIUS MOBILIS VEL SPATIUM ABSOLUTUM SIVE PERCUR-
SUM, est factum ex viis singulorum mobilis punctorum si-
mul descriptis, in mobile ordinatim ductis.

Ut si mobilis cujusque punctum ponatur gravitatem specificam acci-
pere proportionalem viæ, pondus totius mobilis erit ut summa omnium
10 viarum in mobile ordinatim ductarum, hoc est, ut spatium percursum seu
tractus. Ita [Fig. 64, p. 528] si recta AB angulo ad ${}_1B{}_3B$ recto moveatur ex
 ${}_1A{}_1B$ in ${}_3A{}_3B$ spatium motu dimensum seu tractus est rectangulum ${}_1A{}_3B$;
et idem hoc loco est spatium motu designatum seu vestigium motus. Sed
si rectangulum planum $ABCD$, intra rectas ${}_1A{}_1D$ ${}_1B{}_1C$ continuatas motum,
15 transferatur ex ${}_1A{}_1B{}_1C{}_1D$ in ${}_3A{}_3B{}_3C{}_3D$ vestigium motus seu via simplex
est rectangulum planum ${}_1A{}_3C$; via autem plena seu tractus [Fig. 65, [148]
p. 528] est factum ex rectangulo $ABCD$ ducto in rectam ${}_1A{}_3A$ æqualem li-
neæ motus seu viæ vel tractui cujusque puncti (in punctis enim coincidunt
semper via et tractus) hoc est ut rectangulum solidum ACE cujus basis est
20 rectangulum planum $ABCD$ altitudo vero AE , æqualis ipsi ${}_1A{}_3A$ vel etiam
parallelepipedum; nam ad tractus quantitatem æstimandam, nihil interest
quo angulo applicetur via puncti ad mobile, modo enim in omnibus tracti-
bus inter se comparandis idem observetur angulus eadem manet proportio;
præstat tamen constanter uti angulo recto. Quod si diversa mobilis punc-
25 ta diversæ magnitudinis lineas describant, etiam tractus inveniri possunt,
ut si radius, LM agatur circa centrum L , nec plus una circulatione absol-
vat; tractus erit ut ipse sector descriptus LMN , qui simul est via radii LM .
Sed si recta AB in radio moto peculiariter moveatur recedens a centro, ita [149]
ut [Fig. 66, p. 528] dum transit ab ${}_1A{}_1B$ in ${}_1\alpha{}_1\beta$ simul hinc transeat in ${}_2A{}_2B$,

I Pars ... I. add. ed. 5 IPSIUS add. L 21 parallelepipedumdum corr. ed.

via est quadrilineum ${}_1A_1B_2B_3B_3A_2A_1A$. Sed tractus seu summa viarum omnium punctorum, huic viæ non est proportionalis. Quatenus autem motus fit in parallelis, vel saltem quatenus in parallelis assumtis utcunque, in motus propositi compositionem ingredi intelligitur; (ut suo loco patebit) habetur tractus, cum via centri gravitatis ipsius voluminis seu figuræ ducitur 5 in mobilis volumen sive extensionem (si modo puncta diversa non eant in contrarias partes) sed hoc quod ad viam mobilis metiendam non sufficit, nisi cum coincidit cum tractu quod fit cum lineæ a punctis mobilis descriptæ eundem semper faciunt angulum ad curvam nec una mobilis pars in locum alterius statim succedit. Porro si sphæra rotetur uniformi vertigine (si placet) circa suum axem immotum, tractus sphæræ, erit ut pondus sphæræ quod fieret si quodlibet ejus punctum gravitatem specificam acciperet viæ a se percursæ proportionalem; unde si duæ sphæræ sic rotentur, erunt earum tractus inter se in ratione composita ex quadruplicata diametrorum simplicibusque vertiginum et temporum. Vertiginem autem 15 metior quantitate anguli descripti si circulandi velocitas eadem dato tempore continuaretur. Ex his intelligimus quantum intersit inter tractum (seu spatium absolutum) et viam et si aliquando tractus sint ut viæ.

Propositio 1.

Si mobilis gravitas specifica in quovis puncto, sit ut 20 via ejusdem puncti, tunc spatium a mobili absolutum erit ponderi proportionale.

Nam tractus seu spatium absolutum fit ex viis punctorum in mobile ordinatim ductis (per definitionem hic) sed ductus sunt ut pondera mobilium, si ordinatim ducta sint ut gravitates specificæ, recipientia vero ductum ut mobilia (per propositionem 1. de ductibus). 25

Propositio 2.

Si mobile sit punctum, tractus seu spatium motu absolutum est ipsa puncti via. Sequitur ex definitione, nam singula puncta ad unicum reducuntur, et viæ ad unicam, scilicet ipsam hujus puncti lineam. 30

2-5 proportionalis (1) ; acc. non del., del. ed. (a) habetur autem tractus, ut suo loco patebit, del. dum corr. (b) quatenus scilicet add. et del. (c) | quatenus corr. autem ... tractus add. | (2) Quatenus ... cum L 2 autem add. L 3 in add. L 5 ipsius add. L 7 sed hoc add. L 7 mobilis add. L 8-10 quod ... succedit add. L 10 alterius | (1) immediate (2) sta del. | L 10 Porro add. L | Si corr. ed. | 12 sphæræ (1) factum del. (2) quod fieret add. L 12-13 accipiat corr. L 26 mobilia | suo loco explicata del. | C

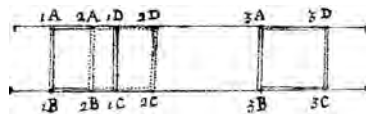


Figura 64

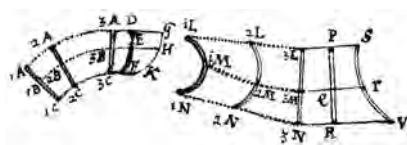


Figura 67



Figura 65

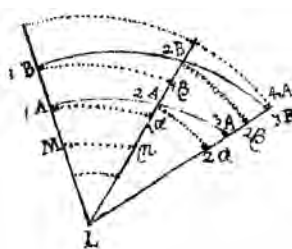


Figura 66

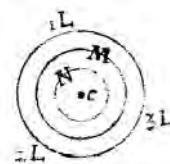


Figura 68

Propositio 3

[151]

Si mobile sit linea, spatium motu absolutum est ut area superficiei factæ per rectas viæ cujusque puncti proportionales, ipsi lineæ in rectum extensæ eodem angulo
5 recto in puncto respondente insistentes.

Cum enim tractus sit ductus factus ex lineis a puncto descriptis in mobile ordinatim ductis (per definitionem hic) et ductus sint proportionales figuris isogoniis proportionaliter formatis (per propositiones 6. et 7 de ductibus) habetur propositum.

- 10 Sit [Fig. 67, p. 528] linea mobilis ABC , cujus extrema A et C describant lineas ${}_1A_2A_3A$ et ${}_1C_2C_3C$, et punctum quodvis ut B , describat lineam ${}_1B_2B_3B$, fiat figura orthogonia comprehensa recta ${}_3A_3B_3C$ et rectis ad hanc normalibus ${}_3ADG$, ${}_3CFK$; et linea GHK ; sic ut ordinata quævis normalis ipsi ${}_3A_3B_3C$, sit ${}_3BEH$. Et viis punctorum ${}_1A_2A$, ${}_1B_2B$, ${}_1C_2C$, itemque ${}_1A_2A_3A$,
15 ${}_1B_2B_3B$, ${}_1C_2C_3C$ sint respective proportionales ordinatæ ${}_3AD$, ${}_3BE$, ${}_3CF$; [152] itemque ${}_3ADG$, ${}_3BEH$, ${}_3CFK$; et idem fiat respectu alterius mobilis LMN pro punctis D , G , E , H , F , K substituendo P , S , Q , T , R , V ; ajo tractus seu spatia absoluta fore figuris orthogoniis respondentibus proportionalia; sic tractus, ab ${}_1A_1B$ in ${}_2A_2B$; est ad tractum ab ${}_1A_1C$ in ${}_3A_3C$, ut figura ${}_3ADE_3B$
20 ad ${}_3AGK_3C$; et tractus ab ${}_1A_1C$ in ${}_2A_2C$ ad tractum ab ${}_1L_1N$ in ${}_2L_2N$ ut figu-

ra ${}_3ADF_3C$ ad ${}_3LPR_3N$; et tractus ab ${}_1A_1C$ in ${}_3A_3C$ ad tractum ab ${}_1L_1N$ ad ${}_3L_3N$ ut figura ${}_3AGK_3C$ ad figuram ${}_3LSV_3N$. Pro orthogoniis substitui possunt figuræ isogoniæ quævis, modo in omnibus ordinatim applicatis semper idem angulus servetur. Nec refert linea curva durante motu in rectam extendatur, an sit rigida, modo in rectam extendi deinde fingatur. 5

Propositio 4.

Si mobile sit superficies spatium motu absolutum est area solidi facti per rectas superficiei in planum extensæ ad angulos rectos insistentes in punctis respondentibus et ipsis lineis a puncto quovis mobilis descriptis proportionales. 10

Patet ad eum modum quo præcedens.

Propositio 5.

Omnis superficies mota constituitur ex infinitis lineis quarum quævis movetur motu æqualiter distributo, et omne corpus motum constituitur ex infinitis superficiibus quarum quævis movetur motu æqualiter distributo. 15

Constitui dico, non componi; sequitur ex demonstratione propositionis 12 de ductibus.

Sic si cylinder L [Fig. 68, p. 528] moveatur circa centrum C , constituitur ex infinitis superficiibus cylindricis concentricis ut L , M , N , quarum quævis movetur motu æqualiter distributo, ita ut nempe ejus puncta simul æquales percurrant rectas. Manifestumque est ab ipsis omnia solidi puncta absumi præterquam cadentia in axem, quæ nihil solido homogeneum constituunt. 20

Propositio 6. Problema 1

25

Exhibere figuram planam proportionalem tractui mobilis solidi.

Quoniam solidum constituitur ex infinitis superficiibus, quarum quævis movetur motu æqualiter distributo (per præcedentem) dividi per eas intelligatur in sua elementa solida. Inde ducatur linea quæcunque omnes superficies secans; et hujus in rectam extensæ punctis respondentibus, inter superficies interceptis, ordinatim applicetur in plano recta, quæ sit in ratione composita ex directis rectæ ab uno superficiei puncto descriptæ, ipsiusque elementi solidi, et in ratione reciproca elementi lineæ, inter super- 30

ficies duas proximas intercepti; et tunc figura isogonia producta erit spatio a mobili absoluto proportionalis.

Constructio hæc est casus soluti problematis generalis de ductibus propositione 12.

- 5 Ut si [Fig. 69, p. 530] superficies motum æqualiter distributum habentes in quas resolvitur solidum motum, sint L, M, N , et eas secet linea $LMNC$, quæ extendatur in rectam $\lambda\mu\nu\kappa$ et huic in punctis λ, μ, ν , etc. applicentur normales $\lambda E, \mu F, \nu G$, sintque inter se duæ quæcunque exempli gratia $\lambda E, AD$ μF in ratione composita modo dicto, seu ita ut sit rectangulum elementare
- 10 $E\lambda\mu$ ad aliud $F\mu\nu$ in ratione composita elementi solidi LMA ad elementum solidum MNB et rectæ P ad Q id est lineæ a puncto L descriptæ, ad lineam a puncto M simul descriptam; erit figura $\lambda EF\kappa$ proportionalis tractui ipsius solidi, sive cum alterius solidi tractu eadem proportionem repræsentato comparatur, sive partibus tractus ejusdem solidi, ita ut verbi gratia tractus
- 15 partis solidi LN sit ad tractum totius solidi LC ut figura $LEGV$ ad figuram $LEGK$.

Propositio 7.

[155]

- Spatium absolutum motu æqualiter distributo est factum ex ductu mobilis in lineam ab aliquo mobili puncto
- 20 descriptam, sive est in ratione composita mobilis et lineæ a puncto mobilis descriptæ.

- Sit mobile AB ; [Fig. 70, p. 530] cujus punctum ut A describit rectam $1A_2A$, æqualem rectæ $1B_2B$, quam simul describit quodvis aliud punctum B ; idemque intelligatur in mobili LM ; ajo esse tractum ipsius AB ad tractum ipsius
- 25 LM in ratione composita AB ad LM et $1A_2A$ ad $1L_2L$. Patet ex propositione 3. de ductibus; cum Tractus sit factus ex ductu mobilis in lineas a punctis suis descriptas ordinatim applicatas; quæ hoc loco sunt æquales, idem est ergo ac si fiat tractus ex mobili in rectam constantem.

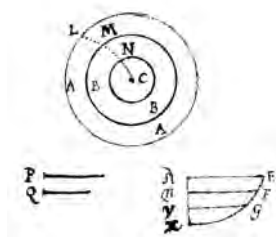


Figura 69

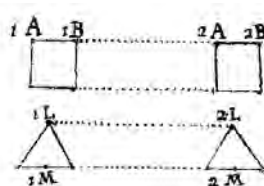


Figura 70

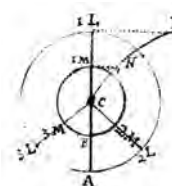


Figura 71

Propositio 8.

Tractus rectarum circa extrema immota circulus describentium sunt in duplicata ratione rectarum seu diametrorum.

Sint rectæ CL , CM , aio tractum C_1L_2LC esse ad tractum C_1M_2MC , ut 5
quadratum CL ad quadratum CM . Sunt enim per præcedentem, ut rectangulus sub CL in $_1L_2L$ ad rectangulum sub CM in $_1M_2M$; est autem $_1L_2L$ ad $_1M_2M$, ut CL ad CM ; ergo sunt ut quadrata CL ad CM .

Propositio 9.

Circulorum (aut cylindrorum ejusdem altitudinis) ho- 10
rumve sectorum circa suos axes revolutionem absolventium, aut eosdem angulos efficientium tractus, sunt in triplicata ratione diametrorum (intelligo autem rigidos esse, seu ad instar rigidorum motos).

Sit circulus aut cylinder AL [Fig. 71, p. 530] circa axem C revolutionem 15
 $_1L_2L_3L_1L$ absolvens, et alius BM (cylinder ejusdem altitudinis cum ipso AL)
[156] circa axem C . Ajo esse tractum ipsius AL , ad tractum ipsius BM , ut cubus
 AL ad cubum BM . Nam punctis M , L , rectæ CL (radii circuli) applicentur
normales MN , LP ita ut sit MN ad LP in ratione composita circumferentiæ
 $_1M_2M_3M$ ad circumferentiam $_1L_2L_3L$; itemque spatii, quod describit M , ad 20
spatium quod L , idest iterum circumferentiæ ad circumferentiam idest in
ratione duplicata circumferentiarum seu diametrorum, erit figura $LPNC$
proportionalis tractui, per constructionem problematis, in propositione 6.
Sed trilineum parabolicum MNC (cujus vertex C , et tangens verticis MC)
est ad trilineum parabolicum LPC in triplicata ratione CM ad CL . Ergo 25
tractus circuli BM , est ad tractum circuli AL (idemque est in cylindris æque
altis) ut cubus diametri BM ad cubum diametri AL .

Propositio X.

Tractus spherarum rigidarum, eosdem revolutionis angulos (vel integram revolutionem) absolventium sunt in 30
quadruplicata ratione diametrorum.

[157] Demonstratur eodem modo, cum sphaera resolvatur in superficies concentricas motus æqualiter distributi, quæ sunt in duplicata ratione diame-

13-14 (intelligo ... motos) *add.* **L** **18** radii circuli (*et*) *add.* **L** **21** circumferentiam *corr. ed.*

trorum et tractus earum in triplicata diametrorum, et adeo summæ tractuum, seu tractus integer sphæræ in quadruplicata.

Definitio 2

LONGITUDO PERCURSA, VEL SPATII ABSOLUTI SEU LONGITUDO TRACTUS est longitudo lineæ, quæ ducta in volumen mobilis dat tractum. Itaque spatia percursa sunt in ratione composita voluminum mobilis et longitudinum percursarum.

Itaque si mobile sit linea vel superficies repræsentabitur tractus per rectangulum cujus altitudo sit ipsa longitudo tractus, basis sit linea vel superficies mobilis in rectam vel planam extensa. Quod si mobile sit solidum, poterit ei exhiberi planum proportionale quod in longitudinem percursam ductum repræsentet tractum.

Propositio XI

[158]

Longitudo tractus in motu uniformiter distributo est longitudo lineæ a quocunque puncto descriptæ.

Nam cujusvis puncti linea in mobile ducta dat tractum (propositione 8) ergo ejus longitudo est longitudo tractus per definitionem 2.

Gravitas specifica unius puncti, eadem est quæ gravis ubique eandem gravitatem specificam habentis. Est scilicet longitudo tractus id ipsum quod in capite de motu æquidistributo et ejus velocitate appellavimus longitudinem motus, et utrobique longitudinem percursam.

Propositio XII

Longitudo tractus in motu dato quocunque est longitudo viæ a puncto quovis ejusdem vel æqualis mobilis dato motu æqualiter distributo æqualem tractum faciente, moti.

Nam longitudo viæ puncti in motu uniformiter distributo est longitudo tractus mobilis (per propositionem 11) jam tractus iste est æqualis dato (ex hypothesi) et positis tractibus æqualibus, et mobilibus iisdem vel æqualibus, et longitudines tractuum sunt æquales (per definitionem 2).

[159]

Ut si grave varias in variis locis gravitates específicas habeat et quærat aliud grave ejusdem voluminis ejusdemque ponderis simile seu eandem ubique habens gravitatem specificam. Ea erit ipsa gravitas (media) gravis propositi, respondens longitudini tractus seu spatii percursi.

Propositio XIII. Problema 2

Exhibere figuram planam mobili superficiei vel solido rigido positione dato proportionalem et cuius, pariterque partium ejus, circa axem immotum gyratarum tractus, sint ipsius mobilis aut partium ejus circa eundem axem 5 gyratarum tractibus proportionales.

Transferatur huc figura et constructio ad propositionem XVI de ductibus, sumaturque MN non ut illic præscribitur, sed proportionalis sectioni [160] mobilis per superficiem cylindricum, et figura plana ANP erit quæsita, ut consideranti patet. 10

Propositio XIII. Problema 3.

Exhibere figuram tractui mobilis circa axem immotum gyrati proportionalem.

Si figuram planam postulamus, tantum in præcedenti figura et constructione, sumamus MN , tales, ut sint in ratione composita sectionum, et distantiarum superficiei ab axe; et figura ANP erit quæsita. Sin solida simus contenti; fiat cylinder rectus, cujus basis figura ANP constructa secundum problema præcedens, altitudo vero sit non minor maxima MN , et per axem EQ transeat planum, quod ad planum AQE angulum faciat semirectum, et ungula per prius planum abscissa seu portio cylindri inter plana duo et 20 superficiem cylindri comprehensa erit solidum quæsitum.

Propositio XV. Problema 4.

Motum rectilineum adeoque uniformiter distributum [161] dati mobilis rigidi invenire cujus tractus sit tractui ejusdem mobilis circa datum axem immotum gyrantis æqualis, 25 seu invenire longitudinem hujus tractus.

Figuræ ANP constructæ secundum problema 2. seu propositione XII insistat cylinder ungulæ in problema præcedente constructæ æqualis, tum sumatur recta quæ sit ad altitudinem hujus cylindri, ut arcus ab aliquo mobilis puncto durante gyratione descriptus ad ejusdem distantiam ab axe; 30 et mobile moveatur motu rectilineo, ita ut quodlibet ejus punctum rectam describat prædictæ æqualem, is erit quæsitus, recta hæc erit longitudo tractus per definitionem 2.

6 partibus corr. L 7 hæc corr. L 16 quæsita. | Si corr. L 16 simus add. L 20 per | C del. | L 33 definitionem 2. reclamantem De velocitate in universum add. in imo pagina, et in imo pagina 162 repetivit L

[Pars 1. Sectio 4. Caput 2.]
DE VELOCITATE IN UNIVERSUM

[163]

Traditio

L LH XXXV 11, 18B, pp. 163-176

Definitio 1

VELOCITAS IN MOTU QUOCUNQUE est affectio mobilis quæ est
5 proportionalis longitudini quam percurreret si motus per
data magnitudinis tempus hac eadem mobilis affectione
retenta continuaretur. Eadem autem maneret, si æquali-
bus temporibus æquales percurreret longitudes, quo ca-
su MOTUS dicitur ÆQUIVELOX.

10 Hactenus non egeramus nisi de velocitate Motus æquidistributi, ubi om-
nia corporis puncta æquali velocitate moventur. Operæ tamen pretium fuit
notionem altius nunc attollere, et generalius concipere velocitatem, ut cui-
cunque mobili attribui possit, etiamsi ejus puncta diversas habeant celerita-
tes, nempe in casu similis corporis, velocitas ipsius erit media arithmetica
15 inter omnium punctorum velocitates, qua in mobile simile ducta idem
prodit impetus ac si singulorum punctorum celeritates mobili ordinatim as-
signavissemus. Et quidem, si omnia puncta tendant ad easdem partes, velo-
citas mobilis erit ipsa velocitas centri gravitatis ut suo loco patebit
distinctius infra. Quemadmodum autem supra dimensi sumus velocitatem
20 æquidistributam per longitudinem motus æquivelocis, ita nunc metimur
velocitatem quamvis per eandem longitudinem motus æquivelocis, sed ele-
vatæ vel exaltatæ notionis ad motum etiam non æquidistributum ut capite
de tractu est explicatum seu longitudinem tractus, quærendo scilicet pro
longitudine percursa a mobili, longitudinem mediam arithmeticam inter
25 omnium punctorum longitudes simul percursas. Quod si hæc ad exem-
plum applicemus, rectæ verbi gratia, in plano circa extremum immotum
motæ, aut semicirculi moti circa diametrum immotam, reperiemus veloci-

1 Pars ... 2. *add. ed.* 18-19 ut ... infra *add.* L 20 æquivelocis |, *add.* | L 21-22
elevatæ *add. supra* exaltatæ *sed hoc non del.* L 22 vel *add.* L2 23 seu ... tractus *add.*
L 24 a *add.* L 26 applicemus |, *add.* | L

[165] tates duorum radiorum inter se, aut duorum semicirculorum inter se esse in ratione composita vertiginum et radiorum. Vertigines autem sunt ut velocitates punctorum a centro æquidistantium, seu ut anguli percursum motu uniformi intra æquale tempus.

Propositio 1.

5

Velocitates mobilium quorum quodque constanti velocitate movetur sunt inter se ut longitudes æqualibus temporibus percursum.

Sint mobilia A et B , quorum utrumque suam velocitatem servat et A tempore T percurrat longitudinem L , at B tempore æquali ipsi T percurrat longitudinem M , ajo fore velocitatem in A , ad velocitatem in B , ut L ad M .

Nam (per definitionem præcedentem) si velocitates suas retinerent, ipsæ velocitates forent ut longitudes L et M , jam retinent eas (ex hypothesi) tales ergo erunt velocitates.

Propositio 2.

15

Coincidit velocitas motus æquidistributi secundum definitionem positam supra capite de motu æquidistributo, et secundum definitionem velocitatis præsentem.

[166] Nam longitudo percurranda secundum definitionem præsentem in casu motus æquidistributi est ut longitudo viæ puncti alicujus in mobili summi (per propositionem 11. capitis de spatio percurso) quæ eodem modo in definitione superiore velocitatis motus æquidistributi adhibebatur, ut in proxima adhibetur longitudo percurranda; neque aliud est definitionum discrimen.

Propositio 3.

25

Velocitas quæcunque æqualis est velocitati motus æquidistributi mobilis æqualis, eandem continuata per æquale tempus constanti velocitate aliquo sui puncto percursum longitudinem, quam propositum continuata sua; adeoque etiam æquale percursum spatium.

30

Sit mobile AB motum etiam motu non æquidistributo [*Fig. 72, p. 536*] et ponatur ejus velocitas talis in ${}_1A_1B$, ut (eadem velocitate manente) per tempus T sit motus ${}_1A_2B$ longitudo autem motus hujus, seu longitudo percursum (seu longitudo tractus explicata definitione 2. capitis de tractu) (seu

29 sua |; add. | L 33-34 percursum (1) cjus del. (2) (seu ... tractu) add. L

longitudo tractus sit linea ${}_1C_2C$; sit jam aliud æquale mobile vel idem ${}_2A_2B$ [167]
 motum motu æquidistributo uniformi ${}_2A_3B$, a cuius puncto ${}_2C$ longitu-
 dine percurra per tempus æquale ipsi T , sit ${}_2C_3C$: ajo velocitatem motus
 ${}_2A_3B$ esse velocitati mobilis AB in ${}_1A_1B$ existentis æqualem. Nam velocitas
 5 ipsius ${}_1A_1B$ per ${}_1A_2B$, est ad velocitatem ipsius ${}_2A_2B$ per ${}_2A_3B$, ut longitudi-
 nes æqualibus temporibus percurrendæ velocitatibus æqualibus continuatis
 (per definitionem præcedentem velocitatis) sed longitudo ab ${}_1A_1B$ percur-
 renda eadem velocitate intra tempus T est ${}_1C_2C$ (ex hypothesi) et ${}_2C_3C$ est
 longitudo percurra a puncto ${}_2C$ mobilis ${}_2A_2B$ æquivelociter et æquidistri-
 10 bute moti (etiam ex hypothesi) et longitudo lineæ a puncto æquidistribute
 moti descriptæ est ipsa longitudo mobilis percurra; (per propositionem 11.
 capitis de spatio percurso seu tractu) erit ergo velocitas ${}_1A_1B$ ad velocitatem
 ${}_2A_2B$, ut ${}_1C_2C$ ad ${}_2C_3C$, quæ cum sint æquales (ex hypothesi) erunt etiam
 æquales velocitates. Idem est de spatiis quod de longitudinibus, quia volu-
 15 minibus æqualibus spatia percurra ut longitudines (per definitionem 2. de
 spatio percurso).

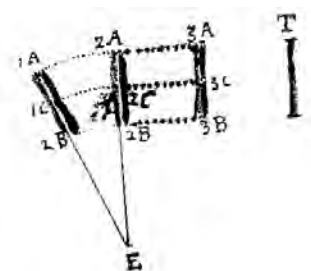


Figura 72

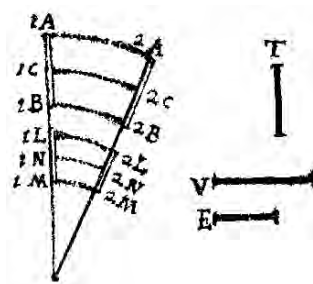


Figura 73

Si ponamus AB esse rectam, quæ in plano eodem eadem velocitate ser- [168]
 vata gyretur circa centrum immotum E tempore T , erit tractus ejus seu spa-
 tium percursum hoc loco coincidens ipsi viæ seu spatio generato sive per
 20 motum designato ${}_1A_2B$, parti scilicet sectoris ${}_1AE_2E$ contenti rectis ${}_1A_1B$,
 ${}_2A_2B$, et circulis ${}_1A_2A$, ${}_1B_2B$; quia lineæ a punctis descriptæ seu arcus, an-
 gulum semper faciunt rectum ad AB describentem. Hic tractus autem, seu
 area hujus spatii æquatur rectangulo ${}_2A_3B$ vel ${}_3A_2A_2B$ contento sub recta
 AB , id est extensione mobilis AB et rectæ ${}_2A_3A$, si modo ${}_2A_3A$ sit æqualis
 25 ipsi ${}_1C_2C$ arcui descripto a puncto rectæ AB medio C , seu ejus centro gravi-

5 ipsius | A_1B corr. ed. | 5 per ${}_1A_2B$, add. L 24 id est add. L 24 modo add. L

tatis; itaque longitudo ista arcus ${}_1C_2C$, seu rectæ ${}_2A_3A$, est longitudo spatii percursi (per definitionem 2. capitis de spatio percurso) si jam ponatur eadem recta porro ex ${}_2A_2B$ progredi motu rectilineo, adeoque æquidistributo, et quidem uniformi, ita ut describat rectangulum ${}_1A_2B$, tractus seu spatium
 [169] erit ipsum rectangulum, et longitudo ejus erit recta percursa ab aliquo ejus 5 puncto A , vel C , ut ${}_1A_2A$ vel ${}_1C_2C$ per propositionem 1. dicti capitis de spatio percurso unde patet et tractus et longitudes esse æquales, quæ tempore æquali mobile uniformiter percurrit, sive motu æquidistributo ${}_2A_3B$, sive diverso in diversis punctis ut ${}_1A_2B$ percurrat; atque adeo et velocitates horum duorum motuum dici æquales. 10

Propositio 4.

Spatia a mobilibus suam velocitatem retinentibus tempore æquali percursa sunt in ratione composita voluminum mobilis cujusque et velocitatum.

Sint [Fig. 73] mobilia AB , LM , quæ temporibus æqualibus ipsi T mo- 15 veantur, velocitatibus suis V et E retentis; et percurrant spatia ${}_1A_2B$, ${}_1L_2M$; ajo esse spatia, ${}_1A_2B$ ad ${}_1L_2M$, in ratione composita voluminum, AB ad LM , et velocitatum, V ad E . Sint longitudes percurse ${}_1C_2C$, ${}_1N_2N$ constat (per definitionem 2. capitis de spatio percurso) esse spatia ${}_1A_2B$ ad ${}_1L_2M$,
 [170] in ratione composita voluminum, AB ad LM , et longitudinum percursa- 20 rum, ${}_1C_2C$ ad ${}_1N_2N$; sed longitudes percurse in motibus æquivelocibus æqualium temporum sunt ut velocitates (per propositionem 1. hic).

Propositio 5.

In motu ejusdem mobilis æquveloce vel duorum mobilium, volumina æqualia et constantes velocitates habentium longitudes percurse, itemque spatia percursa sunt 25 ut tempora impensa et vicissim si talia sint, velocitas est constans seu motus æquivelox.

Mobile AB [Fig. 74, p. 538] motu æquveloce, tempore TE , percurrat longitudinem ${}_1C_2C$, et spatium ${}_1A_2B$; et idem seu æquale tempore TP longitu- 30 dinem ${}_1C_3C$, spatiumque ${}_1A_3B$; ajo esse ${}_1C_2C$ ad ${}_1C_3C$ vel ${}_1A_2B$ ad ${}_1A_3B$, ut TE ad TP . Sint motus æquidistributi ejusdem, vel æqualis volumine mobilis, ejusdemque cum prioribus velocitatis, ac proinde (per propositionem 3. hic) sint hi motus percursis intra æqualia respective tempora longitudi- 35 nibus et spatiis æquales, adeoque (per propositionem 3. capitis de veloci-

9 percurrat *add.* L 26 longitudes ... itemque *add.* L 26 longitudes
 nes | denique *del.* | L

tate uniformi et æquidistributa) uniformes, quorum spatia ${}_3A_4B$ et ${}_3A_5B$; ^[171]
 longitudines ${}_3C_4C$ ${}_3C_5C$ jam (per propositionem 5. capitis de velocitate
 æquidistributa et uniformi) longitudo ${}_3C_4C$ est ad longitudinem ${}_3C_5C$ ut
 tempora impensa TE , ad TP . Ergo eodem modo erunt et longitudines ${}_1C_2C$
 5 (æqualis ipsi ${}_3C_4C$) ad ${}_1C_3C$ (æqualem ipsi ${}_3C_5C$) adeoque et spatia, quippe
 ibidem (vel æquale volumine) mobile sunt (per definitionem 2 capitis de
 spatio percurso) in ratione longitudinum idemque et vicissim, locum
 habet, quia ex dicta propositione 5 capitis citati conversam adjectam habet.

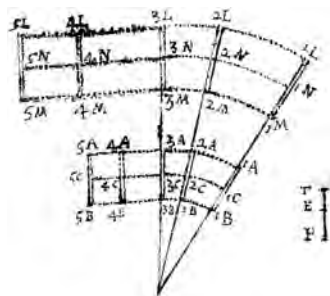


Figura 74

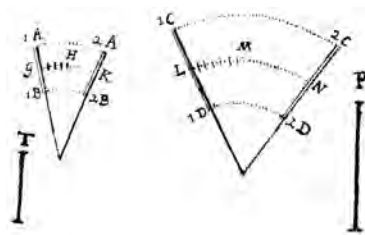


Figura 75

Propositio 6.

10 Si diversa mobilia moveantur unumquodque motu æ-
 quiveloce (seu constantis velocitatis) longitudines æqua-
 libus temporibus percursæ erunt velocitatibus impensis
 proportionales, inæqualibus percursæ erunt in ratione
 composita temporum et velocitatum. Quod si æqualia
 15 sint mobilium volumina, idem erit de spatiis quod de
 longitudinibus. Et vicissim si talia locum habeant, mobi-
 lia retinebunt suas velocitates.

In figura propositionis præcedentis adjiciatur mobile LM , ita ut puncta ^[172]
 L, M, N , eodem modo tractentur ut puncta A, B, C , sitque et mobilis LM
 20 motus velocitatem retinens, jam si æqualibus (ipsi TE) temporibus sint per-
 cursæ longitudines ${}_1C_2C$ et ${}_1N_2N$; et æqualibus (ipsi TP) temporibus per-
 cursæ longitudines ${}_1C_3C$ et ${}_1N_3N$; erit ${}_1C_2C$ ad ${}_1N_2N$ ut velocitas ipsius AB
 ad velocitatem ipsius LM , quia substitutis motibus æquidistributis eorun-
 dem mobilium et earundem velocitatum (ut in propositionis præcedentis
 25 demonstratione) est ${}_3C_4C$ ad ${}_3C_5C$ ut velocitas ipsius AB ad velocitatem

19 LM add. L 20 sint add. L

ipsius LM (per propositionem 5. capitis citati.) Quod si tempora sint inæqualia et percurrerit AB , longitudinem ${}_1C_2C$ tempore TE , et LM longitudinem ${}_1N_3N$ tempore TP , erit ${}_1C_2C$ ad ${}_1N_3N$ in ratione composita temporum TE ad TP , et velocitatum ipsius AB ad ipsius LM . Posito enim LM cuius
 [173] majus tempus parte sui temporis TE percurrisset longitudinem ${}_1N_2N$, est
 ${}_1C_2C$ ad ${}_1N_2N$ ut velocitas in AB ad velocitatem in LM ; et est ${}_1N_2N$ ad
 ${}_1N_3N$ ut tempus TE ad tempus TP (per propositionem præcedentem). Ergo
 ${}_1C_2C$ ad ${}_1N_3N$ in ratione composita temporum et velocitatum. Quod si
 mobilia AB et LM sunt æqualium voluminum etiam spatia in ratione sic
 composita erunt quia (per definitionem 2. capitis de spatio percurso) spatia
 tunc longitudinibus sunt proportionalia. Eadem vicissim locum habere
 manifestum est, quia et propositiones quibus in demonstratione usi sumus
 conversas habent.

Propositio 7.

Spatia percusa a mobilibus suam velocitatem retinenti-
 bus sunt in ratione composita voluminum cujusque mo-
 bilis, velocitatum et temporum impensorum.

Sint mobilia AB , CD , quæ percurrunt spatia ${}_1A_2B$, ${}_1C_2D$, temporibus T
 et P , velocitatibus GH , LM ; ajo esse spatia ${}_1A_2B$ ad ${}_1C_2D$ in ratione compo-
 [174] sita [Fig. 75] voluminum AB ad CD et velocitatum GH ad LM et temporum
 T ad P . Sint longitudines percursæ ab AB quidem GK , a CD vero LN ; spatia
 ${}_1A_2B$ et ${}_1C_2D$ sunt in ratione composita voluminum AB ad CD et longitu-
 dinum GK ad LN (per definitionem 2. capitis de spatio percurso). Sed longi-
 tudines (per propositionem 6. hic) in casu velocitatum constantium sunt
 in ratione composita temporum T ad P , et velocitatum GH ad LM . Ergo
 in casu velocitatum constantium sunt in ratione composita voluminum,
 temporum, et velocitatum.

Propositio 8.

In motu utcunque accelerato conservato aut retardato
 longitudines a mobilibus percursæ sunt ut facta ex velo-
 citatibus in tempus ordinatim ductis; spatia percursa seu
 tractus, in ratione composita horum factorum, et volumi-
 num.

Sit mobile A [Fig. 76, p. 540] tempore BE percurrens longitudinem $A(A)$
 in temporis BE instantibus B , C , E , velocitates habens quascunque BF , CG ;
 [175] 35 in add. L

EH ; et primum ponamus tempus per plura instantia ${}_1C, {}_2C, {}_3C$ etc. in partes dividi utcunque ut $B_1C, {}_1C_2C, {}_2C_3C$, etc. per quarum unamquamque duret eadem velocitas, ut velocitates ${}_1C_1G, {}_2C_2G, {}_3C_3G$ per tempora $B_1C, {}_1C_2C, {}_2C_3C, {}_3CE$; si jam ponamus velocitates ordinatim in tempora duci, ut fiant deinde rectangula $FB_1C, {}_1G_1C_2C, {}_2G_2C_3C, {}_3G_3CE$, erunt hæc rectangula in ratione composita elementorum temporis et velocitatum; itaque (per propositionem 6. hic) ut longitudines elementares respondentes a mobili A percursæ, $A_1A, {}_1A_2A, {}_2A_3A, {}_3A(A)$. Itaque, summæ rectangulorum, seu figuræ scalares, erunt ut longitudines totæ percursæ, velut $BF_1G_2G_3C$ ad $BF_1G_2G_3GHE$ ut A_2A ad $A(A)$ et spatia quæ (per definitionem 2. capitis de spatio percurso) sunt in ratione composita longitudinum et voluminum, [176] erunt in ratione composita horum factorum, et voluminum; idemque est si plures diversorum mobilium velocitates in sua tempora ordinatim ducantur. Modo rectis proportionalibus tempora et velocitates repræsententur.

15 Quod si elementa temporis, quibus eadem durat velocitas, sint assignabilibus utcunque parvis minora, ita ut nulla pars temporis assignari queat in qua eadem duret velocitatis; figura scalaris evanescet in orthogonium curvilineum, quod longitudini percursæ erit proportionale.

Hujus propositionis usus latissime patet; Phorometriam enim connectit cum Geometria.

Ex ea pendent, quæ de motu uniformiter accelerato habentur apud Galilæum, quæque a nobis multo ampliora et difficiliora circa varia accelerationum aut retardationum genera exhibentur.

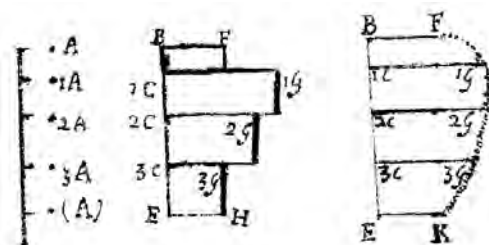


Figura 76

4 Si *corr.* L 7 elementares | m *del.* C 10-11 per percurso (et) *add.* L 12 eorum *corr.* L 17 figura | quidem *del.* | C 19 usus | arctissime *corr.* | L 21 (1) Ejus corollaria sunt *del.* (2) Ex ea pendent *add.* L 21 uniformiter *add.* L 21-23 Galilæum (1) . *corr.* (2) ; | (a) ita a meis ad alia *del.* (b) quæ a nobis *del.* (c) quæque ... difficiliora *add.* circa ... exhibentur *add.* | L 23 aut retardationum *add.* L 23 exhibentur *reclamantem* De Quantitate Motus seu impetu *add.* in imo *paginae*, et in imo *ultimæ bifolii paginae repetivit* L

[Pars 1. Sectio 5. Caput 1.]
[179] DE QUANTITATE MOTUS SEU IMPETU

Traditio

L LH XXXV 11, 18B, pp. 179-193

Definitio 1.

QUANTITAS MOTUS SEU IMPETUS est factum ex velocitatibus
in quantitatem materiæ seu molem ordinatim ductis. 5

Ut si in mobili eandem ubique quantitatem materiæ in volumine æqua-
li, seu densitatem constantem habente puncti cujusque ut C [Fig. 77, p. 543]
velocitas sit ut CE , rectæ AB mobile repræsentanti, ad angulos rectos ap-
plicata; impetus, seu quantitas motus repræsentabitur per figuram $AEDB$,
et quidem si ACB sit recta, et velocitates sint ut distantiae ab A , impetus 10
ipsius AC erit ad impetum ipsius AB , in duplicata ratione mobilium AC ,
 AB , seu ut quadratum AC ad quadratum AB nempe ut area ACE ad aream
[180] ABD . Quodsi mobilis diversa sit densitas in diversis partibus tota motus
quantitas similiter colligetur. Sit recta AB [Fig. 78, p. 543] uniformiter mo-
ta circa centrum immotum A punctis suis, ut C describens arcus ${}_1C_2C$, 15
velocitatibus punctorum proportionales; et ponatur præterea mobile esse
gravius seu densius versus B , in ratione distantiae ab A ; repræsentabitur to-
ta moles seu quantitas materiæ, per triangulum rectangulum ABF , cujus
basi BF parallela, seu ordinatim applicata CG sit ad basim BF , ut densi-
tas in C ad densitatem in B . Fiat jam aliud triangulum rectangulum ad 20
eandem rectam AB in alio plano ad prius recto, nempe triangulum ABD ,
ordinatis suis CE representans velocitates respondentes, seu ut CE sit ad
 BD , ut velocitas ${}_1C_2C$ ad velocitatem ${}_1B_2B$; tunc rectangulum ECG , repre-
sentabit impetum puncti C , et pyramis (quam constituunt hæc rectangula)
[181] ejusque partes, repræsentabunt impetus partium lineæ et ita erit impetus 25
ipsius AC ad impetum ipsius AB , ut pyramis $ACEHG$ est ad pyramidem
 $ABDLF$, adeoque ut cubus ipsius AC ad cubum ipsius AB . Ex his etiam pa-

1 Pars ... 1. add. ed. 6 in | æquali del. | L 6-7 æquali add. L 12 ad add. L 15
circa add. L 17 versus add. L 18 ABF add. L 19 BF add. L 20 jam add. L
21 ad ... recto, add. L 23 ${}_1B_2B$ add. L 26 impetum add. L 541.27-542.7 Ex
... gerere. add. L

tet, idem esse impetum quod summam velocitatum, posito elementa molis quibus competunt velocitates esse æqualia inter se. Ex his etiam intelligitur impetum esse quantitatem motus sed non nisi momentanei; et aptius dici quantitatem conatus; ac proprie loquendo cum motus tempore indigeat, id potius quantitatem motus fore, quod oritur ex conatuum toto tempore existentium aggregato, et a nobis infra dicitur quantitas translationis. Maluimus tamen recepto significatui morem gerere.

Definitio 2.

INTENSIO MOTUS seu VIGOR IN MOBILI est velocitas mobilis
10 æquidistribute moti, quod mobili proposito mole et impetu est æquale, seu velocitas quæ ducta in molem dat impetum.

Ut si [Fig. 79, p. 543] omnes ${}_1B_2B$ celeritates punctorum B rectæ AB circa centrum A immotum in plano motæ et ubique æque densæ, represententur rectis BD ordinatim ad angulos rectos ei insistentibus; et sumatur recta
15 CE vel ${}_1A_3A$ talis ut rectangulum ${}_3A_1A_2B_3B$ æquetur figuræ ADB , tunc celeritas representata per rectam CE , erit velocitas qua motum mobile AB motu æquidistributo ${}_2A_2B$ in ${}_3A_3B$, eundem habebit impetum quem ante, seu (quod idem est) recta CE repræsentans celeritatem, ducta in molem
20 seu mobile AB dat rectangulum ${}_2A_3A$, æquale figuræ ADB impetum representanti. Idem succedit [Fig. 80, p. 543] in mobili AB , inæqualis densitatis, ut si ponantur densitates punctorum B crescere in ratione distantiarum ab A , adeoque moles mobilis representari per triangulum rectangulum ABF et ejusdem mobilis protractio (vel elementum tractus) seu quod idem est
25 summa velocitatum in volumen ductarum, representari per triangulum rectangulum ABD cujus planum sit rectum ad planum prioris; impetumque cujuslibet puncti B , representari per rectangulum $BDLF$ adeoque impetum mobilis AB per pyramidem ex his rectangulis conflam $ABDLF$; et sumatur jam recta CE talis magnitudinis, ut ducta ipsa normaliter in molem
30 ABF producat solidum prismaticum seu ubique æque altum ${}_1A_3A_3BMF_2B$,
cujus basis sit moles ABF , altitudo sit celeritas CE ; sitque solidum hoc prismaticum pyramidi æquale, adeoque recta AB , motu æquidistributo ${}_2B_3A$ celeritate ut CE seu ${}_1A_3A$ incedens eundem impetum habeat, quem ante

1 molis | assumi æqualia inter se *del.* | L 2 competunt | *ve del.* | L 3 dici | summam velocitatum *del.* | L 4-5 loquendo (1) cum motus te *add. et del.* (2) cum ... indigeat, *add.* L 15 et *add.* L 16 ADB , (1) et *del.* (2) tunc *add.* L 19 in (1) motum *del.* (2) molem *add.* L 24 protractio (1) seu *del.* (2) (vel ... est *add.* L 28 $ABDLF$ | *corr.* | et *add.* | L 31 sit *add.* L 33 incedens *add.* L

cum motu circulari moveretur; his positis celeritas CE erit intensio motus seu vigor: quæ etiam erit media arithmetica inter omnes velocitates moli ordinatim applicatas, seu inter omnes rectas ex pyramidis hedra ADL in hedram ABF (quæ molem representat) normaliter incidentes. Suo autem loco patebit velocitatem CE , quæ intensionem motus seu vigorem mobilis exhibet seu quæ ducta in molem dat impetum, esse ipsam velocitatem centri gravitatis, quando omnia mobilis puncta in easdem partes tendunt vel saltem (etsi non tendant in easdem partes) quatenus motus eorum quicunque compositus intelligi potest ex motu in parallelis ad easdem partes, eatenus velocitas hujus motus paralleli conspirantis per velocitatem centri gravitatis similiter parallelam et conspirantem exprimitur.

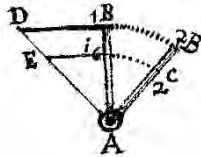


Figura 77

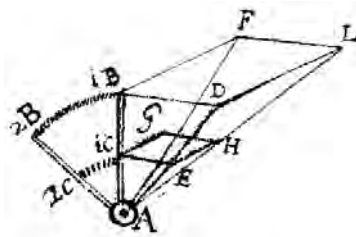


Figura 78

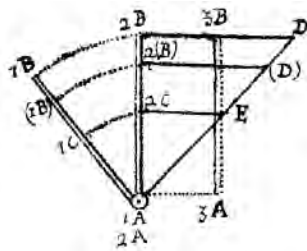


Figura 79

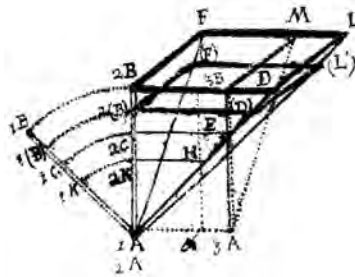


Figura 80

Propositio 1.

Si nullum sit discrimen densitatis in materiis, coincidit impetus mobilis et ejusdem protractio seu elementum tractus.

15

2 velocitates (1) moti *del.* (2) moli *add.* L 3 omnes (1) normales *del.* (2) rectas *add.* L 8-11 vel ... exprimitur *add.* L 8 partes | quatenus divisio in parallelis ad easdem partes, motum earum ingre *del.* | L 8-9 quicunque *add.* L 10 hujus | directionis parall *del.* | L 14 ejusdem | productio *corr.* | L

Nam mobilia seu moles iisdem existentibus densitatibus sunt ut volumina (per propositionem 1. capitis de quantitate materiæ) jam impetus est factum ex velocitatibus in molem ordinatim ductis (per definitionem 1. hic) et protractio est factum ex velocitatibus in volumen ordinatim ductis
5 (per definitionem 2. capitis de velocitate in universum). Coincidunt ergo.

Inspicienti figuras præcedentes definitionum 1 et 2 patet si nulla habeatur ratio densitatis, nullave ejus sit diversitas in mobilibus ut AB , evanescere triangulum molis ABF , et molem exhiberi per ipsam rectam AB ; evanescere etiam solida ut pyramides pro impetu rectæ exhibendo excogitatas, et impetum exhiberi per sola triangula AB . Et vero, cum in naturæ interioribus
10 revera nulla sit materiæ dissimilaritas, (ut ego quidem arbitror) consequens est in natura coincidere quæ diximus, etsi a nobis notiones phænomenis et sensui accomodantibus plus materiæ in gravioribus seu densioribus esse, per
[185] aversionem quandam, compendiosæ ratiocinationis causa, hic admittatur.

15 *Propositio 2.*

Si nullum sit discrimen densitatis in materiis coincidunt intensio motus in mobili seu vigor, et ipsa mobilis velocitas.

Nam vigor est ut quotiens factus divisione impetus per molem (per definitionem 2. hic) et velocitas est ut quotiens factus divisione protractionis per volumen (per definitionem 2. capitis de velocitate in universum.) Et, si nullum sit discrimen in densitatibus moles representantur per volumina (per propositionem 1. capitis de quantitate materiæ) et coincidunt impetus et protractiones (per propositionem 1. hic) coincidunt ergo vigor et
25 velocitas.

Nimirum inspiciendo figuras definitionum 1. et 2. manifestum est, si eadem ubique in mobilibus sit densitas ipsam CE , seu ${}_1A_2A$ vigorem, nihil aliud esse quam velocitatem mobilis, quia ducta in rectam AB dat protractionem seu impetum rectæ hujus. Sed si recta densitate differat, aut alioquin
30 densitatum ratio habeatur recta adhibenda est non KH , quæ ducta in volumen AB exhibeat planum protractionis ABD , seu rectangulum $BA\alpha$ huic triangulo æquale, sed CE quæ ducta in molem ABF exhibeat solidum impetus, seu in exemplis supra dictis solidum prismaticum pyramidi æquale. Et posito omnia puncta mobilis in easdem partes ferri, tam vigor quam veloci-
35 tas mobilis exhiberi potest per velocitatem centri gravitatis secundum cau-

31 protractionis ABD (1) AB del. (2) ABD add. L 544.35-545.1 secundum ... def. 2. add. |; acc. non del., del. ed. | L

tionem dictam ad definitionem 2. Velocitas scilicet mobilis est eadem quæ
 velocitas centri gravitatis ipsius voluminis, ut in recta AB velocitas puncti
 medii K nempe ${}_1K_2K$, si vero densitas rectæ variet, quærendum est centrum
 [187] gravitatis ipsius molis, quod in recta AB , densitate versus B crescente, pro-
 portione distantiae ab A , est vicinius ipsi B ; ita ut BC sit triens rectæ AB et
 hujus velocitas erit mobilis vigor seu motus intensio, ductaque in molem
 dabit impetum.

Propositio 3.

Impetus sunt in ratione composita mobilium et inten-
 sionum motus.

10

Sint [Fig. 81, p. 548] mobilia $AB.4$, et $LM.2$; et intensiones motuum $BC.3$,
 et $MN.5$. impetus $ABC.12$, $LMN.10$ sunt ut facta ex AB in BC , et ex LM ,
 in MN (per definitionem 2. hic) ergo in ratione composita AB ad LM 4 ad
 2, et BC ad MN 3 ad 5 (ex elementis).

Propositio 4.

15

Impetus sunt in ratione composita voluminum, densi-
 tatum et intensiionum motus.

[188] Nam impetus sunt in ratione composita mobilium et intensiionum mo-
 tus (per propositionem 3. hic) et mobilia seu moles sunt in ratione compo-
 sita voluminum et densitatum (per propositionem 3. capitis de quantitate
 materiæ) unde habetur propositum.

20

Inspiciatur figura definitionis 2 patet mobilis rectæ AB circa suum ex-
 tremum A immotum motæ volumen exhiberi per longitudinem rectæ AB ,
 densitatem per BN dimidiam ipsius ${}_2BF$; molem seu quantitatem mate-
 riæ per triangulum ABF seu per rectangulum ex volumine in densitatem
 ABN ; vigorem seu intensiionem motus per rectam CE seu ${}_1A_3A$, impetum
 per pyramidem $ABDLF$ seu per solidum prismaticum nempe ${}_1A_3A_3BMF_2B$
 sub mole ABF et vigore CE vel ${}_1A_3A$ contentum unde impetus per præce-
 dentem sunt in ratione composita mobilium seu molium et vigorum seu
 intensiionum motus seu denique impetum representari per rectangulum so-
 [189] lidum $N_2B_1A_3A$ sub tribus rectis angulum rectum facientibus volumine AB
 densitate BN et vigore ${}_1A_3A$ contentum.

30

Propositio 5.

Si densitates sint æquales, impetus seu quantitates motuum sunt in ratione composita voluminum seu extensionum mobilis et velocitatum ejusdem mobilis.

5 Nam si densitates sint æquales impetus sunt in ratione composita voluminum et intensionum motus (per propositionem 4. hic). Et si densitates sint æquales intensiones motus sunt ut velocitates mobilis (per propositionem 2. hic). Ergo impetus sunt in ratione composita voluminum et velocitatum.

10 Hæc propositio jam recepta est apud alios, qui impetum seu quantitatem motus magnitudine mobilis et velocitate æstimant etsi eam solummodo de motu æquidistributo accipere soleant, non assueti velocitatem quandam certam mobili assignare, cujus puncta diversis velocitatibus moventur. Quod nos facere, et propositiones vulgo de motu tantum æquidistributo intellectas, generaliores reddere operæ pretium duximus. Itaque generaliter, si
15 mobile cujus magnitudo representatur recta AB feratur velocitate representata per rectam ${}_1A_2A$, vel ${}_1B_2B$, tunc impetus seu quantitas motus (momentanei) seu summa velocitatum, æstimatur per rectangulum ${}_1A_2B$; [Fig. 82, p. 548] rectangula autem sunt in ratione composita laterum itaque impetus
20 ${}_1A_2B$ (6) est ad impetum ${}_1L_2M$ (20) in ratione mobilium AB (3) ad LM (4) et velocitatum ${}_1B_2B$ (2) ad ${}_1M_2M$ (5) et si magnitudo mobilis seu volumen sit 3, velocitas graduum 2. impetus erit graduum 6. si volumen 4 velocitas 5 erit impetus 20. Sed si mobile non sit ejusdem ubique densitatis; non velocitas mobilis quæ magnitudine spatii intra datum tempus uniformiter
25 percurrendi æstimatur, sed intensio motus, seu ea velocitas mobilis æquidistribute moti adhibenda est, qua in molem scilicet mobilis ducta idem prodiret, quod ex factis velocitatibus in punctorum singulorum densitates ordinatim ductis. Nam in velocitate et spatio percurso, voluminis tantum spatio continue applicati ratio habetur, densitas vero in considerationem
30 non venit.

Sint duo globi æquales [Fig. 83, p. 548] unus ferreus, alter ex duobus hemisphæriis ferreo et plumbeo compositus. Hi si æqualia spatia eodem tempore uniformiter suis centrīs percurrant, hæc duo corpora magnitudine æqualia eadem velocitate moveri dicentur. Sed non erit idem eorum impetus; neque

6 per (1) defin. 4 del. (2) prop. 4 add. L 11-15 etsi ... duximus add. L 12 soleant, (1) non soliti del. (2) non assueti add. L 13 moventur. | Nobis autem generaliter, del. | L 15 generaliter add. L 16 mobilis corr. L 17, tunc add. L 20 AB (3) add. L 21 (2) add. L 25 ea add. L 28 in add. L 33 hæc ... æqualia add. L

etiam vigor etsi enim magnitudine dimensionis seu volumine, non tamen mole seu pondere æquantur; quod ut appareat clarius, rem ad figuram revocemus. Ut si globus $A\sigma\sigma$ ferreus moveatur circa punctum immotum B , centro suo A describens arcum circuli ${}_1A_2A$ et eodem tempore æquali velocitate circa punctum M moveatur globus diametro priori æqualis, $L\sigma h$ 5 qui circulo maximo ad LM normali dividatur in duo hemisphæria, ferreum remotius a B , plumbeum proprius, describatque centro suo L arcum circuli priori æqualem ${}_1L_2L$; manifestum est æqualia esse spatia percurta, seu tractus, uti velocitates; sunt enim spatia percurta (ob voluminum æqualitatem) in ratione longitudinum percursarum, seu linearum ${}_1A_2A$, ${}_1L_2L$, percursarum 10 a centris gravitatis, voluminum id est centris sphærarum. Sed secus est de impetibus et vigoribus, Nam hæmisphærium plumbeum majorem impetum habet majoremque vigorem quam ferreum. Nempe quæratum centrum gravitatis globi L , quod cadet infra L in N quia plumbum gravius ferro. Centrum (inquam) gravitatis non voluminis, sed molis mobilis. Itaque ut 15 velocitas mobilis L representatur per ${}_1L_2L$ longitudinem percursam a centro voluminis L , quæ est ipsa longitudo a mobili percurta; et tractus mobilis seu spatium percursum est in ratione composita, longitudinis percursæ (seu hoc loco ob motum uniformem velocitatis) et voluminis seu magnitudinis sphæræ; seu ut factum ex multiplicatione longitudinis lineæ ${}_1L_2L$ 20 per magnitudinem sphæræ $L\sigma h$; ita intensio motus seu vigor hujus sphæræ representatur per ${}_1N_2N$ longitudinem percursam ab N centro gravitatis ipsius mobilis seu molis sive ponderis sphæræ, quæ est id quod infra definiemus longitudinem translationis et effectus formalis ipsius motus seu translationis quantitas (quam infra definiemus) 25 est factum ex longitudine translationis seu (hoc loco ob motum uniformem) vigore seu motus intensione ducta in molem seu in pondus sphæræ; seu est in longitudinis quam habet translatio et ipsius ponderis translati, ratione composita. Unde impetus globi A est ad impetum globi L , ut pondus globi A (ferrei) multiplicatum per vigorem ${}_1A_2A$ est ad pondus globi L 30 (semiferrej et semiplumbej) multiplicatum per vigorem ${}_1N_2N$. Et quidem si contingat tanto majorem esse vigorem globi ferrei, quanto majus est pondus semiplumbei, erit impetus utrobique æqualis. Nam ex propositione 3.

1-2 etsi ... æquantur *add.* **L 5** M (1) motum *del.* (2) moveatur *add.* **L 6** ad LM *add.* **L 7** describat *corr.* **L 8-9** seu tractus, *add.* **L 12** Nam (1) globus semiferreus *del.* (2) hæmisphærium plumbeum *add.* **L 13** quam ferreum *add.* **L 13** quam (1) plumbeum *del.* (2) ferreum *add.* **L 16** per *add.* **L 16** ${}_1L_2L$ | per *del.* **L 20** ex | multitudine *corr.* | **L 21** hujus | mobilis *del.* | **L 23** sphæræ *add.* **L 26** ob *add.* **L 27** ducta *add.* **L 27** in *add.* **L 28** est *add.* **L 28** quam habet *add.* | translationis *corr.* | **L 29** A (1) ad *del.* impetus *corr.* (2) est ad *add.* impetum **L 29** L , | est *del.* **L**

sequitur impetibus existentibus æqualibus vigores fore reciproce ut mobilia,
quod peculiari propositione enuntiare nihil necesse est.

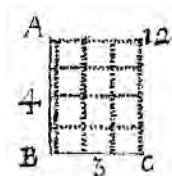


Figura 81



Figura 82

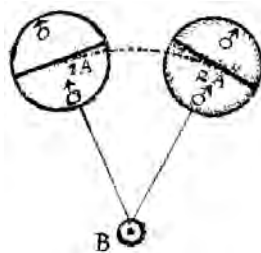
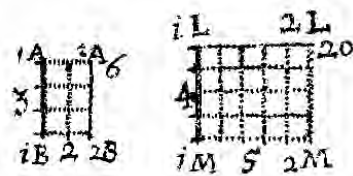
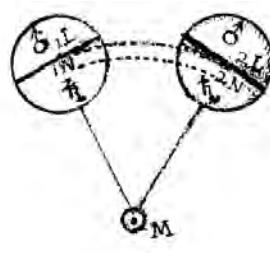


Figura 83



2 est *reclamantem* De Traslatione seu Effectu motus formali in imo sequenti pagina add. L

[Pars 1. Sectio 5. Caput 3.]
[219] CONSPECTUS PHOROMETRICUS

Traditio

L LH XXXV 11, 18B, pp. 219-231

Definitio I

MOLES SEU QUANTITAS MATERIÆ est factum ex ductu voluminis seu extensionis materiæ in densitatem seu materiæ 5
intensionem.

Ut si mobile extensione, seu volumine sit alterius triplum, intensione autem materiæ seu densitate vel gravitate specifica sit ejusdem duplum, tunc mole seu quantitate materiæ (in gravibus, pondere) erit ejus sextuplum. Quantitatem autem materiæ intelligo ad rem facientem etsi non repugnem, 10
imo arbitrer potius leviora seu rariora esse spongiosiora et in eodem volumine æqualem semper esse materiæ quantitatem computata materia quadam insensibili poris interfluente, sed quæ nunc a nobis non consideratur, quia motus ejus motu mobilis propositi non continetur.

[220]

Definitio 2.

15

DENSITAS MOBILIS est media arithmetica inter omnes punctorum ejus densitates. Pro punctis etiam sumi possunt elementa voluminis æqualia inter se.

Definitio 3.

MEDIUM ARITHMETICUM INTER PLURA est quod multiplicatum 20
per eorum numerum producit quantitatem æqualem eorum summæ.

Ut si virga sit tricubitalis cujus unus cubitus habent gravitatem specificam ut 3, alter ut 4, tertius ut 8, erit gravitas specifica media arithmetica seu totius compositi $3 + 4 + 8$ divis. per 3, seu $\frac{15}{3}$ seu ut 5. Ita si corpus 25
ex variis metallis compositum ubique variet specifica gravitate ob varias eo-

1 Pars ... 3. *add. ed.* 2 (1) Initia Phorometrica per compendium *del.* (2) CONSPECTUS PHOROMETRICUS *add.* L 13 nunc (1) non | a nobis *add.* | C (2) | non *del.* | a nobis | non *add.* | L 17-18 Pro ... se *add.* L 24 erit *add.* L 25 seu | per *del.* | L 25 5. | (1) Ita si (2) Si *add. et del.* | L

rum in variis partibus misturas, tunc ipsi toti attribuetur gravitas specifica quæ sit media arithmetica inter omnes punctorum (seu partium æqualium inassignabilium magnitudine quantum satis exiguarum, ut gravitas eorum [221] specifica pro uniformi ubique in ipsis sine errore notabili in toto haberi possit) specificas gravitates; estque eaipsa gravitas specifica quæ prodiret massa ipsa in corpus (ad sensum) homogeneum igne refusa. Nam ut prius pondus resultabat ex singulis gravitatibus specificis æqualium elementorum seu punctorum in unum additis; ita nunc idem pondus prodit ex media illa gravitate specifica iisdem elementis applicata, seu per illorum numerum
10 multiplicata.

Definitio .4.

LONGITUDO PERCURSA A MOBILI est medium arithmeticum inter omnes longitudes seu lineas a quovis mobilis puncto percursas. Dicitur et LONGITUDO TRACTUS.
15 Fit sæpissime ut diversa puncta mobilis inæquales simul lineas describant, ut fit cum mobile est fluidum vel discretum, imo et cum solidum et continuum est, veluti cum agitur circa aliquod centrum et tunc attribuenda est mobili longitudo percursa media; estque (ut suo loco a nobis ostenditur) [222] longitudo viæ centri gravitatis figuræ ipsius mobilis, quando omnia mobilis
20 puncta tendunt in easdem partes.

Definitio .5.

SPATIUM A MOBILI PERCURSUM seu TRACTUS est factum ex ductu voluminis quod occupat mobile, in longitudinem percursam.
25 Hoc spatium coincidit figuræ a nobis descriptæ, quando durante motu unum punctum mobilis non succedit in locum alterius, et linea a quovis puncto mobilis descripta eundem semper angulum facit ad mobile; unde etiam eo casu via mobilis seu figura descripta a mobili mensurari potest per viam centri gravitatis in magnitudinem mobilis ductam; sed in aliis
30 casibus non concidit via cum tractu seu spatio percurso a nobis hic definito.

Definitio .6.

[223]

VELOCITAS est (formalis) affectio mobilis quæ est proportionalis longitudini quam percurrerit mobile intra datæ

5) *add. L* 14 Dicitur ... TRACTUS *add. L* 15-17 describant, (1) ut fit cum mobile *del.* (2) ut ... cum *add. L* 28 descripta (1) in *del.* (2) a *add. L* 33 (formalis) *add. L*

magnitudinis tempus eadem ipsa affectione retenta. Et proinde manere intelligitur hæc affectio quandiu æqualibus temporibus æquales sunt longitudines percursæ.

Formalem affectionem mobilis hic intelligimus, qua ipsi inest quatenus mobile est. Si jam duo sint mobilia M et N , et mobile M tempore T 5 ea quam habet formali affectione retenta percursurum esset longitudinem L ; at mobile N tempore æquali ipsi T sua itidem tali affectione simili retenta percursurum esset longitudinem λ , sitque longitudo L dupla tripla vel utcunque multipla longitudinis sitque etiam exinde dicta affectio mobilis M similiter dupla, tripla et generaliter æquimultipla talis affectionis ipsius 10 mobilis N tunc tales affectiones dicentur velocitates. Itaque ut longitudo percursa a mobili est media arithmetica inter longitudines percursas a punctis mobilis, ita et velocitas mobilis est media arithmetica inter velocitates a punctis percursas, et quando tendunt omnia puncta in easdem partes, est velocitas centri gravitatis figuræ. 15

Definitio .7.

LONGITUDO TRANSLATIONIS est medium arithmeticum inter omnes longitudines percursas æqualium materiæ in mobili contentæ elementorum.

Differt a longitudine percursa seu a longitudine tractus quod in ea determinanda medium tantummodo quæritur inter longitudines omnium elementorum æqualium voluminis sive figuræ mobilis, vel (quod eodem reddit), omnium figuræ punctorum sed quoniam in una figuræ parte plus materiæ est quam in alia ita ut unum punctum alio densius concipi possit ideo 20 possunt fingi elementa materiæ minima, seu quasi puncta sive signa quorum plura pauciorave in voluminis punctis continentur prout est densius; et inter longitudines ab omnibus istis signis percursas media arithmetica est ipsa longitudo translationis, toti massæ seu materiæ ascribenda. Et quatenus omnia puncta mobilis tendunt in parallelis, ad easdem partes, longitudo translationis est ipsa longitudo percursa a centro gravitatis 30 totius massæ.

1-2 Et (1) ideo *del.* (2) proinde *add.* L 4-5 (1) Ut si *del.* (2) Formalem ... jam *add.* L 4 intelligemus *corr.* L 6 habet (1) velocitate *del.* (2) formali affectione *add.* L 7 itidem (1) velocitate *del.* (2) tali ... simili *add.* L 9 λ , (1) erit et velocitas *del.* (2) sitque ... affectio *add.* L 10 æquimultipla (1) velocitatis *del.* (2) talis affectionis *add.* L 11 N (1) tales *add. et del.* (2) tunc ... velocitates *add.* L 20 seu ... tractus *add.* L 25 sive signa *add.* L 27 istis (1) figuris *del.* (2) signis *add.* L 28 translationis |, *add.* | L 28-29 Et (1) quando *del.* (2) quatenus *add.* L 29 in parallelis, *add.* L 29 partes |, *add.* | tunc *del.* | L

Definitio .8.

INTENSIO MOTUS SEU VIGOR refertur ad longitudinem translationis ut velocitas ad longitudinem percursam.

Itaque est affectio proportionalis longitudini translationis intra datæ magnitudinis tempus ipsamet affectione retenta absolutæ; et est velocitas media inter omnium materiæ signorum seu elementorum minimorum (vel æqualium saltem) velocitates; itemque est velocitas centri gravitatis totius massæ modo jam explicato.

Definitio

10 IMPETUS est factum ex ductu vigoris in molem.

[226]

Ut si mobilis centrum gravitatis sit duplo velocius, quam alterius, et mobile ipsum altero triplo gravius, erit impetus mobilis sextuplo maior.

Definitio .9.

15 TRANSLATIO SEU EFFECTUS FORMALIS A MOTU, est factum ex longitudine translationis ducta in molem.

Nempe si pondus sex librarum transferatur per longitudinem quinque pedum effectus formalis a motu seu quantitas translationis, erit tricecupla ejus quæ foret, si pondus unius libræ esset translatum per longitudinem unius pedis. Voco autem effectum motus formalem, quia nihil aliud hic consideratur præcise quam motus mobilis, non vero aliud extrinsecum obstaculum occurrens, neque gravitas aliave peculiaris mobilis
20 qualitas motum juvans vel impediens. [227]

Definitio .10.

Si ratio habeatur densitatis in mobili, magnitudo mobilis dicitur MOLES; longitudo translationis dicitur LONGITUDO EXALTATA; vigor mobilis seu intensio motus, dicitur VELOCITAS EXALTATA; et ut factum ex ductu vigoris in molem dicitur impetus, ita factum ex ductu velocitatis in volumen dicitur, IMPETUS RESTRICTUS item PROTRACTIO seu ELEMENTUM TRACTUS. Si vero cesset densitatis consideratio (ut si
30 mobilia sint æque densa vel si nulla omnino sit exacte lo-

5 ipsamet affectione *add.* L 8 modo ... explicato *add.* L 9 *Definitionis numerum* 9 *omittit et alias successivas inexacte numerat* C 14 TRANSLATIO (1) SEU EFFECTUS FORMALIS A MOTU est *del.* (2) SEU ... est *add.* L 17 pedum (1) effectus formalis a motu seu *del.* (2) effectus ... a (a) motu (b) motu seu *add.* L 17 translationis |, *add.* | L 17-18 tricecuplus *corr.* L 21-22 mobilis (1) quantitas *del.* (2) qualitas *add.* L 31 si *add.* L

quando in natura densitas) tunc coincidunt volumen, et moles; longitudo percursa, et longitudo translationis; velocitas mobilis, et intensio motus seu vigor; protractio mobilis, et quantitas motus seu impetus; denique spatium a mobili percursum seu tractus coincidit cum translatione seu quantitate effectus.

Definitio .II.

MEDIA TEMPORIS, VELOCITAS, PROTRACTIO; INTENSIO MOTUS, (SEU VIGOR) QUANTITAS MOTUS (SEU IMPETUS); est media arithmetica inter omnes mobilis velocitates, protractiones intensiones motus (vel vigores) quantitates motus (vel impetus) quæ mobili singulis temporis instantibus competunt[;] ac proinde idem producunt mediæ illæ quantitates in totum tempus absolute ductæ, quod singulæ temporis elementis æqualibus ordinatim applicatæ.

Hæc ad compendium æstimandi utilia sunt, ut semper variantia ad constantia ipsis æquivalentia reducantur.

CONCLUSIO PRIMA

Factum ex (1) velocitatibus (2) intensionibus motus seu velocitatibus exaltatis, sive vigoribus (3) protractionibus seu impetibus restrictis (4) quantitatibus motus seu impetibus; tempori in quovis instanti quo mobili competunt ordinatim applicatis. Seu quod idem est factum ex media temporis (1) velocitate (2) intensione motus (3) protractione (4) quantitate motus in totum tempus ducta; æquatur respective quantitati (1) longitudinis percursæ (2) longitudinis translationis (3) spatio percursu seu tractui (4) translationi integræ seu quantitati effectus.

Itaque tempore in elementa æqualia cogitatione diviso seu uniformiter crescente, velocitates sunt ut elementa momentanea longitudinum percursarum et ut ita dicam velut longitudinis percurrentæ inchoamenta; et pari jure intensiones motus seu vigores sunt elementa longitudinis translationum; accedentibusque voluminibus et motibus (constantibus) protractio-

nes seu impetus restricti (facti ex velocitate in volumen) sunt ut elementa tractus, seu spatii (quippe facti ex longitudine percurra in volumen) unde et protractiones a me subinde elementa tractus appellantur. Et pari denique jure impetus ipsi (absolute dicti) seu quantitates motus (factæ
 5 ex longitudine translationis in molem) sunt elementa effectus formalis seu translationis (quippe quæ fit ex longitudine translationis ducta in molem).

Definitio 13

VELOCITAS, INTENSIO MOTUS seu VIGOR, IMPETUS, etc. sunt vel COMMUNIA vel POTESTATIVA. Communia quæ paulo ante definivimus, sumendo media arithmetica diversarum velocitatum in materiæ aut temporis
 10 Elementis assignabilium, Potestativa vero quæ ad potentiam æstimandam serviunt, ita scilicet ut quadratum velocitatis mediæ potestativæ mobili assignatæ, ductum in molem det mobilis potentiam absolutam secundum propositionem 5. capitis de potentia motrice absoluta. Et quadratum velocitatis mediæ (potestativæ) quam habet mobile durante tempore, ductum
 15 in tempus et molem exhibeat actionem mobilis formalem per totum illud tempus secundum propositionem 17. capitis de actione motus formali.[†]

CONCLUSIO II.

[231]

Si diversorum mobilis punctorum seu molis Elementorum inæquales sint velocitates et ex quadratis velocitatum in sua cujusque molis Elementa ordinatim ductis, fiat ductus. Et sit velocitas alia, cuius quadratum si absolute ducatur in eandem molem prodeat ductus novus, priori æqualis, tunc hæc velocitas erit ipsa velocitas media potestativa mobili attribuenda cujus quadratum ductum in mobilem dat mobilis potentiam. Idem est, si pro mole adhibeas temporis Elementa; et velocitatum (potestativarum) mobilis quocunque temporis Elemento existentium quadrata ducas ordinatim in respondentia tem-

[†]In margine adjiciendus calculus

4 dicti add. L 6 quippe (1) factæ del. (2) quæ fit add. L 554.7-555.21 Defn. 13 ... conflare sua manu transcripsit et emendavit L 11 assignabilium, | sed potissimum del. | L 12 potestativæ | (1) quam habet mobile, (2) quam habet mobile ductum in molem del. | L 17 tempus. corr. ed. 29 ducas | in del. | L

In not. marg.: adjiciendus | calculus del. et rursus add. | L

poris Elementa, ut inde fiat ductus; quod si jam sumatur
 velocitas alia cuius quadratum si absolute ducatur in i-
 dem tempus proveniat ductus novus priori æqualis, tunc
 hæc velocitas erit ipsa velocitas temporis media potesta-
 tiva cuius quadratum ductum in tempus, ac præterea in 5
 molem mobilis, dat mobilis actionem formalem, hoc tem-
 pore durante exercitam. Seu tantundem revera egit mobi-
 le, ac si per totum tempus non nisi hanc velocitatem uni-
 formem exercuisset.

Hæc patent ex definitione 13. Nam velocitas assignata media potestati- 10
 va, quadrato suo seu potestate in totam molem seu in totum tempus ducta,
 ducitur in omnia molis vel temporis elementa, id est si ipsa (quod in arbitrio
 est) æqualia assumantur in eorum numerum, seu in numerum velocitatum
 singulis elementis respondentium. Ducta autem hoc modo velocitatis hu-
 jus mediæ potestas seu quadratum æquat (ex constructione) velocitatum 15
 singularum potestates seu quadrata simul sumta; adeoque ejus potestas seu
 quadratum est arithmetice medium inter omnes singularum velocitatum
 potestates seu quadrata. Seu velocitas assignata est inter omnes media po-
 testativa. Et eadem cum singulorum Elementorum potestatibus æquetur,
 utique omnes simul poterit; seu æquabitur potestati totius. Manifestum est 20
 enim totius potentiam ex partium potentiis conflari.



Figura 84 [(1.)]

5 tempus, | dat *del.* | L 7 exercitam. | (1) Et perinde est ac si mobile (2) Et
 «ta» (3) Seu *del.* | L 7-8 (1) egit mobile *acc. non del., del. ed.* (2) revera ...
 mobile *add.* L 10 13. | (1) quia velocitas assignata media in cæterarum (2) nam v
del. | L 10-11 potestativa, | (1) po (2) du *add. et del.* | quadrato ... potestate *add.*
 L 12 omnia | «te» *del.* | L 14 respondentium. (1) Ducta *corr.* (2) Ductam *corr.*
 (3) Ducta L 14 modo | velocitas media (1) est (2) potestativa, est (a) singulorum
corr. (b) singularum potestatibus (c) potestate sua seu q *del.* | L 15 æquat | summam
del. | L 15 constructione | omnium *del.* | L 16 adeoque | est *del.* | L 16 potestas
 seu *add.* L 17 est | media *del.* | L 18 velocitas | est media potestativa in *del.* | L 19
 singularum *corr.* | molis *del.* | L 21 conflari in imo paginae reclamantem Specimen calculi
add. L

[Pars 2. Sectio 1. Caput 2.]
DE CAUSA ET EFFECTU, ET POTENTIA EORUM ^[287]
MOTRICE ABSOLUTA

Traditio

L LH XXXV 11, 18 A, pp. 287-350

Definitio 1

- 5 ACTIVUM vel POTENTIA PRÆDITUM est Thema (vel rerum status) ex quo sequetur mutatio certis quibusdam præterea positis, INERTIBUS seu quæ talia sunt, ut ex ipsis solis positis utcunque, nulla mutatio sequatur. Sequentem autem mutationem, Thema ipsum dicitur AGERE.
- 10 Ita grave sustentatum, vel elasticum tensum, corpora sunt, quæ habent agendi potentiam; quoniam revera agent seu mutationem producent, si certam hypothesin faciamus, per se nihil producere valentem; veluti circa retinaculorum figuram aut firmitatem. Exempli causa simplice conversione claviculæ seu Epistomii aqua gravis e vase effluit, vel aër compressus erumpit, etsi inter hypothesin clausi aut aperti Epistomii nulla sit per se differentia quoad vim agendi, seu mutationes producendi; et certe si inclusum ^[288] grave vel Elastrum abesset, nihil hic referret vacuo vase clausum an apertum epistomium poneretur. Nempe activa sunt, seu per se agunt, quæ non nisi sublatione impedimenti opus habent. Impedimentum autem hoc loco
- 20 intelligo per se iners, aut certe cujus operatio ad rem de qua agitur non pertinet; quod speciatim Retinaculum vocari posset.

Definitio 2

- Si duo sint Themata potentiam habentia et ex unius actione sola sequatur alterum vel saltem sine requisita
- 25 suppositione potentiæ alterius priori jam cœexistentis, tunc prius est CAUSA posterius EFFECTUS ACTIVUS vel EFFECTUS

1 Pars ... 2. *add. ed.* 7 INERTIBUS seu *add. L* 7 quæ | tamen *del.* | L 8 mutatio *add. L* 8 sequatur | mutatio *del.* |; sequente | *corr. L* 9 Thema *add. L* 9 AGERE. | Et illud per se INERS, cujus tamen mutatione supposita sequitur actio, dicitur RETINACULUM *del. L* 10 corpora ... quæ *add. L* 11 potentiam; | nam *del.* | L 15 per se *add. L*

ABSOLUTUS. Quod si ex causa non possit alius præterea effectus simul existens sequi, CAUSA PLENA erit et EFFECTUS INTEGR.

[289] Causa et Effectus varie admodum accipiuntur, neque illas ambiguitates
evolvere huius loci est, sufficit nostros significatus certa definitione consti- 5
tui. Interim considerare operæ pretium est nos paulo ante (peculiari capite)
per Effectum formalem motus intellexisse quantitatem materiæ per
longitudinem viæ esse translatam, seu quantitatem mutationis quæ ex solo
alicujus corporis motu liberrimo nascitur. Hic vero per Effectum Ac-
tivum vel Absolutum intelligimus Thema quoddam in materia pro- 10
ductum quod vim quandam agendi habet, ut corpus grave esse supra hori-
zontem elevatum ad aliquot pedes; sublato enim impedimento inde rursus
decidens, aget: idem est de arcu tenso. Quin et suffici impetum alicui cor-
pori impressum esse, ut Effectum aliquem Activum productum dicamus;
quanquam iste retinaculo destruat, quod in gravitate vel Elastio non fit, 15
quia scilicet natura semper novas impressiones licet sensibus nostris occul-
tas substituit. Et productione talis Effectus potentiam habentis, absoluta
causæ potentia optime æstimari potest, quam aliæ mutationes productæ
[290] non æque indicant. Ut autem intelligamus quid sit Effectus integer,
cogitemus [Fig. 84, p. 555] pilam *A* currentem in plano Horizontali obstantia 20
aliud post aliud Elastra tendere *B*, *C*, *D*; circumactis eorum claviculis, ita
factis ut sponte librare se, rursus Elastris, regredique non possint. Cæterum
primi aut secundi Elastri tensio non erit effectus integer, sed ultimi de-
mum, si nimirum ponamus eo tenso pilam nil amplius posse, sed omni sua
potentia consumpta conquiescere. Itaque Themata duo hic sunt potentiam 25
habentia, nempe Causa plena, scilicet pila certo motu prædita quem
totum possidebat antequam in ullum ex Elastris incideret; et Effectus
integer, scilicet aggregatum ex Elastris a pila tensis. Intelligendum est
autem pilam in sola hæc Elastris aliquid suæ potentiæ impedisse medium-
que fuisse liberrimum, et planum horizontale fuisse fuisse perfecte politum, 30
vel certe obstacula inde nata fuisse tam exigua ut considerationem non me-
reantur. Nam alioqui si pilam ponamus in tapete decurrere ipsa fila vel
[291] pili tapetis pro totidem Elastris flectendis haberi adeoque vis in ea impensa
computari deberet; idemque est in aliis obstaculis exiguis quibuscunque.
Quamvis autem hæc Elastris *B*, *C*, *D* rursus suo tempore agere, et novos 35

6 (peculiari capite) *add.* L 8 esse *add.* | translatæ *corr.* | L 15 quanquam (1) id *del.*
(2) iste *add.* L 16 licet *add.* L 17 productione *add.* L 17 habentis (1) productione,
del. (2), *add.* L 18 quam | potentiam *del.* | L 22 Cæterum *add.* L 29 insola *corr.*
ed. 35 quamvis *corr.* L 35 *B*, *C*, *D* *add.* L

effectus producere possint, qui etiam pro effectibus (licet mediatis) pilæ haberi possunt, illi tamen effectus novi non possunt coexistere prioribus, nempe omnibus Elastis tensis uti nec Elastra tensa, quorum actio ad novum effectum producendum intercedit, causæ primæ nempe motui pilæ
 5 initio dato coexistere.

Axioma et Definitio 3

Effectus integer æquivalet Causæ plenæ adeoque non datur Motus perpetuus Mechanicus, sive causa non potest producere Effectum Activum, qui plus possit quam ipsa
 10 causa, sed nec Effectum integrum, qui minus possit quam ipsa causa etsi enim pars potentiæ ab impedimentis absorbeatur, non destructa tamen sed in impedimenta translata est, quæ in effectum integrum computantur. Et POTENTIÆ QUANTITAS in themate est, cujus mensura est quantitas alterius thematis activi determinati,
 15 ti, quæ ipsi inest Themati priori potentiam habenti ejusve causæ plenæ aut effectui integro.

Effectum integrum æquivalere causæ plenæ, propositio est Metaphysicæ [292] sublimioris, quæ non nudis vocabulis impenditur, sed rerum universalia tractat. Hanc legem constantissime observat natura, et veritas ejus vel hinc
 20 intelligi potest, quod ea sublata nullius superest modus potentias æstimandi aut de Effectuum magnitudine statuendi ex causis.

Propositio 1.

Si quoddam Thema Activum constituatur ex pluribus Thematibus repetitis uni cuidam Activo gemellis, erit potentia prioris Activi multipla potentiæ posterioris Activi
 25 in ratione numeri repetitionum.

Nam Activum (repetitum) sumi potest pro mensura potentiæ (per definitionem 3.) Quantitas autem Mensurati est ad Mensuram, ut numerus (repetitionum) ad unitatem.

30 Exempli causa tres pulveris pyrii æque conferti et per omnia simil[e]s modioli triplam habent potentiam unius. Tres arcus tensi gemelli inter se triplam unius arcus gemelli singulis vim habent.

1 effectibus *corr.* L 1 mediatis *corr.* L 6 Axioma et Definitio 3 *add.* L | (1) Definitio 3 et Axioma *del.* (2) Axioma, et *add. et del.* (3) Axioma ... 3 *add.* L 7 (1) Non *del.* (2) Effectus ... non *add.* L 11-13 causa (1) Id est, effectus integer æquivalet causæ plenæ *del.* (2) etsi ... computantur *add.* L 13 QUANTITAS (1) est *del.* (2) in ... est *add.* L 14 alterius thematis *add.* L 15 priori *add.* L 17-18 Metaphysicæ (1) nobilioris *del.* (2) sublimioris *add.* L 30 similis *corr. ed.*

[293]

Propositio 2.

Si duo sint Themata Activa quorum quodque ex repetitis uni activo gemellis constituatur; erunt potentiae inter se, ut numeri repetitionum.

Activum *A* contineat gemella ipsi *B* vicibus tribus, et activum *C* contineat gemella ipsi *B* vicibus duabus, ajo esse potentiam *A* ad potentiam *C* ut 3 ad 2. Nam potentia *A* est ad potentiam *B* ut 3 ad 1 (per propositionem 1. hic) et potentia *B* est ad potentiam *C*, ut 1 ad 2 (per propositionem dictam .1.) Ergo (ex elementis) potentia *A* est ad potentiam *C* ut 3 ad 2.

Exempli causa omnibus paribus similibusque potentia ponderis trium librarum est ad potentiam ponderis duarum librarum sesquialtera, seu ut 3 ad 2 sive tripla subdupla.

Propositio 3.

Fieri non potest ut ex causa oriatur effectus, qui causam gemellum contineat, et aliquid praeterea Activum.

[294]

Sit Causa *A*, ex qua oriatur Effectus aliquis *B* plus *C*, sitque thema *B* per omnia gemellum ipsi *A*, et, *C* sit activum. Hoc ajo fieri non posse; Cum enim *B* sit gemellum ipsi *A* activo erit et *B* activum; ergo totus effectus *B* plus *C* est activus et major causa *A*, quia praeter *B* gemellum ipsi *A* continet *C* activum seu potentia praeditum, sed hoc fieri non potest, quia (per axioma praecedens) Effectus activus non potest esse potentior causa.

[295]

Ita fieri non potest ut pondus unius librae descendens ex altitudine certa veluti pedis efficiat aliquid ex quo oriatur non tantum libram rursus ascendere ad altitudinem pedis, sed etiam aliquid praeterea produci activum verbi gratia aliquid quantulumcunque praeter libram attolli. Idipsum enim est Motus perpetuus Mechanicus, qui in excessu potentiae effectus super potentiam causae consistit. Et semel obtento excessu, repetita actione prima habebitur excessus novus priori aequalis, et ita tandem excessus quantuscunque, et data libra aquae cadente semel ex altitudine montis, poterit per hoc solum tantum aquae ex subjecto planitie lacu in montem et super eo excavatum receptaculum attolli, ut postremo loco unius librae aquae quae in monte fuerat habeatur lacus in monte, qui perpetuum flumen praebere possit, perpetuum inquam, quia non tantum delabentem aquae quantitatem sed et plus aliquid (ad resarcienda detrimenta a fundo bibente, aere exsiccante, aliisque causis orta) semper elevare rursus valebit. Quae sane ab-

3 uni (1) ACTIVO del. (2) activo add. L 16 sitque (1) *B* del. (2) thema *B* add. L 18 *A* (1) ideo cum *A* sit del. activum corr. L 19 et (1) causa del. (2) major causa add. L 19 praeter (1) ea del. (2) *B* ... *A* add. L 22 pondus unius add. L 29 semel add. L 30 per ... solum add. L 31-32 loco ... fuerat add. L

surda esse satis constat, et perpetuis naturæ experimentis refutantur: alioqui quidlibet ex quolibet effici posset, neque ulla certa esset ratio potentiarum æstimandarum.

Propositio 4.

5 Si Effectus integer sit Causæ similis, erit eidem gemellus.

Sit Causa *A*, Effectus integer *B*, causæ similis. Ajo esse *B* gemellum ipsi *A*, cum enim sit *B* similis ipsi *A* (ex hypothesi) et æqualis potentia eidem (ex axioma præcedenti) erit omnino æqualis. Alioqui eo ipso dissimilis foret, [296]
10 si in minore plus potentiæ reperiretur quam proportionem magnitudinis. Jam æqualia et similia nihil aliud sunt quam gemella.

Itaque si grave ex altitudine aliqua descenderit, sursumque vertens iter rursus ascendat, nec aliud quicquam activum produxerit, quam elevationem suam, seu si totam potentiam suam descensu quæsitam in reascensum
15 impendat, dicendum est præcise ascendere ad tantam altitudinem quantam est ea ex qua descenderat. Cum enim effectus productus sit ejusdem gravis elevatio (similis causæ quæ etiam erat elevatio ejusdem gravis ante descensum) non potest esse æqualis causæ quin sit æqualis elevatio et fiat status postremus per omnia gemellus primo.

20 *Propositio 5.*

Effectus integer causam plenam, vel ejus gemellum reproducere potest.

Cum enim æqualis sit ejus potentia cum potentia causæ (per axioma) [297]
tantum opus est circumstantias ita disponi ut aliquid simile prodeat causæ quod semper fieri potest quia (per definitionem 1 hic) circumstantias
25 nulla actione, aut non nisi per causæ actionem producta, definitione 2. concurrentes pro arbitrio assumere licet, unde (exemplo demonstrationis præcedentis) prodibit gemellum.

Sic funependulum oscillans si ponatur nihil prorsus virium in flexionem
30 funis, aut resistantiam aëris similiaque exigua detrimenta impendere, utique rursus assurgat ad priorem altitudinem et globulus ex durissimo lapide tornatus in subjectum ferrum politum incidens reflectendo rursus tam alte assurgat, ut prope manum feriat.

Propositio 6

35 Nihil refert quoad magnitudinem potentiæ utrum Effectus aliquis integer sit mediatus an immediatus.

14 si add. *L*

[298] Sit causa *A*, effectusque in *B* immediatus rursusque mediante *B* effectus mediatu*s* *C*, ita ut *B* sit effectus ipsius *A* et causa ipsius *C*. Quia *A* est potentia æqualis *B* et *B* ipsi *C* (per axioma) erit et *A* æquivalens ipsi *C*.

Effectus integer immediatus est, qui est ab ipsa causa productus seu qui nulla alterius quam causæ actione in aliquid, ex causa oritur; et siquidem, totus simul existit, utique eo ipso momento existit, quo causa potentiam suam consumsit, seu agere posse desiit. Sufficit igitur immediatum Effectum integrum causæ æqualem esse, ut quemvis alium causæ æqualem esse concludamus. Et vero vel ideo effectum causæ æqualem esse necesse est, quia alioqui diversis mediantibus ex eodem inæqualia oriri possent nec certa esset mensura potentiarum. Interim in praxi quo plura intercedunt, eo majus est detrimentum accidentale.

Propositio 7

[299] Eadem est semper potentia in quovis Systemate corporum cum aliis non communicantium. 15

Cum enim corpora cum aliis non communicent (ex hypotesi) status quilibet corporum posterior, erit effectus integer statu eorum prioris (per definitionem 2.) et proinde (per axioma et propositionem 6.) potentia æqualis. Itaque eadem est semper potentiæ quantitas.

Hinc sive corpus unum sit, semper eandem retinebit potentiam; sive plura inter se concurrentia, semper eadem erit potentia in omnium summa. 20

Propositio 8.

Eadem semper potentia est in universo.

Neque enim corpora universi cum corporibus aliis communicare possunt, quæ universo non contineantur. Itaque universum est systema corporum cum aliis non communicantium. Ac proinde (per præcedentem) eandem semper potentiam habet. 25

[300] Ex propositione hac male intellecta natus est eorum error, qui crediderunt eandem semper conservari motus quantitatem in universo quam ipsi cum potentia confundunt. Quantum autem intersit ostendimus suo loco. 30 Ostendi etiam potest facile, æqualibus temporibus eandem esse quantitatem Actionis in universo, cum potentia omnis semper agat quantum potest adeoque æqualiter æqualibus temporibus. Longe autem aliud est quantitas actionis ut nos peculiari capit eam explicuimus quam quantitas motus, ut ab illis definitur, qui eandem motus summam 35

4 qui est *add.* L 15 communicante *corr.* L 33 temporibus. | Sed *del.* | L 33-34 autem *add.* L 34 ut ... explicuimus *add.* L

conservari volunt, eamque non in tempore sed in momento quovis intelligunt, magnitudinem corporis in velocitatem eo momento ipsi competentem ducentes ut quantitas motus ab ipsis sic appellata nascatur. Sed eam semper eandem in corporibus conservari falsum est, ut infra ostendemus.

5 *Propositio 9.*

Quæ eundem integrum effectum (vel gemellos) producere possunt, habent potentias æquales.

Sit causa F producens effectum G , et causa L producens effectum M sintque effectus (integri scilicet) G et M gemelli. Aio causas F et L esse
10 æquipotentes. Nam causa F æquipotens est effectui G et effectus G effectui
15 M (eidem scilicet vel gemello) et effectus M causæ L ; itaque causa F causæ L .

Ut si [Fig. 85, p. 562] chorda tensa ex situ recto AB inflectatur in situm [301] ACB , tam lapsu ponderis D ex altitudine DC quam lapsu ponderis minoris E ex altitudine tanto majore EC ita scilicet ut chorda non ultra ab ipsis
15 inflecti possit, utique gravium D et E elevationes super horizontem HCR potentias æquales habebunt, cum idem ad summum efficere possint.

Propositio 10

Quæ a gemellis causis produci possunt æquipotentia sunt.

20 Sit causa F producens effectum G et causa L producens effectum M , et causæ F et L (quas plenas intelligo) sint eadem vel gemelle. Quia effectus G æqualis causæ suæ F , et causa F causæ gemellæ L , et causa L effectui suo M utique effectus G æqualis seu æquipotens est effectui M .

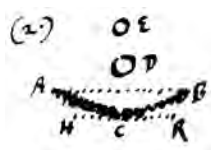


Figura 85 [(2.)]

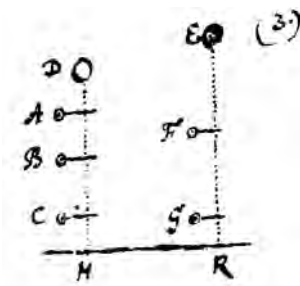


Figura 86 [(3.)]

1-4 eamque ... ostendemus *add.* L

Ut si corpus unius libræ celeritate unius gradus præditum vim suam omnem in arcu aliquo tendendo consumat; et aliud corpus priori æquale et æquivelox consumat suam in tendendo alio arcu; arcus tensi etsi inæquales aut dissimiles erunt tamen æquipotentes, et is qui in æquali tensione foret debilior, erit tanto magis tensus.

5

[302]

Propositio 11.

Causæ plenæ sunt Effectibus integris proportionales.

Sit causæ plenæ potentia L , effectus integri potentia M , rursus alterius causæ plenæ potentia P , effectusque ejus integri potentia M ; quia igitur L est æqualis M et P ipsi Q utique erit L ad P ut M ad Q .

10

[303]

Ponamus pondera D et E [Fig. 86, p. 562] cadendo ex altitudinibus perpendicularibus DH , ER elasmata quædam inter se gemella in transitu eodem gradu tendere posse; D quidem tria A , B , C ; at E duo F et G et ambo cadendo neque egisse aliquid amplius nec agere posse, sed D post ultimum elasma C tensum omnem suam vim amisisse, ut si eo momento horizontem in H attingere ponatur, nulla prorsus vi eum feriat; similiterque E post tensum elasma ultimum G eo ipso omnem impetum descendendo acceptum consumpserit, nulloque ictu horizontem feriat in R . His positis, erit potentia ipsius D elevati altitudine DH ad potentiam ipsius E elevati altitudine ER ut numerus Elasmatum, quæ tendi possunt a potentia priore ad numerum Elasmatum quæ tendi possunt a posteriore. Nam cum Effectus integri sint Elasmatum tensorum gemellorum aggregata, utique (per propositionem 2.) potentias eorum manifestum est esse ut numeros Elasmatum gemellorum, seu ut numeros repetitionum mensuræ, quæ hoc loco potentia unius elasmatis tensi.

25

Propositio 12.

Duorum ponderum æqualium ad eandem altitudinem elevatorum eadem potentia est quamcunque habeant figuram aut volumen.

1-5 (1) In figura propositionis præcedentis ponamus chordam flexam ACB se restituentem in AB , excutere nunc pondus D , mox pondus E , et ita quidem ut nihil aliud [302] agat chorda vel agere possit, ubi in AB pervenit (nec proinde excurrere possit ultra AB) erit elevatio ponderis D super horizontem HCR æquivalens elevationi ipsius E super horizontem eundem *del.* (2) Ut ... tensus *add.* L 2 omnem | in actione *del.* | L 8 integri | Q *del.* | L 20 quæ (1) tendere potest prius *del.* (2) tendi ... priore *add.* L 21 quæ (1) tendere *corr.* potest posterius *del.* (2) tendi | possunt ... posteriore *add.* | L 24 gemellorum, (1) | seu *del.* | ut numer *add. et del.* | (2) seu ut numeros *add.* L 24 loco | unum ex his *del.* | L

9 potentia M sed potius Q (error jam prima versione extat).

Sint [Fig. 87] pondera A et B æqualia, ad eandem altitudinem elevata; quæ differant figura, eandem vero habeant gravitatem specificam adeoque et volumen æquale. Inscribantur cuique cubuli æquales utrobique et æqualiter positi, æquali numero, qui vel exhaurient, vel differentiam relinquent
 5 data minorem, si satis magnus sit numerus et sufficiens parvitas. Horum cubulorum, quorum quilibet æqualis et similiter positus ipsi C , (ponendo corpus A vel B si tantum descenderit quantum elevatum est C , amplius nunc descendere non posse adeoque nec partem ejus) erit potentia ipsius C ^[304] elevati ad altitudinem CR , mensura potentiæ per definitionem 3. hic quæ,
 10 cum æqualiter repetatur tam in A quam in B erunt eorum potentiæ æquales (per propositionem 2. hic). Quodsi gravitate specifica differant pondera, sumendi sunt cubi unius similiter positi quidem cubis alterius, sed inæquales volumine in reciproca ratione specificarum gravitatum quos æquivalere ex natura gravitatis specificæ supponitur.

15 *Propositio 13.*

Ponderum ad eandem altitudinem perpendicularem elevatorum potentiæ sunt ut pondera.

Sint [Fig. 88] pondera ABC , et LM ad eandem altitudinem elevata supra horizontem. Ajo potentiam ponderis ABC esse ad potentiam ponderis LM ,
 20 ut pondus ABC ad pondus LM . Jam sit mensura communis ponderum, pondus N ad eandem altitudinem elevatum, quod in ABC reperitur ter in LM bis (vel alio modo); itaque et elevatio ipsius N vel gemelli in isto reperitur ter; in hoc bis, potentiæ autem sunt ut repetitiones ejusdem suæ mensuræ (per propositionem 2. hic) et repetitiones hic ut pondera. Ergo et ^[305]
 25 potentiæ ut pondera erunt. Si pondera in mensuram communem solvi non possint, sufficit assumi alia quæ in communem mensuram resolvi possint tam parum ab his differentia, ut error sit minor dato, adeoque nullus dari potest.

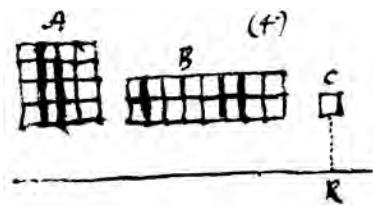


Figura 87 [(4.)]

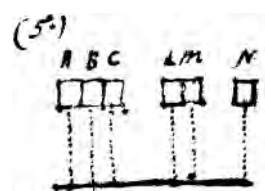


Figura 88 [(5.)]

6-8 (ponendo ... ejus) *add. L* 7 $A \dots B$ *add. L* 9 per ... hic *add. L* 10
 æqualiter | per defin. 3. hic *del. L* 13 quas *corr. L* 27-28 dari potest *add. L*

Familiarius enuntiando: potentia librarum duarum elevata-
rum super horizontem ad altitudinem perpendicularem
unius pedis, dupla est potentia^æ libræ unius elevata^æ tan-
tundem.

Propositio 14

5

Ponderum æqualium potentia^æ sunt ut altitudines eo-
rum perpendiculares supra horizontem.

Sint pondera æqualia A et B [*Fig. 89, p. 566*] unum elevatum supra ho-
rizontem HR pedibus tribus ${}_1AH$, alterum pedibus duobus ${}_1BR$; aio esse
potentiam ipsius A ad potentiam ipsius B , ut 3 ad 2. Nam si descenderit 10
ex ${}_1A$ altitudine unius pedis, atque in ${}_2A$ quieverit, amisit potentiam quan-
ta est, elevatum esse altitudine unius pedis super horizontem. Sed retinet
adhuc potentiam descendendi per ${}_2AH$. Et descendendo porro deinde per
alterum pedem per ${}_2A_3A$ amisit tantundem adhuc semel, et descendendo
denique per ${}_3AH$ tertium. Tunc autem amisit omnem. Itaque ter habet po- 15
tentiam elevationis ad unum pedem. Eandem B habet bis, sunt ergo eorum
potentia^æ ut 3 ad 2 (per propositionem 2 hic) seu ut elevationes. Idem est
in numeris quibuscunque, imo et in proportionibus incommensurabilibus,
quia assumi possunt commensurabiles tam parum ab ipsis quam volumus
differentes; ita ut error sit minor dato. 20

Familiarius enuntiando: Potentia libræ ad duos pedes supra
horizontem elevata^æ, dupla est libræ elevata^æ ad unum pe-
dem supra horizontem.

Propositio 15.

Potentia^æ ponderum elevatorum supra horizontem sunt 25
in ratione composita ponderum et altitudinum perpendi-
cularium.

Sint [*Fig. 90, p. 566*] pondera $A(2)$ et $B(5)$ elevata ad altitudines ${}_iA_2A(3)$
et ${}_iB_2B_3B(4)$. Aio esse potentiam (6) ipsius A ad potentiam (20) ipsius B ,
[307] esse in ratione composita ex ratione ponderum $A(2)$ et $B(5)$ et altitudinum 30
 ${}_1A_2A(3)$ et ${}_1B_3B(4)$. Et quidem si altitudines ${}_1A_2A$ et ${}_1B_3B$ essent æquales
forent potentia^æ, ut pondera (per propositionem 13. hic) itaque in ratione
composita ponderum et altitudinum, quia æqualitatis ratio in compositio-
ne nil mutat. Sin sint inæquales sumatur majoris altitudinis ${}_1B_2B_3B(4)$ pars
 ${}_1B_2B(3)$ æqualis minori ${}_1A_2A(3)$. Jam potentia (6) ipsius $A(2)$ elevati in al- 35
3 est *add. L* 35 (6) (1) $A(2)$ *del.* (2) ipsius $A(2)$ *add. L*

itudinem ${}_1A_2A(3)$ est ad potentiam (15) ipsius $B(5)$ elevati ad altitudinem ${}_1B_2B(3)$ ut $A(2)$ ad $B(5)$ (per propositionem 1. hic). Et potentia (15) elevati $B(5)$ per ${}_1B_2B(3)$ est ad potentiam (20) $B(5)$ elevati per ${}_1B_2B_3B(4)$ ut ${}_1B_2B(3)$ vel ${}_1A_2A(3)$ ad ${}_1B_2B_3B(4)$. Ergo jungendo prima postremis potentia (6) est ad potentiam (20) in ratione composita $A(2)$ ad $B(5)$, et ${}_1A_2A(3)$ ad ${}_1B_2B_3B(4)$ seu in ratione composita ponderum et altitudinum.

Familiarius: potentia duarum librarum elevatarum ad pedes tres est sextupla potentiae unius librae elevatae ad pedem unum. Reperietur enim in priore sexies repeti posteriorem. [308]

10

Propositio 16.

Si pondera elevata sint reciproce ut altitudines, erunt potentiae aequales, et vicissim si potentiae sint aequales pondera sunt reciproce ut altitudines.

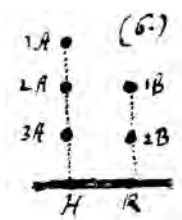


Figura 89 [(6.)]

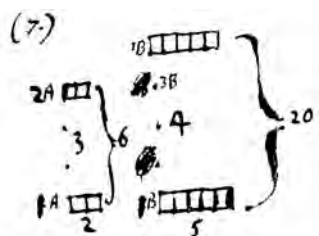


Figura 90 [(7.)]

Sit pondus trium librarum elevatum ad pedes quatuor, et pondus duarum librarum elevatum ad pedes sex; ita ut sit pondus majus 3 ad minus 2, uti est altitudo ponderis minoris 6 ad altitudinem ponderis majoris 4. Ajo potentias A elevatarum librarum 3 per pedes quatuor, et B elevaturum librarum 2 per pedes sex esse aequales. Est autem 3 ad 2 ut 6 ad 4 (ex hypothesis). Ergo (ex elementis) factum ex 3 in 4, aequale est facto ex 2 in 6. sed potentia A est ad potentiam B in ratione composita 3 ad 2 et 4 ad 6, seu (ex elementis) ut factum ex 3 in 4 ad factum ex 2 in 6. et facta hæc nunc aequalia esse ostendimus. Ergo potentiae A et B sunt aequales. [309]

Familiarius: æqualis potentia est unius librae elevatae ad tres pedes et trium librarum ad unum pedem elevatarum; utrobique enim ter reperietur unam libram elevatam esse ad unum pedem, quod potentiae mensura est.

1 ipsius *add.* L 25 ter *add.* L

Propositio 17.

Æqualis potentia est elevare unum libram ad duos pedes vel duas libras ad unum pedem; id est generaliter si altitudines elevationum sint reciproce proportionales ponderibus, potentia elevandi sunt æquales. 5

Nam causæ plenæ sunt effectibus integris proportionales (per propositionem 11. hic); cum ergo pondera ad altitudines ipsis reciproce proportionales elevata æqualem potentiam habeant (per propositionem 15.); erunt et potentia elevandi in causis elevare valentibus æquales.

Dubitari scilicet poterat, an non elevandi idem pondus ad eandem al- 10
[310] titudinem diversa sit potentia pro diversis elevandi modis, ita ut diversa ratione elevandi eadem potentia possit idem pondus elevare plus vel minus. Sed constituto semel axioma quod causa plena effectui integro aequivaleret eadem semper potentia ad eundem effectum determinatum potentia præditum quomodocunque producendum requiretur. 15

Propositio 18.

In libra rectilinea si distantia ponderum a centro librationis sint ponderibus proportionales reciproce, fiet æquilibrium.

Sint pondera A et B quæ libræ rectilineæ ACB extrema puncta ${}_1A$, ${}_1B$, 20
tota sua vi trahere conentur versus horizontem HR . Sitque $C{}_1A$ ad $C{}_1B$, ut
[311] pondus B ad pondus A ; verbigratia si A pondus sit duplum ponderis B , sit
[Fig. 91, p. 568] distantia a C centro librationis nempe BC , dupla distantia AC ;
dico pondera esse in æquilibrio. Ponatur enim elevari alterutrum ut A , ex ${}_1A$
in ${}_2A$ translato ${}_1B$ in ${}_2B$, et libra ${}_1AC{}_1B$ translata in ${}_2AC{}_2B$, situm verticalem; 25
ducantur perpendiculares ad verticalem, ${}_1AD$, et ${}_1BE$; ob triangula $CD{}_1A$ et
 $CE{}_1B$ similia, erit CD ad $C{}_1A$ seu ad $C{}_2A$ ut CE ad $C{}_1B$ seu ad $C{}_2B$. Ergo
et $D{}_2A$ ad $E{}_2B$ ut $C{}_2A$ ad $C{}_2B$ seu erit $D{}_2A$ ad $E{}_2B$ ut B ad A , seu reciproce
ut pondera. Itaque cum eadem potentia sit A duarum librarum (si placet)
esse elevatum super Horizontem ${}_1AD$ ad altitudinem $D{}_2A$ unius verbigratia 30
pedis; et B unius libræ esse elevatum supra horizontem ${}_2BR$ ad altitudinem
[312] duorum pedum; non est ratio cur unum potius quam aliud obtineat. Nulla
igitur est ratio cur A ascendat, B descendat. Idemque est argumentum, si
contra ascenderet B descenderet A .

18 reciproce, | tunc add. et del. | L 20 extrema | (tota sua vi) del. | L 21 tota sua vi add. L 23 librationis nempe BC , (1) BC del. (2) nempe BC , add. L 24 æquilibrium. | || del. | Ponatur enim del. et rursus add. | L 25 translata add. L 26 verticalem |, add. | L 28 erit add. L 31 ad altitudinem add. L

Poterit etiam ostendi dari motum perpetuum mechanicum alterutro ascensu admissio. Et multa Pseudomechanemata huic errori innituntur. Placet tamen eam methodum varietatis causa sequenti propositioni applicare.

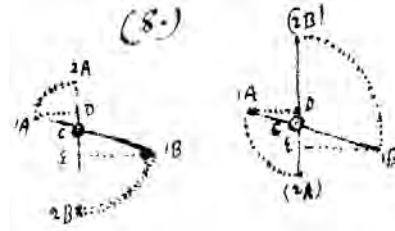


Figura 91 [(8.)]

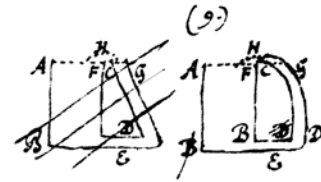


Figura 92 [(9.)]

Propositio 19.

- 5 Si duorum vasorum inter se inferius communicantium liquores graves sint similes et habeant suas supremas superficies in eodem horizonte, erunt in æquilibrio.

Sint [Fig. 92] tubi AB et CD inter se communicantes in E , pleni aqua vel alio liquore utrobique eodem[,] sintque superficies aquæ AF , CG in eodem
 10 horizonte, ajo aquam in æquilibrio esse; ponatur enim alterutram prævalere, et aquam CD expelli ab aqua AB , quicquid expelletur utique elevabitur super horizontem CG , seu $AFGC$, ad ad altitudinem aliquam ut H , si tu-
 bus DC paulo minus quam ad H productus intelligatur. Ergo ex H expulsa
 15 aqua fluet in vas AB , et ita motus perpetuo durabit, isque mechanicus seu cum excessu[;] poterit enim aqua delapsa suo ex H antequam perveniat ad AF , aliquam machinam circumagere, et aliquid operari salvo defluxu, et proinde salva perpetuitate; quod est absurdum (per axioma superius) itaque aqua in æquilibrio est seu quiescit, si aliunde in motum non concitetur. [313]

Propositio 20.

- 20 Si pondus in plano inclinato sit ad pondus liberum ut hypotenusa ad cathetum trianguli rectanguli, horizonte, plano inclinato, et perpendiculari contenti, pondus inclinatam et liberum sunt in æquilibrio.

Sit [Fig. 93] pondus liberum D in plano inclinato positum E , ipsum planum inclinatam AC , triangulum ABC , uti hypotenusa AC , cathetus AB , horizon seu basis BC sitque D ad E , ut AB ad AC , ajo esse in æquilibrio.

6 sint add. L 6 et add. L 8-9 vel ... eodem add. L 14 perpetuus corr. L 15-16 antequam ... AF, add. | aliquam del. et rursus add. | L2

[314] Ponatur alterutrum descendere, veluti D in H , ascendereque adeo E in F erunt DH et EF æquales[.] Completaur triangulum FGE simile et similiter positum ipsi ABC , erit FG elevatio ipsius E , quæ est ad FE idest ad DH ut AB ad AC seu ut D ad E ergo elevationes vel depressiones (perpendiculares scilicet) sunt reciproce ut pondera. Itaque nihil agitur (ut in demonstratione 5 propositionis 18) seu æquilibrium est inter pondera.

Jam varias hujus propositionis a Jordano olim inventæ demonstrationes habemus. Unam nunc annotare placet, quia præsentī methodo nostræ consentit, et ostendit negato æquilibrium dari motum perpetuum Mechanicum, seu (ut ego loquor) effectum potiore causa. Sit enim [Fig. 94] chorda sive 10 catena LMN circa triangulum LMP .[†] Patet si in alterutram partem fiat motus, eum semper duraturum, omnibus ad priorem statum semper redeuntibus. Itaque omnia sunt in æquilibrium: jam parte MNP dictæ catenæ quæ in æquilibrium est et libere dependet per cogitationem sublata, residuum MLP [315] adhuc in æquilibrium erit, idest pondus LM cum pondere LP , quæ pondera 15 sunt inter se, ut ipsæ rectæ.

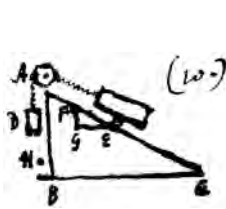


Figura 93 [(10.)]



Figura 94 [(11.)]

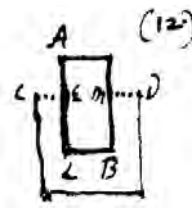


Figura 95 [(12.)]

Propositio 21.

Si solidum grave natet in liquido gravi, pars liquidi volumine æqualis parti immersæ solidi est æqualis pondere 20 totī solido.

Sit solidum AB (ut lignum) [Fig. 95] cujus pars EB immersa fluido (ut aqua) et sit vasis magnitudo talis, ut circulus EM sit æqualis respondentī

[†]In margine Substitui potest tubus liquore plenus pro catena

1 descendere (1) ex del. (2), veluti add. L2 1 adeo add. L2 12 eum add. L 16 inter se add. L 18 gravi |, add. | L 19 solidi | æqualis del. | L 19 æqualis add. L

In not. marg.: plenus | «annularis??» del. | L

7 Jordano vide: Jordanus de Nemore, *Liber Iordani Nemorarii viri clarissimi De ponderibus propositiones XIII et earundem demonstrationes*, ed. P. Apian, Norimbergæ: Per Io. Petreium 1533, supp. V, c. A3v; prop. VIII, c. C4r-D1r.

annulo *ECDM* erit aqua *CELBMD* volumine æqualis parti immersæ *EB*. Hæc autem aqua suspensa sustinetur a solido *AB* ne descendere possit in locum *EB*; Ergo est solidi ponderi æqualis. Tantumdem autem immergitur solidum aquæ quæcunque sit figura vasis, et omnino semper manifestum
 5 est partem aquæ expulsam sustineri, generaliter igitur verum est tantum immergi de solido ut pars aquæ, cujus locum pars solidi immersa occupat, sit solido toti pondere æqualis.

Propositio 22.

Duo elastica homogenea licet magnitudine inæqualia
 10 ad eundem gradum tensa eandem vim coercentem sus- [316]
 tinet.

Sit ær tubi *AB* [Fig. 96, p. 573] per argentum vivum incumbens *CD*, quod ex altitudine *AC* descenderat, compressus in spatium *DB*, ita ut jam æquilibrium sit inter pondus coercens *CD*, et Elastrum æris *DB* a quo pondus
 15 sustinetur. Sit vas quantumcuque *E* tubo communicans in *B*, sed ita ut communicatio sit intercepta per Epistomium clausum. Ajo si poneretur *E* plenum aëre ad eundem gradum compresso quem recepit compressus ær *DB*, et postea communicatio detur aperto Epistomio *B* novam virium æris *E* accessionem nihil posse in pondus *CD* neque illud attollere, sed omnia
 20 permanere ut ante. Ponamus enim initio Epistomium fuisse apertum et Hydrargyrum ex altitudine majore *FC* descendisse, atque ita eodem modo compressisse aërem *DBE*, ut nunc, claudatur deinde epistomium, manifestum est ideo non magis posse comprimi aërem *DB* a pondere *CD* quam ante cum substans ær *BE* ponderis *CD* actionem in aërem *DB* non impe-
 25 diat. Ergo potuisset ær *DB* comprimi amplius, manente communicatione. [317]
 Ergo totus ær *DBE* magis comprimi potuisset contra hypothesin. Nihil ergo refert clausum an apertum sit Epistomium, majorque adeo an minor ær eodem modo tensus a pondere coërceatur.

Hinc discimus ut liquores graves in æquilibrio sunt secundum gravitates
 30 specificas seu densitates et altitudines, nulla ratione habita amplitudinum (propositione 19); ita liquores Elasticos in æquilibrio esse secundum elastri vel densationis gradum, nulla ratione habita voluminis, seu magnitudinis; Et, si ponamus aërem nostrum quem respiramus esse compressum pondere superioris, uti revera est, manifestum est in exigua ejus particula

1 annulo (1) velut *CEMD* del. (2) *ECDM* add. L 6 aquæ |, add. | L 6 locum | occupat del. | L 6 occupat add. L 12 per | hydrargyrum id est per del. | L 21 Hydrargyrum corr. L 22 epistomium. corr. L

esse vim resistendi Elastro totius reliqui aëris inclusi, licet parvi, vim totius incumbentis atmosphæræ, nunc exclusæ, supplere.

[318] Ex his intelligimus etiam in unoquoque corpore vim quandam esse resistendi potentiæ totius universi ipsum immutare tentantis, quamdiu scilicet ratio non est cur unum præ alio cedat[,] quam vim etiam alternativam 5 aliquando vocare soleo, estque (ut ita dicam) tota in toto, et tota in qualibet parte, ut Philosophi loqui solent de anima, quæ formula non alia aptius similitudine illustrari potest. Interim considerandum probe est multum interesse inter vim coercendi aërem *DB* vel *DBE* intra spatium in quo est compressus, et inter vim redigendi ipsum intra 10 hoc spatium. Illa est æqualis pro magno aut parvo aëre æquitenso, hæc non item. Nam ut aër ex statu ordinario *AB* redigeretur intra *DB*, opus fuit descensu hydrargyri ex altitudine *AC*; sed ut aër *FBE* redigeretur intra spatium *DBE* eodem, quo ante gradu compressionis, oportuit hydrargyrum descendere ex majori altitudine *FD*. Cæterum si primo fuisset altitudo hydrargyri *CD*, seu (adhibito embolo pro hydragyro) minus pondus 15 embolo impositum, non potuisset hic aër coerceri intra hoc spatium, neque adeo hæc obtineri compressio, licet descendisset pondus ex altitudine quantacunque. Sane ex vi impressi impetus pervenisset aër ad compressionem adhuc majorem sed restituens sese in minore tandem, compressione 20 quievisset.

Propositio 23.

Posito calorem habere eandem vim dilatandi corporis quam habet Elastrum condensationis; pondera materias æqualium condensationum coercentia, erunt ut calores. 25

Nam si duæ sunt portiones aëris (ut hujus exemplo utamur), eæque æqualiter densæ, una calidior altera; perinde esset (ex hypothesi) ac si una prius æque densa, mox fieret altera densior in ea ratione in qua est revera calidior; in qua ratione autem esset densior, in ea ratione augeri debet pondus coercens (per præcedentem) pondera ergo coercentia sunt ut calores. 30

Propositio 24.

1 æris *corr.* L 2 atque sphæræ *corr.* L 5 etiam (1) asservativam *del.* (2) alternativam *add.* L 7 quæ (1) res *del.* (2) formula *add.* L 19 quantacunque | : sane *corr.* | L 20 adhuc | minorem *corr.* | L 20 minore (1) trajectu *del.* (2) tandem *add.* L 26 aëris (1) exempli gratia *del.* (2) ut ... utamur *add.*) L₂ 28-29 calidior | ; *add.* | L

Eodem posito pondera coercentia sunt in ratione composita densitatum et calorum.

Demonstratur ex propositionibus 23 et 24 eodem prorsus modo ut propositio 15 demonstrata est ex propositionibus 13 et 14. [320]

- 5 Frigidum concipio tanquam id in quo, vis dilatandi aërem est minor ordinaria. Nam quod aqua gelascente dilatationem fieri videmus et vasa etiam rumpi, aliam causam habet, et fieri videtur ideo quod magna copia aëris in exiguas admodum partes motu intestino liquidorum divisi, et valde compressi jam tum (magis multo quam frigus ipsum efficere in ordinario
10 aëre posset) in aqua latet, qui dilatare se a motu aquæ intestino dum fluida est, prohibetur; fere ut motus aëris guttas aquæ minores decidere prohibet, quod in exiguis, superficies (atque adeo et resistentia quam inveniunt) pro pondere aut vi contenta, nimis magna est; remittente autem motu in congelatione se aperiens, partesque majores minorum conjunctione componens
15 aer ille compressus, magnam vim exercet, illam scilicet quæ ipsi primo a motu fluidi intestino aliisve causis erat data comprimendo, similisque vis videtur et in Nitro esse.

Propositio 25.

- In eadem hypothesi calores sunt in ratione composita
20 spatiorum, et ponderum æqualem materiæ quantitatem intra illa spatia coercentium.

- Nam calores sunt in directa ratione ponderum et reciproca densitatum, compositis. At spatia in casu molium æqualium, seu æqualium quantitatum materiæ, sunt reciproce ut densitates. Ergo ratio reciproca densitatum est
25 directa spatiorum, et proinde calores sunt in ratione composita ponderum coercentium et spatiorum. [321]

Ex hac propositione deducitur vera ratio thermometrum seu indicem caloris et frigoris construendi, ut æquales caloris et frigoris gradus divisione designetur.

- 30 *Propositio 26.*

Quicquid movetur in linea curva progredi conatur in tangente curvæ.

5 Frigidum *corr.* L 6 Nam | quia aqua gela *corr.* | L 8 motu ... liquidorum *add.* L 8 divisi |, *add.* | L 9-10 efficere (1) potest *del.* (2) in ... posset) *add.* L 11 est |, *add.* | L 11 prohibetur |. *corr.* | L 11-13 fere ... est; *add.* L 12 superficies | pro pon *del.* | L 13-14 congelationem *corr.* L 14-15 partesque ... compressus, *add.* L 15-17 exercet |. *corr.* | illam ... esse *add.* L 24 ratio *add.* L

Ponatur regula rectilinea mobilis AB [Fig. 97] procedere per rectam im-
motum AA , angulo eodem servato (si placet) recto; et interea in regula mo-
veatur punctum C ; poterit ea esse proportio velocitatum, ut punctum C
describat curvam quamcunque CC . Patet autem punctum C pergere ex ${}_1C$
velocitate et directione composita ex ipsis ${}_1CD$ et ${}_2C$, adeoque directione
[322] ${}_1C_2C$ quæ minus errore quovis assignabili differt a curvæ tangente, si in-
tervallum ${}_1A_2A$ assumatur quantum satis est parvum. Itaque directio est in
curvæ tangente, idest in ea moveri conatur; et revera movebitur, si a regula
aut alio coercente liberetur.



Figura 96 [(13.)]

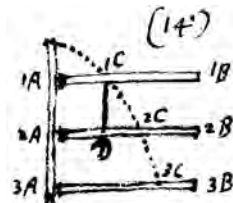


Figura 97 [(14.)]

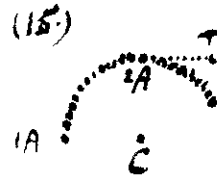


Figura 98 [(15.)]

Propositio 27. Definitio 4.

10

Quidquid movetur in linea circulari recedere conatur a
centro circuli, et vis recedendi CONATUS CENTRIFUGUS appel-
latur.

Sit [Fig. 98] mobile A motum in arcu circuli ${}_1A_2A$ descripto circa centrum
 C . Cum conetur ex ${}_2A$ pergere in tangentem ${}_2AT$ (per præcedentem) tan-
gens autem ${}_2AT$ recedat a centro C , utique et mobile A a centro C recedere
conabitur. Idem est, si motus sit compositus ex circulari et alio.

Propositio 28. Definitio 5.

Continuato per aliquod tempus conatu centrifugo cor-
poris, oritur in eo celeritas recedendi a centro; et cona-
tus centrifugus, est ad celeritatem continuato recedendi
conatu conceptam, ut finitum ad infinitum. VIM autem

4 ${}_1C$ | indefinite del. | L 8 ponatur corr. L 12 recedendi add. L 12-13 apel-
latur corr. ed. 22 Vim corr. L

quæ est hoc modo ad celeritatem seu quæ est infinites minor celeritate, eam voco MORTUAM: at Vim celeritatem habentis aut cum hac comparabilem appello VIVAM.

Rotari incipiat in plano horizontali B , axis tubi vacui CB , in quo sit globus, vel aliud mobile ${}_1M$ [Fig. 99] quod recedet a centro, (per præcedentem) et delatum aliquousque, ut in ${}_2M$, acquirat aliquem celeritatis gradum; manifestum est continuum esse incrementum, seu impressionem novam conatus centrifugi; itaque infinitis impressionibus novis conatus centrifugi inter loca ${}_1M$ et ${}_2M$ nascitur celeritas acquisita in ${}_2M$, ac proinde ratio vis
 10 cujuslibet impressionis novæ seu conatus centrifugi ipsius ad celeritatem acquisitam ut in ${}_2M$ est infinite parvi ad finitum, seu finiti ad infinitum.

Nimirum impetus omnis continuis conatibus acquisitis infinituplus est conatum singulorum; ut etiam ex descensu gravium constat. Atque hoc erat, quod merito pro miraculo fuit Galilæo vim percussionis infiniti rationem habere ad vim gravitatis. Malui tamen uti conatu centrifugo ad
 15 demonstrandam hanc infiniti rationem. Est enim considerationis apertæ et intellectæ, cum gravitatis natura non sit certa demonstratione cognita. Unde etiam viri docti dubitarunt an per omnes intermedios gradus transeatur in gravitate; de quo non possunt dubitare in motu centrifugo, si modo
 20 tubus rigidus et motus continuus esse ponatur. Vis etiam in Elastis sustinendi aliquod pondus est Mortua, et similiter vis in pondere coercendi Elastum (de qua diximus propositione 22) sed vis ponderis quam habet ad
 25 altitudine, seu impetu concepto, nec solum mortuum pondus sufficit.

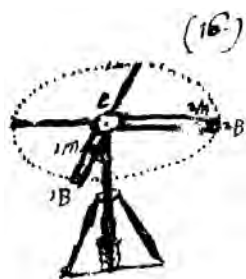


Figura 99 [(16.)]

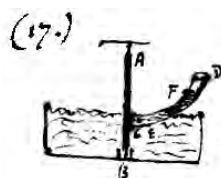


Figura 100 [(17.)]

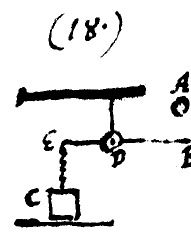


Figura 101 [(18.)]

4 sit add. L 5 mobile add. L 9 loca add. L 9 ratio add. L 13 ex add. L 14 quod (1) miraculo del. (2) merito pro add. L 14 galilæo corr. L 17 certo corr. L 19 si modo (1) motus del. (2) modo add. L

14 Galilæo vide: G. Galilei, *Giornata sesta del Galileo della forza della percossa*, in *Opere*, Firenze: Tartini e Franchi 1718, t. 2, p. 698; EN VIII, 328, l. 33-34.

Propositio 29

Gravitas et conatus centrifugus sunt comparabiles inter se, et datur conatus centrifugus gravitati æqualis, imo et superior, qui non sustinere tantum, sed et attollere gravia potest ad altitudinem quantamcunque. 5

Nempe circa axem *AB* [Fig. 100] rotetur tubus inclinatus *CD* supra infraque apertus, et infra in aquam immersus; ponatur autem inferior aliqua pars tubi *CE* horizontalis, utique in ea vim concipere potest aqua tantam, (si modo satis magna sit longitudo *CE*, et velocitas rotationis) ut exiliat per *D*, modo *ED* pars inclinata non nimis alta sit. Vicissim potest tanta esse [325] altitudo ipsius *ED* ut aqua assurgens vi impetus concepti perveniat quidem aliquousque in tubo *EFD* non tamen usque in *D*, sed tantum ad *F*; itaque suspensa manebit aqua *FEC*, vi conatus centrifugi; et ita erit conatus centrifugus a tali circulationis celeritate ortus, gravitati in tali inclinatione tubi æqualis. Ex his etiam manifestum est (etiamsi pars tubi inferior rec- 15 ta abesset) si conatus centrifugus gravitatem semel vincat semper vincere eadem manente tubi inclinatione, et proinde continuata æqualiter circulatione aquam in eodem tubo elevatum iri ad altitudinem quantamcunque, cum quævis pars aquæ majorem habeant ascendendi quam descendendi conatum. Unde non refert quanta ejus sit altitudo in tubo. 20

Propositio 30

Gravitatis vel elastri vis, mortua est; sive est ad potentiam celeritatis, ut finitum ad infinitum.

Sequitur ex præcedenti propositione 29 quia comparabilis est conatui centrifugo (per propositionem 29) cujus vim, mortuam esse ostendimus 25 (propositione 28.) nisi continuata scilicet sollicitatione excitetur. Idem et sic ostenditur, quod pondus quantulumcunque [Fig. 101] cadens ex altitudine quantulacunque *AB* attollere potest corpus quantumcunque et cujus- 30 cunque ponderis *C* (ope libræ *BDE* brachiorum æqualium) sed ad altitudinem proportionem minorem (per propositionem .16. hic). Itaque quantulumcunque grave *A* celeritate quantulacunque perveniens ad *B* vincit pondus *C* utcunque magnum adeoque celeritatis potentia est infinitupla potentiæ gravitatis. Idem est de vi Elastica, quæ etiam mortua est cum ponderi ex propositione .22. æquivalet.

10-11 esse (1) longitudo del. (2) altitudo add. L 11-12 perveniat (1) usque in *F*, del. (2) quidem ... *EFD* add. L 12 tubo | *ED* del. | L 14 ortus |, add. | L

Hæc interim supponunt gravitatem continue agere secundum Mathematicas rationes. Neque etiam ad sensibilia respiciunt, ubi tam exigua esse potest vis, ut elevatio ponderis magni non sit notabilis aut impressus impetus a mediantibus, libra, filo, et similibus absorbeatur. Interim vires mortuæ
 5 continuatione excitantur et impetum seu celeritatem concipiunt.

Propositio 31.

Si duo pondera per easdem lineas descendant, eandem acquirunt celeritatem sine discrimine magnitudinis ponderum.

10 Descendant per easdem lineas (vel gemellas) duo, grave AB , et grave C . Ajo celeritatem ab AB maiore quæsitam per descensum in ${}_2A_2B$, [*Fig. 102*] [327] esse æqualem celeritati quæsitæ a minore in ${}_2C$. Sumatur A pars ipsius AB æqualis ipsi C . Manifestum est nihil referre utrum pars A sola descendat an continuata alia parte B , sola autem A acquirat eam celeritatem quam C
 15 cum omnia sint gemella. Ergo et in AB , sed in AB eadem est celeritas totius AB . Ergo et quæ minoris C .

Propositio 32

Altitudines perpendiculares, ex quibus labendo acquiruntur sunt gravium celeritates, sunt duplicata ratione celeritatum.
 20 ritatum.

Hoc demonstravit Galilæus certa assumpta lege accelerationis uniformis, ut scilicet incrementa velocitatum sint æqualibus temporibus æqualia. Nos rem independenter ab ea hypothesi demonstramus ex inventa potentiæ motricis absolutæ mensura capite peculiari exposita. Nam potentiæ mobilium
 25 seu ponderum æqualium, in motu positorum sunt ut quadrata celeritatum (per propositionem 4. capitis de potentia motrice absoluta). Vicissim potentiæ eadem sunt ut potentiæ effectuum integrorum (per propositionem 11 hic). Effectus autem integer ponderis, vi velocitatis suæ ascendentis est ut altitudo perpendicularis (per propositionem 14 hic.) Et proinde potentiæ
 30 corporum pondere æqualium et celeritatibus præditorum sunt ut altitudines ad quas vi earum celeritatum æqualia pondera attolli possunt; Ergo et altitudines sunt ut quadrata celeritatum per quas effici possunt. Sed eadem

1 interim (1) ponunt *del.* (2) supponunt *add.* L 3 ponderis magni *add.* L 3 notabilis (1) aut vis *del.* (2) aut impressus *add.* L 8-9 ponderum *add.* L 10 duo, (1) graves *corr.* AB *corr.* | & C *del.* (2) graves AB , | et ... C *add.* | L 28 ponderis, (1) & *del.* (2) vi *add.* L

21 Galilæus *vide*: G. Galilei, *Dialogo ... sopra i due massimi sistemi del mondo*, Firenze: G.B. Landini 1632, Giornata seconda; EN VII, 248, 253-256.

sunt celeritates per quas in horizonte existentes effici possunt elevationes supra horizontem, et quæ corporibus inde in horizontem descendentibus rursus acquiruntur. Sic cum pondus A [Fig. 103] in plano horizontali certa celeritate ${}_1A{}_2A$ datum ejusque vi, impetu sursum converso ascendens ad ${}_3A$, indeque rursus descendens ad ${}_2A$ priorem celeritatem, quam in ${}_2A$ habue-
 rat, recuperet (alioqui status in ${}_2A$ prior et posterior essent inæquales, causa
 [329] plena et effectus integer, quod est absurdum. Integer inquam effectus, subintelligitur enim a medio aut plano inclinato in quo grave ascendit descenditque, nihil prorsus de impetu absorberi); Itaque celeritates descensu quæsitæ a gravibus æqualibus sunt ut quadrata altitudinum; manifestum autem
 10 est eandem celeritatem acquiri ex eadem altitudine, quæcunque sit corporis magnitudo (per propositionem 31. hic). Itaque generaliter celeritates descendendo quæsitæ sunt ut altitudinum quadrata.

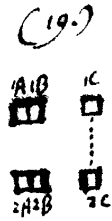


Figura 102 [(19.)]

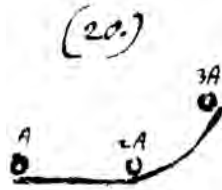


Figura 103 [(20.)]

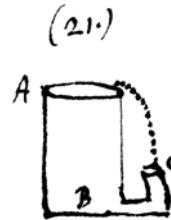


Figura 104 [(21.)]

Hinc vicissim demonstratio Galilæi valet ad nostras demonstrationes de æstimatione potentiæ confirmandas argumento a posteriori; ex nostra au-
 tem demonstratione sequitur Galilæi hypothesis, postquam enim hoc loco ostendimus altitudines esse ut quadrata celeritatum, sequitur incrementa
 altitudinum esse in ratione composita ex ratione celeritatum et ratione incrementorum celeritatis; sed incrementa longitudinum in omni motu sunt
 in ratione composita celeritatum et incrementorum temporis (per propo-
 sitionem 8. capitis de velocitate in universum). Ergo incrementa temporis
 [330] sunt ut incrementa celeritatum, adeoque tempora ut celeritates, seu æqualibus temporibus æquales celeritates a gravibus acquiruntur. Calculus noster talis est, sit altitudo A , celeritas C tempus T . A est ut CC (ut hic demonstravimus). Ergo dA ut CdC (ex nostra analysi infinitorum alibi publicata).
 25

16 demonstratione | tota del. | L₂ 16 hypothesis |, add. | L₂ 20-21 (per ... universum) add. L 22 celeritates |, add. | L 24-25 demonstravimus). (1) Ergo ΔA ut $C\Delta C$ del. (2) Ergo ... CdC add. L

25 (ex ... publicata) vide Leibniz, *Nova methodus pro maximis et minimis...*, «Acta eruditorum», 1684.

Sed $d\bar{A}$ ut $Cd\bar{T}$ (per nostras de velocitate in genere demonstrationes). Ergo $d\bar{C}$ ut $d\bar{T}$ ac proinde (per eandem analysin infinitorum) etiam C ut T quod speciminis loco annotasse non abs re fuit. Atque ita tandem scientia motus gravium ab hypothesi liberata est. Illud vero præsupponatur gravia
 5 plus vel minus a centro terræ distantia, eandem vim descendendi habere vel saltem errorem in casibus de quibus agitur non esse consideratione dignum[;] id enim supponit propositio 14.

Propositio 33

Gravia easdem acquirunt celeritates, si ex eadem altitudine perpendiculari descendant quacunque licet via perpendiculari vel inclinata.

Ejusdem enim causæ, gravis scilicet ad determinatam altitudinem super horizontem elevati, æquales inter se sunt effectus integri. Cum ambo sint æquales ipsi causæ communi. Effectus autem integer gravis supra horizontem elevati est status velocitatis quam habet, ubi labendo horizontem attingit. Tunc enim omnem cadendi ulterius facultatem consummis-
 15 se, et vim elevationis seu status pristini in vim acquisiti status novi nempe impetus concepti, convertisse manifestum est; cum nihil aliud egisse supponatur. Idem ex præcedenti patet. Cum enim altitudines generaliter
 20 sint ut quadrata celeritatum, ideo æqualibus altitudinibus æquales erunt celeritates.

Hujus propositionis demonstrationem Galilæus in scientia nova de motu non dederat, supplementum tamen affectum inter posthuma repertum est. Ex nostris principiis res primo obtutu constat.

25

Propositio 34

Celeritates quibus aqua erumpit in jactibus, sunt in subduplicata ratione altitudinum aquæ incumbentis, seu ut celeritates quas ex iis altitudinibus cadendo acquisivissent.

577.25-578.1 publicata) *add.* L (1) Sed ΔA ut $C\Delta T$ *del.* L 1-2 Ergo (1) ΔC ut ΔT *del.* (2) $d\bar{C}$ ut $d\bar{T}$ *add.* L 19 generaliter *add.* L 20 ideo *add.* L 20 altitudinibus (1) eodem *del.* (2) ideo *add.* L 23 dederat, (1) tentamentum *part. corr. et del.* (2) supplementi *corr.* (3) supplementum *add.* L 23 affectum *add.* L 26-27 sunt (1) ut quadrata *del.* (2) in ... ratione *add.* L

22-24 Galilæus *vide*: G. Galilei, *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, Leida: Elsevirii 1638; EN VIII; *Aggiunta postuma dell'autore*, in *Opere di Galileo Galilei*, Bologna: HH.[eredi] del Dozza 1656, II, 132-134; EN VIII, 214-219.

Ponatur lumen C tubi AB [Fig. 104, p. 577] ita versum esse ut aqua jactus sursum tendat quasi intra tubum recasura. Itaque cum ferentibus ita constantiis effectus causam reproducere possit, (per propositionem 5 hic) sequitur præcise tantam esse aquæ erumpentis celeritatem, ut si ea pergeret, perveniret usque ad altitudinem tubi A , atque ita semper motum continua- 5 ret, alioqui enim effectus causæ æqualis non esset. Celeritates autem sunt in subduplicata ratione altitudinum ad quas attollere æqualia pondera possunt per propositionem 32. Sed hoc intelligitur si nihil obstaculis deteratur. Itaque reapse id assequi non licet, alioqui haberetur motus perpetuus non Physicus tantum, qualis iste est, sed et Mechanicus, in quo effectus excederet 10 causam, quia non tantum causam reproduceret, sed et aliquid præterea præstaret id scilicet quod obstacula sunt passa contra propositionem .3.

Propositio 35.

Nullum est Elastrum tam intensum, quin possit adhuc amplius intendi quantulacunque potentia viva. 15

Sit [Fig. 105, p. 580] elastrum tensum AB utcunque, ajo corporis C quantulacunque velocitate quantulacunque in CB incurrentis impetu, adhuc amplius tendi posse. Æquale est enim hoc elastrum ponderi alicui, si quod esset coercens (per propositionem 22). Sed pondus quantulumcunque vinci potest ab impetu quantulocunque (per propositionem 30). 20

Propositio 36.

Nulla chorda vel catena gravis in alio situ quam verticali perfecte in rectam extendi potest vi mortua; potest viva.

Sit chorda AB [Fig. 106, p. 580] tensa utcunque a pondere appenso quantum- 25 cunque; appendatur jam chordæ mediæ pondus quantumvis exiguum D ajo id nonnihil chordam inflectere. Nam cum triangulum rectangulum EDB possit esse tale, ut cathetus DE habeat rationem datam quamcunque ad differentiam inter basin, BD et hypothenusam BE , manifestum est posse esse talem, ut ratio ipsius DE ad hanc differentiam duplam sit major quam ratio 30 ponderis C ad pondusculum E , est autem differentia dupla æqualis ipsi CG ascensui ponderis C in casu chordæ inflexæ; et DE æqualis est descensui sui

1 lumen (1) tamen del. (2) lumen add. L 4 ea (1) continuaret del. (2) pergeret add. L 6-7 sunt (1) quadrata del. (2) in ... ratione add. L 14 quin | non del. | L 17 in add. L 18 alicubi corr. L 26 quantumvis add. L 26-27 ajo (1) in D del. (2) id add. L 27 rectangulum add. L 31 ipsi | G corr. | L

pondusculi; potest ergo effici ut descensus DE pondusculi D majorem habeat rationem ad CG ascensum ponderis C , quam pondus C ad pondus D , sed tunc descendet pondusculum D (per propositionem 15 hic) donec scilicet una ratio alteri (reciprocae) fiat æqualis (per propositionem 16). Quod
 5 autem efficit pondusculum D in chorda etiam pondere carente et perfecte antea tensa, id in chorda efficit ipsum chordæ pondus, unde chorda gravis a pondere quantocunque perfecte tendi nequit. Atque adeo nec ab ulla alia etiam vi mortua quæ scilicet ponderi est comparabilis. Impetus autem, seu vis viva id potest, cum infinitam habet rationem ad pondus. Unde pondus
 10 C , sublatum ad G , et inde rursus decidens tanta vi chordam AEB tendere potest ut non tantum ad lineam rectam ADB perveniat, sed etiam concep- [335]
 to impetu excurrat altius; tremore quodam qualis in chordis tensis notatur. Etsi status perfectæ in rectam extensionis non nisi momentaneus esse possit et in transitu contingat.

15

Definitio 6

IMPETUS vel QUANTITAS MOTUS est ut factum ex mole seu pondere in celeritatem.

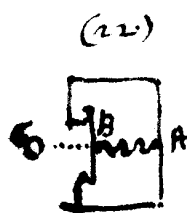


Figura 105 [(22.)]

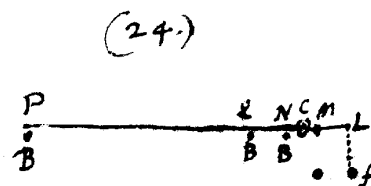


Figura 107 [(24.)]

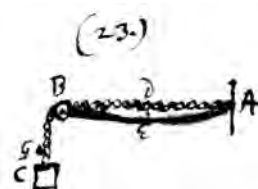


Figura 106 [(23.)]

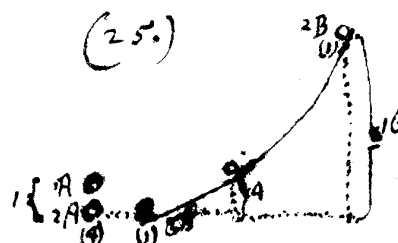


Figura 108 [(25.)]

I potest ergo (1) enim *del.* (2) ergo *add.* L 2 CG (1) descensum *del.* (2) ascensum *add.* L 9 id *add.* L 10 sublatum *add.* L in spatio a C relicto 10 inde (1) prorsus *del.* (2) rursus *add.* L 11 potest (1) et *del.* (2) ut *add.* L 11 ADB (1) pertendat *del.* (2) perveniat *add.* L

Ut si grave *A* trium librarum, habeat celeritatem duorum graduum et vicissim grave *B* duarum librarum habeat celeritatem trium graduum, dicentur habere eundem impetum seu eandem quantitatem motus. Licet eandem quantitatem actionis formalis durante eodem vel æquali tempore, adeoque eandem potentiam temporis initio non habeant ut jam ostendam. 5

Propositio 37.

Duæ inæquales materiæ quantitates, si eandem habeant potentiam absolutam, non habent eandem quantitatem motus; et contra.

Sit corpus *A* 3 librarum, et corpus *B* duarum librarum, et habeat *A* celeritatem ut 2 erit quantitas motus in *A* ut 6 seu 3 in 2 per præcedentem [336] quantitas vero potentiæ absolutæ in *A* erit 12 seu 3 in 4 quadratum de 2 (per propositionem 4. capitis de potentia absoluta motrice, adde et propositionem 32. hic). Si jam *B*. 2. eundem impetum habere debet seu eandem quantitatem motus quam *A* 3, hoc est quantitatem motus ut 6. utique *B* 2 accipiet celeritatem 3 sed ita habebit potentiam 2 in 9 seu 18. quod si *B* 2 eandem debet accipere potentiam quam *A* 3 nempe 12 accipere debebit *B* 2 velocitatem quæ sit ut radix quadrata de 6. sed tunc non habebit quantitatem motus quam *A* 3 nempe 6. cum quantitas motus ipsius *B* 2 futura tunc sit radix quadrata de 24. Et idem est in numeris aliis quibuscunque [337] inæqualibus ubi quadrata non possunt esse in ea ratione in qua sunt latera. 10 15 20

Propositio 38

Effici potest, ut corpus quodlibet datum datæ velocitatis transferat in aliud prius quiescens, totam suam potentiam vel partem ejus imperatam quantamvis. 25

Sit datum [Fig. 107] corpus *A* datæ velocitatis et aliud quiescens datum *B*, ajo effici posse, ut tota potentia ipsius *A* vel etiam pars ejus imperata transferatur in *B*. Sit libra rectilinea rigida carens mole (saltem consideratu digna) *BCL* quiescens *B*; ejus libræ centrum sit *C*, et ex *A* ad eam normalis *AL*, qua *A* incurrit in libram. Patet utique libram sic assumi posse, [337] ut *CL* sit ad *CB* in ratione data; vel etiam, si data sit positione libra, posse *B* atque *A* sic collocata supponi, ut ea ratio sit quæcunque desiderata; utroque corpore *A* et *B* existente ante libram, sed ad brachia contraria. Jam 30

1-2 vicissim (1) grave *B* habeat celeritatem duorum *del.* (2) grave ... trium *add.* L 4 durante *add.* L 4 vel æquali *add.* L 13 motrice). *corr.* L 13 adde (1) (per *del.* (2) et *add.* L 29 *BCL add.* L (1) *BCL del.* L 30 sic *add.* L

manente CL , si B tam prope accedere ponatur ad centrum C , ut in ipsum plane incidat, seu libram nonnisi in centro tangat, seu si brachium CL sit infinite majus, quam brachium CB , tunc nullo modo B impediet progressum ipsius A in momento incursus in L non magis quam si ipsum B tunc
5 prorsus abesset; et ita corpus A incidens in L perget trans L continuata, seu retenta sua qua advenerat celeritate. Contra, si infinita sit ratio brachii CB ad brachium CL sive scilicet brachio CL existente finito [338] brachium CB sit infinitum et corpus B infinite distare fingatur, sive (eadem proportionem) si brachio CB existente finito, brachium CL sit infinite
10 parvum, hoc est si A incurrat in ipsum centrum immobile rigidum; tunc perfecte resistetur ipsi A , ita ut tota vi qua venit reperiatur. Cum enim progredi possit, nec ratio sit cur in partem alterutram flectatur, nec vim possit in aliud transferre, ideo totam retinebit, et ea qua venit linea resiliet. Quod si rationes sint finitæ, et radio CL manente dato finito,
15 corpus B a centro C tantillum recedat ad N , tunc progressus ipsius A in L incurrentis, non prorsus quidem integer manebit, sed tamen nec prorsus sistetur, verum intermedium aliquid eveniet, ipsi casui B in centro existentis, seu perfecti progressus ipsius A quantum volumus vicinum, ut scilicet A incidente in L dum B quiescit in N pergat quidem A trans L , sed tardatum non nihil parte aliqua virium translata in B . Et nisi hoc fieret ab
20 uno extremo ad aliud transiretur non mutatione continua per variationes momentaneas inassignabiles, sed per saltum. Vicissim manente B in N vel ubicunque distantia BN existente finita tunc uti A incidens in centrum C [339] perfectam patiebatur reperiens, ita si A incidisset in distantia tantilla
25 a centro C verbi gratia M fuisset reperiens quidem sed tantillo minor. Idemque erit si sit CP ad CL datam, uti CN ad CM , ut scilicet A incidens in L reperiatur a B existente in P , etsi non perfecta rejectione seu ea vi qua venit, sed ita ut pars virium translata sit in corpus B . Habemus ergo duos status, Unum ut corpore A incidente in punctum
30 datum L , corpore autem B quiescente in puncto N satis vicino ad centrum C , pergat A trans L , parte tamen virum amissa; Alterum ut corpore A itidem incidente in idem punctum datum L B vero quiescente in puncto P satis remoto a centro C , reperiatur A parte iterum virum amissa. Ergo transeundo ab N versus P , manente L , necesse est dari punctum intermediae distantiae velut Q ubi posito B , desinat pergere A incidens in L et post
35 quod incipiat reflectere id est debet dari punctum Q tale, ut quiescente ibi
8 fingatur | . corr. | (1) vel del. (2) sive add. L 12 enim add. L 20-22 et ... saltum add. L 34 P, | continua immutatione add. et del. | L 34 est | transiri per omnia media, et add. et del. | L

[340] *B* ipsum *A* incidens in *L* nec pergat, nec reflectatur, sed precise sistatur sive ad quietem redigatur, atque ideo totam suam potentiam transferat in corpus antea quiescens *B*, quod desiderabatur. Manifestum est autem eadem methodo ostendi nullum medium assignari posse inter perfectum progressum et perfectam repercussionem, quod non assignato 5 certo loco ipsius *B* obtineri debeat, manente licet semper incursu eodem ipsius *A* in idem punctum *L*. Et proinde effici potest ut *A* pergat vel reflectatur, parte virium quacunque retenta, atque adeo parte imperata virium in *B* antea quiescens translata. Quod itidem desiderabatur. Quod autem pars virium ab *A* amissa transferatur in *B* ex eo constat, quod effectus alioqui seu status sequens, foret minor causa seu statu præcedente, quoniam subintelligimus libram esse perfecte rigidam, et mole carentem instar lineæ indivisibilis; vel saltem molem ejus tantam non esse, ut veniat in considerationem; adeoque nullam vim (consideratione dignam saltem) [341] in se recipere vel absorbere, atque adeo omnem ipsius *A* actionem, quæ effectum aliquem potentia præditum producat, pervenire in *B*. itaque cum effectus integer sit causæ æqualis, et pars proinde virium ab *A* amissa utique alicubi esse debeat, erit in *B* translata. 15

Cæterum ut situs ipsius *B* determinetur præcise in quo datam virium portionem accipiat aliis prædemonstratis opus est, quæ non sunt hujus tractionis; sequentem tamen propositionem subjicere placet, quippe iis non indigentem. 20

Propositio 39

Si corpus in libræ rigidæ rectilineæ, mole (considerabili) carentis brachium incurrat et ante brachium oppositum reperiatur quiescens aliud corpus, priori proinde [non] obstans; sitque distantia a centro quiescentis æqualis distantia incurrentis, incurrens autem pergat post incursum; tunc velocitas quam accipit quiescens non potest esse minor velocitate quam retinet incurrens. Quod si distantia quiescentis sit major, etiam velocitas quam accipit quiescens necessario major est illa qua pergit incurrens. 30

[342] Nam (eadem retenta figura) *A* incidente in *L* et trans *L* pergente atque adeo brachium *CQ* pellente in contrariam partem patet corpus *B* non posse tardius incipere moveri quam punctum *Q* immediate tangens et insequens. Jam si æqualia sunt brachia *CQ* et *CL* utique æqualis est velocitas puncto-

27 non omittit *C* add. ed. 37 brachia | *CN* del. | *L*

rum Q et L , puncti autem L velocitas eadem est quæ incurrentis corporis A , itaque B non potest tardius moveri quam pergit A , sed movetur celeritate maiore aut saltem æquali. Quod si corpus B sit in loco P ita ut radius CP sit major quam CL multo magis verum erit, imo velocius B movebitur quam
 5 pergit A . Nam B non movetur tardius quam P sed P velocius quam Q idest L vel A . Ergo et B velocius movetur quam pergit A .

Propositio 40

Non eadem in corporibus in se invicem agentibus conservanda est quantitas motus sed eadem quantitas potentiae absolutæ, alioqui daretur motus perpetuus Mechanicus.
 10

Nempe ostensum est supra (propositionibus 7 et 8) eandem conservari quantitatem potentiae sed hæc differt a quantitate motus (per propositionem 37) nec semper utraque simul conservari potest. Sed idem sic apparebit
 15 distinctius.

Sit [Fig. 108, p. 580] corpus A quatuor librarum descendens ex altitudine unius pedis et acquirens celeritatem unius gradus; ubi pervenit in horizontem. Ponatur jam totam ejus potentiam absolutam transferri debere in corpus B unius libræ, ita ut quiescat corpus A solius autem corporis B motus supersit (quod fieri posse ostensum est propositione 38. hic) quæritur
 20 quantam velocitatem accipere debeat corpus B , ajo si $B.1.$ accipit eandem quantitatem motus quam habuit A 4, haberi motum perpetuum seu excessum effectus supra causam, sin vero accipiat eandem quam A habuit potentiam absolutam, ut a nobis æstimatur, effectum fore causæ æqualem.
 25 Nam si corporis A librarum 4 celeritatem habentis gradus unius quantitas motus 4 (per definitionem 6.) transferri debet in corpus B libræ unius ita ut $B.1.$ accipiat eandem quantitatem motus 4, debet accipere celeritatem graduum 4 (per dictam definitionem 6) sed si descendendo ex altitudine ${}_1A_2A$ seu unius pedis quæsita ipsius A 4 celeritas est gradus unius, utique $B.1.$
 30 habens celeritatem 4uor graduum ascendere poterit ad altitudinem pedum 16 (si scilicet ope penduli vel plani inclinati vim suam ad ascendendum convertat) per demonstrata a Galilæo vel per nostram propositionem 32 hic. Sed sola potentia $A.4.$ librarum ex uno pede descendentium attolle-

12 (1) Nam ut *corr.* (2) Nempe L 14 potest (1) quod *del.* (2) . Sed idem *add.* L 16
 A (1) 4uor *del.* (2) quatuor *add.* L 23 quam A habuit *add.* L 24-25 æqualem. (1)
 || Nam si *del.* (2) Nam si *add.* L 25 unius *add.* C 26-27 ita ... 4, *add.* L 28
 altitudine (1) ${}_1A_1B$ *del.* (2) ${}_1A_2A$ *add.* L 33 potentia | $A.$ *add.* | 4 *corr.* | L

re unam libram *B* ad 16 pedes vel 4 libras ad 4 pedes (quod eodem redit) est effectum efficere quadruplum causæ, cum ejusdem potentiæ sit attollere 4 libras ad unum pedem et attollere unam libram ad 4 pedes. Itaque habetur motus perpetuus. Qui quomodo inde machinamento facili deduci possit ostendimus in Specimine demonstrationum de Lege naturæ circa 5 corporum potentiam initio totius hujus tractationis posito, quanquam intelligentibus rerum Mechanicarum per se sit manifestum. Itaque si potentia corporis *A* 4 librarum descendens ex altitudine pedis unius transferri debet
 [345] in corpus *B* unius libræ; hoc debet accipere celeritatem ut 2; ita enim attollere poterit unam libram corpus scilicet proprium ad altitudinem 4 pedum 10 et effectus erit æqualis causæ. Cum enim causa fuerit Thema, seu status, quatuor librarum elevatarum ad altitudinem unius pedis; Effectus integer primus seu immediatus, fuerit celeritas unius gradus in 4 libris. Effectus integer secundus seu mediatas, celeritas 2 graduum in una libra; Effectus integer tertius sit Thema seu status unius libræ elevata ad altitudinem 4 15 pedum; ita Thema primum et ultimum æquivalentur[:] nam eadem potentia est 4 librarum elevatarum ad unum pedem, et unius elevata ad 4 pedes (ex concessis et per propositionem 16. hic) dando scilicet ipsi *B*.1. celeritatem 2 potentia ejus absoluta erit 4 (per propositionem 4 capitis de potentia absoluta) eadem quæ ipsius *A* 4 habentis celeritatem .1. itaque cum 20 eadem potentia conservanda est, non quantitas motus (ne excessus virium seu motus perpetuus oriatur) sed talis quantitas potentiæ absolutæ qualem explicuimus conservari debet.

[346] Ostendemus autem suo loco etsi in natura non maneat eadem quantitas motus, manere tamen eandem in summa quantitatem nisus, seu 25 conatus ad certam directionem sive vim directricem.

Definitio 7

VIS RESPECTIVA est, qua duo corpora in se invicem agunt; et cum duo mobilia concurrentia se mutuo sistunt, æqualem vim respectivam habere dicentur, poterit etiam dici 30 vis ICTUS sive PERCUSSIONIS.

1 *B* add. L 2, cum add. L 5-6 ostendimus (1) in appendice ad caput de motu absoluto del. (2) in ... posito add. L 10-11 pedum (1) Et del. (2) et add. L 11 enim add. L 11 status |, add. | L 13 fuerit add. L 14 mediatas |, add. | L 15 sit add. L 16 ita ... nam add. L 16 eadem | autem del. | L 16-17 potentia (1) sit del. (2) est add. L 18 concessis corr. L 18 et add. L 18 dando (1) autem del. (2) scilicet add. L 22 talis add. L 28-29 agunt; (1) et si duo del. (2) et ... duo add. L

Suo autem loco ostendetur eandem esse vim ictus, sive A incurrat in corpus quiescens B sive idem B eadem celeritate incurrat in A quiescens; imo quaecunque fiat hypothesis distribuendi motus, modo eadem maneat celeritas appropinquationum seu respectiva.

5

Propositio 41.

Si duo mobilia æquali quantitate motus directe seu perfecte concurrant, eandem habebunt vim respectivam, seu mutuo sistent progressum.

Sit mobile DE duarum si placet librarum incurrens in A velocitate AH ,
 10 unius gradus; et mobile aliud FG unius libræ incurrens in B velocitate FL [347]
 duorum graduum [Fig. 109]. Ponantur autem A et B esse extremitates libræ
 rectilinea ACB æqualium brachiorum AC et BC , et intelligantur mobilia
 ascendere impetu concepto graduum dictorum, seu ex inferiore loco ve-
 nientia in libram ut diximus impingere. Ajo se mutuo sistere debere, posito
 15 libram rigidam sive inflexilem esse, nec ipsius molem considerari. Nam in
 uno DE_2 est potentia intra tempus elementare seu indefinite parvum attol-
 lendi suum pondus 2 ad altitudinem AH etiam indefinite parvam; qua sit
 ut 1. Erit in altero FG .1. potentia intra idem tempus elementare, seu indefi-
 nite parvum attollendi suum pondus 1. ad altitudinem BL prioris duplam,
 20 ob duplam celeritatem. Ejusdem autem est potentiæ attollere pondus DE .2
 ad altitudinem AH ut 1, et attollere pondus FG , 1 ad altitudinem BL ut 2,
 et in casu concursus actio momentanea æstimanda est, intra tempus scili-
 cet indefinite parvum. Itaque respectivæ æquivalent corpora DE et FG suis
 in se mutuo agendi viribus, et proinde se mutuo sistent. Nihil autem inte-
 25 rest utrum corpora duo, sibi mutuo occurrant interventu libræ brachiorum [348]
 æqualium an vero immediate. Cum utrobique æqualiter in se invicem totis
 viribus agant, itaque si corpus DE [Fig. 110] librarum 2 celeritate $_1E_2E$ ut 1 et
 corpus FG libræ unius celeritate $_1F_2F$ ut 2 directe seu perfecte concurrant,
 alterum alterius progressum mutuo sistet.

30 Habeo alias hujus propositionis demonstrationes, sed quædam præde-
 monstranda requirentes, quæ commodius in separatam tractationem diffe-
 remus. Interim hoc loco discimus ex ipsa æstimatione potentiæ absolutæ,

1 sive (1) ajo del. (2) A add. | incurram corr. | L 2 B add. L 2 B add. L 2 in A (1)
 me del. (2) in add. L 2 quiescentem corr. L 4 seu respectiva add. L 9 velocitate (1)
 AH del. (2) AH , add. L 14 debere |, add. | L 15 nec ... considerari add. L 16
 seu ... parvum add. L 18-19 infinite corr. L 27 agant |. corr. | ergo del. | L 28-29
 concurrant |, add. | alterius corr. | L 29 progressum (1) sistet add. et del. (2) mutuo
 sistet add. L 32 loco |. Discimus corr. | L

quomodo etiam æstimanda sit potentia respectiva, etsi hæ duæ potentia a se invicem differant, ut patet ex sequenti. Atque ita uni eidemque principio æstimandi potentias per comparisonem causæ et effectus omnia nostra innituntur. Cæterum hanc propositionem quidam sine demonstratione assumunt, alii ex falso principio demonstrare voluere quasi 5 ejusdem esset potentia corpus 2 habere velocitatem 1 et corpus 1 habere velocitatem 2 quod falsum esse ostendimus. Sed in casu æquilibrii, itemque et potentia respectiva, ratiocinatio eorum per accidens succedit, quia tunc
 [349] coincidit consideratio altitudinis (quippe momentanea) seu tempore elementari obtinenda, et celeritatis idque ipsum deceptit plerosque, ut pro indubitato haberent idem esse quantitatem potentia, absolutæ scilicet, (quæ nempe in corporibus semper in summa conservari debet) et quantitatem motus. Unde illa celebris apud quosdam Lex naturæ, quod eadem in universo servetur quantitas motus sive impetus, quam falsam evicimus, meliorem et nunquam decepturam substituentes, quod eadem quantitas potentia absoluta seu summa factorum ex ponderibus in altitudines 15 ad quas vi suarum potentiarum attolli possunt, atque adeo quantitas effectus integri causæ æqualis, in natura conservetur.

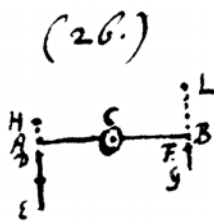


Figura 109 [26.]

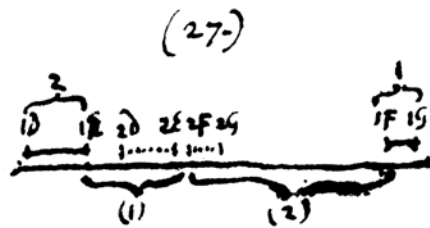


Figura 110 [27.]

Propositio 42.

Si duo corpora inæqualia eandem habeant vim respectivam, seu perfecto concursu se mutuo sistant, non poterunt eandem habere potentiam absolutam, seu idem pondus ad eandem altitudinem attollere, Et vice versa. 20

1 hæ ... potentia add. L 2-4 Atque ... innituntur add. L 14 quantitas (1) materiae del. (2) motus add. L 14 impetus |, add. | L 16 absoluta add. L 16 in add. L 16 altitudinum corr. L 17 ad | quam corr. | L 17 possunt |, add. | L 17-18 atque ... conservetur sublineat L

Nam si sese mutuo sistant, eandem habent quantitatem motus (per pro-
 positionem præcedentem) sed in æqualia corpora eandem habentia quanti-
 tatem motus non habent eandem quantitatem potentiæ absolutæ (per pro-
 positionem 34.) Eadem argumentatio est pro conversa. Si exempli gratia
 5 sint duo corpora, *A* librarum trium velocitatis .1, et *B* libræ unius veloci-
 tatis 3, possunt sese sistere mutuo (per 41 præcedentem) sed cum *A* possit
 vi suæ celeritatis tantum attollere libras tres ad altitudinem unius pedis,
 poterit *B* vi suæ velocitatis attollere libram .1. a pedes .9. vel libras novem
 ad pedem unum. Itaque different *A* et *B* potentia absoluta, seu quantita-
 10 te effectus integri potentia præditi; quem producere vi suarum celeritatum
 possunt etsi eadem in se mutuo potentia respectiva agant. Quarum rerum
 naturæ et discrimina huc usque minus distincte cognoscebantur. Atque
 ita fontes Scientiæ Dynamicæ de natura potentiæ et actionis
 hætenus non satis exploratos aperuisse mihi videor, sublatis ambiguitati-
 15 bus et simplicissimo generalissimoque principio æqualitatis inter causam et
 effectum constituto unde alia porro naturæ admiranda peculiari tractatione
 deducemus.

4 34. (1) || Eadem argumentatio et viceversa succedit *del.* (2) eadem ... conversa *add.*
 L 4 exempli gratia *add.* L 6 41 *add.* L 11-12 etsi ... cognoscebantur *add.* L 11
 mutuo | agant *del.* | L 11 agant *add.* L 12 discrimina | hætenus non satis fuerant
 considerata *del.* | L

INTRODUCTION

Ce Volume II présente le dernier état connu de la copie du traité des *Dynamica* réalisée par Rudolf von Bodenhausen en vue de l'édition à laquelle Leibniz a finalement renoncé. Mais il vise aussi à reconstituer de la façon la plus plausible ce qu'aurait été la publication complète selon les dispositions prises par Leibniz. Nous les connaissons pour l'essentiel par sa correspondance échangée avec Bodenhausen et par un brouillon de plan. Elles concernent principalement le plan général de l'œuvre (*Conspectus operis*), l'ajout d'un mélange de pièces diverses en appendices (*Miscellanea*) et l'insertion dans le traité d'une version revue et corrigée du premier article où Leibniz avait présenté les règles du calcul différentiel (*Nova Methodus pro Maximis et Minimis*, 1684). Notre principe d'édition consiste dans la mise en œuvre de ces dispositions, en cherchant à réaliser au plus près le projet de Leibniz, autant que les sources le permettent.

La seule édition des *Dynamica* dont nous disposons à ce jour est celle de C.I. Gerhardt, au Tome 6 des *Mathematische Schriften*, paru en 1860 (GM 6, pp. 281 à 514). À son habitude, Gerhardt n'a pas rendu compte de ses propres principes d'éditeur. Nous reconnaissons sans peine qu'il a reproduit la copie parfaitement lisible de Bodenhausen (LH 35, 11, 18C), en mentionnant dans de rares notes de bas de page soit une modification apportée par Leibniz, soit des morceaux empruntés à des états antérieurs des manuscrits, désignés sans plus de précision comme « l'original » (pp. 293, 320, 334, 349). Cependant, Bodenhausen, comme on verra, n'avait pas eu le temps d'intégrer à sa copie le dernier état du plan d'ensemble que Leibniz lui avait transmis. Gerhardt s'est chargé de le faire, à juste titre d'ailleurs, mais sans signaler son intervention d'éditeur. Telle quelle, cette édition, comme tout le reste du travail solitaire immense de Gerhardt, a fourni depuis plus de cent-soixante ans un instrument de travail indispensable et pour l'essentiel un texte fiable.

L'histoire de l'édition du corpus leibnizien a cependant conduit à ce que la façon de faire de Gerhardt ne corresponde plus à l'état de nos connaissances et aux attentes qui en résultent. De là les caractéristiques du présent travail.

I. Le *Conspectus operis*

La correspondance avec Bodenhause n nous informe des envois par Leibniz de pièces destinées à ce qui est nommé « notre dynamique [*unsere dynamica*] » (A III, 4, 436), et de la manière dont Bodenhause n reçoit ces fragments, les recopie, les assemble et parfois en discute telle difficulté ou même corrige des fautes.

Dans la lettre que Leibniz, sur son départ d'Italie, a adressée à Bodenhause n de Venise le 18 mars 1690, il annonce d'emblée à son assistant : « Je pense que l'on peut diviser tout l'ouvrage en deux parties, contenant d'une part les Dynamiques simples ou abstraites des choses et d'autre part les Dynamiques concrètes, qui concernent ce qui arrive dans le système des choses » (A III, 4, 483).

C'est là une innovation majeure, car le plan antérieur ne faisait pas mention de cette division en deux parties. Voici la nomenclature des pièces qui nous éclaire nt à ce sujet :

*COp*¹ LH 35, 11, 18C, f. 24 ;

*COp*² LH 35, 11, 18A, p. 241 ;

*COp*³ LH 35, 11, 18A, p. 239 ;

*COp*⁴ A III, 4, 483-4 et LH 35, 11, 18 C, f. 1 et f. 27¹.

Les trois premiers documents permettent d'identifier un plan primitif commun, avec des variantes de formulation secondaires. Ce plan est constitué d'une suite de sept Sections, précédées d'un *Échantillon préliminaire* :

- Section 1, *de la quantité de matière et de l'estimation en général* (avec 3 chapitres).
- Section 2, *du mouvement et de la vitesse* (5 chapitres auxquels *COp*² et *COp*³ proposent l'ajout d'un sixième *sur le mouvement accéléré et retardé*).
- Section 3, *de l'action et de la puissance* (2 chapitres).
- Section 4, *de la cause et de l'effet actifs*.
- Section 5, *du centre de gravité et de la direction du mouvement*.
- Section 6, *du concours des corps*.
- Section 7, tantôt *mélanges pour l'application de ce qui précède* (*COp*¹ et *COp*³) tantôt *de l'application des lois à la résistance des solides et fluides, aux mouvement célestes, etc.* (*COp*²).

¹ Lettre de Leibniz du 18 mars 1690 et copies par Bodenhause n, le f. 27 étant relu et corrigé par Leibniz qui ajoute à ce moment-là le titre de *Conspectus operis*.

*COp*³ présente une importance particulière car c'est sur ce feuillet extrêmement surchargé, qui témoigne d'une sorte d'effervescence intellectuelle, que Leibniz a introduit les modifications décisives qui préparent le plan substitué. D'abord est mentionné, après le chapitre 3 (*De ductibus*) de la Section 1, un appendice sur le « calcul des accroissements » (*calculus incrementalis*), autre nom du calcul différentiel, point sur lequel nous reviendrons ci-dessous. Mais le plus important ici est la remarque faite en marge visant à introduire après la Section 3 de nouvelles Sections non encore mentionnées, et qui peuvent apparaître comme une excroissance du sixième chapitre annoncé de la Section 2 *sur le mouvement accéléré et retardé*. Leibniz observe qu'« outre le mouvement selon les raisons », il faut prendre « considération de la cause ». Ce qui conduit à une division en deux parties, la première comportant une Section 1, *du mouvement difforme* (3 chapitres) et une Section 2, *phorométrie* (4 chapitres). La deuxième Partie reprendrait comme Sections 1, 2 et 3, les mêmes précédentes Sections 4, 5 et 6, suivies d'une Section 4, désormais désignée comme *de l'application des forces ou des machines*.

Deux autres *marginalia* font plus qu'esquisser ce qui sera l'innovation majeure de *COp*⁴. Leibniz pose d'abord une division en « trois parties de la dynamique » (au féminin) : « 1. Dynamique simple ou abstraite des choses. 2. Dynamique concrète composée. 3. Différents sujets de dynamique [*Varia dynamica*] ». Une répétition précise davantage la distinction principale :

Partie 1. Des dynamiques simples ou abstraites du système des choses comme de la cause du mouvement.

Partie 2. Des dynamiques concrètes où les corps sont conçus comme entraînés dans le système commun.

C'est bien là le principe architectonique où Leibniz prend conscience d'une distinction qui restait implicite dans l'état de sa rédaction : autre chose est de considérer les « raisons » du mouvement dans un système abstrait de concepts métriques, où il est fait abstraction de l'ordre physique du « système » et en particulier des propriétés de gravité et d'élasticité que y affectent les corps, autre chose est de rendre intelligible ce système à partir de la cause du mouvement qui s'y exerce. Pour illustrer ici d'un seul exemple la portée de cette distinction, on relèvera que la première Partie abstraite construit *a priori* le nouveau concept dynamique de l'action (*mve* ou mv^2t) et en déduit la « démonstration *a priori* de la puissance absolue » (mv^2), et ce, sans aucune application de ces concepts au monde des phénomènes ; mais c'est seulement la seconde Partie concrète qui formule et démontre

les principes de conservation dans l'univers de la somme des actions dans des temps égaux et de la somme des puissances. Le plan envoyé le 18 mars 1690 (*COP⁴*) à Bodenhause n'intègre donc cette distinction fondamentale, l'ajout des nouvelles *Sections* 4 et 5 de la *Première Partie*, et le renvoi des anciennes *Sections* 4, 5, 6 et 7 comme *Sections* 1, 2, 3 et 4 la *Deuxième Partie*. Ce n'est pas ici le lieu d'insister sur la portée épistémologique considérable de cette répartition duale et sur les problèmes d'interprétation que pose, dix-huit ans après les deux théories du mouvement de 1671, la reprise de la distinction de l'abstrait et du concret dans un nouveau cadre conceptuel².

Le Tableau de la page suivante permet de synthétiser la comparaison des deux états du plan d'ensemble.

Bodenhause n'a accusé réception le 25 mars 1690 de la nouvelle division de l'ouvrage (A III, 4, 489). Il l'a approuvée tout en faisant valoir sa perplexité quant à la suite de son travail : il avait déjà mis en forme les six *Sections* dont il disposait, en suivant leur numérotation et celle de leurs chapitres, soigneusement reproduites en haut de chaque page ; il avait numéroté toutes les figures, et sa copie était en l'état utilisable pour l'imprimeur. Leibniz le plaçait devant une situation nouvelle où sa bonne volonté était fortement sollicitée.

De fait, Bodenhause n'a pris copie, et même deux fois, du passage de la lettre de Leibniz exposant le nouveau plan d'ensemble. Sans intégrer à sa copie la division des deux Parties, il a mis au propre les deux nouvelles *Sections* 4 et 5, mais en n'indiquant ni leurs nombres ni leurs titres, et en mentionnant seulement les titres des chapitres sans non plus les numéroter. Ces feuillets sont aujourd'hui, dans le dossier des archives de Hanovre, insérés à leur place, après la *Section* 3 (ff. 92-142), suivis des anciennes *Sections* 4, 5 et 6, avec leurs titres et leurs numéros inchangés.

Il y a lieu de supposer que Leibniz accordait une valeur définitive à ce dispositif du *Conspectus operis*. Gerhardt a eu raison de l'incorporer à son édition. Elle est en effet déterminante de la compréhension de l'ouvrage dans son ensemble, et de la dimension théorique que Leibniz a voulu lui donner. Notre principe d'édition nous conduit aussi à intégrer à la reproduction de la copie de Bodenhause n les annonces des deux Parties, ainsi que les nouveaux numéros des *Sections* et de leurs chapitres ; mais à la différence de Gerhardt, nous signalons expressément qu'il s'agit d'interventions des éditeurs.

² Cf. Vol. I, Introduction, et Michel Fichant, *Les dualités de la dynamique leibnizienne*, « Lexicon Philosophicum », 4, 2016, pp. 11-41.

Plan d'ensemble: comparaison des deux états

<i>COp¹, COp², COp³</i> Noyau commun primitif	<i>COp⁴</i> Plan définitif.
Specimen praeliminare	
Seçt. 1. De quantitate Materiæ et de æstimatione [duçtibus] in universum Cap. 1. De rerum æstimatione Cap. 2. De quantitate materiæ Cap. 3. De duçtibus seu de æstimationum compositione [COp ³] Append. De calculo incremental Seçt. 2. De Motu et velocitate Cap. 1. De Motu Cap. 2. De Motu uniformi Cap. 3. De velocitate in motu æquidistributo Cap. 4. De motu simul æquidistributo et uniformi Cap. 5. De Motu simplice (add. Cap. 6. De motu accelerato et retardato)* Seçt. 3. De Açtione et potentia Cap. 1. De Effeçtu et Açtione formali Cap. 2. De potentia motrice absoluta * <i>[Ce chapitre prévu s'étend en deux nouvelles sections, d'abord mentionnées sur COp³, au titre des causæ motus :]</i>	Pars I. Dynamica simplicia Seçtio I. De quantitate materiæ et de æstimatione in universum Seçt. II. De motu et velocitate Seçt. III. De Açtione et Potentia Seçt. IV. de Velocitate difformi Cap I. De traçtu seu spatio per motum absoluto Cap 2. De velocitate in universum Cap 3. De gradibus velocitatis in motu varie difformi Seçt. V. Phorometrica difformium Cap 1. De quantitate motu seu impetu Cap 2. De quantitate translationis seu effeçtu motus formali Cap. 3. Conspectus phorometricus Cap 4. Specimen Calculi Analytici pro Phorometria dynamica. Pars II. Dynamica concreta Seçtio I. De Causa et effeçtu açtivist Seçt. II. De Centro gravitatis et directione motus Seçt. III. De Concursu corporum Cui fortasse adhuc addam Seçt. IV. de applicatione virium seu de Machinis
Seçt. 4. De Causa et Effeçtu Açtivist Seçt. 5. De centro gravitatis et directione motus Cap. 1. De centro gravitatis ... Cap. 2. De Motus directione et figura Seçt. 6. De concursu corporum Addenda forte Seçtio ... de machinis Seçtio 7. De applicatione legum ad resistentias solidorum et fluidorum, motus cœlestes, etc. [COp ²] Miscellanea ad usum præcedentium spectantia [COp ¹ , COp ³] COp ³ Post sectionem de concursu corporum ... Seçtio de Resistentia Firmi et Fluidi (ubi mea specimina Seçtio de Physica motuum Compositione (ubi mea Tentamina Astronomica ... Hic de motu terræ. Seçtio de elastico. Soni propagatio. Addenda esset seçtio phorographica.	

II. Mélanges dynamiques (*Miscellanea* ou *Varia dynamica*)

Le même f. 239 du dossier 18A annonce, après la Section encore numérotée 6 sur le choc des corps, une Section 7 contenant des « Mélanges » (*Miscellanea*) relatifs à l'application de ce qui précède. Suit une autre formulation qui précise ce qui pourrait être placé après la Section sur le choc : une Section sur la résistance des solides et des fluides, dont Leibniz précise que s'y trouveraient ses « échantillons » (*specimina*), – puis une autre Section sur la composition physique des mouvements, où figureraient ses « essais astronomiques » (*tentamina astronomica*), et il serait aussi question « ici du mouvement de la Terre ». Interviendrait ensuite une Section sur l'élasticité et sur la propagation du son, « à quelle vitesse ». Enfin serait à ajouter une « section phorographique ».

En quittant Florence le 22 décembre, Leibniz avait déjà engagé le Baron von Bodenhause à mettre au net ses manuscrits des *Dynamica* en vue de la publication. Bodenhause y a travaillé tous les jours, voire jour et nuit (lettre du 21 janvier 1690, A III, 4, 436). Le 21 janvier 1690, il annonce à Leibniz avoir recopié tous les *Miscellanea* de la 7^e Section « à partir des imprimés » (448) ; et le 4 mars, il s'interroge sur l'ordre dans lequel doivent être rangés les « traités qui appartiennent aux *Miscellanea* » (471).

De quels pièces imprimées s'agit-il ? La référence de Leibniz à ses « échantillons » et ses « essais » permet d'identifier sans aucun doute deux articles récemment publiés dans les « *Acta eruditorum* » de Leipzig, le *Schediasma de Resistentia Medii* (janvier 1689) et le *Tentamen de motuum caelestium causis* (février 1689).

Par ailleurs, la question du mouvement de la Terre, qui se rattache à celle des mouvements célestes, a fait l'objet d'un mémoire de Leibniz rédigé à Rome en 1689 avec pour intention de lever les censures de l'Église qui frappaient encore le système de Copernic. S'agissant de l'élasticité et de la propagation du son, nous ne pouvons pas décider avec certitude si Leibniz comptait puiser dans ses brouillons une étude à réviser pour la publication ou s'il se proposait de rédiger à cette fin de nouveaux textes. Quant à la Section phorographique, nous ne sommes pas en mesure d'identifier plus précisément ce que Leibniz souhait y mettre.

Ces différents degrés d'assurance nous conduisent à regrouper dans une section d'*Addenda* les textes déjà publiés par Leibniz et dont nous sommes certains qu'il souhaitait les adjoindre au traité, et à les faire suivre d'*Appendices* où sont proposés des échantillons de ces autres applications de la dynamique.

II. 1. *Addenda*II. 1.1. La résistance du milieu (*De Resistentia medii*)

Leibniz a fait paraître dans le numéro de janvier 1689 des «Acta eruditorum» un *Schediasma de Resistentia Medii et motu projectorum in medio resistente* («Étude sur la résistance du milieu et le mouvement des projectiles en milieu résistant»). Bodenhause n ne mentionne pas expressément cet article, mais c'est sans doute parce qu'il ne lui posait pas de problème particulier, contrairement à d'autres, comme on verra.

Comme Leibniz le mentionne dès le début, cette question retenait son attention depuis son séjour à Paris et ses communications avec l'Académie des sciences (cf. A VIII, 2, 165-201, 342-363). Il avait déjà publié sur le même sujet en juillet 1684 des *Demonstrationes Novæ de Resistentia Solidorum* (A VIII, 3, N. 146, 220-240). Le sujet est abondamment traité dans les pièces rendues accessibles par les progrès de l'édition en A VIII.

Nous choisissons de faire figurer dans les *Addenda* l'article chronologiquement le plus proche de la conception de la dynamique, d'après le texte des «Acta eruditorum» déjà reproduit par Gerhardt (GM 6, 135-143). Nous y joignons le court texte plus tardif de mise au point, intitulé *Additio ad Schediasma de Medii Resistentia*, paru dans les «Acta eruditorum» d'avril 1691 (GM 6, 143-144). Cet article vise principalement à établir, en dépit d'une opposition apparente, la compatibilité entre les conceptions de Leibniz et celles exposées par Newton dans les *Philosophiæ Naturalis Principia mathematica* (1687) et par Huygens dans son *Discours sur la cause de la pesanteur* (1690). Les lettres de Leibniz à Huygens en 1691 permettent d'en reconnaître les motivations³. Dans le cas où Leibniz aurait persévéré dans son intention de publier les *Dynamica* avec leurs *Miscellanea*, il aurait été amené ou bien à corriger le texte du *Schediasma*, ou bien à reproduire à sa suite l'*Additio*. Cette seconde solution est évidemment la seule que nous puissions retenir⁴.

II. 1.2. Essais astronomiques (*Tentamina astronomica*)

Il est aisé de reconnaître dans ces «essais» l'article publié dans les «Acta

³Cf. Huygens à Leibniz, A III, 4, N. 291, pp. 657; puis les lettres du 27 janvier/6 février, A III, 5, pp. 39-40, 20 février/2 mars, pp. 58-59, 14/24 juillet, p. 135.

⁴Une plus ample et tortueuse rédaction de l'*Additio*, abandonnée par Leibniz, se trouve à LH XXV, 9, 6, ff. 31-4v; nous ne l'incluons pas ici.

eruditorum » en février 1689 : *Tentamen de motuum cœlestium causis* (« Essai sur les causes des mouvements célestes »). Gerhardt l'a reproduit en le faisant suivre d'une deuxième version (*zweite Bearbeitung*) inédite trouvée dans les manuscrits de Leibniz (GM 6, 144-187).

En février 1690, Bodenhause n avait fait part d'une inquiétude. À propos des imprimés qu'il avait recopiés, et en citant expressément le titre du *Tentamen*, il observe qu'il faudrait écarter « à cause de l'Inquisition » les noms cités élogieusement de Kepler, Galilée et Copernic ainsi que quelques mots qui font soupçonner le mouvement de la terre ; cela n'enlèverait rien au reste du traité (A III, 4, 469). Le 11 mars, Leibniz répond qu'il va donner suite à cette demande « pour que les inquisiteurs n'y trouvent aucun scrupule » (479). Mais cette relecture lui donne l'occasion d'introduire d'autres modifications à l'exposé pour le rendre plus intelligible et démonstratif (lettre du 18 mars, 485). Le 6 juillet, Leibniz fait remarquer que la figure donnée dans les « Acta » est fautive, et qu'il va donc « non seulement la corriger, mais aussi démontrer plus clairement certaines choses qui ne sont qu'indiquées dans les « Acta » (527). C'est là l'annonce d'une réécriture qui va conduire au texte très largement amendé et augmenté de la seconde version. En août, Leibniz envoie à Bodenhause n la figure corrigée (553), dont le destinataire accuse réception le 16 septembre 1690 (554)⁵.

Le texte de la « deuxième version » contient deux preuves internes de ce qu'il est bien celui que Leibniz destinait aux *Miscellanea* des *Dynamica* : il s'agit d'abord de la mention de l'« échantillon » du calcul différentiel publié plus haut « dans cet ouvrage » (cf. p. 608-609), qui renvoie manifestement au *Specimen pro Analysis infinitorum*, version remaniée et corrigée de la *Nova Methodus pro Maximis et Minimis* (« Acta eruditorum », oct. 1684), inséré à la suite du chapitre 3 de la section 1 de la Première Partie, dont il sera question plus bas. Ensuite, les toutes dernières lignes de l'article le présentent comme « une étude (*schediasma*) extérieure à ce traité et donc ajoutée seulement en échantillon pour qu'apparaisse mieux l'application de nos pensées sur la dynamique » (cf. p. 628-629), où « ce traité » ne peut que désigner les *Dynamica*.

C'est donc ce texte que nous reproduisons, en signalant les principales variantes par rapport à la version publiée des « Acta eruditorum », et accompagné de la figure corrigée avec son commentaire explicatif.

⁵ On ne peut donc pas dire que cette « zweite Bearbeitung » aurait été rédigée à Rome en 1689, comme le suggère André Robinet dans *G.W. Leibniz Iter Italicum (mars 1689 – mars 1690)*, Firenze, 1988, p. 118, note.

II. 2. Appendices

II. 2.1. Le mouvement de la Terre (*de motu Terræ*)

La question du mouvement de la terre, comme Bodenhause n l'avait remarqué, est étroitement liée à celle des causes des mouvements célestes. On comprend que Leibniz en ait fait état parmi les illustrations de la dynamique, et plus précisément comme l'application des considérations sur la relativité du mouvement, d'où résulte la relativité des hypothèses, exposées dans la section 3 de la II^{ème} Partie, à propos du choc des corps. Or il se trouve que cet argumentaire a inspiré les tentatives faites à Rome par Leibniz pour faire lever les censures frappant Copernic, Kepler et Galilée⁶. Plusieurs états d'un mémoire rédigé par Leibniz à cette fin sont publiés sous le titre d'éditeur de *De Præstantia Systematis Copernicani* dans l'édition académique (A VI, 4, N. 377, 2065-2075). Nous en avons choisi la version la plus élaborée comme pouvant s'approcher au mieux de ce que Leibniz aurait pu faire figurer dans les *Miscellanea*⁷. On se reportera pour les autres versions et l'apparat critique à l'édition académique.

⁶Cf. André Robinet, *Op. cit.*, pp. 96-118.

⁷La question occupait Leibniz avant même son départ pour le voyage qui l'a conduit à Rome. Le Post-scriptum d'une lettre du 9 juillet 1688 au Landgraf Ernst frappe par sa grande similitude avec le texte que nous reproduisons : « P. S. Quand V.A.S. écrira [à] Rome, il seroit à propos de faire sonder chez les Eminentissimes Cardinaux, si on ne seroit pas en humeur de lever la censure par interim publiée autresfois contre l'opinion de Copernic du mouvement de la terre. Car cette hypothese est maintenant confirmée par tant de raisons tirées des nouvelles decouvertes, que les plus grands Astronomes n'en doutent presque plus. Des Jesuites tres habiles (: comme le P. des Chales :) ont avoué publiquement, qu'il sera bien difficile de trouver jamais une autre hypothese, qui puisse rendre raison de toutes choses si aisement, si naturellement, et si parfaitement. Et on voit bien que rien ne l'a empeché de s'y rendre ouvertement, que la censure. Le P. Mersenne 25 Minime, et le P. Honoré Fabry Jesuite ont reconnu, et enseigné dans leur escrits, que la defense n'a esté que provisionnelle, jusqu'à ce qu'on fut mieux éclairci, et qu'elle a esté jugée convenable en ce tems là pour obvier au scandale, que cette doctrine repandue alors par Galilei, sembloit faire naistre dans l'esprit des foibles. Maintenant on est assez revenu de cet estonnement, et tout homme de bon sens reconnoist aisement, que quand bien l'Hypothese de Copernic seroit veritable mille fois, la Sainte Escriture n'en recevrait aucune atteinte. Si Josue avoit esté un élève d'Aristarque ou de Copernic, il n'auroit pas laissé de parler comme il a fait, autrement il auroit choqué les assistans, et le bon sens. Tous les Copernicains quand ils parlent ordinairement et même entre eux, lorsqu'il ne s'agit pas de science, diront toujours que le soleil s'est levé ou couché, et jamais ils le diront de la terre. Ces termes sont affectés aux phenomenes et non aux causes. Il importe à l'Eglise Catholique, qu'on laisse aux Philosophes la liberté raisonnable, qui leur appartient. On ne sçauroit croire combien

II. 2.2. L'élasticité (*de Elastico*)

Le concept d'élasticité est au centre des réflexions de Leibniz depuis ses tout premiers travaux en physique. Dans le cadre de la dynamique, il touche de façon essentielle l'adoption des lois du choc qui ont conduit en 1678 à la reconnaissance de la mesure de la force par mv^2 ⁸ : ce sont celles des corps élastiques où le « ressort » entraîne le rejaillissement des corps après la percussion. Dans son *Essay de dynamique* (circa 1700), Leibniz a très fortement exprimé le lien nécessaire entre les lois fondamentales de la dynamique et l'élasticité de tous les corps de la nature :

Cette Elasticité des corps est nécessaire à la Nature, pour obtenir l'Execution des grandes et belles loix que son Auteur infiniment sage s'est proposé, parmi lesquelles ne sont pas les moindres, ces deux Loix de la Nature que j'ai fait connoistre le premier, dont *la première est la loy de la conservation de la force absolue* ou de l'action motrices dans l'univers avec quelques autres conservations absolues nouvelles qui en dépendent ... , et *la seconde est la loy de la continuité*, en vertu de

la censure de Copernic fait tort. Car les plus sçavants hommes d'Angleterre, Hollande et de tout le Nord (pour ne rien dire de la France), estant presque convaincus de la verité de cette Hypothese, ils considerent cette censure comme un esclavage injuste, et voyant d'ailleurs, que les plus grands Mathematiciens parmi les Catholiques, et même parmi les Jesuites sont assez informés des avantages incomparables de cette doctrine, et cependant ne laissent pas d'estre obligés à la rejeter, ils ne sçavent que dire, et sont tentés de les soupçonner de peu de sincerité; ce qui leur donne une mauvaise idée de l'Eglise Catholique. Outre que rien n'est plus contraire à des esprits solides et genereux qu'une telle contrainte. D'autres ont déjà produit des passages excellens de S. Augustin, où il a fait voir que c'est prostituer la Ste Ecriture et l'Eglise, que d'abuser de leur autorité pour prevenir les gens sur des Verités de Philosophie. Il y auroit moyen de trouver quelque Expedient, si on declaroit à Rome, que tous ceux qui voudront soutenir que l'hypothese de Copernic est veritable doivent declarer en même temps que la Sainte Ecriture n'a pû commodement ny dû parler autrement qu'elle a fait. Et qu'elle ne s'est pas éloignée de la propriété des mots. Et quand la Congregation changeroit ou addouciroit la censure d'autresfois, comme emanée par surprise lors que les faits n'estoient pas assez eclaircis, cela ne sçauroit nuire à son autorité, et encore moins à celle de l'Eglise, d'autant que Sa Sainteté n'y est pas intervenue. Il n'y a point de Tribunal, qui ne reforme quelquefois ses propres jugemens, et puisque les Saints Peres ont fait le même pas en rejetant les Antipodes, je ne voy pas qu'on doive estre si delicat sur une matiere pareille. Je tiens que cette ingenuité feroit un effect excellent, et plus de fruit qu'on ne pense. Car quoyque cette matiere ne soit pas de la portée du commun, elle touche fort les plus sçavans hommes et les plus excellens esprits. Or l'autorité et l'exemple des habiles gens quoyque d'un petit nombre, a beaucoup de pouvoir sur les autres» (A II, 2, 280-282).

⁸Cf. G.W. Leibniz, *La Réforme de la Dynamique*. De Corporum concursu (1678), et autres textes inédits, Paris, 1994.

laquelle entre autres effets, tout changement doit arriver par des passages insignifiants et jamais par saut. Ce qui fait aussi que la nature ne souffre point de corps durs non-élastiques (GM 6, 228-229).

L'élasticité est aussi impliquée dans le traitement de la pression dans les fluides, comme dans celui des vibrations, toutes questions constamment étudiées par Leibniz.

Le morceau que nous avons choisi de reproduire à partir de sa publication dans l'édition académique (A VIII, 3, N. 27₂, 311-319) est un essai de géométrisation de la force élastique dans le cas de la pression de l'air (intitulé par Leibniz *De vi elastica ad rationes geometricas revocanda tentamen*). Sa rédaction est datée du séjour romain (27 août 1689), et est donc chronologiquement proche de celle des *Dynamica* (voir les précisions des éditeurs en A VIII, 3, 206). Nous retenons de l'édition académique le seul texte final, en ne reproduisant pas les morceaux raturés ni les variantes rédactionnelles, comme nous le faisons pour les autres pièces empruntées à cette édition.

II. 2.3. Le son (*de sono*)

L'édition A VIII, 3 comporte plusieurs études de Leibniz sur le son, dont un ensemble de cinq morceaux dont la chronologie peut être précisément établie par la correspondance de 1681 à 1685 (A VIII, 3, N. 12, 90-158, et pour l'examen chronologique, voir la notice détaillée des éditeurs, 90-93). Bien que la question de la vitesse de propagation du son, mentionnée dans la table des *Miscellanea* du f. 239 de LH 35, 11, 18A, ne soit pas abordée dans ces textes, nous avons retenu celui (N. 12₃) dont l'état d'aboutissement, avec un titre qui semble le destiner à une possible publication, illustre au mieux les conceptions de Leibniz sur le sujet de la formation et de la propagation du son et de sa réception sensorielle ; il montre aussi à quel point Leibniz était informé de l'état le plus actuel de la question⁹. On se reportera pour les autres versions et l'apparat critique à l'édition académique.

II. 2.4. La force absolue (*de vi absoluta*)

Suivant les indications fournies par les éditeurs de A VIII, 3, Leibniz a rédigé à Modène (donc entre la fin de décembre 1689 et le 2 février 1690), dans le cadre de ses échanges avec le mathématicien G.B. Boccabadati, une

⁹Cf. la lettre à Mariotte de la seconde moitié d'août 1681, où se trouve un exposé en français plus bref d'un contenu similaire (A III, 3, N. 269, 479-482).

brève note sur la tension des cordes et la compression de l'air (A VIII, 3, N. 31₁), qu'il a ensuite reprise dans un développement plus étendu (N. 31₂), sans doute encore à Modène. Or ce brouillon en latin porte en marge une indication en allemand : « Il peut être recopié ainsi comme *appendix de vi absoluta* (appendice sur la force absolue) » (334). À cette date, cette indication peut naturellement être interprétée comme étant destinée au travail de mise au propre que poursuivait Bodenhause, et il s'agirait alors pour Leibniz d'un appendice destiné à prendre place dans le traité des *Dynamica*. Il n'y a pas d'indication que Bodenhause en ait eu ou non connaissance. Cependant Leibniz a lui-même pris le soin de faire un peu plus tard lui-même cette copie, très probablement, d'après le papier utilisé, en avril 1690, pendant son retour de Venise à Vienne, et donc à un moment où l'intégration de documents variés comme *Miscellanea* illustrant la dynamique était clairement projetée. C'est la raison pour laquelle nous publions à cette place ce texte¹⁰.

II. 2.5. Note sur la *Phorographica*

Le document *COp*³ (18C, f. 239) déjà cité mentionne l'adjonction possible d'une « Section phorographique » (*sectio phorographica*). Il y a bien dans le corps du traité une section qui traite de la « phorométrie des mouvements difformes [non-uniformes] » (Section 5 de la I^{ère} Partie).

Les termes de « phorométrie » (*phorometria*) et « phorographie » (*phorographia*) apparaissent aussi sur ce même feuillet dans les intitulés qui seront finalement intégrés à la Section 5 de la I^{ère} Partie. Mais il y a lieu de penser que Leibniz se proposait autre chose dans l'appendice sur la « phorographie ». De par le contenu de la Section et des chapitres qui le prennent pour titre, le terme de « phorométrie », dont, dans l'état actuel de nos connaissances, il semble qu'il ne soit utilisé que dans les *Dynamica*, apparaît comme une construction *a priori* des relations métriques qui peuvent être établies entre les variables qui interviennent dans le mouvement (longueur, temps, vitesse), et plus particulièrement dans les mouvements non-uniformes.

Que serait alors la « phorographie » ? Les rares occurrences du terme chez Leibniz permettent au moins d'esquisser une réponse. Dans un des textes programmatiques de la Science générale, la phorographie est définie comme

¹⁰Nous remercions vivement le Dr. Paolo Rubini, collaborateur scientifique de l'édition Leibniz pour la Série VIII, d'avoir attiré notre attention sur ce document.

l'étude « des traces du mouvement », et l'art du tournage (*ars Tornatoria*) en serait une espèce. Elle se distingue en cela de la dynamique, qui s'occupe « de la cause des mouvements, c'est-à-dire de la cause et de l'effet comme de la puissance et de l'acte » (A VI, 4, N. 158, 676)¹¹. Les passages raturés montrent que Leibniz a d'abord hésité à nommer cette même étude « phorologie » (*Phorologia*) ; le choix du terme de « phorographie » vise à mettre en avant l'opération même de décrire la figure exprimant les traces du mouvement, et l'on peut concevoir qu'un appendice sur ce sujet aurait pu compléter les développements du traité, notamment ceux de la Section 2 de la 1^{ère} Partie, *Du mouvement et de la vitesse*.

Prise en ce sens, la « phorographie » évoque le passage du *Phoronomus*, où Leibniz évoquait la « Phoronomique » de Jungius¹² : alors que sous ce titre, Jungius « n'étudie que les lignes comme traces du mouvement, ce qui est la partie purement géométrique de la théorie du mouvement », Leibniz voulait s'en réapproprier l'usage pour « les lois même de la nature, que les forces motrices exercent à l'égard des communications des mouvements » (*Phoronomus*, éd. cit., p. 754). La « phorographie » serait en ce sens, par opposition à la dynamique proprement dite, l'étude géométrique des lignes comme traces du mouvement.

Un texte beaucoup plus tardif pourrait confirmer cette version : répondant à Wolff qui lui avait fait part (19 juillet 1716) du plaisir qu'il avait pris à la lecture de Tschirnhaus « parce qu'il avait démontré les caractères (*symptomata*) généraux des courbes à partir des notions générales », Leibniz observe de façon assez énigmatique : « Pour traiter de façon générale le sujet des courbes, la phorographie devrait aussi être traitée plus généralement »¹³. Ici la mise en œuvre des procédés de description des courbes par le mouvement devient un instrument de la géométrie. Ce qui ferait écho à une proposition qu'on trouve dans un essai de classification des connaissances postérieur à 1695 : « La combinaison de la quantité et de la qualité dans le

¹¹ « 20) Phorographia (cujus species Tornatoria), seu de motuum vestigiis. 22) Dynamica seu de Motuum Causa, sive de Causa et Effectu, ac potentia et actu ». L'emploi, avec cette définition, du terme de *dynamica* nous incite à penser que ce texte est postérieur à la date de 1686 (?) donnée par les éditeurs et qu'il est postérieur à 1689, où l'invention du mot est attestée. Il s'agirait sinon d'un *hapax* peu vraisemblable.

¹² J. Jungius, *Phoronomica, seu Doctrina de motu locali, e. Ms. per Henricum Siverum Mathematicos Professorem Hamburgensem, adjectis Diagrammatis figurisque aeri insculptis*, Hamburg, 1689.

¹³ *Briefwechsel zwischen Leibniz und Christian Wolff*, hrsg. von C.I. Gerhardt, 1860, p. 187 (remarque de Wolff p. 186).

continu est ou fixe, ou successive. Fixe dans la Géométrie, successive dans la phorographique, où intervient le temps. La Géométrie tout entière peut être transposée dans la phorographique»¹⁴.

III. Échantillon de l'Analyse des infinis (*Specimen pro Analysis infinitorum*)

Le feuillet *COp*³ fait état de l'insertion, après le chapitre 3 *De ductibus* de la Section 1 (I^{ère} Partie), d'un Appendice *De calculo incremental*. Dans ce «calcul incrémentiel», on reconnaît une dénomination rare du calcul différentiel ou de l'analyse des infinis, dont Leibniz a publié les règles dans l'article *Nova Methodus pro Maximis et Minimis*, paru dans les «*Acta eruditorum*», de Leipzig en mars 1686. Or la correspondance de Bodenhause nous confirme que cet article faisait partie des imprimés qu'il se chargeait de recopier.

Le 20 février 1690, Leibniz fait part à Bodenhause qu'il estime qu'il «ne serait pas inutile d'ajouter à ce traité mes préceptes du calcul différentiel d'après les «*Acta eruditorum*», parce que j'y fais souvent appel dans le traité, et d'illustrer particulièrement ce calcul par les accroissements et décroissements continus des mouvements» (A III, 4, 462). Le 4 mars, Bodenhause répond qu'il se propose de placer la «Méthode différentielle» dans les *Miscellanea*, mais il observe qu'il y a «beaucoup de fautes dans le calcul», sans savoir s'il est capable de les corriger toutes comme il l'a fait de quelques-unes (471). À sa lettre de Venise du 18 mars, où il expose d'abord, comme on a vu, le nouveau plan de l'ouvrage, Leibniz ajoute une liste de corrections et de modifications à apporter à l'article des «*Acta*»; il précise qu'il en a aussi changé le titre «pour qu'apparaisse davantage sa connexion avec le présent traité» (485) : le nouveau titre sera donc *Échantillon de l'Analyse des infinis, ou genre particulier de calcul pour l'estimation des incréments et décréments continus dans les choses, et pour l'invention qui en résulte des Tangentes, Maxima et Minima, et de la voie la plus aisée par laquelle la nature produit ses effets*. Leibniz fait suivre ce titre d'un bref préambule qui souligne l'usage du calcul partout où il y a changement et spécialement changement continu qui se fait par accroissements et diminutions inassignables, comme c'est le cas dans la dynamique (487sq). La place où insérer le morceau en résulte : puisqu'il s'agit d'un cas de l'estimation en général, ce sera à la fin

¹⁴«Combinatio qualitatis et quantitatis in continuo est vel fixa vel successiva. Fixa in Geometria, successiva in Phorographica ubi tempus[.] ((Tota Geometria potest in Phorographicam transferri ...))», A IV, 6, 500.

de la première section (de la I^{ère} Parte), après le chapitre sur les produits (*de ductibus*).

Bodenhausen propose alors de nouvelles corrections (12 août, puis 23 septembre 1690, A III, 4, 544, 562*sq*), que Leibniz accepte toutes, tout en s'étonnant qu'il soit resté tant de fautes (26 octobre 1690, 630).

Suivant les claires indications apportées par cet échange, nous avons donc publié la version revue et corrigée du *Specimen pro Analysi infinitorum* à l'emplacement indiqué par Leibniz.

IV. Traductions

Nous avons pris le risque de proposer une traduction française de tous les textes rassemblés dans ce Tome II. La longueur de ces textes, la complexité de certains passages, l'intervention de calculs rend la tâche aride et souvent décevante. Il n'était guères aisé de viser l'élégance stylistique, et nous n'en avons pas eu l'ambition. Nous souhaitons que ces traductions aident le lecteur peu familiarisé avec le latin à suivre la construction du traité principal et de ses annexes. Mais il va de soi que c'est le texte latin de Leibniz qui est et restera la voie d'accès la plus sûre à l'intelligence de sa pensée.

À la fin du deuxième volume de ce Tome, un Glossaire regroupe la définition des principaux concepts introduits par Leibniz et justifie, si besoin est, les traductions choisies. En outre, un Tableau synoptique permet de corréler, pour chaque élément du texte et en suivant le plan définitif de l'ouvrage, les cotes des manuscrits autographes de Leibniz, des copies intermédiaires, de la copie de Bodenhausen, et les pages de l'édition Gerhardt.

Liste des abréviations

A	G.W. Leibniz, <i>Sämtliche Schriften und Briefe</i> , Leipzig-Berlin : Akademie der Wissenschaften 1923sq.
D	G.W. Leibniz, <i>Opera omnia</i> , 6 vv., éd. L. Dutens, Genevae : Fr. de Tournes 1767 (réimpr. Hildesheim : Olms 1989).
FC	<i>Lettres et opuscules inédits de Leibniz</i> , éd. L.A. Foucher de Careil, Paris : De Lagrange, 1894 (réimpr. Hildesheim : Olms 1975).
GM	<i>Leibnizens mathematische Schriften</i> , 7 vv., éd. C.I. Gerhardt, Berlin : Asher 1849-63 (réimpr. Hildesheim : Olms 1961-62).
GP	<i>Die philosophischen Schriften von G.W. Leibniz</i> , 7 vv., éd. C.I. Gerhardt, Berlin : Weidmann 1875-90 (réimpr. Hildesheim : Olms 1965).
Grua	<i>Textes inédits d'après les manuscrits de la Bibliothèque provinciale de Hanovre</i> , 2 vv., éd. G. Grua, Paris : PUF 1948.
AT	<i>Œuvres de Descartes</i> , 11 vv., éd. Ch. Adam, P. Tannery, B. Rochot, P. Costabel, Paris : Vrin 1964-1974.
EN	<i>Le opere di Galileo Galilei. Edizione nazionale</i> , 20 vv., dir. A. Favaro, Firenze : G. Barbèra 1890-1909.
G	B. Spinoza, <i>Opera</i> , 4 vv., éd. C. Gebhardt, Heidelberg : C. Winters 1924.
OC	<i>Œuvres complètes de Christiaan Huygens publiées par la Société hollandaise des sciences</i> , La Haye : M. Nijhoff 1888-1950.
It	A. Robinet, <i>G.W. Leibniz Iter italicum (mars 1689 - mars 1690). La dynamique de la République des Lettres</i> , Firenze : Olschki.
Dav	L. Davillé, <i>Leibniz historien, essai sur l'activité et la méthode historique de Leibniz</i> , Paris : Alcan 1909.

Fig., fig. figura	<i>ed.</i>	editor
⟨ ⟩, ⟨ ? ⟩	<i>om.</i>	omittit / omisit / omittitur
⟨ — ⟩	<i>L, L₂</i>	Leibniz, Leibniz (postmodum)
	<i>A</i>	alia manu
<i>acc.</i>	<i>B</i>	bibliothecarius
<i>add.</i>	<i>Bh</i>	Bodenhausen
<i>corr.</i>	<i>Br</i>	Brugmans
<i>del.</i>	<i>C</i>	copista

VERSIO ULTIMA
SECUNDUM LEIBNITII CONSPECTUM COMPLETA
LATINE ET GALLICE

DERNIER ÉTAT DU TRAITÉ
COMPLÉTÉ SUIVANT LE PLAN ÉDITORIAL DE LEIBNIZ
TEXTE LATIN ET TRADUCTION FRANÇAISE

[EPISTOLA DEDICATORIA]

Traditio

L LH XXXV 11, 18 C, ff. 25r-26v

E₁ GM 6, pp. 283-284

E₂ Volumine primo hic, pp. XXX-YYY

Scientiæ quam novam appellare ausim, tentamenta quædam, SERENIS-
SIME DUX, in regia vestra relinquo, insignium quos habes in his aliisque
literis virorum iudicio, si videbitur publicanda. Cæterum nemini majori
5 jure, si quid in his est boni[,] quam ei Principi debebatur, qui hæreditario
jure a divis majoribus non populorum magis quam scientiarum curam pos-
sessionemque accepit; et summo iudicio ac splendore tantum decus tuetur.
Tuæ familiæ Europa translata ad Italos Græciam; et cunabula debet rena-
scentium literarum. Sed tanto beneficio contenti non fuistis. Majus aliquid
10 a vobis orbi datum est, veritates scilicet inauditæ seculis, per quas in rerum
arcana admissi sumus.

Vobis enim faventibus nata, vestra cura suscepta atque educata sunt im-
mortalia Galilæi monumenta, quæ inscripta cœlo Medicea nomina per-
petuo posteritatis consensu loquentur. Vobis natura divites sinus aperuit,
15 et nova sidera atque inexpectatam Mundi faciem ostendit. In vestra ditio-
ne nova Motuum doctrina effulsit, unde pendulorum auxilia, ad tempora
metienda, et spatia locorum dijudicanda tanto fructu prodire. Hoc vere
dignum Principe est beneficentia ampliare limites suos, et meritis late pa-
tentibus genus humanum complecti. Ad me vero nunc privatim agnoscendi
20 publici debiti gratitudo pertinet in limine operis, quod prosequitur cœpta
Galilæi. Ille fundamenta jecit, nos parietes quosdam erigimus; erunt qui
cætera absolvant et fastigia paulatim imponant.

Ille quidem Motuum accelerationem a gravitate profectam in lucem
protulit[:]; nos initiis illis adjuti invenimus veram potentiæ corporeæ esti-
25 mandae rationem, unde jam generales quaedam rerum leges sane admira-
biles nascuntur, et parum cognita hætenus corporis ac motus natura magis
magisque patet; magno etiam ad pietatem fructu.

Nunc enim sese paulatim aperit enim incredibile Conditoris artificium

[ÉPÎTRE DÉDICATOIRE]

Ces essais d'une science que j'oserais appeler nouvelle, je les remets dans votre cour, DUC SÉRÉNISSIME¹, au jugement des hommes éminents de votre entourage, versés en cette discipline et en d'autres, pour décider s'ils méritent d'être publiés. Car s'ils contiennent quelque chose de bon, cela n'est 5 destiné à meilleur droit à nul autre qu'au prince qui, par droit d'héritage de ses divins ancêtres, a reçu le soin et la possession des peuples non moins que des sciences, et qui veille sur tant de gloire avec un jugement et un rayonnement suprêmes. L'Europe doit à votre famille la transmission de la Grèce aux Italiens, ainsi que le berceau de la Renaissance des lettres. 10

Cependant, vous ne vous êtes pas contenté d'un si grand bienfait. Vous avez donné au monde quelque chose de plus grand : ces vérités en effet, inconnues depuis des siècles, grâce auxquelles nous avons pénétré les secrets des choses. Nées sous votre protection, les œuvres immortelles de Galilée ont été produites et soutenues par votre prévenance, œuvres qui inscriront 15 dans le ciel le nom des Médicis avec l'approbation perpétuelle de la postérité. La nature vous a dévoilé les richesses de son sein, elle vous a montré de nouvelles étoiles ainsi qu'un visage inattendu du Monde². Sous votre autorité brille la nouvelle théorie des Mouvements³, d'où ont résulté avec tant de succès les instruments des pendules pour mesurer le temps et pour 20 estimer l'étendue des espaces. Il est vraiment digne d'un Prince d'élargir ses frontières par sa bienfaisance et de rassembler le genre humain en laissant largement accessibles ses bienfaits. Quant à moi, la gratitude me pousse désormais à reconnaître cette dette manifeste, à titre privé, au seuil de cette œuvre, qui poursuit l'entreprise de Galilée. Lui a jeté les fondations, nous 25 élevons des murs ; d'autres viendront pour achever le reste et poser peu à peu le faite⁴.

Certes, il a mis en lumière l'accélération du Mouvement engendré par

¹Cosme III de Médicis (1642-1723), grand-duc de Toscane de 1670 à 1723.

²Cf. Galileo Galilei, *Sidereus Nuncius*, Venise, 1610.

³Cf. Galileo Galilei, *Discorsi e dimostrazioni matematiche, intorno à due nuove scienze attenenti alla meccanica e i movimenti locali*, Leiden, 1638.

⁴Cicéron, *De Off.*, 3,33 : « ... operi inchoato, prope tamen absoluto, tamquam fastigium imponimus ».

in generali virium materiæ dispensatione. Ut quod optavit Socrates a bono,
a pulchro a fine reddi rationes rerum naturalium paulatim assequi videamur.
Id vero est totidem hymnos divinæ magnitudini canere, et quod majus
est ipsam audire creaturarum universitatem incredibili majestate suavitate-
5 que Autoris immensi sapientiam celebrantem. Sed hæc latius ista loque-
tur meditantibus tractatio, mihi causas devotæ ac debitæ oblationis nunc
dixisse satis esto.

la gravité, mais nous, à l'aide d'autres principes, nous avons trouvé le vrai moyen de mesurer la puissance des corps, d'où proviennent désormais certaines lois générales des choses vraiment admirables; la nature du corps et du mouvement, peu connue jusqu'à présent, se montre de plus en plus, au grand profit encore de la piété. 5

Maintenant, en effet, se dévoile peu à peu l'art incroyable du Créateur dans la distribution générale des forces de la matière, de sorte que, comme le souhaita Socrate⁵, c'est à partir du Bon, du Beau et des Fins que nous parviendrons, peu à peu, à établir les raisons des choses naturelles. En vérité, c'est chanter tout autant d'hymnes à la grandeur divine et, ce qui est plus 10 grand encore, c'est écouter l'universalité même des créatures qui célèbrent la sagesse de leur immense Auteur avec une majesté et un charme incroyables. Mais de cela, le traité parlera plus amplement à ceux qui l'étudieront, quant à moi qu'il me suffise d'avoir dit les motifs d'un don dévoué et redevable.

⁵Cf. Platon, *Phédon*, 97b-99c. Passage fréquemment invoqué par Leibniz (*Discours de métaphysique*, art. XX; A VI, 4, 1562).

CONSPECTUS OPERIS

[27r]

Traditio

- Bh₁* LH XXXV 11, 18 C, f. 1r-v
Bh₂ LH XXXV 11, 18 C, f. 27r-v (textum propositum)
L Leibnitii emendationes in *Bh₂*
E GM 6, pp. 285-286.

Puto totum opus dividi posse in duas partes; continentes Dynamica simplicia seu a rebus abstracta, et Dynamica concreta, circa ea quæ in systemate rerum contingunt.

- 5 Pars I. quæ dynamica simplicia tractat, habebit
Sectionem I. De quantitate materiæ et de æstimatione in universum.
Seçt. II. De motu [et velocitate]. Seçt. III. De Actione et Potentia. Seçt. IV.
De Velocitate difformi. Seçt. V. Phorometrica difformium.
Pars II. habebit
10 Sectionem I. De Causa et Effectu activis. Seçt. II. De centro gravitatis
et directione motus. Seçt. III. De concursu corporum. Cui fortasse adhuc
addam Seçt. IV. De applicatione virium seu de Machinis.
Partis I^{mæ} seçtio 4^{ta} de motu difformi hæc habebit Capita:
Cap (1. De tractu seu spatio per motum absoluto.
15 Cap (2. De velocitate in universum.
Cap (3. De gradibus velocitatis in motu varie difformi.
Partis I^{mæ} Seçt. 5. Phorometrica difformium hæc habebit cap.^a:
Cap. (1. De quantitate motus seu impetu.
Cap. (2. De quantitate translationis s. effectu motus formali.
20 Cap. (3 Conspectus phorometricus.
Cap. (4. Specimen Calculi Analytici pro Phorometria dynamica.

1 Conspectus Operis *add.* *L* 2 Alia Divisio Operis Dynamici (:ex literis Tuis a me
datis :) || (Puto totum Opus ... partes; | circa *del.* |) *Bh₁* 2 partes; (1) circa *Bh₂* *del.*
(2) continentes *add.* *L* 5 Pars I.^a *Bh₁* 5 quæ | circa *del.* | *L* 5 simplicia (1) versatur
Bh₁ | (2) versatur *Bh₂* *del.* | (3) tractat, *add.* *L* 7 et velocitate [*et*] *add.* *L* 9 Pars
II.^a *Bh₁* 10 Activis *Bh₁* 11 Motus *Bh₁* 13 Seçtio *L* 13 De Motu *Bh₁* 13
de ... difformi *add.* *Bh₂* 14 Tractu *Bh₁* 15 Velocitate *Bh₁* 16 Velocitatis *Bh₁*
17 Seçtio *Bh₁* 17 capita *Bh₁* 18 Quantitate *Bh₁* 19 Quantitate *Bh₁* 20
Phorometricus *Bh₁*

PLAN D'ENSEMBLE DE L'OUVRAGE

Je pense que l'on peut diviser tout l'ouvrage en deux parties, contenant d'une part les Dynamiques simples ou abstraites des choses et d'autre part les Dynamiques concrètes, qui concernent ce qui arrive dans le système des choses.

5

Partie I. Contiendra ce qui traite les dynamiques simples.

Section I. De la quantité de matière et de l'estimation en général. Section II. Du Mouvement et de la vitesse. Section III. De l'Action et de la Puissance. Section IV. De la Vitesse difforme. Section V. Phorométrie des difformes.

10

Partie II. Contiendra :

Section I. De la Cause et de l'Effet actifs. Section II. Du Centre de gravité et de la direction du mouvement. Section III. Du Concours des corps. À celle-ci, j'ajouterai sans doute encore une Section IV. De l'application des forces ou des Machines.

15

La 4^e section de la 1^{ère} partie, à propos du mouvement difforme, contiendra ces chapitres :

Chap. 1. Du trajet ou de l'espace accompli par le mouvement.

Chap. 2. De la vitesse en général.

Chap. 3. Des degrés de vitesse dans le mouvement difforme varié.

20

La 5^e section de la 1^{ère} partie, Phorométrie des difformes, contiendra ces chapitres :

Chap. 1. De la quantité de mouvement ou de l'*impetus*.

Chap. 2. De la quantité de déplacement ou de l'effet formel du mouvement.

25

Chap. 3. Résumé phorométrique.

Chap. 4. Échantillon de Calcul Analytique pour la Phorométrie dynamique.

Comme titre du chapitre 2 de la Section sur Centre de gravité et la direction du mouvement, j'avais mis : De la direction du mouvement et de sa figure ; mais il suffira de mettre : *de la direction du mouvement*.

30

Aussi les Sections de la Partie concrète peuvent être intitulées ainsi :

Seçt. I. De la cause et de l'Effet actifs, ou *de la force absolue* morte et vive.

Titulum Capitis (2. Sectionis de Centro gravitatis et directione motus posueram: De motus directione et figura; sed satius erit ponere tantum de motus directione.

Sectiones qq. partis concretæ sic inscribi possent:

- 5 Sect. I. De Causa et Effectu activis; seu de vi absoluta mortua et viva. Sect. II. De Centro gravitatis et directione motus seu de vi directi- [27v]
va. Sect. III. De Concursu Corporum; seu de vi respectiva cum ab-
solutæ ac directivæ considerationibus combinata. Sect. IV. De applicatione
virium seu de Machinis.

1 Sect. II Partis II.^x De Bh1 1 Directione Motus Bh1 2 Motus Directione et Figu-
ra Bh1 2-3 de Motus directione Bh1 4 quoque Partis Bh1 6-9 viva || Sect. II. ...
|| Sect. III. ... || Sect. IV. ... Bh1

Sect. II. Du centre de gravité et de la direction du mouvement ou *de la force directive*.

Sect. III. Du concours des corps, ou de la *force respective*, combinée à des considérations sur la force absolue et la force directive.

Sect. IV. De l'application des forces ou des Machines.

5

DE LEGE NATURÆ circa Corporum Potentiam Demonstrationum Specimen

[28r]

Traditio

Bh LH XXXV 11, 18 C, ff. 28r-31r

E GM 6, pp. 287-292

Cum invenerim Potentiam corporum non, ut vulgo creditur in
quantitate motus seu facto ex magnitudine ponderis in velocitatem
5 consistere, neque adeo in transferenda de corpore in corpus potentia ean-
dem motus summam conservari, ut Cartesianis maxime persuasum est;
sed hanc potius Naturæ Legem esse, ut effectus integer causæ
suæ plenæ æquivaleat, ne violato rerum ordine per excessum effec-
tus supra causam ad motum perpetuum (quem absurdum esse pro certo
10 sumo, et ad hoc absurdum adversam sententiam redigi ostendo) pervenia-
tur; Ideo vim ratiocinationis meæ evidentissimis demonstrationibus com-
plecti operæ pretium judicavi, ut paulatim vera novæ de Potentia et
Actione Scientiæ, quam Dynamicen appellare possis, Eleme-
ta condantur, quorum initia quædam peculiari tractatione sum comple-
15 xus, unde nunc præsens specimen excerpere volui, ut excitentur ingenia ad
inquisitionem veritatis, et pro imaginariis Naturæ Legibus genuinæ reci-
piantur. Apparebit hinc, quam intutum sit in Mathematicis ex verisimili-
bus argumentis aliquid affirmare, cum vires duorum æqualium ponderum
inæqualibus velocitatibus præditorum non sint ut velocitates, sed ut altitu-
20 dines, ex quibus descendendo velocitates illas acquirere potuerunt. Constat
autem velocitates non esse in ratione altitudinum, sed in ratione earum sub-
duplicata. Unde jam aliud paradoxum sequitur, facilius esse gradum velo-
citatibus corpori quiescenti imprimere, quam eidem jam in motum concitato
eundem gradum dare adhuc semel, sic ut velocitas ejusdem directionis du-
25 plicetur. Cujus contrarium tamen ex male intellecta doctrina compositionis
Motuum indubitatum videri poterat. Ne quis autem logomachiam subesse,
aut de varia acceptione potentiæ litigari suspicetur; sciendum est id quæri,
(exempli causa) quantam corpus unius (si placet) libræ antea quiescens velo-
14 initia | quadam *corr.* | *L*

[28v]

Échantillon de démonstrations sur la LOI DE LA NATURE concernant la Puissance des Corps

J'ai découvert que la *puissance* des corps ne consiste pas, comme on le croit communément, dans la *quantité de mouvement*, à savoir dans le produit de la grandeur du poids par la vitesse, et que le transfert de la puissance d'un corps à un autre conserve encore moins la même somme des mouvements, comme les Cartésiens en sont particulièrement persuadé¹ ; mais j'ai découvert qu'il y a plutôt une *Loi de la Nature* selon laquelle l'*effet entier* équivaut à sa cause pleine² afin d'éviter – l'ordre des choses subverti par l'excès de l'effet sur la cause – que l'on obtienne le mouvement perpétuel (dont je tiens l'absurdité pour certaine, et je montre que toute proposition contraire reconduit à cette absurdité). C'est pourquoi j'ai voulu ordonner la force de mes raisons dans des démonstrations de la plus grande évidence, pour que l'on établisse, peu à peu, les véritables *Éléments d'une Science nouvelle de la Puissance et de l'Action* que l'on pourrait appeler la *Dynamique*. J'en ai donc exposé les prémices dans un traité particulier, d'où j'ai voulu extraire maintenant le présent échantillon, pour que les esprits s'éveillent à la recherche de la vérité et qu'ils acceptent les lois véritables de la Nature plutôt que des lois imaginaires. On verra combien il est dangereux en mathématiques d'affirmer quelque chose sur la base d'arguments seulement vraisemblables, alors que les forces de deux poids égaux dotés de vitesses inégales ne sont pas comme leurs vitesses, mais comme les hauteurs à partir

¹Le rejet de l'identification de la puissance ou force avec la quantité de mouvement a été acté par Leibniz en janvier 1678, dans le manuscrit resté alors inédit du *De corporum concursu* (publié dans *La Réforme de la dynamique*, éd. Fichant, 1993) ; il est rendu public en 1686, *Brevis demonstratio erroris mirabilis Cartesii et aliorum, circa legem naturae, secundum quam volunt a deo eandem semper quantitatem motus conservari : qua in re mechanica abutuntur*, dans : *Acta eruditorum*, mars 1686, pp. 161-163 (A VI, 4, pp. 2027-2030).

²« ... je croi qu'au lieu du principe Cartésien, on pourroit etablir une autre loi de la nature que je tiens la plus universelle et la plus inviolable, savoir, qu'il y a toujours une parfaite equation entre la cause pleine & l'effet entier. Elle ne dit pas seulement que les effets sont proportionels aux causes, mais de plus que chaque effet entier est equivalent à sa cause. Et quoique cet axiome soit tout à fait Metaphysique il ne laisse pas d'etre des plus utiles qu'on puisse employer en Physique, & il donne moien de reduire les forces à un calcul de Geometrie », *Réplique de M. L. à M. l'Abbé D.C. ...*, dans : *Nouvelles de la République des Lettres*, février 1687, p. 137 (GP 3, pp. 45-46).

citatem accipere debeat, si potentia vel actio tota corporis quatuor librarum
 velocitate unius gradus præditi in ipsum sit transferenda; ita ut corpus qua-
 druplum ad quietem redigatur solo motu simpli remanente. Vulgaris opinio
 est, sed Cartesianorum scriptis maxime consentiens celebrata, accepturum
 5 esse velocitatem quatuor graduum; mea sententia est, non nisi gradus duos
 accipere posse. Illi sic statuunt, ut eadem servetur quantitas motus, quam
 cum potentia confundunt; ego, ut eadem servetur quantitas potentiæ, id
 est æqualitas causæ et effectus, ne hoc excedente motus perpetuus oriatur.
 Sed tempus est, ut ad demonstrationem veniamus.

10

PROPOSITIO

Si omnis potentia corporis quatuor librarum velocitate
 unius gradus in horizonte moti transferri debere ponatur
 in corpus unius libræ antea quiescens; ita nimirum ut vi-
 cissim quiescente deinde corpore quatuor librarum in so-
 15 lo corpore unius libræ supersit motus; tunc fieri non po-
 test, ut servetur eadem quæ antea erat, quantitas motus,
 corporique unius libræ velocitas quatuor graduum tribu-
 atur, et omnino fieri non potest, ut velocitatem accipiat
 duobus gradibus maiorem.

20

LEMMA *prædemonstratum*,
tribus prioribus Demonstrationibus secuturis commune:

Altitudines perpendiculares gravium sunt ut quadrata
 celeritatum, quas ex illis altitudinibus descendendo ac-
 quirere possunt, vel quarum ope sese ad illas ipsas altitu-
 25 dines possunt attollere. Hæc propositio est Galilæi, demonstrata ex
 Natura motus gravium uniformiter accelerati, recepta a Mathematicis, et
 experimentis multiplicibus comprobata. [297]

25 Galilæi *vide*: G. Galilei, *Dialogo ... sopra i due massimi sistemi del mondo*, Firenze: G.B. Landini 1632, Giornata prima; EN VII, pp. 46-47; *Discorsi e dimostrazioni matematiche, intorno a due nuove scienze attenenti alla meccanica e i movimenti locali*, Leiden: Elsevirii 1638, Giornata prima; EN VIII, p. 138.

desquelles, en tombant, ils ont pu acquérir ces vitesses. Or il est établi que les vitesses ne sont pas en raison des hauteurs, mais en raison sous-double. De là découle encore un autre paradoxe : il est plus facile d'imprimer un degré de vitesse à un corps en repos, que de donner à nouveau au même corps déjà mis en mouvement le même degré de vitesse, et ainsi de doubler sa vitesse dans la même direction. Pourtant, suivant une doctrine mal comprise de la composition des mouvements, le contraire de ceci pouvait sembler incontestable. Or, pour que personne ne soupçonne qu'il y a là une querelle de mots ou que cette dispute porte seulement sur des acceptions différentes du mot « puissance », il faut savoir que la recherche porte (par exemple) sur : 10 quelle vitesse doit recevoir un corps d'une livre (au choix) précédemment au repos, si toute la puissance ou l'action d'un corps de quatre livres doté d'une vitesse d'un degré doit lui être transférée, de telle sorte que le corps quadruple soit ramené au repos et qu'il ne subsiste qu'un mouvement simple. L'opinion commune, saluée par l'accord le plus général dans les écrits des 15 Cartésiens, est d'admettre que la vitesse sera de quatre degrés ; mon opinion est qu'on ne peut admettre que deux degrés. Eux penchent pour la première conclusion pour que soit conservée la même quantité de mouvement, qu'ils confondent avec la puissance ; moi je soutiens la seconde, pour que soit conservée la même quantité de puissance, c'est-à-dire l'égalité de la 20 cause et de l'effet, et pour que ne résulte pas de cet excédent un mouvement perpétuel. Mais il est temps d'en venir à la démonstration.

Proposition

Si on suppose que toute la puissance d'un corps de quatre livres mû à une vitesse d'un degré sur un plan horizontal, doit être transférée à un corps d'une 25 livre précédemment au repos, de sorte que le mouvement subsiste assurément dans le seul corps d'une livre avec inversement le corps de quatre livres au repos ; alors il ne peut pas arriver que soit conservée la même quantité de mouvement qu'auparavant, et qu'une vitesse de quatre degrés soit attribuée au corps d'une livre ; et il ne peut absolument pas arriver qu'il reçoive une vitesse plus grande 30 que de deux degrés.

Lemme prédémontré
commun aux trois démonstrations qui vont suivre :

Les hauteurs perpendiculaires des corps pesants sont comme les carrés des vitesses qu'ils peuvent acquérir en descendant de ces hauteurs, ou grâce auxquelles ils peuvent s'élever à ces mêmes hauteurs. Cette proposition est de Galilée, 5 démontrée à partir de la nature du mouvement uniformément accéléré des graves, elle est reconnue par les Mathématiciens et corroborée par de multiples expériences.

Première démonstration

Axiome : Il faut la même puissance pour d'élever quatre livres à un pied 10 que pour élever une livre à quatre pieds.

Cela accordé, posons qu'un corps A de 4 livres, avec la force de sa vitesse qui est d'un degré, puisse monter à une hauteur (perpendiculaire, en l'occurrence) d'un pied (au choix), s'il se meut par exemple sur un pendule ou sur un plan incliné de manière à pouvoir diriger sa force vers le haut. 15 Donc le corps A a la puissance d'élever quatre livres (à savoir son propre corps) à une hauteur d'un pied, ou ce qui revient au même (par l'axiome précédent), une livre à quatre pieds. Derechef, si par la force d'une vitesse d'un degré le corps A s'élève à un pied, et si par la force d'une vitesse de 4 degrés le corps B s'élève à 16 pieds (par le Lemme ci-dessus de Galilée), 20 alors le corps B a la force d'élever une livre (à savoir son propre corps) à 16 pieds. Donc la puissance de B est quatre fois plus grande que celle de A , dont nous avons montré qu'il ne peut élever une livre qu'à 4 pieds, contre l'hypothèse où l'on demandait que la même puissance qui était en A soit transférée en B . 25

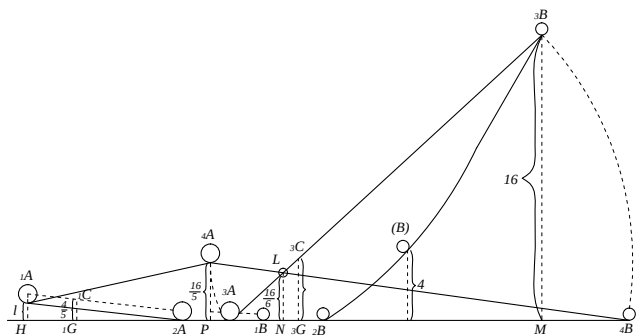


Figure 1

Demonstratio secunda

Axioma: Non datur motus perpetuus mechanicus.

Hoc concesso sit corpus A 4 librarum in horizonte ${}_2A_3A$ (vide Figuram
 1. [p. 14]) incedens velocitate unius gradus. Hujus omnis potentia transferri
 5 ponatur in corpus B unius libræ quiescens in loco B ; ita ut deinde moveatur
 solum B per ${}_1B_2B$, ipsum vero A quiescat in ${}_3A$. Dico fieri non posse ut
 quantitas motus in B fiat æqualis quantitati motus, qui fuit in A , seu ut B
 accipiat velocitatem 4 graduum, vel etiam aliam majorem duobus. Accipiat
 enim quatuor gradus, si fieri potest, et ponatur (quod fieri potuit) corpus A
 10 velocitatem suam, ut 1, accepisse descendendo ex altitudine perpendiculari
 ${}_1AH$ unius pedis, per planum inclinatum ${}_1A_2A$. Ponatur deinde B accepta [297]
 velocitate ut 4, ascendere quantum potest per acclivitatem ${}_2B_3B$; ascendet
 ad altitudinem ${}_3BM$ 16 pedum (per Lemma ex Galilæo præmissum.) Adsit
 jam statera quædam ${}_3AL_3B$, pertingens a ${}_3A$, loco in quo quiescit A in hori-
 15 zonte ad ${}_3B$ locum ad quem ascendit B , ita divisa hypomochlio seu centro
 L , ut sit brachium L_3B paulo majus quadruplo brachii L_3A , exempli causa
 quintuplum. Igitur B elevatum in ${}_3B$ vi sui impetus; ut incidere ibi possit
 in stateram, præponderabit in statera ipsi A , in altero extremo ${}_3A$ posito;
 quia cum A sit quadruplum ipsius B , distantia tamen ipsius B a centro L
 20 major est quam quadrupla distantia ipsius A . Itaque B descendens usque
 ad ${}_4B$ in horizontem HM , attollet A ex ${}_3A$ in ${}_4A$. Jam ex ${}_4A$, L , et ${}_3B$ de-
 mittantur in horizontem perpendiculares ${}_4AP$,] LN et ${}_3B$. Itaque quia ${}_3BL$
 est quintupla (si placet) ipsius ${}_3AL$, erit ${}_3AL$ sexta pars ipsius ${}_3A_3B$; ergo et
 LN sexta pars ipsius ${}_3BM$. Rursus ${}_4A_4B$ est ad ${}_4BL$ ut 6 ad 5. Jam LN ad
 25 ${}_3BM$ ostensa est esse ut 1 ad 6. Ergo ${}_4AP$ est ad ${}_3BM$ ut 1 ad 5, seu ${}_4AP$ est
 quinta pars 16 pedum. Ergo cum initio habuerimus corpus 4 librarum A
 elevatum tantummodo ad pedem ${}_1AH$, nunc habemus idem elevatum ad
 tres pedes cum una quinta; tanta enim est altitudo ${}_4AP$. Atque ita corpus
 vi solius descensus sui et eorum quæ per potentiam inde productam sunt
 30 effecta, sese ipsum prope quadruplo altius extulit, quam erat ante. Quod
 est absurdum (per Axioma proxime præcedens). Motus enim perpetuus sic
 habetur in promptu. Nam fieri potest ut grave A ex ${}_4A$ rursus decurrat in ${}_1A$,
 et inter decurrendum per altitudinem plusquam duorum pedum operatio-
 nes aliquas Mechanicas desideratas præstet (veluti pondera alia eleve, ligna
 35 secet, et similia agat) et nihilominus deinde in ${}_1A$ rediens, ubi initio fuerat,
 in statu sit eundem lusum repetendi. Nam et B in locum priorem ${}_1B$ ite-
 rum redire potest, si ipsum in ${}_4B$ existens, non prorsus in horizontem HM [307]
 descendisse, sed tantillo altius mansisse ponatur, ut decurrere potuerit ex

Deuxième démonstration

Axiome : Il n'y a pas de mouvement perpétuel mécanique.

Cela accordé, soit un corps A de quatre livres (figure 1 [p. 16]) qui s'avance sur l'horizon ${}_2A{}_3A$ avec une vitesse d'un degré. Qu'on pose que toute sa puissance est transférée au corps B d'une livre au repos dans un lieu B , de 5 telle sorte qu'ensuite B soit le seul à se mouvoir le long de ${}_1B{}_2B$, alors que A demeure au repos en ${}_3A$. Je dis qu'il ne peut arriver que la quantité de mouvement en B soit égale à la quantité de mouvement qui était en A , ou bien que B reçoive la vitesse de 4 degrés, ou encore une autre plus grande que deux degrés. En effet, qu'il en reçoive quatre degrés, si cela peut se faire, 10 et qu'on pose que le corps A reçoive sa vitesse qui est comme 1 (ce qui peut se faire), en descendant de la verticale ${}_1AH$ d'un pied le long d'un plan incliné ${}_1A{}_2A$. Qu'on pose ensuite que B , après avoir reçu une vitesse comme 4, monte autant que possible le long de la pente ${}_2B{}_3B$, il s'élèvera ainsi à une hauteur ${}_3BM$ de 16 pieds (par le Lemme de Galilée ci-dessus). Soit aussi 15 une balance ${}_3AL$ ${}_3B$ qui s'étend depuis ${}_3A$, lieu dans lequel A est en repos sur l'horizon, jusqu'à ${}_3B$, lieu vers lequel monte B , balance ainsi divisée par son point d'appui ou centre L , que le bras $L{}_3B$ soit un peu plus grand que le quadruple du bras $L{}_3A$, par exemple cinq fois plus grand : donc B , élevé en ${}_3B$ par la force de son *impetus* pour pouvoir retomber à cet endroit dans 20 la balance, l'emportera dans la balance sur A , placé à l'autre extrémité ${}_3A$, puisque A est le quadruple de B , mais que la distance de B au centre L est plus grande que le quadruple de la distance de A . C'est pourquoi B , descendant jusqu'à ${}_4B$ sur l'horizon HM , élève A de ${}_3A$ à ${}_4A$. Qu'on mène alors sur l'horizon, depuis ${}_4A$, L et ${}_3B$, les perpendiculaires ${}_4AP$, LN et ${}_3BN$. De 25 la sorte, puisque ${}_3BL$ est quintuple (au choix) de ${}_3AL$, ${}_3AL$ sera le sixième de ${}_3A{}_3B$; donc LN aussi sera le sixième de ${}_3BM$. Derechef, ${}_4A{}_4B$ est à ${}_4BL$ comme 6 à 5. Or, il a été montré que LN est à ${}_3BM$ comme 1 à 6. Donc ${}_4AP$ est à ${}_3BM$ comme 1 à 5, ou bien ${}_4AP$ est le cinquième de 16 pieds. Donc, alors que nous avions au départ un corps A de 4 livres élevé seulement à un 30 pied ${}_1AH$, nous avons maintenant élevé le même corps à trois pieds plus un cinquième; telle est en effet la hauteur ${}_4AP$. Et ainsi le corps, par la force de sa seule descente et par les effets résultant de la puissance qui en est produite, s'élève lui-même plus haut de presque le quadruple de ce qu'il y avait auparavant. Ce qui est absurde (par l'Axiome immédiatement précédent). 35 En effet, on obtiendrait ainsi visiblement le mouvement perpétuel. Car il peut se faire qu'un corps A descende de nouveau de ${}_4A$ à ${}_1A$ et que, dans sa descente le long d'une hauteur de plus de deux pieds, il réalise certaines

${}_4B$ in ${}_1B$. Unde omnibus in statum priorem restitutis habemus Machinam efficacem Motus perpetui Mechanici. Et simile absurdum mutatis tantum numeris ostendi poterit, quamdiu altitudo ${}_3BM$ ad quam ascendere potest B vi velocitatis acceptæ major erit quam ${}_4$ pedum; id est (per Lemma) quamdiu accepta ab ipso B velocitas plus quam dupla erit velocitatis, quam habuerat A . Quod erat demonstrandum.

Demonstratio tertia

Axioma: Fieri non potest, ut centrum gravitatis corporum ex ipsa vi gravitatis ascendat.

10 Hoc concesso, patet in primo situ ${}_1A$, ${}_1B$, posito ${}_1B$ in horizonte, et ${}_1A$ elevato altitudine unius pedis ${}_1A$ H supra horizontem, centrum gravitatis commune ${}_1C$ erit elevatum quatuor quintis unius pedis. Juncta enim recta ${}_1A$ ${}_1B$ secabitur in ${}_1C$, ita ut sit ${}_1B$ ${}_1C$ quadrupla ipsius ${}_1A$ ${}_1C$; ergo ${}_1C$ ${}_1B$ constat quatuor quintis ipsius ${}_1A$ H pedis. Sed in statu vel situ sequente ${}_3A$ ${}_3B$ 15 reperiemus ${}_3C$ commune centrum gravitatis assurrexisse ad ${}_3C$ ${}_3G$ sedecim quintas pedis. Divisa enim ${}_3A$ ${}_3B$ in ${}_3C$, sic ut sit ${}_3C$ ${}_3B$ quadrupla ipsius ${}_3B$ ${}_3A$, erit ${}_3C$ centrum gravitatis ipsorum A et B , et cum ${}_3C$ ${}_3A$ sit quinta pars ipsius ${}_3A$ ${}_3B$, erit et ${}_3C$ ${}_3G$ quinta pars ipsius ${}_3BM$ sedecim pedum. Ergo constat sedecim quintis pedis, et proinde ${}_3C$ centrum gravitatis commune elevatur ad altitudinem ${}_3C$ ${}_3G$ quadruplam prioris ${}_1C$ ${}_1G$, quæ tantum 20 quatuor quintis constabat. Quod est absurdum (per axioma proxime præcedens;) ita enim centrum gravitatis commune duorum corporum gravium vi ipsius gravitatis ascendet. Nec aliter evitari potest absurditas, nisi B accipiat velocitatem quæ non sit minor duobus gradibus; ne scilicet ultra (B) 25 altitudinem ${}_4$ pedum ascendere possit.

Scholion: Modum quo revera effici potest, ut totius alicujus corporis [300] dati A potentia data transferatur in aliud datum corpus B antea quiescens explicui in specimine Elementorum dynamicorum. Hoc loco sufficit eam translationem tamquam possibilem concipi, ut ex hypothesi intelligatur data 30 velocitate ipsius A , quantam accipere debeat B , ut potentiam ipsius A æquet. Certe duæ potentiæ (ut corporis ${}_4$ habentis velocitatem 1, et corporis 1 habentis velocitatem ${}_4$) æquales esse non possunt, si una in locum alterius substituta motus perpetuus oritur.

8-9 Axioma ... ascendat. vide C. Huygens, *Horologium oscillatorium sive de Motu pendulorum ad horologia aptato demonstrationes geometricæ*, Paris: F. Meguet 1673, IV, Hyp. 1: "Si pondera quolibet, vi gravitatis suæ, moveri incipiant; non posse centrum gravitatis ex ipsis compositæ altius, quam ubi incipiente motu reperiabatur, ascendere" (OC, XVIII, p. 247). **28** in ... dynamicorum vide infra, Pars I, Sectio II, prop. 38.

opérations mécaniques proposées (comme d'élever d'autres poids, de couper du bois ou autres semblables), et néanmoins en revenant ensuite en ${}_1A$, où il se trouvait initialement, il serait en état de répéter le même jeu. En effet, B aussi peut revenir à nouveau dans son lieu premier ${}_1B$, pourvu que se trouvant en ${}_4B$, on pose qu'il ne soit pas descendu directement sur l'horizon HM , mais se soit arrêté un tout petit peu plus haut, pour descendre de ${}_4B$ à ${}_1B$. D'où, tout revenu à l'état initial, nous avons une machine effectuant un mouvement perpétuel mécanique. Et en changeant seulement les nombres, on pourra montrer la même absurdité, dès lors que la hauteur ${}_3BM$, à laquelle B peut monter avec la force de sa vitesse acquise, sera plus grande que quatre pieds, c'est-à-dire (par le Lemme), dès lors que la vitesse reçue par le même B sera plus que le double de la vitesse qu'avait A . Ce qu'il fallait démontrer.

Troisième démonstration

Axiome : Il ne peut arriver que le centre de gravité des corps s'élève par la seule force de la gravité

Cela accordé il est clair que, dans la situation initiale ${}_1A$, ${}_1B$, après avoir placé ${}_1B$ sur l'horizon et élevé ${}_1A$ à une hauteur ${}_1AH$ d'un pied au-dessus de l'horizon, leur centre de gravité commun ${}_1C$ sera élevé de quatre cinquièmes d'un pied. En effet, la droite ${}_1A{}_1B$ qui les joint sera coupée en ${}_1C$, de sorte que ${}_1B{}_1C$ soit le quadruple de ${}_1A{}_1C$; donc ${}_1C{}_1B$ est constitué de quatre cinquièmes du pied ${}_1AH$. Mais dans l'état ou dans la situation qui suivent ${}_3A{}_3B$, nous trouverons que le centre de gravité commun ${}_3C$ s'élève à ${}_3C{}_3G$ de seize cinquièmes de pieds. Soit en effet ${}_3A{}_3B$ divisée par ${}_3C$ de telle sorte que ${}_3C{}_3B$ soit le quadruple de ${}_3B{}_3A$, ${}_3C$ sera le centre de gravité commun de A et B ; et comme ${}_3C{}_3A$ est la cinquième partie de ${}_3A{}_3B$, ${}_3C{}_3G$ sera aussi le cinquième de ${}_3BM$ de seize pieds. Donc il se constitue de seize cinquièmes de pied et, par conséquent, le centre de gravité commun ${}_3C$ s'élève à une hauteur ${}_3C{}_3G$ quadruple de sa hauteur initiale ${}_1C{}_1G$, qui se constituait de quatre cinquièmes. Ce qui est absurde (par l'Axiome immédiatement précédent); dans ce cas en effet, le centre de gravité commun de deux corps pesants s'élèverait par la seule force de cette gravité. L'absurdité ne peut-être évitée autrement, si ce n'est que B reçoive une vitesse qui ne soit pas inférieure à deux degrés pour qu'il ne puisse en effet pas monter au-delà de la hauteur (B) de 4 pieds.

Scolie : J'ai expliqué dans un échantillon des éléments de dynamique la manière par laquelle on peut effectivement obtenir que la puissance donnée

Demonstratio quarta
ex abstractis a materia sensibili motuum rationibus

Actio faciens duplum tempore simplo est dupla actionis facientis duplum tempore duplo; Actio faciens duplum tempore duplo est dupla actionis facientis simplum tempore simplo. Ergo Actio faciens duplum tempore simplo est quadrupla actionis facientis simplum tempore simplo seu eodem.

Sed operæ pretium est rem exponere paulo fusius. Sit L actio percurrendi spatium simplum tempore simplo, et M actio percurrendi spatium duplo tempore duplo, et denique N actio percurrendi spatium duplum tempore simplo. Hæc autem semper intelligantur de motu liberrimo, qualis est uniformis, horizontalis in medio non resistente; intelligatur præterea mobile esse idem, vel saltem mobilia esse æqualia. Jam N est duplum ipsius M (duas leucas percurrere in hora duplum est percursionis duarum leucarum in duabus horis,) et M est duplum ipsius L (duas leucas percurrere in duabus horis duplum est percursionis unius leucæ in una hora, si enim duæ leucæ percurrantur in duabus horis, bis fit actio percurrendi unam leucam in una hora.) Ergo N est quadruplum ipsius L (duas leucas percurrere in una hora quadruplum est percursionis unius leucæ in una hora,) seu duplam celeritatem per æquale tempus habere quadruplum est, et similiter triplam habere, noncuplum; et ita porro. Jam actiones uniformes tempore æquali durantes sunt inter se ut potentiæ agendi; itaque absolute si in mobili æquali celeritas sit dupla, erit potentia quadrupla, seu æqualibus positis corporibus potentiæ sunt in duplicata ratione velocitatum. Unde manifestum est potentias corporum inæqualium esse in ratione composita ex simplice corporum ac duplicata velocitatum. Unde manifestum est, potentias corporum inæqualium esse in ratione composita ex simplice corporum ac duplicata velocitatum. Itaque si tota potentia corporis A , 4. præditi velocitate ut 1, debeat dari corpori B , 1. hoc debet accipere velocitatem ut 2. Nam A , 4 in 1 (quadratum velocitatis 1.) idem producit quod B , 1 in 4 (quadratum velocitatis 2.) Quod erat demonstrandum.

Scholion ad demonstrationem 4

Quamquam hæc demonstratio ultima ad gustum captumve omnium fortasse non sit, iis tamen qui liquidam veritatem perceptionem quærunt imprimis placere debet. Mihi certe ut postrema reperta est, ita dignitate prima videtur; cum a priori profisciscatur, et ex sola spatii ac temporis

d'un corps donné *A* soit totalement transférée à un autre corps donné *B* jusque là au repos. Ici, il suffit de concevoir ce transfert comme possible, de sorte qu'on comprenne par hypothèse, étant donnée la vitesse de *A*, quelle quantité de vitesse *B* doit recevoir pour que sa puissance égale celle de *A*. Assurément les deux puissances (comme d'un corps 4 qui a une vitesse 1 et 5 d'un corps 1 ayant une vitesse 4) ne peuvent être égales si de la substitution de l'une à l'autre résulte le mouvement perpétuel.

Quatrième démonstration, par les raisons
du mouvement abstraites de la matière sensible

L'action qui fait le double en un temps simple est double de l'action qui 10 fait le double en un temps double; l'action qui fait le double en un temps double est le double de l'action qui fait le simple en un temps simple. Donc, l'action qui fait le double en un temps simple est quadruple de l'action qui fait le simple en un temps simple, ou dans le même temps.

Mais il vaut la peine d'exposer cela un peu plus en détail. Soit *L* l'action 15 de parcourir un espace simple en un temps simple, et *M* l'action de parcourir un espace double en un temps double, et *N* enfin l'action de parcourir un espace double en un temps simple. Tout cela s'entend toujours du mouvement parfaitement libre, qui comme tel est uniforme, horizontal et dans un milieu sans résistance; qu'on conçoive en outre que le mobile demeure 20 le même, ou du moins que les mobiles soient égaux. Or *N* est le double de *M* (parcourir deux lieues en une heure est le double du parcours de ces lieues en deux heures), et *M* est le double de *L* (parcourir deux lieues en deux heures est le double du parcours d'une lieue en une heure : car si deux lieues sont parcourues en deux heures, l'action de parcourir une lieue en 25 une heure arrive deux fois). Donc *N* est le quadruple de *L* (parcourir deux lieues en une heure est le quadruple du parcours d'une lieue en une heure), ou bien avoir une vitesse double pendant un temps égal est le quadruple, et semblablement, avoir une vitesse triple est le nonuple, et ainsi de suite. Or les actions uniformes durant un temps égal sont entre elles comme les 30 puissances d'agir : c'est pourquoi, absolument parlant, si dans un mobile égal la vitesse est double, la puissance sera quadruple, c'est-à-dire que, dans des corps supposés égaux, les puissances sont en raison double des vitesses. D'où il est manifeste que les puissances de corps inégaux sont en raison composée de la raison simple de ces corps et de la raison double de leurs 35 vitesses. De là, il est clair que les puissances des corps inégaux sont en raison composée de la raison simple de ces corps et de la raison double de leurs vi-

contemplatione nascatur sine ulla assumptione gravitatis aliarumve hypothesium natura posteriorum. Inde jam non tantum consensus habetur veritatum insignis; sed et via aperitur nova demonstrandi propositiones Galilæi de motu gravium, sine hypothesi qua ille uti debuit, quod scilicet in
5 motu illorum uniformiter accelerato æqualibus temporibus æqualia velocitatis incrementa acquirantur; id ipsum enim pariter ac Lemma supra positum ex demonstratione hac nostra quarta ab ipsis independente concludi potest. Quod imprimis memorabile maximique ad perficiendam motuum Scientiam movimenti visum est.

7 demonstratione ... independente *vide infra, II Pars, Sectio 1^a, prop. 32.*

resses. C'est pourquoi si toute la puissance du corps A , 4, doté d'une vitesse comme 1, doit être donnée au corps B , 1, celui-ci doit recevoir une vitesse comme 2. En effet A , 4 multiplié par 1 (carré de la vitesse 1) produit la même chose que B , 1 multiplié par 4 (carré de la vitesse 2). Ce qu'il fallait démontrer.

5

Scolie à la démonstration 4

Bien que cette ultime démonstration ne soit peut-être pas au goût ou à la portée de tous, elle doit pourtant plaire surtout à ceux qui cherchent une perception limpide des vérités. Assurément, bien que je l'aie découverte en dernier, elle m'a paru première quant au rang, puisqu'elle procède *a priori* 10 et résulte de la seule considération de l'espace et du temps, sans aucun emprunt à la gravité ou à toutes autres hypothèses postérieures par nature. De là désormais, non seulement il y a un accord remarquable des vérités, mais s'ouvre aussi une nouvelle voie pour démontrer les propositions de Galilée à propos du mouvement des graves, sans recours à l'hypothèse qu'il a du 15 utiliser, c'est-à-dire que dans leur mouvement uniformément accéléré, ils doivent acquérir en des temps égaux des accroissements égaux de vitesse. En effet, cela même tout comme le Lemme placé ci-dessus peut être conclu à partir de notre quatrième démonstration, qui en est indépendante. Ce qui semble mémorable entre tout et de la plus grande importance pour parfaire 20 la Science du mouvement.

PARS I
CONTINENS DYNAMICA SIMPLICIA
SEU A REBUS ABSTRACTA

PREMIÈRE PARTIE
CONTENANT LES DYNAMIQUES SIMPLES
OU ABSTRAITES DES CHOSES

Sectio prima. De quantitate materiæ, et de æstimatione [36r] in universum

Traditio

Bh LH XXXV 11, 18C, ff. 36r-53r, 55r

E GM 6, pp. 293-319.

CAPUT I. DE RERUM ÆSTIMATIONE IN UNIVERSUM

5

Definitio 1

QUANTITAS exprimitur numero (partium) congruentium
et incommunicantium, quæ constituunt rem quantitate
præditam.

Ita quantitas passus *B* (Figura 1. hujus sectionis [p. 28]) est quinquepeda-
10 litas, et exprimitur quinario pedum; hoc est, numero quinque partium in-
communicantium seu nullam partem communem habentium; con-
gruentium autem pedi *A*, adeoque et congruentium inter se.

Cum Quantitas rei idem sit quod Numerus indefinitus partium qui va-
rius est prout pars mensurans major minorve assumitur, hinc, ut obiter
15 dicam, ratio petenda est, cur Logistica vel Algebra latissime accepta,
quæ nihil aliud est quam scientia de numero generalis sive incerto (ut de
C, D, E loco 3, 4, 5), simul sit scientia de quantitate in universum; et plus

26.6-28.7 *Ultimas Leibnitii emendationes in p. A 7 non copiavit, haud credimus vidisse Bh*
6-8 QUANTITAS ... præditam. in margine p. A 7 sic emendanda successive notavit Leib-
nitius: Quantitas rei exprimitur numero partium incommunicantium eidem mensura
tanquam unitati congruentium **26.13-28.7** (1) Hæc est ratio, ut obiter dicam, cur Lo-
gistica vel Algebra, quæ nihil aliud est quam scientia de numero generali sive incerto
(ut de *C, D, E* loco 3, 4, 5), simul sit Scientia de quantitate in universum, et plus possit,
quam videtur posse. Hinc etiam comparare interdum possumus, quæ hætenus calculum
non subiere; sic actio puncti *A* motu uniformi intra duas horas percurrentis duas leucas,
est dupla puncti *B* intra horam percurrentis unam leucam; nam quod prior actio continet
bis, id posterior semel, cum *A* intra horam percurrat leucam, et rursus intra horam per-
currat leucam; quæ consideratio nobis profuit ad veram quantitatem potentiæ motus hæc
transcripsit Bh sed postea in A 7 part. corr. et del. Leibnitius (2) Cum ... motricis

Première section. De la quantité de matière et de l'estimation en général

CHAPITRE I. DE L'ESTIMATION DES CHOSES EN GÉNÉRAL

Définition 1

5

La QUANTITÉ est exprimée par un nombre de (parties) congruentes et disjointes, qui constituent une chose pourvue de quantité.

Ainsi, la quantité du pas *B* (figure 1 de cette section [p. 29]) est de cinq pieds, et donc elle est exprimée par un nombre de pieds quinaire : c'est le nombre de cinq parties *disjointes* ou qui n'ont aucune partie commune, 10 mais qui, en même temps, sont *congruentes* au pied *A* et donc congruentes aussi entre elles.

Comme la quantité d'une chose est identique au nombre indéfini des parties, qui varie selon qu'on suppose la partie mesurante plus grande ou plus petite, c'est de là, pour le dire en passant, qu'il faut tirer la raison pour 15 laquelle la *Logistique* ou l'*Algèbre* au sens le plus large, qui n'est rien d'autre que la science du nombre général ou indéterminé (comme de *C, D, E*, au lieu de 3, 4, 5), est en même temps la science de la quantité en général, et qu'elle a plus d'étendue qu'elle ne le paraît. À partir de notre définition de la quantité nous apprenons aussi à mesurer des choses qui jusqu'ici ne se 20 prêtaient pas au calcul : ainsi l'action du point *A* parcourant d'un mouvement uniforme deux lieues en deux heures est double de l'action parcourant une lieue en une heure. Car ce que la première action contient deux fois, la suivante le contient une seule fois, puisque *A* et *B* parcourent une lieue en une heure, mais que *B* parcourt de nouveau une lieue en une heure ; 25 cette considération nous a été utile pour trouver la véritable quantité de la puissance motrice¹.

¹Le texte copié par Bodenhause, auquel nous substituons ici la dernière version leibnizienne, est le suivant : « C'est, pour le dire en passant, la raison pour laquelle la *Logistique* ou l'*Algèbre*, qui n'est rien d'autre que la science générale du nombre ou du nombre indéterminé (comme de *C, D, E* au lieu de 3, 4, 5), est en même temps la science de la quantité en général, et qu'elle a plus d'étendue qu'elle ne le paraît. De là que nous pouvons même

possit, quam videtur posse. Ex nostra etiam quantitatis definitione æstimare discimus, quæ hæcenus calculum non subiere, sic actio puncti *A* motu uniformi intra duas horas percurrentis duas leucas, est dupla actionis puncti *B* intra horam percurrentis unam leucam. Nam quod prior actio continet
 5 bis, id posterior semel, cum *A* et *B* intra horam percurrant leucam, sed *B* rursus intra horam percurrat leucam; quæ consideratio nobis profuit ad veram quantitatem potentiæ motricis inveniendam.

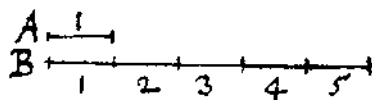


Figura 1

Definitio 2

MENSURA est, cujus numerus quantitatem exprimens est
 10 unitas, seu quod congruit cuivis earum partium, quarum numerus facit quantitatem.

Ut pes in exemplo præcedenti congruit cuilibet ex quinque partibus inter se congruentibus et incommunicantibus ipsius passus, atque ea ratione pes est mensura passus, seu si pes sit 1, passus est 5.

15 Si tamen passus notior sit pede, vicissim utiliter passum adhibebimus ut mensuram pedis; nam numerus pedis quantitatem exprimens erit $\frac{1}{5}$ passus, seu unitas passus per 5 divisa; seu pes est ad passum ut $\frac{1}{5}$ ad unitatem, vel etiam est $\frac{1}{5}$ absolute, si ipse passus dicatur unitas. Neque enim tantum
 20 numeros intelligimus integros, sed et fractos, imo irrationales; ideo licet mensurandum propositum sit mensuræ incommensurabile, ut vocant; non ideo minus recte quantitas ipsius exprimetur per numerum irrationalem, posito mensuram exprimi per unitatem. Et vero semper incommensurabilia reduci possunt ad commensurabilia ab iis minus differentia, quam est error datus.

Definitio 3

25

HOMOGENEA sunt, quæ per eandem mensuram cognoscuntur.

Ita homogenea est linea lineæ, superficies superficiæ, solidum solido, tempus tempori, celeritas celeritati; mensura autem communi cognoscuntur
 30 etiam curva et recta, aut plana et gibba, imo etiam incommensurabilia;

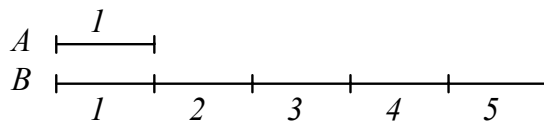


Figure 1

Définition 2

La MESURE est l'unité dont le nombre exprime la quantité, ou ce qui est congruent à chacune des parties dont le nombre fait la quantité.

Comme le pied dans l'exemple précédent est congruent avec n'importe laquelle des cinq parties de ce même pas à la fois congruentes et non com- 5 municantes entre elles, et, pour cette raison, le pied est la mesure du pas, ou bien, si le pied est 1, il y a 5 pas.

Si cependant on connaît mieux le pas que le pied, nous pouvons inversement utiliser le pas comme mesure du pied; en effet, le nombre exprimant la quantité du pied sera d' $\frac{1}{5}$ de pas, ou l'unité du pas divisée par 5, ou le 10 pied est au pas comme $\frac{1}{5}$ est à l'unité, ou enfin il vaut simplement $\frac{1}{5}$, si le pas lui-même est appelé l'unité. En effet, nous ne concevons pas seulement des nombres entiers, mais aussi les nombres fractionnaires et même les irrationnels; c'est pourquoi bien que ce qu'il est proposé de mesurer soit, comme on dit, incommensurable à la mesure, sa quantité n'en est pas 15 moins correctement exprimée par un nombre irrationnel, supposé que la mesure soit exprimée par l'unité. Mais les *incommensurables* peuvent toujours être ramenés aux commensurables qui en diffèrent moins que toute erreur donnée.

Définition 3

20

Sont HOMOGÈNES les choses qui sont connues par la même mesure.

Ainsi, la ligne est homogène à la ligne, la surface à la surface, le solide au solide, le temps au temps, la vitesse à la vitesse. De plus, c'est par une commune mesure qu'on connaît aussi les courbes et les droites, comme

parfois comparer ce qui, jusqu'à présent, n'a pas été soumis au calcul. Ainsi, l'action d'un point *A*, qui parcourt avec un mouvement uniforme deux lieues en deux heures, est le double de celle du point *B* qui parcourt une lieue en une heure; en effet, ce que la première action contient deux fois, la seconde le contient une seule fois, puisque *A* parcourt une lieue en une heure et à nouveau parcourt une lieue en une heure; cette observation nous a été utile pour trouver la véritable quantité de la puissance du mouvement».

nec obstat, quod sæpe resolutio quædam in infinitum vel saltem indefinite producibilis consideranda est, antequam rei quantitas per mensuram inveniatur. Interim homogenea incommensurabilia, etsi per eandem mensuram seu unitatem æstimentur, seu quoad quantitatem cognoscantur, non tamen
 5 eadem mensura duo inter se incommensurabilia metitur, seu non possunt hæc ejusdem mensuræ repetitione exacte exhaustiri.

Definitio 4

ÆQUALIA sunt, quorum eadem est quantitas; seu quæ per eandem mensuram eodem modo exprimuntur. Homogenea igitur sint necesse
 10 est.

Definitio 5

MINUS est, quod alterius (MAJORIS) parti æquale est. Itaque in majore sumi potest pars æqualis minori; quo postulato sæpe indigemus in demonstrationibus. Et pars est minor toto; nam pars est æqualis
 15 parti totius (nempe sibi), quod autem parti totius æquale est, id toto minus est, (per definitionem minoris). Itaque pars toto minor est, seu totum est majus parte. Et totum est æquale summæ partium incommunicantium; cum numerus ejus colligatur ex numero partium. Oportet autem partes esse incommunicantes, alioquin idem bis in calculum
 20 veniret.

Definitio 6

RELATIO QUANTITATUM est modus unam quantitatem inveniendi per aliam.

Definitio 7

25 RATIO seu PROPORTIO est relationum simplicissima, seu potius habetur per Relationem quantitatis simplicissimam, nempe quæ est inter duo homogenea sine assumptione homogenei tertii.

Itaque sufficit dato numero exprimente quantitatem unius, dari numerum
 30 rum exprimentem quantitatem alterius; ut si dicam A esse 2, posito B esse 3; seu A esse $\frac{2}{3}$ ipsius B ; item si dicam esse latus quadrati quod sit duplum [37r]

3-6 Interim ... exhaustiri. *add. in A 9 Leibnitius* 26-27 simplicissimam (x) seu *del.* (2) nempe *add. L* 31 3, *corr. L*

aussi les surfaces planes et les surfaces convexes, et même les incommensurables. Et cela n'empêche pas que la résolution doive souvent être considérée comme susceptible de se poursuivre à l'infini ou du moins indéfiniment, avant qu'on ne trouve la quantité par la mesure. Cependant les [sujets] homogènes incommensurables, bien que chacun soit estimé par la même 5 mesure ou la même unité, ou soit connu quant à la quantité, cependant la même mesure ne mesure pas deux [sujets] incommensurables entre eux, c'est-à-dire qu'ils ne peuvent pas être exactement épuisés par la répétition de cette même mesure.

Définition 4

10

Sont ÉGALES les choses dont la quantité est la même, ou qui sont exprimées de la même manière par la même mesure. Elles sont donc nécessairement homogènes.

Définition 5

Est PLUS PETIT ce qui est égal à une partie de l'autre (PLUS GRAND). C'est 15 pourquoi une partie égale au plus petit peut être prise dans le plus grand : nous aurons souvent besoin de ce postulat dans nos démonstrations. *Et la partie est plus petite que le tout* ; en effet, la partie est égale à une partie du tout (à savoir à elle-même) : or, ce qui est égal à la partie du tout, est plus petit que le tout (par la définition de plus petit). C'est pourquoi la partie 20 est plus petite que le tout, ou le tout est plus grand que la partie². Et le tout est égal à la somme des parties disjointes, puisque son nombre réunit le nombre des parties. Mais il faut que les parties soient disjointes, sans quoi le même élément interviendrait deux fois dans le calcul.

Définition 6

25

La RELATION entre les QUANTITÉS est le moyen de trouver une quantité par une autre.

Définition 7

La RAISON ou PROPORTION est la plus simple des relations, ou plutôt on l'obtient par la relation de quantité la plus simple, à savoir celle qui se trouve 30 entre deux choses homogènes, sans égard à une troisième chose homogène.

C'est pourquoi il suffit, étant donné le nombre exprimant la quantité d'une chose, que soit donné le nombre exprimant la quantité d'une autre ;

²Cf. Thomas Hobbes, *De corpore*, cap. 8, § 25. Démonstration adoptée par Leibniz dès la fin 1672 (A VI, 2, 482-483).

quadrati ipsius B . Et ita (in triangulo) ordinatæ (seu basi parallelæ) a recta (ut hypotenusâ) ad axem (ut cathetum) ductæ habent relationem simplicem communem seu rationem constantem ad respondentes abscissas seu partes axis inde a puncto fixo sumtas. Sed in circulo relatio communis inter ordinatam et abscissam, verbi gratia inter sinum rectum et sinum complementi, non est ratio communis, vel quod idem est, sinus complementi non sunt sinus rectis proportionales; cum assumendum sit aliquid tertium homogeneum utrique, nempe radius. Nam relatio generalis inter sinum rectum et sinum complementi in eo consistit, quod eorum quadrata simul æquantur quadrato radii.

Ex hac definitione rationis sequitur (ut obiter moneam) æquationes huiusmodi (in quibus x et y sunt ordinatæ et abscissæ): $xx + ayy = bxy$, vel $cx^3 + yyx + exxy = fy^3$, et similes in infinitum, esse ad lineam rectam, quia salva lege homogeneorum, constantes a, b, c, e, f , pro numeris haberi possunt, ita ut nulla tertia homogenea præter x et y assumatur; unde inter ipsas datur ratio constans.

Cum ratio A ad B rationis C ad D multipla dicitur, tunc intelligitur numerum qui exprimit quantitatem seu valorem ipsius A , posito B esse unitatem, esse multipulum numeri, qui exprimit valorem ipsius C , posito D esse unitatem. Sic ratio novenarii ad binarium tripla est rationis ternarii ad binarium.

Componitur ratio A ad B ex rationibus L ad N , et M ad P , si sumta quadam E , sit A ad E , ut L ad N , et E ad B , ut M ad P . Et numerus ipsius A est ad numerum ipsius B , ut factum multiplicando numeros L, M ad factum multiplicando numeros N, P .

Cum ratio A ad B multiplicata dicitur rationis C ad D , intelligitur numerus rationum æqualium rationi C ad D , interponibilium inter rationem A ad B , seu logarithmus, esse multiplex; vel quoties sumenda sit ratio C ad D , ut inde componatur ratio A ad B ; veluti si sit A ad E ut C ad D , et E ad F , ut C ad D , et F ad B , ut C ad D , dicetur ratio A ad B esse triplicata rationis C ad D , composita scilicet ex ipsa ter sumta et multiplicatione instituta reperietur esse A ad B ut cubus de C ad cubum de D . [37v]

comme si je disais que A est 2, après avoir posé que B est 3 ; soit A est $\frac{2}{3}$ de B ; de même que si je disais qu'il est le côté d'un carré qui est double du carré de B . Et ainsi (dans un triangle) les ordonnées (ou les parallèles à la base) qui vont de la droite (comme l'hypoténuse) à l'axe (comme la cathète) ont une relation simple commune ou une raison constante avec les abscisses correspondantes ou avec les parties de l'axe prises à partir d'un point fixe. Mais dans un cercle, la relation commune entre l'ordonnée et l'abscisse, par exemple entre le sinus droit et le cosinus, n'est pas une raison commune ou, ce qui revient au même, les cosinus ne sont pas proportionnels aux sinus droits, puisqu'il faut admettre un troisième terme homogène à l'un et l'autre, à savoir le rayon ; en effet, la relation générale entre le sinus droit et le cosinus consiste en ce que leurs carrés pris ensemble sont égaux au carré du rayon.

De cette définition de la raison, il découle (pour le signaler en passant), que les équations de cette sorte (où x et y sont les ordonnées et les abscisses) $x^2 + ay^2 = bxy$, ou $cx^3 + y^2x + ex^2y = fy^3$, et ainsi de suite à l'infini, se rapportent à la ligne droite, parce que pour satisfaire la loi des homogènes, les constantes a, b, c, e, f peuvent être prises pour des nombres, de telle sorte qu'on n'emploie aucun troisième terme homogène en plus de x et y ; d'où il y a une raison constante entre elles.

Quand la *raison* de A à B est dite *multiple* de la *raison* de C à D , alors il faut comprendre que le nombre qui exprime la quantité ou la valeur de A , supposé que B est l'unité, est un multiple du nombre qui exprime la valeur de C , supposé que D est l'unité. Ainsi, la raison du novénaire au binaire est triple de la raison du ternaire au binaire.

La *raison* de A à B est *composée* des raisons de L à N et de M à P , s'il y a un E tel que A est à E comme L est à N , et que E est à B comme M à P . Et le nombre de A est au nombre de B , comme le produit de la multiplication des nombres L, M est au produit de la multiplication des nombres N, P .

Quand la *raison* de A à B est dite *multipliée* par la *raison* de C à D , on entend que le nombre des raisons égales à la raison de C à D et interposables entre la raison de A à B , c'est-à-dire le logarithme, est multiple, ou on entend combien de fois il faut prendre la raison de C à D pour en composer la raison de A à B . Par exemple si A est à E comme C à D , et si E est à F comme C à D , et si F est à B comme C à D , on dira que la raison de A à B est triple de la raison de C à D , puisqu'elle en est composée en la prenant trois fois ; et, la multiplication faite, on trouvera que A est à B comme le cube de C est au cube de D .

CAPUT 2. DE QUANTITATE MATERIÆ SEU VOLUMINE ET DENSITATE

[37v]

Definitio 1

VOLUMEN seu EXTENSIO MATERIÆ est magnitudo loci, quem
5 occupat Materia; loci scilicet congruentis seu minimi
quem tunc habet.

Ut si (Figura 2) mobile A ex loco ${}_1A$ sit translatum in locum ${}_2A$, intra
sphæram $B(B)$, et ipsius ${}_2A$ magnitudo sit pes cubicus, dicemus pedem cu-
bicum esse volumen mobilis A in ${}_2A$ existentis. Etsi autem A existens in ${}_2A$
10 etiam existat in sphæra $B(B)$, locus tamen qui volumen ejus determinat
proprius intelligitur seu minimus, qui ei ut nunc situm est, assignari po-
test. Itaque licet sphæra quoque sit locus ipsius A , est tamen communis, non
proprius, quia pars ut (B) a sphæra potest resecari salvo loco mobilis mino-
ris inclusi. Unde (ut obiter dicam) locus non est superficies ambientis,
15 alioqui puncta et lineæ non forent in locis sibi propriis. Intelligitur autem
locus proprius præsens seu quem mobile nunc habet, fieri enim potest for-
tasse ut alio tempore rarefactum aut condensatum majorem aut minorem
occupet, sed tunc etiam aliud quam nunc volumen habere dicitur.

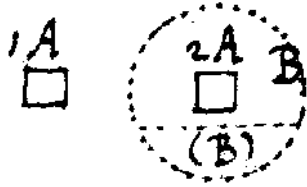


Figura 2



Figura 3

Definitio 2

14 non ... ambientis, *significatur hic* Descartes, *Principia philosophiæ*, 2^a Pars, art. 15
(AT VIII/1, p. 71).

CHAPITRE 2. DE LA QUANTITÉ DE MATIÈRE OU DU VOLUME ET DE LA DENSITÉ

Définition 1

Le VOLUME ou EXTENSION DE LA MATIÈRE est la grandeur du lieu qu'occupe la matière, à savoir du lieu congruent (c'est-à-dire lieu propre) ou minimal qui est alors le sien.

Ainsi (figure 2), si un mobile A est transféré du lieu ${}_1A$ au lieu ${}_2A$ à l'intérieur d'une sphère $B(B)$, et si la grandeur de ${}_2A$ est un pied au cube, nous dirons que le pied au cube est le volume du mobile A situé en ${}_2A$. Même si A , se trouvant en ${}_2A$ se trouve aussi dans la Sphère $B(B)$, cependant, le lieu qui détermine son volume est conçu comme le lieu propre ou minimal qui peut lui être assigné dans sa situation actuelle. C'est pourquoi, quoique la sphère soit aussi le lieu de A , il s'agit cependant d'un lieu commun et non propre, parce que une partie comme (B) peut être retranchée de la sphère sans modifier le lieu du mobile plus petit qui y est inclus. De là (pour le dire en passant) que le lieu n'est pas la surface qui l'environne, autrement les points et les lignes ne seraient pas dans des lieux qui leur seraient propres. On doit entendre en outre qu'il s'agit du lieu propre présent, ou que le mobile a en ce moment, car il peut sans doute arriver qu'il occupe à un autre moment un lieu raréfié ou condensé, plus grand ou plus petit, mais alors on dira qu'il a un autre volume qu'à présent.

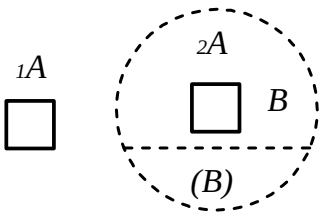


Figure 2

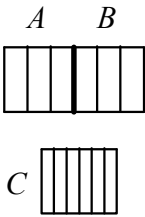


Figure 3

Définition 2

La DENSITÉ ou INTENSION de la MATIÈRE est ce dont les quantités sont proportionnelles aux quantités de la matière (contribuant à la chose ou consti-

DENSITAS seu INTENSIO MATERIE est, cujus quantitates sunt proportionales quantitatibus materie (ad rem facientis seu mobile constituentis) voluminibus æqualibus contentæ; (in gravibus dicitur GRAVITAS SPECIFICA) opponitur ei RARITAS (aut LEVITAS SPECIFICA).

Ut si (Figura 3. [p. 34]) Aër (similaris) duorum pedum cubicorum *A* et *B* comprimendo redigatur intra unum pedem *C*, erit in pede *C* duplum materie ejus quæ fuit in pede *A*, et ideo dicitur Aër *C* duplo densior aëre *A* duploque ponderosior, et aër *A* duplo rarior aëre *C*, duploque levior. Interim non assero in rigore philosophico eandem materie quantitatem majus minusve volumen occupare posse, imo contrarium verius puto; nobis vero hic sufficit ad sensum sic videri, etsi fortasse materia levior revera sit spongiosior, nec volumen suum exacte impleat, interfluente alia materia tenuiore, sed quæ ad rem non facit, nec mobile de quo agitur constituit, nec in motu ejus computatur. Cæterum etsi mobile in diversis partibus diversæ sit densitatis, nihilominus ipsi certa densitas seu specifica gravitas media attribuitur, ea ipsa scilicet quam definitio indicat. Et sane non perfectam in rigore philosophico similaritatem necessariam esse ex metallis in unam massam fusis intelligi potest, etsi enim aurum in mixtura salvum maneat, pariterque argentum, et proinde nihil aliud quam æqualis distributio per partes voluminis sensibiles postuletur, perinde tamen loquimur, ac si nullum esset punctum, in quo non gravitas specifica nova ex auro argentoque mistis resultans existat. Interim notandum, corpus posse esse dissimulare, et tamen æquabilis ubique seu uniformis gravitatis, ut si pars si argentea, pars ex stanno per plumbum ita temperato, ut ligatura argentum gravitate specifica æquet.

Definitio 3

MOLES est quantitas materie in mobili contentæ, (et in gravibus dicitur PONDUS;) itaque moles sunt ut mobilia. Sunt qui molem pro volumine accipiunt, ego pro pondere malim, quod movere utique majoris molis esse Latini dicent. Itaque in auro cæteris paribus plus dicimus materie ad rem facientis sive molis esse quam in pumice; minus tamen in nummo aureo, quam in frusto pumicis cubitali, in libra autem plumbi tantum erit materie, quantum in libra ex levissimis plumis congestis facta. Pondus autem nobis indicat quantitatem materie ad rem facientis seu quæ a nobis percipi potest. Nec unquam pondera nisi proportionē additorum aut detractorum ponderosorum augeri minuive compertum

tuant le mobile), contenue dans des volumes égaux (pour les CORPS PESANTS, on l'appelle GRAVITÉ SPÉCIFIQUE); s'y oppose la RARETÉ (ou LÉGÉRETÉ SPÉCIFIQUE).

Ainsi (figure 3 [p. 35]) si de l'air (homogène) de deux pieds cubes *A* et *B* est réduit par compression à l'intérieur d'un seul pied *C*, il y aura dans le pied *C* le double de matière de ce qu'il y en avait dans le pied *A*, et pour cette raison, l'air *C* sera dit deux fois plus dense que l'air *A*, et deux fois plus pesant; et l'air *A* deux fois plus rare que l'air *C*, et deux fois plus léger. En cela, je n'affirme pas dans la rigueur philosophique que la même quantité de matière peut occuper un volume plus grand ou plus petit, et même je pense que le contraire est plus vrai; mais ici, il nous suffit que cela apparaisse ainsi aux sens, même si sans doute la matière plus légère est en réalité plus spongieuse et ne remplit pas exactement son volume, alors que s'imisce une autre matière plus subtile, mais qui ne contribue pas à la chose et ne constitue pas le mobile dont il est question, ni n'est prise en compte dans son mouvement. Du reste, même si le mobile est d'une densité différente dans ses différentes parties, on peut néanmoins lui attribuer une densité ou gravité spécifique moyenne déterminée, à savoir celle-là même que la définition indique. Et assurément on peut concevoir qu'une homogénéité parfaite dans la rigueur philosophique n'est pas nécessaire dans une masse unique résultant de la fusion de plusieurs métaux, car même si l'or tout comme l'argent restent préservés dans le mélange, et si on ne postule rien d'autre qu'une distribution égale dans les parties sensibles du volume, cependant nous nous exprimerons tout comme s'il n'y avait aucun point dans lequel n'existe la nouvelle gravité spécifique résultant du mélange de l'or et de l'argent. Par ailleurs, il faut noter qu'un corps peut être hétérogène et pourtant être partout d'une gravité égale ou uniforme, comme si une de ses parties était d'argent et l'autre d'étain tempéré par du plomb de façon à ce que l'alliage égale l'argent en gravité spécifique.

Définition 3

30

La MASSE est la quantité de matière contenue dans un mobile (et dans les corps graves, elle est appelée POIDS), c'est pourquoi les masses sont entre elles comme les mobiles.

D'aucuns prennent la masse pour le volume; quant à moi, je préfère la prendre pour le poids, dont les Latins disent qu'il faut davantage «faire masse» pour le mouvoir. C'est pourquoi, dans l'or, toutes choses égales par ailleurs, nous disons qu'il y a plus de matière dont la chose est faite, ou plus

est. Hic tamen abstrahendo animum a sensibus generaliter intelligo quantitatem materiæ ad rem facientis seu ad mobile pertinentis; unde aliquando excluditur quod est in poris. Et si vas vel corpus porosum ponderetur in aqua, non computatur pondus aquæ quod continetur in vase aut in poris.

5

Propositio 1

Moles ejusdem densitatis, seu quarum quæque densitatem ubique æqualem vel constantem habet, sunt ut volumina.

Hoc per se manifestum est, globum aureum esse ad cubum aureum, ut
10 globus ad cubum.

Propositio 2

Moles æqualis voluminis sunt inter se ut densitates.

Consectarium est definitionis 2. hic. Ita si per idem foramen ducendo metalla obtineantur duo fila ejusdem longitudinis, unum aureum, alterum
15 argenteum, pondera eorum erunt ut gravitates specificæ, id est pondus fili aurei erit paulo minus duplo ponderis fili argentei.

Propositio 3

Moles mobilium, vel ipsa mobilia sunt in ratione composita voluminum et densitatum, seu extensionum et in-
20 tensionum materiæ.

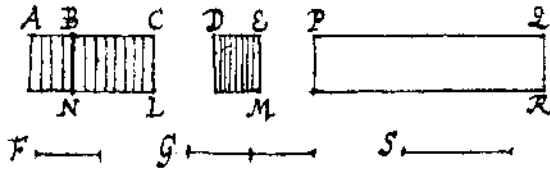


Figura 4

de masse, que dans la pierre ponce ; mais pourtant il y en a moins dans une pièce d'or que dans un morceau d'une coudée de pierre ponce ; en revanche dans une livre de plomb, il y aura autant de matière que dans une livre faite de l'assemblage des plus légères plumes. Le poids nous indique la quantité de matière qui contribue à la chose, ou qui peut être perçue par nous. Et 5 on n'a jamais découvert de poids qui aient augmenté ou diminué, si ce n'est en proportion des éléments pesants ajoutés ou retirés. Cependant, ici, en détournant l'esprit des sens, j'entends en général la quantité de matière qui contribue à la chose ou qui concerne le mobile ; de là qu'on mette à l'écart parfois ce qui est dans les pores. Et si un vase ou un corps poreux est pesé 10 dans l'eau, le poids de l'eau contenue dans le vase ou dans les pores n'est pas pris en compte.

PROPOSITION 1

Des masses de même densité, ou dont chacune a partout une densité égale ou constante, sont entre elles comme les volumes. 15

Il est de soi évident qu'un globe en or est à un cube en or, comme le globe au cube.

PROPOSITION 2

Des masses de volume égal sont entre elles comme les densités.

C'est un corollaire de la définition 2. Ainsi, si on obtient, en faisant 20 passer des métaux par la même tréfileuse, deux fils de même longueur, un en or et l'autre en argent, leurs poids seront entre eux comme leurs gravités spécifiques, c'est-à-dire que le poids du fil d'or sera un peu moins du double du poids du fil d'argent.

PROPOSITION 3

Les masses des mobiles ou les mobiles eux-mêmes, sont en raison composée des volumes et des densités, ou des extensions et des intensions de la matière. 25

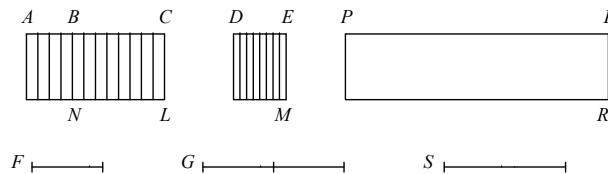


Figura 4

Sint (Figura 4.) moles *ACL* et *DEM*, quarum volumina sint ut *AC* ad *DE*; at densitates ut *F* ad *G*. Si quidem æqualia essent volumina, forent moles ut densitates, (per propositionem 2) id est, in ratione composita densitatum et voluminum, quia ratio æqualitatis nil mutat. Si volumina sint
 5 inæqualia, tunc id, quod est majus, vel æqualibus ubique sive constantis est densitatis, vel non; hoc est, vel eandem in suis partibus omnibus densitatem habet, vel diversam. Si æquabilis ubique est densitatis, sumatur ejus Pars *ABN*, volumine ut *AB* æqualis ipsi *DE*. Jam moles *ACL* est ad molem *ABN*, ut volumen *AC* ad volumen *AB* seu *DE* (per propositionem 1.) nam
 10 densitates sunt æquales. Et moles *ABN* est ad molem *DEM*, ut densitas *F* ad densitatem *G* (per propositionem 2.) quia volumina suant æqualia. Ergo jungendo prima postremis moles densitate æquabilis *ACL* est ad molem quamcunque volumine minorem *DEM* in ratione voluminum *AC* ad *DE* et densitatum *F* ad *G*. Quod si *ACL* moles volumine major non sit constan-
 15 tis seu æquabilis ubique densitatis; assumatur alia quæcunque moles *PQR*, cujus volumen ut *PQ* sit majus quam *AC*, adeoque et quam *DE*, densitas autem sit quæcunque ut *S* ubique eadem. Cum igitur (per jam demonstrata) sit moles *DEM* ad molem volumine majorem ac densitate similem seu uniformem *PQR* in ratione composita *DE* et *G* ad *PQ* et *S*; similiter-
 20 que moles eadem *PQR* ad molem *ACL* in ratione composita *PQ* et *S* ad *AC* et *F*. Ergo jungendo prima postremis erit moles *DEM* ad molem *ACL* in ratione composita *DE* et *G* ad *AC* et *F*, voluminum scilicet et densitatum.

Habet aliquid notatu dignum hæc demonstratio generalis circa molem quamcunque mobilis etiam densitatem in diversis partibus variam habentis; quæ tamen semper ostenditur esse in ratione composita voluminum et
 25 densitatum, licet densitas quædam media inter variarum partium densitates pro ipsa mobilis densitate ex definitionis præscripto assumatur. Itaque si massa quædam ex variis constet partibus diversæ densitatis sive gravitatis specificæ, qualis esse possit aggregatum mille nummorum pondere et
 30 ligatura metalli valde variantium; poterit nihilominus toti massæ communis quædam assignari gravitas specifica seu densitas singulis licet nummis non examinatis, si scilicet ope aquæ exploretur quantum tota massa spatii occupet, et ope libræ quantum ponderet. Et eadem quoque futura esset gravitas specifica constans massæ quæ fieret ex omnibus in unum conflatis;
 35 quæ clarius habebuntur exemplo problematum mox secutorum.

Soient (figure 4 [p. 39]) les masses *ACL* et *DEM*, dont les volumes sont entre eux comme *AC* à *DE*, et les densités comme *F* à *G*. Si donc les volumes étaient égaux, les masses seraient comme les densités (par la proposition 2), c'est-à-dire en raison composée des densités et des volumes, puisque la raison d'égalité ne change rien. Si les volumes sont inégaux, alors celui qui est plus grand, ou bien a partout une densité égale ou constante, ou bien ne l'a pas; c'est-à-dire, qu'ou bien il a la même densité dans toutes ses parties, ou bien une densité variable. S'il est partout d'une densité égale, qu'on en prenne une partie *ABN* d'un volume comme *AB* égal à *DE*. Or la masse *ACL* est à la masse *ABN*, comme le volume *AC* au volume *AB* ou *DE* (par la proposition 1), car les densités sont égales. Et la masse *ABN* est à la masse *DEM*, comme la densité *F* à la densité *G* (par la proposition 2), parce que les volumes sont égaux. Donc, en réunissant la première raison avec les dernières, la masse *ACL* égale en densité est à une masse quelconque *DEM* d'un volume plus petit en raison des volumes *AC* à *DE* et des densités *F* à *G*. Que dans *ACL*, la masse plus grande en volume ne soit pas de densité partout constante ou égale; qu'on prenne alors une autre masse quelconque *PQR* dont le volume comme *PQ* soit plus grand que *AC*, et donc aussi que *DE*, et que sa densité comme *S* soit partout la même. Comme donc (d'après ce qui a déjà été démontré) la masse *DEM* est à la masse *PQR*, plus grande en volume et de densité homogène ou uniforme, en raison composée de *DE* et *G* à *PQ* et *S*; et que semblablement la même masse *PQR* est à la masse *ACL* en raison composée de *PQ* et *S* à *AC* et *F*; donc en réunissant la première raison avec les dernières, la masse *DEM* sera à la masse *ACL* en raison composée de *DE* et *G* à *AC* et *F*, soit des volumes et densités.

Il y a quelque chose qui mérite d'être remarqué dans cette démonstration générale concernant la masse quelconque d'un mobile même possédant une densité variable dans ses diverses parties; on a montré que la masse est toujours en raison composée des volumes et des densités, bien qu'on prenne pour la densité du mobile, d'après la définition, la densité moyenne entre les densités de ses diverses parties. C'est pourquoi si une certaine masse est composée de plusieurs parties de densité ou de gravité spécifique différentes, telle que peut être un agrégat de mille pièces de monnaie très variables en poids et en alliage de métaux, néanmoins une certaine densité ou gravité spécifique commune pourra être assignée à toute la masse, sans examiner les pièces à part, si en effet on observe à l'aide de l'eau quel espace occupe toute la masse, et à l'aide de la balance combien elle pèse. Et

Propositio 4

Si plures sint moles, quarum densitates (constantes vel inconstantes) sint æquales, ipsæ moles erunt ut volumina, et vicissim, si moles sint ut volumina densitates
 5 erunt æquales.

Patet ex propositione præcedenti 3. quia ratio æqualitatis quæ est densitatum in rationum compositione abjici vel adjici possit. In propositione 1. tantummodo habebatur veritas in casu constantium densitatum, et cum ejus ope demonstrata sit propositio 3. nunc vicissim ope propositionis 3.
 10 ipsa propositio 1. redditur generalior. Nimirum si duo sint fila per idem foramen ducendo obtenta, unum altero longius duplo, et ponamus volumina eorum (hoc loco longitudes) esse ut pondera, erunt ipsa gravitatis specificæ æqualis; idque verum foret, etiamsi filum esset compositum ex diversorum metallorum filis (ejusdem semper foraminis seu crassitiei)[.]
 15 reperietur enim unoquoque filo composito in unam massam fuso, massas factas fore gravitatis specificæ æqualis.

Propositio 5

Si moles sint ut densitates, volumina sunt æqualia.

Sequitur itidem ex propositione 3. Nam æqualia esse necesse est volumina, ut ratio eorum in compositione adimi possit salva manente ratione
 20 composita, seu ut ratio composita voluminum et densitatum eadem sit quæ densitatum.

Est conversa propositionis 2. Ut si duo sint nummi ejusdem ligaturæ (seu proportionis eorundem metallorum) et ponderis, erunt ejusdem voluminis, et inde per idem foramen duci possent æqualis longitudinis fila.
 25 Idem esset de vasis licet alterius metalli esset pes quam caput, modo media gravitas specifica (quæ scilicet fundendo oriretur) esset eadem, et tunc longitudo fili integri licet filis diversarum partium diversorum metallorum compositi utrobique æqualis prodibit.

30

Propositio 6

Si moles sint æquales, volumina et densitates sunt reciproce proportionales.

Patet enim ex propositione 3. Nam in omni ratione composita hoc locum habere constat ex Elementis. Itaque si sint duo nummi, unus aureus,
 [40r]

34 ex Elementis *vide* Euclidis *Elementa*, lib. VI, spuriam def. 5 et prop. 23.

il y viendrait aussi la même gravité spécifique constante de la masse qui serait obtenue en fondant toutes les pièces en une seule : toutes choses qui apparaîtront plus clairement par l'exemple des problèmes qui vont suivre.

Proposition 4

S'il y a plusieurs masses dont les densités (constantes ou variables) sont égales, ces mêmes masses seront comme les volumes, et inversement, si les masses sont comme les volumes, les densités seront égales.

Cela est évident d'après la proposition 3 précédente, puisque la raison d'égalité entre les densités peut être soustraite ou ajoutée à la composition des raisons. Dans la proposition 1, on ne tenait cette vérité que dans le cas de densités constantes, et comme à son aide la proposition 3 a été démontrée, maintenant inversement, on rend plus générale cette même proposition 1 à l'aide de la proposition 3. Ainsi, si deux fils sont obtenus par passage à travers la même tréfileuse, l'un deux fois plus long que l'autre, et si nous posons que leurs volumes (leurs longueurs en ce cas) sont entre eux comme leurs poids, ils seront eux-mêmes de gravité spécifique égale ; et cela serait vrai même si chaque fil était composé à partir de fils (toujours de même ouverture ou épaisseur) de différents métaux : on trouvera en effet, après avoir fondu chaque fil composé en une seule masse, des masses qui seront rendues d'une gravité spécifique égale.

Proposition 5

Si les masses sont comme les densités, les volumes sont égaux.

Cela découle de la même manière de la proposition 3. En effet, il est nécessaire que les volumes soient égaux, pour que leur raison puisse être retirée de la composition tout en maintenant préservée la raison composée, ou pour que la raison composée des volumes et des densités soit la même que celle des densités.

C'est la converse de la proposition 2. De sorte que s'il y a deux pièces d'un même alliage (ou de la proportion des mêmes métaux) et d'un même poids, elle seront d'un même volume, et de là des fils d'une longueur égale peuvent être tirés par la même tréfileuse. Il en serait de même pour des vases, même si le pied était d'un autre métal que la partie principale, pourvu que leur gravité spécifique moyenne (qui résulte bien de la fusion) soit la même ; et dès lors, la longueur du fil entier, bien que composé de fils dont les diverses parties sont de métaux différents, s'avèrera de part et d'autre la même.

alter argenteus, ejusdem ponderis, necesse est argenteum aureo magnitudi-
 ne circiter esse duplum; quoniam auri gravitas specifica duplo circiter major
 est, quam argenti. Et ideo si per idem foramen ambo ducantur, argenteus
 duplo fere longius filum dabit. Idemque verum est de duobus vasis æqua-
 5 lis ponderis, quorum quodque sit ex dissimilibus partibus compositum, ut
 fila dent in contraria ratione gravitatum specificarum mediarum, quæ ex
 fusione orirentur.

Propositio 7. Problema

Data proportionē voluminum et densitatum in parti-
 10 bus componentibus, definire densitatem seu gravitatem
 specificam compositi.

Specificæ gravitatis seu densitates, ut auri, argenti, aeris (Solis, Lunæ,
 Veneris) notentur per numeros s, l, v ; et volumina seu extensiones partium
 cujusque metalli per numeros a, b, c ; erit gravitas specifica compositi ut
 15 numerus $as + bl + cv$ divisus per numerum $a + b + c$. Nam as, bl, cv notant
 partium moles (per propositionem 3.) quæ componunt molem totius. Et
 $a + b + c$ notat volumen totius compositum ex voluminibus partium. Quo-
 niam igitur numerus voluminis $a + b + c$ multiplicans numerum gravitatis
 specificæ dat molis quantitatem $as + bl + cv$ (per propositionem 3.) ideo
 20 vicissim numerus molis seu ponderis divisus per numerum voluminis dabit
 numerum gravitatis specificæ. In exemplo, si tria fila ejusdem crassitie su-
 mantur, aureum, argenteum et aereum, quorum longitudines sint pedum
 3, 4, 5 (seu a, b, c) respectivè, ex his fuis fieri debet massa. Jam auri, argenti
 et aeris gravitates specificæ sunt circiter ut 10, $5\frac{1}{2}$, $4\frac{4}{5}$, seu filorum unus pes
 25 10, $5\frac{1}{2}$, $4\frac{4}{5}$ granorum (s, l, v), et pondera partium (as, bl, cv) erunt 30, 22,
 24 granorum, quorum summa seu pondus totius 76 granorum divisum per
 volumen totius $3 + 4 + 5$ seu 12 pedes dabit $76 : 12$ seu $\frac{61}{3}$ pro gravitate
 specifica massæ ex filis, seu si ex filis dictis conflatur massa, filum unius pe-
 dis ejus massæ erit $\frac{61}{3}$ granorum. Ita si plurium vasorum vinariorum detur
 30 capacitas, et vinorum bonitas seu pretium, eodem modo dabitur bonitas
 vini ex omnibus commixti.

Proposition 6

Si les masses sont égales, les volumes et les densités sont réciproquement proportionnels.

En effet c'est évident d'après la proposition 3, car d'après les Éléments, il est établi que cela a lieu en toute raison composée. C'est pourquoi s'il y a 5 deux pièces d'un même poids, l'une d'or, l'autre d'argent, il est nécessaire que celle en argent soit environ double en grandeur de celle en or, puisque la gravité spécifique de l'or est plus grande que celle de l'argent environ du double. Et pour la même raison, si on fait passer les deux par la même tréfileuse, l'argent donnera un fil de presque le double plus long. Le même 10 est vrai pour deux vases de poids égal, dont chacun soit composé de parties dissemblables, de sorte qu'ils donneraient des fils en raison inverse des gravités spécifiques moyennes qui résulteraient de leur fusion.

Proposition 7. Problème

Etant donnée la proportion des volumes et des densités dans les composants, 15 déterminer la densité ou la gravité spécifique du composé.

Que les gravités spécifiques ou densités, comme celles de l'or, de l'argent, du bronze (métaux symbolisés par le Soleil, la Lune et Vénus) soient désignées par les nombres s, l, v ; et les volumes ou extensions des parties de chaque métal par les nombres a, b, c ; la gravité spécifique du composé sera 20 donc comme le nombre $as + bl + cv$ divisé par le nombre $a + b + c$. Car as, bl, cv désignent la masse des parties (par la proposition 3) qui composent la masse du tout. Et $a + b + c$ désigne le volume du tout composé des volumes des parties. Donc puisque le nombre du volume $a + b + c$ multipliant le nombre de la gravité spécifique donne la quantité de masse $as + bl + cv$ 25 (par la proposition 3), pour cette raison inversement le nombre de la masse ou du poids divisé par le nombre du volume donne le nombre de la gravité spécifique. Par exemple, si on prend trois fils de même épaisseur, d'or, d'argent et de bronze, dont les longueurs sont respectivement de 3, 4, 5 pieds (ou a, b, c), de leur fusion doit naître une masse. Or, les gravités spécifiques 30 de l'or, de l'argent et du bronze sont approximativement de $10, 5 + \frac{1}{2}, 4 + \frac{4}{5}$, c'est-à-dire qu'un pied de ces fils pèse $10, 5 + \frac{1}{2}, 4 + \frac{4}{5}$ grains (s, l, v), et les poids des parties (as, bl, cv) seront de 30, 22, 24 grains, dont la somme ou le poids total de 76 grains, divisé par le volume total $3 + 4 + 5$ ou 12 pieds, donnera $76 : 12$, ou $6 + \frac{1}{3}$ pour la gravité spécifique de la masse des 35 fils, ou si la masse est fondue à partir desdits fils, un fil d'un pied de cette

Propositio 8. Problema

Data proportione molium et densitatum in partibus, definire densitatem compositi.

Datis densitatibus et ponderibus partium dantur volumina, (dividendo
 5 numeros ponderum per numeros densitatum, propositio 3.) Datis jam voluminibus et densitatibus partium datur (per propositionem 7.) densitas totius. In priori exemplo ponamus sumi auri grana 30, argenti 22, aeris 24, et dividendo hæc pondera seu has moles per densitates seu gravitates specificas respective, $10, \frac{51}{2}, \frac{44}{5}$, prodibunt volumina 3, 4, 5; quorum summa est ut 12; pondus vero totius granorum 76; quod divisum per 12 dabit
 10 gravitatem specificam $\frac{61}{3}$. Canon generalis talis erit: sint pondera partium f, g, h ; gravitates specificæ auri, argenti, aeris, s, l, v ; erit gravitas specifica totius: $f + g + h$ divis. per $\overline{f} : s + \overline{g} : l + \overline{h} : v$. Significat autem mihi $\overline{f} : s$ idem quod f divis. per s ; et ita in reliquis. Si quis fractiones tollere velit,
 15 fiet: $f + g + h$ multipl. per slv et divis. per $flv + gsv + hsl$, et proveniens erit numerus gravitatis specificæ.

Propositio 9. Problema

Data gravitate specifica partium et data gravitate specifica quæ desideratur in composito invenire proportion-
 20 nes voluminum vel ponderum inter partes; seu regulam alligationis.

Hoc problema est determinatum in eo casu quo duæ sunt [tantum] diversæ gravitates specificæ in componentibus; nam si plures sint, infinitis modis quæsito satisfieri potest. Itaque in casu duarum gravitatum specificarum datarum, detrahatur numerus repræsentans gravitatem specificam me-
 25 diam seu desideratam in ligatura a numero majoris specificæ gravitatis partium et rursus a numero gravitatis specificæ in ligatura desideratæ seu mediæ detrahatur numerus minoris gravitatis specificæ partium, et residuum prius erit ad residuum posterius, ut volumen minori gravitati specificæ assignandum ad volumen assignandum gravitati specificæ majori. Ex volumi-
 30 nibus autem habitis et gravitatibus specificis habentur et pondera partium multiplicando gravitates specificas per volumina (per propositionem 3.)

Si plures sint duabus datæ gravitates specificas partiales, in omnibus præter unam assumantur proportionones ponderum vel voluminum pro arbi-
 35 trio, et ex his omnibus præter unam sumptis componetur novum compo-

masse sera de $6 + \frac{1}{3}$ de grains. Ainsi, si la capacité de plusieurs amphores de vin est donnée, ainsi que la qualité ou le prix des vins, on obtiendra de la même manière la qualité du vin résultant du mélange de tous.

Proposition 8. Problème

Etant donnée la proportion des masses et des densités dans les parties, déterminer la densité du composé.

Etant donnés les densités et les poids, les volumes des parties sont donnés (en divisant les nombres des poids par les nombres des densités, prop. 3). Or étant donnés les volumes et les densités des parties, la densité du tout est donnée (par la proposition 7). Dans l'exemple précédent, posons de prendre 10 30 grains d'or, 22 d'argent, 24 de bronze, et en divisant ces poids ou ces masses par les densités ou gravités spécifiques respectives $10, 5 + \frac{1}{2}, 4 + \frac{4}{5}$, ils produiront les volumes 3, 4, 5, dont la somme est 12 ; mais le poids du tout est de 76 grains, qui divisé par 12 donnera la gravité spécifique $6 + \frac{1}{3}$. La règle générale sera : soient les poids des parties f, g, h , et les gravités spécifiques 15 de l'or, de l'argent, du bronze, s, l, v ; la gravité spécifique du tout sera : $f + g + h$ divisé par $(f : s) + (g : l) + (h : v)$. Or $(f : s)$ signifie pour moi la même chose que f divisé par s , et ainsi dans les autres termes. Si l'on veut éliminer les fractions, il viendra : $f + g + h$ multiplié par slv et divisé par $flv + gsv + hsl$, et il en proviendra le nombre de la gravité spécifique. 20

Proposition 9. Problème

Etant donnée la gravité spécifique des parties et étant donnée la gravité spécifique qu'on demande dans le composé, trouver les proportions des volumes ou des poids entre les parties, autrement dit trouver la formule de l'alliage.

Ce problème est déterminé dans le cas où il n'y a que deux gravités spécifiques différentes dans les composants. En effet, s'il y en a davantage, on peut satisfaire à ce qui est demandé d'une infinité de manières. C'est pourquoi dans le cas de deux gravités spécifiques données, le nombre représentant la gravité spécifique moyenne ou recherchée dans l'alliage est soustrait du nombre de la plus grande gravité spécifique des parties ; puis derechef 30 du nombre de la gravité spécifique recherchée pour l'alliage, ou gravité spécifique moyenne, est soustrait le nombre de la plus petite gravité spécifique des parties ; alors le premier reste sera au second, comme le volume à déterminer de la plus petite gravité spécifique est au volume à déterminer de la plus grande gravité spécifique. De plus, à 35 partir des volumes ainsi obtenus et des gravités spécifiques, on obtient aussi les poids des parties en multipliant les gravités spécifiques par les volumes (par la proposition 3).

situm certæ gravitatis specificæ, et reductum est problema ad casum duarum datarum gravitatum specificarum jam solutum. Sed demonstrationem subjiciamus:

Sint duæ gravitates specificæ, una auri s , altera argenti l ; quæritur, volumen auri a et argenti b , quantam proportionem inter se habere debeant, ut compositum volumen $a + b$ habeat gravitatem specificam datam d . Quoniam pondus aurei est as , et pondus argenti bl (per propositionem 3.), erit pondus massæ $as + bl$; sed idem pondus (per dictam propositionem 3.) est $a + b$ in d , et fit $as + bl$ æqu. $ad + bd$, seu $as - ad$ æqu. $bd - bl$; ergo fiet b ad a , ut $s - d$ ad $d - l$, seu b volumen minori gravitati specificæ (argenti nempe) assignandum, se habet ad a volumen assignandum majori, (auri scilicet) ut $s - d$ excessus majoris gravitatis specificæ datæ s super mediam præscriptam d , ad $d - l$ excessum mediæ d super minorem datam l . Ex voluminum autem auri et argenti proportionem jam reperta habentur et pondera, ducendo rationem voluminum inventam in rationem gravitatum suarum specificarum.

Operæ tamen pretium est notare peculiarem dari canonem pro ponderum ratione invenienda sine mentione voluminum et gravitatum specificarum. Nam sint duæ massæ, una melior in qua sit pondus auri ad pondus totum, ut e ad unitatem, seu certa portio marcæ verbi gratia $\frac{13}{16}$ seu 13 lotones ad unam marcā; altera deterior in qua sit pondus auri et pondus totum ut h ad unitatem seu certa portio marcæ verbi gratia $\frac{9}{16}$ seu 9 lotones ad unam marcā, et inde componenda sit massa nova in qua sit pondus auri ad pondus totum, ut n ad unitatem seu ut 12 lotones ad marcā; quæritur quæ sit proportio ponderum sumendorum de massis datis, ut componatur massa nova? Pondus massæ melioris sit m , pejoris seu minus auri habentis p ; ad componendum pondus massæ novæ quod sumatur 1 seu una (si placet) marca, fiet 1 æqu. $m + p$ et $me + ph$ æqu. n , (aurum enim in pondere m de massa meliore sumto contentum est ut me , seu in ratione composita ponderis sumti m , et bonitatis ejus seu proportionem auri e , in unitate ejus contenti; similiterque aurum in pondere p est ut ph .) Ergo fiet n in $m + p$ seu $mn + pn$, æqu. $me + ph$, seu $me - mn$ æqu. $pn - ph$; seu p ad m est ut $e - n$ ad $n - h$, proditque canon prorsus similis priori, etsi in aliis subjectis. Nempe p pondus massæ deterioris est ad m pondus massæ melioris, ut $e - n$ (seu $13 - 12$ seu 1) excessus ipsius e seu auri in massa meliore super n seu aurum in massa media componenda, ad $n - h$ (seu $12 - 9$ seu 3) excessum ipsius n auri in massa media componenda super h aurum in massa deteriore. Et hæc praxis monetariorum usibus magis accomodata est.

Si les gravités spécifiques partielles données sont plus que deux, qu'on prenne à discrétion les proportions des poids ou des volumes dans toutes à l'exception d'une seule, et que, de toutes ces parties prises ensemble exceptée une, soit composé un nouveau composé de gravité spécifique déterminée, et le problème est réduit au cas déjà résolu de deux gravités spécifiques données. Mais présentons la démonstration : soient deux gravités spécifiques, une de l'or s et l'autre de l'argent l ; on demande quelle proportion entre eux doivent avoir le volume d'or a et celui de l'argent b , pour que le volume composé $a + b$ ait une gravité spécifique donnée d . Puisque le poids de l'or est as et le poids de l'argent bl (par la proposition 3), le poids de la masse sera $as + bl$; mais ce même poids (par ladite proposition 3) est $a + b$ par d , et il vient $as + bl$ égale $ad + bd$, ou $as - ad$ égale $bd - bl$; donc b sera à a , comme $s - d$ à $d - l$; c'est-à-dire que le volume b , à assigner à la plus petite gravité spécifique (à savoir celle de l'argent) est au volume à assigner à la plus grande (celle de l'or) comme $s - d$, excès de la plus grande gravité spécifique donnée s sur la moyenne prescrite d , est à $d - l$, excès de la moyenne d sur la plus petite gravité donnée l . En outre, à partir de la proportion déjà obtenue des volumes d'or et d'argent, on obtient aussi les poids en multipliant la raison des volumes ainsi trouvée par la raison de leurs gravités spécifiques.

Il est cependant important de noter qu'il y a une règle particulière pour trouver la raison des poids sans mention des volumes et des gravités spécifiques. En effet, soient deux masses, l'une de meilleur aloi dans laquelle le poids de l'or est au poids total comme e est à l'unité, ou comme une certaine portion de marc, par exemple $\frac{13}{16}$ ou 13 onces, est à un marc; l'autre de moindre valeur, dans laquelle le poids de l'or soit au poids total comme h à l'unité, ou comme une certaine portion de marc, par exemple $\frac{9}{16}$ ou 9 onces, est à un marc; et qu'on doive en composer une masse nouvelle, dans laquelle le poids de l'or soit au poids total comme n à l'unité, ou comme 12 onces à un marc; on demande quelle est la proportion entre les poids à prendre des masses données pour qu'ils composent la nouvelle masse? Que le poids de la masse de meilleur aloi soit m et que celui de la masse la moins bonne ou contenant le moins d'or soit p ; pour composer le poids de la masse nouvelle qu'on prend pour 1, ou (au choix) un marc, on aura 1 égale $m + p$ et $me + ph$ égale n (en effet l'or contenu dans le poids m pris de la masse la meilleure est comme me , ou en raison composée de m et de sa valeur, ou en proportion de l'or e contenu dans son unité; et pareillement l'or dans le poids p est comme ph). Il résultera donc que n multiplié par

In numeris ponamus (cum Germanis) Marcam esse 16 lotonum, et duas esse massas diversarum bonitatum seu gravitatum specificarum ex auro et argento mistis factas; in melioris marca esse 13 lotones auri et 3 lotones argenti; in marca deterioris esse 9 lotones auri et 7 argenti. Quæritur quomodo ex his componenda sit massa mediæ bonitatis, habens in marca lotones auri 12 et argenti 4. Placet autem in exemplo hoc, simul volumina et gravitates específicas indagandas exponere. Auri gravitas specifica sit ut 2; argenti ut 1. Erit in massa meliore 13 lotonum auri volumen $\frac{13}{2}$ 1 (id est 13 divis. per 2) et 3 lotonum argenti $\frac{3}{1}$ seu 3; et in massa meliore volumen marcæ erit $\frac{13}{2} + 3$ seu $\frac{19}{2}$ (per propositionem 3.) Ergo dividendo pondus marcæ melioris per volumen seu 16 per $\frac{19}{2}$, fit $\frac{32}{19}$ gravitas specifica massæ melioris (ob eandem propositionem 3.) Et similiter in massa deteriore volumen 9 lotonum auri est $\frac{9}{2}$ et volumen 7 lotonum argenti $\frac{7}{1}$ seu 7, et volumen marcæ $\frac{9}{2} + 7$, seu $\frac{23}{2}$, et gravitas specifica 16 divis. per $\frac{23}{2}$ seu $\frac{32}{23}$. Et in massa media desiderata volumen 12 lotonum auri est $\frac{12}{2}$ seu 6, et 4 lotonum argenti est $\frac{4}{1}$ seu 4, et volumen marcæ est $6 + 4$ seu 10; et gravitas specifica massæ fit $\frac{16}{10}$ seu $\frac{32}{20}$; quæritur quantum voluminis aut ponderis a massis extremis capiendum, ad faciendam mediam. Et primum si volumina capienda desideramus, ob regulam præsentis problematis fiat volumen massæ deterioris capiendum ad volumen capiendum melioris, ut $\frac{32}{19} - \frac{32}{20}$ excessus gravitatis specificæ maximæ super mediam ad $\frac{32}{20} - \frac{32}{23}$ excessum mediæ super minimam seu ut $\frac{1}{19}$ demto $\frac{1}{20}$ ad $\frac{1}{20}$ demto $\frac{1}{23}$, seu ut $\frac{1}{19}$ ad $\frac{3}{23}$, seu ut 23 ad 57. Cumque pondera capienda fiant multiplicationi voluminum per gravitates específicas; itaque multiplicando volumen deterioris $\frac{1}{19}$ per suam gravitatem specificam $\frac{32}{23}$, fit pondus massæ deterioris ut $\frac{1}{19}$ multipl. per $\frac{32}{23}$, similiter pondus massæ melioris fit ut $\frac{3}{23}$ multipl. per $\frac{32}{19}$. Unde postremo sublatis 32, 23, 19, quæ utrobique eodem modo reperientur, erunt pondera capienda ut 1 ad 3, sive pro uno pondere massæ deterioris capiendum est triplum massæ melioris, seu in marca massæ mediæ erunt 12 lotones massæ melioris, et 4 massæ deterioris; quod examine comprobatur. Nam 12 lotones massæ melioris continent $\frac{3 \cdot 13}{4}$ seu $\frac{39}{4}$ lotones auri, et $\frac{3 \cdot 3}{4}$ seu $\frac{9}{4}$ argenti. At 4 lotones massæ deterioris continent $\frac{9}{4}$ auri et $\frac{7}{4}$ argenti. Ergo addendo in unum $\frac{39}{4}$ auri in massa meliore et $\frac{9}{4}$ in deteriore, fiunt $\frac{48}{4}$ seu 12 lotones auri in marca massæ mediæ seu compositæ, et addendo $\frac{9}{4}$ argenti in massa meliore, et $\frac{7}{4}$ in deteriore, fiunt $\frac{16}{4}$ seu 4 lotones argenti in marca massæ mediæ compositæ. Quod desiderabatur.

$m + p$ ou $mn + pn$ égale $me + ph$, soit $me - mn$ égale $pn - ph$, c'est-à-dire que p est à m comme $e - n$ à $n - h$; et il vient une règle parfaitement semblable à la précédente, bien qu'appliquée à d'autres sujets. En effet, le poids p de la masse de moindre valeur est à m poids de la masse de meilleur aloi, comme $e - n$ (ou $13 - 12$, ou 1), excès de e , ou de l'or dans la masse 5 de qualité supérieure, sur n , l'or dans la masse moyenne à composer, est à $n - h$ (ou $12 - 9$ ou 3) excès de n , l'or dans la masse moyenne à composer, sur h , l'or dans la masse de moindre qualité. Et cette pratique est tout-à-fait conforme aux usages des monnayeurs.

En nombres, posons (suivant l'usage allemand) qu'un marc vaut 16 onces 10 et qu'on a deux masses de différentes valeurs ou gravités spécifiques faites d'or et d'argent mélangés. Dans le marc de meilleur aloi il y a 13 onces d'or et 3 onces d'argent; dans le marc de plus mauvaise qualité il y a 9 onces d'or et 7 d'argent. On demande comment obtenir de leur combinaison une masse de qualité moyenne, contenant dans un marc 12 onces d'or et 4 15 d'argent. Mais il convient dans cet exemple d'exposer à la fois les volumes et les gravités spécifiques recherchées. Que la gravité spécifique de l'or soit comme 2, celle de l'argent comme 1. Dans la masse de meilleur aloi de 13 onces, le volume d'or sera de $\frac{13}{2}$ (c'est-à-dire 13 divisé par 2) et de 3 onces d'argent $\frac{3}{1}$ ou 3; et dans la masse meilleure, le volume d'un marc sera de 20 $\frac{13}{2} + 3$ ou $\frac{19}{2}$ (par la proposition 3). Donc, en divisant le poids d'un marc par le volume ou 16 par $\frac{19}{2}$, la gravité spécifique de la masse la meilleure devient $\frac{32}{19}$ (par la même proposition 3). Et semblablement dans la masse de moindre valeur, le volume de 9 onces d'or est $\frac{9}{2}$; le volume de 7 onces d'argent est $\frac{7}{1}$ ou 7; le volume du marc est $\frac{9}{2} + 7$ ou $\frac{23}{2}$, et la gravité spécifique 25 16 divisé par $\frac{23}{2}$ ou $\frac{32}{23}$. Et dans la masse moyenne recherchée, le volume de 12 onces d'or est $\frac{12}{2}$ ou 6, et celui des 4 onces d'argent est $\frac{4}{1}$ ou 4, et le volume du marc est $6 + 4$ ou 10; et la gravité spécifique de la masse est $\frac{16}{10}$ ou $\frac{32}{20}$. On cherche combien du volume ou du poids il faut prendre des masses extrêmes pour faire la masse moyenne. Et d'abord, si nous cherchons 30 les volumes à prendre, d'après la règle du présent problème, il vient que le volume à prendre de la masse de plus mauvaise qualité est au volume à prendre de la masse meilleure comme $\frac{32}{19} - \frac{32}{20}$, excès de la gravité spécifique la plus grande sur la moyenne, est à $\frac{32}{20} - \frac{32}{23}$, excès de la gravité spécifique moyenne sur la minimale, soit comme $\frac{1}{19}$ moins $\frac{1}{20}$ est à $\frac{1}{20} - \frac{1}{23}$, ou comme 35 $\frac{1}{19}$ à $\frac{3}{23}$, ou comme 23 à 57. Et comme les poids à prendre résultent de la multiplication des volumes par les gravités spécifiques, ainsi en multipliant le volume de la masse de moins bonne qualité $\frac{1}{19}$ par sa gravité spécifique $\frac{32}{23}$,

Sed idem in præsentī casu brevius consequi poteramus, nec opus erat gravitatem specificam aut volumina massarum investigare; quod tamen ideo præstitimus, ut ostenderemus praxin calculandi, quando his opus est, sequenti etiam problemati profuturam. Hic vero ex eo solo, quod constat, 5 quotnam lotones auri sint in massis meliore et deteriore, et quot requirantur in media componenda, nempe in meliore 13, deteriore 9, et media 12, haberi potest [pondus] secundum canonem problematis, (ut volumina ex gravitatibus specificis paulo ante investigavimus,) nempe, pondus capiendum de deteriore est ad pondus capiendum de meliore, ut excessus auri 10 in meliore super aurum in media (id est $13 - 12$ seu 1) ad excessum auri in media super aurum in deteriore (id est $12 - 9$ seu 3), hoc est pondus capiendum de meliore est triplum capiendi de deteriore, ut ante.

Propositio 10. Problema

Datis densitatibus duorum componentium massam datam, 15 invenire sine separatione qua proportionē component, modo volumen ejus et pondus scire liceat; quod est problema coronarium Archimedis.

Ponamus coronam auream Hieronis Regis ab artifice admixto argento esse nonnihil adulteratam, et quæri, quantum sit argenti in ea, quantum 20 auri, ita tamen ut coronam refundi necesse non sit. Datur coronæ pondus quod sit 10 librarum seu 20 marcarum, datur et auri gravitas specifica argenticque[, illa hujus circiter dupla. Postremo datur nobis coronæ volumen comparandum cum volumine auri argenticque] puri, paris ponderis. Quod sciri commodè potest immersione in aquam; ponamus enim libram auri 25 immersam in vas cylindricum in pollices altitudinis distinctum facere assurgere aquam ad pollicem 1, tunc argenti libra faciet assurgere ad pollices 2. Ponamus jam coronam immersam 10 librarum facere aquam assurgere ad pollices 11, et volumen unius libræ talis massæ qualis est corona erit $\frac{11}{10}$ seu ad $\frac{11}{10}$ pollicis aquam attollet, gravitasque specifica quæ in auro 1, in argento $\frac{1}{2}$, in corona erit $\frac{10}{11}$, dividendo scilicet pondus libræ per volumina, 30 in auro 1, in argento 2 et in corona $\frac{11}{10}$. Jam ergo quærendum est qua proportionē aurum et argentum misceri debeat, ut gravitas specifica compositi

7 pondus *om. Bh* 22-23 , illa ... argentic *om. Bh*

17 problema ... Archimedis *vide* Vitruv. *De architect.*, lib. IX, 3; *Archimedis Opera methodo nova illustrata* ... per I. Barrow, Londini: Godbid 1675, pp. 284-5; *item* Cl. Perrault, *Les dix livres de l'Architecture de Vitruve, corrigez et traduits nouvellement en François, avec des notes et des figures*, Paris: J.-B. Coignard 1673, p. 252.

on obtient le poids de la masse de moindre qualité comme $\frac{1}{19}$ multiplié par $\frac{32}{23}$; semblablement le poids de la masse meilleure est comme $\frac{3}{23}$ multiplié par $\frac{32}{19}$. De là, une fois enlevés finalement 32, 23, 19, qui interviennent de la même manière de chaque côté, les poids à prendre seront comme 1 à 3, c'est-à-dire que pour un unique poids de la masse de moindre qualité, il faut prendre le triple de la masse meilleure, ou que dans le marc de masse moyenne, il y aura 12 onces de la masse de qualité supérieure et 4 de la masse de qualité inférieure. Ce qui est confirmé par ce contrôle : en effet 12 onces de la masse de meilleur aloi contiennent $\frac{3 \times 13}{4}$ ou $\frac{3 \times 9}{4}$ onces d'or et $\frac{3 \times 3}{4}$ ou $\frac{9}{4}$ d'argent. Mais 4 onces de la masse plus mauvaise en contiennent $\frac{9}{4}$ d'or et $\frac{7}{4}$ d'argent. Donc en ajoutant $\frac{39}{4}$ d'or dans la masse meilleure et $\frac{9}{4}$ dans la mauvaise, on obtient $\frac{48}{4}$ ou 12 onces d'or dans un marc de masse moyenne ou composée ; et en ajoutant $\frac{9}{4}$ d'argent dans la meilleure masse, et $\frac{7}{4}$ dans la plus mauvaise, on obtient $\frac{16}{4}$ ou 4 onces d'argent dans un marc de la masse moyenne composée. Ce qui était recherché.

Mais dans le cas présent nous aurions pu conclure la même chose plus brièvement, et il n'était pas besoin de chercher la gravité spécifique ou les volumes des masses ; pourtant nous l'avons mis en œuvre afin de montrer la pratique du calcul qui interviendra aussi dans le problème suivant, quand il en est besoin. Mais ici, de cela seul qu'il est établi combien de onces d'or il y a dans les masses de qualité supérieure et de qualité inférieure et combien en sont requis pour composer la masse moyenne — à savoir 13 dans la masse de qualité supérieure, 9 dans celle de qualité inférieure et 12 dans la moyenne — on peut obtenir le poids selon la règle du problème (comme, un peu auparavant, nous avons recherché les volumes à partir des gravités spécifiques), à savoir que le poids à prendre de la masse de qualité inférieure est au poids à prendre de la meilleure, comme l'excès de l'or dans celle de qualité supérieure sur l'or dans la masse moyenne (c'est-à-dire 13 — 12 ou 1) est à l'excès de l'or dans la masse moyenne sur l'or dans la masse de qualité inférieure (c'est-à-dire 12 — 9 ou 3), de sorte que le poids à prendre de la masse de qualité supérieure est triple de celui à prendre de la masse de qualité inférieure, comme auparavant.

PROPOSITION 10. Problème

Etant données les densités de deux composants dans une masse donnée, trouver, sans les séparer, selon quelle proportion ils la composent, pourvu qu'on sache le volume et le poids du composé. C'est le problème de la couronne d'Archimède.

fiat $\frac{10}{11}$ gravitatis specificæ auri. Solutio habetur per problema præcedens seu propositionem 9. Nempe volumen capiendum de deteriore (argento) est ad capiendum de meliore (auro) ut excessus gravitatis specificæ maximæ seu auri super mediam seu coronæ (sive ut 1 dempto $\frac{10}{11}$ hoc est ut $\frac{1}{11}$)
 5 est ad excessum mediæ seu coronæ super minimam seu argenti (sive ad $\frac{10}{11}$ dempto $\frac{1}{2}$, hoc est ad $\frac{9}{22}$)[;] itaque volumen capiendum de argento est ad volumen capiendum de auro ut $\frac{1}{11}$ ad $\frac{9}{22}$, seu ut 2 ad 9. Sed pondera habentur multiplicando volumina 2 deterioris seu argenti, et 9 melioris seu auri, per gravitates specificas $\frac{1}{2}$ argenti et 1 auri. Jam 2 multip. per $\frac{1}{2}$ dat 1, et 9 multipl. per 1 manet 9; itaque in corona pondus argenti est ad pondus auri, ut
 10 1 ad 9; id est in 10 libris auri coronarii est una argenti et novem auri obryzi. Ita enim cum una libra auri aquam faciat assurgere ad pollicem unum, una argenti ad duos, utique novem libræ auri aquam attollent ad pollices 9; et corona composita ex una argenti et 9 auri attollet aquam ad pollices 11.
 15 Sed utile erit rem in figura oculis subjicere; *ABCD* (Figura 5. [p. 56]) sunt novem libræ auri, et *CEFG* est una argenti. Volumen auri est *AC* pollicum 9, et volumen argenti *CF* pollicum 2, at volumen totius coronæ pollicum 11. Gravitates specificæ auri *AL*, et argenti *FG*, dimidia ejus (circiter [scilicet]) quæ est auri. Pondera fiunt ex multiplicatione seu ductu voluminum in
 20 gravitates, seu *ABCD*, *CEFG* pondera auri et argenti sunt rectangula sub *AB* et *AC*, item sub *FG* et *CF*. Gravitates autem specificæ totius coronæ est *AL*, quæ ducta in volumen *AF* dat rectangulum *ALHF* æquale rectangulis duobus prioribus, seu pondus coronæ repræsentat; eritque adeo *AL* (vel *FH*) idem quod $\frac{10}{11}$ ipsius *AB*, vel quod idem est, medium Arithmeticum
 25 inter undecim quantitates, ex quibus novem sunt ut *AB*, duæ ut *FG* seu ut dimidia *AB*.

Eodem res redit, si idem corpus modo in aëre, modo in aqua seu aliquo liquore noto ponderemus, quod [Monetariis] quibusdam audit. Ex a m e n
 per aquam. Nam differentia ponderum æqualis est ponderi liquoris, qui
 30 corpori ponderato volumine est æqualis, ut Archimedes in æquiponderantibus ostendit. Datur jam aliunde volumen liquoris ex dato pondere, pondus scilicet per gravitatem ejus specificam dividendo; itaque habemus volumen etiam corporis dati. Datis autem volumine et pondere, datur ejus gravitas specifica. Itaque si constet, corpus ex duobus componentibus notæ gravitatis
 35 specificæ constare, habetur desideratum per problema præsens. Unde

18 scilicet *om. Bh* 28 quod | «Moneoriis» *scrips. Bh del. L (?)*, *add. ed. de A 26*

30-31 ut ... ostendit *sic, sed vide Archimedes, De corp. fluit.*, lib. I, prop. 5; *Archimedis Opera methodo nova illustrata* ... per I. Barrow, Londini: Godbid 1675, p. 247.

Posons que la couronne en or du roi Hiéron ait été quelque peu falsifiée par l'artisan en y mêlant de l'argent, et que l'on cherche quelle quantité d'argent et quelle quantité d'or se trouvent en elle, sans toutefois avoir à refondre la couronne. Soit donné le poids de la couronne qui est de 10 livres ou 20 marcs, et soit donnée la gravité spécifique de l'or et de l'argent, 5 celle-là à peu près double de celle-ci. Que nous soit donné enfin le volume de la couronne, à comparer avec le volume de l'or et de l'argent purs, à poids égal. Ce qui peut être facilement connu par immersion dans l'eau ; posons en effet qu'une livre d'or immergée dans un vase cylindrique divisé en pouces de hauteur, fasse monter l'eau à 1 pouce, alors une livre d'argent 10 la fera monter à 2 pouces. Posons dès lors que la couronne de 10 livres immergée fasse monter l'eau à 11 pouces, et le volume d'une livre d'une masse semblable à celle de la couronne sera de $\frac{11}{10}$ ou élèvera l'eau à $\frac{11}{10}$ de pouces, et la gravité spécifique, qui est 1 dans l'or et $\frac{1}{2}$ dans l'argent, sera dans la couronne de $\frac{10}{11}$, en divisant le poids d'une livre par les volumes 15 de 1 dans l'or, de 2 dans l'argent et de $\frac{11}{10}$ dans la couronne. Il faut alors chercher selon quelle proportion doivent être mêlés l'or et l'argent pour que la gravité spécifique du composé soit $\frac{10}{11}$ de la gravité spécifique de l'or. On a la solution par le problème précédent ou proposition 9. En effet le volume à prendre de la masse de plus mauvais aloi (l'argent) est au volume 20 à prendre de la masse de meilleure qualité (l'or) comme l'excès de la gravité spécifique la plus grande, celle de l'or, sur la moyenne, celle de la couronne (soit comme 1 moins $\frac{10}{11}$, c'est-à-dire comme $\frac{1}{11}$) est à l'excès de la moyenne, celle de la couronne, sur la plus petite, celle de l'argent (soit à $\frac{10}{11}$ moins $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire à $\frac{9}{22}$) ; ainsi le volume d'argent à prendre est au volume d'or à 25 prendre comme $\frac{1}{11}$ est à $\frac{9}{22}$, ou comme 2 est à 9. Mais les poids sont obtenus en multipliant les volumes, 2 pour celui de moindre qualité ou de l'argent, et 9 pour celui de qualité supérieure ou de l'or, par les gravités spécifiques, $\frac{1}{2}$ pour l'argent et 1 pour l'or. Or 2 multiplié par $\frac{1}{2}$ donne 1 et 9 multiplié par 1 reste 9. C'est pourquoi dans la couronne le poids de l'argent est au poids de 30 l'or comme 1 est à 9, c'est-à-dire que dans les dix livres de la couronne d'or il y a une livre d'argent et 9 livres d'or pur. Ainsi en effet puisque une livre d'or fait monter l'eau à un pouce, une livre d'argent à deux, assurément 9 livres d'or élèvent l'eau à 9 pouces ; et la couronne composée d'une livre d'argent et de 9 livres d'or élève l'eau à 11 pouces. 35

Mais il sera utile de placer le fait sous les yeux dans une figure. *ABCD* (figure 5 [p. 56]) sont neuf livres d'or, et *CEGF* en est une d'argent. Le volume d'or est *AC* de 9 pouces, le volume d'argent *CF* de 2 pouces, et le volume

etiam intelligitur nihil aliud efficere ponderationem in liquore, quam ut doceat nos volumen corporis dati, ne scilicet opus sit vase cylindrico in gradus diviso. Patet etiam plures ponderationes in pluribus liquoribus nihil nos novi docere. Unde etiam porro, quando componentes sunt plures
 5 duobus, tunc proportionem eorum (in infinitis quippe modis variabilem) designare non licet, nisi aliquid præterea sit cognitum. Ut si nummus constet ex auro, argento et aere, non potest ex volumine ejus et pondere datis definiri, quantum in eo cujusque metalli, nisi forte constet, qua proportionem
 10 anatica; compertum enim est eam maxime accedere ad auri colorem. Usi autem sumus proportionem gravitatis specificæ auri ad argenti specificam, quasi illa hujus esset dupla, compendii causa, etsi exactius constituenda sit proportio, quæ 10 ad $5\frac{1}{2}$ circiter.

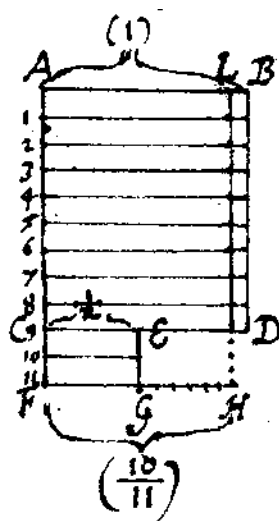


Figura 5

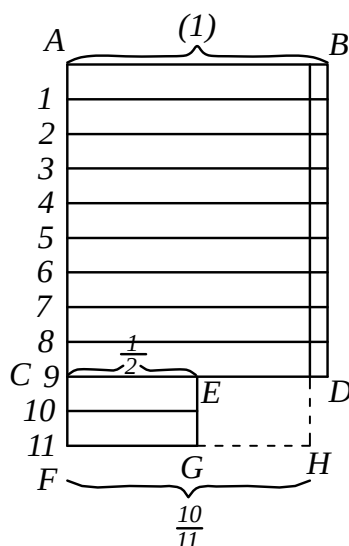


Figure 5

de toute la couronne est de 11 pouces. La gravité spécifique de l'or est AL , et celle de l'argent DF , moitié (à peu près en fait) de celle de l'or. Les poids résultent de la multiplication ou du produit des volumes par les gravités, c'est à dire que $ABCD$, $CEFG$, les poids de l'or et de l'argent sont les rectangles respectivement sous AB et AC comme sous FG et CF . En outre, la gravité 5 spécifique de la couronne entière est AL , laquelle multipliée par le volume AF donne le rectangle $ACHF$ égal aux deux rectangles précédents, ou qui représente le poids de la couronne; et par conséquent AL (ou FH) sera le même que $\frac{10}{11}$ de AB , ou ce qui revient au même la moyenne arithmétique entre onze quantités, dont neuf sont comme AB , et deux sont comme FG 10 ou moitiés de AB .

Cela revient au même si nous pesons le même corps tantôt dans l'air, tantôt dans l'eau ou dans un autre liquide connu, ce qui est appelé par certains monnayeurs l'épreuve par l'eau. En effet, la différence des poids est égale au poids du liquide, qui est égal en volume au corps pesé, comme 15 Archimède l'a montré dans son traité *Des corps flottants*. Par ailleurs un volume de liquide d'un poids donné est donné en divisant le poids par sa gravité spécifique; ainsi nous avons aussi le volume du corps donné. Mais étant donnés le volume et le poids, sa gravité spécifique est donnée. Ainsi, s'il est établi qu'un corps est constitué de deux composants de gravité 20 spécifique connue, on a ce qui est recherché dans le présent problème. D'où l'on comprend aussi que la pesée dans le liquide ne fait rien d'autre que nous apprendre le volume du corps donné, sans qu'il soit besoin de fait du vase cylindrique divisé en degrés. Il est aussi évident que plusieurs pesées dans différents liquides ne nous apprennent rien de nouveau. En outre, on 25 voit aussi de tout cela que, quand il y a plus de deux composants, alors leur proportion (variable assurément d'une infinité de manières) ne peut pas être déterminée si rien de plus n'est connu. Par exemple, si une pièce de monnaie est faite d'or, d'argent et de bronze, il n'est pas possible de déterminer d'après son volume et son poids donnés, sauf si peut-être il est 30 établi en quelle proportion l'argent et le bronze sont mêlés, laquelle doit être égale ou, comme on dit, anatique; il est reconnu en effet que celle-ci se rapproche le plus de la couleur de l'or. Nous nous sommes aussi servi de la proportion de la gravité spécifique de l'or à celle de l'argent comme si elle en était double, pour abrégé, même s'il faut fixer plus exactement la 35 proportion, qui est de 10 à $5 + \frac{1}{2}$ environ.

CAPUT III. DE DUCTIBUS ET DIMENSIONIBUS SEU DE RATIONIBUS ORDINATIM COMPOSITIS

[45r]

Definitio 1

5 DUCTUS seu FACTUM EX PLURIBUS UNIUS SERIEI IN PLURA ALTERIUS
SERIEI ORDINATIM DUCTIS est quantitas, quæ fit, cuilibet eo-
rum quæ insunt uni seriei accommodando unum respon-
dens ex his quæ insunt alteri; eo modo quo fit pondus
aggregati ex pluribus mobilibus, si cuilibet eorum, quæ
10 cuique mobili insunt, attribuitur gravitas specifica resp-
ondens, ita ut series mobilium ordinatim ducatur in seri-
em gravitatum ad mobilia pertinentium. Et Ductus dicen-
tur esse in RATIONE ORDINATIM COMPOSITA eorum quæ invicem
ducuntur, ut hoc loco pondus integrum in ratione ordinatim composita
15 mobilium et specificarum gravitatum.

Scilicet analogia ponderis uti volo, quæ omnium captui exposita est, ne
rem cogar hoc loco altius repetere ex profundiore continui consideratio-
ne. Natura autem Ponderis et Gravitatis specificæ seu molis et densitatis
explicata est capite peculiari independente a præsentī capite de Ductibus.

20 Ponamus *AB* (Figura 6. [p. 60]) liquorem esse, cujus partes fundo [*B*]
propiores, sint graviore, totum ejus pondus æstimari non potest, nisi cui-
libet sectioni ad horizontem parallelæ, ut *CD*, suam gravitatem specificam
attribuendo. Et eodem modo, si ponamus hunc liquorem ejusdem quidem
gravitatis ubique esse, sed inverse situm, ut quod paulo ante erat infra, nunc
25 sit supra, seu ut *A* sit imum, et *B* summum; figura de reliquo servata, sed [45v]
partes tunc superiores seu ipsi *B* [propiores] moveri velocius ut solet; et
quæri totum impetum seu totam quantitatem motus, quam aqua in illo
alvei loco habet; cuilibet sectioni sua attribuenda est velocitas, et ponendo
velocitates eadem proportionē crescere ab *A* versus *B*, qua paulo ante gravi-
30 tates specificæ creverunt, utique quæ antea ponderis eadem nunc impetus

1 CAPUT III. (1) DE DUCTIBUS SEU DE ÆSTIMATIONUM COMPOSITIONE (2) De ...
compositis *add. in f. 44v Br* 6 cuilibet *corr. ed.* 7 seriei (1) applicando (2)
accommodando *add. in f. 44v Br* 26 [propiores] | velociores *corr. ed.* | *C1*

CHAPITRE 3. DES PRODUITS ET DES DIMENSIONS, OU DE LA COMPOSITION EN ORDRE DES RAISONS

Définition 1

L'APPLICATION ou le PRODUIT *de plusieurs éléments d'une série appliqués 5 en ordre sur plusieurs éléments d'une autre série est la quantité qu'on obtient en associant à chacun des termes qui sont dans une série un terme correspondant de ceux qui sont dans l'autre. C'est de cette manière que s'obtient le poids d'un agrégat de plusieurs mobiles, si à tout ce qui se trouve dans chaque mobile est 10 attribuée la gravité spécifique correspondante, de sorte que la série des mobiles est appliquée en ordre sur la série des gravités propres aux mobiles. Et le Produit est dit être EN RAISON COMPOSÉE EN ORDRE des éléments mutuellement appliqués* : ici, par exemple, le poids total est en raison composée en ordre des mobiles et des gravités spécifiques.

Je veux bien sûr me servir de cette analogie avec le poids, qui s'offre à la 15 portée de tous, pour ne pas être contraint ici de reprendre le sujet de plus haut, à partir d'un examen plus profond du continu. D'ailleurs la nature du poids et de la gravité spécifique, ou de la masse et de la densité, est expliquée dans un chapitre particulier, indépendant du présent chapitre sur les produits¹. 20

Soit AB (Figure 6 [p. 61]) un liquide, dont les parties soient d'autant plus pesantes qu'elles se trouvent plus proches du fond ; on ne peut estimer son poids total autrement qu'en attribuant à chaque section parallèle à l'horizon, comme CD , sa gravité spécifique. De la même façon, si nous supposons que ce liquide de même gravité prend encore toute la place, mais renversé 25 de manière à ce que se trouve en haut ce qui auparavant était en bas, donc que A désigne la base et B le sommet ; mais en gardant quant au reste la même figure, nous supposons que les parties maintenant supérieures, c'est-à-dire les plus proches de B , se meuvent plus vite. Qu'on demande alors l'*impetus* total ou la quantité de mouvement totale, que l'eau a dans ce lieu 30 du baquet ; il faut attribuer à chaque section sa vitesse, et en supposant que

¹Il s'agit du chapitre précédent.

æstimatio erit. Atque hoc vocamus velocitates ordinatim ducere in magnitudines, sectionum scilicet hoc loco, quarum quæque ut CD suam velocitatem certam habere asseritur. Et impetus dicemus esse in ratione ordinatim composita magnitudinum seu sectionum, et velocitatum.



Figura 6

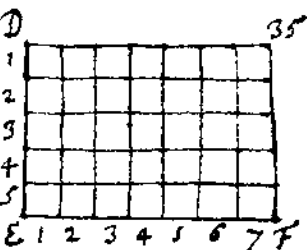
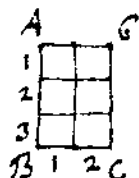


Figura 7

5

Definitio 2

UNUM IN ALIUD DUCITUR ABSOLUTE, cum in omniaquæ insunt uni ducitur æquale alteri.

Ut cum gravitas specifica auri ducitur in magnitudinem cubi pollicaris, ut æstimetur, quantum futurum esset pondus cubi pollicaris auri: patet
 10 enim nullam ejus esse partem, in quam non gravitas specifica auri (adeoque semper æqualis) ducatur, sic si campus ubique si æque latus, habetur ejus magnitudo ducendo latitudinem in longitudinem.

Definitio 3

PLURA IN UNUM ORDINATIM DUCUNTUR, vel CONTRA, cum series
 15 plurium ordinatim ducitur in seriem constituentem unum illud.

Sic in magnitudinem liquoris supradicti AB gravitates specificæ diversæ, quas habet, ordinatim duci dicuntur, quia in plures sectiones ut CD , quæ ipsi insunt, ejusque magnitudinem constituunt, ducuntur ordinatim
 20 respondentes gravitates specificæ.

UNUM autem IN ALIUD ORDINATIM DUCITUR, cum quæ uni insunt, in respondentia alterius ducuntur.

18 ordinatim *add. L*

les vitesses croissent de A en B selon la même proportion que croissaient les gravités spécifiques dans le cas précédent, la mesure de l'*impetus* sera bien la même que celle du poids auparavant. Et c'est cela que nous nommons appliquer en ordre les vitesses sur des grandeurs, à savoir ici celles des sections, dont on assure que chacune, comme CD , a sa vitesse déterminée. Et nous disons que l'*impetus* est en raison composée en ordre des grandeurs ou des sections et des vitesses.

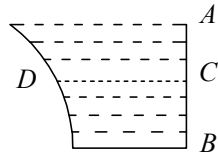


Figure 6

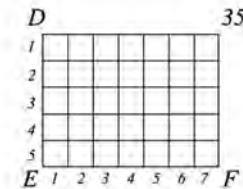
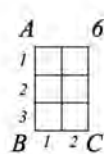


Figure 7

Définition 2

IL Y A APPLICATION ABSOLUMENT D'UNE CHOSE UNIQUE SUR UNE AUTRE *quand à tous les éléments qui sont dans l'une est appliquée une [quantité] égale à l'autre.*

Par exemple, lorsque la gravité spécifique de l'or est appliquée sur la grandeur d'un pied cube, afin d'estimer quel sera le poids d'un pied cube d'or : il est clair en effet qu'il n'y a aucune partie du cube sur laquelle la gravité spécifique de l'or ne soit appliquée (donc une gravité toujours égale). De même, si un champ est partout de même largeur, on obtient sa grandeur en multipliant la largeur par la longueur.

Définition 3

IL Y A APPLICATION EN ORDRE DE PLUSIEURS SUR UN, *ou inversement, quand une série de plusieurs est appliquée en ordre sur la série constituant cet [élément] unique.*

Ainsi, dans le cas de la grandeur du liquide dont on a parlé ci-dessus, les gravités spécifiques diverses qu'il possède sont dites appliquées en ordre, parce que sur plusieurs sections comme CD qui y sont contenues et constituent sa grandeur sont appliquées en ordre les gravités spécifiques correspondantes.

Mais UN [ÉLÉMENT] UNIQUE est appliqué en ordre sur un autre, quand les quantités *contenues dans l'un sont appliquées sur les quantités correspondantes de l'autre.*

Ut si magnitudo liquoris in gravitatum specificarum aggregatum ordinatim ducatur, nempe unaquæque sectio ut CD , quæ magnitudini liquoris inest, in gravitatem suam.

Propositio 1

- 5 Si mobilia sint proportionalia ductum recipientibus, et gravitates specificæ ducendis, pondera erunt ut ductus.

Constat ex definitione ductus; ut si corpus A in diversis suis punctis varias habeat velocitates, et velocitates ordinatim ducendo, quærat integra quantitas motus, quam habet corpus A , idemque contingat in corpore B ;
10 dico si loco velocitatis unumquodque punctum horum corporum (aut proportionalium) poneretur recipere gravitatem specificam proportionalem ei, quam habet, velocitati; fore quantitatem motus in corpore B , ut pondus ipsius A ad pondus ipsius B . (per definitionem 1.)

Propositio 2

- 15 Si absolute ducantur duo in se invicem; quantitas ductus erit ut numerus factus ex numeris quantitatem ducendorum exprimentibus, invicem multiplicatis; unitate ductum æstimante seu mensura existente ea, quæ fit ex unitatibus ducendorum invicem ductis.

20 Sit mobile trium pedum cubicorum ducendum in gravitatem specificam duorum graduum; (quod est unum in aliud duci absolute, per definitionem 2.) et unus pes cubicus gravitate præditus, unius gradus, sit unius (si placet) libræ, adeoque pes gravitate duorum graduum præditus sit duarum librarum; manifestum est bis ter repeti libram, seu pondus fore librarum sex;
25 et quod in ponderibus, idem in aliis quoque ductibus intelligendum esse patet, ex ductus definitione.

Propositio 3

Si absolute ducantur duo in se invicem, ductus est in ratione composita eorum, quæ ducuntur.

- 30 In rationibus commensurabilibus patet ex præcedenti; nam factum ex tribus pedibus in duos gradus ductis est ad factum ex quinque pedibus in septem gradus ductis in ratione composita 3 ad 5 et 2 ad 7, seu in ratione 3 in 2 hoc est 6, ad 5 in 7 hoc est 35; idem est in ipsis incommensurabilibus, quia semper dari possunt commensurabiles, quæ ab incommensurabilibus [46v]

Par exemple, si la grandeur du liquide est appliquée en ordre sur l'agrégat des gravités spécifiques, soit si chaque section comme CD , qui est contenue dans la grandeur du liquide, est appliquée sur sa gravité.

PROPOSITION 1

Si des mobiles sont proportionnels aux éléments qui reçoivent l'application (les multiplicandes), et si les gravités spécifiques sont proportionnelles aux éléments à appliquer (les multiplicateurs), les poids seront comme les produits.

Cela découle de la définition du produit. Par exemple si le corps A a des vitesses différentes en chacun de ses points, et que appliquant en ordre ces vitesses on cherche la quantité de mouvement totale du corps A , et qu'il en aille de même dans un corps B ; je dis que si on pose que, au lieu de la vitesse, chaque point de ces corps (ou de corps proportionnels) reçoive une gravité spécifique proportionnelle à la vitesse qu'il a, la quantité de mouvement dans le corps B sera comme le poids de A est au poids de B (par la définition 1).

PROPOSITION 2

Si deux choses sont absolument appliquées l'une sur l'autre, la quantité du produit sera comme le nombre obtenu en multipliant les uns par les autres les nombres exprimant la quantité des termes à appliquer, avec pour unité évaluant le produit ou pour mesure résultante celle qui provient des unités des termes à appliquer multipliées les unes par les autres.

Soit un mobile de trois pieds cubes à multiplier par la gravité spécifique de deux degrés (ce qui est appliquer absolument une chose sur une autre, d'après la définition 2), et qu'un pied cube doté d'une gravité d'un degré soit, admettons, d'une livre, et que par suite le pied doté d'une gravité de deux degrés soit de deux livres; il est manifeste que la livre est répétée deux fois trois fois, ou que le poids sera de six livres; et il ressort clairement de la définition du produit que ce qui vaut des poids doive aussi s'entendre des autres produits.

PROPOSITION 3

Si deux choses sont appliquées absolument l'une sur l'autre, le produit est en raison composée des éléments qui sont appliqués.

Pour des raisons commensurables, c'est évident d'après la proposition précédente; car le produit de trois pieds appliqués sur deux degrés est au produit de cinq pieds appliqués sur sept degrés en raison composée de 3 à

minus differant errore dato, itaque error minor est quam assumebatur, id est, nullus assumi potest.

Propositio 4

Si duo quæ in se invicem absolute ducuntur, sint ut latera, ductus sunt ut rectangula.

Est enim (Figura 7. [p. 60]) rectangulum ABC ad rectangulum DEF in ratione composita AB ad DE et BC ad EF ; sed (per præcedentem) ductus sunt eodem modo.

Propositio 5

Si duo quæ invicem ducuntur sint, unum ut basis, alterum ut altitudo, ductus est ut figura super basi ejusque ubique altitudinis.

Ut si sit (Figura 8.) mobile L ad mobile M ut basis AB ad basim DE , et gravitas specifica mobilis L ad gravitatem specificam mobilis M , ut altitudo AC ad altitudinem EF , erit pondus L ad pondus M , ut figura ABC ad figuram DEF . Nam ut ductus sunt (per propositionem 3.) in ratione composita eorum, quæ invicem ducuntur; ita et figuræ in ratione sunt composita basium et altitudinum.

Tales figuræ sunt vel planæ, ut parallelogramma, vel solidæ, ut parallelepipeda, columnaria, aut cylindrica.

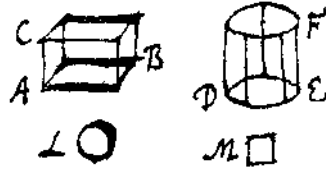


Figura 8

Propositio 6

Si plurium series in unum aliquod recipiens ordinatim ducatur, ductus est ut figura scalaris composita ex omnibus rectangulis, quorum altitudines sint ut termini ipsius seriei, bases vero sint partes rectam constituentes, proportionales partibus recipientis.

5 et de 2 à 7, c'est-à-dire en raison de 3 par 2 (soit 6) à 5 par 7 (soit 35). Et il en va de même des incommensurables, puisqu'il peut toujours y avoir des rapports commensurables qui diffèrent des rapports incommensurables de moins que toute erreur donnée; ainsi l'erreur est moindre que ce qu'elle était supposée, c'est-à-dire qu'on peut la considérer comme nulle.

Proposition 4

Si deux choses qui son absolument appliquées l'une sur l'autre sont comme des côtés, les produits sont comme des rectangles.

En effet, le rectangle ABC (Figure 7 [p. 61]) est au rectangle DEF en raison composée de AB à DE et de BC à EF ; or (par la proposition précédente) les produits sont de même.

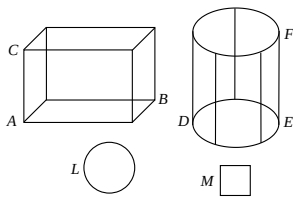


Figure 8

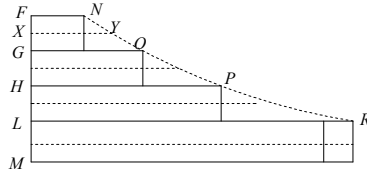
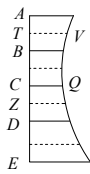


Figure 9

Proposition 5

Si de deux choses qui sont appliquées l'une sur l'autre, l'une est comme la base, et l'autre comme la hauteur, le produit est comme la figure construite sur la base et ayant partout cette même hauteur.

Si, par exemple (Figure 8), le mobile L est au mobile M comme la base AB à la base DE , et si la gravité spécifique du mobile L est à la gravité spécifique du mobile M comme la hauteur AC à la hauteur EF , le poids L sera au poids M comme la figure ABC à la figure DEF . Car, de même que les produits sont en raison composée des éléments appliqués l'un sur l'autre (par la proposition 3), de même ces figures aussi sont en raison composée de leurs bases et de leurs hauteurs.

De telles figures sont ou planes, comme des parallélogrammes, ou solides, comme des parallélépipèdes, des colonnes ou cylindres.

Proposition 6

Si une série de plusieurs éléments est appliquée en ordre sur un unique support, le produit est comme la figure en escalier composée de tous les rectangles,

Nam si (Figura 9.) gravis AE partes AB, BC, CD, DE sint proportionales rectæ FM partibus respondentibus FG, GH, HL, LM , et utræque partes sint constituentes sui totius, sintque rectæ FN, GO, HP, LR , proportionales gravitatibus specificis partium gravis, AB, BC, CD, DE etc. erit (per
 5 propositionem 4.) rectangulum quodque ut NFG proportionale ponderi partis respondentis ut AB . Ergo et $FNOPRSM$ figura scalaris ex omnibus rectangulis composita, ipsi ponderi gravis AE proportionalis erit.

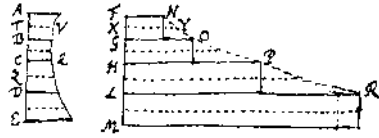


Figura 9

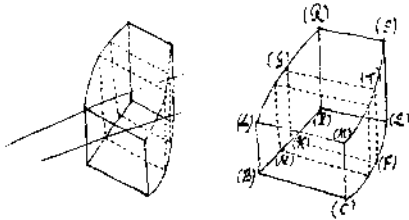


Figura 10

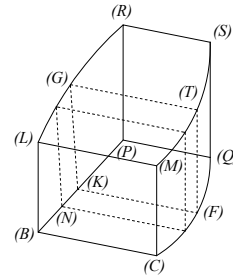


Figure 10

Propositio 7

Iisdem positis, si nulla sit pars recipientis, in quam
 10 non varia sint ordinatim ducenda, tunc figura scalaris abit in isogonium curvilineum ductui proportionale.

Ut si quæ (in eadem figura 9.) fundo E propiora sunt in gravi AE , ponatur esse graviora; utique in quavis sectione ut JV diversa erit gravitas, cui inter FN et GO proportionalis XY respondeat, atque ita semper continuando interpolationem, ut rectangula velut YXG perpetuo fiant minora, donec tandem latitudo eorum sit evanescens, figura scalaris desinet in isogonium curvilineum $NYOPRL$ proportionale ponderi partis respondentis AD .
 15

ISOAGONIUM CURVILINEUM voco, quia omnes rectæ ut FN, GO seriei ducendorum proportionales (nempe gravitatibus specificis) angulum eundem
 20 faciunt ad rectam FM magnitudini ipsius gravis AE respondentem; si angulus sit rectus, vocabo ORTHOGONIUM CURVILINEUM, figuram scalarem simpliciter vocabo isogonium rectilineum, et tam scalarem quam isogo-

dont les hauteurs sont comme les termes de cette série, et dont les bases sont les parties constituant la droite, proportionnelles aux parties du support.

En effet si (Figure 9 [p. 65]) les parties AB, BC, CD, DE d'un corps pesant AE sont proportionnelles aux parties FG, GH, HL, LM correspondantes de la droite FM , et si les unes et les autres sont les parties constituantes de leur tout, et si les droites FN, GO, HP, LR , etc., sont proportionnelles aux gravités spécifiques des parties AB, BC, CD, DE , etc., du corps pesant, chaque rectangle comme NFG sera (par la proposition 4) proportionnel au poids de la partie correspondante comme AB . Donc la figure en escalier $FNOPRSM$ composée de tous ces rectangles sera elle-même proportionnelle au poids du corps grave AE .

Proposition 7

Sous les mêmes suppositions, s'il n'y a aucune partie du support sur laquelle on ne puisse appliquer en ordre des quantités variées, alors la figure en escalier se change en un isogone curviligne proportionnel au produit.

Si par exemple (sur la même figure 9) on suppose que les parties du corps pesant AE plus proches du fond E sont plus pesantes, alors il y aura une gravité différente dans chaque section telle que TV , à laquelle correspond la ligne proportionnelle XY entre FN et GO , et en continuant ainsi l'interpolation, de sorte que les rectangles tels que YXG deviennent sans cesse plus petits jusqu'à ce que leur largeur soit enfin évanouissante, la figure en escalier finira en un isogone curviligne $NYOPRL$ proportionnel au poids de la partie correspondante AD .

Je le nomme ISOGONE CURVILIGNE, parce que toutes les droites comme FN, GO proportionnelles à la série des termes à appliquer (en l'occurrence aux gravités spécifiques) font le même angle avec la droite FM correspondante à la grandeur du corps pesant AE ; si cet angle est droit, je nommerai simplement la figure *orthogone curviligne*; et j'appellerai aussi bien la figure en escalier que l'isogone curviligne par le nom commun de *figure isogone*; les droites qui tombent selon le même angle seront dites *ordonnées*, comme FN ou GO , correspondant en effet aux termes de la série. Mais les parties de la droite FM prises à partir d'une origine quelconque seront dites *Abscisses*; de sorte que, si HP est l'ordonnée qui correspond à un terme de la série, FH sera l'abscisse qui sera proportionnelle au nombre qui indique combien il y a de termes dans la série, si on suppose que la droite qui reçoit les applications croît uniformément de F en M .

niam curvilineam communi nomine figuram isogoniam appellabo, et ipsa quæ eodem angulo insistent dicentur ordinatim applicata, ut *FN*, vel *GO*, terminis scilicet seriei respondentia; sed partes rectæ *FM*, ab initio aliquo sumtæ dicantur Abscissæ; ut si *HP* sit ordinatim applicata
 5 respondens termino seriei; *FH* erit abscissa, quæ proportionalis erit numero exprimenti, quotus in serie sit terminus, si ponatur recta applicationes recipiens uniformiter crescere ab *F* versus *M*.

Propositio 8

Serie in seriem ordinatim ducta, ductus est proportionalis solido facto ex duabus figuris isogoniis, quarum ordinatim applicatæ sint terminis serierum respondententes.

Ut si grave supradictum (in propositionis 7. figura 9. [p. 66]) *AE*, non tantum gravitatem specificam augeat, quo magis ad fundum *E* accedit, sed et ubique varias habeat crassities, seu magnitudines sectionum factarum
 15 per plana fundo parallela; patet sectionum magnitudines ducendas ordinatim in gravitates specificas. Sit jam isogonium $(P)(Q)(F)(C)(B)$ (in Figura 10.), cujus ordinatæ ut $(K)(F)$ sint proportionales gravitatibus specificis in sectionibus gravis respondentibus, ut *C*, si scilicet abscissæ $(P)(K)$ sint proportionales ipsis *EC* distantibus a fundo. Et eodem modo sit isogonium $(P)(R)(G)(L)(B)$, cujus ordinatæ ut $(K)(G)$ proportionales sint magnitudinibus sectionum gravis respondentium ut in *C*, eritque ductus solidus $(P)(R)(G)(L)(C)(F)(Q)(S)(T)(M)$ proportionalis ponderi totius *AE*. Singulæ enim sectiones gravis in suas gravitates specificas ductæ repræsentatur rectangulis vel aliis parallelogrammis isogoniis ut $(G)(K)(F)(T)$,
 25 quæ in partes ipsius rectæ $(B)(P)$ respondententes ductæ constituunt totidem parallelepi[pe]da isogonia ut $(K)(F)$; aut $(T)(N)$, componentia ductum solidum ut sectiones gravis componunt grave; prorsus scilicet ut *CQ* sectio ipsius gravis per planum fundo parallelum ducta in suam gravitatem, et præterea in *CZ* particulam altitudinis gravis, ipsi *KN* in ductu solido assumti
 30 proportionem respondentem, componit cum reliquis similiter tractatis integrum gravis pondus; id tantum observando, quod altitudines *CZ* vel *KN* evanescunt cum nulla est assignabilis portio gravis ut *QCZ* quæ eandem ubique habeat gravitatem specificam.

Hæc solida primus consideravit Gregorius a S. Vincentio.

34 Gregorius ... vide Grégoire de Saint-Vincent, *Opus geometricum quadraturæ circuli et sectionum conicæ*, Antwerp: Jo. & Jac. van Meurs 1647, lib. VI, *De ductu plani in planum*, prop. 3, p. 707-708.

Proposition 8

Si une série est appliquée en ordre sur une autre série, le produit est proportionnel au solide formé de deux figures isogones, dont les ordonnées correspondent aux termes des séries.

Par exemple, si le corps pesant AE (dans la proposition 7, figure 9 [p. 66]) 5
non seulement augmente en gravité spécifique à mesure qu'il approche du
fond E , mais a aussi partout les épaisseurs ou les grandeurs de ses sec-
tions par les plans parallèles au fond qui varient; il est clair qu'on devra
appliquer en ordre les grandeurs des sections sur les gravités spécifiques.
Soit alors l'isogone $(P)(Q)(F)(C)(B)$ (sur la figure 10) dont les ordonnées 10
comme $(K)(F)$ sont proportionnelles aux gravités spécifiques dans les sec-
tions correspondantes du corps pesant comme C , — si du reste les abscisses
 $(P)(K)$ sont proportionnelles à leurs distances au fond EC ; et de même soit
l'isogone $(P)(R)(G)(L)(B)$, dont les ordonnées comme $(K)(G)$ sont pro-
portionnelles aux grandeurs des sections correspondantes du corps pesant, 15
comme en C ; alors le produit solide $(P)(R)(G)(L)(C)(F)(Q)(S)(T)(M)$
sera proportionnel au poids de tout AE . En effet chacune des sections du
corps pesant multipliée par sa gravité spécifique est représentée par un rec-
tangle ou un autre parallélogramme isogone comme $(G)(K)(F)(T)$, les-
quelles figures, appliquées chacune sur les parties de la droite $(B)(P)$ qui 20
leurs correspondent, constituent autant de parallélépipèdes isogones comme
 $(K)(F)$ ou $(T)(N)$, qui composent un produit solide de même que les sec-
tions du corps pesant composent le corps pesant; c'est ainsi qu'une section
par un plan parallèle au fond CQ de ce corps pesant, multipliée par sa
gravité, et en outre par l'élément de hauteur CZ du grave, qui correspond 25
proportionnellement à l'élément KN dans le produit solide, compose avec les
autres sections semblablement traitées le poids entier du corps, en obser-
vant seulement que les hauteurs CZ ou KN sont évanouissantes, puisqu'il
n'y a aucune portion assignable du corps pesant, comme QCZ , qui possède
partout la même gravité spécifique. 30

Le premier à avoir étudié ces sortes de solide fut *Grégoire de Saint Vincent*.

Proposition 9

*Le produit est le résultat des termes à appliquer en ordre sur les éléments du support, proportionnellement à la figure isogone, dont les éléments des abscisses 35
sont comme les éléments du support, et dont les ordonnées sont proportionnelles
aux termes à appliquer en ordre sur les éléments du support.*

Propositio 9

Ductus est factum ex ordinatim ducendis in elementa recipientis, proportionale figuræ isogoniæ, cujus abscissarum elementa sunt ut elementa recipientis, ordinatim vero applicatæ sunt proportionales ordinatim in recipientis Elementa ducendis.

Gravitates specificæ majores versus fundum ducendæ sint respectue in CD sectiones liquoris per plana fundo horizontali parallela. Sumatur (Figura 11.) recta LM et in ea puncta N quotlibet sic assignentur, ut sit LN ad LM , uti spatium liquoris vel extensio ACD ad totam ejus extensionem seu volumen; et tunc portiones rectæ LM , inter duo N distantiam evanescentem habentia interceptæ, seu rectæ LM partes elementares, quales sunt ${}_1N_2N$, ${}_2N_3N$, erunt proportionales ipsis elementis spatiorum liquoris inter respondentes sectiones interceptis, quales sunt ${}_1C_1D_2D_2C$, ${}_2C_2D_3D_3C$; quod si crassities spatiorum ${}_1C_2C$, ${}_2C_3C$, assumantur æquales, ita ut ipsæ AC crescant uniformiter, erunt spatia intercepta ut ipsæ sectiones, et erit ${}_1N_2N$ ad ${}_2N_3N$, ut ${}_1C_1D$ ad ${}_2C_2D$. Itaque sectiones CD sunt ut abscissarum LN , elementa ${}_1N_2N$, ${}_2N_3N$. Si jam ad abscissas ordinatim applicantur NG gravitatibus specificis sectionum CD proportionales, patet ductum LNG vel LMP esse ut compositum ex ductibus gravitatum specificarum (veluti NG) in sectiones respondentes (veluti ${}_1N_2N$), adeoque esse ponderi proportionalem; pondus scilicet liquoris ACD esse ad pondus liquoris ABE , ut isogonium $LQGN$ ad isogonium $LQPM$. [48v]

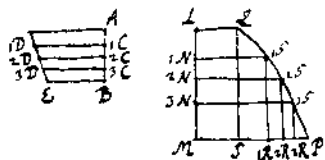


Figura 11

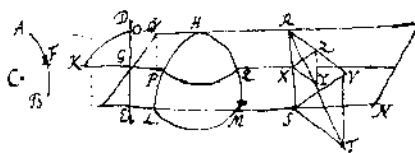


Figura 12

Propositio 10

Si plurium series in unum recipiens ordinatim (scilicet secundum ipsius respondentia cuique elementa) ducatur, quantitas ductus eandem est, quæ alterius ductus, qui fie-

23 in Fig. 11 literas ${}_1G$ ${}_2G$ ${}_3G$ add. A

Que les gravités spécifiques croissantes vers le fond d'un vase soient à multiplier respectivement par les sections CD du liquide suivant les plans parallèles au fond. Qu'on prenne (Figure 11) la droite LM , et en elle un nombre quelconque de points N tels que LN soit à LM comme l'espace ou extension du liquide ACD est à son extension totale ou volume; alors les portions de la droite LM comprises entre deux points N dont la distance est évanouissante, autrement dit les parties élémentaires de la droite LM , telles que ${}_1N{}_2N$, ${}_2N{}_3N$, seront proportionnelles aux éléments des espaces du liquide compris entre les sections correspondantes, tels que ${}_1C{}_1D{}_2D{}_2C$, ${}_2C{}_2D{}_3D{}_3C$. Si de plus on suppose égales les épaisseurs des espaces ${}_1C{}_2C$, ${}_2C{}_3C$, de sorte que les distances AC croissent uniformément, les espaces interceptés seront comme les sections elles-mêmes, et ainsi ${}_1N{}_2N$ sera à ${}_2N{}_3N$ comme ${}_1C{}_1D$ à ${}_2C{}_2D$. C'est pourquoi les sections CD sont comme les éléments ${}_1N{}_2N$, ${}_2N{}_3N$, des abscisses LN . Dès lors, si l'on applique en ordre sur ces abscisses les lignes NG proportionnelles aux gravités spécifiques des sections CD , il est clair que le produit LNG ou LMP sera comme le composé des produits des gravités spécifiques (telles que NG) par les sections correspondantes (telles que ${}_1N{}_2N$), et donc sera proportionnel au poids; c'est-à-dire que le poids du liquide ACD est au poids du liquide ABE comme l'isogone $LQGN$ à l'isogone $LQPM$.

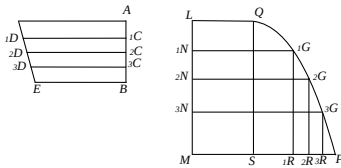


Figure 11

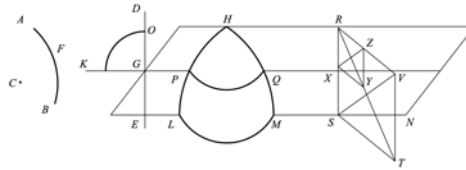


Figure 12

PROPOSITION 10

Si une série de plusieurs termes est appliquée en ordre sur un seul support (c'est-à-dire suivant ses éléments correspondants à chacun), la quantité du produit est la même que celle de l'autre produit qui serait obtenu si les agrégats des éléments du support étaient multipliés par les accroissements de la série des termes à appliquer.

Cela suit de ce qui précède, puisque comme les MN (par exemple) sont les abscisses et les NG sont les ordonnées, on peut ainsi concevoir inversement que les MR égales aux NG sont les abscisses et que les RG égales aux

ret, si aggregata elementorum recipientis ducerentur in ipsa crementa seriei ducendorum.

Sequitur ex præcedenti, quia ut MN (verbi gratia) sunt abscissæ et NG ordinatæ, ita vicissim intelligi possunt MR ipsis NG æquales esse abscissæ, et RG ipsis MN æquales esse ordinatæ; itaque ut area isogonii fit ex ductu ordinarum in elementa abscissarum, ita et fit ex ductu abscissarum in elementa ordinarum. Et in exemplo ut pondus liquoris ABE seu proportionale ipsi isogonium $LQGPM$ factum est, ipsas NG gravitates specificas liquoris ducendo in ${}_1N_2N$ vel ${}_2N_3N$ quæ sunt ut elementa liquoris, vel abscissarum MN incrementa liquoris a fundo sursum versus repræsentantium; ita idem pondus vel isogonium fit, RG aggregata elementorum liquoris seu terminos seriei liquorum in vase a fundo B sursum crescentium versus A ducendo in ${}_1R_2R$, ${}_2R_3R$, quæ sunt æqualia crementis gravitatum specificarum ordine respondentium.

Eadem et ad ductus solidos applicari possunt, et magnum habent fructum, quia scilicet uno sæpe modo facilius, quam alio totus ductus seu aggregatum ex singulis ductibus invenitur.

Definitio 4

Si uni comparabilia infinita nullam partem communem habentia in alio ponantur secundum seriem punctorum quæ in recta linea assumi possunt, posterius est UNA DIMENSIONE ALTIUS priori.

Sic (Figura 12. [p. 70]) linea AB est una dimensione altior puncto C . Nam ex quovis puncto rectæ DE ducantur plana inter se parallela FG secantia lineam AB in punctis F , patet normalis ad eam FG infinita in AB poni puncta F comparabilia ipsi C , secundum seriem punctorum G rectæ DE . Sed superficies HLM est rursus una dimensione altior linea AB ; nam per quævis rectæ DE puncta ut G transeant plana GN secantia superficiem in linea PQ utique comparabili cum linea AB . Et eodem modo solidum $RSTV$ est una dimensione altius superficie HLM , quia quodvis ex dictis planis solidum secat in superficie ut XYZ , quæ ipsi superficiei HLM est comparabilis.

Propositio 11

Itaque id quod secundum ordinem punctorum rectæ alteri comparabilia continet infinities, vel infinitesies infinities, vel infinitis vicibus infinitesies infinities, et

MN sont les ordonnées; c'est pourquoi comme l'aire de l'isogone résulte du produit des ordonnées par les éléments des abscisses, ainsi elle résulte aussi du produit des abscisses par les éléments des ordonnées. Et dans notre exemple, puisque le poids du liquide ABE , ou l'isogone $LQGPM$ qui lui est proportionnel, est produit en multipliant les gravités spécifiques NG du 5 liquide par ${}_1N_2N$ ou ${}_2N_3N$, qui sont comme les éléments du liquide, c'est-à-dire comme les abscisses MN qui représentent les accroissements du liquide à partir du fond, alors le même poids ou l'isogone résulte en multipliant les agrégats RG des éléments du liquide, ou des termes de la série des liquides croissant dans le vase à partir du fond B jusqu'à A , par les ${}_1R_2R$, ${}_2R_3R$, qui 10 sont égales aux accroissements des gravités spécifiques qui y correspondent dans l'ordre.

Les mêmes opérations peuvent aussi être appliquées aux produits solides, et y trouvent une grande utilité, parce qu'en fait il est souvent plus aisé de trouver d'une manière plutôt que par une autre le produit total ou l'agrégat 15 des produits pris un à un.

Definition 4

Si une infinité de termes ne comportant aucune partie commune comparables à un terme unique sont posés dans un autre suivant la série des points qu'on peut prendre dans une ligne droite, alors le second ensemble EST SUPÉ- 20 RIEUR D'UNE DIMENSION au premier.

Ainsi (Figure 12 [p. 71]) la ligne AB est supérieure d'une dimension au point C .

En effet, qu'on mène de chaque point de la droite DE des plans FG parallèles entre eux coupant la droite AB aux points F : il est clair qu'une 25 infinité de points de la ligne perpendiculaire FG comparables à C peuvent être posés sur AB , suivant la série des points G de la droite DE . Mais la surface HLM est à son tour supérieure d'une dimension à la ligne AB ; car par chaque point de la droite DE comme G passe un plan GN coupant cette surface à la ligne PQ , comparable assurément à la ligne AB . Et de la 30 même façon que le solide $RSTU$ est supérieur d'une dimension à la surface HLM , puisque chacun des plans précédents coupe ce solide par une surface comme XYZ , qui est comparable à la surface HLM .

Proposition 11

C'est pourquoi ce qui, suivant l'ordre des points d'une droite, contient une 35 infinité de termes comparables à une autre chose, ou une infinité d'infinités, ou une infinité de fois infiniment infinies, et ainsi de suite, est supérieur à cette

ita porro, altius ipso est dimensione una, duabus, tribus, etc.

Propositio 12

Si unum in aliud ducatur absolute, numerus dimensionum ductus inde facti, est summa numerorum indicantium dimensiones eorum, quæ invicem ducuntur; et, si series ordinatim ducatur in seriem, numerus dimensionum ductus est summa numerorum indicantium dimensiones terminorum seriei utriusque, unitate aucta.

Ut si sit recta ducenda in planum; elementa quæ in recta sunt infinites, ea in plano sunt infinites infinites; ergo in ductu sunt infinitis vicibus infinites infinites; et cum dimensio rectæ sit 1, et dimensio plani sit 2, utique dimensio ductus (solidi) erit 1 plus 2 seu 3. Quod si series rectarum ducatur in aliam seriem rectarum ordinatim, seu isogonium in isogonium; elementa quæ in recta sunt infinites, ea in ductu quovis rectæ in rectam respondentem sunt infinites infinites, nempe vicibus 1 plus 1 seu 2, sive bis infinites; ergo in ductu integro ex infinitis ductibus singularibus composito elementa sunt infinitis vicibus infinites infinites; hoc est, bis et præterea semel infinites, et ductus erit trium dimensionum.

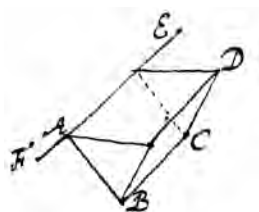


Figura 13

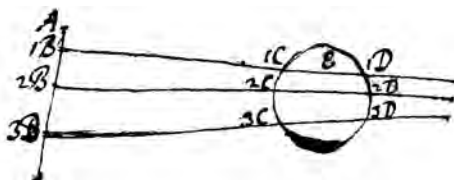


Figura 14

20

Propositio 13. Problema 1

Exhibere quantitatem plus quam trium dimensionum.

Solidum ABCD (Figura 13.) est trium dimensionum. Jam si quodvis ejus elementum in suam gravitatem specificam ducatur, fit pondus, quod est quatuor dimensionum; si præterea ponderis cujusque elementum in distantiam a plano ad horizontem normali, per axem æquilibrii EF transeunte ducatur, habetur momentum quod est quinque dimensionum. Et altius iri

autre chose d'une dimension, ou de deux, ou de trois, etc.

PROPOSITION 12

Si une chose unique est appliquée absolument sur une autre, le nombre de dimensions du produit qui en résulte est la somme des nombres représentant les dimensions des termes qui sont multipliés entre eux; et, si une série est appliquée en ordre sur une autre série, le nombre de dimensions du produit est la somme des nombres représentant les dimensions des termes de chaque série, augmentée d'une unité.

Par exemple, si une droite est à appliquer sur un plan, les éléments qui sont une infinité dans la droite, sont dans le plan une infinité d'infinités; donc dans le produit, ils sont une infinité d'infinités une infinité de fois; et comme la dimension de la droite est 1, et que la dimension du plan est 2, la dimension du produit (solide) sera 1 plus 2, c'est-à-dire 3. Qu'on applique en ordre une série de droites sur une autre série de droites, ou un isogone sur un isogone, les éléments qui dans la droite sont une infinité, dans chaque produit de la droite par la droite correspondante ils sont une infinité d'infinités, c'est-à-dire 1 fois plus 1 fois, donc 2 fois, ou doublement infini; par conséquent, dans le produit total composé de cette infinité de produits singuliers, les éléments sont une infinité de fois infiniment infinis, c'est-à-dire deux fois et encore une fois infini, et le produit sera de trois dimensions.

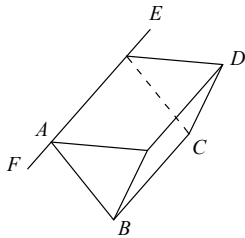


Figure 13

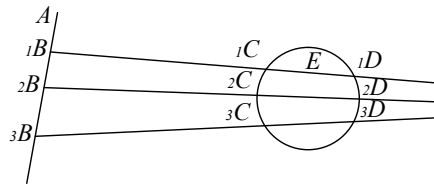


Figure 14

PROPOSITION 13. Problème 1

Construire une quantité de plus de trois dimensions.

Le solide $ABCD$ (Figure 13) a trois dimensions. Si donc chacun de ses éléments est multiplié par sa gravité spécifique, on obtient son poids, qui est de quatre dimensions; si en outre chaque élément de ce poids est multiplié

potest in infinitum, quia ductus quoque seu rationum compositiones in infinitum multiplicari possunt.

Propositio 14

Fieri[†] non potest, ut diversorum superficiei aut corporis punctorum quodlibet certæ cujusdam denominationis quantitatem (ut velocitatis, gravitatis specificæ etc.) sibi propriam seu diversam a quovis alio puncto ejusdem, recipiat. Et necesse est semper infinita in superficie, infinities infinita in corpore dari, easdem quantitates recipientia, paucis determinatis aliquando exceptis.

Sit (Figura 14. [p. 74]) superficies *CED*, cujus puncta sint *E*; aio fieri non posse, ut quodvis punctum *E* habeat gravitatem specificam sibi propriam. Sit recta ex puncto *A*educta et ab altera parte indeterminata *ABB*; et sint gravitates specificæ diversæ quotcunque, poterunt semper exhiberi rectæ *AB* ipsi proportionales, et ita cuivis puncto *B* sua respondebit gravitas specifica. Jam per quodvis punctum *B* transeat planum secans superficiem *CED*, sectiones *CD* erunt totidem numero infinitæ inter se diversæ, (exceptis paucis numeri determinati aliquando coincidentibus,) et proinde in superficie non potest assignari velocitas, cui non aliqua hujusmodi linea respondeat, seu velocitates assignabiles sunt numero infinitæ primi gradus. Sed puncta in superficie sunt infinities infinita, cum quælibet linea rursus infinita habeat puncta. Itaque fieri non potest, ut tot sint gravitates diversæ, quot in superficie sunt puncta, et (paucis determinatis exceptis) necesse est infinita puncta habere communem gravitatem; idem magis adhuc locum habet, si *CED* sit corpus, sectiones enim *CD* erunt superficies; itaque infinities infinita puncta corporis debent habere gravitatem specificam eandem. Idem est de momento, velocitate, aliisque quantitatem habentibus quibuscunque.

Finge enim corpus propositum transformari in ipsum *CED*, ita ut quælibet puncta transferantur in planum suæ respondens velocitati, utique necesse est, ut puncta superficies in planis seu partes planorum constituent, alioqui si in planis constituerent puncta tantum, seu in uno plano esset non nisi unum punctum, non corpus ex gravibus fieret, sed linea a planis secta; si lineam in suo quæque plano formarent, non fieret ex ipsis corpus, sed superficies in illis lineis a planis secta.

[†]*In margine de alia manu NB*

par sa distance à un plan normal à l'horizon passant par son axe d'équilibre EF , on obtiendra son moment, qui est de cinq dimensions. Et on peut augmenter ainsi les dimensions à l'infini, puisque ces produits ou compositions de raisons peuvent être multipliés à l'infini.

PROPOSITION 14

5

Il ne peut arriver que chacun des divers points d'une surface ou d'un corps reçoive une quantité d'une dénomination définie (comme une vitesse, une gravité spécifique, etc.) qui lui soit propre, c'est-à-dire distincte de celle reçue par n'importe quel autre point. Et il faut toujours qu'il y en ait une infinité dans la surface, une infinité d'infinités dans le corps, qui reçoivent les mêmes quantités, 10 mis à part quelquefois un petit nombre de points déterminés.

Soit (Figure 14 [p. 75]) la surface CED , dont les points sont E ; je dis qu'il ne peut se faire que chaque point E possède une gravité spécifique qui lui soit propre. Soit une droite tirée du point A et prolongée indéfiniment de l'autre côté ABB ; et soient un nombre quelconque de gravités spécifiques 15 diverses : on pourra toujours construire des droites AB qui leur soient proportionnelles, de sorte qu'à chaque point B correspondra sa gravité spécifique. Dès lors, que par chaque point B passe un plan coupant la surface CED : les sections CD distinctes les unes des autres seront tout autant infinies en nombre (exceptés parfois un petit nombre limité qui coïncident), 20 et de ce fait on ne peut assigner sur la surface aucune gravité spécifique à laquelle ne corresponde pas une des lignes de cette espèce; autrement dit, les gravités spécifiques assignables sont infinies de premier degré en nombre. Mais les points sur la surface sont d'une infinité d'infinités, puisque n'importe quelle ligne contient de nouveau une infinité de points. C'est pour- 25 quoi il ne peut pas se faire qu'il y ait autant de gravités distinctes qu'il y a de points sur la surface, et (mis à part un petit nombre de points déterminés) il est nécessaire qu'une infinité de points aient une gravité commune. Il en va encore plus de même si CED est un corps, car les sections CD seront des surfaces; c'est pourquoi une infinité d'infinités de points du corps 30 doivent avoir la même gravité spécifique. Il en est de même du moment, de la vitesse, et de toutes les choses quelconques qui ont une quantité.

Imaginons en effet que le corps proposé soit transformé en ce même CED , de sorte chacun de ses points soit transféré dans un plan correspondant à sa vitesse : alors il est nécessaire que les points constituent dans ces 35 plans des surfaces ou des parties de plans. Sinon s'ils constituaient seulement des points dans ces plans, ou s'il n'y avait qu'un unique point dans

Propositio 15

Iisdem positis, corporis puncta eandem quantitatem recipientia cadunt in superficiem vel superficies, et superficies in lineam vel lineas, (exceptis quibusdam determinatis seu numero finitis lineis vel punctis in corpore; [500] punctis in superficie.)

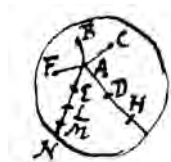


Figura 15

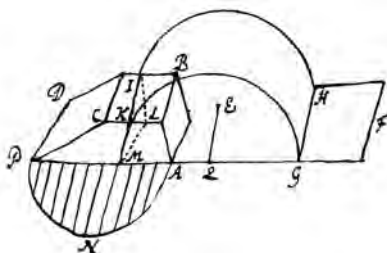


Figura 16

Ponamus enim (si fieri potest,) in superficie quodvis punctum a quovis alio ejusdem quantitatis esse disjunctum, ita ut linea jungens non possit incedere per puncta conformia (ejusdem verbi gratia velocitatis) nisi numero finita; et sint eæ lineæ minimæ, quæ in superficie a puncto ad punctum conforme duci possunt. Assumatur (Figura 15.) punctum *A* et inde ad quævis puncta conformia ducantur lineæ *AB*, *AC*, *AD*, *AE*, *AF* minimæ, quæ in hac superficie duci possunt. Harum quævis non potest transire, nisi per numero finita puncta ipsi *A* conformia. Sit jam *X* maximus numerus finitus conformium punctorum in unam ex his lineis cadentium; verbi gratia si ea quæ maximum numerum punctorum conformium habet est *AEMN*, erit numerus punctorum ejus *X*. Utique igitur numerus omnium punctorum in omnibus lineis non est major numero punctorum conformium ipsi *A* proximorum ut *B*, *C*, *D* etc. per numerum *X* multiplicato; proxima scilicet puncta voco, inter quæ et punctum *A*, in lineis istis minimis ductis nullum aliud conforme cadit punctum. Tot enim sunt lineæ, quot puncta proxima, et ipsa sunt numero finita, alioqui inciderent in lineam continuam, contra hypothesin. Ergo numerus omnium punctorum conformium est finitus per *X* finitum multiplicatus seu est omnino finitus, quod est absurdum (per propositionem præcedentem). Itaque fieri non potest ut puncta conformia quævis in superficie a se invicem sint discreta, nec component lineas. Idem

un plan, alors l'ensemble ne composerait par un corps, mais une ligne coupée par ces plans. S'ils formaient une ligne chacune dans son plan, il n'en résulterait pas un corps, mais une surface coupée suivant ces lignes par des plans.

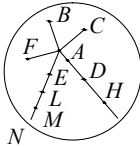


Figure 15

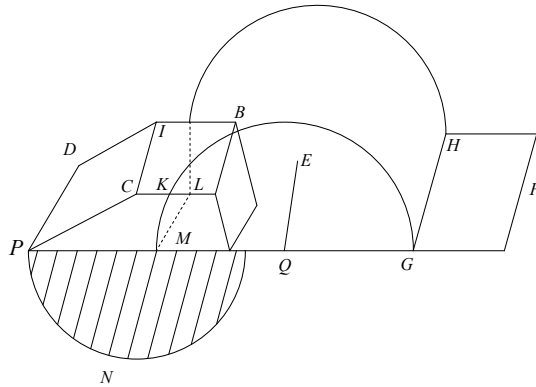


Figure 16

Proposition 15

5

Sous les mêmes conditions, les points d'un corps supportant une même quantité deviennent une surface ou plusieurs surfaces, et ceux d'une surface deviennent une ligne ou plusieurs lignes, — mis à part quelques lignes ou quelques points (dans le cas de la surface), déterminés ou en nombre fini.

Supposons en effet (s'il est possible) que chaque point sur une surface soit séparé de tout autre point affecté de la même quantité, de sorte que la ligne joignant ces points ne puisse passer par des points conformes (par exemple, de même vitesse) qu'en un nombre fini. Et soient les lignes minimales qui, sur une surface, peuvent être menées d'un point à un autre point conforme. Posons le point A (Figure 15) et que soient menées de là jusqu'à chaque point conforme les lignes AB, AC, AD, AE, AF , qui soient les plus courtes qui puissent être menées sur cette surface. Chacune d'elles ne peut passer que par un nombre fini de points conformes au point A . Soit maintenant X le nombre fini le plus grand de points conformes se trouvant sur l'une de ces lignes : par exemple, si celle qui comprend le plus grand nombre de points conformes est $AEMN$, X sera le nombre de ces points. Il est donc clair que le nombre de tous les points dans toutes les lignes n'est pas plus grand que le nombre des points conformes les plus voisins de A , comme

argumentum in corpore valet; ut puncta conformia superficies componere intelligantur.

Propositio 16. Problema 2

[517]

Quantitati dimensionum plurium proportionalem exhibere quantitatem dimensionum pauciorum.

Constat solidis vel superficiibus exhiberi posse lineas ordinatim respondentes, ut si sit (Figura 12. [p. 70]) isogonium planum OKG cujus quævis ordinata GK sit proportionalis ipsi PQ , vel ipsi XYZ sectioni superficiei vel solidi per unum ex planis ad rectam DE isogoniis factæ, quæ et planum OKG secant in KG ; patet isogonium OKG ipsi superficiei vel solido esse proportionale. Sed dimensionibus quæ solidum transcendunt nec proinde figuris perfecte exhibentur, nihilominus exhiberi possunt figuræ, planæ (si lubet) perfecte proportionales. Etsi enim infinitæ sint varietates gravitatum specificarum in aliquo solido; fieri tamen non potest, ut quodlibet ejus punctum habeat gravitatem specificam nulli alteri ejus puncto communem, nam gravitates solidi variantur tantum infinities, cum rectæ ipsis proportionales assumi possint; sed puncta solidi variantur infinitis vicibus infinities infinities; necesse est ergo in solido infinities infinita puncta solidi eandem habere gravitatem specificam (per propositionem 14.) et proinde cadere in superficiem (per propositionem 15.) Unde solidum in sua elementa solida proxima dividitur seu resolvitur per infinitas superficies, et his elementis solidis totidem per ordinatas in figura plana isogonia applicatas elementa plana proportionalia exhiberi possunt. His autem superficiibus solidum constitui dico, non quod componant, sed quia omnia ejus puncta lineasque absorbent, exceptis forte quibusdam determinatis: uti superficies cylindricæ cylindro inscriptæ absumunt omnia ejus puncta et lineas, præter axem.

Sed placet methodum exhibere in exemplo. Sit (Figura 16. [p. 78]) solidum $ABCD$, quod gyratur circa axem QE ; quæritur ejus impetus seu quantitas ipsa motus, quæ est quatuor dimensionum, si solidum uniformem habeat partium gravitatem. Jam per QE axem transeat planum QEF et circa QE describantur quotlibet superficies cylindrorum rectorum quorum hic est axis, qualis superficies est $GHIKML$, secans planum in LM , et solidum portione sui $IKML$. Cum ergo omnia sectionis $IKML$ puncta sint ejusdem velocitatis; sumantur quot superficies cylindricæ, tot rectæ MN in ipsis LM (si opus continuatis) ad easdem partes applicatæ ad rectam AM , et rectæ istæ MN sint in composita ratione sectionum solidi et velocitatum

[518]

B, C, D , etc., multiplié par le nombre X ; j'appelle points les plus voisins de A , ceux entre lesquels et le point A ne se trouve sur ces lignes les plus courtes qui ont été menées aucun autre point conforme. Il y a donc autant de ces lignes que de points les plus voisins, et ces points sont en nombre fini, sinon ils se trouveraient sur une ligne continue, contre l'hypothèse. Le nombre de tous les points conformes est donc fini et multiplié par X fini, c'est-à-dire qu'il est parfaitement fini, ce qui est absurde (par la proposition précédente). C'est pourquoi il est impossible que tous les points conformes sur une surface soient répartis de manière discrète, et ne composent pas des lignes. Le même argument vaut pour le corps, et permet de comprendre que ses points conformes composent des surfaces.

Proposition 16 Problème 2

Construire une quantité de moins de dimensions proportionnelle à une quantité de plusieurs dimensions.

Il est établi qu'on peut construire des lignes correspondant en ordre à des solides ou à des surfaces, par exemple s'il y a (Figure 12 [p. 71]) un isogone plan OKG dont chaque ordonnée GK soit proportionnelle à la section PQ ou XYZ d'une surface ou d'un solide, faites par un des plans isogones menés sur la droite DE , et qui coupent aussi le plan OKG en KG ; il est manifeste que l'isogone OKG est proportionnel à la surface ou au solide. Mais pour les dimensions qui dépassent le solide et qui ne peuvent donc pas être parfaitement représentées par des figures, il est néanmoins possible de construire des figures planes (si on le souhaite) parfaitement proportionnelles. En effet, même s'il y a une infinité de variétés des gravités spécifiques dans un solide, il est impossible cependant que chacun de ses points ait une gravité spécifique qui ne serait commune à aucun autre de ses points, car les gravités du solide ne varient à l'infini que si on peut prendre des droites qui leur sont proportionnelles; mais les points du solide varient une infinité infinie de fois, et il est donc nécessaire qu'il y ait dans le solide un nombre infiniment infini de points ayant la même gravité spécifique (par la proposition 14), et qui par suite forment une surface (par la proposition 15). Dès lors, le solide est divisé ou se résout en ses éléments solides les plus proches par une infinité de surfaces, et pour ces éléments solides, on peut construire autant d'éléments plans proportionnels au moyen des ordonnées appliquées à la figure plane isogone. Je dis d'ailleurs que le solide est constitué par ces surfaces, et non qu'elles le composent, parce qu'elles absorbent tous ses points et toutes ses lignes, sauf éventuellement quelques points et lignes

quas habent sectiones (cum eadem sit in quovis sectionis ejusdem puncto
velocitas) adeoque impetui cujusque sectionis proportionales. Idemque fa-
ciendo ubique habebimus figuram quantitati motus proportionalem, ita ut
portio ejus ANM sit ad totam ANP , ut impetus portionis a superficie cylin-
5 drica absectæ, $ABIKML$, est ad impetum totius solidi. Et similiter ut figura
 ANP est ad figuram aliam secundum aliud solidum eodem modo factum,
ita erit impetus solidi hujus $ABCD$ ad impetum solidi alterius.

Definitio 5

APPLICATUM TOTIUS EX EJUSDEM NOMINIS APPLICATIS CONSTITUEN-
10 TIUM RESULTANS est id quod absolute ductum in totum tan-
tundem efficit, quantum factum ex omnibus ejusdem no-
minis in constituentia ordinatim ductis.

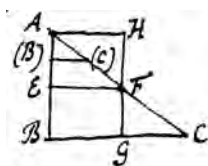


Figura 17

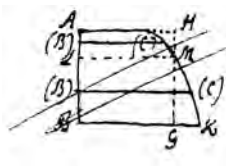
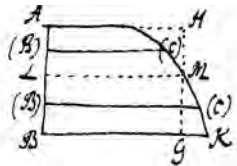


Figura 18



Ut si (Figura 17.) sit virga metallica $A(B)B$, ex auro argentoque compo-
sita, cujus partes viciniores extremo B sint graviores, plusque auri habeant;
15 ita ut gravitates specificæ crescant in ratione rectarum AB , tunc ipsi virgæ [527]
attribuemus gravitatem specificam mediam, quam si ubique æqualem ha-
beret, tantum ponderis haberet quantum nunc; seu eam quam acciperet si
funderetur in massam homogeneam, ita ut aurum et argentum æqualiter
distribuerentur; nempe in exemplo proposito, si BC repræsentet gravitatem
20 specificam in B , tunc triangulum normale ABC repræsentabit pondus in-
tegrum virgæ, cui fiat æquale rectangulum $ABGH$, ejusdem cum triangulo
altitudinis AB , et ejus basis AH seu BG repræsentabit mediam gravitatem
specificam, attribuendam toti virgæ.

Propositio 17

25 Si factum ex applicatis in totum aliquod ordinatim
ductis repræsentetur per figuram, cujus basis repræsentet
totum, altitudines variæ repræsentent ordinatim ducta;
applicatum totius resultans repræsentabitur per rectam

DÉTERMINÉS, comme les surfaces cylindriques inscrites dans un cylindre épuisent tous ses points et toutes ses lignes, excepté l'axe.

Mais il convient d'illustrer la méthode sur un exemple. Soit (Figure 16 [p. 79]) le solide $ABCD$, que l'on fait tourner autour d'un axe QE ; on demande son *impetus* ou sa quantité de mouvement, qui est de quatre di- 5 mensions si le solide a une gravité uniforme de ses parties. Que par l'axe QE passe le plan QEF , et qu'autour de QE soient décrites autant qu'on veut de surfaces de cylindres droits d'axe QE , telle la surface $GHIKLM$, coupant le plan en LM et le solide par sa portion $IKML$. Comme donc tous les points de la section $IKML$ sont de même vitesse, qu'on prenne autant de 10 surfaces cylindriques que de droites MN sur ces LM (continués au besoin), appliquées des mêmes côtés à la droite AM , et que ces droites MN soient en raison composée des sections du solide et des vitesses qu'ont ces sections (puisque la vitesse est la même en tout point de la même à l'*impetus* de chaque section. Procédant partout de la même façon, nous obtiendrons 15 une figure proportionnelle à la quantité de mouvement, telle que sa portion ANM soit au tout ANP comme l'*impetus* de la portion $ABIKLM$ découpée par la surface cylindrique est à l'*impetus* du solide total. Et pareillement, comme la figure ANP est à une autre figure selon un autre solide formé de la même façon, ainsi l'*impetus* du solide $ABCD$ sera à l'*impetus* de cet autre 20 solide.

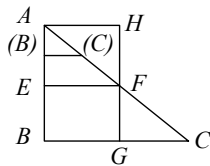


Figure 17

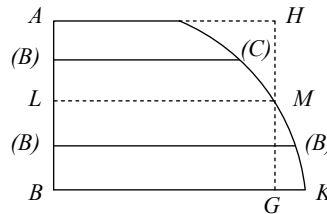


Figure 18

Définition 5

LE RÉSULTAT DE L'APPLICATION D'UN TOUT DE CONSTITUANTS APPLIQUÉS DE MÊME DÉNOMINATION *est ce qui, appliqué absolument sur ce tout, donne tout autant que le produit de toutes les quantités de même dénomination 25 appliquées en ordre sur les constituants.*

Soit par exemple (Figure 17) la barre métallique $A(B)B$, composée d'or et d'argent, dont les parties les plus proches de l'extrémité B sont plus pe-

constantem quæ in totam basin ducta figuram priori æqualem producit.

Ut si (Figura 18. [p. 82]) AB sit virga diversarum in diversis punctis (B) gravitatum (B)(C), gravitas ipsius virgæ seu media erit LM , id est AH vel BG basis rectanguli ABG æqualis figuræ planæ $AD(C)KB$ ex variis rectis ordinatim ad AB applicatis factæ. Patet ex definitione 5.; addatur propositionem 7. et 8.

Definitio 6

MEDIUM ARITHMETICUM est summa quotcunque quantitatum divisa per quantitatum numerum.

Sic medium Arithmeticum inter 3 et 5, est 4, nempe summa 3 plus 5 seu 8, divisa per numerum quantitatum, seu per 2, fit 4; sed medium arithmeticum inter tres quantitates, 3, 5, 8, est $\frac{16}{3}$.

Hujus medii tam late sumti maximus est usus; exempli causa, in alternativis æstimandis; ut si tres æstimatores a iudice deputati rem æstiment, unus 81, alter 90, tertius 96 nummorum aureorum, medium pretium eligendum erit $\frac{267}{3}$ seu 89 aureorum; idem in alea et æstimatione spei obtinet. Eodem autem modo et medium Geometricum inter plures quantitates intelligi potest, quantuscunque sit earum numerus, cujus scilicet Logarithmus est medium arithmeticum inter logarithmos quantitatum.

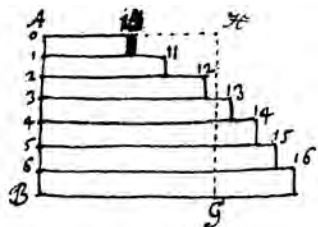


Figura 19

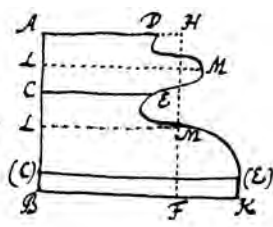


Figura 20

Propositio 18

Applicatum totius resultans ex applicatis constituentium, est medium arithmeticum inter omnia applicata æqualium totius elementorum.

Sint (Figura 19.) ipsius AB elementa æqualia 01, 12, 23, etc. in quæ ordinatim ducantur quantitates 0.10; et 1.11; et 2.12; etc. ut si elementa 01, 12,

quantuscunque ... numerus, in B add. L in C om. Bh add. in f. 53r A

santes et contiennent plus d'or, de sorte que les gravités spécifiques croissent en raison des droites AB ; nous attribuerons alors à la barre une gravité spécifique moyenne, telle que, si elle était partout égale, la barre aurait le même poids que présentement, c'est-à-dire la gravité qu'elle recevrait si elle était fondue en une masse homogène, de façon à ce que l'or et l'argent soient 5 répartis de manière égale. En l'occurrence, dans l'exemple proposé, si BC représente la gravité spécifique en B , alors le triangle rectangle ABC représentera le poids entier de la barre, pour lequel provient le rectangle $ABGH$ de même hauteur AB que le triangle, et sa base AH ou BG représentera la gravité spécifique moyenne qu'il faut attribuer à toute la barre. 10

PROPOSITION 17

Si le produit de grandeurs appliquées en ordre sur un tout est représenté par une figure dont la base représente le tout, et les diverses hauteurs représentent les quantités appliquées en ordre; le résultat de l'application du tout sera représenté par la droite constante qui, appliquée sur toute la base, donne une figure égale 15 à la précédente.

Si par exemple (Figure 18 [p. 83]) AB est une barre ayant diverses gravités spécifiques (B)(C) en ses divers points (B), la gravité de cette barre ou sa gravité moyenne sera LM , c'est-à-dire la base AH ou BG du rectangle ABG égal à la figure plane $AD(C)KB$ qui résulte des diverses droites appli- 20 quées en ordre sur AB . C'est évident d'après la définition 5; voir aussi les propositions 7 et 8.

DÉFINITION 6

La MOYENNE ARITHMÉTIQUE est la somme d'un nombre quelconque de quantités, divisée par le nombre de ces quantités. 25

Ainsi la moyenne arithmétique entre 3 et 5 est 4, c'est-à-dire la somme de 3 et de 5, ou 8, qui divisée par le nombre des quantités ou par 2 donne 4; mais la moyenne arithmétique entre les trois quantités 3, 5, 8 est $\frac{16}{3}$.

Cette moyenne, prise en un sens aussi large, est d'un très grand usage. Par exemple, dans le cas d'évaluations concurrentes : si trois évaluations 30 estimées par le juge évaluent une chose, l'une à 81, l'autre à 90, le troisième à 96 pièces d'or, il faut choisir le prix moyen $\frac{267}{3}$, soit 89 pièces d'or. On rencontre la même chose dans les jeux de hasard et dans le calcul de l'espoir de gain. Et on peut concevoir de la même façon la *moyenne Géométrique entre plusieurs quantités*, quel que soit leur nombre, puisque son Logarithme 35 est la moyenne arithmétique entre les logarithmes des quantités.

etc. sint partes virgæ, et quantitates 0.10; et 1.11; etc. sint ut partium gravitates specificæ, erunt partium moles seu pondera ut ipsa rectangula 10.0.1, et 11.1.2, etc., quarum summa est pondus totius, quod divisum per AB longitudinem seu volumen virgæ, dat BG gravitatem ejus specificam (mediam) per definitionem 5. Sed cum eadem sit rectangulorum ubique latitudo, idem prodit, si dividas summam longitudinum per numerum elementorum æqualium, quorum unumquodque consideratum instar unitatis nihil mutat. Itaque BG est medium Arithmeticum inter omnes ordinatim applicatas 0.10, et 1.11, et 2.12, etc. Idemque est, etsi partes ipsius AB sumantur data quavis minores, atque adeo si figura scalaris abeat in curvilineam.

Propositio 19. Problema

Medium Arithmeticum invenire inter quantitates numero infinitas homogeneas, inter quarum duas quasvis aliæ ex ipsis cadunt.

Repræsententur (Figura 20. [p. 84]) per rectas CE ordinatæ ad axem AB , sumtis abscissis AC uniformiter crescentibus, et constituent figuram $ADEKB$, cui æquale exhibeatur rectangulum sub axe seu altitudine AB , et basi BF vel ordinata (LM) quæ erit medium Arithmeticum quæsitum (per propositionem præcedentem). Habemus ergo medium arithmeticum inter infinita dicta.

Fieri potest talem esse flexum, ut plures sint ordinatæ LM eidem mediæ BF æquales, si scilicet modo crescant, modo decrescant ordinata seu attributa.

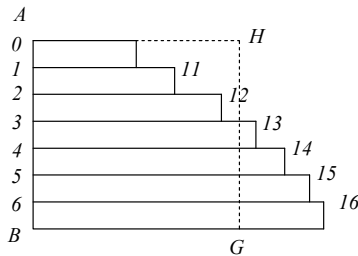


Figure 19

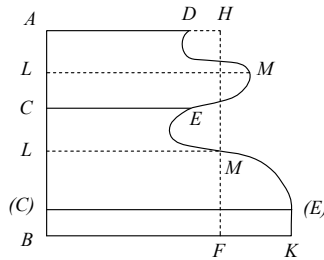


Figure 20

PROPOSITION 18

La grandeur appliquée d'un tout résultante des grandeurs appliquées de ses constituants est la moyenne arithmétique entre toutes les grandeurs appliquées des éléments égaux du tout.

Soit (Figure 19 [p. 86]) les éléments égaux 01, 12, 23, etc., de AB , sur 5
lesquels soient appliquées en ordre les quantités 0.10, 1.11, 2.12 etc. Si les
éléments 01, 12, etc. sont les parties d'une barre, et si les quantités 0.10,
1.11, etc. sont comme les gravités spécifiques des parties, alors les masses ou
les poids des parties seront comme les rectangles 10.0.1, 11.1.2, etc., dont la
somme donne le poids du tout. Et cette somme divisée par la longueur AB , 10
c'est-à-dire par le volume de la barre, donne sa gravité spécifique (moyenne)
par la définition 5. Mais, puisque la largeur des rectangles est partout la
même, on obtient le même résultat si l'on divise la somme de leurs lon-
gueurs par le nombre des éléments égaux, dont chacun considéré comme
l'unité ne change rien. Par conséquent BG est la moyenne arithmétique 15
entre toutes les grandeurs appliquées en ordre 0.10, 1.11, 2.12, etc. Et il en
va de même, si l'on prend des parties de AB plus petites que toute quantité
donnée, et donc si la figure en forme d'escalier se change en figure curvi-
ligne.

PROPOSITION 19. Problème

20

Trouver la moyenne arithmétique entre des quantités homogènes en nombre infini, telles qu'entre deux quelconques d'entre elles tombent d'autres de ces quantités.

Qu'on représente (Figure 20 [p. 86]) ces quantités par des droites CE
ordonnées à l'axe AB , en prenant des abscisses AC qui croissent uniformé- 25
ment, et qu'elles constituent la figure $ADEKB$. Qu'on construise un rec-
tangle égal à cette figure sur l'axe ou la hauteur AB : sa base BF ou l'or-
donnée (LM) sera la moyenne arithmétique recherchée (par la prop. précé-
dente). Nous avons donc la moyenne arithmétique entre lesdites quantités
en nombre infini. 30

Il peut se faire que la figure comporte une courbure telle qu'il y ait plu-
sieurs ordonnées LM égales à la même moyenne BF : ce qui arrive si les
ordonnées ou les grandeurs attribuées tantôt croissent, tantôt décroissent.

APPENDIX. SPECIMEN PRO ANALYSI INFINITORUM

Traditio

- E* *Nova Methodus pro Maximis et Minimis itemque tangentibus ...*, «Acta eruditorum», oct. 1684, pp. 467-473.
- L* LBr 79, Bh. 2, f. 79 (Leibnitii addenda et corrigenda, nunc in A III, 4, pp. 487-488).
- Co* LBr 79, 2, ff. 71-72, 77, 80 (Bodenhausenii transcriptio de *E*, deinde emendata secundum *L*).
- Bh₂* LBr 79, Bh. 2, f. 78 (nonnulla corrigenda manu Bodenhausenii, Leibnitio communicata diei 23 sept. 1690, nunc in A III, 4, pp. 562-563; item figuras 1-3 continet).
- Bh* LBr 79, Bh. 2, ff. 73-76 (Bodenhausenii ultima transcriptio, textum propositum).
- E₂* *Actorum eruditorum Indices Generales*, 1693 (corrigenda e *L*)
- E₃* GM 5, pp. 220-226 (secundum *E*).
- E₄* Hess, *Studia Leibnitiana*, SH 14, 1986, pp. 85-92 (secundum *L*).

Specimen pro Analysis infinitorum seu singulare Calculi genus ^[73r]
pro æstimatione incrementorum ac decrementorum continuorum in
5 rebus, atque inde nascente inventione Tangentium, Maximorumque
ac Minimorum, viæque facillimæ qua natura effectus suos præstare
solet.

Calculus incrementalis vel differentialis locum habet ubicunque muta-
tioni locus est. Omnis autem mutatio in natura continua est, ac per gradus
10 fit non per saltum, adeoque transitus fiunt per quantitates inassignabiles
seu indefinite parvas, quarum infinita multitudine opus est ad quantitates

88.3-90.8 Specimen ... variantur *L* 3 Specimen (1) Analyseos *corr.* (2) pro
add. Analysis *L* 4-5 in rebus *add.* *L* 6 viæque | (1) optimæ (2) commodissimæ
qua natura effectus *del.* | *L* 9 in natura *add.* *L* 11 est *add.* *L*

APPENDICE. ÉCHANTILLON EN FAVEUR DE L'ANALYSE DES INFINIS

Échantillon de l'*analyse des infinis*, ou genre particulier de calcul pour l'estimation des incréments et décréments continus dans les choses, et pour l'invention qui en résulte des Tangentes, *Maxima* et *Minima* 5 et de la voie la plus aisée par laquelle la nature produit ses effets

Le calcul incrémentiel ou différentiel s'applique partout où du changement a lieu. Or tout changement dans la nature est continu, et se fait par degré et non par saut, et par conséquent les transitions s'opèrent par des quantités inassignables ou indéfiniment petites, dont la multitude infinie 10 est requise pour constituer les quantités communes. Mais quoiqu'on puisse concevoir la variation par des minima dans toutes les choses capables de quantité, et qu'elle soit observable dans la rémission et l'intensification des formes et par les degrés des qualités, elle apparaît principalement dans les degrés de vitesse, et dans les éléments des temps et des espaces, ainsi qu'on 15 peut le comprendre par nos [considérations] phorométriques. Mais elle est de la meilleure façon entre toutes représentée par des figures, car on ne peut imaginer aucun genre de croissance ou de décroissance qui ne soit exposé de la façon la plus plus commode par des figures, comportant des ordonnées qui varient dans la même proportion. 20

Soit donc l'axe AX et plusieurs courbes, telles que VV , WW , YY , ZZ , dont les ordonnées normales à l'axe sont VX , WX , YX , ZX , qui seront respectivement appelées v , w , y , z et que AX , leur abscisse sur l'axe, soit appelée x . Soient les tangentes VB , WC , YD , ZE , rencontrant l'axe respectivement 25 aux points B , C , D , E . Qu'on appelle alors dx une droite prise arbitrairement et que la droite, qui est à dx comme v (ou w , ou y , ou z) est à XB (ou à XC , ou à XD , ou à XE) soit appelée dv (ou dw , ou dy , ou dz), c'est-à-dire la différence de v (ou de w , ou de y , ou de z). Cela posé, les règles du calcul seront les suivantes.

Soit a une quantité donnée constante, da sera égale à 0 et $d(ax)$ sera 30 égale à adx . Si y est égal à v (c'est-à-dire si toute ordonnée de la courbe YY est égale à l'ordonnée correspondante de la courbe VV), dy sera égale à dv .

communes constituendas. Quamvis autem variatio per minima in omnibus rebus quantitatis capacibus intelligi possit, et in remissione atque intensione formarum, gradibusque qualitatum conspicua sit, maxime tamen apparet in gradibus velocitatum; elementisque temporum et spatiorum, quemad-
 5 modum ex phoronometricis nostris intelligi potest; sed omnium optime re-
 præsentatur per figuras, nullum enim crescendi decrescendique genus fingi
 potest quod non commodissime figuris exhibeatur, ordinatas habentibus,
 quæ eadem proportionem varientur.

Sit ergo axis AX , et curvæ plures, ut VV , WW , YY , ZZ , quarum ordinatæ
 10 ad axem normales, VX , WX , YX , ZX , quæ vocentur respectivè v , w , y , z : et
 ipsa AX abscissa ab axe, vocetur x . Tangentes sint VB , WC , YD , ZE axi
 occurrentes respectivè in punctis B , C , D , E . Jam recta aliqua pro arbitrio
 assumpta vocetur $d\bar{x}$, et recta quæ sit ad dx , ut v (:vel w , vel y , vel z :) est
 ad XB (:vel XC , vel XD , vel XE :) vocetur dv (vel dw , vel dy , vel dz), sive
 15 differentia ipsarum v (vel ipsarum w , aut y , aut z). His positis Calculi regulæ
 erunt tales:

Sit a quantitas data constans, erit $d\bar{a}$ æqualis 0, et $d\bar{a}\bar{x}$ erit æqualis
 $a d\bar{x}$. Si sit $y = v$ (seu ordinata quævis curvæ YY æqualis cuivis ordinatæ
 respondententi curvæ VV), erit $d\bar{y} = d\bar{v}$. [73v]

20 Jam Additio et Subtractio: Si sit $z - y + w + x = v$; erit $dz - dy + dw + dx$
 seu dv æqu. $dz - dy + dw + dx$.

Multiplicatio: $d\bar{x}\bar{v}$ æqu. $x dv + v dx$; seu posito $y = xv$, fiet $dy =$
 $x d\bar{v} + v d\bar{x}$; in arbitrio enim est vel formulam, ut xv , vel compendio pro ea
 literam, ut y , adhibere. Notandum et x et dx eodem modo in hoc calculo
 25 tractari, ut y et dy , vel aliam literam indeterminatam cum sua differentiali.
 Notandum etiam non dari semper regressum a differentiali æquatione, nisi
 cum quadam cautione, de quo alibi.

Porro Divisio: $d\frac{v}{y}$ vel (posito $z = \frac{v}{y}$) dz æqu. $\frac{y dv - v dy}{yy}$

Quoad Signa hoc probe notandum, cum in calculo pro litera substitui-
 30 tur simpliciter ejus differentialis, servari quidem eadem signa, et pro $+z$
 scribi $+dz$, pro $-z$ scribi $-dz$, ut ex additione et subtractione paulo ante
 posita apparet; sed quando ad exegesin valorum venit, seu cum conside-
 ratur ipsius z relatio ad x , tunc apparere, an valor ipsius dz sit quantitas

1 autem | (1) qu (2) hor (3) huius calculi usus sit (4) huiusmodi *del.* | **L 1** mini-
 ma | «om» *del.* | **L 2** et | (1) maxime (2) inprimis *del.* | **L 3** gradibusque | velocitatum
del. | **L 6** figuras | proportionales *del.* |, | (1) quæ (2) quarum ope omnis naturæ (3)
 eadem i (4) quæ nulla eni *del.* | **L 6-7** genus (1) intelligi potest *del.* (2) fingi potest
add. **L 8** proportionem | crescant *del.* | **L 9** Sit ergo axis AX (1) Sit | Sit ... AX | etc.
 (ut sequitur in *Actis om. ed.* | **L 14** ad in E : | VB (vel WC , vel YD , vel ZE) *corr.* | **L**
28 æqu. in E : | $\frac{\pm v dy \mp y dv}{yy}$ *corr.* | **L**

affirmativa, an nihilo minor seu negativa: quod posterius cum fit, tunc tangens ZE ducitur a puncto Z non versus A , sed in partes contrarias seu infra X , id est, tunc cum ipsæ ordinatæ z decrescunt crescentibus x . Et quia ipsæ ordinatæ v modo crescunt, modo decrescunt, erit dv modo affirmativa, modo negativa quantitas, et priore casu ${}_1V_1B$ tangens ducitur versus A ; posteriore ${}_2V_2B$ in partes aversas: neutrum autem fit in medio circa M , quo momento ipsæ v neque crescunt neque decrescunt, sed in statu sunt, adeoque fit dv æqu. 0, ubi nihil refert quantitas sitne affirmativa an negativa, nam $+0$ æqu. -0 : eoque in loco ipsa v , nempe ordinata LM , est Maxima, (vel si convexitatem Axi obverteret, Minima,) et tangens Curvæ in M neque supra X ducitur ad partes A ibique axi propinquat, neque infra X ad partes contrarias, sed est axi parallela. Si dv sit infinita respectu ipsius dx , tunc tangens est ad axem recta, seu est ipsa ordinata. Si dv et dx æquales, tangens facit angulum semirectum ad axem. Si crescentibus ordinatis v , crescunt etiam ipsa earum incrementa vel differentiæ dv ; (seu si positis dv affirmativis etiam $d\overline{dv}$ differentiæ differentiarum sunt affirmativæ, vel negativis negativæ,) curva axi obvertit convexitatem, alias concavitatem. Ubi vero est maximum vel minimum incrementum, vel ubi incrementa ex decrescentibus fiunt crescentia aut contra, ibi est punctum flexus contrarii, et concavitas atque convexitas inter se permutantur; modo non et ordinatæ ibi ex crescentibus fiant decrescentes, vel contra, tunc enim concavitas aut convexitas maneret: ut autem crementa continuent crescere aut decrescere, ordinatæ vero ex crescentibus fiant decrescentes vel contra, fieri non potest. Itaque punctum flexus contrarii locum habet, quando neque v neque dv existente 0, tamen $d\overline{dv}$ est 0. Unde etiam problema flexus contrarii non duas ut problema maximæ, sed tres habet radices æquales. Atque hæc omnia quidem pendent a recto usu signorum.[†]

Potentia: dx^a æqu. $ax^{a-1}d\bar{x}$; exempli gratia $d\bar{x}^3$ æqu. $3x^2d\bar{x}$; $d\frac{1}{x^a}$ æqu. $-\frac{a}{x^{a+1}}d\bar{x}$; ex. gr. si w sit æqu. $\frac{1}{x^3}$, fiet dw æqu. $-\frac{3d\bar{x}}{x^4}$.
 30 Radices: $d\sqrt[b]{x^a}$ æqu. $\frac{a}{b}\sqrt[b]{x^{a-b}}d\bar{x}$. (Hinc $d\sqrt[2]{y}$ æqu. $\frac{dy}{2\sqrt[2]{y}}$, nam eo casu a est 1, et b est 2; ergo $\frac{a}{b}\sqrt[b]{x^{a-b}}$ est $\frac{1}{2}\sqrt{x^{-1}}$; jam y^{-1} idem est quod $\frac{1}{y}$, ex

[†]In *L*: Pag. 468. Omittantur omnia quæ dicuntur de signis ambiguis a verbis: interdum autem adhibenda sunt signa ambigua, usque ad verba: *ambabus dependentem* paginæ sequentis. Nam si quis cæteris considerationibus utatur, potest hæc signa hoc loco evitare.

17 obvertit in *E*: concavitatem, alias convexitatem corr. *Bh* 30 dx om. in *E*, corr. *Bh*₂
 In nota: signa | evit del. | *L*

gative; quand le second cas se présente, on trace alors la tangente ZE du point Z , non vers A , mais du côté contraire ou en dessous de X , c'est-à-dire qu'alors les ordonnées z décroissent quand les [abscisses] x croissent. Et puisque ces ordonnées v tantôt croissent, tantôt décroissent, dv sera une quantité tantôt affirmative, tantôt négative; dans le premier cas, la tangente ${}_1V_1B$ est dirigée vers A , dans le second ${}_2V_2B$ du côté opposé; mais ni l'un ni l'autre ne se passe dans l'intermédiaire, autour de M , au moment où les v ne croissent ni ne décroissent, mais sont stationnaires; par conséquent dv devient égal à 0, où il n'importe pas de savoir si la quantité est affirmative ou négative, car $+0$ est égal à -0 : à cet endroit, v , à savoir l'ordonnée LM , est *maximale* (ou *minimale*, si la convexité [de la courbe] est tournée vers l'axe), et la tangente à la courbe en M ne va pas au-dessus de X du côté de A , où elle s'approche de l'axe, ni au-dessous de X du côté contraire, mais elle est parallèle à l'axe. Si dv est infini par rapport à dx , alors la tangente est perpendiculaire à l'axe, c'est-à-dire elle est l'ordonnée même. Si dv et dx sont égales, la tangente fait un angle demi-droit avec l'axe. Si, lorsque les ordonnées v croissent, leurs accroissements ou différences dv croissent aussi (c'est-à-dire que si on pose les dv affirmatives, les $d dv$, différences des différences, sont affirmatives, ou négatives si on les pose négatives), la courbe tourne vers l'axe sa *convexité*, dans le cas contraire sa *concavité*; mais là où l'accroissement est maximal ou minimal, c'est-à-dire là où les accroissements de décroissants deviennent croissants, ou inversement, alors il y a un *point d'inflexion*, et concavité et convexité permutent entre elles, pourvu qu'alors les ordonnées de croissantes ne deviennent pas décroissantes, ou inversement, car en ce cas la concavité ou la convexité subsisteraient; mais il ne peut arriver que les accroissements continuent de croître ou de décroître, alors que les ordonnées de croissantes deviennent décroissantes ou inversement. C'est pourquoi il y a un point d'inflexion quand ni v ni dv ne se trouvant être égaux à 0, cependant ddv est 0. De là encore qu'un problème d'inflexion ne comporte pas deux racines égales, comme un problème de maximum, mais trois. Tout cela dépend de l'usage correct des signes.

Puissances : $dx^a = ax^{a-1} dx$, par exemple $dx^3 = 3x^2 dx$; $d\frac{1}{x^a} = \frac{-adx}{x^{a+1}}$, par exemple si w est $= \frac{1}{x^3}$, il viendra $dw = \frac{-3dx}{x^4}$.

Racines : $(d)\sqrt[b]{x^a} = \frac{a}{b}\sqrt[b]{x^{a-b}}dx$ (de là $d\sqrt[2]{y} = \frac{dy}{2\sqrt[2]{y}}$, car en ce cas a est 1, et b est 2; donc $\frac{a}{b}\sqrt[b]{x^{a-b}}$ est $\frac{1}{2}\sqrt[2]{x^{-1}}$ de par la nature de la progression géométrique des exposants, et $d\sqrt[2]{y}$ est égal à $\frac{1}{\sqrt[2]{y}}$), $\frac{d\frac{1}{\sqrt[b]{x^a}} = -b dx}{a\sqrt[b]{x^{b-a}}}$

natura exponentium progressionis Geometricæ; et $\sqrt[2]{\frac{1}{y}}$ est æqu. $\frac{1}{\sqrt[2]{y}}$.) $d\frac{1}{\sqrt[2]{x^a}}$
æqu. $\frac{-b dx}{a\sqrt[2]{x^{b-a}}}$.

Sufficisset autem regula potentiæ integræ tam ad fractas quam ad radices determinandas; potentia enim fit fracta, cum exponens est negativus, et
5 mutatur in radicem, cum exponens est fractus: sed malui consequentias istas ipse deducere, quam aliis deducendas relinquere, cum sint admodum
generales et crebro occurrentes, et in re per se implicita præstet facilitati
consulere. [74v]

Ex cognito hoc velut Algorithmo, ut ita dicam, calculi hujus, quem vo-
10 co differentialem, omnes aliæ æquationes differentiales inveniri possunt per
calculum communem, Maximæque et Minimæ, itemque Tangentes haberi,
ita ut opus non sit tolli fractas aut irrationales, aut alia vincula, quod
tamen faciendum fuit secundum Methodos hæcenus editas. Demonstratio
omnium facilis erit in his rebus versato, et hoc unum hæcenus non
15 satis expensum consideranti, ipsas dx , dy , dv , dw , dz , ut ipsarum x , y ,
 v , w , z , (cujusque in sua serie) differentiis sive incrementis vel decrementis
momentaneis proportionales haberi posse. Unde fit, ut proposita quacun-
que æquatione scribi possit ejus æquatio differentialis, quod fit, pro quolibet
membro (id est parte, quæ sola additione vel subtractione ad æquatio-
20 nem constituendam concurrat) substituendo simpliciter quantitatem mem-
bri differentialem, pro alia vero quantitate (quæ non ipsa est membrum,
sed ad membrum formandum concurrat,) ejus quantitatem differentialem
ad formandam quantitatem differentialem ipsius membri adhibendo, non
quidem simpliciter, sed secundum Algorithmum hæcenus præscriptum.
25 Editæ vero hæcenus Methodi talem transitum non habent, adhibent enim
plerumque rectam ut dx vel aliam hujusmodi, non vero rectam dy , quæ
ipsis DX , XY , dx est quarta proportionalis, quod omnia turbat; hinc præ-
cipiunt, ut fractæ et irrationales (quas indeterminatæ ingrediuntur) prius
tollantur. Patet etiam methodum nostram porrigi ad lineas transcendentes,
30 quæ ad calculum Algebraicum revocari non possunt, seu quæ nullius sunt
certi gradus, idque universalissimo modo, sine ullis suppositionibus parti-
cularibus non semper succedentibus, modo teneatur in genere, Tangentem
invenire, esse rectam ducere, quæ duo Curvæ puncta distantiam infinite
parvam habentia jungat, seu latus productum polygoni infinitanguli, quod
35 nobis Curvæ æquivalet. Distantia autem illa infinite parva semper per ali-
quam differentialem notam, ut dv , vel per relationem ad ipsam exprimi

1 et in E : $\sqrt[2]{\frac{1}{y}}$ est $\frac{1}{\sqrt[2]{y}}$ corr. L 4 potentia | nim corr. ed. | 26 dx in E : DX corr. Bb

D'ailleurs la règle pour la puissance entière aurait suffi à déterminer tant les puissances fractionnaires que les racines, la puissance en effet devient un nombre fractionnaire quand son exposant est négatif, et se change en une racine quand l'exposant est un nombre fractionnaire ; mais j'ai préféré tirer moi-même ces conséquences, plutôt que de les laisser déduire à d'autres, 5 parce qu'elles sont tout-à-fait générales et extrêmement fréquentes, et que dans une matière par elle-même compliquée, il vaut mieux veiller à l'aisance.

De la connaissance de la sorte d'algorithme, pour ainsi dire, de ce calcul, que j'appelle calcul différentiel, on peut trouver toutes les autres équations 10 différentielles par le calcul ordinaire, et de même obtenir les maxima et les minima, ainsi que les tangentes, de telle sorte qu'il n'y ait plus besoin d'éliminer les fractions ou les irrationnelles, ou autres signes radicaux, ce que l'on devait cependant faire suivant les méthodes publiées jusqu'à présent. La démonstration de toutes ces choses sera aisée pour qui est familier de 15 ces matières et considère ce seul point jusqu'à présent insuffisamment reconnu, que l'on peut tenir les dx , dy , dv , dw , dz comme proportionnelles aux différences, accroissements ou diminutions momentanés des x , y , v , w , z (respectivement). De là vient que, pour toute équation proposée, on peut écrire son équation différentielle, ce qui est fait en substituant simplement à 20 chaque membre (c'est-à-dire chaque partie qui intervient dans la formation de l'équation par addition ou soustraction seulement) la quantité différentielle de ce membre, et à une autre quantité (qui n'est pas elle-même un membre mais qui contribue à la formation d'un membre) sa quantité différentielle, en procédant à la formation de la différentielle de ce membre non 25 de manière simple, mais en suivant l'algorithme qui vient d'être prescrit. Car les méthodes connues jusqu'ici ne comportent pas de passage semblable, car elles utilisent le plus souvent une droite comme dx ou une autre de même sorte, mais non la droite dy , qui est la quatrième proportionnelle de DX , XY , dx , ce qui embrouille tout ; c'est pourquoi elles prescrivent 30 d'éliminer d'abord les fractions et les irrationnelles (où entrent des indéterminées) ; on voit aussi que notre méthode s'étend aux lignes transcendentes, qui ne peuvent être ramenées au calcul algébrique, c'est-à-dire qui ne sont pas d'un degré déterminé, et ce de la manière la plus universelle, sans nulles suppositions particulières qui ne sont pas toujours vérifiées. Il suffit qu'on 35 retienne de manière générale que trouver une *tangente* consiste à mener une droite qui joint deux points de la courbe se trouvant à une distance infiniment petite, c'est-à-dire tracer le côté d'un polygone d'un nombre infini

potest, hoc est per notam quandam tangentem. Speciatim, si esset y quantitas transcendens, exempli causa, ordinata Cycloëidis, eaque calculum ingrederetur, cujus ope ipsa z ordinata alterius [curvæ] esset determinata, et quæreretur dz seu per eam Tangens hujus Curvæ posterioris, utique de-
 5 terminanda esset dz per dy , haberetur autem dy , quia habetur Tangens Cycloëidis. Ipsa autem tangens Cycloëidis, si nondum haberi fingeretur, similiter calculo inveniri posset ex data proprietate tangentium Circuli.

Placet autem exemplum calculi proponere, ubi notetur, me divisionem hic designare hoc modo, $x : y$, quod idem est ac x divisum per y seu $\frac{x}{y}$.

10 Sit æquatio prima seu data $x : y + \overline{a + bx}, \overline{c - xx} : \text{quadrat. } \overline{ex + fxx} + ax\sqrt{gg + yy} + yy : \sqrt{hh + lx + mxx} = 0$; exprimens relationem inter x et y seu inter AX et XY , posito ipsas $a, b, c, e, f, g, h, l, m$, esse datas; quæritur modus ex dato puncto Y educendi YD , quæ curvam tangat, seu quæritur ratio rectæ DX ad rectam datam XY .

15 Compendii causa pro $a + bx$ scribamus n ; pro $c - xx$, p ; pro $ex + fxx$, q ; pro $gg + yy$, r ; pro $hh + lx + mxx$, s . Fiet: $x : y + np : qq + ax\sqrt{r} + yy : \sqrt{s} = 0$; quæ sit æquatio secunda. Jam ex calculo nostro constat $\overline{dx : y}$ esse $\overline{+y dx - x dy : yy}$; et similiter $\overline{dnp : qq}$ esse $\overline{-2np dq + qn dp + p dn : q^3}$ et $\overline{dax\sqrt{r}}$ esse $\overline{+ax dr : 2\sqrt{r} + a\sqrt{r} dx}$; et $\overline{dyy : \sqrt{s}}$ esse $\overline{4ys dy - yy ds : 2s\sqrt{s}}$; quæ omnes quantitates differentiales a $\overline{dx : y}$ usque ad $\overline{dyy : \sqrt{s}}$
 20 in unum additæ facient 0, et dabunt hoc modo æquationem tertiam, ita enim pro membris secundæ æquationis substituuntur quantitates eorum differentiales.

Jam $d\bar{n}$ est $b d\bar{x}$, et $d\bar{p}$ est $-2x dx$, et $d\bar{q}$ est $e d\bar{x} + 2fx d\bar{x}$, et $d\bar{r}$ est
 25 $2y dy$, et $d\bar{s}$ est $l dx + 2mx dx$. Quibus valoribus in æquatione tertia substitutis habebitur æquatio quarta, ubi quantitates differentiales quæ solæ supersunt, nempe dx , dy , semper reperiuntur extra nominatores et vincula, et unumquodque membrum afficitur vel per dx vel per dy , servata semper lege homogeneorum quoad has duas quantitates, quomodocunque
 30 implicatus sit calculus; unde semper haberi potest valor ipsius $dx : dy$ seu rationis dx ad dy , hoc est DX quæsitæ ad YX datam, quæ ratio in hoc nostro calculo (mutando æquationem quartam in analogiam) erit ut $x : yy - axy : \sqrt{r} - 2y : \sqrt{s}$ est ad $1 : y - 2npe - 4npfx : q^3 + pb - 2nx : qq + a\sqrt{r} - yyl - 2yy mx$ suprascripti literarum n, p, q, r, s , per x et y ; habe-

18 $dnp : qq$ corr. ed. 19 in E: $-2ax dr : 2\sqrt{r}$ corr. Bh2 19-20 in E: $((\pm))yyds((\mp))4ys dy : 2s\sqrt{s}$, corr. Bh2 20 a $(dx : y) \dots \sqrt{s}$ in E: a dx ad $d, yy : \sqrt{s}$ corr. L 32-33 ut in E: $\pm x : y$ corr. Bh2 33 $2npe - 4npfx$ corr. ed. 33 $4npfx$ in E: $2fx$ corr. Bh2 34 $-2yy mx$ in E: $+2mx$ corr. Bh2

de sommets qui équivaut pour nous à une *courbe*. Or cette distance infiniment petite peut toujours être représentée par une différentielle connue comme dv , ou par une relation avec cette différentielle, c'est-à-dire par une tangente connue. Spécialement, si y était une quantité transcendante, par exemple l'ordonnée d'une cycloïde, et si elle intervenait dans un calcul par lequel serait déterminée z ordonnée d'une autre courbe, et si on cherchait dz , autrement dit la tangente à cette seconde courbe, il faudrait en tout cas déterminer dz par dy ; or on posséderait dy , puisqu'on possède la tangente à la cycloïde. Mais si l'on feignait ne pas encore posséder la tangente à la cycloïde, on pourrait de façon semblable la trouver par le calcul, d'après la propriété donnée des tangentes au cercle.

Mais il convient de proposer un exemple de calcul, où on remarquera que je note ici la division de cette manière $x : y$, ce qui est la même chose que x divisé par y ou $\frac{x}{y}$. Soit une première équation, c'est-à-dire l'équation donnée : $\frac{x}{y} + \frac{(a+bx)(c-y^2)}{(ex+f^2)^2} + ax\sqrt{g^2+y^2} + \frac{y^2}{\sqrt{hh+lx+m^2}} = 0$, équation exprimant la relation entre x et y ou entre AX et XY , en posant que sont données $a, b, c, e, f, g, h, l, m$; on cherche comment du point donné Y mener YD qui touche la courbe, c'est-à-dire qu'on cherche la raison de la droite DX à la droite donnée XY .

Pour abrégér, nous écrirons n au lieu de $a+bx$, p au lieu de $c-y^2$, q au lieu de $ex+f^2$, r au lieu de g^2+y^2 , s au lieu de $hh+lx+m^2$; il viendra $\frac{x}{y} + \frac{np}{q^2} + ax\sqrt{r} + \frac{y^2}{\sqrt{s}} = 0$ qui est une seconde équation. Or il est établi par notre calcul que $d\frac{x}{y}$ est $\frac{ydx-xdy}{y^2}$; semblablement $d\frac{np}{q^2}$ est $\frac{-2npdq+q(ndp+pdn)}{q^3}$ et $d\frac{y^2}{\sqrt{s}}$ est $\frac{4ysdy-y^2ds}{2s\sqrt{s}}$. Ces quantités différentielles toutes additionnées depuis $d\frac{x}{y}$ jusqu'à $d\frac{y^2}{\sqrt{s}}$ feront 0, et fourniront de la sorte une troisième équation, puisqu'ainsi sont substituées aux membres de la seconde équation leurs différentielles.

Or dn est $b dx$, dp est $-2y dy$, dq est $e dx + 2fx dx$, dr est $2y dy$, et ds est $l dx + 2mx dx$. En substituant ces valeurs dans la troisième équation, on obtiendra une *quatrième* équation, où les quantités différentielles qui restent seules, à savoir dx et dy , se trouvent toujours en dehors des dénominateurs et des radicaux; et chaque membre est affecté soit par dx , soit par dy , en respectant toujours la loi des homogènes quant à ces deux quantités, si compliqué que soit le calcul. D'où l'on peut toujours obtenir la valeur de $\frac{dx}{dy}$ ou la raison de dx à dy , c'est-à-dire de la ligne cherchée DX à la ligne donnée YX , raison qui dans notre calcul (en transformant la quatrième équation en proportion) sera comme $\frac{x}{y^2} - \frac{axy}{\sqrt{r}} + \frac{y}{\sqrt{s}}$ est à

tur ergo quæsitum. Atque hoc exemplum satis implicatum ideo tantum adscripsimus, ut modus superioribus regulis in calculo etiam difficiliore utendi appareret. Nunc præstat usum in exemplis intellectui magis obviis ostendere.

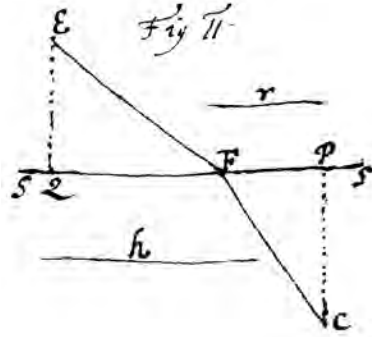


Figura 2

- 5 Data sint (in Figura 2) duo puncta C et E , et recta SS in eodem cum ip-
 sis plano, quæritur punctum F in SS ita sumendum, ut junctis CF , FE , sit
 aggregatum rectangulorum CF in datam h , et FE in datam r , omnium pos-
 sibilium minimum, hoc est, si SS sit mediorum separatrix, et h repræsentet
 densitatem medii ut aquæ, a parte C , et r densitatem medii, ut aëris, a parte
 10 E , quæritur punctum F tale, ut via a C ad E per F sit omnium possibilium
 facillima. Ponamus omnia ista rectangulorum aggregata possibilia vel om-
 nes viarum possibilium difficultates repræsentari per ipsas KV (Figura 1)
 Curvæ VV ordinatas ad rectam GK normales, quas vocabimus ω , quærique
 minimam earum NM . Quia dantur puncta C et E , dabuntur et perpendi-
 15 culares ad SS nempe CP (quam vocabimus c) et EQ (quam vocabimus e) et
 præterea PQ (quam p) ipsam autem QF quæ sit æqualis ipsi GN (vel AX)
 vocabimus x , et CF , f ; et EF , g ; fiet FP , $p-x$; et f æqu. $\sqrt{cc + pp - 2px + xx}$, [76r]
 seu compendio $\sqrt{l}$, et g æqu. $\sqrt{ee + xx}$, seu compendio $\sqrt{m}$. Habemus er-
 go ω æqu. $h\sqrt{l} + r\sqrt{m}$, cujus æquationis æquatio differentialis (posito $d\omega$
 20 esse 0, in casu minimæ) est 0 æqu. $h dl : 2\sqrt{l} + r d\bar{m} : 2\sqrt{m}$, per regu-
 las calculi nostri traditas; jam dl est $2dx - p + x$, et $d\bar{m}$ est $2xdx$; ergo fit:
 $h\bar{p} - x : f$ æqu. $rx : g$. Quodsi jam hæc accommodentur ad dioptricam, et
 ponantur f et g , seu CF et EF æquales, quia eadem manet refractio in punc-

20 in E : $-h dl : 2\sqrt{l} - r dm : 2\sqrt{m}$ corr. Bh2 21 $2dx$, corr. ed. 21 $2dx, -p + x$ in
 E : $-2dx, -p + x$ corr. Bh2 22 $rx : g$ in E : $rx : m$ corr. Bh2 23 $f \dots g$ in E : f et m
 corr. | L

$\frac{1}{y} - \frac{2np(e+4npfx)}{q^3} + \frac{-2nx+pb}{q^2} + a\sqrt{r} - \frac{y^2l-2y^2mx}{2s}\sqrt{s}$. Or x et y sont donnés par le point donné Y . Sont aussi données par x et y les valeurs écrites ci-dessus des lettres n, p, q, r, s . Nous obtenons donc ce que l'on cherche. Et nous n'avons traité cet exemple assez compliqué que pour faire apparaître même dans un calcul plus difficile la façon de se servir des règles données précédemment. 5 Il s'agit maintenant d'en montrer l'usage dans des exemples plus limpides pour l'intelligence.

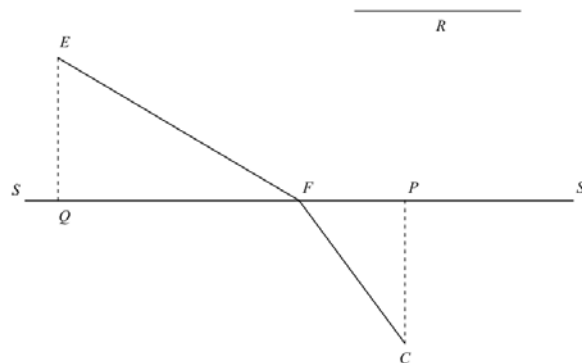


Figure 2

Soient donnés deux points C et E , et la droite SS dans le même plan ; on cherche le point F sur SS , à choisir de telle sorte que, en joignant CF , FE , la somme des rectangles obtenus en composant CF avec la ligne donnée h , 10 et FE avec la ligne donnée r , soit la plus petite possible ; c'est-à-dire que, si SS est la ligne séparatrice de deux milieux, et si h représente la densité d'un milieu comme l'eau du côté de C , et r la densité d'un milieu comme l'air du côté de E , on cherche le point F tel que le chemin de C à E en passant par F soit le plus facile de tous les chemins possibles. Posons que 15 toutes ces sommes possibles des rectangles, c'est-à-dire toutes les difficultés des chemins possibles, soient représentées par les lignes KV , ordonnées de la courbe VV perpendiculaires à la droite GK , que nous appellerons ω , et qu'on recherche la plus petite d'entre elles NM .

Puisque les points C et E sont donnés, seront aussi données les perpendi- 20 culaires à SS , à savoir CP (que nous appellerons c), en outre EQ (notée e), et PQ (notée p) ; QF , qui est égal à GN (ou à AX), nous l'appellerons x , et CF , f , et EF , g . Il viendra que FP est $(p-x)$, que f est égal à $\sqrt{cc + pp - 2px + x^2}$ ou en abrégé $\sqrt{l}$, et que g est égal à $\sqrt{ee + x^2}$ ou en abrégé $\sqrt{m}$. Nous ob-

to F quantacunque ponatur longitudo rectæ CF , fiet $hp - x$ æqu. rx , seu $h : r :: x : p - x$, seu h ad r , ut QF ad FP , hoc est, sinus angulorum incidentiæ et refractionis FP et QF erunt reciproce ut r ad h , densitates mediorum in quibus fit incidentia et refractionis. Quæ densitas tamen non respectu nostri
 5 sed respectu resistantiæ quam radiis lucis faciunt intelligenda est. Et habetur ita demonstratio calculi, quo dioptricæ fundamentum demonstratur, quod anguli refractionis in eodem medio eandem habeant sinuum proportionem, ex generali Opticæ principio alibi a nobis declarato, quod radius omnis directus, reflexus, vel refractus, semper via facillima procedat; cum
 10 alii doctissimi Viri multis ambagibus venati sint, quæ hujus calculi peritus tribus lineis imposterum præstabit. Quod alio adhuc exemplo docebo:

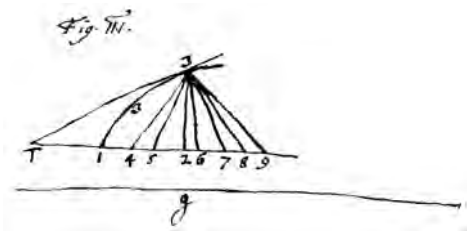


Figura 3

Sit (Figura 3) curva 133 talis naturæ, ut a puncto ejus quocunque ut 3 ductæ ad sex puncta fixa in axe posita 4, 5, 6, 7, 8, 9, sex rectæ 34, 35, 36, 37, 38, 39 simul additæ, sint rectæ datæ g æquales. Sit axis $T14526789$, et 12 sit abscissa, 23 ordinata, quæritur tangens $3T$; dico fore $T2$ ad 23, ut
 15 $\frac{23}{34} + \frac{23}{35} + \frac{23}{36} + \frac{23}{37} + \frac{23}{38} + \frac{23}{39}$ est ad $-\frac{24}{34} - \frac{25}{35} + \frac{26}{36} + \frac{27}{37} + \frac{28}{38} + \frac{29}{39}$. Eademque erit regula, continuatis tantum terminis, si non sex sed decem vel plura puncta fixa supponerentur, qualia secundum Methodos tangentium editas calculo præstare sublatis irrationalibus, tædiosissimæ et aliquando insuperabilis
 20 operæ foret, ut si rectangula plana vel solida secundum omnes biniones vel terniones possibles ex rectis illis composita datæ quantitati æquari debent; in quibus omnibus, et multo implicationibus, methodi nostræ eadem est opinione multo major rarissimique exempli facilitas.

Et hæc quidem initia sunt tantum Geometriæ cujusdam multo subli-
 25 mioris, ad difficillima et pulcherrima quæque etiam mistæ Matheseos pro-

6-9 quo ... procedat in E : alibi a nobis in his ipsis Actis exhibiti, quando generale Opticæ, Catoptricæ et Dioptricæ fundamentum exponebamus *corr.* L 23 rarissimaque *corr.* ed.

8 alibi vide G.W. Leibniz, *Unicum Opticæ, Catoptricæ et Opticæ Principium*, «Acta Eruditorum» jun. 1682, pp. 185-190.

tenons donc ω égal à $h\sqrt{l} + r\sqrt{m}$, équation dont l'équation différentielle (en posant que $d\omega$ est 0 en cas de minimum) est $\frac{h}{2\sqrt{l}}dl + \frac{r}{2\sqrt{m}}dm = 0$, d'après les règles énoncées de notre calcul. Or dl est $-2dx(-p+x)$ et dm est $2xdx$, on a donc : $\frac{h(p-x)}{f} = \frac{rx}{g}$. Mais si on applique ces équations à la Dioptrique et si on pose que f et g , c'est-à-dire CF et EF , sont égaux, puisque la réfraction reste la même au point F , quelle que soit la longueur de la droite CF , il viendra $h(p-x)$ égal à rx , ou $\frac{h}{r} = \frac{x}{p-x}$, ou h est à r comme QF à FP , c'est-à-dire que les sinus des angles d'incidence et de réfraction FP et QF seront réciproquement comme r et h , densités des milieux dans lesquels ont lieu l'incidence et la réfraction. Densité que nous devons cependant comprendre non pas relativement à nous, mais relativement à la résistance que provoquent les rayons de la lumière. Nous possédons ainsi une démonstration par le calcul, par où est démontré le fondement de la Dioptrique, selon lequel les angles de réfraction dans un même milieu ont la même proportion entre leurs sinus, à partir du principe général de l'optique exposé par nous ailleurs, à savoir que tout rayon direct, réfléchi ou réfracté suit toujours le chemin le plus facile. Là où d'autres très grands savants ont pourchassé ces résultats en faisant de grands détours, celui qui est instruit de ce calcul l'obtiendra en trois lignes. Ce que je montrerai encore par un autre exemple.

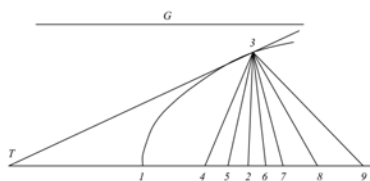


Figure 3

Soit (Figure 3) 133 une courbe de telle nature que la somme des six droites 34, 35, 36, 37, 38, 39, menées d'un quelconque de ses points, par exemple 3, à six points fixes situés sur l'axe, 4, 5, 6, 7, 8, 9, soit égale à une droite donnée g . Soit l'axe $T14526789$, 12 l'abscisse, 23 l'ordonnée, on cherche la tangente ${}_3T$. Je dis que T_2 sera à 23 comme $\frac{23}{34} + \frac{23}{35} + \frac{23}{36} + \frac{23}{37} + \frac{23}{38} + \frac{23}{39}$ est à $-\frac{24}{34} - \frac{25}{35} + \frac{26}{36} + \frac{27}{37} + \frac{28}{38} + \frac{29}{39}$.

La règle sera la même, en prolongeant les termes, si on supposait non plus six, mais dix points fixes, ou même davantage. Ce serait un travail très ennuyeux et parfois insurmontable que de les traiter par le calcul en élimi-

blemata pertinentis, quæ sine calculo nostro differentiali aut simili non temere quisquam pari facilitate tractabit. Appendicis loco placet adjicere solutionem Problematis, quod Cartesius a Beaunio sibi propositum Tom. 3. Epist. tentavit, sed non solvit: lineam invenire WW (Figura 1 [p. 91]) talis
 5 naturæ, ut ducta ad axem tangente WC , sit XC semper æqualis eidem rectæ constanti, a . Jam XW seu w ad XC seu a , ut $d\bar{w}$ ad $d\bar{x}$: ergo si $d\bar{x}$ (quæ assumi potest pro arbitrio) assumatur constans sive semper eadem nempe b , seu si ipsæ x sive AX crescant uniformiter, fiet w æqu. $\frac{a}{b d\bar{w}}$, et erunt ipsæ w ordinatæ, ipsis $d\bar{w}$, suis incrementis sive differentiis, proportionales, hoc
 10 est si x sint progressionis arithmeticæ, erunt w progressionis Geometricæ, seu si w sint numeri, x erunt logarithmi: linea ergo WW logarithmica est.

3-4 Cartesius ... Epist. *vide* R. Descartes, *Lettres...*, Tome 3, Paris: Angot 1667, pp. 412-415 (AT, II, pp. 514-517).

nant les irrationnelles conformément aux méthodes des tangentes en usage, par exemple s'il fallait évaluer à une quantité donnée les rectangles plans ou solides composés par tous les binômes ou trinômes possibles contenant ces droites. Dans tous ces cas et dans des cas beaucoup plus compliqués, la facilité de notre méthode est du même point de vue bien plus grande et d'un 5 exemple rarissime.

Et ce ne sont là que les commencements d'une géométrie beaucoup plus sublime, qui atteint les plus difficiles et les plus beaux problèmes y compris de la mathématique mixte, que personne n'osera traiter avec la même facilité sans notre calcul différentiel ou un calcul semblable. À titre d'appendice, 10 il convient d'ajouter la solution du problème que Descartes, à la demande de M. de Beaune, a tenté de résoudre au Tome 3 de ses lettres, mais n'y est pas parvenu : Trouver une ligne WW de telle nature que, en menant jusqu'à l'axe la tangente WC , XC soit toujours égale à une même droite constante a . Or XW ou w est à XC ou a comme dw à dx : donc si dx (qu'on peut 15 prendre au choix) est supposé constant ou toujours identique, par exemple b , ou si les x ou AX croissent uniformément, on aura w égal à $\frac{a}{b} dv$, lesquelles ordonnées w seront proportionnelles aux dw , leurs accroissements ou différences, c'est-à-dire que si les x sont en progression arithmétique, les w sont en progression géométrique, ou si les w sont les nombres, les x 20 seront les logarithmes : la ligne WW est donc une [courbe] logarithmique.

Traditio

Bh LH XXXV 11, 18C, ff. 55r-73r

E GM 6, pp. 320-345

Br LH XXXV 11, 18C, f. 54r, textum manu Antonii Brugmans exaratum
in scida annexa

E₂ GM 6, p. 320 in nota

CAPUT I. DE MOTU

Definitio 1

†MOVETUR, vel IN MOTU EST *a*, cui quicquid inest homoge-
5 neum, seu comparabile *B*, aliquod punctum ut *E* habet,
quod per unius ejusdemque temporis quamcunque partem
in eodem loci puncto non est.

Sit (Figura 1. hujus Sectionis [*p. 106*]) Circulus rigidus *A* in plano suomet
motus circa centrum suum immotum *C*; tunc equidem verum est, ipsum
10 circulum loco suo non egredi; verum etiam est punctum in eo assumi posse,
nempe ipsum *C* quod quiescit; et in sphæra, cylindro, cono, vel similibus,
circa axem immotum motis, puncta assumi possunt infinita quiescentia,
quæ scilicet cadunt in axem; idemque est in corporibus etiam non rotundis

†*In f. 54r adnotavit Br* An sic? Quiescit, cuius punctum quodvis manet in
eodem loco. Motum habet quod non quiescit. Movetur seu in motu est, in
quo nihil homogenum sumi [potest] quod quiescat. Quietem habet in quo
homogenum quiescens sumi non potest. Contradictorie opponuntur quiescere et
motum habere; item moveri et quietem habere. Contrarie opponuntur quiescere et
moveri; datur enim medium, quod motum et quietem habet, adeoque nec quiescit
nec movetur, cuius scilicet pars movetur, pars quiescit. Quiescentis pars quiescit;
moti pars movetur; motum habentis pars quiescere potest; quietem habentis pars,
in motu esse potest.

5 ut *E add. Br*

Deuxième section. Du mouvement et de la vitesse

CHAPITRE I. DU MOUVEMENT

Définition I

¹ *A SE MEUT, ou EST EN MOUVEMENT, si tout B, homogène ou comparable, contenu en lui possède un point comme E, qui en une partie quelconque d'un 5 seul et même temps ne reste pas dans le même point du lieu.*

Soit le cercle rigide *A* (figure I de cette section [p. 107]) mû sur son propre plan autour de son centre immobile *C*; il est vrai alors que ce cercle ne sort pas de son lieu. Il est vrai aussi que l'on peut trouver en lui un point, à savoir *C* lui-même, qui est en repos. Et dans une sphère, un cylindre, un cône ou 10 d'autres semblables, mus autour d'un axe immobile, on peut trouver une infinité de points en repos, à savoir ceux qui sont situés sur l'axe. Il en va de même aussi pour les corps qui ne sont pas de forme ronde mais qui tournent autour d'un axe en repos, qui bien qu'ils sortent de leur lieu par la partie dont ils débordent de la forme ronde, ont cependant une partie qui ne sort 15 pas du lieu, et une infinité de points en repos. Pour qu'on dise cependant que des choses se meuvent, il suffit qu'on ne puisse pas prendre en elles quelque chose d'homogène si restreinte qu'il ne s'y trouve un mouvement qui change le lieu. Ainsi dans le cercle *A*, on ne peut trouver de partie si restreinte (telle qu'un cercle *B* concentrique aussi petit qu'on voudra) qu'on 20 ne puisse y assigner un point comme *E*, qui changera continûment de lieu, ou qui se trouvera en des points différents du lieu, dans le temps *T* dans

¹ *Annotation de A. Brugmans* : Ou bien comme ceci? *Est en repos* ce dont n'importe quel point reste dans le même lieu. Ce qui n'est pas en repos *a le mouvement*. *Se meut* ou est en mouvement, ce en quoi on ne peut rien trouver d'homogène qui soit en repos. *A le repos* ce dans quoi on peut trouver quelque chose d'homogène en repos. « Être en repos » et « avoir le mouvement » s'opposent de façon contradictoire; de même, « se mouvoir » et « avoir le repos ». « Être en repos » et « se mouvoir » s'opposent de façon contraire; car il y a un intermédiaire, qui a à la fois le mouvement et le repos, et qui donc ni n'est en repos ni ne se meut, car l'une de ses parties se meut et une autre est en repos. La partie de ce qui est en repos est en repos; la partie de ce qui se meut se meut; la partie de ce qui a le mouvement peut être en repos; la partie de ce qui a le repos peut être en mouvement.

circa axem quiescentem rotatis, quæ licet loco egrediantur, qua parte ultra
 rotundum eminent, habent tamen partem loco non egredientem, et infi-
 nita puncta quiescentia. Interim ut res moveri dicantur, sufficit non posse
 assumi in ipsis homogeneous tam exiguum in quo non sit motus locum
 5 mutans. Ita in circulo *A* non potest assumi pars tam exigua (uti circulus *B*
 concentricus utcunque parvus,) quin ejus punctum aliquod ut *E* assignari
 possit, quod continue per tempus *T*, in quo mobile (nempe circulus) mo-
 veri dicitur, locum mutet, seu in diversis loci punctis reperiatur. Et licet
 axis in sphæra mota possit esse immotus, homogeneous tamen ipsi non est,
 10 neque enim linea corpori comparari potest.

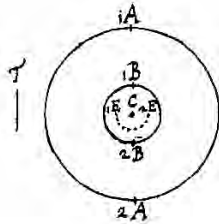


Figura 1

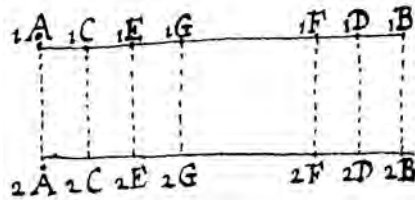


Figura 2

Mirum autem videri poterat, Motus vel potius ejus quod move-
 tur (rei toties consideratæ) definiendi provinciam nobis fuisse relictam.
 Interim multa quæ de Moto demonstrabimus, etiam applicari poterunt
 ad aggregatum ex pluribus corporibus partim motis, partim quiescentibus,
 15 concipiendo quietem tanquam motum inassignabilis velocitatis. Definitio-
 nem tamen ita formare placuit, ut talia segregarentur; alioqui ad notio-
 nem EJUS QUOD MOVETUR suffecisset aliquod in eo homogeneous assumi
 posse, cujus punctum quodlibet per certi temporis quamcunque partem
 in eodem loci puncto non sit. Sane si quis partim quiescentia sub motis
 20 comprehendere volet, hac poterit definitione nova uti, pro eaquam posui-
 mus supra: forte tamen non inutile erit discernere id quod movetur seu
 in motu est ab eo quod motum habet; ut moveri dicatur, cujus quod-
 libet homogeneous motum habet, seu cujus quodlibet homogeneous in se
 punctum habet, quod locum continue mutat; Motum autem habere
 25 dicatur, in quo saltem aliquod tale homogeneous sumi potest; idque usu [56r]
 non caret, nam et infra ostendemus, regulas de via centri gravitatis corporis
 totius ex pluribus aggregati, locum habere, etsi aliqua pars vel aliquod ex

1 loco add. C2 4-5 locum mutans add. C2

lequel le mobile (le cercle, en l'occurrence) est dit se mouvoir. Et bien que l'axe dans la sphère mue puisse être immobile, il ne lui est toutefois pas homogène, car une ligne ne peut être comparée à un corps.

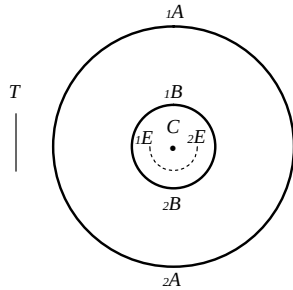


Figure 1

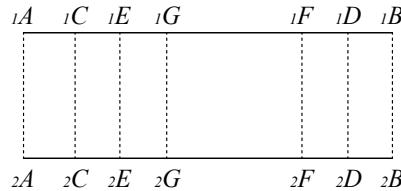


Figure 2

Mais il pourrait paraître étonnant que nous soit encore laissée la charge de définir le mouvement ou plutôt *ce qui est en mouvement* (un sujet si 5 souvent étudié). Il reste que beaucoup de choses que nous démontrerons *sur le mouvement* peuvent aussi s'appliquer à un agrégat de plusieurs corps, les uns en mouvement, les autres en repos, en concevant le repos comme un mouvement d'une vitesse inassignable. Cependant, il m'a paru bon de formuler ainsi la définition, pour séparer de tels cas ; sinon il aurait suf- 10 fi de dire, pour la notion de *ce qui se meut* : quelque chose dans lequel peut être trouvé un homogène, dont un point quelconque en une partie quelconque d'un temps déterminé ne demeure pas dans le même point du lieu. Sans doute, si l'on souhaite inclure sous les choses en mouvement, celles qui sont partiellement en repos, cette nouvelle définition pourra être 15 utilisée à la place de celle donnée plus haut. Cependant, il ne sera peut-être pas inutile de distinguer ce qui se meut ou est en mouvement, de ce qui a du mouvement, en disant que *se meut* ce dont tout homogène en lui a du mouvement, ou ce dont tout homogène a en lui un point qui change continuellement de lieu ; alors qu'on dit avoir du mouvement ce 20 en quoi l'on peut au moins trouver quelque homogène avec cette propriété. Et ceci n'est pas sans usage, car nous montrerons aussi plus bas que les règles concernant le chemin du centre de gravité de tout un corps composé de plusieurs corps sont également valables, même si certaines parties ou quelques-uns des corps considérés sont en repos. Par ailleurs, la définition 25 que nous avons établie initialement est conçue de manière à inclure également les choses qui se meuvent sans quitter leur lieu, et aussi celles dans

corporibus comprehen[s]is quiescat. Cæterum ipsa definitio nostra initio posita sic concepta est, ut comprehendat etiam quæ ita moventur, ut loco suo non egrediantur, et ea quoque in quibus infinita possunt sumi puncta quiescentia. Adhibuimus autem non partem mobilis, sed homogeneous in
 5 eo sumtum, ut definitio vera esset et in puncto moto, cuius pars quidem nulla est, homogeneous tamen in eo assumi potest, nempe ipsum punctum, ut patet ex duobus consectariis sequentibus.

Consectarium 1

Punctum quod per cuiusdam temporis quamcunque par-
 10 tem in eodem loco non est, movetur.

Id punctum propositum sit E , jam omne homogeneous quod in eo assumi potest, est ipsum E , et omne punctum quod in homogeneous (nempe in E) assumi potest est rursus E ; jam E continue locum mutat per tempus T ; nullum igitur punctum in ullo puncti propositi homogeneous assumi
 15 potest, quod non continue per datum tempus T locum mutet, quod (per definitionem) est moveri punctum propositum.

Consectarium 2

Punctum quod movetur, id per cuiusdam temporis quamcunque partem in eodem loco non est.

20 Id punctum sit rursus E . Cum moveatur, ideo (per definitionem) nullum in eo homogeneous assumi poterit, cuius non aliquod punctum continue locum mutet; sed punctum E est solum quod assumi possit in homogeneous ipsius E , id est in ipso E ; ergo continue locum mutat.

Consectarium 3

25 Extensi moti quævis pars movetur.

Moveatur (Figura 2 [p. 106]) extensum AB , ex ${}_1A{}_1B$ in ${}_2A{}_2B$, et sit ejus [56v] pars quæcunque CD ; ajo et hanc moveri. Esto CD non moveri, (si quidem id fieri potest), itaque (per definitionem) in eo assumi potest homogeneous ipsi, ut EF , cuius aliquod punctum ut G per aliquod tempus non continue
 30 locum mutet. Jam EF inest etiam ipsi AB , et homogeneous est eidem (cum ejus parti CD insit et homogeneous sit) itaque in AB assumi potest homogeneous ipsi nempe EF cuius aliquod punctum G continue locum non mutat. Ergo (per definitionem) non movetur AB , quod est contra hypotheses; itaque necesse est moveri et partem ejus CD .

lesquelles on peut trouver une infinité de points en repos. Nous avons du reste fait état, non d'une partie du mobile, mais d'un homogène pris en lui, de façon à ce que notre définition vaille aussi pour un point en mouvement, lequel n'a certes aucune partie, mais dans lequel néanmoins un homogène peut être pris, à savoir ce point lui-même, comme on le voit dans les deux 5 corollaires suivants.

Corollaire 1

Un point qui n'est jamais en un même lieu en chaque partie d'un temps quelconque, est en mouvement.

Soit E un tel point. Il n'y a pas d'autre homogène qu'on puisse prendre 10 en lui que E lui-même, et tout point qu'on peut prendre dans cet homogène (c'est-à-dire en E) est derechef E lui-même ; or E change continuellement de lieu durant le temps T . On ne peut donc prendre aucun point dans aucun homogène du point proposé, qui ne change continuellement de lieu durant le temps donné T , ce qui signifie (par définition) que le point proposé se 15 meut.

Corollaire 2

Un point qui se meut, en chaque partie d'un temps quelconque ne se trouve pas dans le même lieu.

Soit encore E un tel point. Puisqu'il se meut, on ne pourra (par défini- 20 tion) prendre en lui aucun homogène qui n'ait pas quelque point qui change continuellement de lieu ; mais le point E est le seul qui puisse être pris dans un homogène de E , à savoir dans E lui-même ; ce point change donc continuellement de lieu.

Corollaire 3

25

Toute partie d'une chose étendue en mouvement se meut.

Soit une chose étendue AB (figure 2 [p. 107]) en mouvement de ${}_1A_1B$ à ${}_2A_2B$, et soit CD une partie quelconque de AB . J'affirme que cette partie aussi est en mouvement. Admettons que CD ne soit pas en mouvement (s'il est possible) : alors (par définition) on peut prendre en elle un homogène, 30 tel que EF , dont un point tel que G , ne change pas de lieu continuellement pendant un temps donné. Or EF est aussi dans AB et est homogène à AB (puisque'il est dans sa partie CD et qu'il lui est homogène). On peut donc prendre dans AB un homogène, à savoir EF , dont un point G ne change pas

continuellement de lieu. Donc (par définition) AB n'est pas en mouvement, ce qui est contre l'hypothèse. C'est pourquoi il faut que sa partie CD soit aussi en mouvement.

Corollaire 4

Tout ce qui se meut est apparenté à ce qui quitte son lieu de telle sorte qu'il n'en diffère pas de manière assignable.

Je dis que *quitte son lieu* une chose, dont chacun de ses points change de lieu et qu'une de ses parties occupe un lieu dans lequel aucune partie ne se trouvait. Soit donc (figure 3 [p. 112]) un mobile A , dont on dit qu'il diffère par une quantité assignée B de n'importe quelle chose qui quitte son lieu; j'affirme qu'on ne peut pas le dire, et qu'on peut assigner une partie $CDEFGC$ de A , qui diffère de A d'une quantité moindre que B . En effet, ce qui contient tous les points du mobile A qui ne changent pas de lieu, et seulement eux, n'est pas d'une grandeur comparable avec A (par la définition précédente); c'est pourquoi on peut assigner une partie CHG de cet A plus petite que n'importe quelle grandeur donnée, dans laquelle tombent tous ces points. De plus, si on suppose que chaque partie de A prend la place d'une autre partie, cela peut aussi être évité en retranchant quelque partie comme $DCFG$, aussi petite soit-elle, car ainsi ce qui aurait pris sa place, si elle était présente, maintenant qu'elle est enlevée et que donc son lieu se trouve vide de toute partie de A , ne prend plus la place de quelque partie que ce soit. Dès lors, on peut prendre deux parties CHG et $DCFG$, chacune telle qu'elles soient plus petites que toute quantité donnée, et même on peut aussi les prendre telles que les deux ensemble soient plus petites que la quantité B donnée (à savoir en faisant chacune plus petite que sa moitié). C'est pourquoi il est possible de prendre leur somme $HCDFGH$ plus petite que la quantité B donnée, de façon à ce que, ces parties étant retranchées de A , le reste $CDEFGC$ (dont chaque point change de lieu sans qu'une partie prenne la place d'une autre) diffère de A de moins que la quantité désignée B .

C'est pourquoi nous aurions pu définir *ce qui se meut* en disant que ce n'est rien d'autre que ce qui, en général, ne diffère pas de ce qui quitte son lieu de manière assignable. Et à vrai dire cela semble avoir été la raison pour laquelle des gens disent que sont néanmoins en mouvement : une sphère ou un corps semblable, dont l'axe est immobile, mais dont les autres points changent de lieu, et de même un anneau ou un orbe sphérique creux, dont tous les points changent de lieu bien que, l'axe de la sphère restant

axe sphæræ manente immoto ipse annulus loco suo non egrediatur, moveri tamen dicant. Potest enim assignari sphæræ A pars inassignabiliter ab ipsa differens, seu tam parum quam velis, nempe detracto nucleo CGH cum sectore truncato $DCGF$, residua pars $CDEFGC$, quæ revera loco egreditur et quovis sui puncto locum mutat. Sed quia prius opus fuisset definire quid sit locum deserere, malui supra definitionem ejus quod movetur dare, quæ alia antecedenti non indigeret. Præsertim cum non statim omnes intelligant, quid sit differre aut non differre assignabiliter.

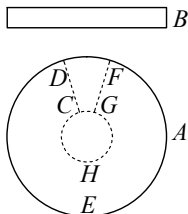


Figure 3

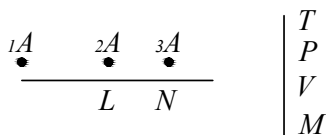


Figure 4

Definitio 2

10 TEMPUS MOTUS est tempus, cujus pars nulla assumi potest, in qua non cujuscunque in mobili assumti homogenei punctum aliquod locum mutat.

Sit punctum illud (Figura 4. [p. 110]) A , et tempus TM , ejus pars pro arbitrio assumpta PV , non debet A per tempus PV utcunque parvum manere
15 in eodem loco (congruente) L , sed semper eum mutare, translatione aliqua, ut ex L in N .

Consectarium:

Quod movetur, id per temporis motus partem quamvis movetur.

20 Movetur mobile tempore TM , ajo moveri et per partem ejus quamcunque PV ; ponatur non moveri; ergo (per definitionem motus) pars ipsius PV assumi potest, in qua aliquod punctum A in homogeneo a mobile contento sumtum, locum non mutat; sed pars ipsius PV est etiam pars ipsius TM ; ergo pars temporis TM assumi potest, in qua non utique cujuslibet in mobili assumti homogenei punctum A locum mutat; id est (per definitionem)
25 TM non est tempus motus, contra hypotesin.

immobile, cet anneau lui-même ne sorte pas de son lieu. On peut en effet assigner une partie de la sphère A qui diffère d'elle de manière inassignable ou d'aussi peu qu'on veut, à savoir le noyau CGH étant enlevé avec le secteur amputé $DCFG$, la partie restante $CDEFGC$, qui véritablement sort de son lieu, et change de lieu en chacun de ses points. Mais puisqu'il fallait d'abord 5 définir ce qu'est quitter son lieu, j'ai préféré donner plus haut une définition de ce qui est mû qui n'a pas besoin d'une autre définition antécédente, d'autant que tout le monde ne comprend pas tout de suite ce qu'est différer ou ne pas différer de manière assignable.

Définition 2

10

Le TEMPS DU MOUVEMENT est le temps dont on ne peut prendre aucune partie dans laquelle ne changerait pas de lieu un point de tout ce qui peut être pris d'homogène dans le mobile.

Soit A ce point (figure 4) et TM le temps, et PV une partie prise à discrétion du temps, alors A ne doit pas rester dans le même lieu L (congruent) 15 durant le temps PV , aussi petit soit-il, mais en changer toujours par quelque translation, comme de L à N .

Corollaire

Ce qui se meut, se meut aussi dans chaque partie du temps du mouvement.

Qu'un mobile se meuve dans le temps TM , je dis qu'il se meut aussi 20 dans n'importe quelle partie PV de ce temps. Supposons qu'il ne se meuve pas; alors (par la définition du mouvement) on peut prendre une partie de ce temps PV , dans laquelle un point A , appartenant à un homogène contenu dans le mobile, ne change pas de lieu; mais une partie de PV est aussi partie de TM ; on peut donc prendre une partie du temps TM , dans 25 laquelle un point A de n'importe quel homogène pris dans le mobile ne change certainement pas de lieu; c'est-à-dire que (par définition) TM n'est pas le temps du mouvement, à l'encontre de l'hypothèse.

De même qu'il est possible de dire, par une notion élargie, qu'un corps dont une partie est en repos se meut (comme un fil qui est plié en partie), 30 de même peut-on dire aussi que se meut en un temps donné, ce qui ne s'y meut pas continuellement, mais est en repos dans une partie de ce temps. En effet, le temps total n'en peut pas moins être dit le temps du mouvement, même en conservant la définition présente, pourvu que nous considérions le repos comme un mouvement de lenteur maximale ou doté d'une vitesse 35 inassignable; car on peut dire que l'hypothèse générale d'un corps dont

Quemadmodum latius extensa notione dici potest, moveri corpus cujus pars quiescit, (ut filum quod ex parte flectitur) ita etiam tempore proposito moveri dici posset, quod non continue movetur, sed in parte temporis quiescit. Nihilominus enim tempus totum dici posset tempus motus, etiam
 5 retenta præsentī definitione, si nempe quietem ut motum maxime tardum seu velocitate inassignabili præditum concipiamus; ita enim dici potest, generalem hypotesin omnium punctorum corporis qualibet temporis propositi parte locum mutantium in casu speciali quietis in parte corporis vel temporis suppositæ verificari, uti omnes conclusiones Ellipseos suo modo
 10 in circulo verificantur, concipiendo hunc ut Ellipsin cujus foci distantiam habent inassignabilem; eaque consideratio magnos usus habet, quemadmodum pluribus dictum est in Novellis Reipublicæ literariæ anno 1687, mense julio, articulo 8.

Definitio 3

- 15 LOCUS MOTUS vel VIA, vel SPATIUM MOTU DESIGNATUM vel VESTIGIUM MOTUS est locus communis omnium et proprius solorum mobilis locorum in quibus durante motus tempore fuit; locorum inquam congruentium seu VESTIGIORUM MOBILIS.
- 20 LOCUS autem PROPRIUS est, qui et aliis communis non est, aliis, inquam, quæ nempe punctum habeant, quod in nullo sit mobilis loco. Seu Locus proprius vestigiorum seu locorum mobilis est, qui nullum punctum continet, quod non in aliquem ex locis mobilis cadat.

25

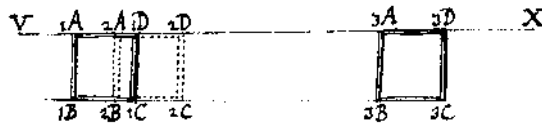


Figura 5

Ut si (Figura 5.) punctum A in recta $1A_2A_3A$ vel VX motum transferatur, ex $1A$ per $2A$ in $3A$, via erit recta $1A_2A_3A$; vel si recta AD mobilis in recta quiescente VX mota transferatur, ut ex $1A_1D$ per $2A_2D$ in $3A_3D$, via

12-13 dictum ... julio vide Leibniz, *Extrait d'une lettre de M. L. sur un principe général*..., «Nouvelles de la Republique des Lettres», jul. 1687, pp. 744-753.

tous les points changent de lieu en n'importe quelle partie du temps donné se vérifie dans le cas particulier où le repos est supposé en une partie du corps ou du temps, tout comme toutes les conclusions concernant l'ellipse se vérifient dans le cercle à sa manière, en le concevant comme une ellipse dont les foyers sont à une distance inassignable. Et cette considération est d'un grand usage, comme il est dit plus longuement dans les *Nouvelles de la République des lettres*, année 1687, mois de juillet, article 8².

Définition 3

LE LIEU DU MOUVEMENT, ou LE CHEMIN, ou l'ESPACE DÉCRIT PAR LE MOUVEMENT, ou encore LA TRACE DU MOUVEMENT, est le lieu commun de tous les lieux du mobile, et le lieu propre d'eux seuls, dans lesquels il a été durant le temps du mouvement; j'entends de ceux qui sont congruents au mobile ou en sont les TRACES.

Le LIEU PROPRE, par ailleurs, est celui qui n'est pas commun aussi à d'autres, d'autres, dis-je, qui en effet détiennent un point qui ne soit dans aucun lieu du mobile. Ou encore le lieu propre des traces ou des lieux du mobile est celui qui ne contient aucun point qui ne tombe pas dans un lieu du mobile.

Ainsi (figure 5) si le point A mu le long de la droite ${}_1A_2A_3A$ ou de VX est transporté de ${}_1A$ à ${}_3A$ par ${}_2A$, son chemin sera la droite ${}_1A_2A_3A$; ou si la droite mobile AD est transportée en mouvement sur la droite en repos VX , comme de ${}_1A_1D$ à ${}_3A_3D$ par ${}_2A_2D$, son chemin sera la droite ${}_1A_3D$. Ou bien, si la droite mobile AB , ou encore le rectangle $ABCD$, sont transportés entre les deux droites ${}_1A_1D$, ${}_1B_1C$ continuées sur le plan – la droite de ${}_1A_1B$ à ${}_3A_3B$ par ${}_2A_2B$, mais le rectangle de ${}_1A_1B_1C_1D$ à ${}_3A_3B_3C_3D$ par ${}_2A_2B_2C_2D$ –, le chemin de la droite AB sera le rectangle ${}_1A_1B_3A_3B$ et le chemin du rectangle $ABCD$ sera le rectangle ${}_1A_1B_3C_3D$; mais ${}_2A_2B$ sera la trace de la droite, et

²Il s'agit du principe de continuité que Leibniz formule ainsi : « Lorsque la difference de deux cas peut estre diminuée au dessous de toute grandeur donnée *in datis* ou dans ce qui est posé, il faut qu'elle se puisse trouver aussi diminuée au dessous de toute grandeur donnée *in quaesitis* ou dans ce qui en resulte, ou pour parler plus familièrement : Lorsque les cas (ou ce qui est donné) s'approchent continuellement et se perdent enfin l'un dans l'autre, il faut que les suites ou evenemens (ou ce qui est demandé) le fassent aussi. Ce qui depend encor d'un principe plus general, sçavoir : *Datis ordinatis etiam quaesita sunt ordinata*. ... Le même principe a lieu dans la physique, par exemple le repos peut estre considéré comme une vistesse infiniment petite, ou comme une tardité infinie ... tellement que la regle du repos doit estre considérée comme un cas particulier de la regle du mouvement ... De même l'égalité peut estre considérée comme une inégalité infiniment petite, et on peut faire approcher l'inégalité de l'égalité autant qu'on veut » (GP 3, 52-53).

erit recta ${}_1A_3D$; vel si recta mobilis AB , aut etiam rectangulum $ABCD$ intra duas rectas ${}_1A_1D$, ${}_1B_1C$, continuatas in plano transferatur, recta quidem ex ${}_1A_1B$ per ${}_2A_2B$ in ${}_3A_3B$, rectangulum vero ex ${}_1A_1B_1C_1D$ per ${}_2A_2B_2C_2D$ in ${}_3A_3B_3C_3D$, via rectæ AB , erit rectangulum ${}_1A_1B_3A_3B$, et via rectanguli
 5 $ABCD$ erit rectangulum ${}_1A_1B_3C_3D$; vestigium vero aliquod rectæ erit ${}_2A_2B$, et rectanguli vestigium ${}_2A_2B_2C_2D$. Ubi tamen discrimen insigne observari debet, quod interdum via mobili homogenea est, interdum secus. Sic recta ${}_1A_2A_3A$ puncto A , et rectangulum ${}_1A_1B_3A_3B$ rectæ AB homogeneum non est; sed recta ${}_1A_3D$ rectæ AD , et rectangulum ${}_1A_1B_3C_3D$ rectangulo
 10 $ABCD$ homogeneum est.



Figura 6

Nimirum generaliter (Figura 6.) omnis puncti F , via est linea FF . Lineæ autem via tunc demum est superficies, si puncta ejus durante motu sibi non succedant continue; sic rectæ GH via seu locus successivus est superficies
 15 $LMHGN$, si recta GH ex loco primo LM , in ultimum GP ita verbi gratia transferatur, ut extremo G incedens per rectam LN semper respiciat punctum Q ; ita enim unum punctum non succedit in alterius locum, ut supra fiebat, continue, cum recta AD per rectam VX incederet. Superficie autem via est solidum; ut (Figura 7. [p. 118]) superficie RS solidum ${}_1R_2R_3R_3S_2S_1S$. Nisi tamen superficies per sua vestigia incedat; ut si (Figura 8. [p. 118]) sit
 20 superficies $ABCDPNML$, cujus pars quæcunque $CDPN$, in qua non est extremum A succedit in locum alterius, ut $BCNM$, ita ut coincident locus prior, ipsius $BCNM$, nempe ${}_1B_1C_1N_1M$, et locus posterior ipsius $CDPN$, nempe ${}_2C_2D_2P_2N$. Ex lineis autem non nisi recta, arcus circuli, et arcus helicis sive cochleæ cylindricæ per sua vestigia incedere possunt; quoniam
 25 ea est harum linearum solarum communis proprietas, ut diversæ quæcunque partes æquales unius lineæ inter se congruere possint, et in recta extremis congruentibus etiam congruere debeant. Ex superficiebus solæ plana, et sphærica, et cylindrica, et cochleatim cylindro incisa, et omnes rotatione genitæ, possunt per alias æquales et similes seu congruas incedere; sed
 30 cæteræ rotatione genitæ non nisi uno modo, rotando scilicet circa eundem axem; at superficies cylindrica super alia incedere potest adhuc uno modo,

${}_2A_2B_2C_2D$ sera la trace du rectangle. On doit cependant observer ici une distinction importante, puisque le chemin est tantôt homogène au mobile, tantôt non. Ainsi la droite ${}_1A_2A_3A$ n'est pas homogène au point A , ni le rectangle ${}_1A_1B_3A_3B$ à la droite AB . Mais la droite ${}_1A_3D$ est homogène à la droite AD et le rectangle ${}_1A_1B_3C_3D$ au rectangle $ABCD$.

5

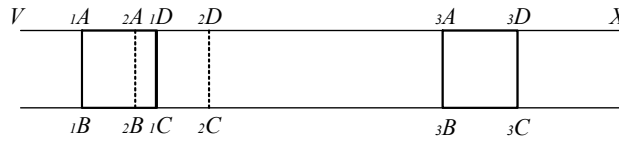


Figure 5

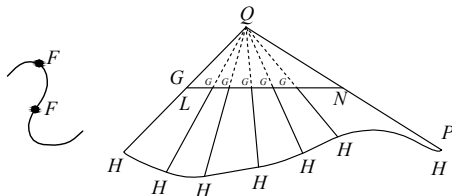


Figure 6

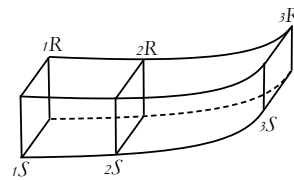


Figure 7

En tout cas, de manière générale (figure 6) le chemin de tout point F est une ligne FF . Mais le chemin d'une ligne n'est une surface que si ses points ne se succèdent pas de façon continue durant le mouvement; ainsi le chemin ou le lieu successif de la droite GH est la surface $LMHGN$, si la droite GH est par exemple transportée d'un premier lieu LM dans le dernier 10 GP , de façon à ce qu'enfin G s'avancant sur la droite LN se porte toujours vers le point Q ; de cette façon, en effet, un point ne prend pas continûment le lieu d'un autre, comme c'était le cas plus haut, lorsque la droite AD s'avancait sur la droite VX . De plus, le chemin d'une surface est un solide, comme (figure 7) le solide ${}_1R_2R_3R_3S_2S_1S$; pour la surface RS , sauf toutefois 15 si la surface passe par ses propres traces; comme si (figure 8 [p. 119]) la surface $ABCDPNML$, dont une partie quelconque $CDPN$, dans laquelle ne se trouve pas l'extrémité A , prend la place d'une autre, comme $BCNM$, de sorte que coïncident le lieu précédent de $BCNM$, à savoir ${}_1B_1C_1N_1M$ et le lieu ultérieur de $CDPN$, c'est-à-dire ${}_2C_2D_2P_2N$. En outre, parmi les lignes, 20 aucune autre que la droite, l'arc de cercle et l'arc d'hélice ou de spirale cylindrique, ne peuvent s'avancer dans leurs propres traces, puisque c'est là une propriété commune à ces seules lignes, que chacune des diverses parties égales d'une ligne peuvent être congruentes entre elles; et dans le cas

nempe ascendendo aut descendendo; (adeoque et composito ex circulatione et ascensu vel descensu;) cochleata ne rotando quidem sed uno modo tantum sibi proprio ex ascensu et descensu misto, ut in torcularibus videmus; sed sphærica et plana modis infinitis, in omnes partes. Solidum autem
 5 motu suo non nisi solidum describere, nec novam dimensionem producere potest, ut (Figura 9.) cubus $ABCDEFGH$ intra duas hedras oppositas continuatas ED et BC incedens, et transiens ex ${}_1A{}_1B{}_1C$ in ${}_2A{}_2B{}_2C$, nil aliud producit quam solidum, quod etiam produceret sola hedra ex ${}_1A{}_1D{}_1C{}_1H$ translata in ${}_2E{}_2F{}_2G{}_2B$, nempe parallelepipedum ${}_1A{}_1C{}_2B{}_2F$. Nam omnia puncta
 10 solidi, quæ non sunt puncta superficiei ambientis, cum durante motu non nisi in loca punctorum superficiei succedant, non aliam viam designant, quam ipsa superficies.

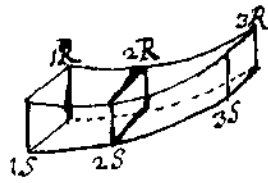


Figura 7

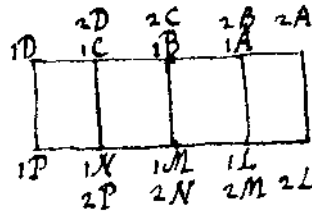


Figura 8

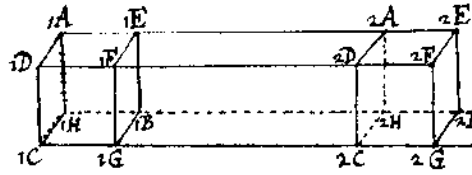


Figura 9

Conseſtarium 1

Quicquid movetur, describit viam.

15 Semper enim est in loco, et datur locus aliquis, in quem cadunt hæc loca omnia, id est (per definitionem præcedentem) via.

Conseſtarium 2

Si qua Via per partem temporis impensi a mobili sit descripta, continebitur in via integra eo tempore ab eodem
 20 mobili descripta.

de la droite les parties doivent même être congruentes si leurs extrémités le sont. Parmi les surfaces, seules les surfaces planes, sphériques, cylindriques, et découpées en hélice sur un cylindre, ainsi que toutes les surfaces de révolution, peuvent parcourir d'autres surfaces égales et semblables, c'est-à-dire congruentes; mais les autres surfaces de révolution ne le peuvent que d'une seule manière, savoir par rotation autour du même axe. Mais une surface cylindrique peut en parcourir une autre encore d'une manière, savoir en montant ou en descendant (et donc par une composition de rotation et d'ascension ou de descente); les surfaces hélicoïdales ne le peuvent certes pas par la rotation, mais seulement d'une unique manière qui leur est propre, par un mélange d'ascension et de descente, comme nous le voyons dans les vis de pressoir; mais les sphères et les plans le peuvent d'une infinité de manières dans toutes leurs parties. De plus, un solide ne peut, par son propre mouvement, décrire qu'un solide, et ne peut produire une nouvelle dimension. Ainsi (figure 9) le cube $ABCDEFGH$ tombant entre les deux faces opposées continuées ED et BC , et allant de ${}_1A_1B_1C$ en ${}_2A_2B_2C$, ne produit rien d'autre qu'un solide, que produirait aussi une seule face transportée de ${}_1A_1D_1C_1H$ à ${}_2E_2F_2G_2B$, c'est-à-dire le parallélépipède ${}_1A_1C_2B_2F$. En effet tous les points du solide, qui ne sont pas des points de la surface qui l'enveloppe, comme ils ne font durant le mouvement que prendre la place des points de la surface, ne tracent pas d'autre chemin que la superficie elle-même.

Corollaire 1

Tout ce qui se meut décrira un chemin.

En effet il est toujours en un lieu, et il y a un lieu, dans lequel tombent tous ces lieux, c'est-à-dire (par la définition précédente) un chemin.

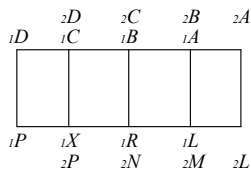


Figure 8

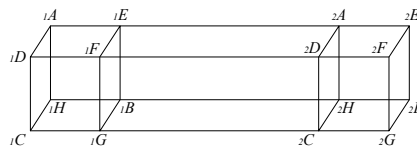


Figure 9

Corollaire 2

Si tel chemin est décrit par le mobile en une partie du temps employé, il sera contenu dans le chemin total décrit par le même mobile pendant ce temps.

Sit (Figura 10.) temporis TM pars PV , et via mobilis per tempus PV sit E , et per tempus TM via ejusdem sit AB ; ajo E esse partem ipsius AB . Nam E est locus omnium locorum mobilis durante tempore PV (ex definitione præcedente)[;] at loca mobilis durante tempore PV sunt etiam loca mobilis
 5 durante tempore TM ; cadunt ergo in AB ; ergo id quod constituunt, nempe via E , cadit etiam in AB .

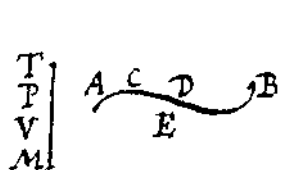


Figura 10

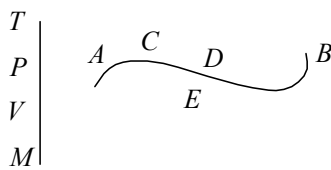


Figure 10

Conseſtarium 3

Parte temporis impensi describitur contentum in via.

Tempore TM ([in] figura præcedente) describatur via AB ; ajo parte tem-
 10 poris ut PV describi contentum in via, ut CD . Nam quia mobile movetur tempore TM , movetur et tempore PV (per conseſtarium subiectum definitioni temporis motus); quicquid autem movetur, describit viam (per conseſtarium 1. hic); hæc via sit E ; jam E est contentum ipsius AB (per conseſtarium præcedentem) quod vocetur CD . Itaque habetur propositum.

Conseſtarium 4. Problema

[590]

Motum exhibere, in quo coincidat locus mobilis et via motus.

Includatur mobile corpus alteri rigido immoto, ita ut congruat superficies, et tum mobile inclusum (quod semper æquale spatium occupare, nec
 20 perfecte condensari aut rareferi suppono) moveatur, et habebitur desideratum; quia ob rigidum obstans loco exire non potest, interim tamen partes inter se loca permutare possunt. Si mobile sit fluidum, quamcunque figuram habere potest; sin rigidum sit, oportet esse genitum circumrotatione, ut annulus, cylinder, sphæra, conus rectus, cum moventur circa suos axes.

Soit (figure 10) la partie PV du temps TM et soit E la trajectoire du mobile durant le temps PV , et AB la trajectoire du même mobile par le temps TM ; je dis que E est une partie de AB . En effet, E est le lieu de tous les lieux du mobile durant le temps PV (d'après la définition précédente), mais les lieux du mobile durant le temps PV sont aussi des lieux du mobile 5 durant le temps TM ; ils tombent donc dans AB ; donc ce qu'ils constituent, à savoir le chemin E , tombe aussi dans AB .

Corollaire 3

Ce qui est contenu dans un chemin est décrit en une partie du temps employé.

Le chemin AB est décrit un temps TM (figure précédente); je dis que ce 10 qui est contenu dans le chemin, comme CD , est décrit durant une partie du temps comme PV . En effet, puisque le mobile se meut durant le temps TM , il se meut aussi durant le temps PV (par le corollaire qui suit la définition du temps du mouvement); or tout ce qui se meut décrit un chemin (par le corollaire 1 ci-dessus). Soit E ce chemin; alors E est un contenu de ce AB 15 (par le corollaire précédent), que nous appelons CD . Et ainsi nous obtenons ce qui est proposé.

Corollaire 4. Problème

Construire un mouvement, dans lequel le lieu du mobile et le chemin du mouvement coïncident. 20

Que le corps mobile soit inclus dans un autre corps rigide et immobile, de façon à ce que sa surface lui soit congruente, et qu'alors le mobile inclus (que je suppose occuper toujours un espace égal, et ni se condenser ni se raréfier parfaitement) se meuve, et on obtiendra ce que l'on recherchait, 25 puisque le corps rigide empêche que le mobile quitte son lieu, alors que pourtant les parties de ce mobile peuvent permuter les lieux. Si le mobile est fluide, il peut avoir n'importe quelle figure; mais s'il est rigide, il faut qu'il soit engendré par circonvolution, comme un anneau, un cylindre, une sphère, un cône droit, lorsqu'ils se meuvent autour de leurs axes.

Definitio

MOTU UNIFORMI MOVETUR, cujus quodlibet punctum æqualibus temporibus æqualia spatia describit.

- 5 Sit (Figura 11.) mobilis punctum A percurrentes tempore T lineam $1A_2A$, et tempore V lineam $3A_4A$; jam positis T et V æqualibus, si reperiantur $1A_2A$ et $3A_4A$ esse æquales, idque succedat in puncto mobilis quocunque, motus dicetur uniformis; et contra, motu posito uniformi, debet succedere.

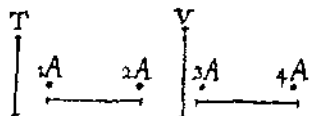


Figura 11

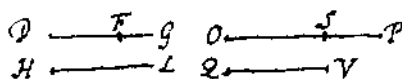


Figura 12

Propositio 1

- 10 In motu uniformi si spatia a puncto mobilis absoluta sint æqualia, erunt et tempora impensa æqualia.

Spatiis enim (Figura 12.) DG et HL æqualibus, sint inæqualia (si fieri potest,) tempora OP et QV , et tempus alterutrum, ut OP , sit majus; ergo ipsi QV æqualis erit ipsius OP pars aliqua OS , qua durante percurra est spatii DG pars aliqua DF , et æquali tempore QV percursum est spatium HL .
 15 Ergo (ex definitione motus uniformis) æquantur DF et HL ; jam HL æquatur ipsi DG ex hypothesi; ergo æquales sunt DF et DG , pars et totum, quod est absurdum; æqualia igitur sunt tempora OP et QV , quod asserebatur. [607]

Propositio 2

- 20 Omne punctum mobilis uniformiter moti, movetur motu uniformi.

Nam omne punctum mobilis uniformiter moti, æqualibus temporibus æqualia absolvit spatia (ex definitione), et puncti æqualibus temporibus æqualia absolvunt spatia quodlibet punctum, (cum puncti non aliud punc-

CHAPITRE 2. DU MOUVEMENT UNIFORME

Définition

EST MU D'UN MOUVEMENT UNIFORME, *ce dont tout point décrit des espaces égaux en des temps égaux.*

Soit (figure 11) A un point du mobile parcourant dans le temps T la ligne ${}_1A_2A$, et dans le temps V la ligne ${}_3A_4A$; alors, T et V étant posés égaux, si ${}_1A_2A$ et ${}_3A_4A$ se trouvent égaux, et que cela a lieu pour n'importe quel point du mobile, le mouvement sera dit uniforme; et réciproquement, si le mouvement est posé uniforme, cela doit avoir lieu.

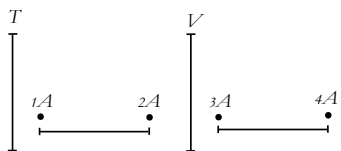


Figure 11

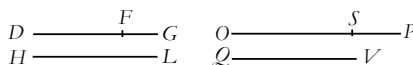


Figure 12

Proposition 1

10

Dans un mouvement uniforme, si les espaces parcourus par un point du mobile sont égaux, les temps employés seront aussi égaux.

Car les espaces (figure 12) DG et HL étant égaux, supposons (s'il est possible) que les temps OP et QV soient inégaux, et que l'un des deux, soit OP , soit le plus grand; il y aura donc une partie OS de OP égale à QV durant laquelle est parcourue une partie DF de l'espace DG , et l'espace HL est parcouru en un temps égal. Les espaces DF et HL (par définition du mouvement uniforme) sont donc égaux; or HL est égal à DG par hypothèse; les espaces DF et DG sont donc égaux, la partie au tout, ce qui est absurde. Par conséquent, les temps OP et QV sont égaux, comme on l'avait affirmé.

Proposition 2

Tout point d'un corps mu uniformément se meut lui-même d'un mouvement uniforme.

En effet tout point d'un mobile mu uniformément parcourt des espaces égaux en des temps égaux (par définition), et n'importe quel point d'un

25

tum sit quam ipsummet) æqualibus temporibus æqualia absolvit spatia; ergo (per eandem definitionem) uniformi motu movetur.

Propositio 3

Omne mobile cuius quodlibet punctum uniformiter mo-
5 vetur, ipsummet motu uniformi movetur.

Nam mobile cuius quodlibet punctum uniformiter movetur, ejus (per definitionem) cujuslibet puncti quodlibet punctum, id est, ejus quodlibet punctum æqualibus temporibus, æqualia absolvit spatia; quod (per definitionem) est mobile uniformiter moveri.

10

Propositio 4

In motu uniformi multiplis temporibus impensis, æqui-
multipla sunt spatia absoluta a mobilis puncto.

Hoc est, si punctum mobilis tempore simplo percurrat spatium sim-
plum, tempore duplo, triplo, quadruplo etc. absolvet respectu spatium
15 duplum, triplum, quadruplum. Nam si simplo absolvit simplum, altero
simplo æquali absolvet rursus simplum æquale (per definitionem). Ergo
bis simplo bis simplum, hoc est, duplo duplum, et ita porro.

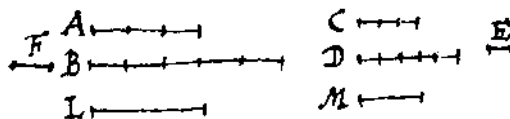


Figura 13

Propositio 5

[602]

In motu uniformi spatia absoluta a mobilis puncto sunt
20 temporibus impensis proportionalia.

Ponamus (Figura 13.) punctum mobilis uniformiter moti absolvere spa-
tium *A* tempore *C*, et spatium *B* tempore *D*; dico esse *A* ad *B*, ut *C* ad *D*.
Et quidem si tempora sunt commensurabilia, sit maxima eorum mensura
communis, æqualis ipsi *E*; et sit exempli causa *C* triplum ipsius *E*, et *D*
25 quintuplum, erit *C* ad *D*, ut 3 ad 5. Et tempore æquali ipsi *E*, percursa sit
pars ipsius *A* æqualis ipsi *F*; ergo (per præcedentem) *A* percursa tempore
C triplo ejus quo percursa est æqualis ipsi *F*, erit tripla ipsius *F*; jam pars
ipsius *B* percursa tempore æquali ipsi *E*, est etiam æqualis ipsi *F* (ex defini-
tione motus uniformis); ergo (rursus per præcedentem) *B* percursa tempore

point qui parcourt des espaces égaux en des temps égaux parcourt des espaces égaux en des temps égaux (puisqu'il n'y a pas d'autre point en un point, que lui-même); donc (par la même définition) il se meut d'un mouvement uniforme.

Proposition 3

5

Tout mobile dont chaque point se meut d'un mouvement uniforme, se meut lui-même d'un mouvement uniforme.

En effet, si tout point d'un mobile se meut d'un mouvement uniforme, alors (par définition) tout point d'un point de ce mobile, c'est-à-dire tout point de ce mobile, parcourt des espaces égaux en des temps égaux, c'est-à-dire (par définition) que le mobile se meut d'un mouvement uniforme. 10

Proposition 4

Dans un mouvement uniforme, pour des temps employés multiples les uns des autres, les espaces parcourus par un point du mobile sont les mêmes multiples.

C'est-à-dire que, si un point du mobile parcourt un espace simple en 15 un temps simple, en un temps double, triple, quadruple, etc., il parcourra un espace double, triple, quadruple. En effet, si en un temps simple, il parcourt un espace simple, en un autre temps simple il parcourra de nouveau un espace simple (par définition); donc en deux fois un temps simple il parcourra deux fois un espace simple, c'est-à-dire le double en un temps 20 double, et ainsi de suite.

Proposition 5

Dans un mouvement uniforme, les espaces parcourus par un point du mobile sont proportionnels aux temps employés.

Supposons (figure 13 [p. 127]) qu'un point du mobile mû uniformément 25 parcourre l'espace A dans le temps C , et l'espace B dans le temps D ; je dis que A est à B comme C est à D . Et donc, si les temps sont commensurables, que leur plus grande commune mesure soit égale à E ; et soit par exemple C triple de E , et D quintuple, C sera à D comme 3 à 5. Et que, en un temps égal à E , la partie de A parcourue soit égale à F . Donc (par la proposition 30 précédente), A étant parcouru en un temps triple de celui durant lequel une partie égale à F est parcourue, il sera triple de F . Dès lors, la partie de B parcourue en un temps égal à E est aussi égale à F (par la définition du mouvement uniforme). Donc (de nouveau par la proposition précédente)

D quintuplo ejus quo percursa est æqualis ipsi F , erit quintupla ipsius F ; ergo erit etiam A ad B , ut 3 ad 5. Quod si rationes sint incommensurabiles, constat ex Euclide reduci posse ad commensurabiles sic, ut error minor sit errore quovis dato; adeoque nullus. Universaliter igitur vera propositio est.

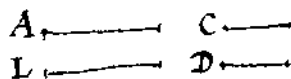


Figura 14

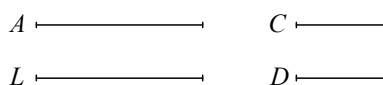


Figure 14

5

Propositio 6

Si spatia a quovis mobilis puncto percursa sint temporibus impensis proportionalia, motus est uniformis.

Sit enim (Figura 14.) punctum mobilis percurrens tempore C lineam A , et tempore D lineam L , et sint tempora C et D æqualia; jam C ad D est
 10 ut A ad L ex Hypothesi; ergo etiam lineæ A et L erunt æquales. Et proinde æqualibus temporibus æqualia spatia percurreuntur, quod est motum esse uniformem.

Propositio 7.

[617]

Si diversa mobilia moveantur motibus uniformibus,
 15 spatia æqualibus temporibus a mobilium punctis percursa erunt proportionalia.

Sit (Figura 15.) punctum A describens lineam L tempore æquali ipsi T , et lineam P tempore æquali ipsi V , et ob motum uniformem erit L ad P , ut T ad V (per propositionem 5.) Similiter B describat lineam M tempore
 20 æquali ipsi T , et lineam Q tempore æquali ipsi V , et ob motum uniformem erit T ad V , ut M ad Q . Ergo L ad P , ut M ad Q , seu L ad M ut P ad Q . Quod asserebatur.

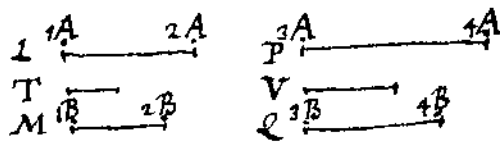


Figura 15

B parcouru en un temps D quintuple de celui durant lequel est parcourue la partie égale à F , sera quintuple de F . Donc A sera aussi à B comme 3 à 5. Mais si les raisons entre les temps sont incommensurables, il est établi selon Euclide¹ qu'elles peuvent être réduites à des commensurables, de façon à ce que l'erreur soit moindre que toute erreur donnée, c'est-à-dire qu'elle soit 5 nulle. La proposition est donc vraie universellement.

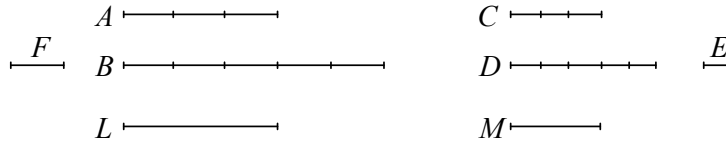


Figure 13

Proposition 6

Si les espaces parcourus par n'importe quel point du mobile sont proportionnels aux temps employés, le mouvement est uniforme.

Soit en effet (figure 14) un point du mobile parcourant en un temps C 10 la ligne A , et en un temps D la ligne L , et que les temps C et D soient égaux. Or C est à D comme A est à L , par hypothèse. Donc les lignes A et L sont aussi égales. Et ainsi des espaces égaux sont parcourus en des temps égaux, c'est-à-dire que le mouvement est uniforme.

Proposition 7

15

Si différents mobiles se meuvent de mouvements uniformes, les espaces parcourus en des temps égaux par les points des mobiles seront proportionnels.

Soit (figure 15 [p. 129]) un point A décrivant la ligne L en un temps égal à T , et la ligne P en un temps égal à V , alors du fait du mouvement uniforme L sera à P comme T est à V (par la proposition 5). De même B décrit la 20 ligne M en un temps égal à T , et la ligne Q en un temps égal à V , et du fait du mouvement uniforme T sera à V comme M est à Q . L sera donc à P comme M est à Q , ou L à M comme P à Q . Ce qui était affirmé.

¹ *Stricto sensu*, on ne trouve pas cela dans Euclide. Mais l'approximation d'une raison commensurable par une raison incommensurable est une extension du procédé par lequel Euclide établit son critère d'incommensurabilité, *Eléments*, Livre X, prop. 2. Ce que l'on appelle l'algorithme d'Euclide.

Propositio 8

Si spatia æqualibus temporibus a diversorum mobilium punctis percurta sint proportionalia, unumquodque mobile movetur motu uniformi. Est conversa præcedentis.

- 5 Sit (Figura 16.) punctum A quodcunque unius mobilis, describens lineas L et P , temporibus T et V , et punctum B quodcunque alterius mobilis describens lineas M et Q temporibus E et N . Sintque æqualia, tempus T tempori E , et tempus V tempori N ; erit (ex hypothesi) L ad P , ut M ad Q . Jam in motu alterutrius mobilium ut B assumatur aliud tempus ut S
- 10 æquale tempori E vel T , eoque tempore S describat lineam R ; ostendendum est lineam R fore æqualem ipsi M , adeoque ex æqualibus temporibus sequi æqualia cujuslibet in mobili puncti B absoluta esse spatia, quod est mobilis motum esse uniformum (ex definitione). Nempe ob tempora S et T æqualia, itemque N et V æqualia, erunt lineæ R ad Q , ut L ad P ; sed ob
- 15 tempora E et T itemque N et V æqualia, sunt etiam lineæ M ad Q , ut L ad P ; ergo R et M sunt æquales, et quia similis ratiocinatio etiam in alterius mobilis puncto A institui potest, similiter ipsum quoque uniformiter moveri concluditur. Quod asserebatur. [61v]

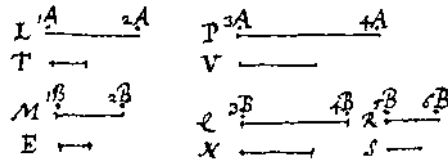


Figura 16

- Si iisdem tantum temporibus (non vero æqualibus quibuscunque) describerentur spatia proportionalia, non sequeretur motus uniformis; unde problema mox sequens solvi potest.

Propositio 9

Mobilis uniformiter moti puncta æqualibus temporibus spatia describunt proportionalia.

- 25 Nam mobilis uniformiter moti puncta moventur uniformiter (per supra demonstrata). Sed plura mota uniformiter æqualibus temporibus proportionalia describunt spatia (per propositionem 7.)

18 Quod (1) etc. *del.* (2) asserebatur *add.* A 27 per (1) precedente *corr.* (2) prop. A

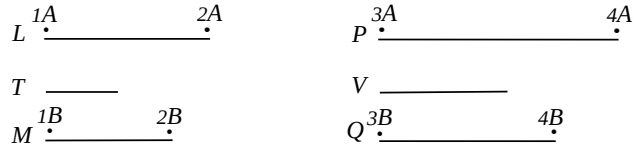


Figure 15

Proposition 8

Si les espaces parcourus en des temps égaux par les points de différents mobiles sont proportionnels, chaque mobile se meut d'un mouvement uniforme. C'est la réciproque de la proposition précédente.

Soit (figure 16 [p. 131]) un point A quelconque d'un mobile, décrivant 5 les lignes L et P dans les temps T et V , et B un point quelconque d'un autre mobile, décrivant les lignes M et Q dans le temps E et N , et que le temps T soit égal au temps E , le temps V au temps Q ; alors (par hypothèse) L sera à P comme M à Q . Maintenant, dans le mouvement de l'un des deux mobiles, comme B , prenons un autre temps comme S égal au temps E ou T , et qu'en 10 ce temps S , B décrive la ligne R ; il faut montrer que la ligne R est égale à M , de sorte que de l'égalité des temps découle l'égalité des espaces parcourus par un point B quelconque du mobile, c'est-à-dire que le mouvement du mobile soit uniforme (suivant la définition). De fait, comme les temps S et T sont égaux, ainsi que les temps N et V , la ligne R sera à la ligne Q 15 comme L à P , mais, comme les temps E et T sont égaux ainsi que les temps N et V , la ligne M est aussi à Q comme L est à P ; les lignes R et M sont donc égales, et puisque le même raisonnement peut être tenu pour un point quelconque A de l'autre mobile, on démontre de même qu'il se meut aussi d'un mouvement uniforme. Ce qui était affirmé. 20

Si nous avons dit que des espaces proportionnels sont décrits dans les mêmes temps seulement (mais non en n'importe quels temps égaux), le mouvement uniforme n'en aurait pas résulté; c'est pourquoi le problème qui va bientôt suivre peut être résolu.

Proposition 9

25

Les points d'un mobile mu uniformément décriront des espaces proportionnels en des temps égaux.

En effet, les points d'un mobile mu uniformément se meuvent eux-mêmes uniformément (par ce qu'on a démontré plus haut [prop.2]). Or

Propositio 10. Problema

Exhibere mobilia unumquodque motu non uniformi motum, quæ iisdem temporibus durante motu spatia describunt proportionalia.

- 5 Sit (Figura 17.) punctum A æqualibus temporibus CD, DE, EF, FG describens lineas ${}_1A_2A, {}_2A_3A, {}_3A_4A, {}_4A_5A$; ex quibus duæ priores sint æquales, et duæ posteriores etiam æquales inter se, sed inæquales prioribus. Et punctum B iisdem temporibus describat lineas ${}_1B_2B, {}_2B_3B, {}_3B_4B, {}_4B_5B$; ita ut etiam duæ priores sint æquales inter se, et duæ quoque posteriores, licet
 10 inæquales prioribus; quælibet autem linea describatur motu uniformi; et sit ${}_1A_2A$ ad ${}_3A_4A$, ut ${}_1B_2B$ ad ${}_3B_4B$; utique iisdem temporibus spatia describuntur proportionalia. De temporibus assignatis patet; idem ostenditur et de eorum partibus, quia sunt partes temporum motus uniformis; ac proinde et in temporibus inde compositis [utcunque]. Totus tamen motus ipsius A
 15 non est uniformis, quia æqualibus temporibus DE, EF , spatia describuntur inæqualia, ${}_2A_3A$ et ${}_3A_4A$; idemque est in B ; quod erat propositum. [62r]

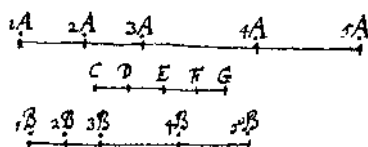


Figura 17

plusieurs mobiles mus uniformément décrivent des espaces proportionnels en des temps égaux (par la proposition 7 précédente).

PROPOSITION 10. Problème

Trouver des mobiles dont chacun soit mu d'un mouvement non uniforme, mais qui dans les mêmes temps durant le mouvement décrivent des espaces proportionnels

Soit (figure 17) un point A décrivant dans les temps égaux CD , DE , EF , FG les lignes ${}_1A_2A$, ${}_2A_3A$, ${}_3A_4A$, ${}_4A_5A$, dont les deux premières soient égales entre elles, et les deux dernières soient aussi égales entre elles mais inégales aux premières. Et que le point B dans les mêmes temps décrive les lignes ${}_1B_2B$, ${}_2B_3B$, ${}_3B_4B$, ${}_4B_5B$, de sorte aussi que les deux premières soient égales entre elles et aussi les deux dernières, inégales cependant aux premières. Qu'en outre chacune de ces lignes soit décrite par un mouvement uniforme, et que ${}_1A_2A$ soit à ${}_3A_4A$ comme ${}_1B_2B$ est à ${}_3B_4B$; alors certes, dans les mêmes temps seront décrits des espaces proportionnels. Cela est évident pour les temps assignés; on le montre aussi pour leurs parties, puisque ce sont les parties des temps d'un mouvement uniforme; et par suite pour les temps qui en sont composés, de quelque façon qu'on les compose. Toutefois le mouvement total de A n'est pas uniforme, puisque dans les temps égaux DE , EF sont décrits les espaces inégaux ${}_2A_3A$ et ${}_3A_4A$. Il en est de même pour B . Ce qui était demandé.

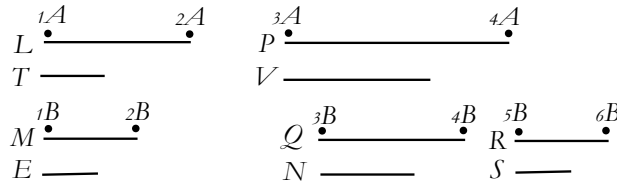


Figure 16

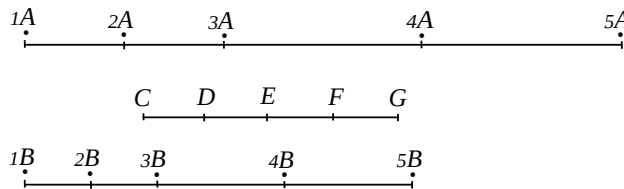


Figure 17

CAPUT 3. DE VELOCITATE IN MOTU ÆQUIDISTRIBUTO

[62r]

Definitio 1

MOTU ÆQUALITER DISTRIBUTO MOVETUR, cujus punctum line-
5 am describit lineæ a quovis ejusdem mobilis puncto eo-
dem tempore descriptæ æqualem. Dicemus et MOTUM ÆQUIDI-
STRIBUTUM.

Veluti si (Figura 18.) mobile $ABCD$ transferatur ex loco ${}_1A{}_1B{}_1C{}_1D$ per
 ${}_2A{}_2B{}_2C{}_2D$ in ${}_3A{}_3B{}_3C{}_3D$, et punctum ejus B describat lineam ${}_1B{}_2B{}_3B$; tunc
10 si motus sit æqualiter distributus, aliudque ejusdem mobilis punctum quo-
dcunque C describat lineam ${}_1C{}_2C{}_3C$, æquales erunt lineæ ${}_1B{}_2B{}_3B$, et ${}_1C{}_2C{}_3C$.
Et vicissim si æquales reperientur punctorum mobilis quorumcunque lineæ
eodem tempore descriptæ, motus erit æqualiter distributus.

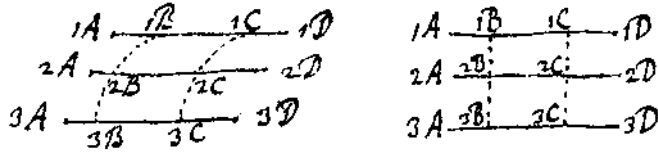


Figura 18

Definitio 2

15 VELOCITAS IN MOTU ÆQUALITER DISTRIBUTO est affectio mobi-
lis formalis, seu ex solo motu inexistens quæ propor-
tionalis est lineæ quam describeret punctum mobilis, si
motus per datæ magnitudinis tempus hac eadem mobilis
affectione retenta continuaretur. Eadem autem manet, si
20 idem punctum æqualibus temporibus æqualia describat
spatia.

Sit (Figura 19. [p. 134]) mobile AB , cujus motus ${}_1A{}_1B{}_3A{}_3B$ sit æquidi-
stributus, ita ut lineæ ${}_1A{}_2A{}_3A$, et ${}_1C{}_2C{}_3C$ a duobus punctis quibuscunque
16 formalis, ... inexistens *add. A*

CHAPITRE 3. DE LA VITESSE DANS LE MOUVEMENT ÉQUIDISTRIBUÉ

Définition 1

EST DIT SE MOUVOIR D'UN MOUVEMENT ÉQUIDISTRIBUÉ, *ce dont chaque point décrit une ligne égale à la ligne décrite dans le même temps par n'importe quel point du même mobile. Nous dirons aussi qu'un tel MOUVEMENT est ÉQUIDISTRIBUÉ.*

Ainsi, que le mobile $ABCD$ (figure 18) soit transporté du lieu ${}_1A{}_1B{}_1C{}_1D$ par ${}_2A{}_2B{}_2C{}_2D$ jusqu'à ${}_3A{}_3B{}_3C{}_3D$, et que son point B décrive la ligne ${}_1B{}_2B{}_3B$; alors si le mouvement est également distribué, et si un autre point quelconque C de ce mobile décrit une ligne ${}_1C{}_2C{}_3C$, les lignes ${}_1B{}_2B{}_3B$ et ${}_1C{}_2C{}_3C$ seront égales. Et inversement si toutes les lignes décrites en même temps par des points quelconques du mobile se trouvent égales, le mouvement sera équidistribué.

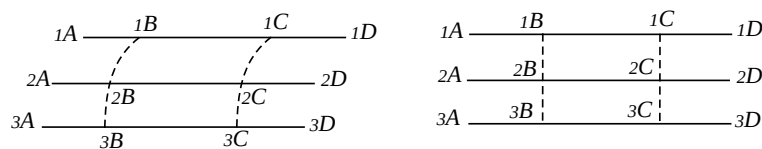


Figure 18

Définition 2

15

LA VITESSE DANS LE MOUVEMENT ÉQUIDISTRIBUÉ *est une affection formelle du mobile* (c'est-à-dire qui s'y trouve par le seul mouvement), qui est proportionnelle à la ligne que décrirait un point du mobile, si le mouvement, durant un temps d'une grandeur donnée, se prolongeait en retenant cette même affection du mobile. Or celle-ci reste la même, si le même point décrit des espaces égaux en des temps égaux.

Soit (figure 19 [p. 135]) le mobile AB , dont le mouvement ${}_1A{}_1B{}_3A{}_3B$ est équidistribué, de sorte que les lignes ${}_1A{}_2A{}_3A$ et ${}_1C{}_2C{}_3C$ décrites durant le même temps T par deux points quelconques A et C du mobile soient égales entre elles. Et que la vitesse du mobile AB , lorsqu'il traverse le lieu (ou la

25

mobilis A et C descriptæ eodem tempore F sint inter se æquales. Et velocitas
 mobilis AB dum transit per locum (seu vestigium) ${}_1A_1B$ sit V . Hanc ita æsti-
 mabimus: si mobile durante motus ${}_1A_1B_3A_3B$ retinet eandem velocitatem, [62v]
 hoc ipso motu utemur, ut sequitur. Si non retinet eandem velocitatem,
 5 fingamus eandem velocitatem retinere, seu mobile AB ex ${}_1A_1B$ porro pro-
 gredi, non motu proposito ${}_1A_1B_3A_3B$, sed alio æquivalente et æquidistributo
 ${}_1A_1B_{13}A_{13}B$, et tempore datæ magnitudinis puncto aliquo suo C percurrere
 rectam ${}_1C_{12}C_{13}C$; hanc possumus sumere pro mensura velocitatis, ita ut
 longitudo hujus lineæ repræsentet velocitatem V , hoc est, ut velocitates sint
 10 hujusmodi rectis proportionales. Quorum diversa puncta inæquales simul
 lineas describunt, ut fit verbi gratia cum corpus movetur circa suum axem;
 de his dubitari potest, an aliquam habeant certam velocitatem; possumus
 tamen et tali corpori velocitatem quandam ascribere mediam, qua si
 ponatur motum mobile motu uniformiter distributo, idem quod prius in
 15 summa prodeat secundum certum æstimandi modum.

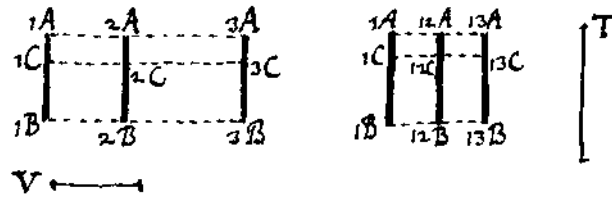


Figura 19

Definitio 3

LONGITUDO MOTUS ÆQUALITER DISTRIBUTI est longitudo lineæ
 quam aliquod mobilis punctum describit.

Ut ${}_1C_2C_3C$ (Figura 19.) est longitudo lineæ motus æqualiter distributi
 20 ${}_1A_1B_3A_3B$. Interim, si linea quædam moveretur motu inæqualiter distri-
 buto, ita ut diversa puncta simul inæquales vias describant, poterit etiam
 longitudo quædam totius motus concipi, quæ sit media certo modo
 inter omnes singulorum punctorum vias, ita ut idem in summa prodeat.

Propositio 1

25 Quicquid est in mobili, motum æqualiter distributum
 habente, id ipsum motu æqualiter distributo movetur.

trace¹) ${}_1A_1B$ soit V . Nous estimerons cette vitesse ainsi : si le mobile durant le mouvement ${}_1A_1B_3A_3B$ conserve la même vitesse, nous utiliserons ce mouvement lui-même, comme il s'ensuit. S'il ne conserve pas la même vitesse, imaginons qu'il retienne la même vitesse, autrement dit que le mobile AB s'avance de ${}_1A_1B$, non pas selon le mouvement proposé ${}_1A_1B_3A_3B$, mais 5 selon un autre mouvement de même vitesse et équidistribué ${}_1A_1B_{13}A_{13}B$; et que dans un temps d'une grandeur donnée, la droite ${}_1C_{12}C_{13}C$ soit parcourue par un de ses points C ; nous pouvons prendre celle-ci pour mesure de la vitesse, de sorte que la longueur de cette ligne représente la vitesse V , c'est-à-dire que les vitesses sont proportionnelles aux droites ainsi faites. Quant aux 10 mobiles dont différents points décrivent simultanément des lignes inégales, comme par exemple quand un corps se meut autour de son axe, on peut douter s'ils ont une vitesse déterminée; nous pouvons néanmoins attribuer aussi à un tel corps une vitesse moyenne, telle que si le mobile est supposé mû à cette vitesse d'un mouvement uniformément distribué, on obtient le 15 même résultat qu'auparavant dans la somme, selon un mode d'estimation déterminé.

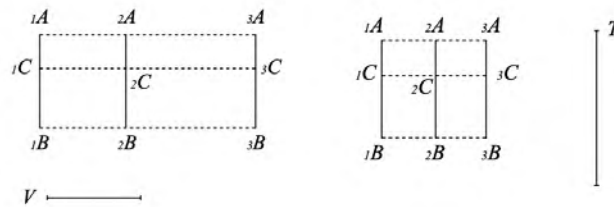


Figure 19

Définition 3

LA LONGUEUR D'UN MOUVEMENT ÉGALEMENT DISTRIBUÉ est la longueur de la ligne que décrit quelque point du mobile. 20

Ainsi la longueur de la ligne ${}_1C_2C_3C$ (figure 19) est celle du mouvement ${}_1A_1B_3A_3B$ également distribué. Par ailleurs, si quelque ligne est mue d'un mouvement inégalement distribué, de sorte que différents points décrivent en même temps des chemins inégaux, on pourra encore concevoir une longueur du mouvement total, qui soit moyenne d'une certaine façon 25 entre tous les chemins des points singuliers, de sorte qu'on obtient le même résultat dans la somme.

¹Cf. supra, Sectio 2, Cap. 1, definitio 3.

Sit (Figura 20.) AB cujus motus ${}_1A{}_2B{}_2A{}_2B$ æqualiter distributus et in ipso AB sit CD ; ajo et hujus motum ${}_1C{}_1D{}_2C{}_2D$ fore æqualiter distributum. Nam quodlibet punctum ipsius CD est punctum ipsius AB , et quodlibet punctum ipsius AB æquales tempore quovis T lineas describit (per definitionem 1. hic), ergo et quodlibet punctum ipsius CD æquales tempore quovis T lineas describit; id est (per definitionem 1.) CD motum habet æqualiter distributum.

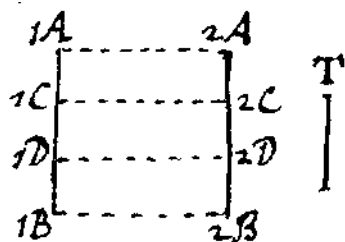


Figura 20

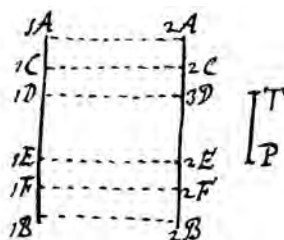


Figura 21

Propositio 2

Quæ insunt mobili motum habenti æquidistributum, eorum velocitates simul existentes sunt æquales; et vicissim, si eorum quæ mobili insunt velocitates simul existentes sint æquales, motus est æqualiter distributus (seu æquidistributus.)

Sit (Figura 21.) mobile AB , cujus motus æquidistributus; et sint in mobili duo quæcunque ut CD et EF ; ajo eorum velocitates existentes eodem instanti T , esse æquales. Ponatur mobile motu æquidistributo latum, eundem æquivelociter continuare per tempus TP , eoque tempore transferri ex ${}_1A{}_1B$ in ${}_2A{}_2B$, et puncta C et E lineas describere ${}_1C{}_2C$, ${}_1E{}_2E$; jam quia AB movetur motu æqualiter distributo, etiam CD et EF moventur unumquodque motu æqualiter distributo (per propositionem 1.) Ergo (per definitionem 2.) velocitas ipsius CD est ad velocitatem ipsius EF , ut ${}_1C{}_2C$ ad ${}_1E{}_2E$; sed ${}_1C{}_2C$ et ${}_1E{}_2E$ sunt lineæ æquales, (per definitionem 1.) ergo et velocitas ipsius CD velocitati ipsius EF æqualis est. Vicissim, si velocitates ipsorum CD et EF sunt æquales, erunt et lineæ ${}_1C{}_2C$ et ${}_1E{}_2E$ æquales (per definitionem 2.)[;]
quod cum de quibusvis ipsius mobilis AB punctis dici possit, utique (per definitionem 1.) motus erit æquidistributus (seu æqualiter distributus).

4-6 per ... describit add. A

Proposition 1

Tout ce qui se trouve dans un mobile ayant un mouvement également distribué, se meut lui-même d'un mouvement également distribué.

Soit (figure 20) AB ayant un mouvement ${}_1A{}_1B{}_2A{}_2B$ également distribué, et soit CD dans AB ; j'affirme que le mouvement de celui-ci ${}_1C{}_1D{}_2C{}_2D$, sera 5 aussi également distribué. En effet, tout point de CD est un point de AB ; et tout point de AB décrit des lignes égales en un temps T quelconque (par la définition 1); donc tout point de CD aussi décrit des lignes égales en un temps T quelconque, c'est-à-dire (par la définition 1) que CD a un mouvement également distribué. 10

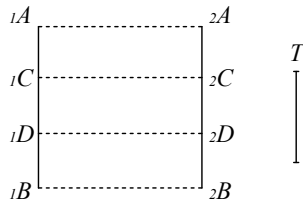


Figure 20

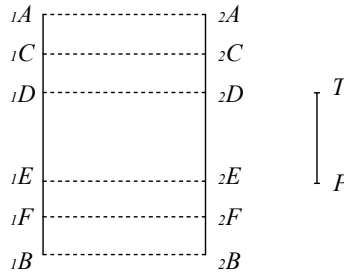


Figure 21

Proposition 2

Les parties d'un mobile ayant un mouvement équidistribué ont des vitesses simultanées égales; et inversement, si les vitesses simultanées des parties d'un mobile sont égales, son mouvement est également distribué (ou équidistribué).

Soit (figure 21) un mobile AB dont le mouvement est équidistribué, 15 et soient deux parties quelconques de ce mobile comme CD et EF ; je dis que leurs vitesses au même instant T sont égales. Supposons que le mobile, transporté d'un mouvement équidistribué, continue le même mouvement à une vitesse égale durant le temps TP , et que durant ce temps il soit trans- 20 porté de ${}_1A{}_1B$ à ${}_2A{}_2B$, et que les points C et E décrivent les lignes ${}_1C{}_2C$ et ${}_1E{}_2E$. Alors, puisque AB se meut d'un mouvement également distribué, CD et EF aussi se meuvent chacune d'un mouvement également distribué (par la proposition 1). Donc (par la définition 2) la vitesse de CD est à la vitesse de EF comme ${}_1C{}_2C$ est à ${}_1E{}_2E$. Mais ${}_1C{}_2C$ et ${}_1E{}_2E$ sont des lignes égales (par la définition 1), donc la vitesse de CD est aussi égale à la vitesse de EF . 25 Réciproquement, si les vitesses de CD et EF sont égales, les lignes ${}_1C{}_2C$ et

Propositio 3

Æqualis est velocitas mobilis et puncti in eo sumti, si motus mobilis sit æquidistributus.

Nam (Figura 22.) et punctum C , et ipsum mobile AB , mobili AB insunt.
 5 Ergo (per propositionem 2.) æqualis est eorum velocitas.

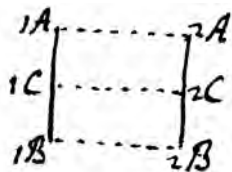


Figura 22

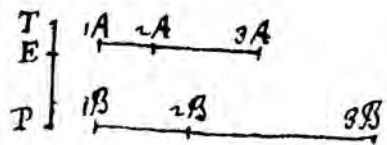


Figura 23

Propositio 4.

[63v]

In motibus æquidistributis, si duorum mobilium quæcunque eodem tempore descriptæ longitudines motus, seu viæ punctorum sint proportionales, etiam velocitates
 10 simul existentes erunt proportionales. Et vicissim.

Sit (Figura 23.) punctum mobilis unius A , alterius B , et lineæ ab his simul descriptæ seu longitudines motus quæcunque sint $1A_2A$, $1B_2B$, descriptæ tempore TE , et $1A_3A$, $1B_3B$ descriptæ tempore TEP . Jam si semper sit $1A_2A$ ad $1B_2B$, ut $1A_3A$ ad $1B_3B$, ajo et velocitatem ipsius A in instanti
 15 aliquo E , esse ad velocitatem ejusdem A in alio instanti P , ut velocitas ipsius B in instanti E ad velocitatem ipsius B in instanti P ; nam in motu æquidistributo datis semper velocitatibus dantur hæ longitudines et vicissim. Generaliter autem quæ discerni non possunt per determinantia, nec discerni possunt per determinata.

20 Hac propositione non utor in sequentibus, alioqui demonstrarem more recepto prolixiore. Nunc usus sum novo hoc demonstrandi principio latissime patente, (alias explicando), ut aliquod ejus indicium facerem.

Propositio 5

Quæ de motu æquidistributo generaliter vera sunt, ea
 25 etiam de motu puncti sunt vera.

Nam omne punctum quod sumi potest in puncto A , est ipsum A ; ergo et linea quam describit quodcunque punctum in A sumtum tempore

${}_1E_2F$ seront aussi égales (par la définition 2). Comme cela peut être affirmé de tout point du mobile AB , son mouvement assurément (par la définition 1) sera équidistribué (ou également distribué).

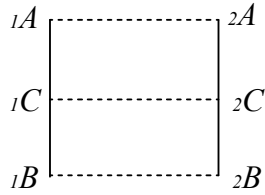


Figure 22

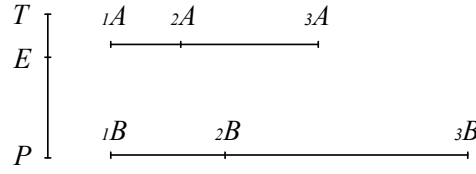


Figure 23

Proposition 3

La vitesse d'un mobile est égale à celle d'un point pris dans ce mobile, si le mouvement du mobile est équidistribué.

En effet (figure 22) et le point C et le mobile même AB sont contenus dans le mobile AB . Donc (par la proposition 2) leurs vitesses sont égales.

Proposition 4

Dans les mouvements équidistribués, si chacune des longueurs du mouvement décrites en un même temps par deux mobiles, ou les chemins de leurs points, sont proportionnelles, leurs vitesses simultanées seront aussi proportionnelles; et réciproquement.

Soit (figure 23) A un point d'un mobile, B un point d'un autre mobile, et que les lignes décrites simultanément par ces points ou chacune des longueurs du mouvement, soient ${}_1A_2B$, ${}_1B_2B$, décrites durant le temps TE , et ${}_1A_3A$, ${}_1B_3B$, décrites durant le temps TEP . Alors, si ${}_1A_2B$ est toujours à ${}_1B_2B$, comme ${}_1A_3A$ est à ${}_1B_3B$, je dis que la vitesse aussi de A en quelque instant E est à la vitesse du même A en un autre instant P , comme la vitesse de B à l'instant E est à la vitesse de B à l'instant P ; en effet, dans un mouvement équidistribué, si les vitesses sont données ces longueurs le sont toujours aussi, et réciproquement. Car de façon générale les choses qui ne peuvent être discernées par leurs déterminants, ne peuvent pas non plus être discernées par les déterminés.

Je n'utilise pas cette proposition dans la suite, sinon je l'aurais démontrée plus en détail à la manière usuelle. J'ai employé présentement ce nouveau principe de démonstration d'une grande évidence (à expliquer ailleurs), afin d'en donner un aperçu.

T , coincidit ei quam describit A tempore T , ergo et æqualis est ei quam describit A tempore T . Itaque omne punctum quod in A sumi potest tempore quocunque T lineam describit æqualem, quod (per definitionem 1.) est motum esse uniformiter distributum. Quemadmodum Modi Logico-
 5 rum circa propositiones universales verificantur, et excellenter quidem, in singularibus; ita nos Motus æquidistributi talem definitionem dedimus, ut exemplum ejus et quidem simplicissimum sit ipsius puncti motus, in quo cum non nisi unicum mobile assignari possit (nempe punctum ipsummet) utique omne quod assumi in eo potest dato tempore lineam describit datæ
 10 æqualem. Interim fateor vocabulum motus æquidistributi puncto non satis convenire; sed cum defectu verborum laboremus, suffecerit constare de re.

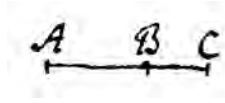


Figura 24

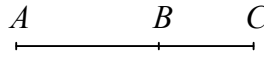


Figure 24

Propositio 6

Totum, et quicquid ei inest, æquali velocitate moventur, si motus est æquidistributus; et vicissim, motus æquidistributus est, si totum et quicquid ei inest æquali
 15 velocitate moventur.

Sit (Figura 24.) totum ABC , et pars ejus vel inexistentis AB , motusque ipsius ABC sit æquidistributus, erit et motus ipsius AB æquidistributus (per propositionem 1. hic.) Itaque eadem est velocitas totius ABC et puncti A
 20 (per propositionem 3. hic); rursus eadem est velocitas puncti A et partis AB (per eandem propositionem 3.) Ergo eadem est velocitas totius ABC et partis AB . Vicissim si totum ABC et quicquid ei inest æquali velocitate moventur, etiam quæ ipsi insunt, æquali inter se velocitate moventur. Et proinde (per propositionem 2. hic) motus est æquidistributus.

Proposition 5

Tout ce qui est vrai du mouvement équidistribué en général, est vrai aussi du mouvement d'un point.

En effet tout point, qui peut être pris dans le point A , est le point A lui-même ; donc la ligne décrite par un point quelconque pris dans A pendant le temps T coïncide aussi avec celle que décrit A pendant le temps T . Par conséquent tout point, qui peut être pris en A en un temps quelconque T , décrit une ligne égale, ce qui (par la définition 1) est un mouvement uniformément distribué. De même que les modes des logiciens concernant les propositions universelles se vérifient, et même par excellence, dans les propositions singulières ; de même avons-nous donné une définition du mouvement équidistribué telle qu'elle ait pour exemple, et pour exemple le plus simple, le mouvement d'un point, dans lequel, puisqu'un unique mobile peut y être assigné (à savoir le point lui-même), tout ce qui peut être pris en lui décrit en un temps donné une ligne égale à la ligne donnée. Cependant je reconnais que l'appellation de mouvement équidistribué ne convient pas tout-à-fait à un point ; mais comme nous souffrons de ce défaut des mots, il suffira de s'accorder sur la chose.

Proposition 6

Un tout, et tout ce qui est en lui, se meuvent d'une vitesse égale, si le mouvement est équidistribué ; et réciproquement, le mouvement est équidistribué si le tout et tout ce qui est en lui se meuvent à la même vitesse.

Soit (figure 24) un tout ABC , et AB une partie ou quelque chose qui est en lui, et que le mouvement de ABC soit équidistribué, alors le mouvement de AB sera aussi équidistribué (par la proposition 1). C'est pourquoi, la vitesse du tout ABC est la même que celle du point A (par la proposition 3) ; et d'autre part la vitesse du point A est aussi la même que celle du tout AB (par la même proposition 3). Donc la vitesse du tout ABC est la même que celle de la partie AB . Réciproquement, si le tout ABC et tout ce qui est en lui se meuvent à la même vitesse, alors tout ce qui y est contenu se mouvra aussi à la même vitesse. Et par conséquent (par la proposition 2) le mouvement est équidistribué.

CAPUT 4. DE VELOCITATE IN MOTU SIMUL ÆQUIDISTRIBUTO ET UNIFORMI

Definitio

[B69]

MOTUS SIMPLEX est, cum in mobili a puncto descriptum spatium, æqua-
5 le est spatio intra æquale priori tempus descripto ab ejusdem mobilis puncto
quocunque.

Corollarium 1

Motus simplex est uniformis.

Nam in motu simplice si punctum A tempore T describat spatium S ; et
10 punctum A tempore Θ æquali ipsi T describat spatium Y , erit Y æquale ipsi
 S per definitionem hic. Ergo motus est uniformis (per definitionem moti
uniformis).

Corollarium 2.

Motus simplex est æquidistributus.

15 Nam in motu simplice si punctum A tempore T describat spatium S ,
et punctum B tempore eodem T describat spatium Σ erit Σ æquale ipsi S
(per definitionem hic). Ergo motus est æquidistributus (per definitionem
motus æquidistributi).

Corollarium 3.

20 Si motus sit simul uniformis et æquidistributus est sim-
plex.

Sit moti punctum A describens tempore T , spatium S , et punctum B de-
scribens tempore Θ æquali ipsi T , spatium Σ , ajo fore S æquale ipsi Σ , seu
(per definitionem hic) motum fore simplicem. Ponatur punctum A tempo-
25 re Θ descripsisse spatium v . Erit S æquale ipsi v (per definitionem motus
uniformis) et v æquale ipsi Σ (per definitionem motus æquidistributus).
Ergo S æquale ipsi Σ .

142.3-144.6 *Definitio* ... coincidunt. *Definitionem corollariaque 1-4 add. L sua manu in
marg. p. 69 præc. cod. B. Vide vol. I, pp. 478-479.*

CHAPITRE 4. DE LA VITESSE DANS UN MOUVEMENT À LA FOIS ÉQUIDISTRIBUÉ ET UNIFORME

Definition¹

Le MOUVEMENT est SIMPLE quand dans un mobile l'espace décrit par un point est égal à l'espace décrit par n'importe quel point du même mobile pendant un temps égal au précédent. 5

Corollaire 1

Le mouvement simple est uniforme.

En effet, dans le mouvement simple si le point A décrit pendant le temps T l'espace S , et si le point A pendant un temps Θ égal à T décrit l'espace v , v sera égal à S per la définition donnée ici. Le mouvement est donc uniforme (suivant la définition du mouvement uniforme). 10

Corollaire 2

Le mouvement simple est équidistribué.

15

En effet, dans le mouvement simple si le point A décrit pendant le temps T l'espace S , et si le point A pendant un temps égal à T décrit l'espace Σ , Σ sera égal à S (suivant la définition donnée ici). Le mouvement est donc équidistribué (suivant la définition du mouvement équidistribué).

Corollaire 3

20

Si le mouvement est à la fois uniforme et équidistribué, il est simple.

Soient un point A en mouvement décrivant pendant le temps T l'espace Σ , et un point B décrivant pendant le temps Θ égal à T l'espace S , je dis que S sera égal à Σ , c'est-à-dire (par la définition donnée ici) le mouvement sera simple. Qu'on suppose que le point A ait décrit pendant le temps Θ l'espace v , S sera égal à v (suivant la définition du mouvement uniforme) et 25

¹Cette définition et les quatre corollaires suivants ont été ajoutés par Leibniz en marge de la copie antérieure. Bodenhause n ne les a pas retranscrits. Il est donc permis de supposer qu'il n'en a pas eu connaissance et que Leibniz aurait donc procédé à ces ajouts après la récupération en 1698 de ses manuscrits et des copies antérieures. Quoiqu'il en soit, nous les insérons ici à leur place conformément à notre principe d'édition.

Corollarium 4

Motus simplex idem est quod motus simul uniformis et æquidistributus.

- Nam simplex est simul uniformis et æquidistributus per corollaria 1 et 2.
 5 Et simul uniformis et æquidistributus est simplex per corollarium 3. Ergo coincidunt.

Propositio 1

Si motus puncti sit uniformis, eadem manet ejus velocitas.

- 10 Nam si motus sit uniformis, æqualibus temporibus æqualia a puncto absolvuntur spatia (per definitionem motus uniformis). Jam eadem manet velocitas, si unum punctum mobilis motum habentis æqualiter distributum, id est hoc loco puncti, æqualibus temporibus æqualia absolvat spatia. (per definitionem 2. capitis præcedentis.) [64v]

Propositio 2

- 15 Si eadem maneat puncti velocitas, motus ejus est uniformis.

- Moveatur (Figura 25.) punctum A per lineam L , et in duobus quibuscunque lineæ punctis seu locis ut ${}_1A$ vel ${}_2A$ sit eadem puncti moti velocitas; dico motum esse uniformem. Nam ponatur ex ${}_1A$ tempore æquali ipsi T absolvere lineam ${}_1A({}_1A)$, et ex ${}_2A$ tempore æquali ipsi T rursus absolvere lineam ${}_2A({}_2A)$. Jam motus puncti in ipso puncto est æquidistributus (per propositionem 5. capitis præcedentis.) Et in omni motu æquidistributo velocitates sunt, ut lineæ eadem manente velocitate descriptæ (per
 20 definitionem 2 capitis præcedentis.) Ergo velocitas in ${}_1A$ est ad velocitatem in ${}_2A$, ut ${}_1A({}_1A)$ ad ${}_2A({}_2A)$. Sed inter velocitates ratio est æqualitatis; ergo et lineæ sunt æquales. Itaque punctum æqualibus temporibus describit æquales lineas, quod (per definitionem motus uniformis) est motum puncti esse uniformem.

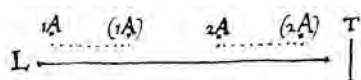


Figura 25

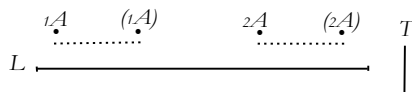


Figure 25

v sera égal à Σ (suivant la définition du mouvement équidistribué). S sera donc égal à Σ .

Corollarium 4

Le mouvement simple est identique au mouvement à la fois uniforme et équidistribué. 5

En effet le mouvement simple est à la fois uniforme et équidistribué suivant les corollaires 1 et 2. Et le mouvement à la fois uniforme et équidistribué est simple suivant le corollaire 3. Donc ils coïncident.

Proposition 1

Si le mouvement d'un point est uniforme, sa vitesse reste la même. 10

En effet, si le mouvement est uniforme, des espaces égaux sont parcourus par le point en des temps égaux (par la définition du mouvement uniforme). Or la vitesse reste la même si un point du mobile ayant un mouvement également distribué, donc en ce cas le point lui-même, parcourt des espaces égaux en des temps égaux (par la définition 2 du chapitre précédent). 15

Proposition 2

Si la vitesse d'un point reste la même, son mouvement est uniforme.

Que le point A (figure 25) soit mû sur la ligne L , et que la vitesse soit la même en deux points quelconques de la ligne, c'est-à-dire en deux lieux comme ${}_1A$ et ${}_2A$; je dis que le mouvement est uniforme. En effet, posons 20 que la ligne ${}_1A({}_1A)$ soit parcourue à partir de ${}_1A$ en un temps égal à T , et la ligne ${}_2A({}_2A)$ soit parcourue derechef à partir de ${}_2A$ en un temps égal au même temps T . Maintenant, le mouvement d'un point est équidistribué en ce point lui-même (par la prop. 5 du chapitre précédent), et dans tout mouvement équidistribué les vitesses sont comme les lignes décrites quand 25 la vitesse reste la même (par la définition 2 du chapitre précédent); la vitesse en ${}_1A$ est donc à la vitesse en ${}_2A$ comme ${}_1A({}_1A)$ est à ${}_2A({}_2A)$. Mais entre les vitesses la raison est l'égalité; donc les lignes sont aussi égales. C'est pourquoi le point décrit des lignes égales en des temps égaux, c'est-à-dire que (par la définition du mouvement uniforme) le mouvement du point 30 est uniforme.

Proposition 3

Dans ce qui est mû d'un mouvement équidistribué, ces deux [propriétés] coïncident : le mouvement du mobile est uniforme et il est de même vitesse.

Propositio 3

In eo quod motu æquidistributo movetur, coincidunt hæc duo: motum mobilis esse uniformem et æquivelocem.

Nam si mobile movetur motu uniformi, quodlibet ejus punctum move-
 5 tur motu uniformi (per propositionem 2 motus uniformi.) Ergo quodlibet
 ejus punctum eandem retinet velocitatem (per propositionem 1. hic[.] Sed
 in motu æquidistributo eadem est velocitas puncti et mobilis (per propo-
 sitionem 3. capitis præcedentis.) Ergo et mobile eandem retinet velocita-
 tem. Vicissim si mobile cujus motus est æquidistributus eandem reti-
 10 net velocitatem, etiam quodlibet ejus punctum eandem retinet velocitatem [65r]
 (per eandem propositionem 3. capitis præcedentis.) Sed punctum eandem
 retinens velocitatem movetur motu uniformi (per propositionem 2. hic);
 et cujus quodlibet punctum movetur motu uniformi, id ipsum movetur
 motu uniformi, (per propositionem 3. de motu uniformi.) Ergo mobile
 15 movetur uniformi. Itaque in motu æquidistributo tam ex motu uniformi
 sequitur eadem velocitas, quam vicissim ex eadem velocitate motus unifor-
 mis; quod est motum uniformem et æquivelocem in mobili æquidistributo
 moto coincidere.

Sed in eo cujus motus non est æquidistributus, non semper coincidunt
 20 motus æquivelox et motus uniformis, quanquam id paradoxum videri pos-
 sit. Nam quoties mobilis puncta diversas habent velocitates, tunc si mobili
 ipsi volumus tribuere certam velocitatem mediam inter diversorum punc-
 torum velocitates, fieri poterit ut mobile quidem in summam eandem ve-
 locitatem retineat, dum quod uni puncto detrahitur, alteri additur, ipsa
 25 vero puncta singula non retineant suas; quod tamen requiritur, ut mobilis
 motus sit uniformis.



Figura 26

Propositio 4

In motibus uniformibus punctorum vel æquidistribute
 motorum, velocitates mobilium sunt ut longitudes æ-
 30 qualibus temporibus percursæ.

Sint (Figura 26.) æquidistribute mota *A* et *B* absolventia temporibus ipsi
T æqualibus longitudes ${}_1A_2A$, ${}_1B_2B$ motibus uniformibus; dico esse velo-

En effet, si le mobile est mû d'un mouvement uniforme, chacun de ses points est mû d'un mouvement uniforme (par la proposition 2 du chapitre sur le Mouvement uniforme). Donc chacun de ses points retient la même vitesse (par la proposition 1). Mais dans le mouvement équidistribué la vitesse d'un point du mobile et la vitesse du mobile sont les mêmes (par la proposition 3 du chapitre précédent). Donc le mobile aussi retient la même vitesse. *Réciproquement*, si un mobile dont le mouvement est équidistribué retient la même vitesse, chacun de ses points retient aussi la même vitesse (par la même proposition 3 du chapitre précédent). Mais un point qui retient la même vitesse est mû d'un mouvement uniforme (par la proposition 2 de ce chapitre), et ce dont chaque point est mû d'un mouvement uniforme est mû lui-même d'un mouvement uniforme (par la proposition 3 du mouvement uniforme). Donc le mobile se meut d'un mouvement uniforme. C'est pourquoi dans le mouvement équidistribué, de l'uniformité du mouvement découle l'égalité de vitesse, tout comme réciproquement de l'égalité de vitesse découle l'uniformité du mouvement, autrement dit uniformité du mouvement et égalité de vitesse coïncident dans le mobile dont le mouvement est équidistribué.

Mais dans un mobile dont le mouvement n'est pas équidistribué, le mouvement de même vitesse et le mouvement uniforme ne coïncident pas toujours, bien que cela puisse sembler paradoxal. En effet, plusieurs points du mobile ont des vitesses diverses, de sorte que si nous voulons attribuer au mobile lui-même la vitesse moyenne entre les vitesses des différents points, il pourra arriver que le mobile retienne bien la même vitesse dans la somme, dès lors que ce qui est enlevé en vitesse à un point est ajouté à un autre, mais que les points singuliers ne retiennent pas leurs vitesses; ce qui est cependant requis, pour que le mouvement du mobile soit uniforme.

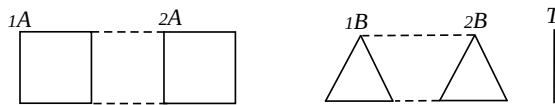


Figure 26

Proposition 4

Dans les mouvements uniformes de points ou de corps mus de façon équidistribuée, les vitesses des mobiles sont comme les longueurs parcourues en des temps égaux.

Soient (figure 26) les corps A et B mus de façon équidistribuée, parcourant en des temps égaux T les longueurs ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$ avec des mouvements

citatem in A ad velocitatem in B , ut ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_2B$. Nam in motibus æquive-
 locibus et æquidistributi motis est velocitas ad velocitatem ut ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_2B$
 (per definitionem 2. capitis præcedentis) seu ut longitudes percursæ (per
 definitionem 3. dicti capitis.) Sed in æquidistributi motis idem est motus
 5 æquivelox et uniformis (per propositionem 3. hic). Itaque in æquidistribute [65v]
 et uniformiter motis, (qualia etiam per propositionem 5. capitis præceden-
 tis semper sunt puncta uniformiter mota) velocitates sunt, ut longitudes
 æqualibus temporibus percursæ.

Ut si velocitas ipsius A sit multipla velocitatis ipsius B (ut dupla, tripla,
 10 sesquialtera etc.) Longitudo uniformiter æquali tempore percursa ab ip-
 so A erit æquimultipla (etiam respective dupla, tripla, sesquialtera) percur-
 sæ a B .

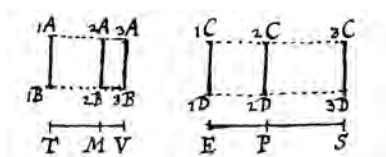


Figura 27

Propositio 5

In Motu uniformi punctorum vel æquidistribute moto-
 15 rum longitudes æqualibus amborum velocitatibus per-
 cursæ sunt ut tempora impensa. Et vicissim in æquidistr-
 ibute motis aut punctis, si semper sint longitudes ut
 tempora, motus sunt uniformes; et siquidem diversorum
 quoque mobilium invicem comparatorum longitudes
 20 percursæ sint ut tempora, velocitates mobilium sunt æ-
 quales non tantum sibi, sed et inter se.

Sint (Figura 27.) mobilia duo AB , et CD , quorum motus ${}_1A_1B_3A_3B$ item
 ${}_1C_1D_3C_3D$ facti respective temporibus TV et ES sint uniformes, et æquidi-
 distributi; et præterea velocitas ipsius AB æqualis velocitati ipsius CD ; ajo esse
 25 longitudinem ${}_1A_3A$ tempore TV percursam, ad longitudinem ${}_1C_3C$ tempore
 E percursam ut TV ad ES .

[Nam p]onantur in motu sumi tempora æqualia TM et EP , et his per-
 currantur a punctis A et C longitudes ${}_1A_2A$, ${}_1C_2C$ (per consecutarium 3.
 definitionis loci motus). Quoniam mobilia AB et CD motus sunt unifor-

27 | Nam om. C add. ed. ut in pp. A87, B73; vide vol. I, pp. 104, 482 | Ponantur corr.
 ed. |

uniformes. Je dis que la vitesse en A est à la vitesse en B comme ${}_1A_2A$ est à ${}_1B_2B$. En effet, dans les mouvements de vitesses égales et équirépartis, la vitesse est à la vitesse comme ${}_1A_2A$ est à ${}_1B_2B$ (par la définition 2 du chapitre précédent), c'est-à-dire comme les longueurs parcourues (par la définition 3 du chapitre précédent). Mais dans les mouvements équirépartis, mouvement de même vitesse et mouvement uniforme se confondent (par la proposition 3). Par conséquent, dans les corps mus de façon équirépartie et uniforme (et tels sont aussi toujours les points mus uniformément, par la proposition 5 du chapitre précédent), les vitesses sont comme les longueurs parcourues en des temps égaux.

Ainsi, si la vitesse de A est multiple de la vitesse de B (par exemple double, triple, sesquialtère, etc.), la longueur parcourue par A uniformément en un temps égal sera le même multiple (aussi respectivement double, triple, sesquialtère) de la longueur parcourue par B .

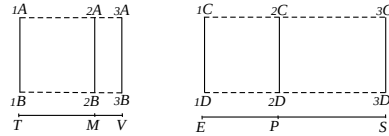


Figure 27

Proposition 5

15

Dans un mouvement uniforme de points ou de [choses] mues de façon équirépartie, les longueurs parcourues avec des vitesses égales de part et d'autre sont entre elles comme les temps dépensés. Et inversement dans les [choses] mues ou les points mus de façon équirépartie, si les longueurs sont toujours comme les temps, les mouvements sont uniformes; et si les longueurs des divers mobiles comparés entre eux sont comme les temps, les vitesses des mobiles sont égales, non seulement à elles-mêmes, mais aussi entre elles.

Soient deux mobiles AB et CD , dont les mouvements ${}_1A_1B_3A_3B$ (figure 27) et ${}_1C_1D_3C_3D$ accomplis respectivement dans les temps TV et ES soient uniformes et équirépartis; et qu'en outre la vitesse de AB soit égale à la vitesse de CD ; je dis que la longueur ${}_1A_3A$ parcourue dans le temps TV est à la longueur ${}_1C_3C$ parcourue dans le temps E comme TV est à ES . Supposons donc qu'on prenne dans ce mouvement des temps égaux TM et EP , et que dans ces temps soient parcourues par les points A et C les longueurs ${}_1A_2A_1C_2C$ (par le corollaire 3 de la définition du lieu du mouvement). Puisque les mouvements des mobiles AB et CD sont uniformes,

mes, etiam punctorum A et C motus sunt uniformes (per propositionem 2. de motu uniformi)[:] rursus quia motus mobilium AB et CD sunt æquidistributi, æqualis est velocitas puncti A et mobilis AB , itemque mobilis CD et puncti C , (per propositionem 3. capitis præcedentis.) Jam ex hypothesi, 5 æqualis est velocitas mobilis AB et mobilis CD ; ergo æqualis est velocitas puncti A et puncti C . Porro longitudo ${}_1A_2A$ et ${}_1C_2C$ motibus uniformibus a punctis A et C æqualibus temporibus TM et EP percursæ, sunt inter se ut velocitates ipsorum A et C (per præcedentem propositionem) quæ sunt æquales, ut ostendimus; ergo et ${}_1A_2A$ et ${}_1C_2C$ sunt æquales. Jam ob motum uniformem puncti est ${}_1A_3A$ ad ${}_1A_2A$ seu ad ${}_1C_2C$, ut TV ad TM seu 10 ad EP (per propositionem 5. de motu uniformi) et (per eandem) est ${}_1C_2C$ ad ${}_1C_3C$ ut EP ad ES . Ergo jungendo prima postremis, erit ${}_1A_3A$ ad ${}_1C_3C$ ut TV ad ES , longitudo scilicet a motibus AB et CD percursæ, ut tempora impensa. Eadem ratiocinatio est, si mobilia AB et CD contrahantur 15 in ipsa puncta A et C , cum puncta (per propositionem 5. capitis præcedentis) semper censeantur æquidistribute moveri. Vicissim si semper longitudo a mobili (aut mobilibus) percursæ sint ut tempora, etiam ob motum æquidistributum (per definitionem 3. capitis de motu æquidistributo) punctorum viæ erunt ut tempora; ergo (per propositionem 6. de motu uniformi) punctorum motus sunt uniformes. Ergo (per propositionem 1. hic) et velocitates punctorum constantes. Itaque (per propositionem 2. hic) et mobilis velocitas constans; id est (per propositionem 3. hic) motus uniformis. Idem est in pluribus mobilibus; nam si longitudo ab ${}_1A$ et ${}_2C$ percursæ sunt ut tempora, et a ${}_2C$ et ${}_2A$ percursæ ut tempora, etiam ab ${}_1A$ et 20 ${}_2A$ percursæ erunt ut tempora, adeoque longitudo a mobili AB percursæ, (eadem quippe quæ puncti A , per dictam definitionem 3.) sunt ut tempora. Unde jam ostendimus motum mobilis esse uniformem, idemque est in mobili CD .

Quod si denique sumto quocunque tempore motus ipsius A , ut TM , et 30 ipsius C , ut PS , sint longitudo ut tempora; erunt velocitates mobilium A et C æquales semper sibi et inter se; sibi quidem, ut ostendimus ob motum uniformem; inter se vero, nam si temporibus TM et PS percurrantur longitudo ${}_1A_2A$, et ${}_2C_3C$, sitque semper ${}_1A_2A$ ad ${}_2C_3C$, ut TM ad PS ; itaque si tempora TM , PS sint æqualia, erunt et longitudo ${}_1A_2A$ et ${}_2C_3C$ 35 æquales. Sed temporibus æqualibus velocitates sunt ut longitudo (per propositionem 4. hic). Ergo ipsorum A et B velocitates sunt æquales.

Nempe si AB et CD moveantur motibus uniformibus et æquidistributibus, et sint velocitates eorum equales, sitque ES tempus motuui impensum

les mouvements des points A et C sont aussi uniformes (par la proposition 2 sur le mouvement uniforme); de plus puisque les mouvements des mobiles AB et CD sont équidistribués, la vitesse du point A est égale à celle du mobile AB , de même celle du point C est égale à celle de CD (par la proposition 3 du chapitre précédent). Or, par hypothèse, la vitesse du mobile AB 5 est égale à celle du mobile CD ; donc la vitesse du point A est égale à celle du point C . De plus, les longueurs ${}_1A_2A$ et ${}_1C_2C$ parcourues par les points A et C dans des mouvements uniformes dans les temps égaux TM et EP sont entre elles comme les vitesses de ces points A et C (par la proposition précédente), lesquelles sont égales, comme nous l'avons montré; ${}_1A_2A$ et ${}_1C_2C$ 10 sont donc aussi égales. Or, du fait du mouvement uniforme de ce point, ${}_1A_3A$ est à ${}_1A_2A$ ou ${}_1C_2C$ comme TV est à TM ou EP (par la proposition 5 du mouvement uniforme) et (par la même) ${}_1C_2C$ est à ${}_1C_3C$ comme EP est à ES . Donc, en réunissant les premières raisons aux dernières, ${}_1A_3A$ sera à ${}_1C_3C$ comme TV est à ES , autrement dit les longueurs parcourues par les 15 mobiles AB et CD seront comme les temps dépensés. Le raisonnement est le même, si les mobiles AB et CD sont contractés dans les points A et C , puisque des points (par la proposition 5 du chapitre précédent) peuvent toujours être considérés comme mus de manière équidistribuée.

Inversement, si les longueurs parcourues par un mobile (ou des mobiles) 20 sont toujours entre elles comme les temps, alors du fait du mouvement équidistribué (par la définition 3 du chapitre sur le mouvement équidistribué) les chemins des points seront comme les temps; donc (par la proposition 6 du mouvement uniforme) les mouvements des points sont uniformes. Donc (par la proposition 1 de ce chapitre) les vitesses des points 25 sont aussi constantes. C'est pourquoi (par la proposition 2 de ce chapitre) la vitesse du mobile est aussi constante; c'est-à-dire (par la proposition 3) que le mouvement est uniforme. Il en va de même dans le cas de plusieurs mobiles. Car si les longueurs parcourues par ${}_1A$ et ${}_2C$ sont comme les temps, et celles parcourues par ${}_2C$ et ${}_2A$ comme les temps, les longueurs parcourues 30 par ${}_1A$ et ${}_2A$ seront aussi comme les temps, et ainsi les longueurs parcourues par le mobile AB (identiques à celles parcourues par le point A , par ladite définition 3) sont comme les temps. D'où nous avons alors montré que le mouvement du mobile est uniforme, et il en va de même pour le mobile CD . 35

Que si enfin, quand on prend un temps quelconque comme TM du mouvement de A , et un temps quelconque comme PS de celui de C , les longueurs sont comme les temps; alors les vitesses des mobiles A et C seront

a CD multipulum utcumque (ut duplum, triplum, sesquialterum) temporis TV impensi a mobili AB ; erit ${}_1C_3C$ longitudo a CD percursa similiter æquimultiplica (ut dupla, tripla, sesquialter) ipsius ${}_1A_3A$ longitudinis ab AB percursæ.

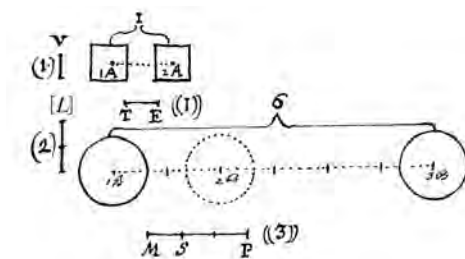


Figura 28

5

Propositio 6

In motibus uniformibus punctorum vel æquidistribute motorum, longitudines percursæ sunt in ratione composita temporum et velocitatum.

Sint (Figura 28.) mobilia uniformiter et æquidistribute mota A et B , et
 10 A percurrat tempore TE velocitate V longitudinem ${}_1A_2A$, similiter B tempore MS vel MP , velocitate L , longitudinem ${}_1B_2B$ vel ${}_1B_3B$; ajo esse ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_2B$ in ratione composita V ad L et TE ad MS , vel ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_3B$ in ratione composita V ad L et TE ad MP . Nam si tempora TE et MP essent æqualia, utique forent longitudines ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$ in ratione velocitatum V et L
 15 (per propositionem 4. hic) adeoque in ratione composita temporum (æqualium) et velocitatum; sin tempora quibus longitudines ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$ sunt percursæ sint inæqualia TE et MP , sumatur in maiore MP pars minori æqualis MS , quo (per consecutarium 3. definitionis loci motus) percurratur pars longitudinis ${}_1B_3B$, nempe ${}_1B_2B$. Ob tempora TE et MS æqualia erit
 20 longitudo percursa ${}_1A_2A$ ad longitudinem percursam ${}_1B_2B$ ut velocitas V ad velocitatem L (per propositionem 4. hic). Rursus quia motus ipsius B per ${}_1B_2B_3B$ est uniformis, eadem retinetur velocitas (per propositionem 1. hic) et in uniformiter et æquidistribute motis, quorum eadem est velocitas, nempe in B percurrente longitudinem ${}_1B_2B$, et in B percurrente longitudinem ${}_1B_3B$, longitudines percursæ ${}_1B_2B$ et ${}_1B_3B$ sunt ut tempora impensa
 25 MS (seu TE) et MP (per propositionem præcedentem.) Itaque jungendo,

4 in Fig. 28 literam L add. ed. 19 TE et MS add. A

toujours égales, à elles-mêmes et entre elles; à elles-mêmes, comme nous l'avons montré par le mouvement uniforme, mais aussi entre elles, car si, dans les temps TM et PS , sont parcourues les longueurs ${}_1A_2A$ et ${}_2C_3C$, et si ${}_1A_2A$ est toujours à ${}_2C_3C$ comme TM à PS , il s'ensuit que, si les temps TM et PS sont égaux, les longueurs ${}_1A_2A$ et ${}_2C_3C$ seront aussi égales. Mais, en 5 des temps égaux, les vitesses sont comme les longueurs (par la proposition 4 de ce chapitre); les vitesses de A et C sont donc égales.

De fait, si AB et CD se meuvent de mouvements uniformes et équidistribués, et que leurs vitesses sont égales, et si ES , temps du mouvement dépensé par CD , est un multiple quelconque (par exemple double, triple, 10 sesquialtère) du temps TV dépensé par le mobile AB , la longueur ${}_1C_3C$ parcourue par CD sera pareillement équimultiple (par exemple double, triple, sesquialtère) de cette longueur ${}_1A_3A$ parcourue par AB .

Proposition 6

Dans des mouvements uniformes de points ou de [choses] mus de façon equi- 15 distribuée, les longueurs parcourues sont en raison composée des temps et des vitesses.

Soient (figure 28 [p. 154]) les mobiles A et B mus de façon uniforme et équidistribuée, et que A parcourre dans le temps TE avec une vitesse V la longueur ${}_1A_2A$; de même, que B dans le temps MS ou MP parcourre avec 20 une vitesse L la longueur ${}_1B_2B$ ou ${}_1B_3B$. Je dis que ${}_1A_2A$ est à ${}_1B_2B$ en raison composée de V à L et de TE à MS , ou encore que ${}_1A_2A$ est à ${}_1B_3B$ en raison composée de V à L et de TE à MP . En effet, si les temps TE et MP étaient égaux, les longueurs ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$ seraient assurément en raison des vitesses V et L (par la proposition 4 de ce chapitre), et ainsi en raison composée des 25 temps (égaux) et des vitesses. Si en revanche les temps TE et MP , durant lesquels les longueurs ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$ sont parcourues, sont inégaux, qu'on prenne dans le plus grand MP une partie MS égale au plus petit, durant laquelle (par le corollaire 3 de la définition du lieu du mouvement) serait parcourue une partie de la longueur ${}_1B_3B$, savoir ${}_1B_2B$. Du fait de l'égalité 30 des temps TE et MS , la longueur parcourue ${}_1A_2A$ sera à la longueur parcourue ${}_1B_2B$ comme la vitesse V est à la vitesse L (par la proposition 4). Derechef, puisque le mouvement de B par ${}_1B_2B_3B$ est uniforme, la même vitesse est retenue (par la proposition 1), et dans les corps mus de façon uniforme et équidistribuée, dont la vitesse est la même (en l'occurrence dans 35 le cas de B parcourant la longueur ${}_1B_2B$ et de B parcourant la longueur ${}_1B_3B$), les longueurs parcourues ${}_1B_2B$ et ${}_1B_3B$ sont comme les temps dépen-

quia ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_2B$ ut V ad L , et ${}_1B_2B$ ad ${}_1B_3B$ ut TE ad MP , erit ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_3B$ in ratione composita V ad L et TE ad MP . Quod affirmabatur.

In numeris sit velocitas L dupla velocitatis V , et tempus MP triplum temporis TE , erit longitudo ${}_1B_3B$ velocitate L tempore MP percursa ad longitudinem ${}_1A_2A$ velocitate V tempore TE percursam in ratione composita 3 ad 1 et 2 ad 1, id est in ratione 6 ad 1, sive ut factum ex tempore in velocitatem, seu si velocitas ipsius B sit dupla et tempus triplum, respectu velocitatis et temporis ipsius A , erit ipsius B percursa longitudo bis tripla seu ter dupla, hoc est sextupla longitudinis ab A percursæ.

10

Propositio 7.

[67v]

Quandocunque percursa a mobilibus longitudo ea esse censetur quæ ab aliquo puncto est percursa, et velocitas quæ ejusdem puncti, et motus mobilium sunt uniformes; tunc longitudines percursæ sunt in ratione composita
15 temporum et velocitatum.

Nam in punctis sunt tales (per præcedentem) et hoc loco idem esse intelligitur motus mobilis qui puncti perinde ac si motu æquidistributo secundum hujus puncti motum moveretur.

Ut (Figura 29.) si sphæra AB , cujus centrum A provolvatur super lineam LMN , solet sphæræ attribui motus centri A perinde ac si in punctum re-
20 ducta percurreret lineam ${}_1A_2A_3A$ (parallelam ipsi LMN) vel perinde ac si motu æquidistributo sine ulla rotatione moveretur, quo casu etiam longitudo motus sphæræ eadem censeretur quæ puncti in ea ut A , (per definitionem 3. capitis præcedentis) neglecta scilicet rotatione puncti B cycloidem
25 quandam describentis.

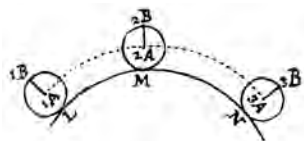


Figura 29

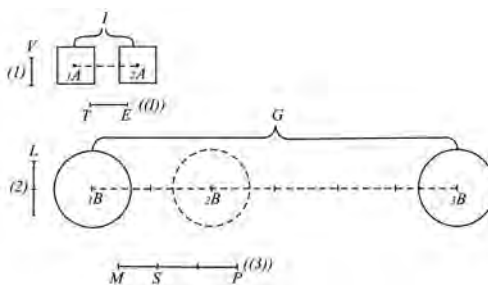


Figure 28

sés MS (ou TE) et MP (par la proposition précédente). En conséquence, par conjonction des raisons, puisque ${}_1A_2A$ est à ${}_1B_2B$ comme V est à L , et que ${}_1B_2B$ est à ${}_1B_3B$ comme TE à MP , ${}_1A_2A$ sera à ${}_1B_3B$ en raison composée de V à L et de TE à MP . Ce qui était affirmé.

En nombres : que la vitesse L soit double de la vitesse V , et le temps MP triple du temps TE , la longueur ${}_1B_3B$ parcourue à la vitesse L dans le temps MP sera à la longueur ${}_1A_2A$ parcourue à la vitesse V dans le temps TE en raison composée de 3 à 1 et de 2 à 1, c'est-à-dire en raison de 6 à 1, ou encore comme le produit du temps par la vitesse ; autrement dit si la vitesse de B est double et le temps triple relativement à la vitesse et au temps de A , la longueur parcourue par B sera deux fois triple ou trois fois double, c'est-à-dire sextuple de la longueur parcourue par A .

Proposition 7

Quand la longueur parcourue par des mobiles est regardée comme celle qui est parcourue par un point quelconque, la vitesse qui est celle de ce même point ainsi que les mouvements des mobiles sont uniformes ; alors les longueurs parcourues sont en raison composée des temps et des vitesses.

En effet elles sont bien telles dans les points (par la proposition précédente), et en ce cas on conçoit que le mouvement du mobile est le même que celui d'un point, tout comme si, le mouvement étant équidistribué, le mobile se mouvait selon le mouvement de ce point.

Ainsi (figure 29), si la sphère AB de centre A roule sur la ligne LMN , on attribue ordinairement à la sphère le mouvement du centre A , tout comme si, réduite à ce point, elle parcourait la ligne ${}_1A_2A_3A$ (parallèle à LMN), ou tout comme si elle se mouvait d'un mouvement équidistribué sans aucune rotation, auquel cas également la longueur du mouvement de la sphère serait regardée comme celle d'un point en elle comme A (par la définition 3 du chapitre précédent), en négligeant ainsi la rotation du point B , qui décrit une cycloïde.

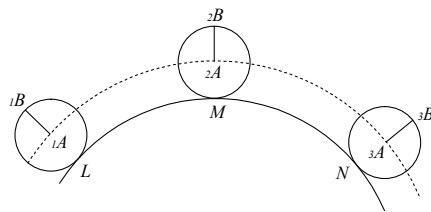


Figura 29

Propositio 8

In prædictis mobilibus (propositionis 6 vel 7.) uniformiter motis velocitates sunt in ratione composita ex longitudinum percursarum directa et temporum reciproca.

- 5 In figura propositionis 6. hic (sive figura 28 [p. 152]) ajo esse velocitates L ad V in ratione composita ex ratione longitudinum ${}_1B_3B$ et ${}_1A_2A$ directa, et ex ratione temporum MP et TE inversa, seu esse L ad V in ratione composita ex ${}_1B_3B$ ad ${}_1A_2A$ et TE ad MP . Est enim (per propositionem 6. hic) ${}_1B_3B$ ad ${}_1A_2A$ et in ratione composita ex L ad V , et ex MP ad TE ; ergo (ex elementis) [68r]
- 10 est L ad V in ratione composita ${}_1B_3B$ ad ${}_1A_2A$ et TE ad MP .

- In numeris, mobilis velocitas L (dupla) est ad ipsius A velocitatem V (simplam) ut numerus longitudinem a B percursam ${}_1B_3B$ exprimens (6) divisus per numerum tempus MP a B impensum exprimentem (3) est ad numerum longitudinem ab A percursam ${}_1A_2A$ exprimentem (1) divisum
- 15 per numerum tempus TE ab A impensum exprimentem (1). Nam 2 ad 1 est ut $\frac{6}{3}$ ad $\frac{1}{1}$.

Propositio 9

- In iisdem mobilibus uniformiter motis, tempora sunt in ratione composita ex longitudinum percursarum direc-
- 20 ta et velocitatum reciproca.

Patet ex præcedenti vel ad eundem modum.

- In numeris, quoad casum figuræ 28. [p. 152] tempus MP a B impensum (triplum) est ad tempus TE ab A impensum (simplum) ut numerus longitudinem a B percursam ${}_1B_2B$ exprimens (6) divisus per numerum ipsius B
- 25 velocitatem LB exprimentem (2) est ad numerum longitudinem ab A percursam ${}_1A_2A$ exprimentem (1) divisum per numerum ipsius A velocitatem V exprimentem (1), seu 3 est ad 1, ut $\frac{6}{2}$ ad $\frac{1}{1}$; et ut generaliter rem designemus: Longitudo est ut Tempus in Velocitatem; et Velocitas est ut Longitudo per Tempus; et denique Tempus est ut Longitudo per Velocitatem divisa.

Propositio 10

30

In iisdem mobilibus uniformiter motis, coincidit: Longitudines esse æquales, et Velocitates esse temporibus reciproce proportionales. [68v]

4 percursarum *add. A* 22 figuræ (1) 28. *del., res. ed.* (2) Prop. VI *add. A del. ed.*
 25 velocitatem | *LB corr. ed.* | *ut in p. 79 præc. cod. B add. Vide vol. I, pp. 486*

Proposition 8

Dans les mobiles précédents (de la proposition 6 ou 7) mus uniformément, les vitesses sont en raison composée [de la raison] directe des longueurs parcourues et [de la raison] réciproque des temps.

Dans la figure de la proposition 6 (soit la figure 28), je dis que la vitesse L est à la vitesse V en raison composée de la raison directe des longueurs ${}_1B_3B$ et ${}_1A_2A$, et en raison inverse des temps MP et TE ; autrement dit L est à V en raison composée de ${}_1B_3B$ à ${}_1A_2A$ et de TE à MP .

En effet (par la proposition 6 de ce chapitre) ${}_1B_3B$ est à ${}_1A_2A$ en raison composée de L à V et de MP à TE . 10

Donc (d'après les Eléments) L est à V en raison composée de ${}_1B_3B$ à ${}_1A_2A$ et de TE à MP .

En nombres : la vitesse L du mobile $[B]$ (double) est à la vitesse V du mobile A (simple) comme le nombre exprimant la longueur ${}_1B_3B$ parcourue par B (6) divisé par le nombre exprimant le temps MP dépensé par B (3) 15 est au nombre exprimant la longueur ${}_1A_2A$ parcourue par A (1) divisé par le nombre exprimant le temps TE dépensé par A (1). En effet, 2 est à 1 comme $\frac{6}{3}$ est à $\frac{1}{1}$.

Proposition 9

Dans les mêmes mobiles mus uniformément, les temps sont en raison composée [de la raison directe] des longueurs parcourues et [de la raison inverse] des vitesses. 20

Cela est manifeste la proposition précédente ou se se ramène au même.

En termes numériques : s'agissant du le cas de la proposition 6, le temps MP dépensé par B (triple) est au temps TE dépensé par A (simple) comme 25 le nombre exprimant la longueur ${}_1B_3B$ parcourue par B (6) divisé par le nombre exprimant la vitesse L de B (2) est au nombre exprimant la longueur ${}_1A_2A$ parcourue par A (1) divisé par le nombre exprimant la vitesse V de A , c'est-à-dire que 3 est à 1 comme $\frac{6}{2}$ est à $\frac{1}{1}$. Et pour le dire de façon générale : la longueur est comme le temps [multiplié] par la vitesse ; et la vitesse est 30 comme la longueur divisée par le temps, et enfin le temps est comme la longueur divisée par la vitesse.

Proposition 10

Dans les mêmes mobiles mus uniformément, coïncident [ces rapports] : les longueurs sont égales, et les vitesses sont réciproquement proportionnelles aux 35 temps.

Patet ex propositione 8. vel 9. Nam (figura 30) quia velocitates (3) et (2) sunt in ratione composita ex directa longitudinum 6 et 6, et reciproca temporum ((2)) et ((3)), (per propositionem 8. hic), et longitudines nunc sunt æquales ex hypothesi; itaque demta ratione æqualitatis erunt velocitates (3) et (2) reciproce ut tempora ((2)) et ((3)), seu erit velocitas (3) ad velocitatem (2), ut tempus ((3)) ad tempus ((2)), idemque succedit et vicissim.

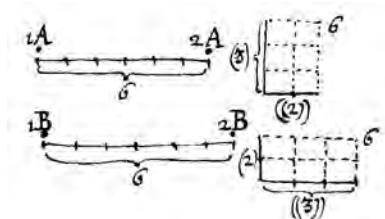


Figura 30

Non inutile erit indiculum subijcere positionum in his quæ demonstravimus, contentarum, etsi quædam bis diverso habitu occurrant:

10 In Mobilibus motis æquidistribute, aliisque omnibus quorum motum æstimamus motu puncti, tanquam æquidistributum; si motus sint uniformes, tunc

(1.) Temporibus impensis æqualibus Velocitates sunt ut longitudines percursæ. Veluti si eodem tempore percurratur longitudo dupla erit velocitas dupla. (per propositionem 4.)

15 (2.) Longitudinibus percursis æqualibus, velocitates sunt reciproce ut tempora. Veluti si longitudo æqualis percurratur tempore duplo, velocitas erit dimidia; sin tempore dimidio, erit dupla. (per propositionem 10.)

(3.) Velocitates sunt in ratione composita ex longitudinum directa, et temporum reciproca. Veluti si sextupla percurratur tempore triplo, erit Velocitas dupla. (per propositionem 8.)

(4.) Velocitatibus æqualibus Tempora sunt ut longitudines. Veluti si eadem sit velocitas, ad percurrendam longitudinem duplam requiritur tempus duplum. (per propositionem 5.)

25 (5.) Longitudinibus æqualibus Tempora sunt reciproce ut velocitates. Veluti si longitudo simpla, velocitate dupla percurratur, impendetur tempus dimidium. (coincidit cum positione 2.)

(6.) Tempora sunt in ratione composita ex longitudinum directa et velocitatum reciproca. Veluti si longitudo tripla, velocitate dimidia percurratur, impendetur tempus sextuplum. (per propositionem 9.)

30

Cela est manifeste par les propositions 8 ou 9. En effet (figure 30) puisque les vitesses (3) et (2) sont en raison composée de la raison directe des longueurs 6 et 6 et en raison réciproque des temps ((2)) et ((3)) (par la proposition 8 de ce chapitre), les longueurs sont aussi alors égales par hypothèse. C'est pourquoi, en omettant la raison d'égalité, les vitesses (3) et (2) seront réciproquement comme les temps ((2)) et ((3)), autrement dit la vitesse (3) sera à la vitesse (2) comme le temps ((2)) est au temps ((3)). On obtient le même résultat en procédant à l'inverse.

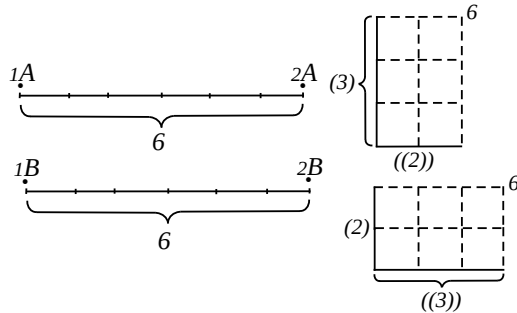


Figure 30

Il ne sera pas inutile d'établir un relevé des thèses contenues dans les propositions que nous avons démontrées, même si certaines d'entre elles figurent deux fois sous un tour différent :

Dans les mobiles mus de façon équidistribuée, et dans tous les autres dont nous estimons le mouvement par le mouvement d'un point considéré comme équidistribué, et si les mouvements sont uniformes, alors :

- (1) Pour des temps dépensés égaux, les *vitesse*s sont comme les longueurs parcourues. Ainsi si dans le même temps est parcourue une longueur double, la vitesse sera double (par la proposition 4).
- (2) Pour des longueurs parcourues égales, les *vitesse*s sont réciproquement comme les temps. Ainsi, si une longueur égale est parcourue en un temps double, la vitesse sera moitié moindre ; mais si le temps est moitié moindre, la vitesse sera double (par la proposition 10).
- (3) Les *vitesse*s sont en raison composée de la raison directe des longueurs et de la raison réciproque des temps. Ainsi si une longueur sextuple est parcourue en un temps triple, la vitesse sera double (par la proposition 8).
- (4) Pour des vitesses égales, les *temps* sont comme les longueurs. Ainsi, si la vitesse est la même, il faudra un temps double pour parcourir une longueur double (par la proposition 5).

- (7.) Velocitatibus æqualibus Longitudines percursæ sunt ut tempora. Sic, eadem manente velocitate, longitudo dupla percurratur tempore duplo. (coincidit cum positione 4.)
- (8.) Temporibus æqualibus Longitudines percursæ sunt ut velocitates.
- 5 Sic eodem tempore velocitate dupla percurratur longitudo dupla (coincidit cum positione 1.)
- (9.) Longitudines percursæ sunt in ratione composita (directa) temporum et velocitatum. Sic duplo tempore, et tripla velocitate percurratur longitudo sextupla. (per propositionem 6.)

- (5) Pour des longueurs égales, les *temps* sont réciproquement comme les vitesses. Ainsi, si une longueur simple est parcourue avec une vitesse double, un temps moitié moindre sera dépensé (ce qui équivaut à la thèse 2).
- (6) Les *temps* sont en raison composée de la raison directe des longueurs et de la raison réciproque des vitesses. Ainsi, si une longueur triple est parcourue avec une vitesse moitié moindre, un temps sextuple sera dépensé (par la proposition 9).
- (7) Pour des vitesses égales, les *longueurs* parcourues sont comme les temps. Ainsi, la vitesse restant la même, une longueur double sera parcourue en un temps double (ce qui équivaut à la thèse 5).
- (8) En des temps étant égaux, les *longueurs* parcourues sont comme les vitesses. Ainsi, en un même temps, avec une vitesse double, sera parcourue une longueur double (ce qui équivaut à la thèse 1).
- (9) Les *longueurs* parcourues sont en raison composée (directe) des temps et des vitesses. Ainsi, en un temps double et avec une vitesse triple sera parcourue une longueur sextuple (par la proposition 6).

Definitio 1

[697]

MOTUS simpliciter SIMPLEX est, cum motus punctorum mobilis dati prorsus conveniunt, sibi et inter se, ita ut non
5 possint magis.

Hoc est cum nec unus puncti status ab alio priore aut posteriore, nec unum punctum ab alio discerni potest, quatenus tantum motus eorum spectatur. Motibus quippe semper existentibus similibus et similiter positis inter se, nullum est ex ipsis discernendi principium; etsi fortasse discerni puncta possint respectu corporum; per situm scilicet quem habent
10 in corporibus, quod evitari non potest; ut taceam qualitates quibus corporis partes variantur, quorum hic non habetur ratio. Sufficit ergo motus punctorum per se spectatos quantum possunt convenire.

Propositio 1

15 Motus simpliciter simplex est uniformis.

Sit (Figura 31.) punctum mobilis motu simpliciter simplice moti quodcunque A ; ajo motum ejus esse uniformem, adeoque (per definitionem 1. capitis de motu uniformi) etiam motum mobilis esse uniformem. Ponamus punctum A tempore TE describere lineam $1A_2A$, et tempore æquali
20 EM lineam $2A_3A$, erit et linea $1A_2A$ æqualis lineæ $2A_3A$, alioqui non satis convenient motus prior posteriori; (contra definitione motus simpliciter simplicis.) Itaque punctum æqualibus temporibus æqualia describit spatia, hoc est (per dictam definitionem 1.) motus ejus est uniformis.

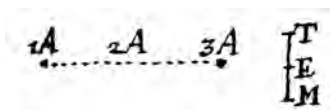


Figura 31

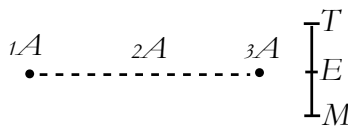


Figure 31

1 SIMPLICITER add. L 3 simpliciter add. L 15 simpliciter add. L 16
simpliciter add. L 21 simpliciter add. L

CHAPITRE 5. DU MOUVEMENT SIMPLEMENT SIMPLE

Définition 1

Il y a MOUVEMENT simplement SIMPLE lorsque les mouvements des points d'un mobile donné conviennent complètement avec eux-mêmes et entre eux, de 5 sorte qu'ils ne puissent le faire davantage.

Cela a lieu lorsqu'on ne peut ni distinguer un état d'un point d'un autre état antérieur ou postérieur, ni discerner un point d'un autre, pour autant qu'est seulement considéré leur mouvement. En effet, quand il y a toujours des mouvements semblables et toujours posés de la même manière les uns 10 par rapport aux autres, il n'y a partir d'eux aucun principe de distinction, même si ces points peuvent éventuellement être distingués relativement aux corps, à savoir par la situation qu'ils occupent dans les corps, ce qui ne peut être évité; pour ne rien dire des qualités par lesquelles les parties d'un corps sont diversifiées, dont il n'est pas question ici. Il suffit donc que les mou- 15 vements des points, considérés en eux-mêmes, conviennent autant qu'ils le peuvent.

Proposition 1

Le mouvement simplement simple est uniforme.

Soit (figure 31) un point quelconque A d'un mobile animé d'un mou- 20 vement simplement simple; je dis que son mouvement est uniforme, et par conséquent (par la définition 1 du chapitre sur le mouvement uniforme), que le mouvement du mobile est aussi uniforme. Supposons que le point A décrive dans le temps TE la ligne ${}_1A_2A$, et dans le temps égal EM la ligne ${}_2A_3A$, alors la ligne ${}_1A_2A$ sera aussi égale à la ligne ${}_2A_3A$, autrement le mou- 25 vement antérieur et le mouvement postérieur ne conviendraient pas assez entre eux (contre la définition du mouvement simplement simple). C'est pourquoi le point parcourt des espaces égaux en des temps égaux, c'est-à-dire (par la définition 1 mentionnée) que son mouvement est uniforme.

Proposition 2. Définition 2

30

Le mouvement simplement simple est rectiligne. Est RECTILIGNE le mouvement dans lequel chaque point du mobile décrit une ligne droite.

Propositio 2. Definitio 2

Motus simpliciter simplex est rectilineus. RECTILINEUS autem motus est in quo unumquodque punctum mobilis describit lineam rectam.

[70r]

- 5 Sit (Figura 32.) mobilis punctum quodcunque A describens lineam ${}_1A{}_2A{}_3A$; si motus mobilis est simpliciter simplex, ajo lineam descriptam esse rectam. Sit enim non recta, si possibile est, et sumto aliquo puncti A loco intermedio ut ${}_2A$ non cadente in directum cum primo et ultimo punctis ${}_1A$ et ${}_3A$, utique junctæ rectæ ${}_1A{}_2A$ et ${}_3A{}_2A$, facient angulum ${}_1A{}_2A{}_3A$. Quod si
 10 jam motus prior et posterior conveniunt (ex definitione motus simpliciter simplicis) angulus ${}_1A{}_2A{}_3A$ semper erit æqualis, ubicunque durante motu sumatur punctum ${}_2A$ vel $(2)A$, (itaque linea ${}_1A{}_2A(2)A{}_3A$ erit arcus circuli, ex elementis,) sed hoc esse non potest. Jungatur enim recta ${}_1A{}_3A$, necesse est (ob motum simpliciter simplicem) angulum ${}_1A{}_2A{}_3A$ æqualem esse angulo
 15 $(2)A{}_1A{}_3A$; cumque et angulus ad ${}_2A$ sit æqualis angulo ad $(2)A$, etiam tertius in triangulis ${}_1A{}_2A{}_3A$ et ${}_1A(2)A{}_3A$ angulus erit æqualis, nempe ${}_2A{}_3A{}_1A$ et $(2)A{}_3A{}_1A$; sunt ergo triangula æquiangula, et cum habeant et latus commune ${}_1A{}_3A$ erunt et congrua, adeoque latus ${}_2A{}_3A$ erit æquale lateri $(2)A{}_3A$, ac proinde durante motu omnia puncti mobilis A loca intermedia ut ${}_2A$
 20 et $(2)A$ semper æqualiter distabunt ab extremo motus puncto ${}_3A$, quod est absurdum, nunquam enim perveniret mobile ad ${}_3A$; necesse est ergo ut rectæ ${}_1A{}_2A$, ${}_3A{}_2A$ nullum faciant angulum neque inter se neque ad rectam ${}_1A{}_3A$, hoc est, necesse est motum ${}_1A{}_2A{}_3A$ fieri in linea recta, seu puncta ${}_2A$ cadere in rectam ${}_1A{}_3A$.

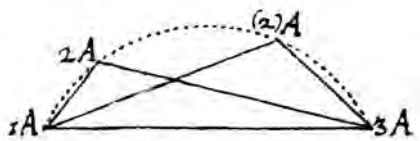


Figura 32

25

Propositio 3. Definitio 3

[70v]

Motus simpliciter simplex est consentiens.

MOTUS autem CONSENTIENS est in quo puncta mobilis eadem inter se distantias servant, seu moventur ad modum RIGIDORUM.

2 simpliciter add. L 6 simpliciter add. L 10 simpliciter add. L 14 simpliciter add. L 26 simpliciter add. L

Soit (figure 32) un point quelconque A d'un mobile décrivant la ligne ${}_1A{}_2A{}_3A$; si le mouvement du mobile est simplement simple, je dis que la ligne décrite est droite. En effet, qu'elle ne le soit pas, s'il est possible, et que, en prenant un lieu intermédiaire occupé par le point A , par exemple ${}_2A$, ne tombant pas en ligne droite entre les points au premier et au der- 5
 nier lieu ${}_1A$ et ${}_3A$, les droites ${}_1A{}_2A$ et ${}_2A{}_3A$, étant jointes, feront bien un angle ${}_1A{}_2A{}_3A$. Que si dès lors le mouvement antérieur et le mouvement postérieur conviennent (d'après la définition du mouvement simplement simple), l'angle ${}_1A{}_2A{}_3A$ sera toujours égal, où qu'on prenne le point ${}_2A$ ou $({}_2)A$ durant le mouvement (et ainsi la ligne ${}_1A{}_2A({}_2)A{}_3A$ sera un arc de cercle 10
 selon les *Éléments*). Mais cela est impossible. En effet, que l'on joigne la droite ${}_1A{}_3A$, il est nécessaire (en raison du mouvement simplement simple) que l'angle ${}_2A{}_1A{}_3A$ soit égal à l'angle $({}_2)A{}_1A{}_3A$; et puisque l'angle en ${}_2A$ est aussi égal à l'angle en $({}_2)A$, le troisième angle dans les triangles ${}_1A{}_2A{}_3A$ et ${}_1A({}_2)A{}_3A$ sera aussi égal, à savoir ${}_2A{}_3A{}_1A$ et $({}_2)A{}_3A{}_1A$; ces triangles sont 15
 donc équiangles, et comme ils ont un côté commun AA , ils seront aussi congruents, de sorte que le côté ${}_2A{}_3A$ sera égal au côté $({}_2)A{}_3A$, et par conséquent, durant tout le mouvement tous les lieux intermédiaires du point du mobile A , comme ${}_2A$ et $({}_2)A$, seront toujours également distants du point 20
 extrême du mouvement ${}_3A$, ce qui est absurde, car le mobile ne parvien-
 drait jamais jusqu'en ${}_3A$. Il est donc nécessaire que les droites ${}_1A{}_2A$, ${}_3A{}_2A$ ne fassent aucun angle, ni entre elles ni avec la droite ${}_1A{}_3A$, c'est-à-dire qu'il est nécessaire que le mouvement ${}_1A{}_2A{}_3A$ se fasse en ligne droite, ou que les points ${}_2A$ tombent sur la droite ${}_1A{}_3A$.

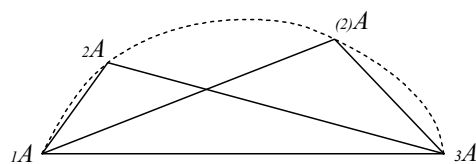


Figure 32

Proposition 3. Définition 3

25

Le mouvement simplement simple est concordant.

Mais un MOUVEMENT est CONCORDANT dans lequel les points du mobile conservent entre eux les mêmes distances, autrement dit se meuvent à la manière des corps RIGIDES.

Magis enim convenient motus, si easdem servant distantias et possunt servare; itaque (per definitionem motus simpliciter simplice) eas servabunt.

Propositio 4

Motus simpliciter simplex est æquidistributus.

- 5 Sint (Figura 33.) mobilis puncta duo quæcunque A et B , quæ eodem tempore describant lineas ${}_1A{}_2A$ et ${}_1B{}_2B$, erunt lineæ æquales (ex definitione motus simpliciter simplicis); jam mobile cujus duo puncta quævis eodem tempore æquales describunt lineas (seu æquali velocitate moventur) id utique (per definitionem 1. capitis de velocitate motus æquidistributi)
- 10 movetur motu æquidistributo.

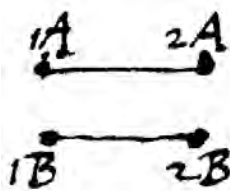


Figura 33

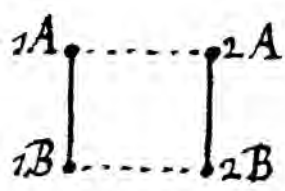


Figura 34

Propositio 5. Definitio 4

Motus simpliciter simplex est æquidirectus.

- ÆQUIDIRECTUS autem MOTUS est, si directiones quas duo
- 15 quævis mobilis puncta habent eodem tempore sunt parallelæ et ad easdem partes. DIRECTIO autem puncti est recta tangens lineam a puncto descriptam ex loco puncti educta ad eas partes ad quas punctum porro tendit.

- Sint (Figura 34.) duo mobilis puncta quæcunque A et B , sintque simul
- 20 A in loco ${}_1A$, et B in loco ${}_1B$, continueturque utcunque motus ipsius A in ${}_2A$, et eodem tempore ipsius B in ${}_2B$; jam cum ${}_1A{}_2A$ et ${}_1B{}_2B$ sint rectæ (per [71r] propositionem 2. hic) et recta tangens rectam non possit esse nisi recta ipsamet, coincidens ei quam tangit, (neque enim aliter recta rectæ occurrere potest quin producta eam secet) et ob æquales ${}_1A{}_1B$ et ${}_2A{}_2B$ (per propo-

2 simpliciter add. L 4 simpliciter add. L 7 simpliciter add. L 13 simpliciter add. L

En effet, les mouvements sont plus en accord s'ils conservent et peuvent conserver les distances; c'est pourquoi (par la définition du mouvement simplement simple), ils les conserveront.

Proposition 4

Le mouvement simplement simple est équidistribué.

5

Soient (figure 33) deux points quelconques A et B d'un mobile, qui décrivent dans un même temps les lignes ${}_1A{}_2A$ et ${}_1B{}_2B$, ces lignes seront égales (par la définition du mouvement simplement simple). Or un mobile dont deux points quelconques décrivent dans le même temps des lignes égales (ou se meuvent à vitesse égale), se meut (par la définition 1 du chapitre sur la vitesse du mouvement équidistribué) d'un mouvement équidistribué.

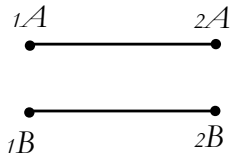


Figure 33



Figure 34

Proposition 5. Définition 4

Le mouvement simplement simple est équidirect.

Mais un MOUVEMENT est ÉQUIDIRECT, si les directions que prennent deux points quelconques du mobile en un même temps sont parallèles et vont du même côté. Or la DIRECTION d'un point est la droite tangente à la ligne décrite par ce point, tirée du lieu de ce point vers le côté vers lequel le point tend plus avant.

Soient (figure 34) deux points quelconques A et B d'un mobile, et qu'ils occupent en même temps, A le lieu ${}_1A$, et B le lieu ${}_1B$, et que le mouvement de A continue d'une manière quelconque vers ${}_2A$, et celui de B dans le même temps vers ${}_2B$. Alors, comme ${}_1A{}_2A$ et ${}_1B{}_2B$ sont des droites (par la proposition 2), et qu'une droite tangente à une droite ne peut être que cette droite elle-même, coïncidant avec celle qu'elle touche (car une autre droite ne peut rencontrer une droite autrement qu'en la coupant si on la prolonge), et comme ${}_1A{}_1B$ et ${}_2A{}_2B$ sont égales (par la proposition 3) et que ${}_1A{}_2A$ et ${}_1B{}_2B$ le sont aussi (par la proposition 4), les droites ${}_1A{}_2A$ et ${}_1B{}_2B$ sont parallèles (d'après les *Éléments*); leurs tangentes parallèles entre elles

sitionem 3. hic) itemque ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$ (per propositionem 4. hic) sint (ex elementis) ipsæ ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$ parallelæ; erunt parallelæ inter se tangentes in eisdem partes in quas puncta ex ${}_1A$ et ${}_1B$ porro tendunt eductæ; adeoque et directiones erunt parallelæ inter se et ad easdem partes, id est (per
5 definitionem hic) motus æquidirectus.

Possunt autem duo puncta habere motus æquidirectos, etsi non describant lineas parallelas, nam duæ esse possunt curvæ non parallelæ (Figura 35. [p. 170]) CC et DD tales, ut dato puncto C , in una assignari possit semper respondens punctum D in alia, cujus tangens sit tangenti prioris parallela. Et punctis C et D ita motis ut semper in locis duarum linearum ita
10 respondentibus simul reperiantur, motus erit æquidirectus.

Propositio 6

Si motus sit uniformis et æquidistributus et rectilineus et æquidirectus, est simpliciter simplex.

15 Nam motus ejusdem puncti in mobili durante aliquo tempore non magis convenire potest sibi ipsi quam si motus sit uniformis et in linea recta et in easdem partes; et motus duorum quorumlibet punctorum non magis convenire possunt inter se, quam ut æquales simul describant lineas, easque prorsus similes et similiter positas, nempe rectas et parallelas et ad
20 easdem partes ductas. Data enim magnitudine temporis, lineæ descriptæ [71v] et hujus specie et directione, ipse motus puncti dati est datus; quæ vero conveniunt in his quibus datis dantur, non magis convenire possunt, nisi prorsus coincidunt; quod fieri, est contra hypothesin.

Horum quatuor motus simpliciter simplicis requisitorum unumquodque sine reliquis stare potest, et velocitatem quidem uniformem, aut non uniformem fieri posse constat eadem manente linea motus. Et lineæ motus a diversis punctis simul descriptæ magnitudo manere potest, mutata licet directione et flexu lineæ. Ut cum mobile aliquod concipitur velut compositum ex pluribus globis disjunctis in liquore natantibus, aut ad instar gregis
30 vel exercitus ex militibus compositi, quorum alii in diversam ab aliis plagam tendunt.

Potest etiam mobile dari rigidum, seu ad rigidi instar sive consentienter [72r] motum, et quidem motu rectilineo, ita ut quodvis punctum describat rectam; motus tamen non sit simplex; fieri enim potest ut non sit æquidirectus, nec rectæ a punctis descriptæ sint parallelæ. Cæterum ex hac propositione

14 simpliciter *add.* L **24** simpliciter *add.* L **424.32-425.3** Potest ... essent. *add.* A qui transcribit in f. 72r Leibnitii additiones in marg. p. 92 præc. cod. B. Vide vol. I, pp. 491.492.

seront menées du même côté où tendent plus avant les points depuis ${}_1A$ et ${}_1B$; et par conséquent les directions seront aussi parallèles entre elles et tendront des mêmes côtés, ce qui est (par la définition donnée) le mouvement équidirect.

Cependant, deux points peuvent avoir des mouvements équidirects, même s'ils ne décrivent pas des lignes parallèles, car il peut s'agir de deux courbes non parallèles (figure 35 [p. 171]) comme CC et DD , telles que, pour tout point C de l'une, on puisse toujours assigner un point correspondant D de l'autre, dont la tangente soit parallèle à la tangente du premier point, et que, les points C et D étant mus de façon à se trouver toujours dans les lieux ainsi correspondants des deux lignes, le mouvement soit équidirect.

Proposition 6

Si un mouvement est à la fois uniforme, équidistribué, rectiligne et équidirect, il est simplement simple.

En effet, le mouvement d'un même point d'un mobile durant un temps quelconque ne peut pas convenir davantage avec lui-même que si le mouvement est à la fois uniforme, en ligne droite et du même côté; et les mouvements de deux points quelconques ne peuvent pas convenir davantage entre eux que lorsqu'ils décrivent simultanément des lignes égales, celles-ci étant complètement semblables et semblablement placées, à savoir à la fois droites, parallèles et menées du même côté. Etant données en effet la grandeur du temps, de la ligne décrite, ainsi que l'espèce et la direction de celle-ci, le mouvement lui-même du point donné est donné. Mais les choses qui conviennent sous tous ces aspects qui, quand ils sont donnés, ces choses mêmes sont données, ne peuvent pas convenir davantage qu'en coïncidant complètement; que cela arrive est contraire à l'hypothèse.

De ces quatre caractères du mouvement simplement simple chacun peut subsister sans les autres : il est établi que la vitesse peut devenir uniforme ou non uniforme, la ligne du mouvement restant la même, et que la grandeur de la ligne du mouvement décrite simultanément par différents points peut demeurer, alors que change la direction et la courbure de la ligne. Par exemple quand on conçoit quelque mobile comme un composé de plusieurs globes disjoints baignant dans un liquide, ou à l'instar d'un troupeau ou d'une armée composée de soldats, dont les uns tendent vers un autre bord que les autres.

Il peut aussi y avoir un mobile rigide ou bien mû d'un mouvement à la manière d'un corps rigide c'est-à-dire de façon concordante, et même d'un

juncta propositione 3 patet, motum qui simul sit uniformis, æquidistributus, rectilineus et æquidirectus etiam esse consentientem, perinde ac si omnia puncta in eodem rigido essent.

Propositio 7

[71v]

5 Quicquid est in moto motu simpliciter simplici, id ipsum movetur motu simpliciter simplici.

Quicquid enim verum est de omnibus punctis continentis, id etiam verum est de omnibus punctis contenti, quippe quæ sub illorum numero continentur. Motus autem simplex (per definitionem 1.) ex illis cognoscitur,
10 quæ de omnibus mobilis punctis vera sunt.

Propositio 8

Omnis motus per se est simpliciter simplex.

Omnia enim per se omnino manent qualia sunt; per se inquam, id
est nisi accidat aliunde supervenire rationem mutationis. Iam motus qui
15 manet omnino qualis est (seu ita ut non possit magis) est simpliciter simplex (per definitionem 1. hic).

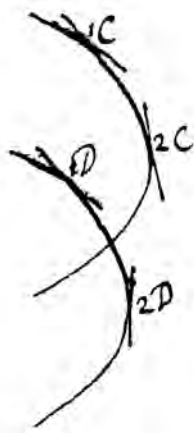


Figura 35

5 simpliciter *add.* L 6 simpliciter *add.* L 7 punctis | contentis *corr.* | A 12
simpliciter *add.* L 15 simpliciter *add.* L

mouvement rectiligne, de sorte que chaque point décrive une droite, et que pourtant le mouvement ne soit pas simple; il peut arriver en effet qu'il ne soit pas équidirect, et que les droites décrites par les points ne soient pas parallèles. D'autre part, il est évident d'après cette proposition jointe à la proposition 3, qu'un mouvement qui serait à la fois uniforme, équidistri- 5 bué, rectiligne et équidirect, est aussi concordant, tout comme si tous les points se trouvaient dans un même corps rigide.

Proposition 7

Tout ce qui se trouve dans ce qui est mû d'un mouvement simplement simple, est soi-même mû d'un mouvement simplement simple. 10

En effet, ce qui est vrai de tous les points du contenant, est vrai aussi de tous les points du contenu, puisque ceux-ci sont au nombre de ceux-là. Or le mouvement simplement simple (par la définition 1) se connaît d'après les attributs qui sont vrais de tous les points du mobile.

Proposition 8

15

Tout mouvement est par soi simplement simple.

En effet, toutes choses demeurent par soi absolument telles qu'elles sont; par soi, dis-je, c'est-à-dire pourvu qu'il ne survienne pas d'ailleurs une raison de changement. Or un mouvement qui demeure absolument tel qu'il est (ou de sorte qu'il ne le puisse davantage), est simplement simple (par la 20 définition 1 de ce chapitre).

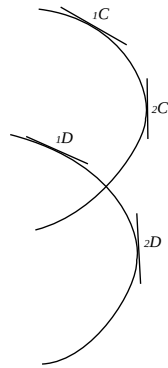


Figure 35

Sectio tertia. De actione et potentia

[73r]

Traditio

Bh LH XXXV 11, 18C, ff. 73r-87v

E GM 6, pp. 345-367

CAPUT I. DE ACTIONE MOTUS FORMALI EJUSQUE EFFECTU

Definitio 1

5 QUANTITAS est numerus partium posito mensuram esse unitatem.

Ita decempedæ quantitas est denarius pedum; seu denarius, cujus unitas est pes.

Definitio 2

10 QUANTITAS EFFECTUS FORMALIS IN MOTU est cujus mensura est materiam certæ quantitatis (motu æquidistributo) motam esse per certam longitudinem.

Ut (Figura 1. hujus Sectionis) quantitatem materiæ contentam in AB translata esse ex ${}_1A_1B$ in ${}_2A_2B$ per certam longitudinem, nempe lineæ
15 ${}_1A_2A$, a quocunque corporis puncto, ut A , descriptæ, quæ scilicet est longitudo motus æquidistributi (definitio 1. capitis de velocitate motus æquidistributi), ubi nempe linea a quocunque mobilis puncto descripta est æqualis (definitio 1. dicti capitis). Itaque si hæc mensura effectus in motu aliquoties repetatur etiam toties repetetur seu multiplicabitur quantitas effectus.

Definitio 3

20

QUANTITAS ACTIONIS FORMALIS IN MOTU est, cujus mensura est materiam certæ quantitatis motam esse per certam longi-
tudinem (motu uniformi æquidistributo) intra certum
tempus. [73v]

Troisième section. De l'action et de la puissance

CHAPITRE I. DE L'ACTION FORMELLE DU MOUVEMENT ET DE SON EFFET

Définition 1

*La QUANTITÉ est le nombre des parties, quand la mesure est posée comme 5
unité.*

Ainsi, une quantité de dix pieds est une dizaine de pieds, ou une dizaine,
dont l'unité est le pied.

Définition 2

*La QUANTITÉ D'EFFET FORMEL dans le mouvement est ce dont la me- 10
sure est le fait pour une matière d'une quantité déterminée d'être mue (d'un
mouvement équidistribué) sur une longueur déterminée.*

Par exemple (figure 1 de cette section) la quantité de matière contenue
dans AB est transportée de ${}_1A{}_1B$ à ${}_2A{}_2B$ sur une longueur déterminée, à sa-
voir celle de la ligne ${}_1A{}_2A$ décrite par un point quelconque du corps comme 15
 A , qui est bien la longueur d'un mouvement équidistribué (définition 1 du
chapitre sur la vitesse du mouvement équidistribué), où en effet la ligne
décrite par chaque point du mobile est égale [à celle de tout autre point]
(définition 1 du même chapitre). C'est pourquoi, si cette mesure de l'effet
se répète dans le mouvement un certain nombre de fois, la quantité d'effet 20
sera également répétée ou multipliée autant de de fois.

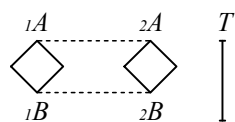


Figure 1

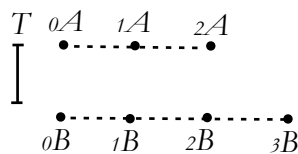


Figure 2

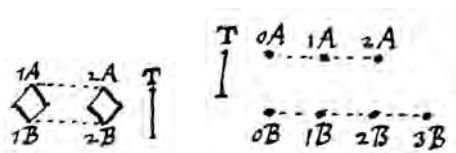


Figura 1

Figura 2

Itaque differt effectus ab actione, quod in effectū solum ejus quod præ-
 stitum est nempe materiæ translatae et spatii, per quod facta est translatio,
 in actione vero integra etiam velocitatis seu temporis T quo præstitus est
 effectus seu quo (in Figura definitionis præcedentis) facta est translatio ex
 5 ${}_1A{}_1B$ in ${}_2A{}_2B$ habetur ratio. Formalem autem appelavi tam effectum,
 quam actionem, quia, ut hoc loco definivimus, motui est essentialis; se-
 cus ac sunt alii effectus aliæve actiones, ex impedimento quodam peculiari
 nascentes, ut ex vi gravitatis corpora versus centrum terræ prementis, aut
 ex resistentia mediū vel contactus, aut ex elastro aliquo vincendo et simili-
 10 bus materiæ concretæ accidentibus. Si quis autem vocabulum Meta-
 physicum ægrius fert in re mathematica, cogitet non aliud commodius
 suppetiisse; et assignata definitione omnem ambiguitatem esse sublatam.

Cautio

Sequentes Propositiones circa Actionem et potentiam
 15 de motibus simplicibus vel saltem de motibus æquidistri-
 butis simul et uniformibus intelliguntur.

Propositio 1

Si eadem quantitas materiæ per diversas longitudes
 mota sit, effectus formales motuum sunt ut longitudes;
 20 quod si præterea velocitatum gradus sint æquales, etiam
 actiones formales motuum sunt ut longitudes.

Sit (Figura 2. [p. 174]) materia A (unius libræ si placet) translata per lon-
 gitudinem ${}_0A{}_2A$, et materia B ei æqualis (etiam unius libræ) translata per
 longitudinem ${}_0B{}_3B$, et mensura longitudinum communis sit pes, resoluta
 25 nimirum longitudine ${}_0A{}_2A$ in pedes quocunque verbi gratia duos, ${}_0A{}_1A$,
 ${}_1A{}_2A$; et resoluta longitudine ${}_0B{}_3B$ in pedes quocunque ut tres, ${}_0B{}_1B$, ${}_1B{}_2B$,
 ${}_2B{}_3B$; et uniusquisque pedum absolvatur eadem velocitate nempe tempore
 æquali ipsi tempore T , veluti tempore minuti, si placet. His positis mensura

Définition 3

La QUANTITÉ D'ACTION FORMELLE DANS LE MOUVEMENT est ce dont la mesure est qu'une matière d'une quantité déterminée soit mue sur une distance déterminée (d'un mouvement équidistribué) en un temps déterminé.

C'est pourquoi l'effet diffère de l'action, en ce que dans l'effet on ne tient 5 compte que de ce qui est produit, à savoir de la matière transportée et de l'espace dans lequel est fait le transport, tandis que dans l'action entière on tient compte aussi de la vitesse ou du temps T dans lequel est produit l'effet, ou dans lequel a lieu le transport de ${}_1A_1B$ à ${}_2A_2B$ (voir la figure de la définition précédente). J'ai d'ailleurs appelé formels aussi bien l'effet que 10 l'action, parce que, comme nous les avons ici définis, ils sont essentiels au mouvement; il en va autrement d'autres effets ou d'autres actions, issus de quelque obstacle particulier, comme de la force de la gravité qui presse les corps vers le centre de la terre, ou de la résistance du milieu ou du contact, ou encore de quelque ressort à vaincre, et d'autres accidents semblables de la 15 matière concrète. Si toutefois on supporte mal un *vocabulaire métaphysique* dans une matière mathématique, on s'avisera de ce qu'aucun autre n'était plus commodément disponible, et que toute ambiguïté est levée par la définition assignée.

Avertissement

20

Les propositions suivantes portant sur l'action et la puissance s'entendent de mouvements simples, ou au moins de mouvements à la fois équidistribués et uniformes.

Proposition 1

Si la même quantité de matière est mue sur différentes longueurs, les effets 25 formels des mouvements sont comme les longueurs; que si en outre les degrés des vitesses sont égaux, les actions formelles des mouvements sont aussi comme les longueurs.

Que la matière (figure 2 [p. 173]) A (d'une livre par exemple) soit transportée sur la longueur ${}_0A_2A$, et que la matière B égale à la précédente (d'une 30 livre également) soit transportée sur la longueur ${}_0B_3B$; et que la commune mesure des longueurs soit le pied, la longueur ${}_0A_2A$ se résolvant en un certain nombre de pieds, deux par exemple (${}_0A_1A$ et ${}_1A_2A$), et la longueur ${}_0B_3B$ se résolvant en un autre nombre de pieds, comme trois (${}_0B_1B$, ${}_1B_2B$, ${}_2B_3B$); et que chaque pied soit parcouru avec la même vitesse, à savoir en un temps 35 égal au temps T , par exemple d'une minute. Cela posé, la mesure des actions formelles sera l'action de mouvoir une matière d'une livre sur la longueur

Actionum formalium erit actio movendi materiam unius libræ per longi-
 tudinem pedis unius tempore minuti (per definitionem 3. hic,) et ad trans-
 ferendam libram A per duos pedes, transfertur libra A per pedem unum
 ${}_0A_1A$ tempore minuti, et rursus transfertur libra A per pedem unum ${}_1A_2A$
 5 tempore minuti. Itaque actio transferendi libram A per ${}_0A_2A$ duos pedes,
 continet mensuram actionis toties, quoties longitudo ${}_0A_2A$ continet pe-
 dem seu mensuram longitudinis, nempe bis. Similiter actio transferendi li-
 bram B per ${}_0B_3B$, pedes tres, continet mensuram actionis quoties longitudo
 ${}_0B_3B$ continet mensuram longitudinis sive pedem, nempe ter. Iam quanti-
 10 tates sunt ut numeri posito mensuram esse unitatem (per definitionem 1.)
 Itaque quantitates actionum sunt ut quantitates longitudinum. Idem est
 de quantitatibus effectuum, etiamsi velocitates non fuissent æquales (per
 definitionem 2. hic). Quod si longitudines sint incommensurabiles, pos-
 sunt pro ipsis substitui commensurabiles ab ipsis differentes minus diffe-
 15 rentia quavis data. Veluti si mensuræ quantitas data differentia tanto minor
 assumatur, ut error etiam prodeat minor errore quovis dato, id est nullus.
 Propositio familiariter ita enuntiari ostendique potest:

Effectus movendi libram unam per pedes duos (tres) ^[74v]
 est duplus (tripplus) effectus movendi libram unam per
 20 pedem unum; et actio movendi libram unam per pedes
 duos (tres) tempore duorum (trium) minutorum est dupla
 (trippla) Actionis movendi libram unam per pedem unum
 tempore unius minuti. Manifestum enim est in quantitate compo-
 sita bis (terve) repeti simplicem, quæ est mensura (per definitiones 2. et
 25 3.) Itaque composita quantitas erit ad simplicem (per definitionem 1.) ut
 numerus repetitionum ad unitatem. Et constat ejusdem velocitatis esse per-
 currere unum pedem tempore unius minuti, et percurrere duos (tres) pe-
 des tempore duorum (trium) minutorum (per propositionem 5. capitis de
 velocitate motus æquidistributi et uniformis).

30 *Propositio 2*

Si diversa mobilia moveantur per longitudines æquales,
 effectus motuum formales erunt ut mobilia; quod si præ-
 terea et velocitatum gradus sint æquales, etiam actiones
 motuum formales erunt ut mobilia.

35 Sint (Figura 3. [p. 178]) mobilia AC et LP translata per longitudinem
 ${}_1A_2A$ vel ${}_1L_2L$ unius pedis, æquali velocitate seu tempore T , unius si placet

23 quantitate | 'gravitate?' corr. | A

d'un pied dans le temps d'une minute (par la définition 3 de ce chapitre), et pour transporter la livre A sur deux pieds, la livre A est transportée sur un pied ${}_0A_1A$ dans le temps d'une minute, puis de nouveau la livre A est transportée sur un pied ${}_1A_2A$ dans le temps d'une minute. Par conséquent, l'action de transporter la livre A sur deux pieds ${}_0A_2A$ contient autant de fois 5 la mesure de l'action que la longueur ${}_0A_2A$ contient de pieds, c'est-à-dire la mesure de la longueur, à savoir deux fois. Semblablement, l'action de transporter la livre B sur ${}_0B_3B$, trois pieds, contient la mesure de l'action, autant de fois que la longueur ${}_0B_3B$ contient la mesure de la longueur ou un pied, à savoir trois fois. Or les quantités sont comme les nombres, quand 10 leur mesure est prise pour l'unité (définition 1). Par conséquent les quantités des actions sont comme les quantités des longueurs. Il en va de même des quantités des effets, et ce même si les vitesses n'étaient pas égales (par la définition 2). Que si les longueurs sont incommensurables, on peut leur substituer des grandeurs commensurables qui en diffèrent moins que toute 15 différence donnée, tout comme si la quantité de la mesure était prise tellement plus petite que la différence donnée, que l'erreur se trouverait aussi plus petite que toute erreur donnée, c'est-à-dire nulle.

La proposition peut aussi être énoncée et démontrée de manière familière sous cette forme : 20

L'effet de mouvoir une livre sur deux (trois) pieds est double (triple) de l'effet de mouvoir une livre sur un pied. Et l'action de mouvoir une livre sur deux (trois) pieds dans le temps de deux (trois) minutes est double (triple) de l'action de mouvoir une livre sur un pied dans le temps d'une minute. Il est manifeste en effet, que dans la quantité composée se répète deux (ou trois) fois la 25 quantité simple, qui est la mesure (par les définitions 2 et 3). C'est pourquoi la quantité composée sera à la simple (par la définition 1) comme le nombre des répétitions est à l'unité. Et il est établi que c'est la même vitesse de parcourir un pied dans le temps d'une minute, et deux (trois) pieds dans le temps de deux (trois) minutes (par la proposition 5 du chapitre sur la 30 vitesse du mouvement équidistribué et uniforme).

Proposition 2

Si différents mobiles se meuvent sur des longueurs égales, les effets formels des mouvements seront comme les mobiles ; que si en outre les degrés des vitesses sont égaux, les actions formelles des mouvements seront aussi comme les mobiles. 35

Soient (figure 3 [p. 179]) les mobiles AC et LP transportés sur la longueur d'un pied ${}_1A_2A$ ou ${}_1L_2L$, à une vitesse égale ou en un temps T , d'une mi-

minuti; et mobilium mensura sit libra et mobile AC resolvatur in libras si placet duas, AB , BC ; mobile autem LP in libras tres LM , MN , NP ; habemus in ipsius AC motu bis repetitam mensuram actionis, nempe habemus libram AB translata per longitudinem unius pedis tempore T seu velocitate unius gradus (per definitionem 3.) et rursus libram BC tempore æquali seu velocitate eadem per longitudinem unius pedis translata. Similiter in motu ipsius LP habemus mensuram actionis ter repetitam. Et utrobique toties habemus mensuram actionis quoties mensuram materiæ in mobilibus. Sunt ergo quantitates actionum ut mobilium (per definitionem 1.) Idem est in effectibus (per definitionem 2.) quæcunque sit velocitas aut quodcunque impensum tempus. Et idem est in mobilibus incommensurabilibus ut patet per rationem adhibitam in propositione præcedente.

Propositio familiaris ita enuntiari potest: Effectus movendi libras duas (tres) per pedem unum est duplus (triplus) effectus movendi libram unam per pedem unum; et Actio movendi libras duas (tres) per pedem unum tempore unius minuti, est dupla (tripla) actionis movendi libram unam per pedem unum tempore unius minuti.



Figura 3



Figura 4

Propositio 3

Effectus motuum formales, et posita æquali velocitate, etiam actiones motuum formales, sunt in ratione composita mobilium et longitudinum.

Si mobilia sint æqualia cæteris positis erunt effectus et actiones ut longitudines (per propositionem 1. hic.) Ergo in casu æqualitatis mobilium, erunt in ratione mobilium et longitudinum composita.

Sin mobilia sint inæqualia, sumatur (Figura 4.) majoris LMN (4) pars LM (3) æqualis minori AB (3); effectus itemque actio motus $1A_2B$ (6) est ad effectum itemque actionem motus $1L_2M$ (15) ut longitudo $1A_2A$ (2) ad

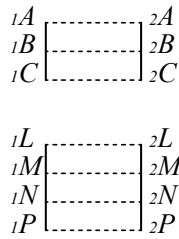


Figure 3

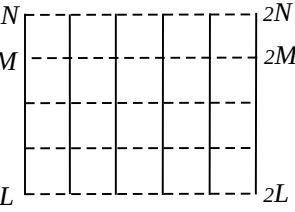
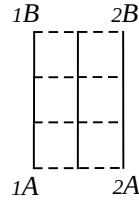


Figure 4

nute si l'on veut ; que la mesure des mobiles soit la livre, et supposons que le mobile AC se résolve si l'on veut en deux livres, AB , BC , et le mobile LP en trois livres, LM , MN , NP ; nous avons dans le mouvement de AC la mesure de l'action répétée deux fois, puisque nous avons la livre AB transportée sur la longueur d'un pied dans le temps T , ou avec une vitesse d'un 5 degré (par la définition 3), et derechef la livre BC transportée en un temps égal ou à la même vitesse sur la longueur d'un pied. Pareillement, dans le mouvement de LP , nous avons la mesure de l'action répétée trois fois. Et, dans les deux cas, autant de fois avons-nous la mesure de l'action, autant de fois avons-nous la mesure de la matière dans les mobiles. Les quantités 10 d'action sont donc entre elles comme les mobiles (par la définition 1). Il en est de même pour les effets (par la définition 2), quelle que soit la vitesse ou quel que soit le temps dépensé. Et il en est de même aussi dans le cas de mobiles incommensurables, comme il ressort de la raison invoquée dans la proposition précédente. 15

La proposition peut s'énoncer plus familièrement de cette façon : *L'effet de mouvoir deux (trois) livres sur un pied est double (triple) de l'effet de mouvoir une livre sur un pied ; et l'action de mouvoir deux (trois) livres sur un pied dans un temps d'une minute, est double (triple) de l'action de mouvoir une livre sur un pied dans un temps d'une minute.* 20

Proposition 3

Les effets formels des mouvements, et aussi, à vitesse supposée égale, les actions formelles des mouvements, sont en raison composée des mobiles et des longueurs.

Si les mobiles sont égaux, sous les hypothèses posées, les effets et les actions seront comme les longueurs (par la proposition 1) ; donc, dans le 25 cas de l'égalité des mobiles, ils seront en raison composée des mobiles et des longueurs.

longitudinem ${}_1L_2L$ (5) (per propositionem 1 hic); rursus effectus itemque actio motus ${}_1L_2M$ (15) ad effectum itemque actionem motus ${}_1L_2N$ (20) est ut mobile LM (3) seu AB (3) ad mobile LN (4), (per propositionem 2. [75v] hic). Ergo jungendo prima postremis, effectus itemque actio motus ${}_1A_2B$ (6) est ad effectum itemque actionem motus $1L2N$ (20) in ratione composita longitudinis ${}_1A_2A$ (2) ad longitudinem ${}_1L_2L$ (5) et mobilis AB (3) ad mobile LN (4); seu ut est rectangulum ${}_1A_2B$ (3 in 2, seu 6) ad rectangulum ${}_1L_2N$ (4 in 5, seu 20).

Nimirum effectus movendi libras duas per pedes tres est bis triplus seu sextuplus ipsius effectus movendi unam libram per pedem unum: et actio movendi libras duas per pedes tres in minuto temporis uno est bis tripla seu sextupla actionis movendi libram unam per pedem unum in uno temporis minuto.

15

Axioma

Eandem materiae quantitatem per eandem longitudinem moveri, in tempore minore, est actio major.

Percurrere leucam in dimidia hora est majus quam percurrere leucam in hora integra; et ita de cæteris.

20 [Scholion:] Si nollemus demonstrare propositionem 4 possemus ex axioma et propositione 4 facere tale axioma utrumque complectens: si eadem materia quantitas, per eandem longitudinem moveatur quatuor temporibus B, E, L, M , sitque B minus quam E in ratione qua L minus quam M ; erit actio per B major actione per E , in ratione qua actio per L major
25 est actione per M .

Propositio 4

Si eadem materiae quantitas moveatur per longitudes æquales temporibus quatuor, et sint tempora duo priora inter se ut tempora duo posteriora vel (quod idem est)
30 velocitates duæ priores inter se ut velocitates duæ posteriores; etiam actiones duæ priores in eadem inter se ratione erunt, in qua dua actiones posteriores.

Sit (Figura 5. [p. 182]) mobile A percurrens longitudes quatuor æquales ipsi ${}_1A_2A$, temporibus BC, EFG, LM, NPQ , sitque tempus EFG in eadem

7 est *add. A* 20 Scholion: *add. ed.* 20-25 Si ... *M. hæc adnotavit Leibnitiuss in marg. p. 108 præc. cod. B. Vide vol. I, p. 497*

Mais si les mobiles sont inégaux, qu'on prenne (figure 4 [p. 179]) une partie LM (3) du plus grand LMN (4), égale au plus petit AB (3); l'effet et aussi l'action du mouvement ${}_1A_2B$ (6) sont à l'effet et aussi à l'action du mouvement ${}_1L_2M$ (15) comme la longueur ${}_1A_2A$ (2) est à la longueur ${}_1L_2L$ (5) (par la prop. 1); de plus l'effet et aussi l'action du mouvement ${}_1L_2M$ (15) sont à l'effet et aussi à l'action du mouvement ${}_1L_2N$ (20) comme le mobile LM (3) ou AB (3) est au mobile LN (4) (par la proposition 2). Donc, en joignant les premières raisons aux dernières, l'effet et aussi l'action du mouvement ${}_1A_2B$ (6) sont à l'effet et aussi à l'action du mouvement ${}_1L_2N$ (20) en raison composée des raisons de la longueur ${}_1A_2A$ (2) à la longueur ${}_1L_2L$ (5) et du mobile AB (3) au mobile LN (4), autrement dit comme le rectangle ${}_1A_2B$ (3 fois 2 ou 6) au rectangle ${}_1L_2N$ (4 fois 5 ou 20).

Ainsi l'effet de mouvoir deux livres sur trois pieds est deux fois triple ou sextuple de l'effet de mouvoir une livre sur un pied; et l'action de mouvoir deux livres sur trois pieds en une minute de temps est deux fois triple ou sextuple de l'action de mouvoir une livre sur un pied en une minute de temps.

Axioma

Mouvoir la même quantité de matière sur la même longueur dans un temps moindre, est une action plus grande.

Parcourir une lieue en une demi-heure est plus que parcourir une lieue en une heure entière; et ainsi du reste.

[Scolie.] Si nous ne voulons pas démontrer la proposition 4, nous pourrions former à partir de l'axiome et de la proposition 4 un axiome les rassemblant l'un et l'autre de cette manière : si la même quantité de matière se meut sur la même longueur en quatre temps B, E, L, M , et si B est plus petit que E dans la raison où L est plus petit que M , l'action pendant B sera plus grande que l'action pendant E dans la raison où l'action pendant L est plus grande que l'action pendant M .

Proposition 4

Si la même quantité de matière est mue sur des longueurs égales en quatre temps, et que les deux premiers temps soient entre eux comme les deux suivants, ou (ce qui revient au même) que les deux premières vitesses soient entre elles comme les deux suivantes, alors les deux premières actions auront aussi entre elles la même raison que les deux actions suivantes.

Soit (figure 5 [p. 183]) le mobile A parcourant quatre longueurs égales à ${}_1A_2A$ dans les temps BC, EFG, LM, NPQ , et que le temps EFG ait avec le

proportione ad tempus BC in qua est tempus NPQ ad tempus LM ; ajo et ^[76r] actionem cui impensum est tempus EFG esse ad actionem cui impensum est tempus BC in ea proportionem, in qua est actio cui impensum est tempus NPQ ad actionem cui impensum est tempus LM . Cum enim actionis
 5 mensura sit, mobile certæ magnitudinis percurrisset longitudinem certæ extensionis certo velocitatis gradu seu certa temporis parte (per definitionem 3.) et longitudo translationis itemque magnitudo mobilis sint in omnibus eadem (ex hypothesi) et eadem ratio utrobique temporum (adeoque velocitatum), omnia quibus actio æstimari potest, erunt similia a parte BC et
 10 EFG , ut a parte LM et NPQ . Itaque nulla causa reperiri potest, cur major ab una parte quam alia actionum proportio esse dicatur. Est ergo eadem. Idem est de velocitatibus; nam si duæ priores velocitates in ea sunt ratione in qua duæ posteriores, etiam tempora posteriora prioribus erunt proportionalia; quia velocitates (æqualibus longitudinibus percursis) sunt temporibus reciproce proportionales (per propositionem 8. capitis de velocitate in motu
 15 æquidistributo et uniforme).

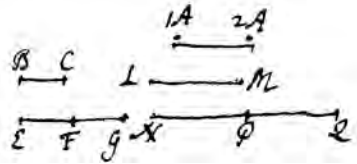


Figura 5

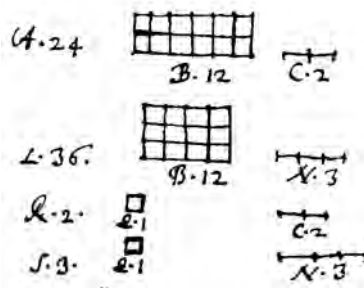


Figura 5[bis]

Fieri non potest, ut alius modus hæc demonstrandi reperiat, quia actiones quæ velocitate differunt non possunt reduci ad congruentiam, uti paulo ante reduximus ad congruentiam eas, quæ velocitatem eandem
 20 habent, tantumque magnitudine mobilis aut longitudinis differunt; itaque per viam similitudinis comparatio differentium velocitate actionum obtinenda est.

Propositio 5

Si velocitates in eadem materiæ quantitate per longitudinem eandem movenda exercitæ assumantur in progres-

temps BC la même proportion que le temps NPQ avec le temps LM ; je dis que l'action à laquelle est dépensé le temps EFG est aussi à l'action à laquelle est dépensé le temps BC dans la même proportion où l'action à laquelle est dépensé le temps NPQ est à l'action à laquelle est dépensé le temps LM . En effet, comme la mesure de l'action est qu'un mobile de grandeur déterminée ait parcouru une longueur d'une grandeur déterminée avec un degré déterminé de vitesse ou dans une partie déterminée de temps (par la définition 3), et que la longueur du transport et la grandeur du mobile sont les mêmes dans tous ces cas (par hypothèse), et que la raison des temps (et donc des vitesses) est la même de part et d'autre, tous les facteurs par lesquels l'action peut être estimée seront semblables du côté de BC et EFG et du côté de LM et NPQ . C'est pourquoi on ne peut trouver aucune cause qui ferait que la proportion des actions serait dite plus grande d'un côté que de l'autre. Elle est donc la même. Il en est de même des vitesses, car si les deux premières vitesses sont entre elles dans la raison des deux suivantes, les temps postérieurs seront aussi proportionnels aux premiers, parce que les vitesses (pour des longueurs parcourues égales) sont réciproquement proportionnelles aux temps (par la proposition 8 du chapitre sur la vitesse dans le mouvement équidistribué et uniforme).

Il est impossible de trouver une autre manière de démontrer tout cela, puisque des actions qui diffèrent par leur vitesse ne peuvent être ramenées à la *congruence*, à la manière dont un peu plus haut nous avons ramené à la congruence celles qui ont la même vitesse, et qui diffèrent seulement par la grandeur du mobile ou de la longueur parcourue; c'est pourquoi c'est par le biais de la *similitude* qu'il faut établir la comparaison entre actions de vitesses différentes.

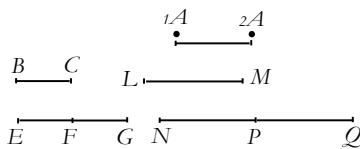


Figure 5

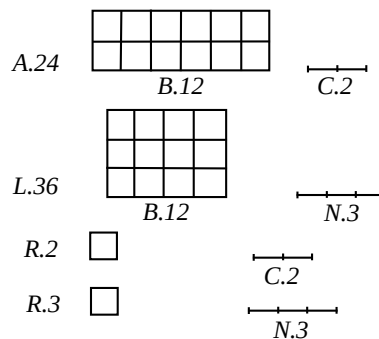


Figure 5[bis]

sione Geometrica crescente, erunt et actiones formales ^[76v] motuum in progressionem Geometricam crescente.

Sint velocitates A, B, C , progressionis Geometricæ seu A ad B ut B ad C , et sint actiones L, M, N ; ajo etiam esse L ad M , ut M ad N . Nam assumatur alia velocitas H æqualis ipsi B , qua fiat alia actio actio Z æqualis ipsi M . Quia A ad B ut B ad C (ex hypothesi). Ergo A ad B ut H ad C , (ex constructione). Ergo et L ad M ut Z ad N , (per propositionem præcedentem) id est (per constructionem) L ad M ut M ad N . Idemque est si progressio Geometrica continuetur utcunque. Crescentibus autem velocitatibus crescunt actiones, quia crescentibus velocitatibus et manente longitudine, tempora decrescunt (per propositionem 8. capitis de velocitate in motu æquidistributo et uniformi) et decrescentibus temporibus manente longitudine cui impenduntur crescunt actiones (per axioma hic.)

Propositio 6. Lemma

15 Si duæ sint progressionem Geometricæ simul crescentes; termini unius erunt in eadem aut multiplicata aut submultiplicata ratione terminorum respondentium alterius.

Sint Geometricæ progressionem vel series A, B, C, D, E, F ; et L, M, N, P, Q . Ajo esse A ad B in ratione eadem vel multiplicata L ad M , vel contra L ad M in eadem aut multiplicata ratione A ad B quo casu erit $A : B$ in submultiplicata $L : M$. Nam interpolando continuo seriem priorem, omnes aliæ quantitates homogeneæ vel ab illis indefinite parvo errore differentes in eam cadent; itaque et in seriem priorem ABC cadet series posterior LMN , et quidem intervallis seu logarithmorum differentiis æqualibus, qui ipsa quoque LMN progressionis Geometricæ est. Iam si in serie Geometricæ ^[77r] progressionis assumatur alia series progressionis Geometricæ, sed majoribus intervallis, tunc termini posterioris sunt in multiplicata ratione terminorum prioris, et quidem ratio multiplicata est in ratione intervalli majoris ad minus, seu intervalli seriei unius ad intervallum alterius, quod in unaquaque seriei est constans; contra termini prioris sunt in ratione submultiplicata terminorum posterioris.

Sic si sint duæ series simul crescentes progressionis Geometricæ: 1, 4, 16, 64 et 2, 16, 128, 1024; tunc interpolata priore, ut in eam incidat posterior, res ita stabit:

16 eadem aut *add.* A 18 Geometricæ ... vel *add.* A 19 eadem vel *add.* A 20 eadem aut *add.* A 20-21 quo ... $L : M$ *add.* A

Proposition 5

Si les vitesses employées dans une même quantité de matière qui doit être mue sur une même longueur sont supposées en progression géométrique croissante, les actions formelles des mouvements seront également en progression géométrique croissante.

5

Soient les vitesses A, B, C , en progression géométrique, c'est-à-dire telles que A est à B comme B est à C , et soient les actions L, M, N ; je dis que L est à M comme M est à N . En effet, prenons une autre vitesse H égale à B , par laquelle se fasse une autre action Z égale à M ; puisque A est à B comme B est à C (par hypothèse), A est à B comme H est à C (par construction); 10 donc L est aussi à M comme Z est à N (par la proposition précédente), c'est-à-dire (par construction) que L est à M comme M est à N . Et il en est de même si la progression géométrique est poursuivie tant qu'on veut. Or, quand les vitesses croissent, les actions croissent, parce que les vitesses croissant tandis que la longueur reste la même, les temps décroissent (par 15 la proposition 8 du chapitre sur la vitesse dans le mouvement équidistribué et uniforme), et que, les temps décroissant tandis que la longueur reste la même, les actions qui y sont dépensées croissent (par l'axiome ici).

Proposition 6. Lemme

Si l'on a deux progressions géométriques croissant simultanément, les termes de l'une seront en raison identique, ou multiple, ou sous-multiple, des termes correspondants de l'autre.

Soient les progressions géométriques ou séries A, B, C, D, E, F et L, M, N, P, Q ; je dis que A est à B en raison identique ou en raison multiple de L à M , ou inversement que L est à M en raison identique ou multiple de A 25 à B (auquel cas $A : B$ sera en raison sous-multiple de $L : M$). En effet, en interpolant de façon continue la première série, toutes les autres quantités homogènes à ses termes, ou celles qui en diffèrent à une erreur indéfiniment petite, tomberont dans la suite; par conséquent, la seconde série L, M, N tombera aussi dans la première A, B, C , et forcément avec des intervalles 30 ou des différences de logarithmes égaux, puisque L, M, N est aussi en progression géométrique. Or, si dans une série en progression géométrique on prend une autre série en progression géométrique, mais avec des intervalles plus grands, alors les termes de cette dernière sont en raison multiple des termes de la première, et cette raison multiple est en raison de l'inter- 35 valle plus grand au plus petit, soit de l'intervalle d'une série à l'intervalle de l'autre, chaque intervalle étant constant dans chaque série; inversement les termes de la première sont en raison sous-multiple des termes de la seconde.

	<i>A</i>		<i>B</i>		<i>C</i>		<i>D</i>		<i>E</i>		<i>F</i>
Series communis	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
	⋮	<i>L</i>	⋮	⋮	<i>M</i>	⋮	⋮	<i>N</i>	⋮	⋮	<i>P</i>
Logarithmi	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Series prior	1	·	4	·	16	·	64	⋮	⋮	⋮	⋮
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Logarithm	(0)	·	(2)	·	(4)	·	(6)	⋮	⋮	⋮	⋮
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Intervalla	⋮	(2)	·	(2)	·	(2)	⋮	⋮	⋮	⋮	
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Series posterior .	⋮	2	·	·	16	·	·	128	·	·	1024
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Logarithmi	⋮	1	·	·	4	·	·	7	·	·	10
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Intervalla	·	·	·(3)	·	·	·(3)	·	·	·(3)	·	·

Et cum differentiæ logarithmorum seriei *ABCD* sint ad differentias logarithmorum seriei *LMNP*, ut 2 ad 3; erunt termini seriei posterioris in ratione multiplicata terminorum prioris secundum rationem 3 ad 2, sive numerum indicem vel exponentem $\frac{3}{2}$, seu ratio *L* ad *M* (2 ad 16) est ratio-
 nis *A* ad *B* (seu 1 ad 4) triplicata subduplicata, vel ratio *A* ad *B* est rationis *L*
 ad *M* duplicata subtriplicata; cum enim ratio *L* ad *M* sit ut cuborum (nam
 2, 16, 128 etc. est ut 1, 8, 64, etc.) ratio *A* ad *B* est ut quadratorum (nempe
 1, 4, 16, etc.) Eademque locum habent in aliis omnibus, etiamsi indefinite
 sit progrediendum in interpolanda serie priore ut in eam incidat posterior,
 quemadmodum factum est in calculandis logarithmis.

Propositio 7

Si eadem materiæ quantitas moveatur per longitudes æquales, Velocitates erunt actionibus proportionales.

4 sint (*x*) ut differentiæ (2) o *corr.* *A* 15 longitudinem *corr.* *A*

Ainsi, soient deux séries croissant simultanément en progression géométrique : 1, 4, 16, 64 et 2, 16, 128, 1024; alors, en interpolant la première de façon à ce que la seconde y tombe, on obtiendra :

	<i>A</i>		<i>B</i>		<i>C</i>		<i>D</i>		<i>E</i>		<i>F</i>
Série commune	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
	⋮	<i>L</i>	⋮	⋮	<i>M</i>	⋮	⋮	<i>N</i>	⋮	⋮	<i>P</i>
Logarithmes . .	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Première série .	1	·	4	·	16	·	64	⋮	⋮	⋮	⋮
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Logarithmes . .	(0)	·	(2)	·	(4)	·	(6)	⋮	⋮	⋮	⋮
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⁵ ⋮
Intervalles	⋮	(2)	·	(2)	·	(2)	⋮	⋮	⋮	⋮	
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Seconde série .	⋮	2	·	·	16	·	·	128	·	·	1024
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Logarithmes . .	⋮	1	·	·	4	·	·	7	·	·	10
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Intervalles	·	·	·(3)	·	·	·(3)	·	·	·(3)	·	·

Et comme les différences des logarithmes de la série *A, B, C, D* sont aux différences des logarithmes de la série *L, M, N, P*, comme 2 à 3, les termes de la seconde série seront en raison multiple des termes de la première selon la raison de 3 à 2, ou selon le nombre en indice ou en exposant $\frac{3}{2}$, autrement 10
dit la raison de *L* à *M* (de 2 à 16) est triple sous-dupliquée de la raison de *A* à *B* (de 1 à 4), ou bien la raison de *A* à *B* est double sous-triplée de la raison de *L* à *M*; puisque en effet la raison de *L* à *M* est comme celle des cubes (car 2, 16, 128, etc., est comme 1, 8, 64, etc.), la raison de *A* à *B* est comme 15
celle des carrés (à savoir 1, 4, 16, etc.). Et les choses se passeront de la même façon dans tous les autres cas, même s'il faut progresser indéfiniment dans l'interpolation de la première série pour que la seconde y tombe, comme on le fait dans le calcul des logarithmes.

Nam velocitates duæ quæcunque A et B possunt intelligi termini seriei progressionis Geometricæ; hæc series continetur ut sit A, B, C ; itaque respondentes eis actiones L, M, N , erunt etiam termini progressionis Geometricæ (per propositionem 5.) et quidem vel ejusdem seu in ratione
 5 ne simplice velocitatum, vel in ratione velocitatum secundum numerum certum multiplicata aut submultiplicata (per propositionem 6. hic)[;] sed quoniam longitudine et materia posita eadem, nullius alterius quam solius velocitatis vel temporis (quod velocitati qua eadem longitudo percurritur reciproce proportionale est) consideratio superesse potest (per definitionem
 10 3. hic). Itaque nulla fieri potest compositio sive multiplicatio rationum. Et proinde necesse est actiones eandem quantitatem materiæ per eandem longitudinem transferentes esse simpliciter in ratione velocitatum, seu ob eandem longitudinem (per propositionem 8. capitis 4. [sectionis] 2.) in ratione temporum reciproca.

15 Hanc propositionem ita pro captu omnium facilius enuntiabimus: Transferre libram per unum pedem intra temporis minutum duplo (triplo) major actio est quam transferre unam libram per unum pedem intra duo (tria) minuta. Idque tanquam axioma assumere poteram, quod iis sufficere potest qui vim rationationis Geometricæ profundioris non satis facile attingunt. Volui tamen ad augendam artem rationis in usum Geometrarum ostendere, quomodo in præsentī materia ex solo axioma simpliciore assumto, quod
 20 nempe majus sit efficere idem minore tempore, consequatur actionem motus formalem esse præcise in ea proportionē majorem in qua minus est tempus; quemadmodum Archimedes assumens majus esse momentum ex majore distantia tandem (licet alia methodo) demonstravit esse momenta ut distantias.

Propositio 8

Si æquales sunt effectus, quantitates materiæ sunt reciproce ut longitudines motus; idemque est, si æquales sint
 30 actiones et motuum tempora seu velocitates. Et vicissim: si quantitates materiæ sint reciproce ut longitudines, effectus vel æqualibus simul velocitatibus et actiones sunt æquales.

25 Archimedes *vide* Archimedes, *De æquipond.*, I, 6; *Archimedis Opera methodo nova illustrata* ... per I. Barrow, Londini: Godbid 1675, pp. 112-3.

Proposition 7

Si la même quantité de matière se meut sur des longueurs égales, les vitesses seront proportionnelles aux actions.

En effet, deux vitesses quelconques A et B peuvent être conçues comme les termes d'une série en progression géométrique. Que cette série soit prolongée en A, B, C ; dès lors les actions correspondantes L, M, N seront aussi les termes d'une progression géométrique (par la proposition 5) et elles seront donc entre elles ou de même raison, c'est-à-dire en raison simple des vitesses, ou dans une raison multiple ou sous-multiple des vitesses suivant un nombre déterminé (par la proposition 6). Mais puisque, en supposant que longueur et matière sont les mêmes, il ne peut rien rester à considérer (par la proposition 3) que la seule vitesse ou le seul temps (qui est réciproquement proportionnel à la vitesse avec laquelle une même longueur est parcourue), il ne peut donc y avoir aucune composition ou multiplication de raisons. Et par conséquent il est nécessaire que les actions transportant une même quantité de matière sur une même longueur soient en raison simple des vitesses, ou, puisque la longueur est la même, en raison inverse des temps (par la proposition 8 du chapitre 4, section 2).

Pour qu'elle soit plus facilement comprise par tous, nous énoncerons ainsi cette proposition : *Transporter une livre sur un pied en une minute de temps est une action deux fois (trois fois) plus grande que de transporter une livre sur un pied en deux (trois) minutes.* Et j'aurais pu adopter cette proposition comme un axiome, ce qui peut suffire à ceux qui ne parviennent pas assez aisément à la force d'un raisonnement géométrique plus profond. Cependant, pour augmenter l'art de raisonner dans l'usage des géomètres, j'ai voulu montrer comment, sur le sujet présent, de la seule admission d'un axiome plus simple, à savoir *c'est plus de faire le même en moins de temps*, il en résulte que l'action formelle du mouvement est plus grande, dans la proportion où le temps est moindre; tout comme Archimède, en admettant que le moment est plus grand pour une plus grande distance, a finalement démontré (quoique par une autre méthode) que les moments sont comme les distances.

Proposition 8

Si les effets sont égaux, les quantités de matière sont réciproquement comme les longueurs du mouvement; et il en est de même, si les actions sont égales, ainsi que les temps ou les vitesses des mouvements. Et inversement : si les quantités de matière sont réciproquement comme les longueurs, les effets, ou aussi les actions en cas d'égalité de vitesses, sont égaux.

Quoniam enim effectus vel in casu æqualium temporum actiones sunt in ratione composita et quantitatum materiæ et longitudinum (per propositionem 3. hic). Ideo si effectus vel actiones sint æquales, fient (per elementa) quantitates materiæ longitudinibus reciproce proportionales. Et contra,
 5 si reciproce proportionales sint quantitates materiæ longitudinibus, erunt effectus æquales, et in casu æqualium velocitatum et actiones. [78v]

Itaque tres libras transferre per longitudinem duorum pedum æqualis est effectus effectui, vel si æqualia sint tempora æqualis est actio actioni transferendi duas libras
 10 per longitudinem trium pedum. Quod et sic ostendi potest: Tres libras transferre per longitudinem duorum pedum sextuplus est effectus transferentis unam libram per longitudinem unius pedis. Et duas libras transferre per longitudinem trium pedum sextuplus est effectus transferentis unam libram per longitudinem unius pedis; (utrumque per propositionem 3. hic). Ergo æquale est duas libras per tres pedes vel tres libras per
 15 duos pedes transferre.

Propositio 9

Si eadem sit quantitas effectus in motibus, actiones motuum formales sunt velocitatibus agendi proportionales.
 20 nales.

Sit (Figura 5. [*Fig. 5bis, p. 182*]) motus *A* effectus quicumque *B*, uti transferendi duas libras per sex pedes, velocitas *C* graduum quorumcunque ut 2. Et sit rursus motus *L* effectus *B*, priori æqualis, uti transferendi tres libras per quatuor pedes, (quem æqualem priori esse patet ex propositione præcedente) velocitas *N* graduum quorumcunque ut 3; ajo actionem motus *A* esse ad actionem motus *L* ut *C*2 ad *N*3. Assumantur duo alii motus, unus *R* transferens unam libram per unum pedem velocitate *C*2, alter *S* transferens unam libram per unum pedem velocitate *N*3, et effectus transferendi unam libram per unum pedem vocetur *Q*. Actio motus *A* est ad actionem motus
 30 *R* (ob velocitates *C* æquales ambas graduum 2) ut effectus *B* ad effectum *Q* (per propositionem 3. hic), et actio motus *R* est ad actionem motus *S* ob effectus æquales *Q* (utrobique unius libræ translatae per unum pedem) ut velocitates, nempe ut velocitas *C*2 ad velocitatem *N*3 (per propositionem 7. hic). Et denique actio motus *S* est ad actionem motus *L* (ob velocitates
 35 *N* æquales ambas graduum 3) ut effectus *Q* ad effectum *B*, (per propositionem 3. hic).] Ergo denique actio motus *A* est ad actionem motus *L* in

3-4 per elementa vide Euclidis *Elementa*, lib. V, prop. 11, lib. VI, prop. 22-23.

En effet, puisque les effets ainsi que, en cas d'égalité des temps, les actions, sont en raison composée des quantités de matière et des longueurs (par la proposition 3), si donc les effets ou les actions sont égaux, les quantités de matière seront en raison réciproque des longueurs (d'après les *Éléments*. Et inversement, si les quantités de matière sont réciproquement proportionnelles aux longueurs, les effets seront égaux, ainsi que les actions en cas d'égalité des vitesses.

C'est pourquoi, transporter trois livres sur une longueur de deux pieds est un effet égal à l'effet, ou, si les temps sont égaux, une action égale à l'action de transporter deux livres sur une longueur de trois pieds. Ce qui peut aussi être montré ainsi : transporter trois livres sur une longueur de deux pieds est sextuple de l'effet qui transporte une livre sur une longueur d'un pied. Et transporter deux livres sur une longueur de trois pieds est un effet sextuple de l'effet qui transporte une livre sur une longueur d'un pied (dans les deux cas d'après la proposition 3 ici). Il est donc égal de transporter deux livres sur trois pieds ou trois livres sur deux pieds.

Proposition 9

Si la quantité d'effet est la même dans les mouvements, les actions formelles des mouvements sont proportionnelles aux vitesses d'action.

Soit (figure 5. [Fig. 5bis, p. 183]) un mouvement *A* avec un effet *B*, comme de transporter deux livres sur six pieds, et une vitesse *C* de degrés quelconques, par exemple deux. Soit en outre un mouvement *L* d'effet *B*, comme de transporter trois livres sur quatre pieds (ce qui est clairement un effet égal au premier d'après la proposition précédente), et de vitesse *N* de degrés quelconques, par exemple trois; je dis que l'action du mouvement *A* est à l'action du mouvement *L* comme *C* (2) est à *N* (3). Prenons deux autres mouvements, l'un *R* transportant une livre sur un pied à la vitesse *C* (2), l'autre *S* transportant une livre sur un pied à la vitesse *N* (3), et appelons *Q* l'effet de transporter une livre sur un pied. L'action du mouvement *A* est à l'action du mouvement *R* (du fait de l'égalité de leurs vitesses *C*, l'une et l'autre de deux degrés) comme l'effet *B* est à l'effet *Q* (par la proposition 3), et l'action du mouvement *R* est à l'action du mouvement *S*, du fait de l'égalité des effets *Q* (l'un et l'autre effet du transport d'une livre sur un pied), comme les vitesses, c'est-à-dire comme la vitesse *C* (2) à la vitesse *N* (3) (par la proposition 7 ici). Et enfin l'action du mouvement *S* est à l'action du mouvement *L* (du fait de l'égalité des vitesses *N*, l'une et l'autre de 3 degrés) comme l'effet *Q* est à l'effet *B* (par la proposition 3).

ratione composita B ad Q et C ad N et Q ad B ; et quia ratio composita ex B ad Q et Q ad B est æqualitatis, erit actio motus A ad actionem motus L in ratione C ad N , seu in ratione velocitatum agendi.

Propositio 10

5 Actiones formales motuum sunt in ratione composita effectum formalium et velocitatum agendi; seu in ratione composita quantitatum materiæ, longitudinum per quas sunt motæ, et velocitatum.

Nam si effectus sint æquales, erunt actiones ut velocitates efficiendi (per
 10 propositionem 7. hic). Ergo sic et in ratione composita effectum et velocitatum. Si effectus sint inæquales, sit (Figura 6.) effectus A , velocitas B , actio C ; et rursus effectus DEF , velocitas GH , actio NPQ . Sumatur effectus majoris DEF pars DE æqualis ipsi effectui A , producta actione NP parte actionis NPQ , et eadem velocitate, ut GH , qua actio integra NPQ . Iam actio NPQ est ad actionem NP ut effectus DEF ad effectum DE ob æqualem
 15 velocitatem utrobique GH (per propositionem 3. hic) et actio NP est ad actionem C , ut velocitas GH ad velocitatem B (ob effectus DE et A æquales [79v] per propositionem 9. hic). Ergo actio NPQ est ad actionem C , in ratione composita ex ratione effectus DEF ad effectum DE et ratione velocitatis
 20 GH ad velocitatem B . Sunt autem effectus in ratione composita quantitatum materiæ et longitudinum translationis (per propositionem 3. hic), unde habetur propositum.

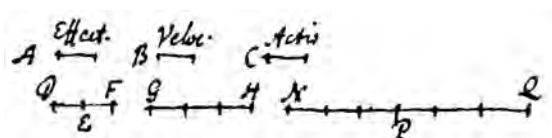


Figura 6

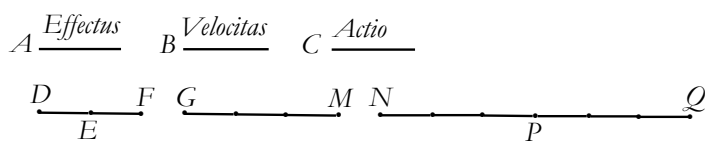


Figure 6

10 sic et *add.* A

Donc, finalement, l'action du mouvement A est à l'action du mouvement L en raison composée de celles de B à Q , de C à N et de Q à B ; et puisque la raison composée de celles de B à Q et de Q à B est l'égalité, l'action du mouvement A sera à l'action du mouvement L dans la raison de C à N , autrement dit en raison des vitesses d'action. 5

PROPOSITION 10

Les actions formelles des mouvements sont en raison composée des effets formels et des vitesses d'action, autrement dit en raison composée des quantités de matière, des longueurs sur lesquelles elles sont mues, et des vitesses.

En effet, si les effets sont égaux, les actions seront comme les vitesses 10 d'opération (par la proposition 7); donc aussi en raison composée des effets et des vitesses. Si les effets sont inégaux, soit (figure 6) un effet A , la vitesse B et l'action C ; et derechef un effet DEF , la vitesse GH et l'action NPQ . Prenons une partie DE de l'effet plus grand DEF , égale à l'effet A , produite par l'action NP , elle-même partie de l'action NPQ , et avec la même vitesse GH 15 que l'action totale NPQ . Dès lors l'action NPQ est à l'action NP comme l'effet DEF est à l'effet DE du fait de la vitesse égale GH de part et d'autre (par la proposition 3), et l'action NP est à l'action C comme la vitesse GH est à la vitesse B (du fait de l'égalité des effets DE et A par la proposition 9). L'action NPQ est donc à l'action C en raison composée de la raison de 20 l'effet DEF à l'effet DE et de la raison de la vitesse GH à la vitesse B . Or les effets sont en raison composée des quantités de matière et des longueurs de transport (par la proposition 3), d'où résulte la proposition.

DÉFINITION 4

La DIFFUSION DE L'ACTION DANS LE MOUVEMENT OU L'EXTENSION 25 DE L'ACTION, ou L'EXTENSION DE L'ACTION est la quantité de l'effet formel dans le mouvement. L'INTENSION de la même ACTION est la quantité de la vitesse avec laquelle l'effet est produit, c'est-à-dire avec laquelle la matière est transférée sur une longueur.

En effet, l'action se diffuse au même degré distribué sur un plus grand 30 espace ou sur un plus grand mobile. Et le degré s'intensifie même si le mobile et l'espace demeurent les mêmes.

PROPOSITION 11

Les actions formelles des mouvements sont en raison composée des diffusions et des intensions.

35

Definitio 4

DIFFUSIO ACTIONIS IN MOTU vel ACTIONIS EXTENSIO est quantitas effectus formalis in motu. INTENSIO ejusdem ACTIONIS est quantitas velocitatis, qua factus est effectus seu qua
5 materia per longitudinem translata est.

Diffunditur enim actio eodem gradu per majus spatium vel mobile distributo. Intenditur gradus etiam eodem manente mobili et spatio.

Propositio 11

Actiones motuum formales sunt in ratione composita
10 diffusionum et intensionum.

Nam sunt in ratione composita effectum et velocitatum translationis (per propositionem 10. hic). Sunt autem effectus, ut diffusiones, et velocitates ut intensiones (per definitionem 4. hic).

Propositio 12

15 Si effectus (formales intelligo) sint proportionales temporibus, erunt Actiones (formales scilicet) ut longitudo-
dines, et vicissim.

Nam actiones sunt in ratione composita effectuum et velocitatum (per propositionem 10. hic) et effectus sunt ut tempora (ex hypothesi). Ergo
20 actiones sunt in ratione composita temporum et velocitatum. Sed longitudo-
dines sunt etiam in ratione composita temporum et velocitatum (per pro- [80r]
positionem 6. vel 7. capitis 4. sectionis 2.) Ergo actiones sunt ut longitudo-
nes translationum; vicissimque si actiones sunt ut longitudes translatio-
num, actiones erunt in ratione composita temporum et velocitatum; sed
25 sunt etiam actiones in ratione composita effectuum et velocitatum. Ergo
effectus sunt ut tempora.

Propositio 13

Si eadem sit quantitas materiæ motæ, et longitudes
motuum sint ut tempora, erunt Actiones quoque ut tem-
30 pora, et vicissim.

Nam effectus erunt ut longitudes (per propositionem 1. hic). Ergo ut
tempora (ex hypothesi). Ergo Actiones ut longitudes (per propositionem
12.) Ergo ut tempora (ex hypothesi). Vicissim si Actiones sint ut tempora
et quantitas materiæ eadem, erunt actiones in ratione composita longitu-
35 dinum et velocitatum (per propositionem 10. hic). Ergo etiam ut tempora
(ex hypothesi[.]) Sed tempora sunt in ratione directa longitudinum et reci-

En effet elles sont en raison composée des effets et des vitesses de transport (par la proposition 10). Or les effets sont comme les diffusions, et les vitesses comme les intensions (par la définition 4).

PROPOSITION 12

Si les effets (formels) sont proportionnels aux temps, les actions (formelles) seront comme les longueurs, et inversement. 5

En effet, les actions sont en raison composée des effets et des vitesses (par la proposition 10), et les effets sont comme les temps (par hypothèse); donc les actions sont en raison composée des temps et des vitesses. Mais les longueurs sont aussi en raison composée des temps et des vitesses (par les propositions 6 ou 7 du chapitre 4, section 2); donc les actions sont comme les longueurs des transports. Et inversement, si les actions sont comme les longueurs des transports, les actions seront en raison composée des temps et des vitesses; mais les actions sont aussi en raison composée des effets et des vitesses. Donc les effets sont comme les temps. 15

PROPOSITION 13

Si la quantité de matière mue est la même, et que les longueurs des mouvements sont comme les temps, les actions seront aussi comme les temps, et inversement.

En effet, les effets seront comme les longueurs (par la proposition 1 ici), donc comme les temps (par hypothèse). Donc les actions seront comme les longueurs (par la proposition 12), donc comme les temps (par hypothèse). Inversement, si les actions sont comme les temps et si la quantité de matière est la même, les actions seront en raison composée des longueurs et des vitesses (par la proposition 10); et donc aussi comme les temps (par hypothèse). Mais les temps sont en raison directe des longueurs et réciproque des vitesses (par la proposition 9 du chapitre 4, section 2). Donc la raison directe et la raison réciproque des vitesses sont égales, de sorte que les vitesses sont égales; par conséquent les longueurs sont comme les temps. 20 25

PROPOSITION 14

30

Si les actions sont égales les effets sont réciproquement comme les vitesses, et inversement.

En effet les actions sont en raison composée des effets et des vitesses (par la proposition 10), d'où résulte la proposition d'après les *Éléments*.

proca velocitatum (per propositionem 9. capitis 4 sectionis 2.) Ergo æqualis est ratio velocitatum directa et reciproca, adeoque velocitates sunt æquales; itaque longitudines sunt ut tempora.

Propositio 14

5 Si actiones sint æquales, effectus sunt reciproce ut velocitates, et vicissim.

Nam actiones sunt in ratione composita effectuum et velocitatum (per propositionem 10. hic) unde constat propositum per elementa.

Propositio 15

10 Si velocitates sint æquales; tunc Effectus (pariterque Actiones) sunt in ratione composita quantitatum materiæ et temporum motibus impensorum, et vicissim.

Nam si velocitates sint æquales, actiones (vel effectus) sunt in ratione quantitatum materiæ et longitudinum (per propositionem 3. hic). Sed longi-
15 gitudines sunt ut tempora in casu velocitatum æqualium (per propositionem 5. capitis 4. sectionis 2. adde ibidem propositionem 6.)

Vicissim si effectus sint in ratione composita quantitatum materiæ et temporum (ex hypothesi) ideo quia effectus sunt in ratione quantitatum materiæ et longitudinum, erunt longitudines ut tempora; sed tunc (per
20 dictam propositionem 5.) æquales sunt velocitates. (Ergo et actiones sunt ut effectus.)

Propositio 16

Effectus motuum formales sunt in ratione composita mobilium, velocitatum, et temporum motus.

25 Nam effectus sunt in ratione composita mobilium et longitudinum (per propositionem 3. hic), et longitudines sunt in ratione composita velocitatum et temporum (per propositionem 6. vel 7. capitis 4. sectionis 2.)

Propositio 17

30 Actiones motuum formales sunt in ratione composita ex rationibus mobilium et temporum simplice, et velocitatum agendi duplicata.

Sunt enim actiones in ratione composita velocitatum et effectuum (per propositionem 10. hic), et effectus sunt in ratione composita velocitatum temporum et mobilium (per propositionem 16 præcedentem). Ergo actio-

8 per elementa *vide* Euclidis *Elementa*, lib. V, prop. 11, lib. VI, prop. 22-23.

Proposition 15

Si les vitesses sont égales, alors les effets (de même que les actions) sont en raison composée des quantités de matière et des temps dépensés dans les mouvements, et inversement.

En effet, si les vitesses sont égales, les actions (ou les effets) sont en raison 5 des quantités de matière et des longueurs (par la proposition 3); mais les longueurs sont comme les temps en cas d'égalité des vitesses (par la prop. 5 du chapitre 4 de la section 2, plus au même endroit la proposition 6).

Inversement si les effets sont en raison composée des quantités de matière et des temps (par hypothèse), alors puisque les effets sont en raison 10 des quantités de matière et des longueurs, les longueurs seront comme les temps. Mais alors (par la même proposition 5) les vitesses sont égales (Les actions sont donc aussi comme les effets).

Proposition 16

Les effets formels des mouvements sont en raison composée des mobiles, des 15 vitesses et des temps du mouvement.

Car les effets sont en raison composée des mobiles et des longueurs (par la proposition 3), et les longueurs sont en raison composée des vitesses et des temps (par les propositions 6 ou 7 du chapitre 4, section 2).

Proposition 17

20

Les actions formelles des mouvements sont en raison composée de la raison des mobiles et des temps et de la raison double des vitesses.

En effet, les actions sont en raison composée des vitesses et des effets (par la proposition 10), et les effets sont en raison composée des vitesses, des temps et des mobiles (par la proposition 16 précédente). Donc les ac- 25 tions sont en raison composée de la raison double des vitesses et des raisons simples des temps et des mobiles.

Proposition 18

Si les quantités de matière sont égales, et que les temps des actions sont égaux, les actions formelles des mouvements sont en raison double des vitesses ou des 30 longueurs du mouvement.

En effet les longueurs sont en raison composée des temps et des vitesses (par les propositions 6 ou 7 du chapitre 4, section 2). Donc, si les temps sont égaux, les vitesses sont comme les longueurs. De plus, puisque les [actions]

nes sunt in ratione composita ex duplicata velocitatum, simpliceque temporum et mobilium.

Propositio 18

Si æquales sint materiæ quantitates, et tempora actionum æqualia, actiones motuum formales erunt in duplicata ratione velocitatum vel longitudinum motus.

Nam longitudes sunt in ratione composita temporum et velocitatum (per propositionem 6. vel 7. capitis 4. sectionis 2.) Ergo si tempora sint æqualia, velocitates sunt ut longitudes. Rursus quia actiones sunt in ratione composita mobilium et temporum, et duplicata velocitatum (per propositionem 7. præcedentem) et mobilia et tempora sunt æqualia (ex hypothesi) Actiones sunt in duplicata velocitatum, id est hoc loco longitudinum.

Itaque actio transferendi unam libram intra minutum per pedes duos (tres) quadrupla (noncupla) est actionis transferendi unam libram intra minutum per pedem unum. De quo pluribus ad propositionem 4. capitis de potentia.

Propositio 19

Si æquales sint quantitates materiæ mobilium, actiones formales motuum sunt in ratione composita longitudinum motus, et velocitatum.

Nam generaliter actiones formales sunt in ratione composita quantitatum materiæ, longitudinum et velocitatum (per propositionem 10.) Ergo si quantitates materiæ æquales, erunt in ratione composita longitudinum et velocitatum.

Propositio 20

Si æquales sint materiæ mobilium quantitates, actiones formales sunt in ratione composita ex duplicata longitudinum motus directa, et simplice temporum reciproca.

Sunt enim actiones æqualium mobilium in ratione composita longitudinum et velocitatum (per propositionem 19.) et velocitates sunt in ratione composita ex directa longitudinum et reciproca temporum (per propositionem 8. capitis 4. sectionis 2.) Ergo actiones sunt in ratione composita ex duplicata directa longitudinum et simplice reciproca temporum.

sont en raison composée des mobiles et des temps et en raison double des vitesses (par la proposition 17 précédente), et que les mobiles et les temps sont égaux (par hypothèse), les actions sont en raison double des vitesses, c'est-à-dire ici des longueurs.

Par conséquent, l'action de transporter une livre en une minute sur deux 5 (trois) pieds est quadruple (nonuple) de l'action de transporter une livre en une minute sur un pied. Nous en dirons davantage là-dessus à la proposition 4 du chapitre sur la puissance.

PROPOSITION 19

Si les quantités de matière des mobiles sont égales, les actions formelles des 10 mouvements sont en raison composée de longueurs du mouvement et des vitesses.

En effet, de manière générale les actions formelles sont en raison composée des quantités de matière, des longueurs et des vitesses (par la proposition 10). Donc si les quantités de matière sont égales, elles seront en raison 15 composée des longueurs et des vitesses.

PROPOSITION 20

Si les quantités de matière des mobiles sont égales, les actions formelles des 20 mouvements sont en raison composée de la raison directe double des longueurs du mouvement et de la raison réciproque simple des temps.

En effet, les actions de mobiles égaux sont en raison composée des lon- 20 gueurs et des vitesses (par la proposition 19), et les vitesses sont en raison composée de la raison directe des longueurs et de la raison réciproque des temps (par la proposition 8 du chapitre 4, section 2); donc les actions sont en raison composée de la raison directe double des longueurs et de la raison simple réciproque des temps. 25

CAPUT 2. DE POTENTIA MOTRICE ABSOLUTA DEMONSTRATA A PRIORI

Definitio

POTENTIA ABSOLUTA EJUS QUOD MOVETUR est affectio ejus,
 5 proportionalis quantitati actionis ex motum habentis statu per se consequentis intra certum tempus, seu quantitati actionis formalis, quam exerceret mobile, si motum per datæ magnitudinis tempus uniformiter continuaret. Itaque æqualibus existentibus agendi temporibus, et actio-
 10 nibus formalibus positis uniformibus, potentiæ motrices absolutæ sunt ut actiones formales.

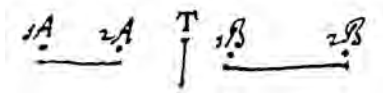


Figura 7



Figura 8

Ponamus (Figura 7.) A in motu esse positum, et in loco ${}_1A$ ita esse affectum, ut continuato uniformiter motu, tempore T absoluturum sit longitudinem ${}_1A_2A$; similiterque B eodem (vel æquali) tempore longitudinem
 15 ${}_1B_2B$. Itaque potentiam mobilis A in loco ${}_1A$ existentis ajo esse ad potentiam mobilis B in loco ${}_1B$ existentis, ut actio formalis motus ${}_1A_2A$, ad actionem formalem motus ${}_1B_2B$; seu potentias absolutas motuum æstimo quantitatibus actionum, quæ per se ex agentium statu consequuntur. Et potentiæ absolutæ mobilium in motu existentium perinde erunt ut actiones unifor-
 20 mes transferendi mobilia ipsa per aliquas longitudes intra datum tempus; ita ut revera nihil aliud sit actionem esse uniformem, quam potentiam in tempus ductam esse seu potentiam per tempus fluere vel exerceri; et quod in potentia momentaneum est, (quæ enim moventur, quovis momento habent potentiam) id in actione per se consequente ex statu potentiæ seu
 25 ex statu momentaneo est successivum seu continuatum: unde infra propositione 7. ostendemus, actiones esse in ratione composita temporum et

CHAPITRE 2. DÉMONSTRATION *A PRIORI* DE LA PUISSANCE MOTRICE ABSOLUE

Définition

La PUISSANCE ABSOLUE DE CE QUI SE MEUT est son affection proportionnelle à la quantité d'action résultant par elle-même en un temps déterminé de l'état de ce qui a du mouvement, ou à la quantité de l'action formelle qu'exercerait le mobile, si son mouvement se prolongeait uniformément pendant une grandeur de temps donnée. Par conséquent, en des temps d'action égaux, et les actions formelles supposées uniformes, les puissances motrices absolues sont comme les actions formelles.

10

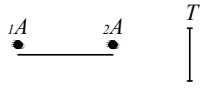


Figure 7

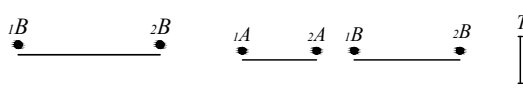


Figure 8

Admettons (figure 7) que A est placé en mouvement, et que, dans le lieu $1A$, il est affecté de telle façon que, son mouvement se prolongeant uniformément, la longueur $1A_2A$ sera parcourue dans le temps T ; et semblablement que B parcourre dans le même temps (ou un temps égal) la longueur $1B_2B$. Alors je dis que la puissance du mobile A dans la le lieu $1A$ est à la puissance du mobile B dans le lieu $1B$, comme l'action formelle du mouvement $1A_2A$ à l'action formelle du mouvement $1B_2B$, autrement dit j'estime les puissances absolues des mouvements par les quantités des actions qui résultent par elles-mêmes de l'état des agents. Et les puissances absolues des mobiles se trouvant en mouvement seront exactement comme les actions uniformes de transporter ces mobiles sur certaines longueurs, en un temps donné; de sorte qu'en réalité que l'action soit uniforme n'est rien d'autre que multiplier la puissance par le temps, ou que la puissance s'écoule ou s'exerce dans le temps. Et ce qui est momentané dans la puissance (car les choses qui sont mues ont de la puissance à chaque moment), est successif ou continué dans l'action qui résulte par elle-même de l'état de la puissance ou de son état momentané; aussi montrerons-nous plus bas, proposition

20

25

potentiarum, seu ut rectangula sub temporibus et potentiis. Distinguo autem potentiam mobilis absolutam, in corpore per se consideratam, a respectiva, qua aliud percutit; de qua suo loco.

Propositio 1

5 Si duo mobilia eandem habeant materiæ quantitatem eandemque velocitatem, erunt potentiæ ipsorum æquales.

Sint (Figura 8. [p. 200]) mobilia æqualia A et B , et velocitates eorum æquales; ajo et potentias eorum esse æquales. Nam ob velocitates æquales continuato uniformiter motu æquali, æquales describent longitudes (per definitionem 2. capitis 4. sectionis 2.) Itaque actiones erunt æquales (per definitionem 3. capitis 1. sectionis 3.) Ergo et potentiæ (per definitionem præcedentem hic).

Propositio 2

Si duorum mobilium velocitates sint æquales, erunt
15 potentiæ eorum motrices absolutæ in proportionem ipsorum mobilium.

Sint (Figura 9. [p. 204]) mobilium ABC (librarum duarum) et $LMNP$ (librarum trium) velocitates æquales; dico esse potentiam ipsius AB ad potentiam ipsius LMN ut mobile AB ad mobile LMN (seu ut 2 ad 3). Si AB et
20 LM sint commensurabiles, sumatur eorum mensura communis F ; jam cum quælibet pars ipsius ABC vel $LMNP$ æqualis ipsi F , velut AB , vel LM , æqualis sit, et præterea æquali moventur velocitate (subintelligimus enim semper motum esse æquidistributum, ubi per propositionem 6. capitis 4. sectionis 2. velocitates eorum, quæ mobili eidem insunt, sunt æquales) erunt eorum
25 potentiæ æquales (per propositionem 1. hic) verbi gratia potentia ipsius AB æqualis est potentiæ ipsius LM . Ergo toties æqualis potentia inest mobili cuique, quoties mensura mobilium communis; (ut potentia transferendi
[82r] unam libram velut AB per unum pedem ${}_1A_1B$ minuto temporis T , inest mobili ABC bis, et mobili $LMNP$ ter). Potentia autem totius componitur
30 ex potentiis partium; itaque potentia tota mobilis ABC est ad potentiam totam mobilis $LMNP$ ut numeri repetitionum mensuræ communis (2 ad 3,) id est, ut ipsa mobilia ABC , $LMNP$. Quod si mobilia sint incommensurabilia, sufficit pro iis assumi commensurabilia tam parum ab ipsis differentia, ut error sit minor errore quovis dato, adeoque error erit nullus. Eadem
35 propositio sic brevius ostenditur, quia duo mobilia ABC et $LMNP$ æquali velocitate prædita sunt, æquali tempore easdem motu uniformi describent

7, que les actions sont en raison composée des temps et des puissances, autrement dit comme les rectangles construits sur les temps et les puissances. Je distingue d'ailleurs la puissance *absolue* du mobile, considérée par elle-même dans le corps, de la puissance *respective*, par laquelle il en percute un autre, dont il sera question en son lieu¹.

5

PROPOSITION 1

Si deux mobiles ont la même quantité de matière et la même vitesse, leurs puissances seront égales.

Soient (figure 8 [p. 201]) les mobiles égaux A et B , et que leurs vitesses soient égales; je dis que leurs puissances aussi sont égales. Car, du fait des vitesses égales et le mouvement égal étant continué uniformément, ils décriront des longueurs égales (par la définition 2 du chapitre 1, section 3), et ainsi les actions seront égales (par la définition 3 du chapitre 1 section 3); donc les puissances aussi (par la définition précédente).

10

PROPOSITION 2

15

Si les vitesses de deux mobiles sont égales, leurs puissances motrices absolues seront en proportion de ces mobiles.

Que les vitesses (figure 9 [p. 205]) des mobiles ABC (de deux livres) et $LMNP$ (de trois livres) soient égales, je dis que la puissance de AB est à la puissance de LMN comme le mobile AB au mobile LMN (soit comme 2 à 3). Si AB et LM sont commensurables, qu'on prenne une mesure commune F de ces mobiles. Dès lors, comme les parties quelconques de ABC ou de $LMNP$ égales à F , comme AB ou LM , sont égales entre elles, et que de plus elles se meuvent avec une vitesse égale (nous sous-entendons toujours en effet que le mouvement est équidistribué, d'où il résulte par la proposition 6 du chapitre 4 section 2 que les vitesses de ce qui est contenu dans les mobiles sont égales entre elles), leurs puissances seront égales (par la proposition 1), par exemple la puissance de AB est égale à la puissance de LM . Donc, autant de fois la même puissance se trouve dans chaque mobile, autant de fois s'y trouve la commune mesure des mobiles (par exemple la puissance de transporter une livre, ou AB , sur un pied ${}_1A_1B$ en une minute de temps T , se trouve deux fois dans le mobile ABC , et trois fois dans le mobile $LMNP$). Or la puissance du tout est composée des puissances des parties. Par conséquent la puissance totale du mobile ABC est à la puissance

25

30

¹Cf. *infra*, Pars II, Sectio 3, *De corporum concursu*

totale du mobile $LMNP$ comme les nombres des répétitions de la commune mesure (2 à 3), c'est-à-dire comme les mobiles ABC et $LMNP$ eux-mêmes. Que si les mobiles sont incommensurables, il suffit de prendre à leur place des grandeurs commensurables différant d'eux si peu que l'erreur soit plus petite que toute erreur donnée, de sorte que l'erreur sera nulle. La même proposition peut se démontrer plus brièvement de cette façon : puisque les deux mobiles ABC et $LMNP$ sont dotés de la même vitesse, ils décriront d'un mouvement uniforme des longueurs égales en des temps égaux (par la définition 2 du chapitre 4 section 2). C'est pourquoi dès lors les actions seront comme les mobiles (par la proposition 1 du chapitre 1 de la section 3), et par suite (par la définition précédente) les puissances seront entre elles comme les mobiles.

Ainsi la puissance de transporter deux livres sur un pied en une minute est double de la puissance de transporter une livre sur un pied en une minute. En effet, elle contient deux fois la puissance de transporter une livre sur un pied en une minute. Tout comme l'action de transporter deux livres sur un pied en une minute est aussi double de l'action de transporter une livre sur un pied en une minute (par la proposition 2 chapitre 1 section 3).

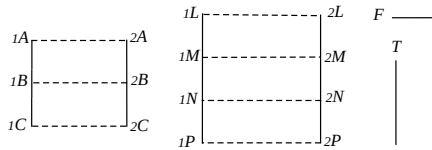


Figure 9

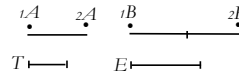


Figure 10

Proposition 3

Des puissances égales peuvent mouvoir des quantités égales de matière sur des longueurs différentes, pourvu que les longueurs des mouvements soient proportionnelles aux temps.

En effet (figure 10) si deux mobiles A et B sont de même vitesse, et que A est transporté dans le temps T sur la longueur $1A_2A$, et B dans le temps E sur la longueur $1B_2B$, les longueurs seront proportionnelles aux temps, soit $1A_2A$ à $1B_2B$ comme T est à E (par la proposition 5 chapitre 4 section 2). Or les mobiles sont égaux (par hypothèse) et des mobiles égaux de même vitesse sont aussi de même puissance (par la proposition 1). Donc des puissances égales peuvent transporter une même matière sur des longueurs différentes en des temps différents, qui soient proportionnels aux longueurs.

sterius sponte consequitur continuato motu et utrobique æquali tempore sumto actio est æqualis, ideoque et potentia.

Propositio 4

Si mobilia æqualem contineant materiæ quantitatem,
5 potentia motrices absolutæ sunt in ratione duplicata velocitatum seu ut velocitatum quadrata.

Nam potentia motrices absolutæ sunt ut actiones formales motuum uniformiter exercitæ intra tempora æqualia (per definitionem 1. hic) et mobilia sunt æqualia (ex hypothesi.) Æqualibus autem existentibus mobilibus
10 et temporibus actiones formales sunt in duplicata ratione velocitatum (per propositionem 18 capitis præcedentis.) Itaque habetur propositum.

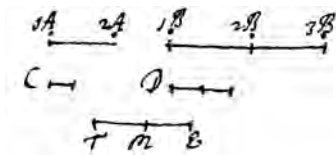


Figura 11

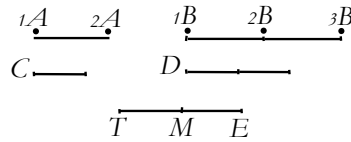


Figure 11

Sed altius ordiendo idem sic conficiemus: Sint (Figura 11.) æqualia mobilia A et B , et velocitates eorum sint graduum C (1) et D (2); ajo esse potentiam ipsius A ad potentiam ipsius B , ut quadratum ipsius C (seu ut
15 1) ad quadratum ipsius D (seu 4). Ponamus mobile A tempore TE motu [83v] uniformi transferri per longitudinem $1A_2A$ et mobile B tempore æquali TE transferri motu uniformi per longitudinem $1B_2B_3B$. Erunt longitudines ut velocitates (per propositionem 4. capitis 4. sectionis 2.) seu $1A_2A$ ad $1B_2B_3B$, ut C (1) ad D (2); assumatur longitudinis $1B_2B_3B$ pars $1B_2B$ (percursa parte temporis TM) et ob motum uniformem (ex hypothesi) eadem, qua tota longitudo, velocitate. Jam ob mobilia A et B æqualia et æquales longitudines
20 $1A_2A$ et $1B_2B$ erit actio transferendi uniformiter mobile A per longitudinem $1A_2A$ ad actionem transferendi æquale mobile B per æqualem longitudinem $1B_2B$ ut velocitas C (1) ad velocitatem D (2) (per propositionem 7. capitis præcedentis) id est, ut longitudo $1A_2A$ ad longitudinem $1B_2B_3B$; rursus
25 actio transferendi B per longitudinem $1B_2B$ est ad actionem transferendi idem per longitudinem $1B_2B_3B$, eadem (ob motum uniformem) velocita-

26 transferendi ... actionem add. A

Le même suit de la proposition 1 sur l'action, et aussi de la proposition 13. Car puisque dans le cas présent les actions sont comme les temps par ladite proposition 13, les actions seront donc égales en des temps égaux, et ainsi (par la définition précédente de la puissance) les puissances seront égales. 5

Ainsi, *il faut la même puissance pour transporter une livre sur un pied en une minute et pour transporter une livre sur deux pieds en deux minutes*. De l'état antécédent suit en effet spontanément l'état consécutif par la continuation du mouvement, et en prenant à chaque fois un temps égal, l'action est égale, et donc aussi la puissance. 10

Proposition 4

Si les mobiles contiennent la même quantité de matière, les puissances motrices absolues sont en raison double des vitesses ou comme les carrés des vitesses.

En effet, les puissances motrices absolues sont comme les actions formelles des mouvements exercées uniformément dans des temps égaux (par la définition 1) et les mobiles sont égaux (par hypothèse). Or, lorsque les mobiles et les temps se trouvent égaux, les actions formelles sont en raison double des vitesses (par la proposition 18 du chapitre précédent). On obtient ainsi la proposition. Mais nous obtiendrons le même résultat en partant de plus haut de cette façon. 20

Soient (figure 11 [p. 206]) deux mobiles égaux A et B , et que leurs vitesses soient de degrés C (1) et D (2); je dis que la puissance de A est à la puissance de B , comme le carré de C (soit comme 1) est au carré de D (soit à 4). Supposons que le mobile A est transporté d'un mouvement uniforme dans le temps TE sur la longueur ${}_1A_2A$, et que le mobile B dans un temps égal à TE est transporté d'un mouvement uniforme sur la longueur ${}_1B_2B_3B$, les longueurs seront comme les vitesses (selon la proposition 4 chapitre 4 section 2), c'est-à-dire ${}_1A_2A$ à ${}_1B_2B_3B$ comme C (1) à D (2). Qu'on prenne une partie ${}_1B_2B$ (parcourue en une portion de temps TM) de la longueur ${}_1B_2B_3B$, et, du fait du mouvement uniforme (par hypothèse), parcourue à la même vitesse que la longueur totale. Dès lors, en raison de l'égalité des mobiles A et B , de l'égalité des longueurs ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$, l'action de transporter uniformément le mobile A sur la longueur ${}_1A_2A$ sera à l'action de transporter uniformément le mobile B sur la longueur ${}_1B_2B$ comme le sont leurs vitesses, c'est-à-dire comme la vitesse C (1) à la vitesse D (2) (par la proposition 7 du chapitre précédent), c'est-à-dire comme la longueur ${}_1A_2A$ est à la longueur ${}_1B_2B_3B$; derechef l'action de transporter B 35

te D ut longitudo ${}_1B_2B$ id est ${}_1A_2A$ ad longitudinem ${}_1B_2B_3B$. (per propositionem 1. capitis præcedentis.) Itaque jungendo prima postremis: Actio transferendi mobile A per longitudinem ${}_1A_2A$, est ad actionem transferendi mobile æquale B per longitudinem ${}_1B_2B_3B$ tempore æquali, in duplicata
 5 ratione longitudinum, ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_2B_3B$. Sed ob æqualia tempora longitudines sunt ut velocitates, ut ostensum est. Itaque actiones sunt in duplicata ratione velocitatum. Sed si æqualia sint tempora et actiones sint uniformes, utique potentiæ sunt ut actiones (per definitionem potentiæ hic). Sunt ergo potentiæ æqualium mobilium in duplicata ratione velocitatum, seu ut
 10 velocitatum quadrata.

Hæc est propositio, quæ etsi ex principiis manifestissimis facili consequentia nascatur, nescio quomodo tamen hæctenus accuratam indagantium perspicaciam effugit. Placet autem cum probatione sua eandem familiarius
 proponere ad omnium captum hoc modo: [84r]

15 In actionibus uniformibus (uti quodvis punctum mobilis æqualibus temporibus æquales percurrit longitudes) et æquidistributis (ubi longitudes a quibuslibet mobilis punctis simul descriptæ sunt æquales) Actio (L) transferendi unam libram intra unum minutum per longitudinem veluti trium pedum, tripla est actionis transferendi unam libram triplo tempore seu intra
 20 tria minuta per eandem longitudinem, nempe trium pedum. Quod demonstravimus propositione 7. capitis præcedentis assumpto axiome, quod major actio sit idem efficere minore tempore; quanquam hæc ipsa conclusio pro axiome assumi possit, duplum (vel triplum) esse idem efficere dimidio tempore (aut tertia ejus parte), adeoque triplam
 25 esse actionem transferendi idem pondus per eandem longitudinem intra temporis trientem.

Rursus Actio [(M)] transferendi unam libram triplo tempore seu tribus minutis per longitudinem triplam seu per
 30 tres pedes tripla est actionis (N) transferendi unam libram simplo tempore seu uno minuto per longitudinem simplam unius pedis. Hoc generalius demonstravimus propositione 13. capitis præcedentis. Sed idem per se ita manifestum redditur: actio (M) transferendi unam libram tribus minutis per tres pedes ter continet actionem (N) transferendi unam libram uno minuto per unum pedem; nam qui
 35 transfert tribus minutis per tres pedes, (in motu scilicet uniformi et æquidistributo, ut subintelligimus) is primo minuto transfert per unum pedem,

15 quodvis *add.* A 28 (M) *om.* Bh *add.* *ed.*

sur la longueur ${}_1B_2B$ est à l'action de transporter le même sur la longueur ${}_1B_2B_3B$, à la même vitesse (du fait du mouvement uniforme), comme la longueur ${}_1B_2B$, c'est-à-dire ${}_1A_2A$, est à la longueur ${}_1B_2B_3B$ (par la proposition 1 du chapitre précédent). C'est pourquoi, en joignant les premières raisons aux dernières, l'action de transporter le mobile A sur la longueur ${}_1A_2A$ est à l'action de transporter le mobile égal B sur la longueur ${}_1B_2B_3B$ en un temps égal, en raison double des longueurs ${}_1A_2A$ à ${}_1B_2B_3B$. Mais du fait de l'égalité des temps les longueurs sont comme les vitesses, ainsi qu'on l'a montré. C'est pourquoi les actions sont en raison double des vitesses. Mais si les temps sont égaux et si les actions sont uniformes, les puissances sont assurément comme les actions (par la définition de la puissance). Les puissances de mobiles égaux sont donc en raison double des vitesses, ou comme les carrés des vitesses.

C'est là la proposition qui, bien qu'elle naisse des principes les plus évidents par une conséquence aisée, a, cependant, je ne sais comment, échappé jusqu'ici à l'attention perspicace des chercheurs. Aussi il me semble bon de la proposer avec sa preuve d'une façon plus familière, à la portée de tous, de cette façon.

Dans les actions uniformes (où chaque point du mobile parcourt des longueurs égales en des temps égaux) et *équidistribuées* (où les longueurs décrites en même temps par chaque point du mobile sont égales), l'action (L) de transporter une livre en une minute sur une longueur par exemple de trois pieds est triple de l'action de transporter une livre en un temps triple, soit en trois minutes, sur la même longueur, à savoir trois pieds. Ce que nous avons démontré à la proposition 7 du chapitre précédent, en admettant l'axiome selon lequel c'est une plus grande action d'effectuer le même en moins de temps; bien qu'on puisse aussi prendre comme axiome cette conclusion elle-même, que c'est faire le double (ou le triple) d'effectuer le même dans la moitié (ou le tiers) du temps, de sorte qu'est triple l'action de transporter le même poids sur la même longueur en un tiers du temps.

Derechef l'Action (M) de transporter une livre en un temps triple ou en trois minutes sur une longueur triple, ou sur trois pieds, est triple de l'action de transporter une livre en un temps simple, ou en une minute, sur une longueur simple d'un pied. Nous l'avons démontré de façon plus générale à la proposition 13 du chapitre précédent. Mais la même chose est rendue évidente par soi de cette façon : l'action (M) de transporter une livre en trois minutes sur trois pieds contient trois fois l'action (N) de transporter une livre en une minute sur un pied. En effet, celui qui transporte en trois minutes sur trois pieds

et secundo rursus, et tertio tertia vice; actio autem, quæ aliam actionem ter præcise repetit, utique ejus tripla est; nam totum, triplum est partis, quater repetita totum componitur.

Igitur Actio (L) transferendi unam libram intra unum [84r]
 5 minutum per longitudinem triplam seu trium pedum noncupla est actionis (N) transferendi unam libram uno minuto per longitudinem simplam, seu unius pedis. Cum enim Actio L sit tripla ipsius M , et actio M sit tripla ipsius N , erit actio L noncupla ipsius N .

10 Porro POTENTIÆ transferendi sunt ut actiones transferendi uniformes intra æquale tempus exercitæ; seu potentia libram transferendi uniformiter (seu constanti velocitate) intra minutum per longitudinem unam, est ad potentiam transferendi uniformiter libram intra minutum per longitudinem aliam, ut ipsa actio transferendi prior ad
 15 posteriorem, per positam definitionem potentiæ, quam actione ex ipsa per se consequente (adeoque uniformi) intra datæ magnitudinis tempus exercenda, æstimamus. Nempe in potentia momentaneum est, quod in Actione succedente per tempus uniformiter est diffusum.

Itaque POTENTIA transferendi unam libram intra unum
 20 minutum per longitudinem trium pedum est noncupla potentiæ transferendi unam libram intra minutum per unum pedem; seu potentiæ absolutæ mobilium æqualium sunt ut quadrata longitudinum translationis intra æqualia tempora absolvendarum.

25 Nam per articulum præcedentem sunt potentiæ dictæ ut actio L ad actionem N , actionem autem L actionis N noncuplam esse ostensum est.

Jam (in motibus uniformibus et æquidistributis) Velocitates sunt ut longitudines translationum æqualibus temporibus absolvendæ; seu velocitas mobile intra minutum transferendi per tres pedes tripla est velocitatis intra minutum transferendi mobile per unum pedem, ut manifestum est et demonstravimus propositione 4. [85r]
 30 capitis 4. sectionis 2.

Itaque tandem Potentiæ absolutæ mobilium æqualium
 35 sunt ut quadrata velocitatum; seu duplicata (triplicata) velocitate mobilis, potentia fit quadrupla (noncupla). Et eleganter evenit, ut velocitatibus per rectas repræsentatis, potentiæ corporis per rectarum potentias (quas vaticinio quodam sic appellarunt Geometræ) exprimantur.

(bien sûr dans un mouvement uniforme et équidistribué, comme nous le sous-entendons), transporte dans la première minute sur un pied, puis de nouveau dans la seconde minute, puis une troisième fois dans la troisième; or l'action qui répète exactement trois fois une autre action en est assurément le triple. En effet, le tout est le triple de la partie qui répétée trois fois 5 compose ce tout.

Donc l'Action (L) de transporter une livre en une minute sur une longueur triple ou de trois pieds est nonuple de l'action (N) de transporter une livre en une minute sur une longueur simple, ou d'un pied. . Puisque en effet l'action L est triple de M , et l'action M triple de N , l'action L sera nonuple de N . 10

En outre, les PUISSANCES de transport sont entre elles comme les actions de transport uniformes exercées en des temps égaux; c'est-à-dire que la puissance de transporter une livre uniformément (ou à vitesse constante) en une minute sur une longueur donnée est à la puissance de transporter uniformément une livre en une minute sur une autre longueur, comme la première 15 action de transporter est à la seconde, selon la définition susdite de la puissance, laquelle nous estimons d'après l'action qui s'ensuit par soi (et donc l'action uniforme), à exercer pendant une grandeur de temps donnée. Ainsi est momentané dans la puissance ce qui, dans l'action successive, est diffusé uniformément dans le temps. 20

Par conséquent la puissance de transporter une livre en une minute sur la longueur de trois pieds est neuf fois la puissance de transporter une livre en une minute sur un pied, autrement dit les puissances absolues de mobiles égaux sont comme les carrés des longueurs de déplacement à parcourir en des temps égaux.

Car par l'article précédent lesdites puissances sont comme l'action L à 25 l'action N , mais on a montré que l'action L est neuf fois l'action N .

Maintenant (dans les mouvements uniformes et équidistribués) les vitesses sont comme les longueurs des transports à parcourir en des temps égaux, ou la vitesse pour transporter en une minute un mobile sur trois pieds est triple de la vitesse pour transporter en une minute un mobile sur un pied, comme 30 il est manifeste et comme nous l'avons démontré à la proposition 4 du chapitre 4 de la section 2.

C'est pourquoi, enfin, les puissances absolues de mobiles égaux sont comme les carrés des vitesses, c'est-à-dire qu'à vitesse double (ou triple), la puissance sera quadruple (ou nonuple). Et il se rencontre élégamment que, les vitesses 35 étant représentées par des droites, les puissances du corps seront exprimées par les puissances de ces droites (que les Géomètres ont ainsi nommées par une sorte de divination).

Propositio 5

Potentiaē motrices absolutæ sunt in ratione composita ex simplice mobilium et duplicata velocitatum, vel ex simplice mobilium et duplicata longitudinum, per quas
 5 mobilia ex virtute potentiarum suarum intra tempus datum uniformiter sese essent translatura.

Sint (Figura 12.) mobilia ABC et LM earumque velocitates CD vel ${}_1C_2C$, et MN vel ${}_1M_2M$; ajo esse potentiam mobilis ABC ad potentiam mobilis LM in ratione composita mobilium ABC et LM , et quadratarum velocitatum, seu esse potentias ut rectangula ${}_1A_1C_2C_1D$ et ${}_1L_1M_2M_1N$, quorum altitudines sint ut mobilia AC , LM , bases ut velocitatum quadrata. Nam si mobilia sint æqualia, utique potentiaē sunt ut quadrata velocitatum, adeoque in ratione composita mobilium, hoc loco æqualium, et quadratarum velocitatum. Sin mobilia sint inæqualia, et alterutrum ut ABC majus, sumatur ipsius pars AB æqualis minori mobili LM : potentia ipsius ABC est ad potentiam ipsius AB ut mobilia, ABC ad AB (ob velocitatem communem per propositionem 2. hic). Sed potentia ipsius AB est ad potentiam ipsius LM , mobilium æqualium, ut quadrata velocitatum CD et MN (per propositionem 4. hic). Ergo jungendo prima postremis, potentia ipsius ABC erit ad potentiam ipsius LM in ratione composita mobilis ABC ad AB seu ad mobile LM et quadratarum velocitatum D_2C ad N_2M . Velocitates autem sunt ut longitudines æqualibus temporibus percurrandæ (per propositionem 4. capitis 4. sectionis 2.) Itaque etiam potentiaē erunt in ratione composita mobilium simplice, et harum longitudinum duplicata.
 25 Nimirum Potentia transferendi tres libras per duos pedes est duodecupla potentiaē transferendi unam libram per unum pedem.

Propositio 6

Si quadrata velocitatum vel longitudinum translationis æqualibus temporibus absolvendarum sint mobilibus
 30 reciproce proportionalia, potentiaē motrices absolutæ sunt æquales; et vicissim si potentiaē sint æquales, quadrata dicta sunt mobilibus reciproce proportionalia.

Retenta Figura propositionis præcedentis sit mobile AC ad mobile LM
 35 ut quadratum MNP ad quadratum DE ; manifestum ergo est (ex elementis) factum ex extremis æquari factum ex mediis, seu rectangulum solidum ACE potentiam mobilis AC æquari rectangulo LMP potentiaē mobilis LM , unde et conversa manifesta est.

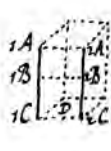


Figura 12

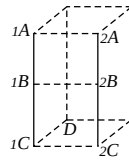
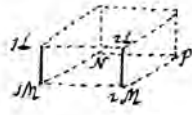
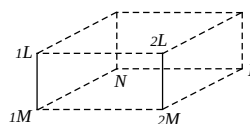


Figure 12



Proposition 5

Les puissances motrices absolues sont en raison composée de la raison simple des mobiles et de la raison double des vitesses, ou elles sont en raison simple des mobiles et en raison double des longueurs sur lesquelles les mobiles se transporteront d'eux-mêmes uniformément dans un temps donné en vertu de leurs 5 puissances.

Soient (figure 12) les mobiles ABC et LM et leurs vitesses respectives CD ou ${}_1C_2C$ et MN ou ${}_1M_2M$; je dis que la puissance du mobile ABC est à la puissance du mobile LM en raison composée des mobiles ABC et LM et des carrés des vitesses, c'est-à-dire que les puissances sont comme les rectangles ${}_1A_1C_2C_1D$ et ${}_1L_1M_2M_1N$, dont les hauteurs sont comme les mobiles AC , LM , et les bases comme les carrés des vitesses. Car, si les mobiles sont égaux, les puissances sont bien comme les carrés des vitesses, donc en raison composée des mobiles, qui ici sont égaux, et des carrés des vitesses. Mais si les mobiles sont inégaux, et que ABC soit le plus grand des deux, 15 prenons-en une partie AB égale au plus petit mobile LM : la puissance de ABC est à la puissance de AB comme les mobiles ABC à AB (du fait de leur vitesse commune, par la proposition 2 ici). Mais la puissance de AB est à la puissance de LM , des mobiles égaux, comme les carrés des vitesses CD et MN (par la proposition 4 ici). Donc, en joignant les premières et les 20 dernières raisons, la puissance de ABC sera à la puissance de LM en raison composée du mobile ABC à AB ou au mobile LM et des carrés des vitesses D_2C à N_2M . Or les vitesses sont comme les longueurs à parcourir en des temps égaux (par la proposition 4 chapitre 4 section 2); c'est pourquoi les puissances seront aussi en raison composée de la raison simple des mobiles 25 et de la raison double des longueurs.

Ainsi la Puissance de transporter trois livres sur deux pieds est douze fois la puissance de transporter une livre sur un pied.

Nimirum ejusdem potentia^e est motu uniformi (horizontali) æquali tempore transferre novem libras per unum pedem, et unam libram per tres pedes; sive corpus unius libra^e et velocitatis trium graduum tantundem habet po-
 5 tentia^e, quantum corpus novem librarum velocitatem ha-
 bens unius gradus.

Propositio 7.

10 Actiones formales (uniformes intelligo) sunt in ratione composita potentiarum et temporum.

Nam Actiones sunt in ratione composita mobilium et temporum simplice, et velocitatum agendi duplicata, (per propositionem 17. capitis præcedentis) et potentia^e sunt in ratione composita mobilium simplice et velocitatum agendi duplicata (per propositionem 5. hic). Ergo Actiones sunt in ratione composita potentiarum et temporum.

15 Hæc Propositio potuisset primo statim loco hujus capitis poni, cum ex definitione potentia^e cognoscatur; in actionibus enim uniformibus æqualium durationum potentias definivimus esse ut actiones. Jam Actio uniformiter protracta multiplicatur in ratione temporis. Itaque cum actio *A* tempore eodem cum actione (*A*) absoluta sit ad eam, ut potentia *p* ad potentiam (*p*) per definitionem
 20 hic, utique actio *H* uniformis ipsi *A* sed duplo triplove diutius durans, adeoque dupla vel tripla ipsius *A*, erit ad actionem (*A*) in ratione composita 2 vel 3 ad 1. [seu *H* ad *A*] et *p* ad (*p*) [seu *A* ad (*A*)] id est, erit *H* ad *A* in ratione composita temporum et potentiarum [*p* ad (*p*)].

Propositio 7[†]

25 Actiones sunt in ratione composita potentiarum a quibus exercentur, et temporum quibus durant. Vel potentia^e sunt in ratione composita ex actionum directa, et temporum exercitæ actionis reciproca.

30 Nam Actiones sunt in ratione composita mobilium duplicatorum velocitatum et temporum propositione 17. capitis de Actione formali. Sed potentia^e absolutæ sunt in ratione mobilium et duplicatarum velocitatum (per propositionem 5. hic). Ergo Actiones sunt in ratione composita potentiarum et temporum.

[†]*In margine* Ad caput de potentia absoluta. Potest poni post prop. 6.

7-23 Prop. 7. ... [*p* ad (*p*)]. *textus delendum in Br* 214.24-216.11 Prop. 7 ... quantitatem. *in scida annexa* (f. 86) *add.* L 25 composita | temporum et *del.* | L 26 Vel | Actiones *del.* | L 32 composita | mobilium et *del.* | L

Proposition 6

Si les carrés des vitesses ou des longueurs de transport à parcourir en des temps égaux sont réciproquement proportionnels aux mobiles, les puissances motrices absolues sont égales; et inversement, si les puissances sont égales, les carrés en question sont réciproquement proportionnels aux mobiles. 5

En gardant la figure de la proposition précédente, que le mobile AC soit au mobile LM comme le carré MNP au carré DE ; il est donc évident (selon les *Éléments*) que le produit des extrêmes est égal au produit des moyens, c'est-à-dire que le rectangle solide ACE , puissance du mobile AC , est égal au rectangle LMP , puissance du mobile LM ; d'où la proposition inverse est également évidente. 10

Ainsi il faut la même puissance pour transporter, d'un mouvement uniforme (horizontal), en un temps égal, neuf livres sur un pied, et une livre sur trois pieds; autrement dit, un corps d'une livre de trois degrés de vitesse a autant de puissance qu'un corps de neuf livres d'un degré de vitesse. 15

Proposition 7²

Les actions sont en raison composée des puissances par lesquelles elles sont exercées et des temps durant lesquels elles durent; ou les puissances sont en raison composée de la raison directe des actions et de la raison réciproque des temps de l'action exercée. 20

En effet, les actions sont en raison composée de la raison des mobiles, de la raison double des vitesses, et de la raison des temps, par la proposition 17 du chapitre sur l'action formelle. Mais les puissances absolues sont en raison composée de la raison des mobiles et de la raison double des vitesses (par la proposition 5 ici). Donc les actions sont en raison composée des puissances et des temps. 25

Proposition 8

À puissances données égales, les actions sont comme les temps durant lesquels elles sont exercées.

En effet les actions sont en raison composée des puissances et des temps par la proposition précédente. Or les puissances sont en raison d'égalité (par hypothèse), donc les actions sont en raison des temps. D'où il suit, puisque nous montrerons plus bas que la même quantité de puissance est conservée 30

²Partie ajoutée par Leibniz, avec la remarque : « Peut être ajoutée au chapitre de la puissance absolue, après la proposition 6 ».

Propositio 8.

Potentiis existentibus æqualibus actiones sunt ut tempora quibus exercentur.

Nam actiones sunt in ratione composita potentiarum et temporum per
5 præcedentem. Iam potentiæ sunt in ratione æqualitatis, (ex hypothesi).
Ergo actiones sunt in ratione temporum.

Hinc quoniam infra ostendemus, eandem in mundo servari quantita- [86v]
tem potentiæ, consequens est actionum in Universo, (vel etiam in Machi-
na quacunque cum aliis non communicante,) exercitatarum quantitates es-
10 se ut tempora; adeoque æqualibus temporibus æqualem esse actionum in
universo exercitarum quantitatem.

Admonitio 1.

[87r]

Corpora consideramus ut in medio liberrimo transla-
ta et gravitate exuta, vel si gravitatem ipsis relinquamus,
15 ut mota in horizonte. Ita ut motus sit uniformis, ubi ostendimus po-
tentias esse ut quadrata translationum; sed in motu uniformiter accelerato
vel retardato qualis gravium est, potentiæ ponderum æqualium sunt ut ipsæ
translationes perpendiculares horizonti, id est, ut altitudines; quod ex hac
ipsa æstimatione nostra consequitur. Altitudines enim sunt ut quadrata ve-
20 locitatum, quarum vi corpora sese ad eas altitudines attollere possunt; et iis-
dem existentibus ponderibus seu corporum molibus, potentiæ (ut ostendi-
mus) sunt etiam ut quadrata velocitatum. Itaque si pondera sint inæqualia, [87v]
sed reciproce ut altitudines, ita ut tanto majus sit pondus, quanto minor al-
tudo, potentiæ attollendi sunt æquales. Quod cum pro concessio habeatur,
25 hinc demonstrationes nostræ a posteriori confirmantur. Sed ita stare non
potest, quod vulgo sibi persuadent, potentias esse in ratione composita sim-
plici velocitatum et mobilium. Ita enim fieri nequit (quemadmodum mox
uberius ostendetur) ut ejusdem potentiæ sit atollere grave unius libræ ad
altitudinem trium pedum, et attollere grave trium librarum ad altitudinem
30 unius pedis, quod tamen merito omnes agnoscunt.

Admonitio 2

Propositiones præcedentes circa actionem et potentiam
intelliguntur de motibus uniformibus et æquidistributis,
sed tamen et aliis accommodari possunt.

4 et (1) actionum *del.* (2) temporum *add.* L 5 præcedentem. | Pot *del.* | L 9
exercitatarum | es *del.* | L

dans le monde³, que les quantités des actions exercées dans l'univers (ou même dans n'importe quelle machine ne communiquant pas avec le reste) sont comme les temps, si bien qu'en des temps égaux la quantité des actions exercées dans l'univers est égale.

Avertissement 1

5

Nous considérons les corps comme transportés dans un milieu absolument libre et dépourvu de gravité, ou, si nous leur laissons la gravité, comme mus horizontalement. De sorte que le mouvement est uniforme, cas dans lequel nous avons montré que les puissances sont comme les carrés des transports; mais, dans le mouvement uniformément accéléré ou retardé comme 10 l'est celui des corps pesants, les puissances de poids égaux sont entre elles comme les transports perpendiculaires à l'horizon, c'est-à-dire comme les hauteurs, ce qui résulte de notre mesure des puissances. En effet, les hauteurs sont comme les carrés des vitesses, par la force desquelles les corps peuvent s'élever d'eux-mêmes à ces hauteurs; or, les poids ou les corps en 15 mouvement étant les mêmes, les puissances (comme nous l'avons montré) sont aussi comme les carrés des vitesses. C'est pourquoi si les poids sont inégaux, mais réciproquement comme les hauteurs, de sorte qu'un poids soit d'autant plus grand que sa hauteur est moindre, les puissances d'élévation sont égales. Et puisqu'on tient ce point pour admis, nos démonstrations 20 s'en trouvent confirmées *a posteriori*. Mais il ne peut se soutenir, comme on en est ordinairement persuadé, que les puissances soient en raison composée simple des vitesses et des mobiles. Car ainsi il ne peut se faire (comme nous le montrerons bientôt plus loin⁴) qu'il faille la même puissance pour élever un corps pesant d'une livre à la hauteur de trois pieds, et pour élever 25 un corps pesant de trois livres à la hauteur d'un pied, ce que pourtant tout le monde admet à juste titre.

Avertissement 2

Les propositions précédentes concernant l'action et la puissance s'entendent de mouvements uniformes et équidistribués, mais elles peuvent cependant s'adapter 30 aussi aux autres.

En effet, lorsqu'un mobile ne se meut pas d'un mouvement équidistribué, mais que plusieurs de ses parties ont des vitesses différentes, on

³Cf. *infra*, Pars II, sectio prima, *De causa et effectu activis*, prop. 8.

⁴Cf. *infra*, Pars II, sectio I, *De causa et effectu activis*, prop. 15.

Nam cum mobile non movetur motu æquidistributo, sed diversæ ejus partes diversas habent velocitates, attribui ipsi toti potest communis quædam velocitas media, quam obtinere licet ope centri gravitatis totius. Et cum mobile per aliquod tempus non movetur motu uniformi, attribui ip-
5 si potest velocitas constans mediæ potentiæ inter velocitates mobili toto tempore competentes. Ita motum æquidistributum totius mobilis et uniformem totius temporis habebimus, motibus partium propositis ipsa magnitudine actionum et potentiarum in summa æquivalentem.

peut attribuer au tout quelque vitesse commune moyenne, qu'il est possible d'obtenir au moyen du centre de gravité du tout. Et lorsqu'un mobile, durant quelque temps, ne se meut pas d'un mouvement uniforme, il est possible de lui attribuer une vitesse constante, de puissance moyenne entre les vitesses s'appliquant au mobile durant tout le temps. Ainsi, nous aurons 5 un mouvement équidistribué de tout le mobile et uniforme pendant tout temps, équivalent aux mouvements donnés des parties pour cette grandeur même des actions et des puissances additionnées.

*Traditio**Bh* LH XXXV 11, 18C, ff. 92r-114r*E* GM 6, pp. 368-398.[CAPUT 1.] DE TRACTU SEU SPATIO
PER MOTUM ABSOLUTO*Definitio 1*

- 5 TRACTUS IPSIUS MOBILIS VEL SPATIUM ABSOLUTUM SIVE PERCURSUM, est factum ex viis singulorum mobilis punctorum simul descriptis, in mobile ordinatim ductis.

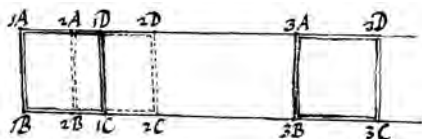


Figura 1

- Ut si mobilis cujusque punctum ponatur gravitatem specificam accipere proportionalem viæ, pondus totius mobilis erit ut summa omnium
 10 viarum in mobile ordinatim ductarum, hoc est, ut spatium percursum seu tractus. Ita si (Figura [1.]) recta AB angulo ad $1B_3B$ recto moveatur ex $1A_1B$ in $3A_3B$, spatium motu dimensum seu tractus est rectangulum $1A_3B$; et idem hoc loco est spatium motu designatum seu vestigium motus. Sed si rectangulum planum $ABCD$, intra rectas $1A_1D$, $1B_1C$ continuatas motum,
 15 transferatur ex $1A_1B_1C_1D$ in $3A_3B_3C_3D$, vestigium motus seu via simplex est rectangulum planum $1A_3C$; Via autem plena seu tractus est factum ex rectangulo $ABCD$ ducto in rectam $1A_3A$ æqualem lineæ motus seu viæ vel tractui cujusque puncti, (in punctis enim coincidunt semper via et tractus)

Section 4. De la vitesse difforme

CHAPITRE I. DU TRAJET OU DE L'ESPACE ACCOMPLI PAR LE MOUVEMENT

Définition 1

LE TRAJET DU MOBILE, OU L'ESPACE ACCOMPLI OU PARCOURU, est le produit des chemins des points singuliers du mobile décrits simultanément, multipliés en ordre par le mobile.

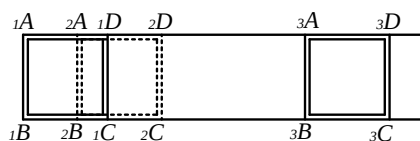


Figure 1

Ainsi, si l'on suppose que chaque point du mobile reçoive une gravité spécifique proportionnelle à son chemin, le poids de tout le mobile sera comme la somme de tous les chemins multipliés en ordre par le mobile, c'est-à-dire comme l'espace parcouru ou le trajet. Par exemple, si (figure [1]) la droite AB se déplace en faisant un angle droit avec $1B_3B$, de $1A_1B$ à $3A_3B$, l'espace mesuré par ce mouvement ou le trajet est le rectangle $1A_3B$; et ici l'espace décrit par le mouvement, ou la trace du mobile, est le même. Mais si le rectangle plan $ABCD$, mû entre les droites prolongées AD et BC , est transporté de $1A_1B_1C_1D$ à $3A_3B_3C_3D$, la trace du mouvement ou le chemin simple est le rectangle plan $1A_3C$; mais le chemin plein ou le trajet est le produit du rectangle $ABCD$ multiplié par la droite $1A_3A$ égale à la ligne du mouvement, c'est-à-dire au chemin ou au trajet de chaque point (en effet dans le cas des points, le chemin et le trajet coïncident toujours) : elle est donc comme le rectangle solide ACE (figure [2] [p. 222]), dont la base

hoc est, ut rectangulum solidum ACE (Figura [2.]), cujus basis est rectangulum planum $ABCD$, altitudo vero AE , æqualis ipsi ${}_1A_3A$ vel etiam parallelepipedum; nam ad tractus quantitatem æstimandam, nihil interest, quo angulo applicetur via puncti ad mobile; modo enim in omnibus tractibus
 5 inter se comparandis idem observetur angulus, eadem manet proportio; præstat tamen constanter uti angulo recto. Quod si diversa mobilis puncta diversæ magnitudinis lineas describant, etiam tractus inveniri possunt; ut si (Figura [3.] [p. 226]) radius LM agatur circa centrum L , nec plus una [92v] circulatione absolvat; tractus erit ut ipse sector descriptus LMN , qui simul
 10 est via radii LM ; sed si recta AB in radio moto peculiariter moveatur recedens a centro, ita ut dum transit ab ${}_1A_1B$ in ${}_1\alpha_1\beta$, simul hinc transeat in ${}_2A_2B$, via est quadrilineum ${}_1A_1B_2B_3B_3A_2A_1A$. Sed tractus seu summa viarum omnium punctorum, huic viæ non est proportionalis; quatenus autem motus fit in parallelis, vel saltem quatenus motus in parallelis assumtis
 15 utcunque, in motus propositi compositionem ingredi intelligitur; (ut suo loco patebit) habetur tractus, dum via centri gravitatis ipsius voluminis seu figuræ ducitur in mobilis volumen sive extensionem (si modo puncta diversa non eant in contrarias partes)[;] sed hoc, quod ad viam mobilis metiendam non sufficit, nisi cum coincidit cum tractu; quod fit cum lineæ a
 20 punctis mobilis descriptæ eundem semper faciunt angulum ad curvam, nec una mobilis pars in locum alterius statim succedit. Porro si sphæra rotetur

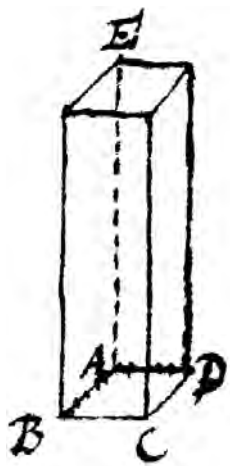


Figura 2

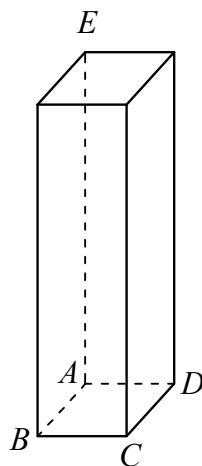


Figure 2

est le rectangle plan $ABCD$ et la hauteur AE égale à ${}_1A_3A$, ou aussi comme un parallélépipède; car pour mesurer la quantité du trajet, il est indifférent selon quel angle le chemin du point est appliqué au mobile; pourvu aussi que dans tous les trajets à comparer entre eux, on préserve le même angle, la proportion reste la même; il vaut mieux cependant utiliser toujours l'angle droit. Que si les divers points du mobile décrivent des lignes de grandeurs diverses, on pourra encore obtenir les trajets; comme, si (figure [3] [p. 221]) le rayon LM tourne autour du centre L , et n'accomplit pas plus d'un tour, son trajet sera comme le secteur ainsi décrit LMN , qui est en même temps le chemin du rayon LM . Mais si la droite AB est mue en particulier sur le rayon mu lui aussi d'un mouvement centrifuge, de sorte qu'en même temps qu'il se rend de ${}_1A_1B$ à ${}_1\alpha_1\beta$, elle se rend en ${}_2A_2B$, le chemin est la figure quadrilinéaire ${}_1A_1B_2B_3B_3A_2A_1A$. Mais le trajet ou la somme des chemins de tous les points, n'est pas proportionnel à ce chemin. De plus, pourvu que le mouvement se fasse selon des parallèles, ou du moins selon des parallèles supposées, de quelque façon qu'on conçoive qu'elles entrent dans la composition du mouvement proposé (comme on le verra en son lieu), on obtiendra le trajet en multipliant le chemin du centre de gravité du volume ou de la figure par le volume ou l'extension du mobile (si du moins les différents points ne vont pas vers des côtés opposés). Mais cela ne suffit pas pour mesurer le chemin du mobile, à moins qu'il ne coïncide avec le trajet, ce qui arrive lorsque les lignes décrites par les points du mobile font toujours le même angle avec une ligne courbe, et qu'aucune partie du mobile ne prenne jamais la place d'une autre. En outre si une sphère tournait d'un mouvement de rotation uniforme (si l'on veut) autour de son axe immobile, le trajet de la sphère sera comme le poids qu'aurait la sphère si chacun de ses points recevait une gravité spécifique proportionnelle au chemin qu'ils parcourent; de sorte que, si deux sphères tournaient ainsi, leurs trajets seront entre eux en raison composée de la raison quadruple des diamètres, et des raisons simples des rotations et des temps. Car je mesure la rotation par la quantité de l'angle décrit, si la même vitesse de circulation est conservée en un temps donné. De là nous comprenons combien il y a de différence entre le trajet (ou l'espace accompli) et le chemin, même si quelquefois les trajets sont comme les chemins.

Proposition 1

35

Si la gravité spécifique du mobile en chaque point est comme le chemin de ce même point, alors l'espace accompli par le mobile sera proportionnel au poids.

uniformi vertigine (si placet) circa suum axem immotum, tractus sphæræ, erit ut pondus sphæræ quod fieret si quodlibet ejus punctum gravitatem specificam acciperet viæ a se percursæ proportionalem; unde si duæ sphæræ sic rotentur, erunt earum tractus inter se in ratione composita ex quadrupli-
 5 cata diametrorum simplicibusque vertiginum et temporum. Vertiginem autem metior quantitate anguli descripti, si circulandi velocitas eadem dato tempore continuaretur. Ex his intelligimus quantum intersit inter tractum (seu spatium absolutum) et viam, etsi aliquando tractus sint ut viæ.

Propositio 1

[937]

10 Si mobilis gravitas specifica in quovis puncto, sit ut via ejusdem puncti, tunc spatium a mobili absolutum erit ponderi proportionale.

Nam tractus seu spatium absolutum fit ex viis punctorum in mobile ordinatim ductis (per definitionem hic); sed ductus sunt ut pondera
 15 mobilium, si ordinatim ducta sint ut gravitates specificæ, recipientia vero ductum ut mobilia. (per propositionem 1. capitis de ductibus.)

Propositio 2

Si mobile sit punctum, tractus seu spatium motu absolutum est ipsa puncti via.

20 Sequitur ex definitione, nam singula puncta ad unicum reducuntur, et viæ ad unicam, scilicet ipsam hujus puncti lineam.

Propositio 3

Si mobile sit linea, spatium motu absolutum est ut area superficiei factæ per rectas viæ cujusque puncti proportionales, ipsi lineæ in rectum extensæ eodem angulo recto
 25 in puncto respondente insistentes.

Cum enim Tractus sit ductus factus ex lineis a puncto descriptis in mobile ordinatim ductis (per definitionem hic) et ductus sint proportionales figuris isogoniis proportionaliter formatis (per propositiones 6. et 7. capitis
 30 de ductibus) habetur propositum.

Sit (Figura [4.] [p. 226]) linea mobilis ABC , cujus extrema A et C describant lineas ${}_1A_2A_3A$ et ${}_1C_2C_3C$, et punctum quodvis ut B , describat lineam ${}_1B_2B_3B$, fiat figura orthogonia comprehensa recta ${}_3A_3B_3C$, et rectis

En effet, le trajet ou l'espace accompli résulte des chemins des points multipliés en ordre par le mobile (par définition). Mais les produits sont comme les poids des mobiles, si les multiplicateurs sont comme les gravités spécifiques, et les multiplicandes comme les mobiles (par la proposition 1 du chapitre sur les produits).

5

Proposition 2

Si le mobile est un point, le trajet ou l'espace accompli est le chemin même du point.

Cela résulte de la définition, car les points singuliers se réduisent à un point unique, et leur chemin à un chemin unique, savoir la ligne même de ce point.

Proposition 3

Si le mobile est une ligne, l'espace accompli par le mouvement est comme l'aire de la surface produite par les droites proportionnelles au chemin de chaque point, qui sur cette même ligne étendue de manière rectiligne tombent sous le même angle droit sur le point correspondant.

Puisqu'en effet le trajet est le produit résultant des lignes décrites par un point multipliées par ordre par le mobile (par définition), et que les produits sont proportionnels aux figures isogones formées proportionnellement (par les propositions 6 et 7 du chapitre au sujet des produits), on obtient ce qui est proposé.

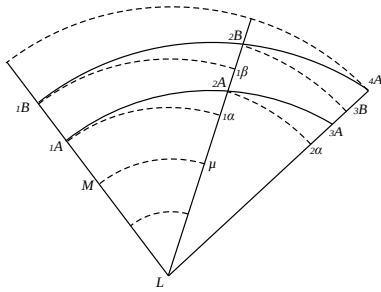


Figure 3

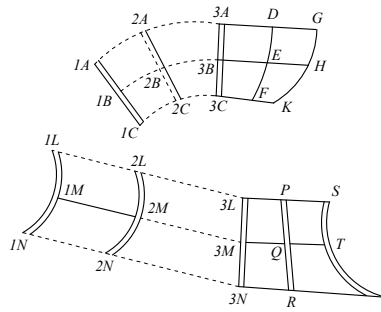


Figure 4

Soit (figure [4]) la ligne mobile ABC , dont les extrémités A et C décrivent les lignes $1A_2A_3A$ et $1C_2C_3C$, et dont chaque point comme B décrit la ligne $1B_2B_3B$; on obtient une figure orthogone comprise entre la droite $3A_3B_3C$, les droites ADG , CFK normales à celle-ci, et la ligne GHK , de façon à ce

25

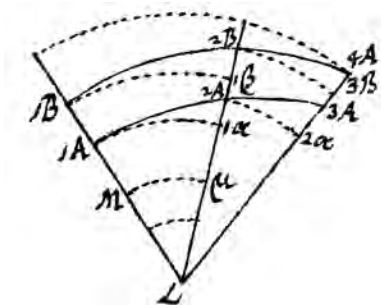


Figura 3

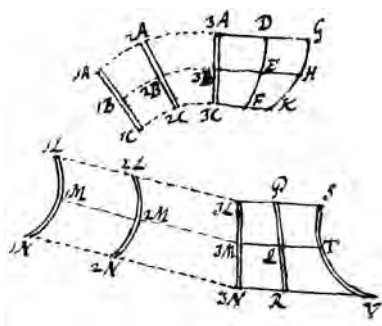


Figura 4

ad hanc normalibus ${}_3ADG$, ${}_3CFK$, et linea GHK , sic ut ordinata quævis normalis ipsi ${}_3A_3B_3C$, sit ${}_3BEH$; et viis punctorum ${}_1A_2A$, ${}_1B_2B$, ${}_1C_2C$, itemque ${}_1A_2A_3A$, ${}_1B_2B_3B$, ${}_1C_2C_3C$ sint respective proportionales ordinate ${}_3AD$, ${}_3BE$, ${}_3CF$; itemque ${}_3ADG$, ${}_3BEH$, ${}_3CFK$; et idem fiat respectu alterius mobilis LMN pro punctis D, G, E, H, F, K , substituendo P, S, Q, T, R, V ; ajo tractus seu spatia absoluta fore figuris orthogoniis respondentibus proportionalia; sic tractus ab ${}_1A_1B$ in ${}_2A_2B$, est ad tractum ab ${}_1A_1C$ in ${}_3A_3C$, ut figura ${}_3ADE_3B$ ad ${}_3AGK_3C$; et tractus ab ${}_1A_1C$ in ${}_2A_2C$ ad tractum ab ${}_1L_1N$ in ${}_2L_2N$, ut figura ${}_3ADF_3C$ ad ${}_3LPR_3N$; et tractus ab ${}_1A_1C$ in ${}_3A_3C$ ad tractum ab ${}_1L_1N$ in ${}_3L_3N$ ut figura ${}_3AGK_3C$ ad figuram ${}_3LSV_3N$. Pro orthogoniis substitui possunt figuræ isogoniæ quævis, modo in omnibus ordinatim applicatis semper idem angulus servetur. Nec refert linea curva durante motu in rectam extendatur, an sit rigida, modo in rectam extendi deinde fingatur.

15

Propositio 4

Si mobile sit superficies, spatium motu absolutum est area solidi facti per rectas superficiei in planum extensæ ad angulos rectos insistentes in punctis respondentibus, et ipsis lineis a puncto quovis mobilis descriptis proportionales.

20

Patet ad eum modum quo præcedens.

Propositio 5

Omnis superficies mota constituitur ex infinitis lineis quarum quævis movetur motu æqualiter distributo; et

que chaque normale appliquée à ${}_3A_3B_3C$ soit ${}_3BEH$, et que les chemins des points ${}_1A_2A$, ${}_1B_2B$, ${}_1C_2C$, et de même ${}_1A_2A_3A$, ${}_1B_2B_3B$, ${}_1C_2C_3C$, soient respectivement proportionnels aux ordonnées ${}_3AD$, ${}_3BE$, ${}_3CF$, et de même respectivement à ${}_3ADG$, ${}_3BEG$, ${}_3CFK$; et que la même chose soit faite pour un autre mobile LMN , en substituant aux points D, G, E, H, F, K les points P, S, Q, T, R, V ; je dis que les trajets ou les espaces accomplis seront proportionnels aux figures orthogones correspondantes. Ainsi, le trajet de ${}_1A_1B$ à ${}_2A_2B$ est au trajet de ${}_1A_1C$ à ${}_3A_3C$, comme la figure ${}_3ADE_3B$ est à ${}_3AGK_3C$; et le trajet de ${}_1A_1C$ à ${}_2A_2C$ est au trajet de ${}_1L_1N$ à ${}_2L_2N$, comme la figure ${}_3ADF_3C$ est à la figure ${}_3LPR_3N$; et le trajet de ${}_1A_1C$ à ${}_3A_3C$ est au trajet de ${}_1L_1N$ à ${}_3L_3N$ comme la figure ${}_3AGK_3C$ à la figure ${}_3LSV_3N$. A la place des orthogones, on peut substituer n'importe quelles figures isogones, pourvu que dans toutes, les ordonnées soient toujours appliquées selon le même angle. Et il n'importe pas que la ligne courbe s'étende en ligne droite au cours du mouvement, ou bien qu'elle soit rigide, pourvu qu'on l'imagine ensuite étendue en ligne droite.

Proposition 4

Si le mobile est une surface, l'espace accompli par le mouvement est l'aire du solide produit par les droites qui sur la surface étendue sur un plan tombent à angle droit sur les points correspondants, et proportionnelles aux lignes mêmes décrites par chaque point du mobile.

Cela se voit de la même manière que dans le cas précédent.

Proposition 5

Toute surface en mouvement est constituée d'une infinité de lignes, dont chacune est mue d'un mouvement également distribué; et tout corps en mouvement est constitué d'une infinité de surfaces, dont chacune est mue d'un mouvement également distribué.

Je dis est constituée, et non composée. Cela résulte de la démonstration de la proposition 12 sur les produits¹.

Ainsi, si (figure [5] [p. 229]) le cylindre L se meut autour du centre C , il est constitué d'une infinité de surfaces cylindriques concentriques comme L , M , N , dont chacune se meut d'un mouvement également distribué, c'est-à-dire tel que ses points parcourent simultanément des droites égales. Et il est manifeste que tous les points du solide sont absorbés par ces surfaces, à

¹Cf. supra, p. 75.

omne corpus motum constituitur ex infinitis superficiebus, quarum quævis movetur motu æqualiter distributo.

Constitui dico, non componi; sequitur ex demonstratione propositionis 12. de ductibus.

- 5 Sic si (Figura [5.]) cylinder L moveatur circa centrum C , constituitur ex [947] infinitis superficiebus cylindricis concentricis ut L , M , N , quarum quævis movetur motu æqualiter distributo, ita ut nempe ejus puncta simul æquales percurrant rectas. Manifestumque est ab ipsis omnia solidi puncta absumi præterquam cadentia in axem, quæ nihil solido homogeneum constituunt.

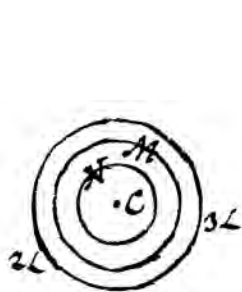


Figura 5

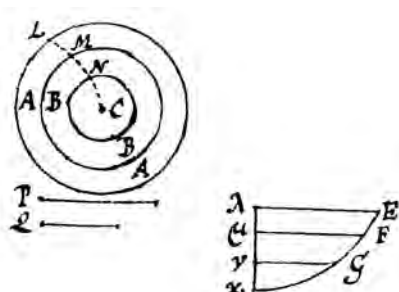


Figura 6

10

Propositio 6. Problema 1

Exhibere figuram planam proportionalem tractui mobilis solidi.

- Quoniam solidum constituitur ex infinitis superficiebus, quarum quavis movetur motu æqualiter distributo (per præcedentem) dividi per eas
15 intelligatur in sua elementa solida. Inde ducatur linea quæcunque omnes superficies secans; et hujus in rectam extensæ punctis respondentibus, inter superficies interceptis, ordinatim applicetur in plano recta, quæ sit in ratione composita ex directis rectæ ab uno superficiei puncto descriptæ, ipsiusque elementi solidi et in ratione reciproca elementi lineæ inter superficies
20 duas proximas intercepti; et tunc figura isogonia producta erit spatio a mobili absoluto proportionalis.

Constructio hæc est casus soluti problematis generalis de ductibus propositione 12.

- Ut si (Figura [6.]) superficies motum æqualiter distributum habentes in
25 quas resolvitur solidum motum, sint L , M , N , et eas secet linea $LMNC$, quæ

l'exception de ceux qui se trouvent sur l'axe, lesquels ne constituent pas une grandeur homogène au solide. Le cylindre L se meut autour du centre C , il est constitué d'une infinité de surfaces cylindriques concentriques comme L, M, N , dont chacune se meut d'un mouvement également distribué, c'est-à-dire tel que ses points parcourent simultanément des droites égales. Et il est manifeste que tous les points du solide sont absorbés par ces surfaces, à l'exception de ceux qui se trouvent sur l'axe, lesquels ne constituent pas une grandeur homogène au solide.

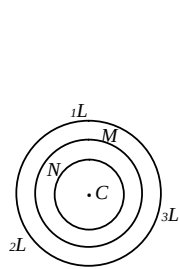


Figure 5

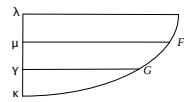
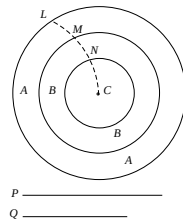


Figure 6

Proposition 6. Problème 1

Trouver une figure plane proportionnelle au trajet d'un mobile solide. 10

Puisque le solide est constitué d'une infinité de surfaces, dont chacune est mue d'un mouvement également distribué (par la proposition précédente), qu'on le conçoive comme divisé par elles en ses éléments solides. Dès lors, soit tirée une ligne quelconque coupant toutes les surfaces; qu'on applique en ordre dans un plan aux points correspondants, interceptés entre les surfaces, de cette ligne étendue en droite, une droite qui soit en raison composée directement de la droite décrite par un point de la surface et de son élément solide, et en raison réciproque de l'élément de ligne intercepté entre deux surfaces voisines; alors la figure isogone ainsi produite sera proportionnelle à l'espace accompli par le mobile. 20

Cette construction est un cas particulier de la solution au problème général des produits de la proposition 16. Par exemple, si (figure [6]) les surfaces ayant un mouvement également distribué dans lesquelles se résout le solide en mouvement sont L, M, N , et si la ligne $LMNC$ les coupe, laquelle ligne est étendue dans la droite $\lambda\mu\nu\kappa$, et si on applique par ordre aux points λ, μ, ν les normales $\lambda E, \mu F, \nu G$; et si deux quelconques de ces normales, par exemple λE et μF , sont entre elles en raison composée de la façon in-

extendatur in rectam $\lambda, \mu, \nu, \kappa$ et huic in punctis λ, μ, ν applicentur normales $\lambda E, \mu F, \nu G$, sintque inter se duæ quæcunque exempli gratia λE ad μF in ratione composita modo dicto, seu ita ut rectangulum elementare $E\lambda\mu$ ad aliud $F\mu\nu$ sit in ratione composita elementi solidi LMA ad elementum
 5 solidum MNB et rectæ P ad Q id est lineæ a puncto L descriptæ, ad lineam a puncto M simul descriptam; erit figura $\lambda EF\kappa$ proportionalis tractui ip-
 10 $\lambda EG\kappa$. [94v]

Propositio 7

Spatium absolutum motu æqualiter distributo est factum ex ductu mobilis in lineam ab aliquo mobili puncto descrip-
 15 tam, sive est in ratione composita mobilis et lineæ a puncto mobilis descriptæ.

Sit (Figura [7.]) mobile AB , cujus punctum ut A describit rectam ${}_1A{}_2A$ æqualem rectæ ${}_1B{}_2B$, quam simul describit quodvis aliud punctum B ; idem-
 que intelligatur in mobili LM ; ajo esse tractum ipsius AB ad tractum ipsius LM in ratione composita AB ad LM et ${}_1A{}_2A$ ad ${}_1L{}_2L$. Patet ex propositione
 20 3. de ductibus; cum Tractus sit factus ex ductu mobilis in lineas a punctis suis descriptas ordinatim applicatas; quæ hoc loco sunt æquales; idem est ergo ac si fiat tractus ex mobili in rectam constantem.

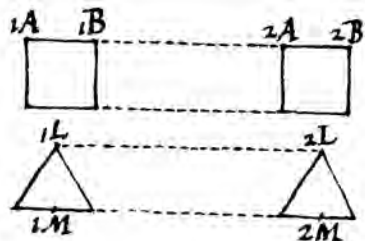


Figura 7

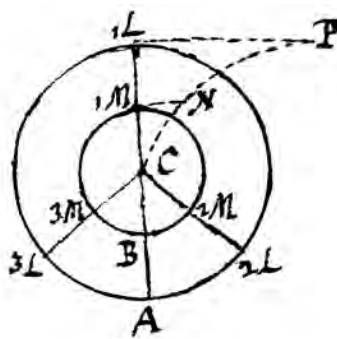


Figura 8

diquée, c'est-à-dire de sorte que le rectangle élémentaire $E\lambda\mu$ soit à l'autre $F\mu\nu$ en raison composée de celle de l'élément solide LMA à l'élément solide MNB , et de celle de la droite P à la droite Q , c'est-à-dire de la ligne décrite par le point L à la ligne décrite simultanément par le point M ; alors la figure $\lambda EF\kappa$ sera proportionnelle au trajet de ce solide, si on la compare
5 avec le trajet d'un autre solide représenté selon la même proportion, soit aux parties du trajet du même solide, de sorte que par exemple le trajet de la partie du solide LN soit au trajet du solide total LC comme la figure λEGV est à la figure $\lambda EG\kappa$.

Proposition 7

10

L'espace accompli par un mouvement également distribué est le produit de la multiplication du mobile par la ligne décrite par un point quelconque du mobile, autrement dit est en raison composée du mobile et de la ligne décrite par un point du mobile.

Soit (figure [7]) le mobile AB , dont un point comme A décrit la droite
15 ${}_1A{}_2A$ égale à la droite ${}_1B{}_2B$, que décrit simultanément n'importe quel autre point B ; et que la même chose soit posée pour le mobile LM ; je dis que le trajet de AB est au tracé de LM en raison composée de celle de AB à LM et de celle de ${}_1A{}_2A$ à ${}_1L{}_2L$.

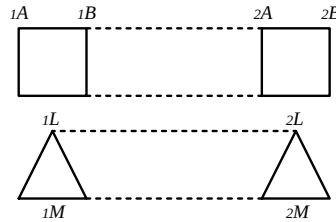


Figure 7

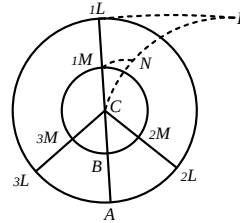


Figure 8

Cela est manifeste d'après la proposition 3 sur les produits, puisque le
20 trajet est le produit de la multiplication du mobile par les lignes décrites par ses points, appliquées en ordre, lesquelles sont toutes égales en l'occurrence; il en est donc tout comme si le trajet résultait d'un mobile sur une droite constante.

Proposition 8

25

Les trajets de droites décrivant des cercles autour d'une extrémité immobile sont en raison double de ces droites ou des diamètres.

Propositio 8

Tractus rectarum circa extrema immota circulus describentium sunt in duplicata ratione rectarum seu diametrorum.

- 5 Sint (figura [8.] [p. 230]) rectæ CL , CM ; ajo tractum C_1L_2LC esse ad tractum C_1M_2MC , ut quadratum CL ad quadratum CM . Sunt enim per præcedentem, ut rectangulum sub CL in $_1L_2L$ ad rectangulum sub CM in $_1M_2M$; est autem $_1L_2L$ ad $_1M_2M$, ut CL ad CM ; ergo sunt ut quadrata CL ad CM .

Propositio 9

- 10 Circulorum (aut Cylindrorum ejusdem altitudinis) horumve sectorum circa suos axes revolutionem absolventium, aut eosdem angulos efficientium tractus, sunt in triplicata ratione diametrorum (intelligo autem rigidos
15 esse, seu ad instar rigidorum motos).

- Sit (Figura præcedente) circulus aut cylinder AL circa axem C revolutionem $_1L_2L_3L_1L$ absolvens, et alius BM (cylinder ejusdem altitudinis cum ipso AL) circa axem C . Ajo esse tractum ipsius AL , ad tractum ipsius BM , ut cubus AL ad cubum BM . Nam punctis M , L , rectæ CL (radii circuli)
20 applicentur normales MN , LP , ita ut sit MN ad LP in ratione composita circumferentiæ $_1M_2M_3M$ ad circumferentiam $_1L_2L_3L$, itemque spatii, quod describit M , ad spatium quod L , id est iterum circumferentiæ ad circumferentiam, id est in ratione duplicata circumferentiarum seu diametrorum, erit figura $LPNC$ proportionalis tractui, per constructionem problematis, in
25 propositione 6. Sed trilineum parabolicum MNC (cujus vertex C , et tangens verticis MC) est ad trilineum Parabolicum LPC in triplicata ratione CM ad CL . Ergo tractus circuli BM , est ad tractum circuli AL (idemque est in cylindris æque altis) ut cubus diametri BM ad cubum diametri AL .

Propositio 10

- 30 Tractus sphærarum rigidarum, eosdem revolutionis angulos (vel integram revolutionem) absolventium sunt in quadruplicata ratione diametrorum.

Demonstratur eodem modo, cum sphæra resolvatur in superficies concentricas motus æqualiter distributi, quæ sunt in duplicata ratione dia-

Soient (figure [8] [p. 231]) des droites CL , CM ; je dis que le trajet C_1L_2LC est au trajet C_1M_2MC , comme le carré de CL au carré de CM . Ils sont en effet d'après la proposition précédente comme le rectangle sous CL et $_1L_2L$ est au rectangle sous CM et $_1M_2M$; or $_1L_2L$ est à $_1M_2M$ comme CL est à CM ; donc les trajets sont entre eux comme les carrés de CL et de CM . 5

PROPOSITION 9

Les trajets de cercles (ou de cylindres de même hauteur), ou de leurs sections, accomplissant une révolution autour de leurs axes, ou tournant d'une même quantité angulaire, sont en raison triple des diamètres (j'entends qu'ils sont rigides, ou mus comme s'ils étaient rigides). 10

Soit (figure précédente) un cercle ou un cylindre AL accomplissant la révolution $_1L_2L_3L_1L$ autour de l'axe C , et un autre cercle BM (ou un autre cylindre de même hauteur que AL) autour de l'axe C ; je dis que le trajet de AL est au trajet de BM , comme le cube de AL est au cube de BM . En effet, aux points M , L de la droite CL (rayon du cercle), appliquons 15 les normales MN , LP , de sorte que MN soit à LP en raison composée de celle de la circonférence $_1M_2M_3M$ à la circonférence $_1L_2L_3L$, et de celle de l'espace que décrit M à l'espace que décrit L , donc en raison de la circonférence à la circonférence, c'est-à-dire en raison double des circonférences ou des diamètres; alors la figure $LPNC$ sera proportionnelle au trajet, par 20 la construction du problème de la prop. 6. Mais la figure trilinéaire parabolique MNC (dont le sommet est C et MC est la tangente au sommet) est à la figure trilinéaire parabolique LPC en raison triple de CM à CL . Donc le trajet du cercle BM est au trajet du cercle AL (et de même pour des cylindres de même hauteur), comme le cube du diamètre BM est au cube du 25 diamètre AL .

PROPOSITION 10

Les trajets de sphères rigides tournant sur elles-mêmes d'une même quantité angulaire (ou faisant une révolution complète) sont entre eux en raison quadruple des diamètres. 30

On le démontre de la même façon, puisque la sphère se résout en surfaces concentriques mues d'un mouvement également distribué, lesquelles sont en raison double des diamètres, et les trajets de ces surfaces sont en raison triple des diamètres, de sorte que la somme de toutes ces trajets ou le trajet entier sera en raison quadruple de la sphère. 35

metrorum, et tractus earum in triplicata diametrorum, et adeo summæ tractuum, seu tractus integer sphaeræ in quadruplicata.

Definitio 2

LONGITUDO PERCURSA, vel SPATII ABSOLUTI seu LONGITUDO TRACTUS
5 est longitudo lineæ, quæ ducta in volumen mobilis dat tractum. Itaque spatia percursa sunt in ratione composita voluminum mobilis et longitudinum percursarum.

Itaque si mobile sit linea vel superficies, repræsentabitur tractus per rectangulum cujus altitudo sit ipsa longitudo tractus, basis sit linea vel superficies mobilis in rectam vel planam extensa. Quod si mobile sit solidum,
10 poterit ei exhiberi planum proportionale, quod in longitudinem percursam ductum repræsentet tractum. [95v]

Propositio 11

Longitudo tractus in motu uniformiter distributo est
15 longitudo lineæ a quocunque puncto descriptæ.

Nam cujusvis puncti linea in mobile ducta dat tractum (per propositionem 8.) ergo ejus longitudo est longitudo tractus per definitionem 2.

Gravitas specifica unius puncti, eadem est quæ gravis ubique eandem gravitatem specificam habentis. Est scilicet longitudo tractus id ipsum quod
20 in capite de motu æquidistributo et ejus velocitate appellavimus longitudinem motus, et utrobique longitudinem percursam.

Propositio 12

Longitudo tractus in motu dato quocunque est longitudo viæ a puncto quovis ejusdem vel æqualis mobilis dato
25 motu æqualiter distributo æqualem tractum faciente moti.

Nam longitudo viæ puncti in motu uniformiter distributo est longitudo tractus mobilis (per propositionem 11.) Jam tractus iste est æqualis dato (ex hypothesi) et positis tractibus æqualibus, et mobilibus iisdem vel æqualibus, et longitudines tractuum sunt æquales (per definitionem 2.). Ut si
30 grave varias in variis locis gravitates específicas habeat et quærat aliud grave ejusdem voluminis ejusdemque ponderis simile seu eandem ubique habens gravitatem specificam; ea erit ipsa gravitas (media) gravis propositi, respondens longitudini tractus seu spatii percursi.

Définition 2

La LONGUEUR PARCOURUE, ou LONGUEUR DE L'ESPACE ACCOMPLI, ou encore la LONGUEUR DU TRAJET, est la longueur de la ligne, qui, multipliée par le volume du mobile, donne le trajet. Ainsi les espaces parcourus sont en raison composée des volumes du mobile et des longueurs parcourues. 5

Par conséquent, si le mobile est une ligne ou une surface, le trajet sera représenté par un rectangle, dont la hauteur est la longueur du trajet, et dont la base est la ligne ou la surface du mobile étendue en une droite ou en un plan. Que si le mobile est un solide, on pourra trouver un plan qui lui soit proportionnel, lequel multiplié par la longueur parcourue représentera 10 le trajet.

Proposition 11

La longueur du trajet dans le mouvement uniformément distribué est la longueur de la ligne décrite par n'importe quel point.

En effet, la ligne de n'importe quel point multipliée par le mobile donne 15 le trajet (par la proposition 8), donc sa longueur est la longueur du trajet par la définition 2.

La gravité spécifique d'un de ses points est la même que celle d'un corps pesant ayant partout la même gravité spécifique. La longueur du trajet est bien cela même que ce que, dans le chapitre sur le mouvement équidistribué 20 et sa vitesse nous avons appelé la longueur du mouvement, et dans les deux cas c'est la longueur parcourue.

Proposition 12

La longueur du trajet dans un quelconque mouvement donné est la longueur du chemin [parcourue] par chaque point du même mobile ou d'un mobile égal 25 mû du mouvement donné également distribué produisant un trajet égal.

En effet la longueur du chemin d'un point dans un mouvement uniformément distribué est la longueur du trajet du mobile (par la proposition 11). Or le trajet en question est égal au trajet donné (par hypothèse), et, lorsque les trajets sont supposés égaux et que les mobiles sont les mêmes ou 30 sont égaux, les longueurs des trajets sont aussi égales (par la définition 2). Ainsi, si un corps pesant a des gravités spécifiques différentes en des lieux différents, et qu'on recherche un autre corps pesant de même volume et de même poids, homogène, c'est-à-dire ayant partout la même gravité spécifique, cette dernière sera cette même gravité (moyenne) du corps proposé, 35 répondant à la longueur du trajet ou de l'espace parcouru.

Propositio 13. Problema 2

Exhibere figuram planam mobili superficiei vel solido rigido positione dato proportionalem et cujus, pariterque partium ejus, circa axem immotum gyratarum tractus, sint ipsius mobilis aut partium ejus circa eundem axem gyratarum tractibus proportionales. [96r]

Transferatur hic figura et constructio ad propositionem 16 de ductibus [*p. 70*], sumaturque *MN* non ut illic præscribitur, sed proportionalis sectioni mobilis per superficiem cylindricum, et figura plana *ANP* erit quæsita, ut consideranti patet.

Propositio 14. Problema 3

Exhibere figuram tractui mobilis circa axem immotum gyrati proportionalem.

Si figuram planam postulamus, tantum in præcedenti figura et constructione, sumamus *MN* tales, ut sint in ratione composita sectionum et distantiarum superficiei ab axe; et figura *ANP* erit quæsita. Sin solida simus contenti; fiat cylinder rectus, cujus basis figura *ANP* constructa secundum problema præcedens, altitudo vero sit non minor maxima *MN*, et per axem *EQ* transeat planum, quod ad planum *AQE* angulum faciat semirectum, et ungula per prius planum abscissa seu portio cylindri inter plana duo et superficiem cylindri comprehensa erit solidum quæsitum.

Propositio 15. Problema 4

Motum rectilineum adeoque uniformiter distributum dati mobilis rigidi invenire, cujus tractus sit tractui ejusdem mobilis circa datum axem immotum gyrantis æqualis, seu invenire longitudinem hujus tractus.

Figuræ *ANP* constructæ secundum problema 2. (seu propositionem 16. de ductibus) insinat cylinder ungu læ in problemate præcedente constructæ æqualis, tum sumatur recta, quæ sit ad altitudinem hujus cylindri, ut arcus ab aliquo mobilis puncto durante gyratione descriptus ad ejusdem distantiam ab axe; et mobile moveatur motu rectilineo, ita ut quodlibet ejus punctum rectam describat prædictæ æqualem, is erit quæsitus; recta hæc erit longitudo tractus per definitionem 2. [96r]

7 propositionem | 12 corr. A | (*vide vol. I, p. 171*) 20 per | C del. ed. | ut L in f. B160; *vide vol. I, p. 527* 27 propositionem | 12 corr. A | (*vide vol. I, p. 171*)

PROPOSITION 13. Problème 2

Construire une figure plane proportionnelle à une surface mobile ou à un solide rigide donné par position, et dont pareillement les trajets de ses parties tournant autour d'un axe immobile soient proportionnels aux trajets du mobile lui-même ou de ses parties tournant autour du même axe.

Qu'on reprenne ici la figure [p. 71] et la construction relatives à la proposition 16 du chapitre sur les produits, et qu'on prenne MN non comme il était demandé alors, mais proportionnel à la section du mobile par la surface cylindrique : alors la figure plane ANP sera la figure demandée, comme cela se voit.

PROPOSITION 14. Problème 3

Construire une figure proportionnelle au trajet d'un mobile tournant autour d'un axe immobile.

Si nous demandons une figure plane, prenons seulement, dans la figure et la construction précédentes, les droites MN telles qu'elles soient en raison composée des sections et des distances de la surface à l'axe : alors la figure ANP sera la figure cherchée. Mais si nous nous appliquons à une figure solide, qu'on fasse un cylindre droit, dont la base soit la figure ANP construite selon le problème précédent, et dont la hauteur ne soit pas moindre que la plus grande des droites MN , et que par l'axe EQ passe un plan qui fasse avec le plan AQE un demi angle droit : alors l'onglet coupé par le premier plan, ou la portion de cylindre comprise entre les deux plans et la surface du cylindre, sera le solide recherché.

PROPOSITION 15. Problème 4

Trouver un mouvement rectiligne et par suite uniformément distribué d'un mobile rigide donné, dont le trajet soit égal au trajet du même mobile mû autour d'un axe immobile donné, autrement dit trouver la longueur de ce trajet.

Sur la figure ANP construite selon le problème 2 (ou bien à la proposition 16 du chapitre sur les produits), soit élevé un cylindre égal à l'onglet construit dans le problème précédent ; et qu'alors soit prise une droite qui soit à la hauteur de ce cylindre, comme l'arc décrit par un point quelconque du mobile durant la révolution est à la distance de ce même point à l'axe ; et que le mobile se meuve d'un mouvement rectiligne, tel que chacun de ses points décrive une droite égale à la droite susdite : on aura fait ce qui est demandé ; cette droite sera la *longueur du trajet*, d'après la définition 2.

CAPUT 2. DE VELOCITATE IN UNIVERSUM

[97r]

Definitio 1

VELOCITAS IN MOTU QUOCUNQUE est affectio mobilis quæ est proportionalis longitudini quam percurreret, si motus per datæ magnitudinis
5 tempus hac eadem mobilis affectione retenta continuaretur. Eadem autem
maneret, si æqualibus temporibus æquales percurreret longitudes, quo
casu MOTUS dicitur ÆQUIVELOX.

Haftenus non egeramus nisi de velocitate motus æquidistributi, ubi omnia corporis puncta æquali velocitate moventur. Operæ tamen pretium fuit
10 notionem altius nunc attollere, et generalius concipere velocitatem, ut cui-
cunque mobili attribui possit, etiamsi ejus puncta diversas habeant celeritates, nempe in casu similis corporis, Velocitas ipsius erit media arithmetica
inter omnium punctorum velocitates, qua in mobile simile ducta idem
prodit impetus, ac si singulorum punctorum celeritates mobili ordinatim
15 assignavissemus. Et quidem, si omnia puncta tendant ad easdem partes,
Velocitas mobilis erit ipsa velocitas centri gravitatis, ut suo loco
patebit distinctius infra. Quemadmodum autem supra dimensi sumus velocitatem
æquidistributam per longitudinem motus æquivelocis, ita nunc
metimur velocitatem quamvis per eandem longitudinem motus æquivelocis,
20 sed elevatæ vel exaltatæ notionis ad motum etiam non æquidistributum,
ut capite de tractu est explicatum, seu longitudinem tractus, quærendo scilicet
pro longitudine percursa a mobili, longitudinem mediam arithmeticam
inter omnium punctorum longitudes simul percursas. Quod si hæc ad ex-
emplum applicemus, rectæ verbi gratia, in plano circa extremum immotum
25 motæ, aut semicirculi moti circa diametrum immotum, reperiemus velocitates
duorum radiorum inter se, aut duorum semicirculorum inter se esse
in ratione composita vertiginum et radiorum. Vertigines autem sunt
ut velocitates punctorum a centro æquidistantium, seu ut anguli percursi
motu uniformi intra æquale tempus.

[97v]

1 Caput 2. *add. ed.* 20 vel exaltatæ *parentheses add. A del. ed.* 23 longitudinem *corr.*
A 25 immotum | In A 158, B 164 et hic immotam *corr. ed.* | 25-26 velocitatem *corr.* A

CHAPITRE 2. DE LA VITESSE EN GÉNÉRAL

Définition 1

La VITESSE DANS UN MOUVEMENT QUELCONQUE est l'affection du mobile qui est proportionnelle à la longueur qu'il parcourrait, si le mouvement, durant un temps de grandeur donnée, se continuait en retenant la même affection du mobile. Or cette affection resterait la même, s'il parcourrait en des temps égaux des longueurs égales, auquel cas le MOUVEMENT est dit ÉQUIVÉLOCE.

Jusqu'ici nous n'avons traité que de la vitesse dans le mouvement équidistribué, où tous les points du corps se meuvent à vitesse égale. Il convient maintenant d'élever plus haut la notion et de concevoir la vitesse plus généralement, de façon à ce qu'on puisse l'attribuer à tout mobile, même si ses points ont des vitesses différentes; ainsi, dans le cas d'un corps homogène, sa vitesse sera la moyenne arithmétique entre les vitesses de tous les points, vitesse telle que, appliquée à ce mobile homogène, elle donne le même *impetus* que si nous avions associé en ordre au mobile les vitesses des points un par un. Et assurément, si tous les points tendent du même côté, la vitesse du mobile sera la *vitesse même de son centre de gravité*, comme il apparaîtra plus tard en son lieu² plus distinctement.

Or, de même que ci-dessus nous avons mesuré la vitesse équidistribuée par la longueur du mouvement équivéloce, de même mesurons-nous maintenant chaque vitesse par la même longueur du mouvement équivéloce, mais sous une notion plus élevée ou rehaussée relative aussi au mouvement non équidistribué, comme il est expliqué dans le chapitre sur le trajet : autrement dit nous la mesurons par la longueur du trajet, en recherchant en effet pour la longueur parcourue par le mobile, la longueur moyenne arithmétique entre les longueurs parcourues simultanément par tous les points. Et si nous appliquons ces considérations à un exemple, comme celui d'une droite mue dans un plan autour d'une de ses extrémités fixes, ou bien celui d'un demi-cercle mû autour de son diamètre immobile, nous trouverons que les vitesses de deux rayons, ou de deux demi-cercles, sont entre elles en

²Cf. infra *Pars I, sectio V, cap. I, De quantitate motus seu impetu*, prop. 2.

Propositio 1

Velocitates mobilium, quorum quodque constanti velocitate movetur, sunt inter se ut longitudines æqualibus temporibus percursæ.

5 Sint mobilia A et B , quorum utrumque suam velocitatem servat et A tempore T percurrat longitudinem L , et B tempore æquali ipsi T percurrat longitudinem M ; ajo fore velocitatem in A ad velocitatem in B , ut L ad M .

Nam (per definitionem præcedentem) si velocitates suas retinerent, ipsæ velocitates forent ut longitudines L et M ; jam retinent eas (ex hypothesi),
10 tales ergo erunt velocitates.

Propositio 2

Coincidit velocitas motus æquidistributi secundum definitionem positam supra capite de motu æquidistributo, et secundum definitionem velocitatis præsentem.

15 Nam longitudo percurrenda secundum definitionem præsentem in casu motus æquidistributi est ut longitudo viæ puncti alicujus in mobili sumti (per propositionem 11. capitis de tractu) quæ eodem modo in definitione superiore velocitatis motus æquidistributi adhibebatur, ut in proxima adhibetur longitudo percurrenda; neque aliud est definitionum discrimen. [98r]

Propositio 3

20 Velocitas quæcunque æqualis est velocitati motus æquidistributi mobilis æqualis, eandem continuata per æquale tempus constanti velocitate aliquo sui puncto percursuri longitudinem, quam propositum continuata sua; adeoque
25 etiam æquale percursuri spatium.

Sit (Figura [9.] [p. 242]) mobile AB motum etiam motu non æquidistributo, et ponatur ejus velocitas talis in ${}_1A_1B$, ut (eadem velocitate manente) per tempus T sit motus ${}_1A_2B$, longitudo autem motus hujus, seu longitudo percursa (seu longitudo tractus explicata definitione 2. capitis de tractu)
30 sit linea ${}_1C_2C$; sit jam aliud æquale mobile vel idem ${}_2A_2B$ motum motu æquidistributo uniformi ${}_2A_3B$, a cujus puncto ${}_2C$ longitudo percursa per tempus æquale ipsi T , sit ${}_2C_3C$; ajo velocitatem motus ${}_2A_3B$ esse velocitati mobilis AB in ${}_1A_1B$ existentis æqualem. Nam velocitas ipsius ${}_1A_1B$ per ${}_1A_2B$, est ad velocitatem ipsius ${}_2A_2B$ per ${}_2A_3B$, ut longitudines æqualibus

raison composée des rotations et des rayons. Or les *rotations* sont comme les vitesses des points équidistants du centre, ou comme les angles parcourus d'un mouvement uniforme en un temps égal.

PROPOSITION 1

*Les vitesses de mobiles dont chacun se meut à vitesse constante, sont entre 5
elles comme les longueurs parcourues en des temps égaux.*

Soient les mobiles A et B , dont chacun conserve sa vitesse, que A dans le temps T parcoure la longueur L , et B dans un temps égal à T parcoure la longueur M ; je dis que la vitesse de A sera à la vitesse de B comme L à M .

En effet (par la définition précédente), s'ils retenaient leurs vitesses, ces 10
vitesses elles-mêmes seraient comme les longueurs L et M ; or ils les retiennent (par hypothèse); donc les vitesses seront bien dans ce rapport.

PROPOSITION 2

*La vitesse du mouvement équidistribué suivant la définition donnée ci-dessus dans le chapitre sur le mouvement équidistribué coïncide avec celle qui 15
suit de la présente définition de la vitesse.*

En effet, la longueur à parcourir suivant la présente définition dans le cas du mouvement équidistribué est comme la longueur du chemin d'un point quelconque pris dans le mobile (par la proposition 11 du chapitre sur le trajet), laquelle a été employée dans la définition précédente de la vitesse 20
du mouvement équidistribué de la même façon que la longueur à parcourir vient d'être employée; et il n'y pas d'autre différence entre les définitions.

PROPOSITION 3

*N'importe quelle vitesse est égale à la vitesse du mouvement équidistribué d'un mobile égal, qui parcourra par un quelconque de ses points, à une vitesse 25
constante continuée en un temps égal, la même longueur que le mobile considéré avec sa vitesse continuée; et donc l'espace à parcourir sera aussi égal.*

Soit (figure [9] [p. 243]) le mobile AB mu d'un mouvement qui ne soit pas aussi équidistribué, et supposons que sa vitesse soit telle en ${}_1A_1B$ que (la vitesse demeurant la même) le mouvement dans le temps T soit ${}_1A_2B$, 30
et que la longueur de ce mouvement ou longueur parcourue (soit la longueur du trajet expliquée dans la définition 2 du chapitre sur le trajet) soit la ligne ${}_1C_2C$; soit aussi un autre mobile égal, ou bien le même ${}_2A_2B$, mû d'un mouvement uniforme équidistribué ${}_2A_3B$, dont la longueur parcou-

temporibus percurrentæ velocitatibus æqualibus continuatis (per definitionem præcedentem velocitatis.) Sed longitudo ab ${}_1A_1B$ percurrenta eadem velocitate intra tempus T est ${}_1C_2C$ (ex hypothesi) et ${}_2C_3C$ est longitudo percursum a puncto ${}_2C$ mobilis ${}_2A_2B$ æquivelociter et æquidistribute moti
 5 (etiam ex hypothesi), et longitudo lineæ a puncto mobilis æquidistribute moti descriptæ est ipsa longitudo percursum (per propositionem 11 capitis de tractu); erit ergo velocitas ${}_1A_1B$ ad velocitatem ${}_2A_2B$, ut ${}_1C_2C$ ad ${}_2C_3C$, quæ cum sint æquales (ex hypothesi) erunt etiam æquales velocitates. Idem est de spatiis quod de longitudinibus, quia voluminibus æqualibus spatia
 10 percursum sunt ut longitudines (per definitionem 2. de tractu).

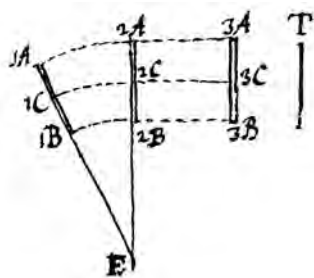


Figura 9

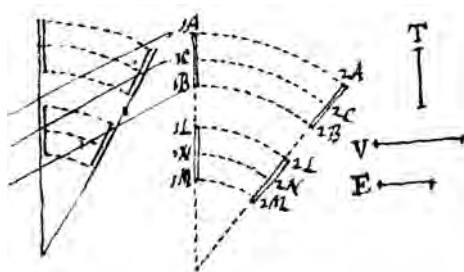


Figura 10

Si ponamus AB esse rectam quæ in plano eodem eadem velocitate servata gyretur circa centrum immotum E tempore T , erit tractus ejus seu spatium percursum hoc loco coincidens ipsi viæ seu spatio generato sive per motum designato ${}_1A_2B$, parti scilicet sectoris ${}_1AE_2E$ contenti rectis ${}_1A_1B$, ${}_2A_2B$
 15 et circulis ${}_1A_2A$, ${}_1B_2B$; quia lineæ a punctis descriptæ seu arcus, angulum semper faciunt rectum ad AB describentem. Hic tractus autem, seu area hujus spatii æquatur rectangulo ${}_2A_3B$ vel ${}_3A_2B$ contento sub recta AB , id est extensione mobilis AB et rectæ ${}_2A_3A$, si modo ${}_2A_3A$ sit æqualis ipsi ${}_1C_2C$ arcui descripto a puncto rectæ AB medio C , seu ejus centro gravitatis; itaque
 20 longitudo ista arcus ${}_1C_2C$, seu rectæ ${}_2A_3A$, est longitudo spatii percursum (per definitionem 2 capitis de tractu). Si jam ponatur eadem recta porro ex ${}_2A_2B$ progredi motu rectilineo, adeoque æquidistributo, et quidem uniformi, ita ut describat rectangulum ${}_1A_2B$, tractus seu spatium erit ipsum rectangulum et longitudo ejus erit recta percursum ab aliquo ejus puncto A ,
 25 vel C , ut ${}_1A_2A$ vel ${}_1C_2C$ (per propositionem 1 dicti capitis de tractu). Unde patet et tractus et longitudines esse æquales, quæ tempore æquali mobile

rue par un point ${}_2C$ en un temps égal à T soit ${}_2C_3C$; je dis que la vitesse du
 mouvement ${}_2A_3B$ est égale à la vitesse du mobile AB se trouvant sur ${}_1A_1B$.
 Car la vitesse de ${}_1A_1B$ sur ${}_1A_2B$ est à la vitesse de ${}_2A_2B$ sur ${}_2A_3B$, comme les
 longueurs à parcourir en des temps égaux à des vitesses égales continuées
 (par la définition précédente de la vitesse). Mais la longueur à parcourir
 par ${}_1A_1B$ avec la même vitesse dans le temps T est ${}_1C_2C$ (par hypothèse), et
 ${}_2C_3C$ est la longueur parcourue par un point ${}_2C$ du mobile ${}_2A_2B$ mû de fa-
 çon équivoque et équidistribuée (également par hypothèse), et la longueur
 de la ligne décrite par un point du mobile mû de façon équidistribuée est
 la longueur parcourue elle-même (par la proposition 11 du chapitre sur le
 trajet); la vitesse ${}_1A_1B$ sera donc à la vitesse ${}_2A_2B$ comme ${}_1C_2C$ à ${}_2C_3C$, et
 comme ces longueurs sont égales (par hypothèse), les vitesses seront aussi
 égales. Il en va de même des espaces et des longueurs, puisque pour des
 volumes égaux les espaces parcourus sont comme les longueurs (par la dé-
 finition 2 sur le trajet).

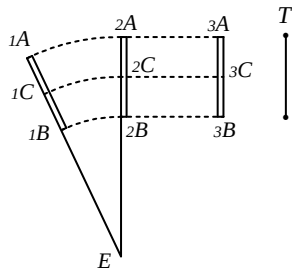


Figure 9

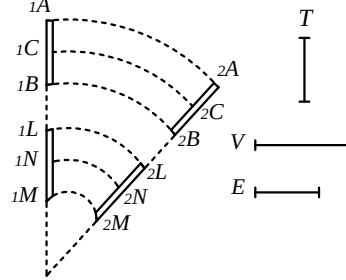


Figure 10

Si nous supposons que AB est une droite, qui tourne sur le même plan
 en conservant la même vitesse autour d'un centre E immobile durant le
 temps T , son trajet ou l'espace parcouru coïncidera en ce cas avec son che-
 min ou avec l'espace engendré ou décrit par le mouvement ${}_1A_2B$, partie du
 secteur ${}_1AE_2A$ contenu entre les droites ${}_1A_1B$, ${}_2A_2B$ et les cercles ${}_1A_2A$ et
 ${}_1B_2B$; puisque les lignes décrites par ces points ou les arcs font toujours un
 angle droit décrit sur AB . Or ce trajet, ou l'aire de cet espace, est égal au
 rectangle ${}_2A_3B$ ou ${}_3A_2B$, compris sous la droite AB , c'est-à-dire à l'exten-
 sion du mobile AB et de la droite ${}_2A_3A$, si du moins ${}_2A_3A$ est égale à l'arc
 ${}_1C_2C$ décrit par le point moyen C de la droite AB ou par son centre de gra-
 vité; la longueur de cet arc ${}_1C_2C$ est donc la longueur de l'espace parcouru
 (par la définition 2 sur le trajet). Si dès lors on pose que la même droite, à
 partir de ${}_2A_2B$, progresse avec un mouvement rectiligne, et donc équidis-

uniformiter percurrit, sive motu æquidistributo ${}_2A_3B$, sive diverso in diversis punctis ut ${}_1A_2B$ percurrat; atque adeo et velocitates horum duorum motuum dici æquales.

Propositio 4

- 5 Spatia a mobilibus suam velocitatem retinentibus tempore æquali percurra sunt in ratione composita voluminum mobilis cujusque et velocitatum.

Sint (figura [10] [p. 242]) mobilia AB , LM , quæ temporibus æqualibus ipsi T moveantur, velocitatibus suis V et E retentis; et percurrant spatia
 10 ${}_1A_2B$, ${}_1L_2M$; aio esse spatia ${}_1A_2B$, ad ${}_1L_2M$, in ratione composita voluminum, AB ad LM , et velocitatum V ad E . Sint longitudines perscursæ ${}_1C_2C$, ${}_1N_2N$; constat (per definitionem 2 cap de tractu) esse spatia ${}_1A_2B$ ad ${}_1L_2M$ in ratione composita voluminum AB ad LM , et longitudinum perscursarum, ${}_1C_2C$ ad ${}_1N_2N$; sed longitudines perscursæ in motibus æquivelocibus
 15 æqualium temporum sunt ut velocitates (per propositionem 1 hic).

Propositio 5

In motu ejusdem mobilis æquivelece vel duorum mobilium, volumina æqualia et constantes velocitates habentium, longitudines perscursæ, itemque spatia perscursata sunt
 20 ut tempora impensa, et vicissim si talia sint, velocitas est constans seu motus æquivelox.

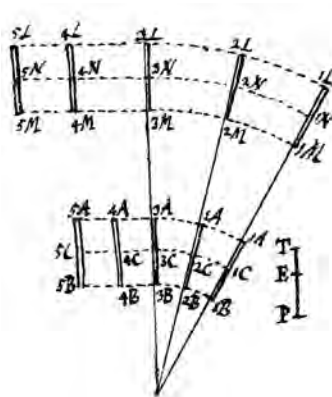


Figura 11

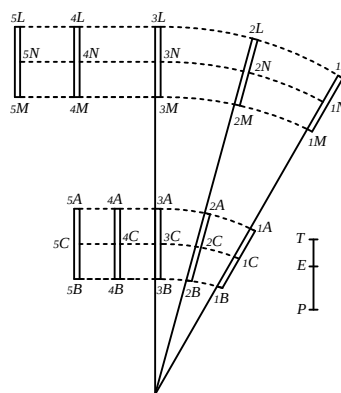


Figure 11

tribué, et aussi uniforme, de façon à décrire le rectangle ${}_1A_2B$, le trajet ou l'espace sera ce rectangle même, et sa longueur sera la droite parcourue par n'importe quel des ses points A ou C , comme ${}_1A_2A$ ou ${}_1C_2C$ (par la proposition 1 dudit chapitre sur le trajet). D'où il est manifeste que les trajets et les longueurs que parcourra uniformément le mobile dans un temps égal 5 sont égales, qu'il les parcoure d'un mouvement équidistribué ${}_2A_3B$ ou ou d'un mouvement différent en différents points comme ${}_1A_2B$. Et dès lors les vitesses aussi de ces deux mouvements sont dites égales.

Proposition 4

Les espaces parcourus en des temps égaux par des mobiles conservant leur 10 vitesse sont en raison composée des volumes de chaque mobile et des vitesses.

Soient (figure [10] [p. 243]) les mobiles AB , LM , qui se meuvent en des temps égaux à T , en conservant leurs vitesses V et E , et qu'ils parcourent les espaces ${}_1A_2B$ et ${}_1L_2M$; je dis que l'espace ${}_1A_2B$ est à l'espace ${}_1L_2M$ en raison 15 composée des volumes, AB à LM , et des vitesses, V à E . Soient ${}_1C_2C$, ${}_1N_2N$ les longueurs parcourues; on sait (par la définition 2 du chapitre sur le trajet) que les espaces ${}_1A_2B$ et ${}_1L_2M$ sont en raison composée des volumes, AB à LM et des longueurs parcourues ${}_1C_2C$ à ${}_1N_2N$. Mais les longueurs parcourues en des temps égaux dans les mouvements équivaloces sont comme les vitesses (par la proposition 1 de ce chapitre). 20

Proposition 5

Dans le mouvement équivoce d'un même mobile ou de deux mobiles égaux ayant des volumes égaux et des vitesses constantes, les longueurs parcourues, de même que les espaces parcourus, sont comme les temps employés; et inversement s'ils sont tels, la vitesse est constante, autrement dit le mouvement est équivoce. 25

Que le mobile AB (figure [11]) parcoure d'un mouvement équivoce dans le temps TE la longueur ${}_1C_2C$ et l'espace ${}_1A_2B$; et que le même mobile ou un mobile égal parcoure dans le temps TP la longueur ${}_1C_3C$ et l'espace ${}_1A_3B$; je dis que ${}_1C_2C$ est à ${}_1C_3C$, ou ${}_1A_2B$ à ${}_1A_3B$, comme TE est à TP . Soient des mouvements équidistribués d'un même mobile ou d'un 30 mobile de volume égal et de même vitesse que les précédents, de sorte que ces mouvements (par la proposition 3 de ce chapitre) soient à la fois égaux en longueurs et en espaces parcourus dans des temps respectivement égaux, et que donc ces mouvements soient uniformes (par la proposition 3 du chapitre sur la vitesse équidistribuée et uniforme), avec pour espaces ${}_3A_4B$ et 35 ${}_3A_5B$ et pour longueurs ${}_3C_4C$ et ${}_3C_5C$. Or (par la proposition 5 du chapitre

Mobile AB (figura [11][p. 244]) motu æquivelece, tempore TE , percurrat longitudinem ${}_1C_2C$ et spatium ${}_1A_2B$; et idem seu æquale tempore TP longitudinem ${}_1C_3C$ et spatium ${}_1A_3B$. Aio esse ${}_1C_2C$ ad ${}_1C_3C$ vel ${}_1A_2B$ ad ${}_1A_3B$ ut TE ad TP . Sint motus æquidistributi ejusdem vel æqualis volumine mobilis, ejusdemque cum prioribus velocitatis, ac proinde (per propositionem 3 hic) sint hi motus percursi intra æqualia respective tempora longitudinibus et spatiis æquales, adeoque (per propositionem 3 cap. de velocitate uniformi et æquidistributa) uniformes, quorum spatia ${}_3A_4B$ et ${}_3A_5B$, longitudes ${}_3C_4C$, ${}_3C_5C$. Jam (per propositionem 5 capite de velocitate æquidistributa et uniformi) longitudo ${}_3C_4C$ est ad longitudinem ${}_3C_5C$, ut tempora impensa TE ad TP . Ergo eodem modo erunt et longitudes ${}_1C_2C$ (æquales ipsi ${}_3C_4C$) ad ${}_1C_3C$ (æqualem ipsi ${}_3C_5C$), adeoque et spatia, quippe ob idem (vel æquale volumine) mobile sunt (per definitionem 2 capitis de tractu) in ratione longitudinum. Idemque et vicissim locum habet, quia et dicta
 15 propositio 5 capitis citati conversam annexam habet.

Propositio 6

Si diversa mobilia moveantur unumquodque motu æquivelece (seu constantis velocitatis), longitudes æqualibus temporibus percursæ erunt velocitatibus impensis
 20 proportionales, inæqualibus percursæ erunt in ratione composita temporum et velocitatum. Quodsi æqualia sint mobilium volumina, idem erit de spatiis quod de longitudinibus. Et vicissim si talia locum habeant, mobilia retinebunt suas velocitates.

25 In figura propositionis præcedentis adjiciatur mobile LM , ita ut puncta L , M , N , eodem modo tractentur ut puncta A , B , C , sitque et mobilis LM motus velocitatem retinens. Jam si æqualibus (ipsi TE) temporibus percursæ longitudes ${}_1C_2C$ et ${}_1N_2N$; et æqualibus (ipsi TP) temporibus sint percursæ longitudes ${}_1C_3C$ et ${}_1N_3N$; erit ${}_1C_2C$ ad ${}_1N_2N$, ut velocitas ipsius AB ad velocitatem ipsius LM , quia substitutis motibus æquidistributis
 30 eorundem mobilium et earundem velocitatum (ut in propositionis præcedentis demonstratione) est ${}_3C_4C$ ad ${}_3C_5C$, ut velocitas ipsius AB ad velocitatem ipsius LM (per propositionem 5 capitis citati). Quod si tempora sint inæqualia, et percurrerit AB longitudinem ${}_1C_2C$ tempore TE , et LM
 35 longitudinem ${}_1N_3N$ tempore TP , erit ${}_1C_2C$ ad ${}_1N_3N$ in ratione composita temporum TE ad TP , et velocitatum ipsius AB ad ipsius LM . Posito enim LM , cujus majus tempus parte sui temporis TE percurrisset longitudinum [100r]

sur la vitesse équidistribuée et uniforme), la longueur ${}_3C_4C$ est à la longueur ${}_3C_5C$ comme les temps écoulés, TE à TP . Donc les longueurs ${}_1C_2C$ (égales à ${}_3C_4C$) seront aussi dans le même rapport à ${}_1C_3C$ (égale à ${}_3C_5C$), et par conséquent aussi les espaces, précisément du fait qu'il s'agit du même mobile (ou d'un mobile égal en volume), sont en raison des longueurs (par la définition 2 du chapitre sur le trajet). Et il en est de même inversement, puisque la proposition 5 du chapitre mentionné a aussi sa converse associée.

PROPOSITION 6

Si divers mobiles sont mus chacun d'un mouvement équidélocé (ou de vitesse constante), les longueurs parcourues en des temps égaux seront proportionnelles aux vitesses employées, et, en des temps inégaux, elles seront en raison composée des temps et des vitesses. Que si les volumes des mobiles sont égaux, il en ira des espaces comme des longueurs. Et inversement si de tels rapport ont lieu, les mobiles conserveront leurs vitesses.

Qu'on adjoigne à la figure de la proposition précédente le mobile LM , tel que les points L, M, N soient alignés de la même manière que les points A, B, C , et que le mouvement du mobile LM conserve sa vitesse. Dès lors, si en des temps égaux (par exemple à TE) sont parcourues les longueurs ${}_1C_2C$ et ${}_1N_2N$, et qu'en des temps égaux (par exemple à TP) sont parcourues les longueurs ${}_1C_3C$ et ${}_1N_3N$; alors ${}_1C_2C$ sera à ${}_1N_2N$ comme la vitesse de AB est à la vitesse de LM , puisque en substituant à ces mouvements des mouvements équidistribués des mêmes mobiles et de mêmes vitesses (comme dans la démonstration de la proposition précédente), on a : ${}_3C_4C$ est à ${}_3C_5C$ comme la vitesse de AB est à la vitesse de LM (par la proposition 5 du chapitre cité). Que si les temps sont inégaux, et que AB parcourt la longueur ${}_1C_2C$ dans le temps TE , et LM la longueur ${}_1N_3N$ dans le temps TP , ${}_1C_2C$ sera à ${}_1N_3N$ en raison composée des temps TE à TP , et des vitesses, celle de AB à celle de LM . Supposons en effet que LM , dont le temps est le plus grand, parcourt dans une partie TE de son temps la longueur ${}_1N_2N$, alors ${}_1C_2C$ est à ${}_1N_2N$ comme la vitesse dans AB est à la vitesse dans LM ; et ${}_1N_2N$ est à ${}_1N_3N$ comme le temps TE est au temps TP (par la proposition précédente). Donc ${}_1C_2C$ est à ${}_1N_3N$ en raison composée des temps et des vitesses. Que si les mobiles AB et LM sont de volumes égaux, les espaces aussi seront en raison ainsi composée, puisque (par la définition 2 du chapitre sur le trajet) les espaces sont alors proportionnels aux longueurs. Et il est manifeste qu'il en va réciproquement de même, puisque les propositions dont nous nous sommes servis dans la démonstration ont aussi leurs converses.

${}_1N_2N$; est ${}_1C_2C$ ad ${}_1N_2N$ ut velocitas in AB ad velocitatem in LM ; et est ${}_1N_2N$ ad ${}_1N_3N$ ut tempus TE ad tempus TP (per propositionem præcedentem). Ergo ${}_1C_2C$ ad ${}_1N_3N$ in ratione composita temporum et velocitatum. Quodsi mobilia AB et LM sunt æqualium voluminum; etiam spatia in ratione sic composita erunt, quia (per definitionem 2 capitis de tractu) spatia tunc longitudinibus sunt proportionalia. Eadem vicissim locum habere manifestum est, quia et propositiones quibus in demonstratione usi sumus conversas habent.

Propositio 7

10 Spatia percusa a mobilibus suam velocitatem retinentibus sunt in ratione composita voluminum cujusque mobilis, velocitatum et temporum impensorum.

Sint (figura [12]) mobilia AB , CD , quæ percurrunt spatia ${}_1A_2B$, ${}_1C_2D$, temporibus T et P , velocitatibus GH , LM . Aio esse spatia ${}_1A_2B$ ad ${}_1C_2D$ in ratione composita voluminum AB ad CD et longitudinum GH ad LN (per definitionem 2 capitis de tractu). Sed longitudines (per propositionem 6 hic) in casu velocitatum constantium sunt in ratione composita temporum T ad P , et velocitatum GH ad LM .

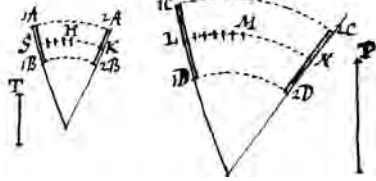


Figura 12

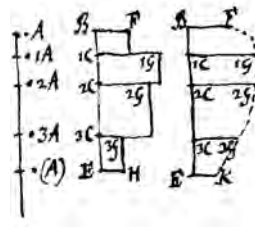


Figura 13

Ergo in casu velocitatum constantium sunt in ratione composita voluminum, temporum, et velocitatum.

Propositio 8

In motu utcumque accelerato conservato aut retardato ^[1002] longitudines a mobilibus percursæ sunt ut facta ex velocitatibus in tempus ordinatim ductis; spatia percursa seu tractus, in ratione composita horum factorum et voluminum.

Proposition 7

Les espaces parcourus par des mobiles conservant leur vitesse sont en raison composée des volumes de chaque mobile, des vitesses et des temps employés.

Soient (figure [12]) les mobiles AB , CD qui parcourent les espaces ${}_1A{}_2B$, ${}_1C{}_2D$, dans les temps T et P , avec les vitesses GH , LM ; je dis que les espaces ${}_1A{}_2B$, et ${}_1C{}_2D$ sont entre eux en raison composée des volumes AB à CD et des longueurs GK à LN (par la définition 2 du chapitre sur le trajet). Mais les longueurs (par la proposition 6 ci-dessus), dans le cas de vitesses constantes, sont en raison composée des temps T à P et des vitesses GH à LM .

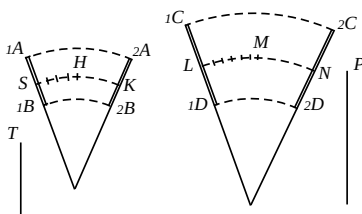


Figure 12

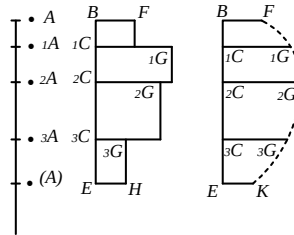


Figure 13

Donc, dans le cas de vitesses constantes, les espaces sont en raison composée des volumes, des temps et des vitesses.

Proposition 8

Dans un mouvement quelconque, accéléré, conservé, ou retardé, les longueurs parcourues par les mobiles sont comme les produits des vitesses multipliées en ordre par les temps; les espaces parcourus ou les trajets sont en raison composée de ces produits et des volumes.

Soit (figure [13]) le mobile A parcourant dans le temps BE la longueur $A(A)$, en ayant aux instants B , C , E les vitesses BF , CG , EH ; et posons d'abord que le temps soit divisé par plusieurs instants ${}_1C$, ${}_2C$, ${}_3C$, etc. en un nombre quelconque de parties telles que $B{}_1C$, ${}_1C{}_2C$, ${}_2C{}_3C$, etc., durant cha- 20
cune desquelles demeure la même vitesse, telles les vitesses BF , ${}_1C{}_1G$, ${}_2C{}_2G$, ${}_3C{}_3G$ dans les temps $B{}_1C$, ${}_1C{}_2C$, ${}_2C{}_3C$, ${}_3C{}_3CE$. Si dès lors nous posons que ces vitesses sont multipliées en ordre par les temps, de façon à en produire les rectangles $FB{}_1C$, ${}_1G{}_1C{}_2C$, ${}_2G{}_2C{}_3C$, ${}_3G{}_3CE$, ces rectangles seront en raison composée des éléments du temps et des vitesses; c'est pourquoi (par la 25
proposition 6 ci-dessus) ils seront comme les longueurs élémentaires corres-

Sit (figura [13] [p. 248]) mobile A tempore BE percurrens longitudinem $A(A)$ in tempus BE instantibus B, C, E , velocitates habens quascunque BF, CG, EH ; et primum ponamus tempus per plura instantia $_1C, _2C, _3C$, etc. in partes dividi utcunque ut $B_1C, _1C_2C, _2C_3C$, etc. per quarum unamquam-
 5 que duret eadem velocitas, ut velocitates $_1C_1G, _2C_2G, _3C_3G$ per tempora $B_1C, _1C_2C, _2C_3C, _3CE$; si jam ponamus velocitates ordinatim in tempora duci, ut fiant deinde rectangula $FB_1C, _1G_1C_2C, _2G_2C_3G_3CE$, erunt hæc rectangula in ratione composita elementorum temporis et velocitatum; itaque (per propositionem 6 hic) ut longitudes elementares respondentes a
 10 mobili A percursæ $A_1A, _1A_2A, _2A_3A, _3A(A)$. Itaque summæ rectangulorum, seu figuræ scalares, erunt ut longitudes totæ percursæ, velut $BF_1G_2G_2C$ ad $BF_1G_2G_3GHE$ ut A_2A ad $A(A)$, et spatia quæ (per definitionem 2 capitis de tractu) sunt in ratione composita longitudinum et voluminum, erunt in ratione composita horum factorum et voluminum; idemque est si plures di-
 15 versorum mobilium velocitates in sua tempora ordinatim ducantur, modo rectis proportionalibus tempora et velocitates repræsententur. Quodsi elementa temporis, quibus eadem durat velocitas, sint assignabilibus utcunque parvis minora, ita ut nulla pars temporis assignari queat in qua eadem duret velocitatis; figura scalaris evanescet in orthogonium curvilineum, quod
 20 longitudini percursæ erit proportionale.

Hujus propositionis usus latissime patet; Phorometriam enim connectit [101r] cum Geometria. Ex ea pendent, quæ de motu uniformiter accelerato habentur apud Galilæum, quæque a nobis multo ampliora et difficiliora circa varia accelerationum aut retardationum genera exhibentur.

25 *Propositio 9. Definitio 2*

[132v]

Idem est factum ex velocitatibus singulorum mobilis punctorum in volumen ordinatim ductis, et factum ex velocitate mobilis in volumen; et hoc factum dicatur PRO-
 30 TRACTIO seu ELEMENTUM TRACTUS, seu EXTENSIO VELOCITATIS, seu IMPETUS RESTRICTUS. [133r]

Nam (ex definitione 2 de spatio juncta definitione 1) idem est factum ex longitudinibus simul percursis singulorum mobilis punctorum in volumen ordinatim ductis et factum ex longitudine a mobili simul percursa in volumen (absolute) ducta sed velocitates sunt ut longituines percur-

25 Def. 2 del. Bh res. A

23 Galilæum vide: G. Galilei, *Discorsi e dimostrazioni matematiche, intorno à due nuove scienze attenenti alla meccanica e i movimenti locali*, Leida: appresso gli Elzeviri 1638, Giornata terza.

pondantes parcourues par le mobile $A, A_1A, {}_1A_2A, {}_2A_3A, {}_3A(A)$. Par conséquent les sommes des rectangles, ou les figures en échelle, seront comme les longueurs parcourues totales, par exemple $BF_1G_2G_2C$ sera à $BF_1G_2G_3GHE$ comme A_2A à $A(A)$, et les espaces, qui (par la définition 2 du chapitre sur le trajet) sont en raison composée des longueurs et des volumes, seront 5 en raison composée de ces produits et des volumes. Il en va de même, si plusieurs vitesses de mobiles différents sont multipliées en ordre par leurs temps respectifs, pourvu que les temps et les vitesses soient représentés par des droites proportionnelles. Que si les éléments du temps, durant lesquels la vitesse demeure la même, sont plus petits que toute grandeur assignable, 10 de sorte qu'on ne puisse assigner aucune partie du temps dans laquelle la vitesse demeure constante, la figure en échelle s'évanouira dans un orthogone curviligne, qui sera proportionnel à la longueur parcourue.

L'usage de cette proposition s'étend très amplement; elle connecte en effet la Phorométrie avec la Géométrie. C'est d'elle que dépendent les pro- 15 positions concernant le mouvement uniformément accéléré qui se trouvent chez Galilée, et celles beaucoup plus vastes et plus difficiles que nous allons exposer concernant divers genres d'accélération ou de retardements.

Proposition 9. Définition 2³

Le produit des vitesses des points singuliers du mobile appliquées en 20 ordre sur le volume, est identique à la vitesse du mobile multipliée par le volume; et ce produit est appelée PROTRACTION ou ÉLÉMENT DU TRAJET, ou EXTENSION DE LA VITESSE ou *impetus* RESTREINT.

En effet (d'après la définition 2 du chapitre sur l'espace jointe à la définition 1), le produit des longueurs parcourues en même temps par les 25 points singuliers d'un mobile appliquées en ordre sur le volume, est identique au produit de la longueur parcourue simultanément par le mobile multipliée (en produit absolu) par le volume. Mais les vitesses sont comme les longueurs parcourues en un temps donné dans le cas d'un mouvement

³Nous insérons ici à leur véritable place les propositions 9 à 12 classées indûment à la fin du chap. 2 de la Section V de la Ière Partie. Cette erreur d'attribution figure dans la Copie de Bodenhause et est reproduite dans l'édition Gerhardt (GM 6, 416-419). Le renvoi dans la proposition 10 à la « proposition 8 de ce chapitre » ne s'accorde pas avec la proposition 8 du chapitre 2 de la Section V, mais bien avec celle du chapitre 2 de la Section IV. En outre cette relocalisation permet de retrouver la cohérence dans la numérotation des définitions des deux chapitres. Ce point a été signalé la première fois, semble-t-il, par Mathieu Gibier, *La fondation des lois du mouvement dans la Dynamica de Potentia de G.W. Leibniz*, thèse de doct., Université de Nantes, 2016, p. 233.

sæ datu tempore in casu motus æquivelocis (per definitionem 1 hic); Ergo etiam idem est factum ex velocitatibus singulorum mobilis punctorum in volumen ordinatim ductis, et velocitate mobilis in volumen (absolute) ducta.

- 5 Voco autem protractionem etiam Elementum tractus quia mox ostendetur ex protractionibus tempori applicatis in unum additis, fieri spatium percursum seu tractum. Quid autem sit protractio, ita intelligetur in exemplo; Ponatur (figura [14]) mobilem rectam AB in plano moveri circa extre-
- 10 mum immotum A , et punctorum B velocitates esse ut ${}_1B_2B$, seu ut rectas ${}_2BD$ ipsi A_2B ad angulos rectos applicatas, seu in A_2B ordinatim ductas, et triangulum AD_2B repræsentabit factum ex velocitatibus in volumen, seu protractionem voluminis, sive promotionem elementare ejus, quam et repræ-
- 15 sentabit rectangulum AGF_2B æquale huic figuræ AD_2B , factum ex ${}_2CE$ velocitate mobilis (quæ inter omnes punctorum velocitates semper arithmetice media est) ducta in volumen AB ; protractio autem coincidit cum impetu, quando moles mobilis coincidit cum volumine, seu cum nulla ha-
- betur ratio densitatis. Itaque protractionem voco et extensionem velocitatis scilicet per volumen, item impetum restrictum adempta impetui ab-
- 20 soluto consideratione densitatis; posset etiam dici impetus voluminis, ut impetus molis; sed sufficit impetum voluminis dici restrictum, impetum molis vero dici impetum absolute. [133v]

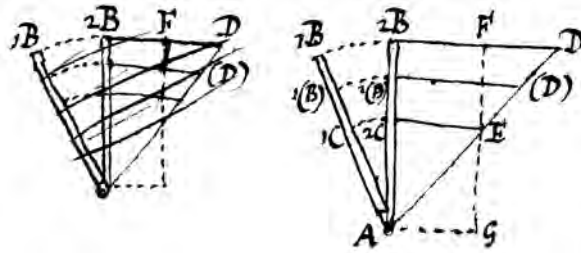


Figura 14

Propositio 10.

Ex impetibus restrictis seu Elementis tractus sive spatii ad tempus ordinatim applicatis fit tractus seu spatium
25 eo tempore a mobili percursum.

Sit (figura[15] [p. 256]) tempus ut recta EE ; volumen mobilis EF vel GH velocitas mobilis EG vel FH ; protractio seu elementum tractus seu factum

ex mobili in volumen rectangulum $EFHG$ erit Spatium tempore EE a mobili EF percursum, ut solidum ${}_1E_1F_1H_1G_3G_3H_3E$ factum ex rectangulis seu protractionibus ad EE ordinatim (ad angulos rectos) applicatis. Nam (per propositionem 8 hic) longitudo toto tempore a mobili percursum est ut hujus
 5 solidi hedra seu figura ${}_1E_1G_3G_3E$ facta ex velocitatibus EG tempore EE ordinatim applicatio et crassities solidi hujus ubique constans EF respondet volumini; ergo solidum ipsum respondebit facto ex longitudine in volumen, id est spatio percurso.

Definitio 3

10 VELOCITAS MEDIA (TEMPORIS) est quæ ducta in tempus impensum dat longitudinem a mobili percursam, seu velocitas qua constanti motum mobile tantundem quantum nunc longitudinis percurrisset; Et IMPETUS RESTRICTUS MEDIUS est qui fit ex velocitato media in volumen ducta, seu
 15 quæ in tempus ducta dat spatium.

Nempe (in figura præcedente) velocitas inter omnes mobilis EF velocitates EG quas durante tempore EE habuit, media est BC , talis nempe, quæ ducta in tempus ${}_1E_3E$ seu AB facit rectangulum $ABCD$ æquale ipsi figuræ ${}_1E_1G_3G_3E$; adeoque longitudo quam percurreret mobile EF , constanti
 20 velocitate AD vel BC , quæ est ut rectangulum $ABCD$, erit æqualis longitudini quam percurreret EF variatis velocitatibus EG ; et rectangulum ${}_3FBC$ sub velocitate media BC et volumine mobilis EF contentum erit, ut impetus restrictus medius seu medium ex omnibus tractus seu spatii elementis, et hoc rectangulum protractionem mediam repræsentans ductum in tempus ${}_1E_3E$ seu AB , dabit rectangulum solidum $ABCDLF$ æquale ipsi solido
 25 ${}_1E_1F_1H_1G_3G_3H_3E$ spatium repræsentanti.

Sic in motu uniformiter accelerato velocitas media, qua constanter motum mobile eandem longitudinem percurreret, est ultimæ acquisitæ dimidia. Nam (figura [16] [p. 256]) tempore existente AEB , velocitatibus EG ,
 30 longitudines percursæ sunt ut triangula AEG ; et tota longitudo percursa ut triangulum ABP , cui æquale est rectangulum $ABCD$ repræsentans longitudinem tempore AB constante velocitate media MN percursam.

Propositio 11.

Velocitas media item Impetus restrictus medius est
 35 medium arithmeticum inter omnes mobili intra tempus

Soit (figure [15]) le temps comme la droite EE , le volume du mobile comme EF ou GH , la vitesse du mobile comme EG ou FH ; la protraction, ou l'élément du trajet, c'est-à-dire le produit du mobile par le volume, comme le rectangle $EFGH$. Alors l'espace parcouru par le mobile EF durant le temps EE sera comme le solide ${}_1E_1F_1H_1G_3G_3H_3E$, produit des rectangles ou protractions appliqués en ordre (à angle droit) sur EE . En effet (par la proposition 8 de ce chapitre) la longueur parcourue par le mobile durant tout le temps est comme la face de ce solide, soit la figure ${}_1E_1G_3G_3E$ produit des vitesses EG appliquées en ordre sur le temps EE , et la profondeur EF de ce solide, partout constante, correspond au volume; donc le solide lui-même correspondra au produit de la longueur par le volume, c'est-à-dire à l'espace parcouru.

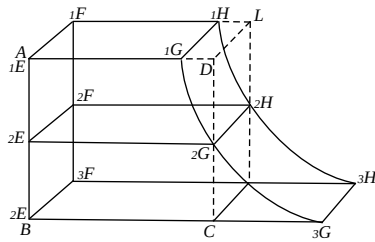


Figure 15

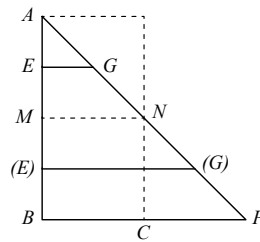


Figure 16

Definition 3

La VITESSE MOYENNE (QUANT AU TEMPS) est celle qui, multipliée par le temps employé, donne la longueur parcourue par le mobile, autrement dit la vitesse à laquelle, en étant constante, le mobile parcourrait autant de longueur que présentement; et l'IMPETUS RESTREINT MOYEN est ce qui résulte de la vitesse moyenne multipliée par le volume, c'est-à-dire qui, multiplier par le temps, donne l'espace.

Ainsi (dans la figure précédente) la vitesse moyenne entre toutes les vitesses EG du mobile EF , qu'il a eues durant le temps EE , est BC , telle que multipliée par le temps ${}_1E_3E$ ou AB elle donne le rectangle $ABCD$ égal à la figure ${}_1E_1G_3G_3E$; et ainsi la longueur que parcourrait le mobile EF à la vitesse constante AD ou BC , qui est comme le rectangle $ABCD$, sera égale à la longueur que parcourrait EF avec les vitesses variées EG ; et le rectangle ${}_3FBC$ contenu sous la vitesse moyenne BC et le volume du mobile EF sera comme l'impetus restreint moyen, ou comme la moyenne de tous les éléments de trajet ou d'espace, et ce rectangle représentant la protraction

propositum competentes velocitates aut impetus restrictos tempore uniformiter crescente ordine assumptos.

Nam velocitas (protractio) media ducta in tempus (absolute) idem producit, quod omnes durante tempore existentes mobilis velocitates in tempus ordinatim ductæ (per definitionem 3 hic); ergo est velocitas absoluta in tempore resultans ex velocitatibus elementorum temporis (per definitionem 5 capitis de ductibus); et proinde (per propositionem 18 de ductibus) est media arithmetica inter omnes elementorum temporis æqualium velocitates; seu inter omnes velocitates tempore uniformiter crescente assumptas.

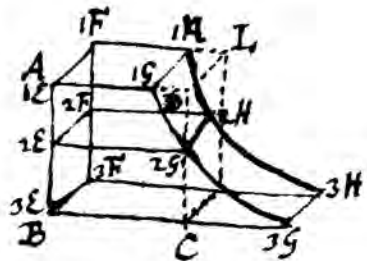


Figura 15

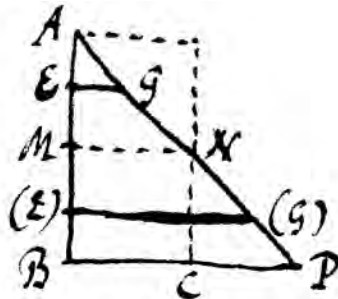


Figura 16

Propositio 12.

Longitudines percursæ sunt in ratione composita velocitatum mediarum (temporis) et temporum; et spatia percursæ sunt in ratione composita velocitatum mediarum (temporis), temporum, et voluminum mobilibus competentium; seu impetuum restrictorum mediorum et temporum.

Nam si mobile cujus volumen seu magnitudo pedum 2, tempus impensum minutorum 3, velocitas toto hoc tempore media graduum 5 percurrerit longitudinem quandam et spatium, erit impetus restrictus medius mobilis ut 2 in 5 seu ut 10 (per definitionem 2 hic), longitudo percursæ (scilicet ab ejus centro gravitatis si omnia puncta tendunt in easdem partes) ut 3 in 5 seu ut 15 (per definitionem 3 hic) et spatium percursum ut 10 in 3 (per dictam definitionem 3 hic) adeoque (per definitionem 2 hic) ut 2 in 3 in 5; seu ut 30.

moyenne, multiplié par le temps ${}_1E_3E$ ou AB , donnera le solide rectangle $ABCDLF$ égal au solide ${}_1E_1F_1H_1G_3G_3H_3E$ représentant l'espace.

Ainsi, dans un mouvement uniformément accéléré, la *vitesse moyenne*, par laquelle le mobile mû de façon constante parcourrait la même longueur, est la moitié de la dernière vitesse acquise. En effet, (figure [16] [p. 255]) le 5 temps étant AEB , et les vitesses les droites EG , les longueurs parcourues sont comme les triangles $AE\bar{G}$, et la longueur totale parcourue est comme le triangle ABP , auquel est égal le rectangle $ABCD$ représentant la longueur parcourue durant le temps AB à la vitesse moyenne constante MN .

PROPOSITION 11

10

La vitesse moyenne, tout comme l'impetus restreint moyen, est la moyenne arithmétique entre toutes les vitesses ou entre tous les impetus restreints attribués au mobile pendant le temps considéré, pris dans l'ordre du temps croissant uniformément.

En effet, la vitesse (protraction) moyenne multipliée (de façon absolue) 15 par le temps donne la même chose que les vitesses par lesquelles passe le mobile durant tout le temps appliquées en ordre sur ce temps (par la définition 3 ci-dessus). C'est donc la vitesse absolue dans le temps, résultant des vitesses des éléments du temps (par la définition 5 du chapitre sur les produits), et par suite (par la proposition 18 sur les produits) c'est la moyenne 20 arithmétique entre toutes les vitesses des éléments égaux de temps, ou entre toutes les vitesses prises dans le temps croissant uniformément.

PROPOSITION 12

Les longueurs parcourues sont en raison composée des vitesses moyennes (par rapport au temps) et des temps; et les espaces parcourus sont en raison composée 25 des vitesses moyennes (par rapport au temps), des temps et des volumes attribués aux mobiles, autrement dit en raison composée des impetus restreints moyens et des temps.

Car si un mobile, dont le volume ou la grandeur est de 2 pieds, le temps employé de 3 minutes, la vitesse moyenne durant tout ce temps de 5 degrés, 30 parcourait une certaine longueur et un certain espace, l'*impetus* restreint moyen du mobile sera comme 2 fois 5 ou comme 10 (par la définition 2 ci-dessus), la longueur parcourue (à savoir parcourue par son centre de gravité, si tous les points tendent du même côté) sera comme 3 fois 5 ou comme 15 (par la définition 3), et l'espace parcouru comme 10 fois 3 (par 35 la même définition 3), partant (par la définition 2) comme 2 fois 3 fois 5, ou comme 30.

[104r]

Definitio 1

5 TARDATUS est, cum æqualibus quibuscunque temporis par-
tibus transmissis assumtis æqualia sunt incrementa vel
decrementa velocitatis.

Definitio 2

¹⁰ DATUS est, cum quibuscunque æqualibus longitudinis per-
cursæ partibus transmissis, æqualia sunt velocitatis in-
crementa vel decrementa.

Propositio 1

15 velocitates sunt temporibus impensis proportionales.

Sint (figura [17]) ${}_1T_2T$ et ${}_2T_3T$ æquales, erunt et ${}_1E_2C$ et ${}_2E_3C$ æquales (per definitionem hic). Ergo ${}_1CF$ ad F_3C , ut ${}_1C_1E$ ad ${}_1E_2C$. Ergo ${}_1C$, ${}_2C$, ${}_3C$ cadunt in rectam. Itaque si AT sint tempora, at TC velocitates, erit A_1T , ut ${}_1T_1C$ ad ${}_2T_2C$, id est, tempora ut velocitates.

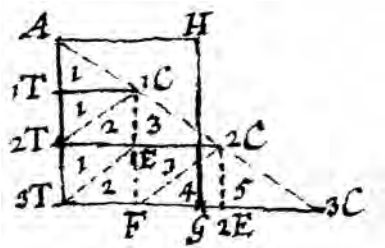


Figura 17

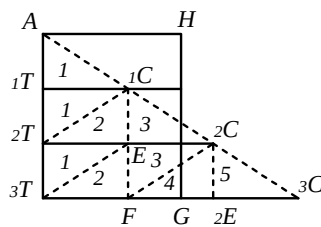


Figure 17

CHAPITRE 3. DU MOUVEMENT DIFFORME, C'EST-À-DIRE ACCÉLÉRÉ OU RETARDÉ

Définition 1

UN MOUVEMENT EST UNIFORMÉMENT ACCÉLÉRÉ *ou* RETARDÉ SELON LES TEMPS, *lorsque en des parties quelconques égales de temps, les accroissements ou décroissements de vitesse sont égaux.* 5

Définition 2

UN MOUVEMENT EST UNIFORMÉMENT ACCÉLÉRÉ *ou* RETARDÉ SELON LES ESPACES, *lorsque dans des parties quelconques égales de la longueur parcourue, les accroissements ou décroissements de vitesse sont égaux.* 10

Propositio 1

Dans le mouvement uniformément accéléré à partir du repos, les vitesses acquises sont proportionnelles aux temps employés.

Soient (figure [17]) les grandeurs égales ${}_1T_2T$ et ${}_2T_3T$, alors ${}_1E_2C$ et ${}_2E_3C$ seront aussi égales (par la définition 1 ci-dessus). Donc ${}_1CF$ est à ${}_3C$ 15 comme ${}_1C_1E$ est à ${}_1E_2C$. Donc ${}_1C$, ${}_2C$, ${}_3C$ sont sur une droite. Par conséquent, si AT sont les temps et TC les vitesses, A_1T sera à A_2T comme ${}_1T_1C$ à ${}_2T_2C$, c'est-à-dire les temps comme les vitesses.

Proposition 2

Sous les mêmes suppositions, les longueurs parcourues sont en raison double 20 des temps employés ou des vitesses acquises.

En effet les longueurs sont comme les produits des vitesses TC multipliées en ordre par les temps AT (par la proposition 1 ci-dessus, et par la proposition 8 du chapitre sur la vitesse en général). Donc les longueurs sont comme les triangles ATC , c'est-à-dire comme les carrés des grandeurs AT 25 ou TC .

Proposition 3

Les espaces parcourus dans un mouvement uniformément accéléré selon le temps croissent, en des parties égales de temps successives, comme les nombres impairs à partir de l'unité. 30

Propositio 2

Iisdem positis longitudines percursæ sunt in duplicata ratione temporum impensorum vel velocitatum acquisitarum.

- 5 Nam longitudines sunt ut facta ex velocitatibus TC in tempus AT ordinatim ductis (per propositionem 1 hic vel per propositionem 8 cap. de velocitate in universum). Ergo longitudines sunt ut triangula ATC , id est quadrata ipsarum AT vel TC .

Propositio 3

- 10 Spatia motu uniformiter secundum tempora accelerato æqualibus temporis partibus ordine percursa crescunt ut numeri impares deinceps ab unitate.

[104p]

- Nam quadratorum 0 1 4 9 16 25 etc differentiæ sunt 1 3 5 7 9 etc. Et patet tempore A_1T percursum esse triangulum A_1C_1T , ut 1; tempore ${}_1T_2T$ trapezium ${}_1C_1T_2T_2C$, quod est ut 3; tempore ${}_2T_3T$ trapezium ${}_2C_2T_3T_3C$, quod est ut 5; et ita porro.

Propositio 4

- Media temporis velocitas (arithmetica) in motu uniformiter secundum tempora accelerato seu qua latum uniformiter mobile tantundem longitudinis percurrisset eodem tempore, quantum nunc percurrebat dicto motu accelerato est dimidia ultimæ velocitatis acceleratione quæsita.

- Hoc est, si mobile per tempus A_3T moveretur celeritate uniformi ${}_3TG$ vel AH dimidia ipsius ${}_3T_3C$ acquisita tempore A_3T motu æqualiter accelerato, tantundem longitudinis seu spatii absolveret hac celeritate uniformi seu constante, quantum nunc accelerata. Nam longitudo percursa celeritate AH tempore A_3T repræsentatur rectangulo HA_3T ; et longitudo percursa celeritatibus TC proportionem temporum AT crescentibus repræsentatur triangulo rectangulo A_3T_3C (per propositionem 8 capitis de velocitate in universum). Ut autem sit rectangulum HA_3T æquale triangulo A_3T_3C , oportet esse AH dimidiam ipsius ${}_3T_3C$.

Propositio 5

Si acquisitæ velocitates sint in ratione duplicata, triplicata etc. aliterque multiplicata, temporum inde a quiete

En effet les différences des carrés 0, 1, 4, 9, 16, 25, etc. sont 1, 3, 5, 7, 9, etc. Et il est clair que dans le temps ${}_1AT$ est parcouru le triangle A_1C_1T , qui est comme 1 ; dans le temps ${}_1T_2T$, le trapèze ${}_1C_1T_2T_2C$, qui est comme 3 ; dans le temps ${}_2T_3T$, le trapèze ${}_2C_2T_3T_3C$, qui est comme 5 ; et ainsi de suite.

5

Proposition 4

La vitesse moyenne (arithmétique) quant au temps dans un mouvement uniformément accéléré selon le temps, autrement dit la vitesse par laquelle le mobile mû uniformément parcourrait dans le même temps une longueur égale à celle qu'il a parcourue par ledit mouvement accéléré, est la moitié de la dernière vitesse acquise par l'accélération.

C'est-à-dire : si le mobile était mû durant le temps A_3T avec une vitesse uniforme ${}_3TG$ ou AH , moitié moindre que la vitesse ${}_3T_3C$ acquise dans le temps A_3T par le mouvement uniformément accéléré, autant de longueur ou d'espace serait parcouru avec cette vitesse uniforme ou constante, que 15
présentement avec la vitesse accélérée. Car la longueur parcourue avec la vitesse AH dans le temps A_3T est représentée par le rectangle HA_3T ; et la longueur parcourue avec les vitesses TC croissant en proportion des temps AT est représentée par le triangle rectangle A_3T_3C (par la proposition 8 du chapitre sur la vitesse en général). Or, pour que le rectangle HA_3T soit égal 20
au triangle A_3T_3C , il faut que AH soit la moitié de ${}_3T_3C$.

Proposition 5

*Si les vitesses acquises sont en raison double, triple, etc. des temps employés à partir du repos, les longueurs parcourues sont (respectivement) en raison triple, quadruple des temps, et généralement multipliée d'une unité de plus que les 25
vitesses.*

En effet, les parties AT de la droite ATT étant prises comme les temps (figure [18] [p. 263]), et les normales TC à ces parties AT étant prises comme les vitesses, soit en raison double ou comme les carrés des AT , la ligne ACC sera une parabole de sommet A , et les espaces parcourus seront comme 30
les aires $ATCA$ (par la proposition 8 du chapitre sur la vitesse en général), lesquelles (par ce qu'on sait de la quadrature de la parabole) sont les tiers des rectangles ATC ; ils sont donc proportionnels à ces mêmes rectangles. Or les rectangles ATC (dont les hauteurs AT sont comme les temps, et les bases TC comme les carrés des temps) seront comme les cubes des temps, ou en 35
raison triple des temps. De même, si les vitesses TC sont en raison triple des

impensorum longitudines percursæ sunt (respective) in triplicata, quadruplicata et generaliter unitate magis quam velocitates, multiplicata temporum ratione.

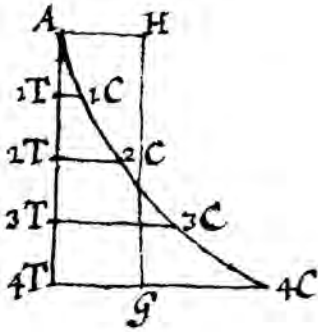


Figura 18

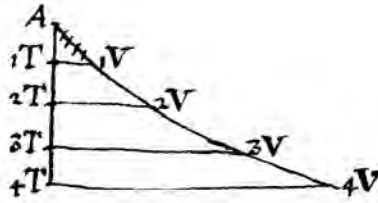


Figura 19

Nam temporibus existentibus (figura [18]) ut AT partibus rectæ ATT ,
 5 ut ipsæ TC , normalibus ad AT existentibus ut velocitatibus et in duplicata
 ratione, seu ut quadrata ipsorum AT , linea ACC erit parabola, cujus vertex
 A , spatia autem percursa erunt ut areæ $ATCA$ (per dictam propositionem [1057]
 8 capitis de velocitate in universum), quæ (ex quadratura parabolæ nota)
 sunt trientes rectangulorum ATC ; ergo sunt ipsis istis rectangulis propor-
 10 tionalia. Rectangula autem ATC (quorum altitudines AT sunt ut tempora, et
 bases TC ut quadrata temporum) erunt ut temporum cubi seu in triplicata
 eorum ratione. Eodem modo si velocitates TC sint in triplicata temporum
 AT , spatia percursa erunt ut areæ curvilineæ $ATCA$, seu ut quartæ partes
 rectangulorum ATC , seu ut rectangula ATC , seu in temporum AT ratione
 15 quadruplicata. Et ita porro in reliquis.

Cum tempore Galilæi nondum notæ essent generales quadraturæ para-
 bolarum, quas primus, ni fallor, dedit Fermatius; hinc ille in primo gradu
 motus accelerati substitit.

Propositio 6

20 Iisdem positis, spatia temporibus æqualibus inde a
 quiete percursa sunt ut numeri deinceps ab unitate sum-
 ti, qui in casu velocitatis uniformis sunt unitates, in ca-
 su velocitatis proportionem temporum crescentis eorum
 17 Fermatius vide: P. de Fermat, *Varia opera mathematica*, Toulouse: J. Pech 1679, pp.
 44-57.

temps AT , les espaces parcourus seront comme les aires curvilignes $ATCA$, ou comme les quarts des rectangles ATC , donc comme les rectangles ATC , ou en raison quadruple des temps AT .

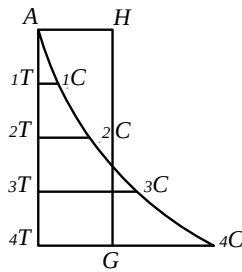


Figure 18

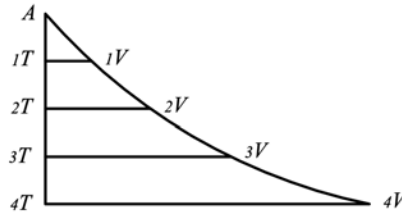


Figure 19

Comme du temps de Galilée n'étaient pas encore connues les quadratures générales des paraboles, que Fermat, si je ne me trompe, a données le 5 premier, Galilée s'en était tenu au mouvement accéléré au premier degré.

Proposition 6

Les mêmes choses étant posées, les espaces parcourus en des temps égaux à partir du repos sont comme les nombres pris à partir de l'unité : dans le cas de la vitesse uniforme, ce sont les unités ; dans le cas d'une vitesse croissant proportionnellement aux temps, leurs différences premières sont des nombres binaires (autrement dit le produit de 1 par 2) ; dans le cas d'une vitesse croissant en proportion double des temps, leurs différences secondes sont des nombres sénaires (produits de 1, 2, 3) ; dans le cas d'une vitesse croissant en raison triple des temps, les différences tierces sont 24 (ou le produit de 1, 2, 3, 4) ; et ainsi de suite.

En effet, dans le cas du mouvement uniforme, les espaces en question sont égaux, de sorte qu'en commençant par l'unité, les autres aussi sont des unités ; dans le cas du mouvement croissant proportionnellement aux temps, les espaces sont les différences des carrés, c'est-à-dire les nombres 20 impairs ; or les premières différences de ces différences sont égales à 2, car la série se présente ainsi :

0	1	4	9	16	25	carrés.
	1	3	5	7	9	nombres des espaces.
		2	2	2	2	différences.

Dans le cas d'une vitesse croissant en raison double des temps, les nombres en question sont les différences des cubes (0, 1, 8, 27, 64, 125, etc),

differentiæ primæ sunt binarii (seu factum ex 1 in 2), in casu velocitatis proportionem temporum duplicata crescentis eorum differentiæ secundæ sunt senarii (seu factum ex $1 \cdot 2 \cdot 3$), in casu velocitatis proportionem temporum triplicata crescentis eorum differentiæ tertiæ sunt 24 (seu factum ex $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot$) et ita porro.

Nam dicta spatia in casu motus uniformis sunt æqualia, adeoque incipiendo ab unitate etiam reliqui(a) sunt unitates; in casu motus proportionem temporum crescentis spatia sunt differentiæ quadratorum, seu numeri impares, eorum autem differentiarum differentiæ primæ sunt 2, nam ita stat series:

0	1	4	9	16	25	quadrati.
	1	3	5	7	9	numeri spatiorum.
	2	2	2	2		differentiæ.

In casu velocitatis proportionem temporum duplicata crescentis dicti numeri sunt differentiæ cuborum (0. 1. 8. 27. 64. 125. etc) nempe hæ differentiæ sunt 1. 7. 19. 37. 61. qui repræsentant dicta spatia $A_1 T_1 C A$, ${}_1 C_1 T_2 T_2 C_1 C$, ${}_2 C_2 T_3 T_3 C_2 C$ etc. posito primum $A_1 T_1 C A$ esse 1, et tempora $A_1 T$, ${}_1 T_2 T$, ${}_2 T_3 T$ esse æqualia; sed horum differentiæ secundæ sunt 6. scilicet

0	1	8	27	64	125	cubi.
	1	7	19	37	61	numeri spatiorum.
		6	12	18	24	differentiæ primæ.
		6	6	6		differentiæ secundæ.

In casu velocitatis proportionem temporum triplicate crescentis numeri spatia dicta æqualibus temporibus percurra repræsentantes sunt differentiæ biquadratorum. Et horum differentiæ tertiæ sunt 24. scilicet

0	1	16	81	256	625	biquadrati.
	1	15	65	175	369	numeri spatiorum.
		14	50	110	194	differentiæ primæ.
			36	60	84	differentiæ secundæ.
				24	24	differentiæ tertiæ.

atque ita porro in altioribus.

Propositio 7

Iisdem positis, media arithmetica temporis velocitas, qua motum mobile uniformiter eodem tempore tantun-

autrement dit ces différences sont 1, 7, 19, 37, 61, qui représentent les espaces A_1T_1CA , ${}_1C_1T_2T_2C_1C$, ${}_2C_2T_3T_3C_2C$ etc., en posant que le premier A_1T_1CA est 1, et que les temps A_1T , ${}_1T_2T$, ${}_2T_3T$ sont égaux; mais leurs différences secondes sont 6, à savoir :

0	1	8	27	64	125	cubes.	5
	1	7	19	37	61	nombres des espaces.	
		6	12	18	24	différences premières.	
			6	6		différences secondes.	

Dans le cas d'une vitesse croissant en raison triple des temps, les nombres représentant les espaces parcourus en des temps égaux sont les différences des bicarrés, et leurs différences troisièmes sont comme suit :

0	1	16	81	256	625	bicarrés.	10
	1	15	65	175	369	nombres des espaces.	
		14	50	110	194	différences premières.	
			36	60	84	différences secondes.	
				24	24	différences troisièmes.	

et ainsi de suite pour les puissances supérieures.

PROPOSITION 7

Sous les mêmes suppositions, la vitesse moyenne arithmétique par rapport au temps, avec laquelle le mobile mû uniformément dans le même temps parcourrait tout autant de longueur que présentement, et si les vitesses sont en raison simple, double, triple, etc., des temps, est (respectivement) la moitié, le tiers, le quart, etc., de la dernière vitesse acquise, soit, généralement parlant, sa part selon le nombre qui est l'exposant de la raison multiple augmenté de l'unité.

En effet, en raisonnant comme dans la proposition 4 ci-dessus, si le rectangle HA_4T est égal à l'aire A_4T_4CA , et si les AT sont les temps et les TC les vitesses, alors HA représente la vitesse qui est moyenne arithmétique par rapport au temps. Dès lors, si les TC sont comme les carrés, les cubes, les bicarrés, etc. des AT , AH ou ${}_4TG$ sera (par ce qu'on sait de la quadrature des paraboloïdes) le tiers, le quart, le cinquième, etc., de ${}_4T_4C$.

Ce que nous avons dit dans le cas où vitesses croissent à partir du repos en une raison multiple quelconque des temps employés (double, triple, quadruple, etc.), c'est-à-dire où les vitesses acquises sont comme les carrés, les cubes, les bicarrés, etc., des temps employés, a lieu aussi lorsque les vitesses croissent à partir du repos en une raison sous-multiple quel-

dem quantum nunc longitudinis percurrisset, si velocitates sint in temporum ratione simplice, duplicata, triplicata, etc. est (respective) portio velocitatis ultimæ acquisitæ dimidia, tertia, quarta, etc. seu generaliter portio
 5 ejus secundum numerum qui est exponens multiplicatæ rationis unitate auctus.

Nam ad eum modum quo ratiocinati sumus prop. 4 hic, si rectang. HA_4T sit æquale area A_4T_4CA et AT sint tempora ac TC velocitates, tunc HA repræsentat velocitatem temporis mediam arithmetica. Jam si TC sint
 10 ut quadrata, cubi, biquadrata, etc. ipsarum AT , erit (ex nota paraboloidum quadratura) AH vel $_4TG$ pars tertia, quarta, quinta, etc. ipsius $_4T_4C$. [106r]

Quæ diximus, cum velocitates a quiete crescunt in ratione temporum utcumque multiplicata, verbi gratia duplicata, aut triplicata, quadruplicata etc. temporum impensorum, seu cum velocitates acquisitæ sunt ut quadrata, cubi, biquadrata, etc. temporum impensorum, etiam locum habent,
 15 cum velocitates a quiete crescunt in ratione temporum utcumque submultiplicata, seu ut radices quadraticæ, cubicæ, biquadraticæ etc. temporum; id est (quod eodem redit) cum tempora impensa sunt ut quadrata, cubi, biquadrata etc. velocitatum acquisitarum; idem enim est dicere, velocitates esse in ratione temporum subduplicata vel subtriplicata, seu ut radices
 20 temporum quadrata vel cubicas, ac dicere velocitates esse in ratione temporum multiplicata secundum numerum exponentem $\frac{1}{2}$ vel $\frac{1}{3}$. Quin et fieri potest, ut neque velocitates sint ut dignitates temporum, nec tempora ut dignitates velocitatum; sed ut dignitates velocitatum sint ut dignitates
 25 temporum, sed alterius gradus, verbi gratia cubi velocitatum ut quadrata temporum; et tunc dicentur velocitates esse in ratione temporum duplicata subtriplicata, seu in ratione temporum multiplicata secundum numerum exponentem $\frac{2}{3}$. Sin velocitatum quadrata fuissent ut cubi temporum, seu velocitates in ratione temporum triplicata-subduplicata, forent velocitates
 30 in ratione temporum multiplicata secundum exponentem $\frac{3}{2}$. Idem est dicendum, si non velocitates ad tempora aut contra; sed vel spatia percurra ad tempora aut velocitates aut horum alterum ad spatia referatur; idemque est si numeri exponentes sint negativi, hoc est, si rationes quas diximus, pro directis assumantur reciprocae etc., sed tunc crescente uno, decrescit id cuius ratio reciproca est, et viceversa, de quo mox distinctius. Semper autem
 35 locum habent demonstrationes propositionum 5 et 7 quamvis numeri in- [106r]

24 ut ... sint *bis scripsit Bh, corr. ed.* 33 exponentes *add. A*

conque des temps, ou comme les racines carrées, cubiques, bicarrées, etc. des temps, c'est-à-dire (ce qui revient au même) lorsque les temps employés sont comme les carrés, les cubes, les bicarrés, etc. des vitesses acquises. C'est la même chose de dire que les vitesses sont en raison sous-double ou sous-triple des temps, ou comme les racines carrées ou cubiques des temps, et de dire que les vitesses sont dans une raison multiple des temps sous l'exposant $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{3}$. Bien plus, il peut aussi arriver que les vitesses ne soient pas des puissances des temps, ni les temps comme les puissances des vitesses, mais que les puissances des vitesses soient comme des puissances des temps, mais d'un autre degré, par exemple si les cubes des vitesses sont comme les carrés des temps; et alors on dira que les vitesses sont en raison double-sous-triple des temps, ou dans une raison des temps sous l'exposant $\frac{2}{3}$. Mais si les carrés des vitesses étaient comme les cubes des temps, c'est-à-dire les vitesses en raison triple-sous-double des temps, les vitesses seraient dans une raison des temps sous l'exposant $\frac{3}{2}$. Il faut en dire de même si les vitesses ne sont pas rapportées aux temps ou inversement, mais si les espaces parcourus sont rapportés aux temps ou aux vitesses, ou si l'un de ces derniers est rapporté aux espaces; et il en est encore de même, si les nombres en exposant sont négatifs, c'est-à-dire si les raisons en question sont supposées réciproques au lieu de directes, etc., mais alors, quand une grandeur croît, celle qui est en raison réciproque décroît, et inversement, comme on le verra bientôt plus distinctement. Mais les démonstrations des propositions 5 et 7 ont toujours lieu, quand bien même les nombres en indices ou en exposants de la multiplication des raisons ne seraient pas entiers, mais fractionnaires. Grâce à quoi on résout de façon générale le problème suivant.

Proposition 8. Problème

Si, de ces trois facteurs : les temps employés, les vitesses acquises et les longueurs parcourues, l'un est dit croître à partir d'un minimum en raison multiple d'un autre (ou bien en raison sous-multiple, ou multiple-sous-multiple), déterminer selon quelle multiplication de raison croît le troisième facteur, et quelle est la vitesse moyenne arithmétique, ou vitesse uniforme équivalente.

Qu'on dresse les *tableaux suivants*, à l'aide des propositions 5 et 7 étendues selon le scolie joint à la proposition 7. Le premier tableau montre, étant donnée la raison des vitesses multiple de la raison des temps, de quelle manière la raison des longueurs parcourues est multiple de la raison des temps; et aussi, quelle est la quantité de la vitesse moyenne.

lices seu exponentes multiplicationis rationum non sint integri, sed fracti. Hinc generaliter solvitur problema sequens.

Propositio 8. Problema

Si ex his tribus: tempora impensa velocitates acqui-
5 tæ, longitudines percursæ, unum utcunque a minimo cre-
scere dicatur in ratione alterius multiplicata (vel submul-
tiplicata, vel multiplicata submultiplicata); definire, se-
cundum quam rationis multiplicationem tertium crescat,
et quæ sit velocitas media in arithmetica, seu æquivalens
10 uniformis.

Condantur Tabulæ sequentes ope propositionum 5 et 7 ampliata-
rum juxta scholion subiectum propositioni 7, quarum prima ostendit, data
ratione velocitatum multiplicata rationis temporum quomodo ratio longi-
tudinum percursarum sit multiplicata rationis temporum; et item quæ sit
15 velocitatis mediæ quantitas

TABULA I.

(T)						Tempora.
0	1	2	3	4	5	
1	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{4}{1}$	$\frac{5}{1}$	$\frac{6}{1}$	Longitu- dines per- cursæ in multipli- cata rati- one tem- porum.
2	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{6}{2}$	$\frac{7}{2}$	
(V) 3	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}(L)$	$\frac{6}{3}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{8}{3}$	
m 4	$\frac{5}{4}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{8}{4}$	$\frac{9}{4}$	
5	$\frac{6}{5}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{9}{5}$	$\frac{10}{5}$	
Velocitates.	Longitudines percursæ in multi- plicata ratione temporum.					etc.

Usus Tabulæ præcedentis: dato in qua ratione temporum sint
velocitates vel contra, invenire in qua ratione temporum sint longitudines
20 percursa, et qua sit media velocitas. Exempli causa, sint velocitates in ratio-
ne temporum multiplicata secundum numerum $\frac{2}{3}$, seu in ratione tempo-
rum duplicata subtriplicata, seu velocitatum cubi (V^3) sint ut temporum

TABLEAU I.

		(T)					Temps	
		0	1	2	3	4		
(V)	1		$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{4}{1}$	$\frac{5}{1}$	Longueurs parcourues en raison multiple des temps	
	2		$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{6}{2}$		
	3		$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}(L)$	$\frac{6}{3}$	$\frac{7}{3}$		
	m					$\frac{8}{3}$		
	4		$\frac{5}{4}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{8}{4}$	$\frac{9}{4}$	
	5		$\frac{6}{5}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{9}{5}$	$\frac{10}{5}$	etc.
Vitesses		Longueurs parcourues en raison multiple des temps.						

Mode d'emploi du tableau ci-dessus : étant donné selon quelle raison des temps se trouvent les vitesses ou inversement, trouver selon quelle raison des temps sont les longueurs parcourues, et quelle est la vitesse moyenne. Par 5
 exemple, soient les vitesses en raison multiple des temps selon l'exposant $\frac{2}{3}$, ou en raison double-sous-triple des temps, ou que les cubes des vitesses (V^3) soient comme les carrés des temps (t^2) : alors, pour trouver les longueurs d'après les temps, on cherche dans la colonne la plus à gauche (qui est celle des vitesses) le nombre 3, marqué du signe (V), et dans la ligne du haut (qui 10
 est celle des temps) le nombre 2, marqué du signe (T), et dans la cellule marquée du signe (L) correspondant à la fois à (T) et à (V), se trouve le nombre $\frac{5}{3}$, qui indique que les longueurs parcourues sont en raison multiple des temps selon l'exposant $\frac{5}{3}$, ou sont en raison quintuple sous-triple des temps; c'est-à-dire que les cubes des longueurs sont comme les puissances 15
 cinquièmes ou sursolides des temps. Et, par un théorème général, si v^m est comme t^n , alors l^m est comme $t^{\frac{m+n}{m}}$, ou l est comme $t^{\frac{(m+n):m}{m}}$.

Le même nombre $\frac{5}{3}$ indique que la vitesse moyenne est à la vitesse acquise maximale comme 3 à 5, ou comme $\frac{3}{5}$ à 1, ou généralement comme m à $m + n$. 20

Le deuxième tableau montre de quelle manière, étant donnée la raison des temps selon la raison des vitesses, les espaces ou longueurs parcourues se rapportent selon la raison des vitesses.

quadrata (t^2), tunc ad inveniendas longitudes ex temporibus quærat in columna sinisterrima (quæ est velocitatum) numerus 3 notatus signo (V), et in linea suprema (quæ est temporum) numerus 2 notatus signo (T), et in cella notata signo (L) utrique (T) et (V) respondente occurret numerus $\frac{5}{3}$, qui significat longitudes percursas esse in temporum ratione multiplicata secundum numerum $\frac{5}{3}$, seu esse in temporum ratione quintuplicata subtriplicata; hoc est, cubos longitudinum esse ut quintana seu surdesolida temporum. Et generali theoremate, si sit v^m ut t^n , fiet l^{mm} ut t^n ; fiet l^{mm} ut t^{m+n} , seu l ut $t^{\frac{m+n}{m}}$.

Idem numerus $\frac{5}{3}$ significat velocitatem mediam se habere ad maximam acquisitam, ut 3 ad 5, seu $\frac{3}{5}$ ad 1, seu generaliter m ad $m+n$.

Tabula secunda ostendit, quomodo data ratione temporum ex ratione velocitatum, etiam spatia seu longitudes percursæ habeantur ex ratione velocitatum:

TABULA II.

		(T)					
		0	1	2	3	4	5 Tempora.
(V)	1	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{6}{5}$	Longitudines percursæ in multiplicata ratione Velocitatum.
	2	$\frac{3}{1}$	$\frac{4}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{7}{5}$	
	3 _m	$\frac{4}{1}$	$\frac{5}{2}(L)$	$\frac{6}{3}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{8}{5}$	
	4	$\frac{5}{1}$	$\frac{6}{2}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{8}{4}$	$\frac{9}{5}$	
	5	$\frac{6}{1}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{10}{5}$	
Velocitates.		Longitudines percursæ in multiplicata ratione velocitatum.					etc.

Exempli causa, si tempora sint in ratione velocitatum multiplicata secundum rationem $\frac{3}{2}$, seu in ratione velocitatum triplicata subduplicata, seu temporum quadrata (t^2) sint ut velocitatum cubi (v^3), tunc ad inveniendas longitudes ex velocitatibus quærat in linea suprema (quæ est temporum) numerus 2 notatus signo (T), et in columna sinisterrima (quæ est velocitatum) numerus 3 notatus signo (V), et in cella notata signo (L) utrique (T) et (V) respondente occurret numerus $\frac{5}{2}$, qui significat longitudes percursas esse in velocitatum ratione multiplicata secundum nu-

TABLEAU II.

		(T)				
	0	1	2	3	4	5 Temps
	1	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{6}{5}$
	2	$\frac{3}{1}$	$\frac{4}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{7}{5}$
(V)	3 _m	$\frac{4}{1}$	$\frac{5}{2}(L)$	$\frac{6}{3}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{8}{5}$
	4	$\frac{5}{1}$	$\frac{6}{2}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{8}{4}$	$\frac{9}{5}$
	5	$\frac{6}{1}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{10}{5}$
Vites- ses.		Longueurs parcourues en raison multiple des temps.				

Par exemple, si les temps sont en raison multiple des vitesses selon l'ex-
posant $\frac{3}{2}$, c'est-à-dire en raison triple-sous-double des vitesses, ou si les car-
rés des temps (t^2) comme les cubes des vitesses (v^3), alors pour trouver 5
les longueurs selon les vitesses, on cherche dans la ligne du haut (qui est
celle des temps) le nombre 2 marqué du signe (T), et dans la colonne la
plus à gauche (qui est celle des vitesses) le nombre 3 marqué du signe (V) :
dans la cellule marquée du signe (L) correspondant à la fois à (T) et à (V)
se trouve le nombre $\frac{5}{2}$, qui indique que les longueurs parcourues sont en 10
raison multiple des vitesses selon l'exposant $\frac{5}{3}$, ou sont en raison quintuple-
sous-double des vitesses, c'est-à-dire que le carré des longueurs est comme
les puissances de cinq ou sursolides des vitesses. Et, en théorème général,
si t^n est comme v^m , alors l^n sera comme $v^{\frac{(m+n)}{2}}$, soit l comme $v^{\frac{(m+n):n}{2}}$. En
outre, il est clair à l'inspection des tableaux que le second porte les mêmes 15
nombres que le premier, mais dans des positions inverses, en mettant les
vitesses à la place des temps et réciproquement.

Le troisième tableau montre de quelle manière, étant donnée la raison
des longueurs parcourues selon la raison des temps employés, la raison des
vitesses acquises se rapporte aussi à la raison des temps écoulés. 20

Par exemple, si les cubes des longueurs (l^3) sont comme les sursolides
des temps (t^5), ou si les longueurs sont en raison quintuple-sous-triple des
temps, ou multipliée par l'exposant $\frac{5}{3}$; alors pour trouver les vitesses se-
lon les temps, on cherche dans la ligne du haut (qui est celle des temps) le

merum $\frac{5}{3}$, seu esse in velocitatum ratione quinduplicata subduplicata, hoc est, quadratum longitudinum esse ut quintana seu surdesolida velocitatum; et generali theoremate, si sit t^n ut v^m , fore l^n ut $v^{\frac{m+n}{n}}$, seu l ut $v^{\frac{m+n}{n}}$. Patet autem ex inspectione, tabulam secundam habere eosdem numeros cum
 5 prima, sed invero situ, si velocitates pro temporibus ponantur et contra.

Tabula tertia ostendit, quomodo data ratione longitudinum percursarum ex ratione temporum impensorum, etiam velocitatum acquisitarum ratio habeatur ex ratione temporum impensorum

TABULA III.

(T)

	0	1	2	3	4	5	Tempora.
	1	$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{4}{1}$	Velocitates acquisitæ in multiplicata ratione temporum.
	2	*	$\frac{0}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{2}$	
10	(L) 3 _e	*	*	$\frac{0}{3}$	$\frac{1}{3}$	(V) $\frac{2}{3}$	
	4	*	*	*	$\frac{0}{4}$	$\frac{1}{4}$	
	5	*	*	*	*	$\frac{0}{5}$	etc.
	Longi- tudi- nes.	Velocitates acquisitæ in multiplicata ratione temporum.					

Exempli causa, si longitudinum cubi (l^3) sint ut temporum surdesolida (t^5), seu si longitudines sint in ratione temporum quintuplicata subtriplicata, seu multiplicata secundum numerum $\frac{5}{3}$; tunc ad inveniendas velocitates ex temporibus quærat in linea suprema (quæ est temporum) numerus 5 notatus signo (T) et in columna sinisterrima (quæ est longitudinum) numerus 3 notatus signo (L), et in cella notata signo (V) utrique (T) et (L) respondente occurret numerus $\frac{2}{3}$, qui significat velocitates acquisitas esse in temporum ratione duplicata-subtriplicata seu multiplicata secundum numerum $\frac{2}{3}$, hoc est, cubos velocitatum esse ut quadrata temporum;
 15 et generali theoremate, si sit l^e ut t^r , fore v ut $t^{\frac{r-e}{e}}$ seu v^e ut t^{r-e} .

Notandum autem est in hac tabula, $\frac{0}{1}$ vel $\frac{0}{2}$ vel $\frac{0}{3}$ etc. id est 0, significare, tunc cum longitudines percursæ sunt ut tempora impensa, vel quadrata longitudinum ut quadrata temporum, vel cubi illorum ut cubi horum etc.

TABLEAU III.

		(T)					
		0	1	2	3	4	5 Temps
(L)	1	$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{4}{1}$	Vites- ses acqui- ses en raison multiple des temps
	2	*	$\frac{0}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{2}$	
	3 _e	*	*	$\frac{0}{3}$	$\frac{1}{3}$	(V) $\frac{2}{3}$	
	4	*	*	*	$\frac{0}{4}$	$\frac{1}{4}$	
	5	*	*	*	*	$\frac{0}{5}$	etc.
Longueurs.		Vitesses acquises en raison multiple des temps.					

nombre 5 marqué du signe (T), et dans la colonne la plus à gauche (qui est celle des espaces) le nombre 3 marqué du signe (L) : dans la cellule marquée du signe (V) correspondant à la fois à (T) et à (L) se trouve le nombre $\frac{2}{3}$, qui indique que les vitesses acquises sont dans une raison double-sous-triple des temps, c'est-à-dire multipliée selon l'exposant $\frac{2}{3}$; c'est-à-dire que les cubes des vitesses sont comme les carrés des temps. Et, par un théorème général, si l^e est comme t^r , v sera comme $t^{\frac{(r-e):2}{3}}$.

Il est à remarquer dans ce tableau que les nombres $\frac{0}{1}$ ou $\frac{0}{2}$ ou $\frac{0}{3}$ etc., c'est-à-dire 0, indiquent que, lorsque les longueurs parcourues sont comme les temps employés, ou les carrés des longueurs comme les carrés des temps, ou les cubes des premières comme les cubes des seconds, etc., les vitesses sont comme t^0 , c'est-à-dire comme des unités ou des quantités constantes : ou ce qui revient au même, que la vitesse est alors uniforme. Or, la raison pour laquelle il reste des cases vides dans ce tableau, est qu'alors le nombre en exposant devient plus petit que 0, ce qui ne doit pas arriver. Par exemple, lorsque les l^2 sont comme les t^1 , il vient v comme $t^{\frac{(1-2):2}{3}}$, soit v comme $t^{\frac{-1:2}{3}}$, ou v^2 comme t^{-1} , ou encore, ce qui revient au même, v^2 comme $\frac{1}{t}$ ou $1 : t$, c'est-à-dire que les carrés des vitesses seront réciproques au temps. Dans de tels cas, les vitesses ou leurs puissances étant en progression arithmétique, les temps ou leurs puissances seront en progression harmonique ; d'où il suivrait qu'au commencement ou au premier moment, lorsque le temps est infiniment petit, la vitesse est infinie, ce qui assurément ne peut

velocitates esse ut t^0 , id est, ut unitates seu quantitates constantes; seu quod idem est, tunc velocitatem esse uniformem. Ratio autem cur in hac tabula relicta sint loca vacua, hæc est, quod tunc exponens numerus foret minor quam 0, quod fieri non debet. Et exempli causa, cum l^2 sunt ut t^1 , fiet v ut $t^{\frac{1-2:2}{2}}$, seu v ut $t^{-\frac{1:2}{2}}$, vel v^2 ut t^{-1} , vel quod idem est v^2 ut $\frac{1}{t}$ seu $1 : t$, seu velocitatum quadrata erunt reciproce ut tempora. Quibus casibus utique existentibus velocitatibus vel earum potentiis progressionis arithmeticae, tunc tempora vel eorum potentiae forent progressionis harmonicae. Unde sequeretur cæteris omnibus locis fieret, quos ideo vacuos reliquimus.

Et proinde fieri non potest, ut longitudinum percursarum quadrata sint ut tempora impensa, vel longitudinum cubi sint ut temporum quadrata aut ut ipsa tempora; vel ut longitudinum biquadrata sint ut temporum cubi vel quadrata vel ut ipsa tempora, et ita porro. [108v]

Tabula quarta ostendit, quomodo data ratione temporum impensorum ex data ratione longitudinum percursarum, etiam velocitatum acquisitarum ratio ex data ratione longitudinum percursarum detur.

TABULA IV.

(T)

	0	1	2	3	4	5	Tempora.
	1	$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	Velocitates acquisitæ in multiplicata ratione longitudinum percursarum.
	2		$\frac{4}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{7}{5}$	
(L)	3 _e			$\frac{0}{3}$	$\frac{1}{3}$	(V) $\frac{2}{3}$	
	4				$\frac{0}{4}$	$\frac{1}{4}$	
	5					$\frac{0}{5}$	etc.
Longitudines.							Velocitates acquisitæ in multiplicata ratione longitudinum percursarum.

Exempli causa, si temporum surdesolida (t^5) sint ut longitudinum cubi (l^3), seu si tempora sint in longitudinum ratione triplicata subquintuplicata, vel si tempora sint in ratione longitudinum multiplicata secundum numerum $\frac{3}{5}$; tunc ad inveniendâ velocitates ex longitudinibus, quærat in linea suprema (quæ est temporum) numerus 5 notatus signo (T), et in

pas être admis ; et il en irait ainsi pour tous les autres emplacements que nous avons ainsi laissé vides. Et par conséquent il ne peut arriver que les carrés des longueurs parcourues soient comme les temps employés, ou que les cubes des longueurs soient comme les carrés des temps ou comme les temps eux-mêmes, ou que les bicarrés des longueurs soient comme les cubes 5 ou les carrés des temps, ou comme les temps eux-mêmes, et ainsi de suite.

Le quatrième tableau montre de quelle manière, étant donnée la raison des temps employés suivant la raison donnée des longueurs parcourues, la raison des vitesses acquises sera donnée aussi selon la raison des longueurs parcourues.

TABLEAU IV.

		(T)					Temps.	
		0	1	2	3	4		5
(L)	Longueurs.	1	$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	Vitesses-acquises en raison multiple des longueurs parcourues.
		2		$\frac{4}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{7}{5}$	
		3 _e			$\frac{0}{3}$	$\frac{1}{3}$	(V) $\frac{2}{3}$	
		4				$\frac{0}{4}$	$\frac{1}{4}$	
		5					$\frac{0}{5}$	etc.
		Vitesse acquises en raison multiple des longueurs parcourues.						

Par exemple, si les sursolides des temps (t^5) sont comme les cubes des longueurs (l^3), ou si les temps sont en raison triple-sous-quintuple des long- 5 gueurs, ou bien si les temps sont avec les longueurs en raison multiple selon l'exposant $\frac{3}{5}$; alors pour trouver les vitesses selon des longueurs, on cherche dans la ligne du dessus (qui est celle des temps) le nombre 5 marqué du signe (T) et dans la colonne la plus à gauche (qui est celle des longueurs) le nombre 3 marqué du signe (L) : dans la cellule marquée du signe (V) 10 correspondant à la fois à (T) et à (L), se trouve le nombre de $\frac{2}{5}$, qui indique que les vitesses acquises sont en raison double-sous-quintuple des longueurs parcourues, ou dans la raison des longueurs multipliée selon l'exposant $\frac{2}{5}$, ou, ce qui revient au même, que les sursolides des vitesses acquises sont comme les carrés des longueurs parcourues. Et par un théorème général, si 15 t^r est comme l^e , ou si t est comme l^{e+r} , alors v sera $l^{\frac{(r-e):r}{5}}$, ou vr comme

columna sinisterrima (quæ est longitudinum) quærat^rur numerus 3 notatus signo (*L*); et tunc in cella notata signo (*V*) utrique (*T*) et (*L*) respondente, occurret numerus $\frac{2}{5}$, qui significat velocitates acquisitas esse in longitudinum percursarum ratione duplicata subquintuplicata, seu in ratione longi-
 5 tudinum multiplicata secundum numerum $\frac{2}{5}$, seu, quod idem est, velocita-
 tum acquisitarum surdesolida fore ut longitudinum percursarum quadrata. Et generali theoremate, si sit t^r ut l^{eve} seu t ut l^{er} , fore v ut $\overline{l^{r-e:r}}$, seu vr ut $\overline{l^{r-e}}$; et eo casu quo velocitates in tabula præcedenti erant ut t^0 , etiam in
 10 hac fiunt ut l^0 , id est, ut unitates, seu sunt velocitates uniformes. Et loca
 tabulæ antecedentis vacua quippe impossibilia, etiam in hac vacant; cum
 iidem sint utriusque tabulæ respondentes casus, tantum quod velocitates
 in præcedente per tempora in hac per longitudines seu loca absoluta æsti-
 mantur: eodem modo, ut primæ quoque et secundæ Tabulæ iidem fuere
 casus, eo tantum discrimine, quod longitudines percursæ eadem in prima
 15 pro tempora, in secunda pro velocitates æstimabantur. Et in sequentibus
 quoque proximis duabus tabulis eadem tempora insumta in quinta qui-
 dem per longitudines percursas, in sexta vero per velocitates acquisitas
 æstimabantur.

Igitur Tabula quinta ostendit, quomodo data ratione velocitatum
 20 acquisitarum ex data ratione longitudinum percursarum, etiam temporum
 impensorum ratio ex data ratione longitudinum percursarum detur:

TABULA V.

(L)

0	1	2	3	4	5 — Longitudines.
1	*D	*	*	*	*
2	$\frac{1}{2}$	*	*	*	*
3	$\frac{2}{3}$	$\frac{0}{3}$	*	*	*
4	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	*	*
(V) c	5	$\frac{4}{5}$	(T) $\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$ *
Veloci- tates.	Tempora impensa in multi- plicata ratione longitudinum. etc.				
	Tempora impensa in multi- plicata ratione longitudinum.				

l^{r-e} ; Et dans le cas où les vitesses du tableau précédent étaient comme t^0 , elles sont aussi dans celui-ci comme l^0 , c'est-à-dire comme des unités, c'est-à-dire que les vitesses sont uniformes. Et les emplacements vides, car impossibles, du tableau précédent, sont aussi vides dans celui-ci, puisque les cas correspondants de ces deux tableaux sont identiques, si ce n'est que dans le précédent les vitesses sont estimées suivant les temps, et dans celui-ci suivant les longueurs ou les lieux parcourus : de la même façon que les cas du premier et du deuxième tableau étaient aussi identiques, à cette différence seulement que dans le premier les mêmes longueurs parcourues étaient estimées suivant temps, dans le second suivant les vitesses. Et dans les deux tableaux immédiatement suivants, les mêmes temps écoulés seront estimés, dans le cinquième, d'après les longueurs parcourues, mais dans le sixième d'après les vitesses acquises.

Le cinquième Tableau montre donc de quelle manière, étant donnée la raison des vitesses acquises suivant la raison donnée des longueurs parcourues, la raison des temps employés est donnée aussi selon la raison donnée des longueurs parcourues.

TABLEAU V.

(L)

0	1	2	3	4	5 — Longueurs.
1	* 2	*	*	*	*
2	$\frac{1}{2}$	*	*	*	*
3	$\frac{2}{3}$	$\frac{0}{3}$	*	*	*
4	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	*	*
(V) c	5	$\frac{4}{5}$	(T) $\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$ *
Vites- ses.	T e m p s employés en raison multiple des l o n g u e u r s .				

Par exemple, si les sursolides des vitesses (v^5) sont comme les carrés des longueurs (l^2), ou si les vitesses sont en raison double-sous-quintuple des longueurs, ou multiple suivant l'exposant $\frac{2}{5}$; alors pour trouver les temps d'après longueurs on cherche dans la ligne du dessus (qui est celle des longueurs) le nombre 2 marqué du signe (L) et dans la colonne la plus à gauche (qui est celle des vitesses) le nombre 5 marqué du signe (V), et dans la cel-

Exempli causa si velocitatum surdesolida (v^5) sint ut longitudinum quadrata (l^2), seu si velocitates sint in ratione longitudinum duplicata subquintuplicata, sive multiplicata secundum numerum $\frac{2}{5}$, tunc ad invenienda tempora ex longitudinibus quæatur in linea suprema (quæ est longitudinum) [109v]
 5 numerus 2 notatus signo (L) et in columna sinisterrima (quæ est velocitatum numerus 5 notatus signo (V), et in cella notata signo (T) utrique (L) et (V), et in cella notata signo (T) utrique (L) et (V) respondente occurret numerus $\frac{3}{5}$, qui significat tempora impensa esse in longitudinum percursarum ratione triplicata subquintuplicata seu multiplicata secundum
 10 numerum $\frac{3}{5}$, hoc est, surdesolida temporum esse ut cubos longitudinum; et generali theoremate, si sit v^c ut l^b , fore t ut $\overline{l^{c-b}:c}$ seu t^c ut $\overline{l^{c-b}}$. Sed ex inspectione Tabulæ naturaque calculi rursus apparet, multa manere loca vacua, ubi casus sunt impossibiles. Nam impossibilis est (exempli gratia) casus cellæ $\mathfrak{D}$ respondentis longitudinis exponenti 1 et velocitatis 1, id est,
 15 ubi velocitates sunt ut longitudines, seu v^1 ut l^1 , nam ita tam c quam b existentibus 1, fieret $c - b = a$, et foret t ut $\overline{l^{0:1}}$, seu t ut l^0 , seu tempus durante motu non crescat, sed maneret constans sive idem, quod est absurdum. Similis absurditas oritur in omnibus locis vacantibus. Itaque fieri non potest, ut velocitates acquisitæ crescant ut longitudines percursæ,
 20 vel ut earum quadrata, cubi altioresque potestates; aut ut velocitatum acquisitarum quadrata crescant ut longitudinum percursarum quadrata, cubi altioresque potestates seu dignitates; aut ut velocitatum acquisitarum cubi crescant ut longitudinum percursarum cubi, cubi, biquadrata, altioresve potestates. Et generaliter fieri non potest, ut velocitatum dignitates crescant
 25 ut dignitates pares vel altiores longitudinum, quemadmodum paulo ante ad Tabulam 3 ostendimus fieri non posse, ut temporum dignitates crescant ut longitudinum dignitates altiores; seu ut longitudinum dignitates crescant uti temporum dignitates inferiores.

Denique Tabula sexta ostendit, quomodo data ratione longitudinum [110r]
 30 num percursarum ex ratione data velocitatum acquisitarum, etiam temporum impensorum ratio ex data ratione velocitatum acquisitarum detur.

lule marquée du signe (T) correspondant à la fois à (L) et à (V), se trouve le nombre $\frac{3}{5}$, qui indique que les temps dépensés sont en raison triple-sous-quintuple des longueurs parcourues, ou multipliée selon le nombre $\frac{3}{5}$, c'est-à-dire que les sursolides des temps sont comme les cubes des longueurs. Et, par un théorème général, si v^f est comme l^b , alors t est comme $l^{\frac{(c-b):c}{c}}$, ou t^c comme $l^{\frac{(c-b)}{c}}$. Mais, à l'examen du tableau et par la nature du calcul, il apparaît de nouveau que beaucoup d'emplacements restent vides, là où les cas sont impossibles. Est impossible en effet (par exemple) le cas de la cellule $\mathbb{D}$ correspondant à l'exposant 1 de la longueur et à l'exposant 1 de la vitesse, c'est-à-dire là où les vitesses sont comme les longueurs, ou v^1 comme l^1 ; en effet, on aurait ainsi à la fois c et b comme 1, d'où $c - b = 0$, et t serait comme $l^{\frac{0:1}{1}}$, soit t comme l^0 , c'est-à-dire que le temps durant le mouvement n'augmenterait pas, mais resterait constant ou identique, ce qui est absurde. Une absurdité semblable se produit dans tous les emplacements vacants. C'est pourquoi il ne peut arriver que les vitesses acquises croissent comme les longueurs parcourues, ou comme leurs carrés, leurs cubes ou leurs puissances supérieures; ou bien que les carrés des vitesses acquises croissent comme les carrés des longueurs parcourues, leurs cubes, ou leurs puissances supérieures; ou que les cubes des vitesses acquises croissent comme les cubes des longueurs parcourues, leurs bicarrés ou leurs puissances supérieures. Et, de façon générale, il ne peut arriver que les puissances des vitesses croissent comme les puissances égales ou supérieures des longueurs, de même que précédemment, dans le tableau III, nous avons montré qu'il ne peut arriver que les puissances des temps croissent comme des puissances plus élevées des longueurs, ou que les puissances des longueurs croissent comme des puissances inférieures des temps.

Enfin, le *Tableau VI* montre de quelle manière, étant donnée la raison des longueurs parcourues d'après la raison donnée des vitesses acquises, la raison des temps employés sera aussi donnée d'après la raison des vitesses acquises.

Par exemple, si les carrés des longueurs (l^2) sont comme les sursolides des vitesses (v^5), ou si les longueurs sont en raison quintuple-sous-double des vitesses, ou dans une raison des vitesses multiple selon le nombre $\frac{5}{2}$, alors pour trouver les temps d'après les vitesses on cherche dans la ligne du dessus (qui est celle des longueurs) le nombre 2 marqué du signe (L) et dans la colonne la plus à gauche (qui est celle des vitesses) le nombre 5 marqué du signe (V), et dans la cellule notée (T) correspondant à la fois à (L) et à (V), on trouve le nombre $\frac{3}{2}$, qui indique que les temps employés sont

TABULA VI.

(L)

0	1	b2	3	4	5	— Longitudines.
1	*	*	*	*	*	Tempora impensa in multiplicata ratione Velocitatum.
2	$\frac{1}{1}$	*	*	*	*	
3	$\frac{2}{1}$	$\frac{1}{2}$	*	*	*	
4	$\frac{3}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{3}$	*	*	
(V) c	5	$\frac{4}{1}$	(T) $\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	etc.
Velocitates.		Tempora impensa in multiplicata ratione Velocitatum.				

Exempli causa, si longitudinum quadrata (l^2) sint ut velocitatum surdesolida (v^5), seu si longitudines sint in velocitatum ratione quintuplicata subduplicata vel in velocitatum ratione multiplicata secundum numerum $\frac{5}{2}$, tunc ad invenienda tempora ex velocitatibus quærat in linea suprema (quæ est longitudinum) numerus 2 notatus signo (L), et in columna sinisterrima (quæ est velocitatum) quærat numerus 5 notatus signo (V) et tunc in cella notata signo (T) utrique (L) et (V) respondente occurret numerus $\frac{3}{2}$, qui significat tempora impensa esse in velocitatum acquisitarum ratione triplicata subduplicata, seu in ratione velocitatum multiplicata secundum numerum $\frac{3}{2}$, hoc est temporum quadrata fore ut longitudinum cubos. Et generali theoremate, si sit l^{bb} ut v^{cc} seu l ut v^{ccbb} , fore t ut $v^{\overline{c-b}:b}$ seu t^{bb} ut $v^{\overline{c-b}}$. Et casus qui in Tabula proxime præcedente nempe quinta erant impossibiles, etiam hic vacant.

In omnibus autem Tabulis uno eodemque exemplo usi sumus, ut consensus apparet. Nempe in Tabula 1 velocitatum cubis existentibus ut temporum quadrata, tunc longitudinum cubi sunt ut temporum surdesolida. In Tabula 2 temporum quadratis existentibus ut velocitatum cubi, tunc longitudinum quadrata sunt ut velocitatum surdesolida. In Tabula 3 longitudinum cubis existentibus ut temporum surdesolida, velocitatum cubi sunt ut temporum surdesolida. tunc velocitatum cubi sunt ut temporum quadrata (consentit tabulæ primæ).

en raison triple-sous-double des vitesses, ou dans une raison multiple selon l'exposant $\frac{3}{2}$; c'est-à-dire que les carrés des temps sont comme les cubes des longueurs. Et, par un théorème général, si l^b est comme v^c , ou l comme v^{c-b} , t sera comme $v^{(c-b):b}$ ou t^b comme v^{c-b} . Et les cas qui dans le tableau précédent, le cinquième, étaient impossibles, manquent aussi ici. 5

TABLEAU VI.

(L)

0	1	2	3	4	5	— Longueurs.
1	*	*	*	*	*	Temps employés en raison multiple des Vitesses.
2	$\frac{1}{1}$	*	*	*	*	
3	$\frac{2}{1}$	$\frac{1}{2}$	*	*	*	
4	$\frac{3}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{3}$	*	*	
(V) c	5	$\frac{4}{1}$	(T) $\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	etc.
Vites- ses.	Temps employés en raison multiple des Vitesses.					

Or dans tous les tableaux, nous nous sommes servis d'un seul et même exemple, afin de faire apparaître leur accord. Ainsi, dans le tableau 1, les cubes des vitesses étant comme les carrés des temps, alors les cubes des lon- 10 gueurs sont comme les sursolides des temps. Dans le tableau 2, les carrés des temps étant comme les cubes des vitesses, alors les carrés des longueurs sont comme les sursolides des vitesses. Dans le tableau 3, les cubes des lon- gueurs étant comme les sursolides des temps, alors les cubes des vitesses sont comme les carrés des temps (ce qui s'accorde avec le premier tableau). 15

Et dans le tableau 4, les sursolides des temps étant comme les cubes des longueurs, alors les sursolides des vitesses sont comme les carrés des longueurs. Dans le tableau 5, les sursolides des vitesses étant comme les carrés des longueurs, alors les sursolides des temps sont comme les cubes des longueurs (ce qui s'accorde avec le quatrième tableau). Enfin, dans le 20 tableau 6, les carrés des longueurs étant comme les sursolides des vitesses, alors les carrés des temps sont comme les cubes des vitesses (ce qui s'accorde avec le deuxième tableau).

Pour finir, il semble important de montrer comment le canon analy-

Et in Tabula 4 temporum surdesolidis existentibus ut longitudinum cubi, tunc velocitatum surdesolida sunt ut longitudinum quadrata. In Tabula 5 velocitatum surdesolidis existentibus ut longitudinum quadrata, tunc temporum surdesolida sunt ut longitudinum cubi (consentit tabulæ quartæ).
 5 Denique in Tabula 6 longitudinum quadratis existentibus ut velocitatum surdesolida, tunc temporum quadrata sunt ut velocitatum surdesolida, tunc temporum quadrata sunt ut velocitatum cubi (consentit tabulæ secundæ).

Postremo pretium operæ videtur ostendere, quomodo unius Tabulæ Canon analyticus ex alterius tabulæ Canone per calculum generalem derivetur, præsertim cum alioquin analytici non satis uti soleant exponentibus potentiarum generalibus seu per literas expressis, quod tamen hic requiritur.

Et quidem Tabulæ primæ Canon analyticus erat talis: si v^m ut t^n , fiet l^m ut t^{m+n} , ubi habetur l ex t . Quæritur jam Canon analyticus tabulæ secundæ, seu positio t^n ut v^m quæritur l ex v . Quod calculo tali invenietur:
 15 (1) t^n ut v^m ex hypothesi. Ergo (2) t ut $v^{m:n}$. Jam ex canone tabulæ primæ est (3) l^m ut t^{m+n} . Ergo fit $t^{m+n:m}$. Et in analogia (4) pro t substituendo valorem ex analogia (2) fit (5) l ut $v^{m+n:n}$; id est l^{nm} ut v^{m+n} . Itaque si t^m ut v^{mm} , fit l^{nm} ut v^{m+n} , qui est Canon analyticus tabulæ secundæ. Et eodem modo ex canone tabulæ tertiæ derivatur canon quartæ, itemque ex canone tabulæ
 20 quintæ derivatur canon sextæ, aut viceversa. Sed ut ostendamus quomodo [1117] et alii Canones ex primo aut inter se deriventur, in exemplum apponemus Calculum, quo Canon tabulæ quintæ derivatur ex canone Tabulæ primæ.

In Tabula igitur quinta est v^{cc} ut l^{bb} , seu v ut $l^{b:c}$, quæritur t ex $l^{b,c}$. Jam ex tabulæ 1 canone, cum esset v ut $t^{n:m}$, erat l ut $t^{m+n:m}$. Ergo $l^{m:m+n}$. Ergo
 25 tollendo t ex analogia 3 per analogiam 5, fit v ut $l^{m:m+n}$. Comparando igitur analogias 2 et 6, fit $m+n : m = c : b$, seu $l + m : n = b : c - b$. Jam ex articulo (4) erat l ut $t^{l+m:n}$. Ergo per articulo (9) fit l ut $t^{c:c-b}$, seu fit t^c ut l^{c-b} . Itaque si sit v^c ut l^b , fit t^c ut l^{c-b} , qui est Canon analyticus Tabulæ quintæ. Eademque Methodus in cæteris locum habet. In
 30 qua non tantum notandus est usus calculi exponentium literalium, sed et analogiarum, qua ad instar æquationum adhibentur; et quidem analogiarum non communium, sed per duos tantum terminos eosque indefinitos seu universales quamcunque ejusdem nominis propositi quantitatem comprehendentes expressarum; ut cum dicitur velocitates in gravium descensu
 35 acquisitas esse ut tempora impensa (seu velocitatem priorem esse ad velocitatem posteriorem ut tempus acquisitionis illius ad tempus hujus), quæ

tique d'un tableau est dérivé du canon d'un d'autre tableau par un calcul général, surtout parce que par ailleurs les analystes n'ont pas assez l'habitude d'utiliser les exposants généraux des puissances, c'est-à-dire exprimés par des lettres, ce qui est pourtant exigé ici.

Et, de fait, le *Canon Analytique du Premier Tableau* était le suivant. Si v^m est comme t^n , alors l^m est comme $t^{\frac{m+n}{m}}$, où l'on trouve l d'après t . On cherche maintenant le *Canon analytique du second tableau*, c'est-à-dire que, supposant que t^n est comme v^m , on cherche l d'après v . On le trouvera par le calcul suivant : (3) t^n est comme v^m par hypothèse ; donc (2) t est comme $v^{\frac{m}{n}}$. Or, d'après le canon du premier tableau, (1) l^m est comme $t^{\frac{m+n}{m}}$; donc (4) l est comme $t^{\frac{(m+n):m}{m}}$; et en substituant à t dans la proportion (4) sa valeur d'après la proportion (2), (5) l est comme $v^{\frac{(m+n):n}{m}}$, c'est-à-dire que (6) l^n est comme $v^{\frac{(m+n)}{m}}$. C'est pourquoi, si t^n est comme v^m , alors l^n est comme $v^{\frac{(m+n)}{m}}$, ce qui est le canon analytique du second tableau. Et de la même façon, du canon du troisième tableau se dérive celui du quatrième, tout comme du canon du cinquième se dérive le tableau du sixième, et inversement. Mais afin de montrer comment les autres sont dérivés du premier ou les uns des autres, nous appliquerons le calcul à un exemple, dans lequel le canon du cinquième tableau est dérivé du canon du premier.

Donc, dans le cinquième tableau (1) v^c est comme l^b , ou (2) v est comme $l^{\frac{b}{c}}$, et on cherche t d'après $l^{\frac{b}{c}}$. Or, d'après canon du tableau 1, quand (3) v était comme $t^{\frac{n}{m}}$, (4) l était comme $t^{\frac{(m+n):m}{m}}$ (4). Donc (5) t est comme $l^{\frac{m:(m+n)}{m}}$. Donc ôtant t de la proportion (3) au moyen de la proportion (5), (6) v est comme $l^{\frac{n:(m+n)}{m}}$. Ainsi en comparant les proportions (2) et (6), il vient : (7) $(m+n) : m = c : b$, ou (8) $l + (mn) = b : (c - b)$ et (9) $(m : n) = b : (c - b)$. Or, par l'article (4), (10) l était comme $t^{\frac{l+(m:n)}{m}}$. Donc, par l'article (9), (11) l est comme $t^{\frac{c:(c-b)}{m}}$, soit t^c est comme $l^{\frac{c-b}{m}}$. Par conséquent, si v^c est comme l^b , alors t^c est comme $l^{\frac{c-b}{m}}$, ce qui est le *Canon analytique du cinquième tableau*. Et la même méthode a lieu dans les autres cas. Méthode dans laquelle il faut relever non seulement l'usage du calcul des exposants littéraux, mais aussi celui des proportions, qui sont appliquées à la manière d'équations ; de proportions assurément qui ne sont pas communes, mais exprimées par deux termes seulement, termes indéfinis ou universels, comprenant une quantité quelconque de la même dénomination proposée ; par exemple quand on dit que les vitesses acquises dans la descente des corps pesants sont comme les temps employés (c'est-à-dire

formulæ brachhylogæ analogias contracte exprimendi Geometris quidem in usu sunt, nondum autem in calculo analytico frequentabatur. Itaque nos, cum usus horum sit maximis in translatione Geometriæ ad motum potentiasque, his exemplis præiri viam aliis e re fore putavimus.

5

Propositio 9

Fieri non potest, ut temporibus eorumve potentiis in
progressione Arithmetica crescente assumtis, velocitates
quæsitæ vel etiam spatia percurta crescant in progressio-
ne Geometrica, inde a quiete. Et generaliter fieri non po- [111v]
10 test, ut uno ex his tribus: tempore, velocitate, spatio (seu
longitudine percurta) vel ejus dignitate arithmetica seu
uniformiter crescente, alterum vel ejus dignitates Geome-
trice ab initio crescat.

Ponatur enim, si fieri potest, (figura [19] [*p.* 262]) temporibus AT ab ini-
15 tio motus A assumtis in progressione Arithmetica, seu ut Logarithmis, ve-
locitates acquisitas esse in progressione Geometrica seu ut numeros, patet
tres velocitates acquisitas quascunque, ut ${}_1T_1V$, ${}_2T_2V$, ${}_3T_3V$, quæ æquali-
bus distant temporis intervallis ${}_1T_2V$, ${}_2T_3V$, fore progressionis Geometricæ.
Adeoque et velocitates existentes momentis A , ${}_1T$, ${}_2T$ (posito tempora A , ${}_1T$,
20 ${}_1T_2T$ esse æqualia) esse progressionis Geometricæ, quod est absurda. Nam
velocitas initio seu in A est nulla ex hypothesi, adeoque est velocitate in ${}_1T$
repræsentata per ${}_1T_1V$ infinities minor. Jam velocitas in A est ad veloci-
tatem in ${}_1T$, ut hæc ad velocitatem ${}_2T$, ex hypothesi. Ergo etiam ${}_1T_1V$ est
ipsa ${}_2T_2V$ infinities minor, adeoque si ${}_1T_1V$ sit velocitas gradus cujuscunque
25 quantumvis parvi assignabilis velocitas ${}_2T_2V$ foret infinita. Et cum instans
 ${}_2T$ utcunque vicinum sumi possit instanti A , patet mobile secundum hanc
accelerationis legem aut nullum habere motum, aut statum habere instan-
taneum seu infinitæ velocitatis. Et sane si ordinatæ TV velocitatem repræ-
sistantes sint progressionis geometricæ, ipsis temporum intervallis ${}_1T_2T$,
30 ${}_2T_3T$ etc. existentibus æqualibus, tunc VV numquam attingit rectam AT ,
quippe sibi asymptotum, ut construenti manifestum est. Et proinde velo-
citas hoc modo crescens, a minimo seu a quiete incipere non potest, contra
hypothesin. Hinc porro sequitur temporibus arithmetice assumtis, spatia
quoque percurta Geometrice crescere non posse. Quoniam tunc spatiis [112r]
35 geometricæ crescentibus etiam velocitates geometricæ cre-
scunt. Nam si spatia crescunt geometricæ, etiam differentiæ eorum seu
elementa crescent geometricæ; sed elementa spatii sunt in ratione compo-

qu'une vitesse antérieure est à la suivante, comme le temps de l'acquisition de celle-là est au temps de l'acquisition de celle-ci). Ces formules abrégées pour exprimer de façon contractée les proportions sont déjà, il est vrai, employées par les géomètres, mais ne sont pas encore fréquentes dans le calcul analytique. C'est pourquoi quant à nous, puisque cela nous a été de 5 la plus grande utilité pour transférer la géométrie au mouvement et aux puissances, nous avons pensé que par ces exemples la voie serait par le fait ouverte à d'autres.

Proposition 9

Il ne peut arriver, quand les temps ou leurs puissances sont supposés en progression croissante arithmétique, que les vitesses cherchées ou aussi bien les espaces parcourus croissent en progression géométrique à partir du repos. Et, de façon générale, il ne peut arriver que, lorsque l'un de ces trois facteurs : temps, vitesse, espace (ou longueur parcourue), ou une de leurs puissances, croît selon sa progression arithmétique ou uniformément, qu'un autre facteur ou ses puis- 15 sances croissent géométriquement à partir du commencement du mouvement

Supposons en effet, s'il est possible (figure [19] [p. 263]), que les temps AT étant pris à partir du début du mouvement A en progression arithmétique, ou comme des logarithmes, les vitesses acquises soient en progression géométrique, ou comme les nombres ; il est manifeste que trois vitesses acquises 20 quelconques, comme ${}_1T_1V$, ${}_2T_2V$, ${}_3T_3V$, qui s'étendent sur des intervalles de temps égaux, seront en progression géométrique, de sorte qu'aussi les vitesses prises aux moments A , ${}_1T$, ${}_2T$ (en supposant que les temps A_1T et ${}_1T_2T$ sont égaux) seront en progression géométrique, ce qui est absurde. En effet, la vitesse au commencement ou en A est nulle par hypothèse, de sorte 25 qu'elle est infiniment plus petite que la vitesse en ${}_1T$ représentée par ${}_1T_1V$; or la vitesse en A est à la vitesse en ${}_1T$, comme celle-ci est à la vitesse en ${}_2T$, par hypothèse ; donc la vitesse ${}_2T_2V$ est aussi infiniment moindre que la même ${}_1T_1V$, de sorte que, si ${}_1T_1V$ est une vitesse d'un degré assignable, aussi petit soit-il, la vitesse ${}_2T_2V$ serait infinie. Et comme l'instant ${}_2T$ peut 30 être pris aussi voisin qu'on veut de l'instant A , il est manifeste que le mobile, selon une telle loi d'accélération, ou bien n'a aucun mouvement, ou bien est dans un état instantané, c'est-à-dire de vitesse infinie. Assurément, si les ordonnées TV représentant les vitesses sont en progression géométrique, les intervalles de temps ${}_1T_2T$, ${}_2T_3T$, etc. étant égaux, alors VV n'atteint jamais 35 la droite AT , et donc lui est asymptote, comme il est évident pour qui fait la construction. Et de ce fait une vitesse croissant de cette façon ne peut pas commencer à partir de la vitesse minimale ou du repos, contrairement

sita elementorum temporis et velocitatum (supra capite de velocitate in genere propositionis 8) id est, quia elementa temporis (quippe differentiarum terminorum arithmeticae progressionis) æqualia sunt, elementa spatii sunt in ratione velocitatum; ergo et velocitatis forent progressionis Geometricae.

5 Quod fieri non posse jam ostendimus.

Porro quo argumento ostendimus, temporibus crescentibus Arithmetice, spatia percurta seu longitudines tractus non posse crescere Geometricè inde a quiete; eodem etiam evincitur, spatiis percurtis Arithmetice, velocitates acquisitas non posse crescere Geometricè inde a quiete. Eadem enim
10 ratiocinatio est, substituendo tantum spatia pro temporibus. Unde spatiis crescentibus Arithmetice, etiam tempora Geometricè crescere non possunt a quiete. Nam spatiis crescentibus Arithmetice, elementa temporis sunt velocitatibus reciproce proportionalia (per dictam propositionem 8). Itaque cum si tempora sint geometrica progressionis, talia etiam futura sint ele-
15 menta eorum, sequitur et velocitates geometrica progressionis fore, quod absurdum esse ostensum est.

Postremo velocitatibus crescentibus Arithmetice, spatia non possunt Geometricè crescere inde a quiete. Nam si in figura eadem recta AT , quæ sunt progressionis Arithmeticae, exhibeant velocitates, et ipsa recta TV , quæ
20 sunt progressionis geometrica, exhibeant tempora, sequitur eodem (quo tunc cum AT essent tempora et TV velocitates uti sumus) argumento, posito quod velocitati in A minimæ seu quieti respondeat spatium minimum, seu spatii initium, et velocitati in $_1T$ respondeat spatium percursum $_1T_1V$, tunc necessario velocitati in $_2T$ acquisita respondere spatium $_2T_2V$ per-
25 cursum infinitum. Quod est absurdum cum $_2T$ sumi possit ubique post A , adeoque motus futurus sit instantaneus. Et velocitatibus crescentibus Arithmetice, simili argumento nec tempora inde ab initio crescere possunt Geometricè; nam velocitate quacunque $_1A_2T$ acquisita tempus $_2T_2V$ foret infinitum; adeoque ad minimum quemque gradum velocitatis acquirendum tempore infinito opus foret, adeoque motus foret nullus. Eadem vis
30 ratiocinationis et in dignitatibus locum habet; nam quorum dignitates sunt progressionis Geometrica, ea sunt ipsamet progressionis Geometrica. Ex his autem, ut obiter dicam, intelligi potest quam commode et utiliter mens humana etiam ipsa infiniti consideratione ad res aestimandas uti queat.

22-23 minimum ... spatium add. L

à l'hypothèse. De là suit en outre que, les temps étant pris en progression arithmétique, les espaces parcourus ne peuvent pas non plus croître en progression géométrique. Puisqu'alors, les *espaces croissant géométriquement, les vitesses aussi croissent géométriquement*. En effet, si les espaces croissent géométriquement, leurs différences ou éléments croissent aussi géométriquement; mais les éléments de l'espace sont en raison composée des éléments du temps et des vitesses (proposition 8 ci-dessus, chapitre sur la vitesse en général), c'est-à-dire, puisque les éléments du temps (en tant que différences des termes d'une progression arithmétique) sont égaux, que les éléments de l'espace sont en raison des vitesses; donc les vitesses aussi seront en progression géométrique, ce dont nous avons déjà montré l'impossibilité.

De plus, du même argument par lequel nous avons montré que, les temps croissant arithmétiquement, les espaces parcourus ou longueurs du trajet ne peuvent pas croître géométriquement à partir du repos, on obtient aussi que, les espaces croissant arithmétiquement, les vitesses acquises ne peuvent pas croître géométriquement depuis le repos. Le raisonnement est en effet le même, en substituant seulement les espaces aux temps. De là que, les espaces croissant arithmétiquement, les temps non plus ne peuvent pas croître géométriquement à partir du repos. Car, les espaces croissant arithmétiquement, les éléments de temps sont réciproquement proportionnels aux vitesses (par la dite proposition 8). C'est pourquoi, puisque si les temps sont en progression géométrique, leurs éléments le seront aussi, il s'ensuit que les vitesses seront aussi en progression géométrique, ce dont on a montré l'absurdité.

Ensuite, les vitesses croissant arithmétiquement, les espaces ne peuvent croître géométriquement depuis le repos. Car, si dans la même figure, les droites AT qui sont en progression arithmétique figurent les vitesses, et si les droites TV , qui sont en progression géométrique, figurent les temps, alors du même argument (que nous avons utilisé quand les AT étaient les temps et les TV les vitesses), supposant qu'à la vitesse minimale ou au repos en A réponde l'espace minimal ou le commencement d'espace, et qu'à la vitesse en $_1T$ réponde l'espace parcouru $_1T_1V$, il suit que nécessairement, à la vitesse acquise en $_2T$, réponde un espace parcouru $_2T_2V$ infini. Ce qui est absurde, puisque $_2T$ peut être pris n'importe où après A , de sorte que le mouvement sera instantané. Et, les vitesses croissant arithmétiquement, on montre par un argument semblable que les temps non plus ne peuvent pas croître géométriquement à partir du commencement; car, pour une vitesse acquise quelconque, le temps $_2T_2V$ serait infini, de sorte que pour

Propositio 10

Fieri non potest, ut velocitatum dignitates determinati nominis crescant in ratione dignitatum parium vel altiorum a longitudinibus. Item fieri non potest, ut longitudinum dignitates determinati nominis crescant in ratione dignitatum inferiorum a temporibus.

Verbi gratia, fieri non potest, ut quadrata velocitatum crescant ut quadrata vel cubi longitudinum; aut ut cubi longitudinum crescant ut quadrata temporum, vel ut tempora. Horum prius demonstravimus in explicatione problematis 8 ad Tabulam 3, posterius ibidem ad Tabulam 5. Præterea ad Tabulam 3 etiam ostendimus, quomodo progressio harmonica excludatur. Cæterum fieri non posse, ut velocitates crescant uti spatia percursa, qui unus est casus partis prioris hujus propositionis, jam et a Galilæo et uberius a Fermatio est demonstratum. Quin et brevissima conclusionem sequitur ex propositione 9 proxime præcedenti, non velocitates inde a quiete crescere ut longitudines percursas seu spatia. Nam si ita esset, forent etiam continua velocitatis incrementa incrementis longitudinis continuis percursæ proportionalia. Sed in omni motu temporibus æquabiliter crescentibus progressum seu longitudinis percursæ incrementa continua sunt ut velocitates (per propositionem 8 capitis De Velocitate in genere). Ergo in nostro casu velocitatis incrementa sunt ut velocitates, adeoque velocitates sunt progressionis Gemoëtricæ. Sed motum hac lege inde a quiete crescere non posse demonstratum est propositione 9 proxime præcedente.

Equidem P. Cazræus S. J. olim libello scripto contra Galilæum ratiociniis quibusdam suis atque experimentis demonstrare conatus erat motum gravium inde a quiete accelerari in ratione spatiorum trancursorum. Sed Fermatius in epistola tum inter Gassendea tum etiam inter opera posthuma Fermatii edita ostendit hoc esse impossibile; audio et P. Laloveram Societate Jesu qui sane fuit ingeniosissimus, aliquid circa hoc argumentum præstitisse, quod ad manus meas non pervenit. Gassendus autem integrum **13** Galilæo vide: G. Galilei, *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, Leida: Elsevirii 1638, Giornata terza, theor. II, prop. II; EN VIII, 203-204. **14** Fermatio vide infra. **24** vide: P. de Cazré, *Physica demonstratio, qua ratio, mensura, modus ac potentia accelerationis motus in naturali descensu gravium determinatur. Adversus nuper excogitatam a Galilæo Galilæi ... de eodem motu pseudo-scientiam*, Paris: J. Du Brueil 1645. **27** inter Gassendea vide: P. Gassendi, *Opera Omnia*, Lyon: Anison & Devenet 1658, VI, pp. 541-54. **27-28** opera posthuma vide: P. de Fermat, *Varia opera mathematica*, Toulouse: J. Pech 1679, pp. 201-204. **28** Laloveram Fortasse: A. de Laloubère, *Quadratura circuli et hyperbolæ segmentorum ex dato eorum centro gravitatis, ... demonstrata atque ad calculum reduc[t]a adiumento libere Archimedea*, Toulouse: P. Bosc 1661.

acquérir le moindre degré de vitesse il faudrait un temps infini, et qu'ainsi il n'y aurait pas de mouvement du tout. Le raisonnement s'applique aussi avec la même force aux puissances, car les termes dont les puissances sont en progression géométrique, sont eux-mêmes en progression géométrique. D'où l'on peut concevoir, pour le dire en passant, combien l'esprit humain 5 peut commodément et utilement faire usage de la considération de l'infini pour la mesure des choses.

PROPOSITION 10

Il ne peut arriver que les puissances d'un degré déterminé des vitesses croissent en raison des puissances égales ou plus élevées des longueurs. De même, il ne peut arriver que les puissances d'un degré déterminé des longueurs croissent en raison des puissances inférieures des temps. 10

Par exemple, il ne peut arriver que les carrés des vitesses croissent comme les carrés ou les cubes des longueurs, ou que les cubes des longueurs croissent comme les carrés des temps ou comme les temps. Nous avons démontré le 15 premier point dans l'explication du problème 8, à propos du tableau 5, et l'autre point au même endroit, à propos du tableau 3. En outre, nous avons aussi montré au tableau 3, comment la progression harmonique est exclue. Du reste, il ne peut arriver que les vitesses croissent comme les espaces parcourus, ce qui n'est qu'un cas particulier de la première partie de 20 cette proposition, ce qui a déjà été démontrée par Galilée, puis par Fermat. Bien plus, il découle par une très rapide conclusion de la proposition 9 précédente que les vitesses ne peuvent pas croître à partir du repos comme les longueurs parcourues ou les espaces. En effet, s'il en allait ainsi, les accroissements continus de vitesse seraient aussi proportionnels aux accroissements 25 continus de la longueur parcourue. Mais dans tout mouvement, quand les temps croissent uniformément, le progrès ou les accroissements continus de la longueur parcourue sont comme les vitesses (par la proposition 8 du chapitre sur la vitesse en général). Donc, dans notre cas, les accroissements de vitesse sont comme les vitesses, et donc les vitesses sont en progression 30 géométrique. Mais il a été démontré dans la proposition 9 précédente qu'un mouvement ne peut croître depuis le repos selon une telle loi.

Il est vrai que le P. Le Cazré, de la Compagnie de Jésus, s'était efforcé il y a quelque temps, dans un libelle écrit contre Galilée, de démontrer par quelques raisonnements à lui et par des expériences que le mouvement 35 des corps pesants depuis le repos s'accélère proportionnellement aux espaces traversés. Mais Fermat, dans une lettre éditée tant parmi les œuvres de Gassendi que parmi les œuvres posthumes de Fermat, a montré que cela

libellum Cazræo opposuit; Cazræus porro (ut obiter dicam) lapsus est in sua experimentorum instituendorum ratione, quod discrimen inter vim vivam et mortuam, seu inter impetum conceptum et primos conatus infra a nobis uberius expositum non percepit. Nec satis scio, an ipse Gassendus hunc
 5 difficultatis nodum solverit. Nimirum Cazræus sibi deprehendisse videbatur libræ lance una quiescente in tabula cum ponderibus impositis, altera vero lance manente libera et in hanc vacuum pondere aliquo ex altitudine quadam cadente et pondus unius libræ in lance opposita attollente, idem pondus ex decupla vel duodecupla altitudine cadens, decem vel duodecim
 10 libras in lance opposita collocatas attollere posse, atque inde colligere sibi posse videbatur, gradus velocitatum acquisitos esse ut altitudines. Sed
 [113v]
 plerumque qui rerum rationes non considerant, etiam in experimentis sumendis falluntur. Sciendum enim est, et a nobis infra demonstratum, grave quantumque attolli posse nonnihil lapsu alterius quantulicunque, cum
 15 gravitatis vis quæ mortua est, a concepto impetu, qui infinities major est, semper superetur; sed quo altior erit lapsus, eo altius attolletur grave in lance positum. Itaque si uncia ex pedis altitudine cadens attollit pondus lancis oppositæ ad unum pollicem, eadem ex duodecim pedibus lapsa attollere poterit idem pondus ad pollices duodecim seu pedem. Et oportet pondus
 20 ipsum esse uncia duodecuplum; quæ cap. de causa et effectu demonstravimus. Interim abstrahendus est animus a variis accidentibus, quibus efficitur, ut corpora valde gravia a minoribus sensibiliter non moveantur, grave enim magnum iis quibus innititur se fortiter applicat, nec sine frictione aliqua, et medii quoque ambientis resistentia avelli aut moveri potest, ut de
 25 partibus lancis tensionis ac flexionis alicujus patientibus nihil dicam. Simile quid experimur in eo quod Galli vocant tractum bilancis, le trait de la balance. Bilanx enim magnis ponderibus in æquilibrio positis onerata non quodvis exiguum pondus adjectum sentit. Quod Cl. Perraltus in tentaminis Physicis sane egregiis inertiae materiæ tribuisse visus est. Sed hæc inertia id
 30 tantum præstat, ut corpora majora moveantur tardius, non ut omnino non moveantur minorum impulsu. Verum hæc obiter anticipavimus occasione data, cum alioqui hujus loci non sint.

1 libellum vide: P. Gassendi, *De Proportionibus, qua gravia decidentia accelerantur. Epistolæ tres quibus ad totidem epistolas R.P. Petri Cazræi S.I. respondetur*, Paris: L. De Heuqueville 1646; *Opera omnia*, Lyon: Anison & Devenet 1658, III, 564-650. 28-29 Perraltus ... physicis vide: C. Perrault, *Essais de physique ou Recueil de plusieurs traités touchant les choses naturelles*, 4 vol., Paris: J.-B. Coignard 1680-1688, pp. 80, 93seq.

est impossible. J'ai entendu que le Père de La Loubère⁴, de la Compagnie de Jésus, qui fut assurément très habile, a apporté aussi sur cet argument quelque chose qui ne m'est pas parvenu entre les mains. Mais Gassendi a écrit un libelle entier contre Le Cazré. En outre, Le Cazré (pour le dire en passant) s'est trompé dans sa manière d'établir ses expériences, parce qu'il n'a pas perçu la différence entre force vive et force morte, ou entre l'*impetus* cumulé et les premiers *conatus*, que nous exposons plus longuement ci-dessous⁵. Et je ne sais pas vraiment si Gassendi lui-même a résolu ce nœud de la difficulté. En tout cas, Le Cazré semble avoir découvert que, si l'un des plateaux d'une balance en repos sur une table a des poids déposés sur lui, mais que l'autre plateau demeure libre et qu'un poids tombant dans ce plateau vide d'une certaine hauteur, il élève un poids d'une livre dans le plateau opposé, le même poids tombant d'une hauteur dix ou douze fois plus élevée peut élever dix ou douze livres placées dans le plateau opposé; de là il lui sembla pouvoir conclure que les degrés de vitesses acquis sont comme les hauteurs. Mais bien souvent ceux qui ne considèrent pas les raisons des choses, se trompent aussi en faisant des expériences. Car il faut savoir, et nous le démontrons plus bas⁶, qu'un corps pesant, si grand soit-il, peut être quelque peu élevé par la chute d'un autre corps si petit soit-il, puisque la force de la gravité, qui est une force morte, est toujours surpassée par un *impetus* cumulé, qui est infiniment plus grand; mais plus la chute sera haute, plus haut s'élèvera le corps pesant placé dans le plateau de la balance. C'est pourquoi, si une once tombant d'une hauteur d'un pied élève le poids dans le plateau opposé à un pouce, la même once tombant de douze pieds pourra soulever le même poids à douze pouces ou à un pied. Et il faut que ce même poids soit douze fois une once, ce que nous avons démontré au chapitre sur la cause et l'effet⁷. Il faut par ailleurs faire abstraction des divers accidents par lesquels il peut arriver que des corps très lourds ne soient pas mus de manière perceptible par des corps plus petits; en effet, un grand poids s'applique fortement aux corps sur lesquels il repose, et il ne peut s'en séparer ou se mouvoir sans quelque frottement et aussi sans résistance du milieu ambiant. Pour ne rien dire des parties subissant la tension et quelque ploiement du plateau. Nous avons expérimenté

⁴On ne confondra pas Antoine de Laloubère (1600-1664), avec son neveu Simon (1642-1729), qui fut un correspondant de Leibniz.

⁵Cf. *infra*, Sectio V, Caput I, pp. 294 sq.

⁶Pars II, Sectio I, prop. 30.

⁷Pars II, Sectio I, prop. 17.

Propositio 11. Problema

Si velocitates decrescant in ratione temporum aut lon- ^[1147]
gitudinum percursarum crescentium multiplicata utcun-
que reliqua definire ad instar propositionis 8.

- 5 Quando velocitas prius in eadem ratione crevisse intelligi potest, vicis-
sim ut creverat decrescet, et sufficit recurri ad solutionem et Tabulas pro-
blematis dictæ propositionis 8. Sed in casibus, ubi locum non habebat in-
crementum tale velocitatis inde a quiete, quid agendum sit, expositis diffi-
ciliores quibusdam exemplis viam præivimus in Appendice de resistentia
10 medii, cujus effectus, ut illic explicuimus ad huiusmodi motuum æstima-
tiones reducitur. Quibus perceptis cætera quoque similia præstare diligenter
consideranti non difficile erit aditu semel aperto. Nobis enim nunc singula
persequi non vacat, ne nimium ab elementorum instituto abeamus.

quelque chose de semblable dans ce que les Français appellent « le trait de la balance ». En effet, une balance chargée de grands poids placés en équilibre ne ressent pas quelque faible ajout d'un poids, ce que Claude Perrault, dans les très excellents *Essais de physique*⁸, semble avoir attribué à l'inertie de la matière. Mais cette inertie a seulement pour effet de faire que les grands 5 corps se déplacent plus lentement, non qu'ils ne se déplacent pas du tout sous l'impulsion des plus petits. Mais nous avons profité de l'occasion pour anticiper sur des sujets qui, autrement, n'ont pas leur place ici.

PROPOSITION II. Problème

Si les vitesses décroissent selon quelque raison multiple de la croissance des 10 temps ou des longueurs parcourues, déterminer les autres facteurs comme dans la proposition 8.

Quand la vitesse peut d'abord être conçue comme ayant crû selon la même raison, elle décroîtra inversement comme elle avait crû, et il suffit de revenir à la solution et aux tableaux du problème de ladite proposition 15 8. Mais ce qu'il faut faire dans les cas où un tel accroissement de vitesse à partir du repos n'avait pas lieu, nous y avons ouvert la voie en exposant quelques exemples plus difficiles dans notre Appendice sur la résistance du milieu⁹, dont l'effet, comme nous l'avons expliqué alors, se ramène aux 20 mesures de mouvements de ce type. Une fois ces exemples compris, il ne sera pas difficile de venir à bout des autres cas semblables en les examinant attentivement, une fois le chemin ouvert. Mais, à présent, nous n'avons pas le loisir d'approfondir les problèmes particuliers, pour ne pas trop nous éloigner de l'établissement des éléments.

⁸Dans le *Traité de la pesanteur des corps, de leur ressort et de leur dureté*, la troisième supposition concernant la pesanteur est celle de la répugnance naturelle des corps au mouvement (que Leibniz nomme inertie). Leibniz avait lu ce traité en manuscrit à Paris, et il le discute en détail dans sa lettre à Perrault de mai-juin 1676 (A II, 1, 410-418). Sur ce point déjà : « Pour ce qui est de la supposition ... que les corps ont quelque repugnance au mouvement; j'en demeure d'accord de la manière suivante, sçavoir que de deux corps poussez par une même force, celui qui est plus solide ou qui contient plus de matière ira plus lentement. ... Cependant il me semble que l'exemple du trait des balances ne convient pas entièrement à l'idée que je croy qu'on doit avoir de la résistance des corps au mouvement; puisque leur grandeur n'empêche pas le mouvement, mais en diminue seulement la vitesse » (A II, 1, 414).

⁹Cette mention confirme que Leibniz avait bien l'intention de faire suivre le *Traité* de divers appendices. Il s'agit ici du *Schediasma de Resistentia Medii, et Motu projectorum gravium in medio resistente*, paru dans *Acta eruditorum*, 1689, pp. 38-47. Cf. ci-dessous, Pars III, Varia Dynamica, section 1, N. 2.

[Sectio 5. Phorometrica difformium]

Traditio

Bh LH XXXV 11, 18C, ff. 118r-142v

E GM 6, pp. 398-431.

[CAPUT I.] DE QUANTITATE MOTUS
SEU IMPETU

[118r]

Definitio 1

5 QUANTITAS MOTUS seu IMPETUS est factum ex velocitatibus
in quantitatem materiæ seu molem ordinatim ductis.

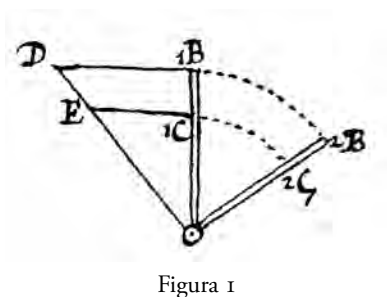


Figura 1

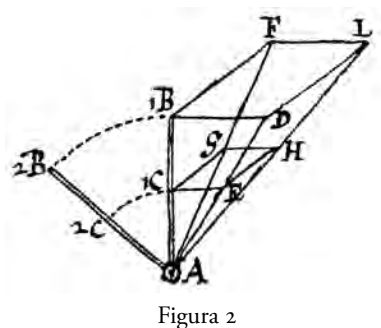


Figura 2

Ut si (figura [1]) in mobili eandem ubique quantitatem materiæ in volumine æquali seu densitatem constantem habente puncti cujusque ut C velocitas sit ut CE , rectæ AB mobile representanti ad angulos rectos applicata, impetus, seu quantitas motus repræsentabitur per figuram $AEDB$, et quidem si ACB sit recta, et velocitates sint ut distantiæ ab A , impetus ipsius AC erit ad impetum ipsius AB , in duplicata ratione mobilium AC , AB , seu ut quadratum AC ad quadratum AB , nempe ut area ACE ad aream

I-2 Sectio ... Caput I. *add. ed.*

Section 5. Phorométrie des mouvements difformes

CHAPITRE I. DE LA QUANTITÉ DU MOUVEMENT OU *IMPETUS*

Définition 1

La QUANTITÉ DE MOUVEMENT ou *impetus* est le produit des vitesses multipliées en ordre par la quantité de matière ou masse.

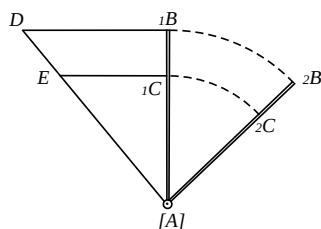


Figure 1

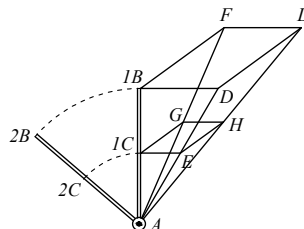


Figure 2

Ainsi si (figure [1]) dans un mobile dont la quantité de matière est la même partout à volume égal, ou dont la densité est constante, la vitesse de chaque point tel C est comme CE , droite appliquée à angle droit sur la droite AB représentant le mobile, l'*impetus* ou la quantité de mouvement sera représenté par la figure $AEDB$. Et donc, si ACB est une droite et si les vitesses sont comme les distances depuis A , l'*impetus* de AC sera à l'*impetus* de AB en raison double des mobiles AC , AB , ou comme le carré de AC au carré de AB , ou encore comme l'aire ACE à l'aire ABD . Que si la densité du mobile est différente dans des parties différentes, la quantité de mouvement totale est obtenue de façon semblable.

Soit (figure [2]) la droite AB mue uniformément autour du centre immobile A , ses points, tels C , B , décrivant les arcs ${}_1C{}_2C$, ${}_1B{}_2B$ proportionnels à la vitesse des points, et supposons qu'en outre le mobile est plus pesant ou

ABD. Quod si mobilis diversa sit densitas in diversis partibus, tota motus quantitas similiter colligetur.

Sit (figura [2] [p. 294]) recta *AB* uniformiter mota circa centrum immotum *A* punctis suis, ut *C*, *B* describens arcus ${}_1C_2C$ ${}_1B_2B$, velocitatibus punctorum proportionales, et ponatur præterea mobile esse gravius seu densius versus *B* in ratione distantiae ab *A*; repræsentabitur tota moles seu quantitas materiae, per triangulum rectangulum *ABF*, cujus basi *BF* parallela seu ordinatim applicata *CG* sit ad basim *BF*, ut densitas in *C* ad densitatem in *B*. Fiat jam aliud triangulum rectangulum ad eandem rectam *A* in alio plano ad prius recto, nempe triangulum *ABD*, ordinatis suis *CE* repræsentans velocitates respondentes, seu ut *CE* sit ad *BD*, ut velocitas ${}_1C_2C$ ad velocitatem ${}_1B_2B$; tunc rectangulum pyramis (quam constituunt [118v] hæc rectangula) ejusque partes repræsentabunt impetum partium lineæ, et ita erit impetus ipsius *AC* ad impetum ipsius *AB*, ut pyramis *ACEHG* ad pyramidem *ABDLF*, adeoque ut cubus ipsius *AC* ad cubum ipsius *AB*. Ex his etiam patet, idem esse impetum quod summam velocitatum, posito elementa molis quibus competunt velocitates esse aqualia inter se. Ex his etiam intelligitur, impetum esse quantitatem motus sed non nisi momentanei, et aptius dici quantitatem conatus; ac proprie loquendo, cum motus tempore indigeat, id potius quantitatem motus fore, quod oritur ex conatuum toto tempore existentium aggregato, et a nobis infra dicitur quantitas translationis. Maluimus tamen recepto significatui morem gerere.

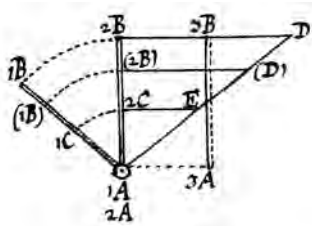


Figura 3

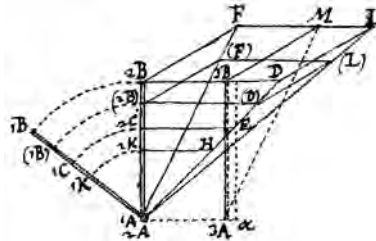


Figura 4

Definitio 2

25 INTENSIO MOTUS seu VIGOR IN MOBILI est velocitas mobilis æquidistribute moti, quod mobili proposito mole et impetu est æquale, seu velocitas quæ ducta in molem dat impetum.

plus dense vers B , en proportion de la distance depuis A ; toute la masse ou quantité de matière sera représentée par le triangle rectangle ABF , dont CG parallèle ou ordonnée à la base BF soit à la base BF comme la densité en C est à la densité en B . Soit alors un autre triangle rectangle sur la même droite AB dans un autre plan orthogonal au premier, par exemple le triangle ABD , 5 représentant par ses ordonnées CE les vitesses correspondantes, c'est-à-dire de façon que CE soit à BD comme la vitesse ${}_1C_2C$ est à la vitesse ${}_1B_2B$; alors le rectangle ECG représentera l'*impetus* du point C , et la pyramide (que constituent ces rectangles) et ses parties représenteront les *impetus* des parties de la ligne. Ainsi, l'*impetus* de AC sera à l'*impetus* de AB comme la 10 pyramide $ACEHG$ à la pyramide $ABDLF$, et donc comme le cube de AC est au cube de AB . Par où l'on voit aussi que l'*impetus* est identique à la somme des vitesses, supposé que les éléments de masse auxquels se rapportent ces vitesses soient égaux entre eux. D'où l'on comprend encore que l'*impetus* est la quantité de mouvement, mais seulement du mouvement instantané, 15 et est mieux appelée *quantité de conatus*; car, à proprement parler, comme le mouvement prend du temps, la quantité de mouvement serait plutôt ce qui provient de l'agrégat des *conatus* répartis sur le temps tout entier, et que nous nommons ci-dessous *quantité de translation*. Nous avons cependant préféré nous en tenir à la signification reçue. 20

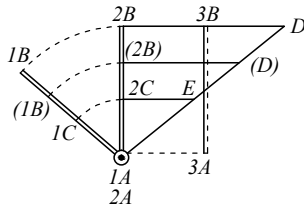


Figure 3

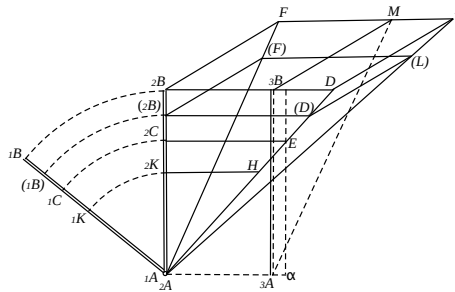


Figure 4

Définition 2

L'INTENSION DU MOUVEMENT, ou la VIGUEUR DANS LE MOBILE, est la vitesse d'un mobile mû de manière équidistribuée, qui est égal en masse et en impetus au mobile proposé, autrement dit c'est la vitesse qui multipliée par la masse donne l'impetus. 25

Ainsi, si (figure [3]) toutes les vitesses ${}_1B_2B$ des points B de la droite AB mue sur un plan autour du centre immobile A et partout également dense,

Ut si (figura [3] [p. 296]) omnes ${}_1B_2B$ celeritates punctorum B rectæ AB
 circa centrum A immotum in plano motæ et ubique æque densæ, repræ-
 sententur rectis BD ordinatim ad angulos rectos ei insistentibus, et sumatur
 recta CE vel ${}_1A_3A$ talis ut rectangulum ${}_3A_1A_2B_3B$ æquetur figuræ ADB ; tunc
 5 celeritas repræsentata per rectam CE , erit velocitas qua motum mobile AB
 motu æquidistributo ${}_2A_2B$ in ${}_3A_3B$, eundem habebit impetum quem ante,
 seu (quod idem est) recta CE repræsentans celeritatem ducta in molem
 seu mobile AB dat rectangulum ${}_2A_3A$ æquale figuræ ADB impetum repræ- [1197]
 sentanti. Idem succedit in mobili AB , inæqualis densitatis; ut si (figura [4]
 10 [p. 296]) ponantur densitates punctorum B crescere in ratione distantiarum
 ab A , adeoque moles mobilis repræsentari per triangulum rectangulum ABF
 et ejusdem mobilis protractio (vel elementum tractus) seu, quod idem
 est, summa velocitatum in volumen ductarum repræsentari per triangulum
 rectangulum ABD , cujus planum sit rectum ad planum prioris; impetum-
 15 que cujuslibet puncti B repræsentari per rectangulum $BDLF$, adeoque im-
 petum mobilis AB per pyramidem ex his rectangulis conflata $ABDLF$; et
 sumatur jam recta CE talis magnitudinis, ut ducta ipsa normaliter in molem
 ABF producat solidum prismaticum seu ubique æque altum ${}_1A_3A_3BMF_2B$,
 cujus basis sit moles ABF , altitudo sit celeritas CE ; sitque solidum hoc pri-
 20 smaticum pyramidi æquale, adeoque recta AB motu æquidistributo ${}_2B_3A$
 celeritate ut CE seu ${}_1A_3A$ incedens eundem impetum habeat, quam ante
 cum motu circulari moveretur; his positis celeritas CE erit intensio motus
 seu vigor: quæ etiam erit media arithmetica inter omnes velocitates moli
 ordinatim applicatas, seu inter omnes rectas ex pyramidis hedra ADL in
 25 hedram ABF (quæ molem repræsentat) normaliter incidentes. Suo autem
 loco patebit velocitatem CE , quæ intensionem motus seu vigorem mobi-
 lis exhibet, seu quæ ducta in molem dat impetum, esse ipsam velocitatem
 centri gravitatis, quando omnia mobilis puncta in eosdem partes tendunt,
 vel saltem (etsi non tendant in easdem partes) quatenus motus eorum qui-
 30 cunque compositus intelligi potest ex motu in parallelis ad easdem partes, [1199]
 eatenus velocitas hujus motus paralleli conspirantis per velocitatem centri
 gravitatis similiter parallelam et conspirantem exprimetur.

sont représentées par les droites BD ordonnées sur ces points à angles droits, et qu'on prenne la droite CE ou ${}_1A_3A$ telle que le rectangle ${}_3A_1A_2B_3B$ soit égal à la figure ADB ; alors la rapidité représentée par la droite CE sera la vitesse par laquelle le mobile AB mu d'un mouvement équidistribué de ${}_2A_2B$ à ${}_3A_3B$ aura le même *impetus* que précédemment, ou (ce qui revient 5 au même) la droite CE représentant la rapidité, multipliée par la masse ou par le mobile AB , donne le rectangle ${}_2A_3A$ égal à la figure ADB représentant l'*impetus*. On aboutit au même résultat pour un mobile AB de densité inégale. Ainsi, supposons (figure [4] [p. 297]) que les densités des points B croissent en raison des distances depuis A , de sorte que la masse du mobile 10 soit représentée par le triangle rectangle ABF , et que la protraction (ou élément du trajet) du même mobile, ou (ce qui revient au même) la somme des vitesses multipliées par le volume, soit représentée par le rectangle ABD , dont le plan soit perpendiculaire au plan précédent. Supposons encore que l'*impetus* d'un point quelconque B est représenté par le rectangle $BDLF$, 15 et donc l'*impetus* du mobile AB par la pyramide $ABDLF$ formée de ces rectangles. Prenons alors une droite CE de grandeur telle que, appliquée perpendiculairement sur la masse ABF elle produise le solide prismatique, ou partout de même hauteur, ${}_1A_3A_3BMF_2B$, dont la base soit la masse ABF , et la hauteur la vitesse CE . Et que ce solide prismatique soit égal à la py- 20 ramide, de sorte que la droite AB avançant d'un mouvement équidistribué ${}_2B_3A$ avec une vitesse comme CE ou ${}_1A_3A$ ait le même *impetus* qu'auparavant lorsqu'elle était animée d'un mouvement circulaire. Tout cela supposé, la vitesse CE sera l'intension du mouvement ou sa vigueur : laquelle sera aussi la moyenne arithmétique entre toutes les vitesses multipliées en ordre 25 par la masse, ou entre toutes les droites tombant perpendiculairement de la face ADL de la pyramide sur la face ABF (qui représente la masse). Or, il apparaîtra en son lieu¹⁰ que la vitesse CE , qui fait voir l'intension du mouvement ou la vigueur du mobile, ou qui multipliée par le mobile donne l'*impetus*, est précisément la vitesse du centre de gravité, quand tous les 30 points du mobile tendent des mêmes côtés, ou du moins (même s'ils ne tendent par du même côté) dans la mesure où le mouvement de chacun de ces points peut être conçu comme composé à partir d'un mouvement sur des parallèles vers les mêmes côtés, la vitesse de ce mouvement parallèle conspirant sera exprimée par la vitesse semblablement parallèle et conspi- 35 rante du centre de gravité.

¹⁰Cf. *infra* Pars II, Sectio II, cap. 2, prop. 15.

Propositio 1

Si nullum sit discrimen densitatis in materiis, coincidit impetus mobilis et ejusdem protractio seu elementum tractus.

- 5 Nam mobilia seu moles iisdem existentibus densitatibus sunt ut volumina (per propositionem 1 capitis de quantitate materiæ). Jam impetus est factum ex velocitatibus in molem ordinatim ductis (per definitionem 1 hic) et protractio est factum ex velocitatibus in volumen ordinatim ductis (per definitionem 2 capitis de velocitate in universum). Coincidunt ergo.
- 10 Inspicienti figuras præcedentes definitionum 1 et 2 patet si nulla habeatur ratio densitatis, nullave ejus sit diversitas in mobilibus ut AB , evanescere triangulum molis ABF , et molem exhiberi per ipsam rectam AB ; evanescere etiam solida ut pyramides pro impetu rectæ exhibendo excogitata et impetum exhiberi per sola triangula $AB[D]$. Et vero, cum in naturæ interioribus
- 15 revera nulla sit materiæ dissimilaritas (ut ego quidem arbitror) consequens est in natura coincidere quæ dicimus, etsi a nobis notiones phænomenis, et sensui accomodantibus plus materiæ in gravioribus seu densioribus esse, per aversionem quandam, compendiosæ ratiocinationis causa, hic admittatur.

Propositio 2

- 20 Si nullum sit discrimen densitatis in materiis, coincidunt intensio motus in mobili seu vigor, et ipsa mobilis [120r] velocitas.

Nam vigor est ut quotiens factus divisione impetus per molem (per definitionem 2 hic) et velocitas est ut quotiens factus divisione protractionis

25 per volumen (per definitionem 2 cap. de velocitate in universum). Et si nullum sit discrimen in densitatibus, moles repræsentantur per volumina (per propositionem 1 cap. de quantitate materiæ) et coincidunt impetus et protractiones (per propositionem 1 hic); coincidunt ergo vigor et velocitas.

Nimirum inspiciendo figuras definitionum 1 et 2 manifestum est, si eadem

30 ubique in mobilibus sit densitas, ipsam CE , seu ${}_1A_2A$ vigorem, nihil aliud esse quam velocitatem mobilis, quia ducta in rectam AB dat protractionem seu impetum rectæ hujus. Sed si recta densitate differat, aut alioquin densitatum ratio habeatur, recta adhibenda est non HK , qua ducta in volumen AB exhibeat planum protractionis ABD , seu rectangulum $BA\alpha$ huic

35 triangulo æquale, sed CE , quæ ducta in molem ABF exhibeat solidum impetus, seu in exemplis supradiçtis solidum prismaticum pyramidi æquale. Et posito omnia puncta mobilis in easdem partes ferri, tam vigor quam ve-

Proposition 1

S'il n'y a aucune différence de densité dans les matières, l'impetus du mobile coïncide avec sa protraction ou élément de son trajet.

En effet, les mobiles ou les masses, s'il y a les mêmes densités, sont comme les volumes (par la proposition 1 du chapitre sur la quantité de 5 matière). Or l'*impetus* est le produit des vitesses multipliées en ordre par la masse, et la protraction résulte des vitesses produites par ordre sur le volume (par la définition 2 du chapitre sur la vitesse en général). Donc ils coïncident.

A l'inspection des figures précédentes des définitions 1 et 2, on voit que 10 si on ne tient pas compte de la densité, ou s'il n'y en a aucune variation dans les mobiles comme AB , le triangle ABF de la masse s'évanouit, et la masse est représentée par la droite AB elle-même; s'évanouissent aussi les solides tels que les pyramides imaginées pour représenter l'*impetus* de la droite, et l'*impetus* est représenté par les seuls triangles $AB[D]$. Et certes, puisque dans 15 le fond de la nature il n'y a véritablement aucune hétérogénéité de matière (du moins est-ce ainsi que j'en juge), il en résulte que dans la nature les deux cas mentionnés coïncident, même s'il est ici admis par nous, qui adaptons les notions aux phénomènes et à nos sens, qu'il y a plus de matière dans les corps plus lourds et plus denses, et ce par une sorte d'omission pour abréger 20 le raisonnement.

Proposition 2

S'il n'y a aucune différence de densité dans les matières, l'intension du mouvement ou vigueur dans le mobile et la vitesse même du mobile coïncident.

En effet, la vigueur est comme le quotient résultant de la division de 25 l'*impetus* par la masse (par la définition 2), et la vitesse est comme le quotient résultant de la division de la protraction par le volume (par la définition 2 du chapitre sur la vitesse en général). Et s'il n'y a aucune différence dans les densités, les masses sont représentées par les volumes (par la proposition 1 du chapitre sur la quantité de matière), et les *impetus* et les pro- 30 tractions coïncident (par la proposition 1 de ce chapitre); donc la vigueur et la vitesse coïncident.

De fait, à l'inspection des figures des définitions 1 et 2, il est manifeste que si la densité est partout la même dans les mobiles, la droite CE ou la 10 vigueur ${}_1A_2A$ n'est rien d'autre que la vitesse du mobile, puisque, multipliée par la droite AB , elle donne la protraction ou l'*impetus* de cette droite. 35 Mais si la droite varie de densité, ou si l'on tient compte autrement de la

locitas mobilis exhiberi potest per velocitatem centri gravitatis secundum cautionem dictam ad defin. 2. Velocitas scilicet mobilis est eadem quæ velocitas centri gravitatis ipsius voluminis, ut in recta AB velocitas puncti medii K nempe ${}_1K_2K$; si vero densitas rectæ variet, quærendum est centrum gravitatis ipsius molis, quod in recta AB , densitate versus B crescente, proportionem distantiae ab A , est vicinior ipsi B ; ita ut BC sit triens rectæ AB , et hujus velocitas erit mobilis vigor seu motus intensio, ductaque in molem dabit impetum. [120v]

Propositio 3

10 Impetus sunt in ratione composita mobilium et intensionum motus.

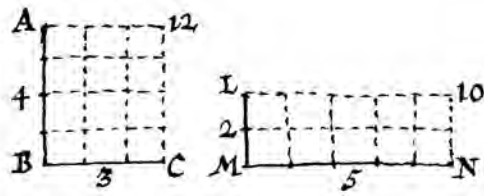


Figura 5

Sint (figura [5]) mobilia AB_4 , et LM_2 ; et intensiones motuum BC_3 et MN_5 ; impetus ABC_12 , LMN_10 sunt ut facta ex AB in BC , et ex LM in MN (per definitionem 2 hic), ergo in ratione composita AB ad LM_4 ad 2, et BC ad MN_3 ad 5 (ex elementis).

Propositio 4

Impetus sunt in ratione composita voluminum, densitatum et intensionum motus.

Nam impetus sunt in ratione composita mobilium et intensionum motus (per propositionem 3 hic) et mobilia seu moles sunt in ratione composita voluminum et densitatum (per propositionem 3 capitis de quantitate materiæ), unde habetur propositum.

Inspiciatur figura definitionis 2; patet mobilis rectæ AB circa suum extremum A immotum motæ volumen exhiberi per longitudinem rectæ AB , densitatem per BN dimidiam ipsius ${}_2BF$; molem seu quantitatem materiæ per triangulum ABF seu per rectangulum ex volumine in densitatem

densité, la droite à employer n'est pas HK , qui multipliée par le volume AB représente le plan de la protraction ABD , c'est-à-dire le rectangle $BA\alpha$ égal à ce triangle, mais CE , qui multipliée par la masse ABF représente le solide de l'*impetus*, c'est-à-dire dans les exemples précédents le solide prismatique égal à la pyramide. Et, supposé que tous les points du mobile soient 5 transportés des mêmes côtés, aussi bien la vigueur que la vitesse du mobile peuvent être représentées par la vitesse du centre de gravité, suivant l'avertissement donné à la définition 2. Ainsi la vitesse du mobile est-elle la même que la vitesse du centre de gravité de son volume, comme sur la droite AB , la vitesse de son point médian K , à savoir $\frac{1}{2}K_2K$; mais si la densité de la droite 10 varie, il faut chercher le centre de gravité de la masse, lequel dans la droite AB croissant en densité vers B proportionnellement à la distance depuis A , est plus voisin de B , de telle manière que BC soit le tiers de la droite AB ; la vitesse de ce point sera la vigueur du mobile ou l'intension du mouvement, et multipliée par la masse elle donnera l'*impetus*. 15

Proposition 3

Les impetus sont en raison composée des mobiles et des intensions du mouvement.

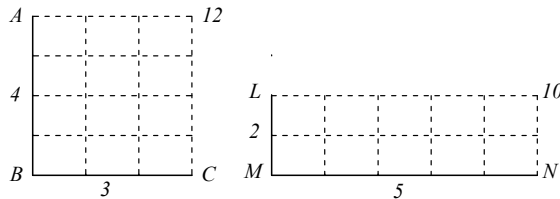


Figure 5

Soient (figure [5]) les mobiles AB , 4 et LM , 2; et soient les intensions des mouvements BC , 3 et MN , 5; les *impetus* ABC , 12 et LMN , 10, sont 20 comme les produits de AB par BC et de LM par MN (par la définition 2 de ce chapitre), donc en raison composée de celles de AB à LM (de 4 à 2), et de BC à MN (de 3 à 5) (d'après les *Éléments*).

Proposition 4

Les impetus sont en raison composée des volumes, des densités et des intensions du mouvement. 25

En effet les *impetus* sont en raison composée des mobiles et des intensions du mouvement (par la proposition 3 de ce chapitre), et les mobiles

ABN ; vigorem seu intensionem motus per rectam CE seu ${}_1A_3A$, impetum per pyramidem $ABDLF$ seu per solidum prismaticum nempe ${}_1A_3A_3BMF_2B$ sub mole ABF et vigore CE vel ${}_1A_3A$ contentum; unde impetus per præcedentem sunt in ratione composita mobilium seu molium, et vigorum seu
 5 intensionum motus, seu denique impetum repræsentari per rectangulum solidum $N_2B_1A_3A$ sub tribus rectis angulum rectum facientibus volumine AB , densitate BN , et vigore ${}_1A_3A$ contentum. [121r]

Propositio 5

Si densitates sint æquales, impetus seu quantitates motuum sunt in ratione composita voluminum seu extensionum mobilis et velocitatum ejusdem mobilis.

Nam si densitates sint æquales, impetus sunt in ratione composita voluminum et intensionum motus (per propositionem 4 hic); et si densitates sint æquales, intensiones motus sunt ut velocitates mobilis (per propositionem 2 hic). Ergo impetus sunt in ratione composita voluminum et
 15 velocitatum.

Hæc propositio jam recepta est apud alios, qui impetum seu quantitatem motus magnitudine mobilis et velocitate æstimant, etsi eam solummodo de motu æquidistributo accipere soleant, non assueti velocitatem quandam certam mobili assignare, cujus puncta diversis velocitatibus moventur, quod nos facere, et propositiones vulgo de motu tantum æquidistributo intellectas, generaliores reddere operæ pretium duximus.

Itaque generaliter, si mobile cujus magnitudo repræsentatur (figura [6]) recta AB , feratur velocitate repræsentata per rectam ${}_1A_2A$, vel ${}_1B_2B$, tunc
 25 impetus seu quantitas motus (momentanei) seu summa velocitatum æstimatur per rectangulum ${}_1A_2B$; rectangula autem sunt in ratione composita laterum; itaque impetus ${}_1A_2B$ (6) est ad impetum ${}_1L_2M$ (20) in ratione mobilium AB (3) ad LM (4) et velocitatum ${}_1B_2B$ (2) ad ${}_1M_2M$ (5); et si magnitudo mobilis seu volumen sit 3, velocitas graduum 2, impetus erit graduum
 30 6; si volumen 4, velocitas 5, erit impetus 20. Sed si mobile non sit ejusdem ubique densitatis, non velocitas mobilis, quæ magnitudine spatii intra datum tempus uniformiter percurrendi æstimatur, sed intensio motus, seu ea velocitas mobilis æquidistribute moti adhibenda est, qua in molem scilicet mobilis ducta idem prodiret, quod ex facto velocitatibus in punctorum singulorum densitates ordinatim ductis. Nam in velocitate et spatio percurso,
 35 voluminis tantum spatio continue applicati ratio habetur, densitas vero in considerationem non venit.

ou les masses sont en raison composée des volumes et des densités (par la proposition 3 du chapitre sur la quantité de matière), d'où résulte la proposition.

Qu'on examine la figure de la définition 2 ; il est clair que le volume de la droite mobile AB mue autour de son extrémité A immobile est représenté par la longueur de la droite AB , et sa densité par BN , moitié de ${}_2BF$; sa masse ou quantité de matière par le triangle ABF ou par le rectangle résultant du produit de la densité par le volume, ABN ; la vigueur ou intension du mouvement par la droite CE ou ${}_1A_3A$, l'*impetus* par la pyramide $ABDLF$ ou par le solide prismatique, à savoir ${}_1A_3A_3BMF_2B$, contenu sous la masse ABF et la vigueur CE ou ${}_1A_3A$; d'où vient que les *impetus*, d'après la proposition précédente, sont en raison composée des mobiles ou masses, et des vigueurs ou intensions du mouvement, ou enfin que l'*impetus* est représenté par le rectangle solide $N_2B_1A_3A$ contenu sous les trois droites perpendiculaires entre elles : le volume AB , la densité BN et la vigueur ${}_1A_3A$.

Proposition 5

Si les densités sont égales, les impetus ou les quantités de mouvement sont en raison composée des volumes ou extensions du mobile et des vitesses du même mobile.

En effet, si les densités sont égales, les *impetus* sont en raison composée des volumes et des intensions du mouvement (par la proposition 4) ; et si les densités sont égales, les intensions du mouvement sont comme les vitesses du mobile (par la proposition 2). Donc les *impetus* sont en raison composée des volumes et des vitesses.

Cette proposition est déjà admise chez d'autres, qui estiment l'*impetus* ou la quantité de mouvement par la grandeur du mobile et la vitesse, même si d'ordinaire ils ne l'acceptent que pour le mouvement équidistribué, n'étant pas accoutumés à assigner une vitesse déterminée à un mobile dont les points se meuvent avec des vitesses différentes, ce que pour notre part nous avons regardé comme valant la peine de le faire et de rendre plus générales les propositions ordinairement conçues seulement pour le mouvement équidistribué.

C'est pourquoi, de façon générale, si un mobile dont la grandeur est représentée par la droite AB (figure [6] [p. 306]) est transporté à une vitesse représentée par la droite ${}_1A_2A$ ou ${}_1B_2B$, alors l'*impetus* ou la quantité de mouvement (instantané), ou bien la somme des vitesses, s'estiment par le rectangle ${}_1A_2B$; or les rectangles sont en raison composée des côtés ; c'est

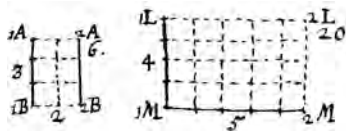


Figura 6

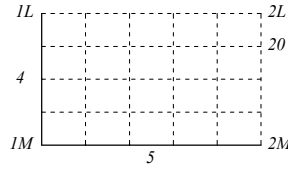
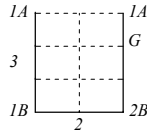


Figure 6

Sint duo globi æquales unus ferreus, alter ex duobus hemisphæriis ferreo et plumbeo compositus. Hi si æqualia spatia eodem tempore uniformiter suis centris percurrant, hæc duo corpora magnitudine æqualia eadem velocitate moveri dicentur. Sed non erit idem eorum impetus; neque etiam
 5 vigor; etsi enim magnitudine dimensionis seu volumine, non tamen mole seu pondere æquantur.

Quod ut appareat clarius, rem ad figuram revocemus. Ut si (figura [7] [p. 308]) globus $A\sigma\sigma$ ferreus moveatur circa punctum immotum B , centro suo A describens arcum circuli $1A_2A$, et eodem tempore æquali velocitate circa punctum M moveatur globus diametro priori æqualis $L\sigma^h$, qui
 10 circulo maximo ad LM normali dividatur in duo hemisphæria, ferreum remotius a B , plumbeum proprius, describatque centro suo L arcum circuli priori æqualem $1L_2L$, manifestum est æqualia esse spatia percursum, seu tractus ut velocitates; sunt enim spatia percursum (ob voluminum æqualitatem) [122r]
 15 in ratione longitudinum percursarum, seu linearum $1A_2A$, $1L_2L$, percursarum a centris gravitatis voluminum, id est, centris sphærarum. Sed secus est de impetibus et vigoribus; nam hæmisphærium plumbeum majorem impetum habet majoremque vigorem, quam ferreum. Nempe quæratum centrum gravitatis globi L , quod cadet infra L in N , quia plumbum gravius ferro.
 20 Centrum (inquam) gravitatis, non voluminis, sed molis mobilis. Itaque ut velocitas mobilis L repræsentatur per $1L_2L$ longitudinem percursam a centro voluminis L , quæ est ipsa longitudo a mobili percursam; et tractus mobilis seu spatium percursum est in ratione composita, longitudinis percursæ (seu hoc loco ob motum uniformem velocitatis) et voluminis seu magnitudinis sphæræ; seu ut factum ex multiplicatione longitudinis lineæ $1L_2L$ per magnitudinem sphæræ $L\sigma^h$; ita intensio motus seu vigor hujus sphæræ repræsentatur per $1N_2N$ longitudinem percursam ab N centro gravitatis ipsius mobilis seu molis sive ponderis sphæræ, quæ est id quod infra definiemus longitudinem translationis; et effectus formalis ipsius
 25 motus seu translationis quantitas (quam infra definiemus)
 30

pourquoi l'*impetus* ${}_1A_2B$ (6) est à l'*impetus* ${}_1L_2M$ (20) en raison des mobiles AB (3) à LM (4) et des vitesses ${}_1B_2B$ (2) à ${}_1M_2M$ (5); et si la grandeur du mobile ou son volume est 3, sa vitesse de 2 degrés, son *impetus* sera de 6 degrés; si le volume est 4, la vitesse 5, l'*impetus* sera 20. Mais s'il n'y a pas partout dans le mobile la même densité, il ne faut pas appliquer la vitesse du mobile, qui est mesurée par la grandeur de l'espace à parcourir uniformément pendant un temps donné, mais l'intension du mouvement, c'est-à-dire la vitesse du mobile mû de manière équidistribuée, laquelle multipliée par la masse donnerait le même résultat que par le produit résultant des vitesses multipliées en ordre par les densités de chaque point. Car dans la vitesse et l'espace parcouru, on tient compte seulement du volume appliqué continûment à l'espace, mais la densité n'entre pas en considération.

Soient deux globes égaux, l'un en fer, l'autre composé de deux hémisphères en fer et en plomb. Si, par leurs centres, ils parcourent uniformément des espaces égaux en un même temps, ces deux corps égaux en grandeur seront dits se mouvoir à la même vitesse. Mais leur *impetus* ne sera pas le même, ni non plus leur vigueur, car même s'ils sont égaux par la grandeur de leur dimension ou par leur volume, ils ne le sont pas par leur masse ou leur poids.

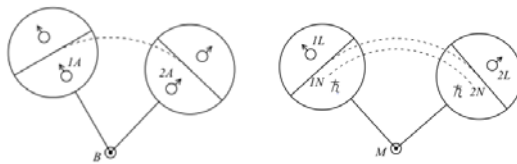


Figura 7

Pour que cela apparaisse plus clairement, ramenons la chose à une figure. Si (figure [7]) le globe A en fer se meut autour du point immobile B , décrivant par son centre A l'arc de cercle ${}_1A_2A$, et si dans le même temps et avec une vitesse égale un globe $L\hat{O}h$ de diamètre égal au premier se meut autour du point M , globe divisé en deux hémisphères par le grand cercle perpendiculaire à LM , le plus éloigné de B étant en fer, et le plus proche en plomb; et s'il décrit par son centre L un arc de cercle égal au précédent ${}_1L_2L$; alors il est manifeste que les espaces parcourus sont égaux, ou que les trajets sont comme les vitesses; en effet, les espaces parcourus (du fait de l'égalité des volumes) sont en raison des longueurs parcourues ou des lignes ${}_1A_2A$ et ${}_1L_2L$ parcourues par les centres de gravité des volumes, c'est-

est factum ex longitudine translationis seu (hoc loco ob motum uniformem) vigore seu motus intensione ducta in molem seu in pondus sphæræ; seu est in longitudinis quam habet translatio et ipsius ponderis translati, ratione composita. Unde impetus globi A est ad impetum globi L , ut pondus globi A (ferrei) multiplicatum per vigorem ${}_1A_2A$ est ad pondus globi L (semiferrei et semiplumbei) multiplicatum per vigorem ${}_1N_2N$; et quidem si contingat tanto maiorem esse vigorem globi ferrei, quanto majus [122v] est pondus semiplumbei, erit impetus utrobique æqualis. Nam ex propositione 3 sequitur, impetibus existentibus æqualibus, vigores fore reciproce
 10 ut mobilia; quod peculiari propositione enunciare nihil necesse est.

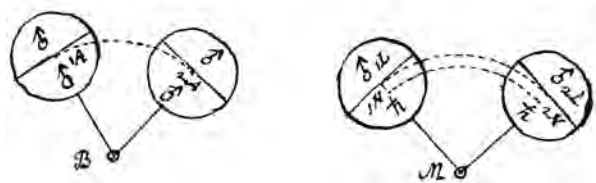


Figura 7

à-dire par les centres des sphères. Mais il en va autrement des *impetus* et des vigueurs; en effet l'hémisphère de plomb a un plus grand *impetus* et une plus grande vigueur que celui de fer. Qu'on cherche donc le centre de gravité du globe L , qui tombe en-dessous de L , en N , puisque le plomb est plus lourd que le fer. Le centre de gravité, dis-je, et non le centre du 5 volume, mais celui de la masse du mobile. C'est pourquoi, tout comme la vitesse du mobile L est représentée par la longueur ${}_1L_2L$, parcourue par le centre L du volume, qui est précisément la longueur parcourue par le mobile, et que le trajet du mobile ou l'espace parcouru est en raison composée de la longueur parcourue (c'est-à-dire, en ce cas, de la vitesse, du fait 10 du mouvement uniforme), et du volume ou de la grandeur de la sphère $L\sigma h$; de même l'intension du mouvement ou la vigueur de cette sphère est représentée par ${}_1N_2N$, longueur parcourue par le centre de gravité N de ce mobile, ou centre de la masse ou du poids de la sphère, longueur qui est ce que nous définirons plus bas comme la longueur de translation; et 15 l'effet formel de ce mouvement, ou la quantité de translation (que nous définirons plus bas) est le produit de la longueur de translation, ou (du fait ici du mouvement uniforme) de la vigueur ou intension du mouvement, multipliée par la masse ou le poids de la sphère; ou encore il est en raison 20 composée de la longueur de la translation et du poids transporté. D'où l'on voit que l'*impetus* du globe A est à l'*impetus* du globe L comme le poids du globe A (en fer) multiplié par la vigueur ${}_1A_2A$ est au poids du globe L (moitié en fer, moitié en plomb) multiplié par la vigueur ${}_1N_2N$. Et certes, s'il se trouve que la vigueur du globe de fer est d'autant plus grande que le poids du globe à moitié en plomb est plus grand, l'*impetus* sera égal de 25 part et d'autre. Car il suit de la proposition 3, que les *impetus* étant égaux, les vigueurs sont réciproquement comme les mobiles, ce qu'il n'est en rien nécessaire d'énoncer par une proposition particulière.

CAPUT 2. DE TRANSLATIONE SEU EFFECTU MOTUS FORMALI

[125r]

Definitio 1

TRANSLATIONIS seu EFFECTUS FORMALIS A MOTU QUANTITAS est,
5 cujus mensura est percursio certæ longitudinis facta a mobili æquidistribute moto certæ molis, seu est factum ex longitudinibus percursis in molem ordinatim ductis.

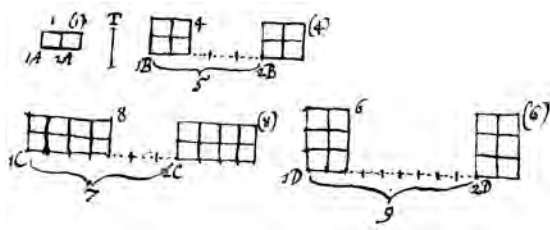


Figura 8

Sit (figura [8]) corpus simile unius pedis cubici A_1 , motu æquidistributo motum et tempore T percurrens longitudinem 1, seu ${}_1A_2A$ unius pedis,
10 qui casus sit mensura. Sint jam tria alia corpora ipsi A consimiliaria B_4 , C_8 , D_6 pedum cubicorum quatuor, octo, sex, quæ motu æquidistributo percurrent B_4 , C_8 , D_6 longitudes pedum ${}_1B_2B$, 5; ${}_1C_2C$, 7; ${}_1D_2D$, 9. Et in B_4 ,
cujus longitudo percursa est 5, quantitas translationis seu effectus formalis a motu est 20; in C_8 , cujus longitudo percursa est 7, quantitas translationis
15 est 56; in D_6 , cujus longitudo percursa est 5, quantitas translationis est 54.

Nimirum, ut distinctius exponamus, in B_4 , cujus longitudo percursa 5, ideo quantitas translationis seu effectus formalis a motu est 20, quoniam vigesies repetitur casus assumptus pro mensura seu hypothesis corporis unius pedis cubici aequidistribute percurrentis longitudinem unius pedis, cum B
20 quater in se contineat congruens ipsi A , et unumquodque ex istis contentis quinquies percurrat unum pedem, unde vigesies habetur congruens ipsi A percurrens longitudinem congruentem ei quam percurrat A . Ita ut quoad ea quæ nunc in considerationem veniunt, nullum occurrat discrimen. Quod si

CHAPITRE 2. DE LA TRANSLATION OU EFFET FORMEL DU MOUVEMENT

Définition 1

La QUANTITÉ DE TRANSLATION OU L'EFFET FORMEL DU MOUVEMENT EST LA QUANTITÉ dont la mesure est le parcours d'une longueur déterminée 5 accompli par le mouvement d'un mobile d'une certaine masse mû de manière équidistribuée, autrement dit c'est le produit des longueurs parcourues multipliées en ordre par la masse.

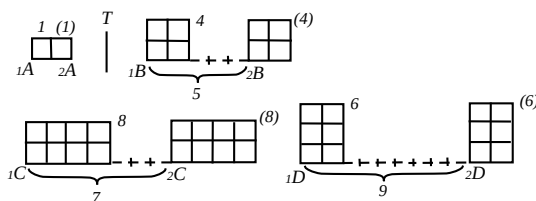


Figure 8

Soit (figure [8]) un corps homogène A_1 , d'un pied cube, mû d'un mouvement équidistribué et parcourant dans le temps T la longueur 1, ou $1A_2A$ 10 d'un pied, et que ce cas soit l'unité de mesure. Soient alors trois autres corps pareillement homogènes à $A : B, 4, C, 8, D, 6$, de quatre, huit et six pieds cubes, qui parcourent d'un mouvement équidistribué, respectivement les longueurs $1B_2B$ de cinq pieds, $1C_2C$ de sept pieds et $1D_2D$ de neuf pieds. Alors, en $B, 4$, dont la longueur parcourue est 5, la quantité de translation 15 ou l'effet formel du mouvement est 20; en $C, 8$, dont la longueur parcourue est 7, la quantité de translation est 56; en $D, 6$, dont la longueur parcourue est 9, la quantité de translation est 54.

De fait, pour exposer la chose plus distinctement, dans $B, 4$, dont la longueur parcourue est 5, la quantité de translation ou l'effet formel du 20 mouvement est 20, précisément parce que y est répété vingt fois le cas pris pour unité de mesure, à savoir l'hypothèse d'un corps d'un pied cube parcourant d'un mouvement équidistribué une longueur d'un pied, puisque B contient en lui quatre fois un congruent à A , et chacun de ces compo-

corpora non essent consimilaria, tunc id quod est duplo densius vel duplo
 gravius altero, censetur intra idem volumen duplo plus materiæ similis [125r]
 continere, et ita longitudinem a quaque parte simili æquidistribute per-
 cursam ducendo in materiæ quantitatem seu molem, et summam ineundo
 5 (quod appello factum ex longitudinibus in moles ordinatim
 ductis), habebimus quantitatem translationis. Et ideo translationem seu
 effectum formalem motus subinde voco spatium percursum exal-
 tatum, dum scilicet longitudes non in volumen (ut in simplici spatio
 percurso), sed in molem resultantem ex volumine et densitate ducuntur.
 10 Nec minus procedit æstimatio, si mobile non moveatur æquidistribute, sed
 componatur ex partibus, quæ varias simul longitudes percurrunt, ut si C
 et D unum compositum constituent; resolutum enim toto non æquidistri-
 bute moto (ut est C et D simul) in partes quarum quælibet æquidistribute
 movetur (C , D), uniuscujusque singulatim æstimanda translatio est, atque
 15 ineunda deinde summa. Et aliquando intelligendum est continuari resolu-
 tionem in infinitum, quando nulla pars assignari potest, in cuius partibus
 non rursus occurrat diversitas translationis, ut fit cum corpus gyratur circa
 axem, nihilominus tamen accedit æstimatio ad eum modum, quo Geome-
 træ lineam curvam comparare possunt cum recta, etsi nunquam resolvendo
 20 curvam perveniat ad partes rectæ congruentes. Adjungantur quæ præve-
 niendo diximus capite de Impetu, maxime ad propositionem 5. Transla-
 tionem autem hæcenus explicata voco motus effectum formalem, quia hic
 effectus intelligitur ex hoc solo quod mobile movetur, etiamsi nulla alia
 impedimenta ab ipso superanda considerentur.

25

Definitio 2

LONGITUDO TRANSLATIONIS seu LONGITUDO PERCURSA EXALTATA
 est longitudo motus æquidistributi, cuius translatio (seu [126r]
 effectus formalis) propositæ translationi æqualis molis sit
 æqualis, seu longitudo quæ ducta in molem mobilis idem
 30 producit quod translatio proposita.

Nimirum cum corpus verbi gratia compositum (figura[9]) ex E , 8 et F ,
 6 non moveatur motu æquidistributo, sed partes ejus diversas habent lon-
 gitudes, ut E , 8 longitudinem ${}_1E_2E$, 9; et F , 6 longitudinem ${}_1F_2F$, 16;
 poterit quæri longitudo quædam media quæ sit 12, exprimens longitudi-
 35 nem translationis totius compositi. Sumatur enim G , 14 æquale ipsi E , 8
 et F , 6 simul, motu æquidistributo longitudinis ${}_1G_2G$, 12, motum, eadem

20 curvam *add.* A

sants parcourt cinq fois un pied, d'où résulte vingt fois un congruent à A parcourant une longueur congruente à celle que parcourt A , de sorte que, relativement à ce qui vient maintenant en considération, il n'y a aucune différence. Mais si les corps n'étaient pas pareillement homogènes, alors on regarderait celui qui est deux fois plus dense ou deux fois plus lourd comme 5 contenant dans le même volume deux fois plus de matière homogène, et ainsi, en multipliant la longueur parcourue de manière équidistribuée par chaque partie homogène avec la quantité de matière ou la masse, et en effectuant la somme (ce que j'appelle *le produit des longueurs multipliées en ordre par la masse*), on aura la quantité de translation. Et c'est pourquoi j'appelle quelquefois *la quantité de translation ou l'effet formel espace parcouru exhaussé*, dans la mesure où les longueurs ne sont pas multipliées le volume (comme dans l'espace parcouru simple), mais par la masse, résultant du volume et de la densité. Et la mesure ne réussit pas moins si le mobile ne se meut pas de manière équidistribuée, mais est composé de parties qui par- 15 courent simultanément des longueurs diverses, comme si C et D formaient un seul composé; en effet, en décomposant le tout qui ne se meut pas de manière équidistribuée (comme C et D pris ensemble) en parties, dont chacune se meut de manière équidistribuée (C , D), la translation de chacune d'elles doit être mesurée séparément, puis on doit effectuer la somme. Et il faut parfois concevoir que la résolution se poursuit à l'infini, quand aucune 20 partie ne peut être assignée dans les parties de laquelle ne se présente pas de nouveau une diversité de translation, comme il arrive quand un corps se meut autour d'un axe, et toutefois la mesure n'en aboutit pas moins, à la manière dont les géomètres peuvent comparer une ligne courbe avec une 25 ligne droite, bien que jamais, en décomposant la courbe, on n'aboutisse à des parties droites congruentes. Qu'on ajoute ce qui a été dit par anticipation dans le chapitre sur l'*impetus*, surtout dans la proposition 5. Par ailleurs, j'appelle la translation expliquée jusqu'ici effet formel du mouvement, puisque cet effet se conçoit de cela seul que le mobile se meut, même 30 si aucun des obstacles qu'il a à surmonter n'est pris en considération.

Définition 2

La LONGUEUR DE TRANSLATION OU LONGUEUR PARCOURUE EXHAUSSÉE est la longueur du mouvement équidistribué, dont la translation (ou effet formel) soit égale à la translation proposée d'une masse égale, autrement dit la 35 longueur qui, multipliée par la masse du mobile, donne le même résultat que la translation proposée.

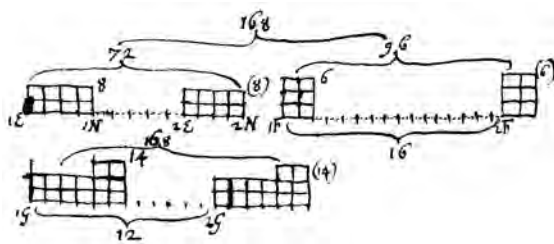


Figura 9

prodibit quantitas translationis. Nam translatio ipsius E , 8 per longitudinem 9 est 72, ipsius F , 6; per longitudinem 16 est 96; summa translationum est 168. At translatio ipsius G , 14; per longitudinem 12 est etiam 168.

Memorable autem est, si omnia mobilis perturbate licet moti puncta
 5 tendant in easdem semper partes, viam centri gravitatis esse illam ipsam, quam hic definivimus longitudinem translationis, quod suo loco demonstravimus, nunc in hoc ipso exemplo ostendamus. Sit ipsorum ${}_1E$ et ${}_1F$ centrum gravitatis commune ${}_1K$; et ipsorum ${}_2E$ et ${}_2F$ centrum gravitatis commune ${}_2K$, dico ${}_1K{}_2K$ viam centri gravitatis esse etiam 12. Nam in
 10 rectam ${}_1E{}_2E{}_1F{}_2F$ (hæc enim puncta ponamus jacere in directum) et ${}_1K{}_2K$ demittantur normales ${}_1L{}_2L$, et ${}_2N{}_1F$ distantia inter mobile ${}_2E{}_2N$ et mobile ${}_1F$ in recta dicta sit 1; reperietur ${}_1E{}_1L$ esse $7 + \frac{4}{7}$, et ${}_2E{}_2L$ esse $10\frac{4}{7}$. Jam ${}_1E{}_2E$ est 9; et patet esse ${}_1K{}_2K$ æqual. ${}_2L{}_2E + {}_2E{}_1E - {}_1E{}_1L$. Jam 12 est æqual. [126v]
 $10\frac{4}{7} + 9 - \frac{74}{7}$. Ergo ${}_1K{}_2K$ æqual 12, adeoque ${}_1G{}_2G$ æqual. ${}_1K{}_2K$. Idem succedit in aliis exemplis quibuscunque. Et quidem si mobile non sit aqualis
 15 ubique densitatis, non adhibendum est centrum voluminis, sed molis; quæ melius intelligentur adjunctis quæ diximus ad propositionem 5 capitis de Impetu. Et quoniam longitudo translationis a longitudine percursa non differt, nisi quod in illa æstimanda etiam densitatis in mobili ratio habentur,
 20 ideo longitudo translationis etiam a me vocatur longitudo percursa exaltata, ut translatio ipsa est spatium exaltatum.

Propositio 1

In motibus æquidistributis æqualium molium translationes sunt ut longitudines percursæ.

25 Sint (figura [10] [p. 316]) AB et CD æqualis molis et mota motibus æquidistributis ${}_1A{}_3B$ et ${}_1C{}_4D$. Aio translationes seu effectus formales esse ut longitudines ${}_1A{}_2A{}_3A$ et ${}_1C{}_2C{}_3C{}_4C$; mensura longitudinum communis si com-

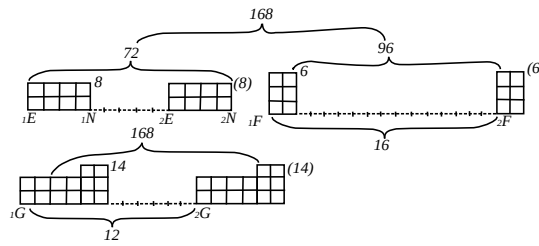


Figure 9

Ainsi, comme le corps composé par exemple (figure [9]) de E , 8 et F , 6, ne se meut pas d'un mouvement équidistribué, mais que ses parties ont des longueurs diverses, telles que la longueur ${}_1E_2E$, 9 pour E , 8, et la longueur ${}_1F_2F$, 16 pour F , 6; on pourra chercher quelque longueur moyenne, qui soit 12, exprimant la translation de tout le composé. Soit en effet G , 14 égal à E , 8 et F , 6 pris ensemble, mû d'un mouvement équidistribué sur la longueur ${}_1G_2G$, 12, il produira la même quantité de translation. Car la translation de E , 8 sur la longueur 9 est 72, celle de F , 6 sur la longueur 16 est 96; et la somme des translations est 168. Or la translation de G , 14, sur la longueur 12 est aussi 168.

Or, il faut garder en mémoire que si tous les points tendent toujours des mêmes côtés, fût-ce avec un mouvement désordonné, le chemin du centre de gravité est précisément la longueur que nous avons définie ici comme longueur de la translation, ce que nous avons démontré en son lieu, et que nous montrerons maintenant dans l'exemple suivant. Soit ${}_1K$ le centre de gravité commun de ${}_1E$ et ${}_1F$, et ${}_2K$ le centre de gravité commun de ${}_2E$ et ${}_2F$: je dis que ${}_1K_2K$, chemin du centre de gravité, est aussi 12. Car que soient abaissées les normales ${}_1L_2L$ sur la droite ${}_1E_2E_1F_2F$ (nous supposons en effet que ces points sont alignés) et sur ${}_1K_2K$, et que la distance ${}_2N_1F$ entre le mobile ${}_2E_2N$ et le mobile ${}_1F$ sur la droite indiquée soit 1; on trouvera alors que ${}_1E_1L$ est $7 + \frac{4}{7}$, et que ${}_2E_2L$ est $10 + \frac{4}{7}$. Or ${}_1E_2E$ est 9; et il est clair que ${}_1K_2K$ est égal à ${}_2L_2E + {}_2E_1E - {}_1E_1L$. Or 12 est égal à $10\frac{4}{7} + 9 - 7\frac{4}{7}$. Donc ${}_1K_2K$ est égal à 12, par conséquent ${}_1G_2G$ est égal à ${}_1K_2K$. On trouve le même résultat dans tous les autres exemples. Et bien sûr, si le mobile n'est pas partout de même densité, il ne faut pas utiliser le centre du volume, mais celui de la masse, ce qu'on comprendra mieux en ajoutant ce que nous avons dit à la proposition 5 du chapitre sur l'*impetus*. Et puisque la longueur de la translation ne diffère de la longueur parcourue qu'en ce que dans la mesure de celle-là on tient compte de la densité dans le mobile,

mensurabiles sint, sit ${}_1E_2E$, quam longitudo ${}_1A_2A_3A$ contineat si placet bis, et ${}_1C_2C_3C_4C$ ter, et longitudinem ${}_1E_2E$ æquidistribute percurrat mobile EF æqual. ipsis AB vel CD .

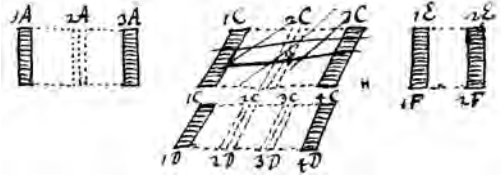


Figura 10

Jam (per definitionem 1 hic) potest translatio ${}_1E_2F$ accipi pro mensura
 5 communi. Eaque toties continetur in translatione ${}_1A_3B$ vel ${}_1C_4D$ quoties
 longitudines continetur in translatione ${}_1A_3B$ vel ${}_1C_4D$ quoties longitudines
 continenr mensuram, nempe in ${}_1A_3B$ bis, et in ${}_1C_4D$ ter. Ergo translationes
 sunt ut longitudines. Si longitudines sint incommensurabiles, possunt pro
 ipsis assumi commensurabiles sic, ut error sit minor quovis dato; Atque
 10 adeo error est nullus.

Propositio 2

In motibus æquidistributis æqualium longitudinum [127r]
 translationes sunt ut mobilia.

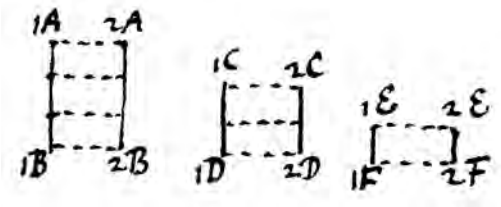


Figura 11

Sint (figura [11]) mobilia AB , CD motus æquidistributi et longitudi-
 15 nes ${}_1A_2A$, ${}_1C_2C$ æquales; aio translationes ${}_1A_2B$, ${}_1C_2D$ esse ut mobilia. Sit
 mobilia mensura communis EF , quæ transferatur per longitudinem ${}_1E_2E$
 prioribus æqualem; patet translationem ${}_1E_2F$ esse mensuram translationum
 ${}_1A_2B$ et ${}_1C_2C$, et toties in illis contineri, quoties EF in mobilibus; sunt ergo
 translationes ut mobilia. Quod si mobilia sunt incommensurabilia, eadem
 20 manet ratio per dicta in demonstratione præcedente.

j'appelle aussi la longueur de la translation longueur parcourue exhaussée, tout comme la translation elle-même est l'espace exhaussé.

PROPOSITION 1

Dans les mouvements équidistribués de masses égales, les translations sont comme les longueurs parcourues.

5

Soient (figure [10]) AB et CD de masses égales, et mûs des mouvements équidistribués ${}_1A_3B$ et ${}_1C_4D$; je dis que les translations ou effets formels sont comme les longueurs ${}_1A_2A_3A$ et ${}_1C_2C_3C_4C$. Si les longueurs sont commensurables, soit ${}_1E_2E$ leur commune mesure, que la longueur ${}_1A_2A_3A$ contient par exemple deux fois, et ${}_1C_2C_3C_4C$ trois fois, et que le mobile EF égal à 10 AB ou à CD parcourt cette longueur ${}_1E_2E$ de manière équidistribuée.

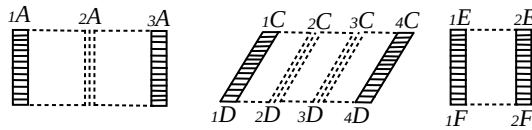


Figure 10

Or (par la définition 1) la translation ${}_1E_2F$ peut être prise comme commune mesure, et elle est contenue autant de fois dans translation ${}_1A_3B$ ou ${}_1C_4D$ que ces longueurs contiennent la mesure, à savoir deux fois dans ${}_1A_3B$ et trois fois dans ${}_1C_4D$. Donc les translations sont comme les longueurs. Si 15 les longueurs sont incommensurables, on peut prendre à leur place d'autres grandeurs commensurables, de telle sorte que l'erreur soit plus petite que toute erreur donnée, et donc l'erreur est nulle.

PROPOSITION 2

Dans les mouvements équidistribués de longueurs égales, les translations sont 20 comme les mobiles.

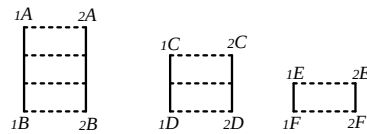


Figure 11

Soient (figure [11]) les mouvements équidistribués des mobiles AB , CD , et que les longueurs ${}_1A_2A$ et ${}_1C_2C$ soient égales; je dis que les translations

Propositio 3

Translationes (vel Effectus formales a motu) sunt in ratione composita mobilium et longitudinum æquidistribute percursarum.

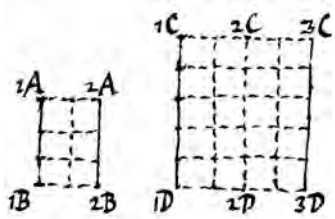


Figura 12

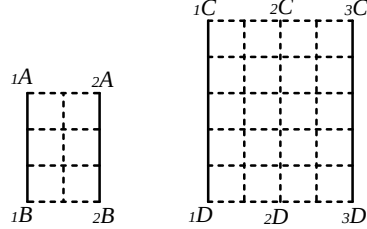


Figure 12

- 5 Sint (figura [12]) mobilium AB , CD motus æquidistributi per longitudi-
 nes $1A_2A$, $1C_3C$; aio translationes $1A_2B$, $1C_3D$ esse in ratione composita mo-
 bilium AB , CD et longitudinum $1A_2A$, $1C_3C$. Si essent longitudines æqua-
 les, constat per præcedentem. Si sint inæquales, sumatur majoris $1C_3C$ pars
 $1C_2C$ æqualis minori $1A_2A$, et per $1C_2C$ sit translatio $1C_2D$. Erit translatio
 10 $1A_2B$ ad translationem $1C_2D$, ut AB ad CD (per propositionem præceden-
 tem). Jam translatio $1C_2D$ est ad translationem $1C_3D$ ut $1C_2C$ (seu $1B_2B$)
 est ad $1C_3C$ (per propositionem 1 hic). Ergo jungendo prima postremis, est
 translatio $1A_2B$ ad translationem $1C_3D$ in ratione composita mobilium AB
 ad CD et longitudinum $1A_2A$ ad $1C_3C$.
 15 In Numeris, si mobile AB sit ad mobile CD ut 3 ad 5, et longitudo
 $1A_2A$ ad longitudinem $1C_3C$ ut 2 ad 4 (seu 1 ad 2) erit translatio $1A_2B$ ad
 translationem $1C_3D$ ut 6 ad 20 (seu 3 ad 10).

Propositio 4

- 20 Translationes seu Effectus formales in omni motu sunt
 in ratione composita mobilium et longitudinum transla-
 tionis.

Translationes enim quæcunque propositæ (figura [13] [p. 320]) $1B_1A_2A$
 et $1D_1C_2C_2D$ sunt inter se ut translationes æquidistributæ ipsæ (respective)
 æquales $2A_3B$, $2C_3D$. Et translationes æquidistributæ $2A_3B$ et $2C_3D$ sunt in
 25 ratione composita mobilium AB ad CD et longitudinum percursarum $2A_3A$

25 percursarum *add. L*

${}_1A_2B$, ${}_1C_2D$ sont comme les mobiles. Soit EF une commune mesure des mobiles, qui est transportée sur la longueur ${}_1E_2E$ égale aux précédentes; il est clair que la translation ${}_1E_2F$ est la mesure des translations ${}_1A_2B$ et ${}_1C_2C$, et qu'elle est contenue autant de fois en elles que EF l'est dans les mobiles. Les translations sont donc comme les mobiles. Que si les mobiles 5 sont incommensurables, la même raison demeure selon ce qu'on a dit dans la démonstration précédente.

Proposition 3

Les translations (ou les effets formels du mouvement) sont en raison composée des mobiles et des longueurs parcourues de manière équidistribuée. 10

Soient (figure [12]) les mouvements équidistribués des mobiles AB , CD , sur les longueurs ${}_1A_2A$, ${}_1C_2C$; je dis que les translations ${}_1A_2B$, ${}_1C_3D$ sont en raison composée des mobiles AB , CD et des longueurs ${}_1A_2A$, ${}_1C_3C$. Si les longueurs étaient égales, cela est établi par la proposition précédente; si elles sont inégales, qu'on prenne de la plus grande ${}_1C_3C$ une partie ${}_1C_2C$ égale à 15 la plus petite ${}_1A_2A$, et soit sur ${}_1C_2C$ la translation ${}_1C_2D$. La translation ${}_1A_2B$ sera à la translation ${}_1C_2D$ comme AB à CD (par la proposition précédente). Or la translation ${}_1C_2D$ est à la translation ${}_1C_3D$ comme ${}_1C_2C$ (ou ${}_1B_2B$) à ${}_1C_3C$ (par la proposition 1). Donc, en joignant les termes extrêmes, la translation ${}_1A_2B$ est à la translation ${}_1C_3D$ en raison composée de celle des 20 mobiles, AB à CD , et de celle des longueurs, ${}_1B_2B$ à ${}_1C_3C$.

En nombres, si le mobile AB est au mobile CD comme 3 à 5, et si la longueur ${}_1A_2A$ est à la longueur ${}_1C_2C$ comme 2 à 4 (ou 1 à 2), la translation ${}_1A_2B$ sera à la translation ${}_1C_3D$ comme 6 est à 20 (ou comme 3 à 10).

Proposition 4

25

Les translations ou les effets formels dans tout mouvement sont en raison composée des mobiles et des longueurs de translation.

En effet des translations quelconques proposées (figura [13] [p. 321]) ${}_1B_1A_2A$ et ${}_1D_1C_2C_2D$ sont entre elles comme les translations équidistribuées qui leur sont respectivement égales ${}_2A_3B$ et ${}_2C_3D$. Et ces translations équi- 30 distribuées ${}_2A_3B$ et ${}_2C_3D$ sont entre elles en raison composée de celle des mobiles, AB à CD , et de celles des longueurs parcourues, ${}_2A_3A$ à ${}_2C_3C$, qui seraient à parcourir d'un mouvement équidistribué, pour que la translation équidistribuée puisse être égale à celle-là même proposée (ou pour que la translation ${}_2A_3B$ soit égale à celle-là même ${}_1B_1A_2A_2B$, et que la trans- 35 lation ${}_2C_3C$ soit égale à ${}_1D_1C_2C_2D$). Mais ces longueurs ${}_2A_3A$, ${}_2C_3C$ des

et ${}_2C_3C$, quæ percurrendæ essent motu æquidistributo, ut translatio æquidistributa ipsi propositæ possit esse æqualis (seu ut translatio ${}_2A_3B$ æqualis sit ipsi ${}_1B_1A_2A_2B$ et translatio ${}_2C_3C$ ipsi ${}_1D_1C_2C_2D$). Sed hæ longitudines ${}_2A_3A$, ${}_2C_3C$ translationum æquidistributarum ${}_2A_3B$, ${}_2C_3C$ propositis æqualium, sunt ipsæ longitudines translationum propositarum (per definitionem 2 hic). Ergo translationes sunt in ratione composita mobilium et longitudinum translationis.

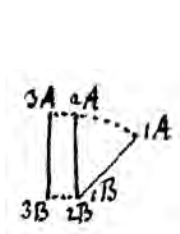


Figura 13

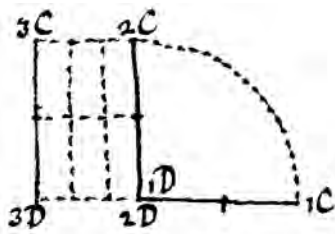


Figura 14

In Numeris et exemplo ponatur in plano semper eodem (figura [14]) radius AB centro B transferri ex ${}_1AB$ in ${}_2AB$, et radius DC ex ${}_1CD$ in ${}_2CD$; et translationes erunt ut sectores circulares B_1A_2A et D_1C_2D ; hisque æquales translationes æquidistributæ erunt ut rectangula his sectoribus æqualia ${}_2A_3B$ et ${}_2C_3D$, posito altitudines esse mobiles rectas AB , CD , et bases seu longitudines percurrendas ${}_2A_3A$, ${}_2C_3C$ esse dimidios arcus ${}_1A_2A$ et ${}_1C_2C$ et ${}_2A_3A$, ${}_2C_3C$ erunt longitudines translationum B_1A_2A et D_1C_2C (per definitionem 2 hic). Si jam sit mobile CD duplum mobilis AB , et ipsa ${}_2C_3C$ (longitudo translationis D_1C_2D) tripla ipsius ${}_2A_3A$ (quæ est longitudo translationis B_1A_2A) erit translatio D_1C_2D sextupla translationis B_1A_2A , quemadmodum æquales translationes æquidistributas in eadem esse proportionem, nempe translationem ${}_2C_3D$ sextuplam translationis ${}_2A_3B$. Quæ omnia eodem modo intelligenda sunt etiam cum translationes per arenas spatiorum designatorum exhiberi non possunt; id enim tantum locum habet, cum partes mobilis sibi non succedunt, et linea a puncto mobilis descripta eundem semper facit angulum ad mobile. Unde translationes solidorum nullas dant figuras, etsi figuris proportionalibus arte geometrica repræsentari possint, quoniam solidum moveri non potest, quin partes sibi succedant.

Propositio 5

In motibus æqualium densitatum, translationes sunt ut spatia percurra, et longitudines translationum sunt ut

translations équidistribuées ${}_2A_3B$, ${}_2C_3B$ égales aux translations proposées sont précisément les *longueurs des translations* proposées (par la définition 2). Les translations sont donc en raison des mobiles et des longueurs de translation.

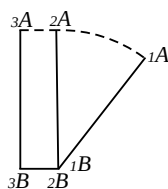


Figure 13

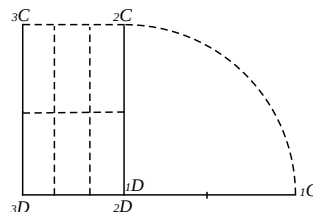


Figure 14

En nombres et pour exemple, qu'on pose (figure [14]) que, dans le même 5 plan, le rayon AB soit toujours transporté autour du centre B de ${}_1AB$ à ${}_2AB$, et le rayon DC de ${}_1CD$ à ${}_2CD$; alors les translations seront comme les secteurs circulaires B_1A_2A et D_1C_2C , et des translations équidistribuées égales à ces secteurs seront entre elles comme les rectangles ${}_2A_3B$ et ${}_2C_3D$ égaux à ces secteurs, en posant que leurs hauteurs sont les droites mobiles AB , CD , 10 et que leurs bases ou les longueurs à parcourir ${}_2A_3A$ et ${}_2C_3C$ sont les demi-arcs ${}_1A_2A$ et ${}_1C_2C$; et ainsi ${}_2A_3A$, ${}_2C_3C$ seront les longueurs des translations B_1A_2A et D_1C_2C (par la définition 2). Dès lors, si le mobile CD est double du mobile AB , et si ${}_2C_3C$ (longueur de la translation D_1C_2D) est triple de ${}_2A_3A$ (qui est la longueur de la translation B_1A_2A), la translation D_1C_2D 15 sera sextuple de la translation B_1A_2A , tout comme les translations équidistribuées la translation ${}_2C_3D$ sera sextuple de la translation ${}_2A_3B$. Et tout cela doit être compris de la même façon encore quand les translations ne peuvent pas être représentées par les aires des espaces désignés; cela n'a lieu en effet que lorsque les parties du mobile ne se succèdent pas à elles-mêmes, 20 et que la ligne décrite par un point du mobile fait toujours le même angle avec le mobile. C'est pourquoi les translations des solides ne donnent pas de figures, bien qu'elles puissent être représentées par des figures proportionnelles grâce à l'art géométrique, puisqu'un solide ne peut pas se mouvoir sans que ses parties ne se succèdent.

25

Proposition 5

Dans des mobiles de densités égales, les translations sont comme les espaces parcourus, et les longueurs des translations sont comme les longueurs des trajets ou des espaces parcourus (autrement dit comme les longueurs parcourues).

longitudines tractuum sive spatiorum percursorum (seu ut longitudines percursæ).

Nimirum si inspiciatur figura propositionis præcedentis rectæ mobiles AB et CD sint translatae ex A_1B in A_2B et C_1D in C_2D ; longitudo percursa
 5 est æqualis ${}_2A_3A$ vel ${}_2C_3C$, quam si percurreret AB vel CD motu æquidistributo ${}_2A_3B$ vel ${}_2C_3D$, spatium percursum seu tractus foret æqualis tractui priori ${}_1B_1A_2A$ vel ${}_1D_1C_2C$, seu est longitudo quæ ducta in volumen dat tractum (per definitionem 2 capitis de tractu). Porro longitudo translationis est, quæ ducta in mobilis molem dat translationem (per definitionem
 10 2 et propositionem 4) id est, quæ ducta in mobilis volumen dat quantum molis quantam longitudinem percurrerit[;] hoc ipsum enim translatio est (per definitionem 1 hic), id est quantum hoc loco voluminis, quantum longitudinis percurrerit, id est (per definitionem 2 capitis de tractu seu spatio) quantum percursum sit spatii. Sunt ergo translationes ut spatia, et longi-
 15 tudines translationum ut longitudines spatiorum, nempe ut ${}_2A_3A$, ${}_2C_3C$. Longitudo autem spatii vel translationis semper ea intelligitur, secundum quam si mobile æquidistribute translatum esset, tantundem in summa spatii vel translationis efficeret quantum nunc, ut satis explicatum est.

[128v]

20

Propositio 6

Si intensiones motuum tempori ordinatim applicentur, factum inde est ut longitudo translationis, et si impetus tempori ordinatim applicentur, factum est ut quantitas translationis seu effectus formalis; adeoque impetus
 25 (temporis elemento ordinatim applicatus) est elementum effectus.

Demonstratur eodem modo quo ostensum est (propositione 8 de velocitate in genere) ex velocitatibus mobilis ordinatim applicatis ad tempus in quo quæque fuit, fieri longitudinem spatii percursi; seu velocitates in
 30 elementa temporis respondentia ordinatim ductas esse ut Elementa spatii. Nam nihil interest inter velocitatem mobilis et intensionem motus, et inter longitudinem percursam et longitudinem translationis, quam quod æstimatur in illis quantitas sola voluminis, in his quantis molis, seu voluminis et densitatis. Quoniam igitur vigores elementis temporis ordinatim applicatæ exhibent longitudines translationum; etiam vigores in molem
 35 semper constantem ducti seu impetus elementis temporis semper ordina-

10 quæ ducta *del., res. ed.* II-13 hoc ... percurrerit *om. Bh et add. A*

Ainsi, si on regarde la figure de la proposition précédente, les droites mobiles AB et CD sont transportées de A_1B à A_2B et de C_1D à C_2D ; la longueur parcourue est égale à ${}_2A_3A$ ou ${}_2C_3C$, longueur telle que si elle était parcourue par AB ou CD d'un mouvement équidistribué ${}_2A_3B$ ou ${}_2C_3D$, l'espace parcouru ou le trajet serait égal au trajet antérieur ${}_1B_1A_2A$ ou ${}_1D_1C_2C$, ou est la longueur qui multipliée par le volume du mobile donne le trajet (par la définition 2 du chapitre sur le trajet). En outre, la longueur de translation est celle qui multipliée par la masse du mobile donne la translation (par la définition 2 et la proposition 4), c'est-à-dire celle qui multipliée par le volume du mobile donne combien de masse parcourra combien de longueur; en effet c'est justement cela la translation (par la définition 1), c'est-à-dire ici combien de volume parcourra combien de longueur, c'est-à-dire (par la définition 2 du chapitre sur le trajet ou l'espace) combien d'espace est parcouru. Les translations sont donc comme les espaces, et les longueurs des translations comme les longueurs des espaces, en l'occurrence comme ${}_2A_3A$, ${}_2C_3C$. Or la longueur de l'espace ou de la translation est toujours comprise comme celle suivant laquelle, si le mobile était transporté de manière équidistribuée, il se produirait en somme autant d'espace ou de translation qu'il s'en produit dans le cas présent, comme on l'a déjà suffisamment expliqué.

Proposition 6

20

Si les intensions des mouvements sont appliquées par ordre sur le temps, le produit qui en résulte est comme la longueur de translation; et si les impetus sont appliqués par ordre sur le temps, le produit qui en résulte est comme la quantité de translation ou l'effet formel; de sorte que l'impetus (appliqué par ordre sur l'élément de temps) est l'élément de l'effet.

25

On le démontre de la même manière que celle par laquelle on a déjà établi (proposition 8 de la vitesse en général) que la longueur de l'espace parcouru résulte des vitesses du mobile appliquées par ordre sur leurs temps respectifs; autrement dit que les vitesses multipliées en ordre par les éléments correspondants de temps sont comme les éléments d'espace. En effet, rien ne distingue la vitesse du mobile de l'intension du mouvement, ni la longueur parcourue de la longueur de translation, sinon que dans les premières on estime seulement la quantité du volume, alors que dans les secondes on estime la quantité de la masse ou du volume avec la densité. Donc, puisque les vigueurs appliquées par ordre sur les éléments de temps représentent les longueurs des translations, de même les vigueurs appliquées par ordre sur une masse toujours constante, c'est-à-dire les *impetus*, appli-

30

35

tim applicati dabunt longitudinem ductam in eandem molem, seu ipsam quantitatem translationis.

Transferatur huc figura propositionis 8 itemque propositionis 10 capitis de velocitate in universum, et in figura propositionis 8 *BCE* sit ut tempus
 5 et *CG* sint ut intensiones motus seu vigores, figura *BFGKE* erit ut longi-
 tudo translationis. Et similiter in figura prop. 10 dicti capitis, si *AEB* sit [1297]
 ut tempus, *EF* ut moles, *FG* ut intensiones motus seu vigores, rectangula
EFGH ut impetus seu facta ex mole in vigores, rectangula *EFGH* ut impe-
 tus seu facta ex mole in vigores, figura A_1G_3GB ut longitudo translationis,
 10 solidum ex omnibus impetibus (parallelis *EFGH*) tempori *AEB* applicatis
 seu solidum factum ex mole *EF* in longitudinem translationis A_1G_3GB duc-
 ta seu solidum ${}_1E_1F_1H_1G_3G_3H_3E$ vel ei æquale solidum A_1BCDLF erit ut
 ipsa quantitas integra effectus a motu formalis seu quantitas translationis
 sub pondere translato et longitudine translationis comprehensa.

15 *Definitio 3*

VIGOR MEDIUS (TEMPORIS) seu VELOCITAS MEDIA EXALTATA est,
 quæ ducta in tempus impensum dat longitudinem transla-
 tionis; seu est velocitas exaltata, qua constanter motum
 mobile tantundem quantum nunc longitudinis exaltatæ
 20 æquali tempore percurririsset. Et IMPETUS MEDIUS est qui fit
 ex velocitate media exaltata in molem ducta, seu qui in
 tempus ductus dat spatium exaltatum seu quantitatem
 translationis.

Conferantur hæc cum dictis ad definitionem 3 capitis de velocitate in
 25 universum, et adhibita figura propositionis 10 ejusdem capitis [*p.* 256]; om-
 nia enim eodem modo se habent, modo pro volumine moles, pro veloci-
 tate longitudineque simplicibus eadem exaltatæ, et pro impetu restricto,
 absolutus substituantur.

Propositio 7

30 Media Arithmetica sunt: Densitas seu gravitas specifica
 mobilis, inter omnes punctorum voluminis densitates seu
 gravitates específicas elementares. Velocitas mobilis, inter
 omnes punctorum voluminis ejus velocitates, seu inter
 omnes velocitates voluminis elementares; Longitudo a mo- [1298]
 35 bili percura, inter omnes longitudes elementares seu a
 voluminis punctis simul percura; Velocitas media tem-
 27 simplicibus *add. A*

qués toujours par ordre sur les éléments de temps, donneront le produit de la longueur par cette même masse, autrement dit la quantité de translation.

Qu'on se rapporte ici aux figures de la proposition 8 et de la proposition 10 du chapitre sur la vitesse en général; et que, dans la figure de la proposition 8, BCE soit comme le temps, et les CG comme les intensions des 5 mouvements ou vigueurs : la figure $BFGKE$ sera comme la longueur de la translation. Et semblablement, que dans la figure de la proposition 10 du chapitre cité, AEB soit comme le temps, les EF comme les masses et les FG comme les intensions du mouvement ou vigueurs : les rectangles $EFGH$ seront comme les *impetus*, ou comme les produits de la masse par les vigueurs, 10 la figure A_1G_3GB sera comme la longueur de translation; et le solide résultant de tous les *impetus* (parallèles à $EFGH$) appliqués sur le temps AEB , ou encore le solide résultant du produit de la masse EF multiplié par les longueurs de translation A_1G_3GB , c'est-à-dire le solide ${}_1E_1F_1H_1G_3G_3H_3E$, ou le solide à lui égal A_1BCDLF , sera comme la quantité entière d'effet for- 15 mel du mouvement, ou la quantité de translation comprise sous le poids transporté et la longueur de translation.

Définition 3

LA VIGUEUR MOYENNE (PAR RAPPORT AU TEMPS) ou LA VITESSE MOYENNE EXHAUSSÉE *est est celle qui, multipliée par le temps employé, donne 20 la longueur de translation, autrement dit c'est la vitesse exhaussée par laquelle un mobile mû de façon constante parcourrait en un temps égal autant de longueur exhaussée que maintenant. Et L'IMPETUS MOYEN est celui qui résulte de la vitesse moyenne exhaussée multipliée par la masse, ou celui qui, multiplié par le temps, donne l'espace exhaussé ou la quantité de translation.* 25

Qu'on compare ces formules avec celles énoncées à la définition 3 du chapitre sur la vitesse en général, et en y ajoutant la figure de la proposition 10 du même chapitre : de fait tous les rapports sont les mêmes, pourvu qu'on substitue les masses aux volumes, la longueur et la vitesse exhaussées à la longueur et la vitesse simples, et l'*impetus* absolu à l'*impetus* restreint. 30

Proposition 7

Sont des moyennes arithmétiques : la Densité, ou gravité spécifique du mobile, moyenne entre toutes les densités des points du volume ou gravités spécifiques élémentaires; la Vitesse du mobile, entre toutes les vitesses des points de son volume, ou entre toutes les vitesses élémentaires du volume; la Longueur 35 parcourue par le mobile, entre toutes les longueurs élémentaires, ou la longueur

poris, inter omnes velocitates mobili durante toto tempore seu quolibet instanti ejus competentes; Protractio media mobilis, seu extensio velocitatis mediæ, inter omnes velocitatum mobilis extensiones seu inter omnes protractiones toto tempore seu quolibet instanti ejus mobili competentes; Intensio motus seu vigor mobilis seu velocitas exaltata, inter omnes velocitates materiæ elementares seu per quantitatem materiæ seu molem distributas; Longitudo translationis, inter omnes longitudines percursas per quantitatem materiæ seu molem distributas; Vigor medius temporis, inter omnes vigores durante tempore seu quolibet instanti ejus mobili competentes; Impetus medius, inter omnes impetus durante tempore, seu quolibet instanti mobili competentes. Posito semper elementa ejus ad quod applicantur elementaria seu ea inter quæ medium quæritur, esse æqualia.

Hæc ad eum modum demonstrari possunt, quo demonstrata est propositio 11 de velocitate, adhibita nimirum quantitatis resultantis et medii Arithmetici definitione 5 et 6 capitis de ductibus et inde propositione 18 capitis ejusdem, et accedentibus definitionibus singulorum, aut inde ductis propositionibus; ut pro densitate, cum densitas ducta in volumen faciat molem (per propositionem 3 de quantitate materiæ) et moles seu quantitas materiæ etiam fiat ex densitatibus singulorum mobilis constituentium, utique densitas est medium arithmeticum (per dictam propositionem 18 de ductibus)]. Similia intelliguntur de Velocitate ex propositione 4 juncta propositioni 9 cap de Velocitate in universum; de Longitudine percursa ex definitione 2 capitis de Spatio, juncta ejusdem definitione 1; de Velocitate media et protractione media ex propositione 11 capitis de velocitate in universum; de Vigore seu intensione motus seu promptitudine agendi seu velocitate exaltata per propositionem 3 capitis de impetu, juncta definitioni 1 ejusdem; de Vigore medio temporis et impetu medio temporis per definitionem 3 hic.

Cum Elementa æqualia dicimus, concipimus volumen, vel molem, vel tempus (quæ hoc loco recipientia sunt) dividi in partes æquales vel assignabiles; vel, quando revera ubique varietas est, in partes inassignabiles indefinitæ parvitatibus inter se æquales, et hoc intelligimus, quando volumen dividimus in puncta, tempus in instantia; molem in quasi puncta seu signa,

12-14 Impetus ... competentes. *om. Bh et add. A*

parcourue simultanément par les points du volume; la Vitesse moyenne selon le temps, entre toutes les vitesses rapportées au mobile durant tout le temps, ou dans chacun de ses instants; la Protraction moyenne du mobile, ou extension de la vitesse moyenne, entre toutes les extensions des vitesses du mobile, ou entre toutes les protractions qui s'y rapportent durant tout le temps, ou dans chacun 5 de ses instants; l'Intension du mouvement ou vigueur du mobile ou vitesse exhaussée, entre toutes les vitesses élémentaires de la matière, ou distribuées dans la quantité de matière ou la masse; la Longueur de translation, entre toutes les longueurs parcourues distribuées dans quantité de matière ou la masse; la Vigueur moyenne par rapport au temps, entre toutes les vigueurs qui se rapportent 10 au mobile durant le temps, ou dans chacun de ses instants; l'impetus moyen, entre tous les impetus qui se rapportent au mobile durant le temps, ou dans chacun de ses instants. En supposant toujours que les éléments de ce à quoi sont appliquées les quantités élémentaires, c'est-à-dire celles entre lesquelles on cherche la moyenne, sont égaux. 15

Toutes ces propositions peuvent se démontrer de la même manière qu'a été démontrée la proposition 11 au sujet de la vitesse, en y appliquant aussi les définitions de la quantité résultante et de la moyenne arithmétique, définitions 5 et 6 du chapitre des produits, et la proposition 18 du même chapitre qui en résulte, et en y joignant les définitions de chaque notion 20 particulière et les propositions qui en sont tirées. Ainsi, dans le cas de la densité, puisque la densité multipliée par le volume produit la masse (par la proposition 3 de la quantité de matière) et que la masse ou quantité de matière résulte aussi des densités de tous les constituants du mobile, alors la densité est bien moyenne arithmétique (par la susdite proposition 18 du 25 chapitre sur les produits). La même chose s'entend de la vitesse, en considérant la proposition 4 jointe à la proposition 9 du chapitre sur la vitesse prise en général; de la longueur parcourue, d'après la définition 2 du chapitre sur l'espace, jointe à la définition 1 du même; de la *vitesse moyenne et de la protraction moyenne* par la proposition 11 du chapitre sur la vitesse en 30 général; de la vigueur ou intension du mouvement ou rapidité d'agir ou vitesse exhaussée par la proposition 3 du chapitre sur l'*impetus*, jointe à la définition 1 du même; de la vigueur moyenne selon le temps et l'*impetus* moyen selon le temps par la définition 3 ici.

Comme nous avons dit que les éléments sont égaux, nous concevons 35 que le volume, ou la masse, ou le temps (qui en ce cas sont des supports) sont divisés en parties égales ou assignables; ou, quand en fait il y a partout de la variété, en parties inassignables d'une petitesse indéfinie égales entre

concipiendo in uno puncto indefinita signa seu concipiendo quantitates punctorum pro gradu densitatis variantes instar linearum. Et ita absolute dicimus densitatem mobilis esse mediam arithmetica inter densitatem omnium mobilis punctorum, et intensionem motus in mobili esse velocitatem mediam arithmetica inter velocitates omnium signorum seu quasi punctorum quantitatem materiæ constituentium, quæ in punctis voluminis densioribus plura finguntur pro ratione densitatis; et velocitatem mediam temporis esse mediam arithmetica inter omnium intensitatum velocitates; instantia enim signa et puncta concipiuntur ut elementa æqualia temporis, materiæ vel voluminis. Porro velocitas ista mobilis, item longitudo percursa ejusdem quæ est media arithmetica inter omnium punctorum velocitates vel longitudo percursa est velocitas itemque longitudo percursa Centri gravitatis figuræ mobilis seu voluminis; et similiter vigor mobilis item longitudo translationis ejusdem, quæ est media arithmetica inter omnium signorum materiæ velocitates et longitudo percursa, est velocitas itemque longitudo percursa centri gravitatis totius mobilis seu ponderis considerata non tantum figura, sed et diversa in ipsa gravitate specifica seu densitate; quatenus intelligitur omnia mobilis puncta tendere ad easdem partes in parallelis.

20

Propositio 8

Cessante densitatis consideratione respective coincidunt (1) volumen, (2) velocitas mobilis, (3) impetus restrictus seu protractio, (4) velocitas temporis media, (5) impetus restrictus temporis medius, (6) longitudo a mobili percursa, (7) spatium a mobili percursum; cum (1) mole, (2) velocitate mobilis exaltata (seu intensione motus sive vigore[]), (3) impetu mobilis seu quantitate motus, (4) vigore temporis medio (seu velocitate exaltata media) (5) impetu temporis medio, (6) longitudine exaltata percursa, seu longitudine translationis, (7) quantitate translationis seu effectus formalis a motu.

Neque enim hæc aliter differunt, quam quod in posterioribus densitas in considerationem venit, cujus in prioribus ratio non habebatur, ut jam attigimus ad propositionem 5 hic.

Placet hæc omnia brevissime sub conspectum in figuris exhibere (figura [15] [p. 330]). Recta *MNP* sit volumen mobilis cujus punctis quibuscun-

27 quantitate | exaltata *del.* | *A*

elles, et c'est ce que nous concevons, quand nous divisons le volume en points, le temps en instants, la masse en de quasi-points ou *marques ponctuelles*, en concevant dans un point des marques ponctuelles indéfinies ou en concevant les quantités des points qui varient comme des lignes selon le degré de densité. Et ainsi nous affirmons de manière absolue que la densité 5 du mobile est la moyenne arithmétique entre la densité de tous les points du mobile, et que l'intension du mouvement dans le mobile est la vitesse moyenne arithmétique entre les vitesses de toutes les marques ponctuelles ou les quasi-points constituant la quantité de matière, qu'on imagine plus nombreux dans les points plus denses du volume en proportion de la densité; et que la vitesse moyenne selon le temps est la moyenne arithmétique 10 entre les vitesses de toutes les intensités; en effet, les instants, les marques ponctuelles et les points sont conçus comme des éléments égaux de temps, de matière ou de volume. En outre, cette vitesse du mobile, et aussi sa longueur parcourue qui est la moyenne arithmétique entre les vitesses ou 15 longueurs parcourues de tous les points, est la vitesse et aussi la longueur parcourue du centre de gravité de la figure du mobile ou du volume; et semblablement, la vigueur du mobile et aussi la longueur de sa translation, qui est la moyenne arithmétique entre les vitesses et les longueurs parcourues de toutes les marques ponctuelles de la matière, est la vitesse et aussi la 20 longueur parcourue du *centre de gravité* de tout le mobile ou poids, considérée non seulement comme une figure, mais aussi comme différenciée dans sa gravité spécifique ou sa densité, pour autant qu'on conçoive que tous les points du mobile tendent du même côté sur des parallèles.

Proposition 8

25

Si l'on cesse de considérer la densité, alors coïncident respectivement : (1) le volume, (2) la vitesse du mobile, (3) l'impetus restreint ou protraction, (4) la vitesse moyenne par rapport au temps, (5) l'impetus restreint moyen par rapport au temps, (6) la longueur parcourue par le mobile, (7) l'espace parcouru par le mobile, avec (1) la masse, (2) la vitesse exhaussée du mobile (ou l'intension 30 du mouvement c'est-à-dire sa vigueur), (3) l'impetus du mobile ou la quantité de mouvement, (4) la vigueur moyenne par rapport au temps (ou la vitesse exhaussée moyenne), (5) l'impetus moyen par rapport au temps, (6) la longueur parcourue exhaussée ou longueur de translation, (7) la quantité de translation ou l'effet formel du mouvement. 35

En effet ces notions ne diffèrent pas autrement sinon que, dans celles de la seconde série, la densité entre en considération, tandis qu'elle n'était pas

que $N(N)$ applicentur ad angulos rectos densitates elementares respondentes MQ , NR , $(N)(R)$, PS ; et figura orthogonia $MQRSP$ repræsentabit pondus mobilis seu molem. Cui figuræ si æquale fiat rectangulum $PM\beta$, erit $M\beta$ densitas mobilis (inter punctorum densitates media arithmetica) quæ ducta in volumen MP dat molem $PM\beta$ seu $MQRSP$.

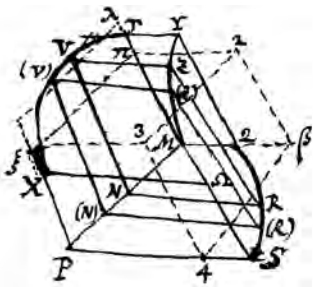


Figura 15

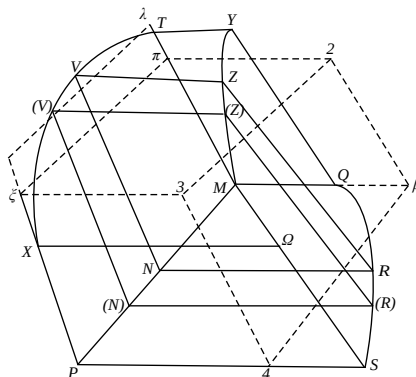


Figure 15

Ejusdem voluminis MP punctis quibuscunque N applicentur ad angulos rectos velocitates singulorum punctorum seu velocitates elementares respondentes MT , NV , PX , et figura orthogonia plana $MTVXP$ (figura orthogoniae planæ $MQRSP$ normaliter insistens) repræsentabit impetum restrictum seu summam velocitatum elementarium voluminis seu protractionem. Cui figuræ si æquale fiat rectangulum λMP , erit $M\lambda$ velocitas mobilis (inter punctorum velocitates media arithmetica) quæ ducta in volumen MP dat impetum restrictum seu protractionem λMP seu $MTVXP$. At solidum $MQRSPXVTYZ\Omega$ factum ductu ordinato figuræ $MTVXP$ in figuram $MQRSP$ seu factum ex punctorum velocitatibus in punctorum gravitates specificas seu densitates elementares ordinatim ductis vel factum ex velocitatibus elementaribus in molem ordinatim ductis, est impetus verus seu absolutus seu ipsa quantitas motus. Huic solido $MQRSPXVTYZ\Omega$ impetum repræsentanti fiat æquale solidum contentum sub recta normali constante $M\pi$ ducta in figuram $MRSP$ (molem), vel solidum rectangulum $\beta MP\xi\pi 234$ factum ex ductu (absoluto) rectæ normalis constantis $M\pi$ in rectangulum $PM\beta$; et altitudo ejus seu recta normalis constans $M\pi$ erit intensio motus seu velocitas exaltata vel vigor; et impetus seu quantitas motus fiet ex ductu vigoris $M\pi$ in molem $MRSP$

prise en compte dans les premières, comme nous l'avions déjà signalé à la proposition 5.

Il est bon de donner très succinctement par des figures une vue d'ensemble de tout cela (figure [15]). Que la droite MNP soit le volume du mobile, et qu'à chacun de ses points $N(N)$ soient appliquées à angle droit les densités élémentaires correspondantes MQ , NR , $(N)(R)$, PS ; la figure orthogone $MQRSP$ représentera le poids du mobile ou sa masse. Si on forme le rectangle PM égal à cette figure, M' sera la densité du mobile (moyenne arithmétique entre les densités des points), qui multipliée par le volume MP donne la masse PM' ou $MQRSP$.

Que soient appliquées à angle droit à tout point N du même volume les vitesses des points singuliers ou les vitesses élémentaires correspondantes MT , NV , PX ; la figure orthogone plane $MTVXP$ (coupant à angle droit la figure orthogone plane $MQRSP$) représentera l'*impetus restreint*, ou la somme des vitesses élémentaires du volume, autrement dit la protraction. Si on forme le rectangle λMP égal à cette figure, $M\lambda$ sera la vitesse du mobile (moyenne arithmétique entre les vitesses des points), qui multipliée par le volume MP donne l'*impetus* restreint ou la protraction λMP ou $MTVXP$. Mais le solide $MQRSPXVTYZ\Omega$ résultant du produit de la figure $MTVXP$ par la figure $MQRSP$, ou le produit des vitesses des points multipliées en ordre par les gravités spécifiques ou les densités élémentaires des points, ou le produit des vitesses élémentaires multipliées par la masse, est l'*impetus* vrai ou absolu ou la quantité même de mouvement. Qu'on forme un solide égal à ce solide $MQRSPXVTYZ\Omega$ représentant l'*impetus*, contenu sous la droite constamment normale $M\pi$ menée sur la figure $MQRSP$ (la masse), ou encore le solide rectangle $\beta MP\beta\xi\pi 2344$ résultant du produit (absolu) de la droite constamment normale $M\pi$ par le rectangle $PM\beta$; alors sa hauteur ou la droite $M\pi$ sera l'intension du mouvement, ou sa vitesse exhaussée ou sa vigueur, et l'*impetus* ou quantité de mouvement résultera du produit de la vigueur $M\pi$ par la masse $MRSP$ ou $PM\beta$, autrement dit de la multiplication l'un par l'autre du volume MP , de la densité du mobile $M\pi$ et de la vitesse exhaussée du même mobile ou sa vigueur $M\pi$. Si maintenant, conservant $MQRSP$ pour la masse, nous voulions que les droites MT , NV , PX , désignent non plus les vitesses ou longueurs momentanées, mais les longueurs assignables parcourues par les points du volume MNP , et donc que la figure $MTVXP$ ne désigne pas la protraction, ou l'élément de trajet, ou l'*impetus* restreint ou *impetus* du volume, autrement dit l'espace élémentaire ou parcouru dans un intervalle momentané de temps – toutes ces expressions sont

vel $PM\beta$ vel ex ductu in se invicem voluminis MP , densitatis ipsius mobilis $M\beta$ et velocitatis exaltatæ ejusdem mobilis, seu vigoris $M\pi$. Quod si manente mole $MQRSP$, velimus ipsas MT , NV , PX significare non velocitates seu longitudes momentaneas, sed ipsas longitudes assignabiles
 5 a punctis voluminis MNP percursas, adeoque figuram $MTVXP$ non [131v]
 significare protractionem seu Elementum Tractus sive impetum restrictum sive impetum voluminis, seu spatium Elementare sive momentaneo temporis intervallo percursum; quæ omnia Synonyma sunt, sed ipsum Spatium percursum certo tempore assignabili; tunc $M\lambda$ non erit velocitas mobilis
 10 ut prius seu longitudo momentanea ab eo percursa, sed ipsa longitudo assignabilis percursa a mobili; et solidum $MQRSPXVTYZ\Omega$ factum ex ductu ordinato figuræ $MTVXP$ in molem $MQRSP$ non erit impetus seu quantitas ut ante, sed erit quantitas effectus formalis a motu, seu quantitas translationis determinans quantum molis sit translatum;
 15 et recta $M\pi$, quæ ducta in molem $MQRSP$, vel in rectangulum βMP sub volumine et densitate contentum, solidum solido dicto $MQRSPXVTYZ\Omega$ æquale, nempe solidum rectangulum $\beta MP\xi\pi 234$ exhibet; ea inquam recta $M\pi$ repræsentat longitudinem translationis, seu longitudinem percursam exaltatam, quæ ducta in molem, seu in factum ex volumine et densitate producit quantitatem translationis seu effectus formalis
 20 a motu.

Jam ut applicatio horum omnium ad tempus intelligatur, transferatur huc figura propositionis 10 capitis de velocitate in universum [*p.* 256], quam et ad definitionem 3 hic repeti jussimus; ubi $AEEB$ est tempus, EF (1)
 25 moles, et EG (2) intensio motus sive vigor seu velocitas exaltata mobilis; et rectangulum $EFGH$ est (3) impetus mobilis seu quantitas motus seu factum ex velocitate ejus exaltata in molem; et solidum ipsum ${}_1E_1F_1H_1G_3G_3H_3E$ ex omnibus istis rectangulis inter se parallelis temporis normaliter applicatis conflatum est (7) quantitas translationis [132r]
 30 seu quantitas effectus formalis a motu; quod solidum etiam producit ducendo molem EF in figuram ${}_1E_1G_3G_3E$, quæ repræsentat factum ex velocitatibus EG temporis EE ordinatim applicatis, hoc est (6) longitudinem translationis seu longitudinem percursam exaltatam. Et cum eadem longitudo translationis etiam exhibeatur per rectangulum $ABCD$ factum ex ductu temporis AEB in BC (4) velocitatem
 35 exaltatam mediam temporis seu intensionem motus mediam; hinc etiam solidum translationis seu quantitas effectus producit ductu

20 translationis seu *add.* A

synonymes –, mais l'espace parcouru en un temps assignable déterminé : alors $M\lambda$ ne sera pas la vitesse du mobile comme précédemment, ou la longueur momentanée parcourue par lui, mais bien la longueur assignable parcourue par le mobile; et le solide $MQRSPXVTYZ\Omega$ produit de l'application de la figure $MTVXP$ sur la masse $MQRSP$ ne sera pas l'*impetus* ou la quantité de mouvement comme précédemment, mais sera la quantité de l'effet formel du mouvement, ou la quantité de translation déterminant combien de masse est transportée; et la droite $M\pi$, qui multipliée par la masse $MQRSP$ ou par le rectangle βMP contenu sous le volume et la densité, fait voir un solide égal au dit solide $MQRSPXVTYZ\Omega$, à savoir le solide rectangle $\beta MP\beta\xi\pi 234$; cette droite $M\pi$, dis-je, représente la *longueur de la translation ou longueur parcourue exhaussée*, qui multipliée par la masse ou par le produit du volume et de la densité, produit la quantité de translation ou l'effet formel du mouvement.

Maintenant, pour comprendre l'application de tous ces rapports au temps, qu'on se reporte à la figure de la proposition 10 du chapitre sur la vitesse en général, que nous avons déjà engagé à reprendre à la définition 3 de ce chapitre. $AEEB$ y est le temps, EF (1) la masse, et EG (2) l'intension du mouvement, ou la vigueur ou la vitesse exhaussée du mobile; et le rectangle $EFGH$ est (3) l'*impetus* du mobile ou sa quantité de mouvement, c'est-à-dire le produit de sa vitesse exhaussée par sa masse; et le solide ${}_1E{}_1F{}_1H{}_1G{}_3G{}_3H{}_3E$, formé de l'assemblage de tous ces rectangles parallèles entre eux et appliqués perpendiculairement au temps, est (7) la *quantité de translation*, ou *quantité d'effet formel du mouvement*; lequel solide qui est aussi produit en appliquant la masse EF sur la figure ${}_1E{}_1G{}_3G{}_3E$, qui représente le produit des vitesses EG multipliées en ordre par le temps EE , c'est-à-dire (6) la *longueur de translation*, ou *longueur parcourue exhaussée*. Et comme la même longueur de translation est aussi figurée par le rectangle $ABCD$ produit de la multiplication du temps AEB par la droite BC (4) *vitesse exhaussée moyenne par rapport au temps ou intension moyenne du mouvement*, alors le solide représentant la translation ou la quantité d'effet est aussi obtenu par la multiplication de la masse EF par $ABCD$ produit de la multiplication du temps AEB par de la vitesse exhaussée moyenne BC , d'où provient le solide rectangle $ABCDL{}_1F{}_3F$; de plus le même solide rectangle ou la même quantité d'effet résulte de la multiplication du temps AB par le rectangle ${}_1EDL{}_1F$ (5) exprimant l'*impetus* moyen par rapport au temps, qui résulte de la masse EF multipliée par la vitesse exhaussée moyenne ${}_1ED$.

molis EF in $ABCD$ factum ex ductu temporis AEB in velocitatem exaltatam mediam BC , unde nascitur solidum rectangulum $ABCDL_1F_3F$, imo idem solidum rectangulum seu eadem quantitas effectus fit ductu temporis AB in rectangulum $_1EDL_1F$ (5) impetum medium temporis exprimens, qui
 5 fit ex mole EF in velocitatem exaltatam mediam $_1ED$ ducta.

Si vero in eadem figura omnibus retentis lineis ductis tantummodo EF significet (1) volumen, remota scilicet consideratione densitatis, sive quod nulla sit in natura (si rem ad rigorem philosophicum revocemus), sive quod ubique in materiis occurrat eadem densitas, ita ut molis et voluminis notio
 10 coincidat, tunc EG non significabit velocitatem mobilis exaltatam, seu inter omnium materiæ signorum sive quasi punctorum pro variis densitatibus in eodem puncto multiplicium velocitates mediam, sed velocitatem mobilis ipsam nempe simplicem seu absolute sic dictam inter punctorum mobilis velocitates mediam; et cessante densitate coincidet velocitas mobilis cum intensione motus seu vigore, et rectangulum $EFGH$ non significabit
 15 factum ex velocitate exaltata EG in EF molem, sed (3) protractionem [1320] mobilis factam ex velocitate simplici EG in volumen EF , coincidetque in casu cessantis densitatis protractio seu impetus restrictus cum impetu mobilis absoluto; et AD vel BC non significabit amplius velocitatem
 20 exaltatam mediam, sed (4) velocitatem (simpliciter) temporis mediam, quæ ducta non in mobile hoc est in molem vel volumen EF dabit (5) impetum restrictum temporis medium seu protractionem temporis mediam $_1EDLF$ in casu cessantis densitatis coincidentem cum impetu temporis medio; et figura $_1E_1G_3G_3E$ vel æquale ei rectangulum $ABCD$ non exhibebit longitudinem percursam exaltatam, sed simpliciter (6) longitudinem a mobili percursam, factam ex mobilis velocitatibus EG tempori AEB ordinatim applicatis vel etiam factam ex velocitate mobilis media CB in tempus AB ducta, coincidentem jam cum longitudine translationis, si cesset densitas. Et postremo solidum $_1E_1F_1H_1G_3G_3H_3E$
 25 seu æquale ei solidum rectangulum $ABCDL_1F_3F$ repræsentabit (7) spatium percursum seu tractum, factum ex $EFGH$ protractionibus su tractus Elementis tempori ordinatim applicatis seu ex ductu protractionis mediæ $_1EDL_1F$ in tempus AB , vel ex ductu longitudinis percursæ $ABCD$ in volumen mobilis EF ; et ita et ipsum spatium percursum in casu cessantis
 30 densitatis seu molis cum volumine coincidentis, coincidet cum translatione seu quantitate effectus per motum toto tempore producti.

Mais si, en conservant toutes les lignes tirées dans la même figure, EF désignait seulement (1) le volume, autrement dit en écartant la considération de la densité, soit parce qu'il n'y en a pas dans la nature (à prendre la question dans la rigueur philosophique), soit parce que la même densité se trouve partout dans les matières, de sorte que les notions de la masse et du volume coïncident, alors EG ne signifiera pas la vitesse exhaussée du mobile, ou la moyenne entre les vitesses de toutes les marques ponctuelles ou quasi-points de la matière, selon les différentes densités des éléments multiples dans un point, mais la *vitesse même du mobile*, à savoir sa vitesse simple ou absolument ainsi appelée, moyenne entre les vitesses des points du mobile. Ainsi, la densité mise à part, la vitesse du mobile coïncidera avec l'intension du mouvement ou vigueur, et le rectangle $EFGH$ ne désignera pas le produit de la vitesse exhaussée EG par la masse EF , mais (3) la *protraction* du mobile, résultant de la vitesse simple EG par le volume EF , et dans le cas où la densité n'intervient pas, la protraction ou l'*impetus* restreint coïncidera avec l'*impetus* absolu du mobile; et AD ou BC ne désigneront pas davantage la vitesse exhaussée moyenne, mais (4) la *vitesse* (simplement) moyenne par rapport au temps, qui appliquée sur le mobile, c'est-à-dire sur la masse ou le volume EF , donnera (5) l'*impetus* restreint moyen quant au temps ou protraction moyenne quant au temps $EDLF$, coïncidant dans le cas où la densité n'intervient pas avec l'*impetus* moyen quant au temps. Et la figure ${}_1E_1G_3G_3E$ ou le rectangle $ABCD$ qui lui est égal ne montrera pas la longueur parcourue exhaussée, mais simplement (6) la *longueur* parcourue par le mobile, résultante des vitesses EG du mobile appliquées en ordre sur le temps AEB , ou aussi résultante de la vitesse moyenne CB du mobile multipliée par le temps AB , coïncidant alors avec la longueur de translation, si la densité n'intervient plus. Et enfin le solide ${}_1E_1F_1H_1G_3G_3H_3E$, ou le solide rectangle $ABCDL_1F_3F$ qui lui est égal représentera (7) l'*espace parcouru ou trajet*, produit des protractions ou tracés élémentaires $EFGH$ appliqués en ordre sur le temps, ou de la protraction moyenne EDL_1F multipliée par le temps AB , ou encore du produit de la longueur parcourue $ABCD$ par le volume du mobile EF . Et ainsi l'espace parcouru aussi, dans le cas où la densité n'intervient plus, c'est-à-dire où la masse coïncide avec le volume, coïncidera avec la translation ou la quantité de l'effet produit par le mouvement durant tout le temps.

CAPUT 3. CONSPECTUS PHOROMETRICUS

[135r]

Definitio 1

MOLES SEU QUANTITAS MATERIE est factum ex ductu voluminis seu extensionis materie in densitatem seu materie
5 intensionem.

Ut si mobile extensione seu volumine sit alterius triplum, intensione autem materie seu densitate vel gravitate specifica sit ejusdem duplum, tunc mole seu quantitate materie (in gravibus, pondere) erit ejus sextuplum. Quantitatem autem materie intelligo ad rem facientem, etsi non repugnem, imo arbitrer potius leviora seu rariora esse spongiosiora et in eodem
10 volumine æqualem semper esse materie quantitatem computata materia quadam insensibili poris interfluente, sed quæ nunc a nobis non consideratur, quia motus ejus motu mobilis propositi non continetur.

Definitio 2

15 DENSITAS MOBILIS est media arithmetica inter omnes punctorum ejus densitates. Pro punctis etiam sumi possunt elementa voluminis æqualia inter se.

Definitio 3

MEDIUM ARITHMETICUM INTER PLURA est quod multiplicatum
20 per eorum numerum producit quantitatem æqualem eorum summæ.

Ut si virga sit tricubitalis, cujus unus cubitus habeat gravitatem specificam ut 3, alter ut 4, tertius ut 8, erit gravitas specifica media arithmetica seu totius compositi $3 + 4 + 8$ divisi per 3, seu $\frac{15}{3}$, ut 5. Ita si corpus ex
25 variis metallis compositum ubique variet specifica gravitate ob varias eorum in variis partibus misturas, tunc ipsi toti attribuetur gravitas specifica quæ sit media arithmetica inter omnes punctorum (seu partium æqualium inassignabilium magnitudine quantum satis exiguarum, ut gravitas eorum specifica pro uniformi ubique in ipsis sine errore notabili in toto haberi
30 possit) specificas gravitates; estque ea ipsa gravitas specifica quæ prodiret

[135v]

CHAPITRE 3. ABRÉGÉ PHOROMÉTRIQUE

Définition 1

La MASSE ou QUANTITÉ DE MATIÈRE est le résultat du produit du volume ou extension de la matière par la densité ou intension de la matière.

Ainsi, si un mobile est triple d'un autre en extension ou volume, et 5 double du même en intension de matière ou en densité ou en gravité spécifique, alors il sera son sextuple en masse ou quantité de matière (c'est-à-dire en poids dans les corps pesants). Or, par quantité de matière, j'entends celle qui a part à la chose, même si je ne rejette pas, bien plus si plutôt j'affirme 10 que les corps plus légers ou plus rares sont plus spongieux, et que dans un même volume il y a toujours la même quantité de matière, en comptant la matière insensible insinuée dans les pores, mais que pour le moment nous ne prenons pas en compte, puisque son mouvement n'est pas contenu dans le mouvement du mobile considéré.

Définition 2

15

La DENSITÉ DU MOBILE est la moyenne arithmétique entre toutes les densités de ses points. Au lieu des points, on peut aussi prendre des éléments de volume égaux entre eux.

Définition 3

La MOYENNE ARITHMÉTIQUE ENTRE PLUSIEURS quantités est ce qui, 20 multiplié par leur nombre, produit une quantité égale à leur somme.

Si par exemple une barre est de trois coudées, dont une coudée ait une gravité spécifique de 3, une autre de 4, la troisième de 8, la gravité spécifique sera la moyenne arithmétique ou le tout composé $3 + 4 + 8$ divisé par 3, soit $\frac{15}{3}$ ou 5. Ainsi, si un corps composé de divers métaux variait partout 25 en gravité spécifique, du fait des mélanges divers de ces métaux dans les différentes parties, alors on attribuera au tout la gravité spécifique qui serait la moyenne arithmétique entre toutes les gravités spécifiques des points (ou de parties égales inassignables assez petites en grandeur, pour qu'on puisse tenir leur gravité spécifique pour uniforme partout en elles, sans erreur no- 30 table dans le tout); et c'est cette gravité spécifique qui produirait la masse même fondue par le feu dans le corps homogène (selon nos sens). En effet

massa ipsa in corpus (ad sensum) homogeneous igne refusa. Nam ut prius pondus resultabat ex singulis gravitatibus specificis æqualium elementorum seu punctorum in unum additis; ita nunc idem pondus prodit ex media illa gravitate specifica iisdem elementis applicata seu per illorum numerum
5 multiplicata.

Definitio 4

LONGITUDO PERCURSA A MOBILI est medium arithmeticum inter omnes longitudes seu lineas a quovis mobilis puncto percursas. Dicitur et LONGITUDO TRACTUS.

10 Fit sæpissime, ut diversa puncta mobilis inæquales simul lineas describant, ut fit cum mobile est fluidum vel discretum, imo et cum solidum et continuum est, veluti cum agitur circa aliquod centrum, et tunc attribuenda est mobili longitudo percursa media; estque (ut suo loco a nobis ostenditur) longitudo viæ centri gravitatis figuræ ipsius mobilis, quando
15 omnia mobilis puncta tendunt in easdem partes.

Definitio 5

SPATIUM A MOBILI PERCURSUM seu TRACTUS est factum ex ductu voluminis quod occupat mobile, in longitudinem percursam.

20 Hoc spatium coincidit figuræ a nobis descriptæ, quando durante motu [136r] unum punctum mobilis non succedit in locum alterius, et linea a quovis puncto mobilis descripta eundem semper angulum facit ad mobile; unde etiam eo casu via mobilis seu figura descripta a mobili mensuri potest per viam centri gravitatis in magnitudinem mobilis ductam; sed in aliis casibus
25 non concidit via cum tractu seu spatio percurso a nobis hic definito.

Definitio 6

VELOCITAS est (formalis) affectio mobilis quæ est proportionalis longitudini quam percurreret mobile intra datæ magnitudinis tempus eadem ipsa affectione retenta, et
30 proinde manere intelligitur hæc affectio quamdiu æqualibus temporibus æquales sunt longitudes percursæ.

Formalem affectionem mobilis hic intelligimus, quæ inest quatenus mobile est. Si jam duo sint mobilia *M* et *N*, et mobile *M* tempore *T*

338.27-340.6 Add. seqq. om. Bh ex A 196 copians, add. A secundum B 223 27 add.
A 32-33 Formalem ... Jam add. A

comme le premier poids résultait de chaque gravité spécifique des éléments égaux ou des points ajoutés dans la première coudée, ainsi dès lors le même poids résulte de cette gravité spécifique moyenne attachée aux mêmes éléments ou multipliée par leur nombre.

Définition 4

5

La LONGUEUR PARCOURUE PAR UN MOBILE est la moyenne arithmétique entre toutes les longueurs ou lignes parcourues par chaque point du mobile. On l'appelle aussi LONGUEUR DU TRAJET.

Il arrive très souvent que divers points d'un mobile décrivent en même temps des lignes inégales, comme lorsque le mobile est fluide ou discontinu, et même aussi quand il est solide et continu, si par exemple il se déplace 10
autour d'un centre, et on doit alors attribuer au mobile une longueur parcourue moyenne; et il s'agit (comme nous le montrons en son lieu¹¹) de la longueur du chemin du centre de gravité de la figure de ce mobile, quand tous les points du mobile tendent du même côté. 15

Définition 5

L'ESPACE PARCOURU PAR UN MOBILE ou son TRAJET est le résultat du produit du volume que le mobile occupe par la longueur parcourue.

Cet espace coïncide avec la figure que nous avons décrite, quand durant le mouvement un point du mobile ne prend pas la place d'un autre, et que 20
la ligne décrite par chaque point du mobile fait toujours le même angle avec le mobile. Et alors dans ce cas le chemin du mobile ou la figure décrite par le mobile peut être mesuré par le chemin du centre de gravité multiplié par la grandeur du mobile; mais dans les autres cas, le chemin ne coïncide pas avec le *trajet* ou l'espace parcouru tel que nous l'avons défini ici. 25

Définition 6

*La VITESSE est l'affection formelle du mobile qui est proportionnelle à la longueur que parcourrait le mobile en un temps d'une grandeur donnée en re-
tenant toujours cette même affection, et ainsi on comprend que cette affection
demeure aussi longtemps que, dans des temps égaux, sont parcourues des lon- 30
gueurs égales.*

Par *affection formelle* du mobile, nous entendons ici celle qui est en lui en tant qu'il est mobile. Maintenant, s'il y avait deux mobiles *M* et *N*, et si le mobile *M*, retenant dans le temps *T* la même affection formelle, de-

¹¹Cf. Partie II, Section 2.

ea quam habet formali affectione retenta percursurum esset longitudinem L ; at mobile N tempore æquali ipsi T sua itidem tali affectione simile retenta percursurum esset longitudinem λ , sitque longitudo L dupla tripla vel utcunque multipla longitudinis λ , sitque etiam ex inde dicta affectio
 5 mobilis M similiter dupla, tripla, vel generaliter æquemultipla talis affectione ipsius mobilis N , tunc tales affectiones dicentur velocitates. Itaque ut longitudo percursa a mobili est media arithmetica inter longitudes percursas a punctis mobilis, ita et velocitas mobilis est media arithmetica inter velocitates a punctis percursas, et quando tendunt omnia puncta in easdem
 10 partes, est velocitas centri gravitatis figuræ.

Definitio 7

LONGITUDO TRANSLATIONIS est medium arithmeticum inter omnes longitudes percursas æqualium materiæ in mobili contentæ elementorum.

15 Differt a longitudine percursa seu a longitudine tractus quod in ea determinanda medium tantummodo quæritur inter longitudes omnium elementorum æqualium voluminis sive figuræ mobilis, vel (quod eodem redit) omnium figura punctorum, sed quoniam in una figuræ parte plus materiæ est quam in alia, ita ut unum punctum alio densius concipi possit, ideo possunt fingi elementa materiæ minima, seu quasi puncta sive signa, quorum plura pauciorave in voluminis punctis continentur prout est densius; et inter longitudes ab omnibus istis signis percursas media arithmetica est ipsa longitudo translationis toti massæ seu materiæ ascribenda. Et quatenus omnia puncta mobilis tendunt in parallelis ad easdem partes,
 25 longitudo translationis est ipsa longitudo percursa a centro gravitatis totius massæ.

Definitio 8

INTENSIO MOTUS seu VIGOR refertur ad longitudinem translationis ut velocitas ad longitudinem percursam.

30 Itaque est affectio proportionalis longitudini translationis intra datæ magnitudinis tempus ipsamet affectione retenta absolutæ; et est velocitas media inter omnium materiæ signorum seu elementorum minimorum (vel æqualium saltem) velocitates; itemque est velocitas centri gravitatis totius massæ in modo jam explicato.

1 formali affectione *add.* A 2 tali ... simile *add.* A 4 sitque ... affectio *add.* A
 5-6 talis affectione *add.* A 6 tunc ... affectiones *add.* A

vaît parcourir la longueur L , tandis que le mobile N , retenant aussi dans un temps égal à T la semblable affection, parcourrait la longueur λ ; et si la longueur L était double, triple, ou un multiple quelconque de la longueur λ , et si l'affection en question du mobile M était par suite semblablement double, triple, ou généralement équimultiple de l'affection correspondante 5 du mobile N : alors de telles affections seront appelées vitesses. C'est pourquoi, de même que la longueur parcourue par un mobile est la moyenne arithmétique entre les longueurs parcourues par les points du mobile, de même la vitesse du mobile est la moyenne arithmétique entre les vitesses parcourues par les points, et quand tous les points tendent du même côté, 10 c'est la vitesse du centre de gravité de la figure.

Définition 7

La LONGUEUR DE TRANSLATION est la moyenne arithmétique entre toutes les longueurs parcourues des éléments égaux de la matière contenue dans le mobile.

Elle diffère de la longueur parcourue ou longueur du trajet, en ce que 15 pour la déterminer on cherche seulement la moyenne entre les longueurs de tous les éléments égaux du volume ou de la figure du mobile, ou encore (ce qui revient au même) de tous les points de la figure, mais puisqu'il y a plus de matière dans une partie de la figure que dans l'autre, de sorte qu'un point puisse être conçu plus dense qu'un autre, de ce fait on peut s'ima- 20 giner des éléments minimaux de matière, ou des quasi-points ou marques ponctuelles, dont plus ou moins sont contenus dans les points du volume suivant qu'il est plus dense; et la moyenne arithmétique entre les longueurs parcourues par toutes ces marques ponctuelles est la longueur même de translation, qu'on doit attribuer à toute la masse ou matière. Et dans la me- 25 sure où tous les points du mobile tendent sur des parallèles du même côté, la longueur de translation est la *longueur même parcourue par le centre de gravité de toute la masse.*

Définition 8

L'INTENSION DU MOUVEMENT ou VIGUEUR se rapporte à la longueur de 30 translation, comme la vitesse à la longueur parcourue.

Et ainsi elle est l'affection proportionnelle à la longueur de translation effectuée dans un temps de grandeur donnée, cette même affection étant conservée; et elle est la vitesse moyenne entre les vitesses de toutes les marques ponctuelles ou éléments minimaux (ou du moins égaux) de ma- 35 tière; et encore, elle est la vitesse du centre de gravité de toute la masse de la manière déjà expliquée.

Definitio 9

IMPETUS est factum ex ductu vigoris in molem.

Ut si mobilis centrum gravitatis sit duplo velocius, quam alterius, et mobile ipsum altero triplo gravius, erit impetus mobilis sextuplo major. [137r]

5

Definitio 10

TRANSLATIO seu EFFECTUS FORMALIS A MOTU est factum ex longitudine translationis ducta in molem.

Nempe si pondus sex librarum transferatur per longitudinem quinque pedum, effectus formalis a motu seu quantitas translationis, erit trigicu-
 10 pla ejus quæ foret, si pondus unius libræ esset translatum per longitudinem unius pedis. Voco autem effectum motus formalem, quia nihil aliud hic consideratur præcise quam motus mobilis, non vero aliud extrinsecum obstaculum occurrens, neque gravitas aliave peculiaris mobilis qualitas motum juvans vel impediens.

15

Definitio 11

Si ratio habeatur densitatis in mobili, magnitudo mobilis dicitur MOLES; longitudo translationis dicitur LONGITUDO EXALTATA; vigor mobilis seu intensio motus dicitur VELOCITAS EXALTATA. Et ut factum ex ductu vigoris in molem
 20 dicitur impetus, ita factum ex ductu velocitatis in volumen dicitur IMPETUS RESTRICTUS item PROTRACTIO seu ELEMENTUM TRACTUS. Si vero cesset densitatis consideratio (ut si mobilia sint æque densa vel nulla omnino sit exacte loquendo in natura densitas) tunc coincidunt volumen et
 25 moles; longitudo percursa et longitudo translationis; velocitas mobilis et intensio motus seu vigor; protractio mobilis et quantitas motus seu impetus; denique spatium a mobili percursum seu tractus coincidit cum translatione seu quantitate effectus.

30

Definitio 12

MEDIA TEMPORIS VELOCITAS, PROTRACTIO, INTENSIO MOTUS (seu VIGOR), QUANTITAS MOTUS (seu IMPETUS), est media arithmetica inter omnes mobilis velocitates, protractiones, intensiones motus (vel vigores), quantitates motus (vel impe-

[137v]

Définition 9

L'IMPETUS *est le résultat du produit de la vigueur par la masse.*

Ainsi, si le centre de gravité d'un mobile est deux fois plus rapide que celui d'un autre, et si le mobile lui-même est trois fois plus pesant, l'*impetus* du premier mobile sera six fois plus grand. 5

Définition 10

LA TRANSLATION ou EFFET FORMEL DU MOUVEMENT *est le résultat de la longueur du transport multipliée par la masse.*

Ainsi, si un poids de six livres est transporté sur une longueur de cinq pieds, l'effet formel du mouvement ou sa quantité de translation sera trente 10 fois plus grande que celui qu'il y aurait si un poids d'une livre était transporté sur une longueur d'un pied. Et je l'appelle effet formel du mouvement, puisqu'on ne considère ici rien d'autre sinon précisément le mouvement du mobile, sans qu'aucun obstacle extérieur n'intervienne, ni que la gravité ou autre qualité particulière du mobile ne favorise ou n'empêche le mou- 15 vement.

Définition 11

Si on prend en compte la densité dans le mobile, la grandeur du mobile *est appelée* MASSE; la LONGUEUR de translation *est dite* LONGUEUR EXHAUSSÉE; la vigueur du mobile ou l'intension du mouvement *est dite* VITESSE 20 EXHAUSSÉE; et tout comme le résultat du produit de la vigueur par la masse *est appelé* *impetus*, le résultat du produit de la vitesse par le volume *est appelé* *impetus* RESTREINT, ou encore PROTRACTION ou ÉLÉMENT DU TRAJET. Mais si on cesse de considérer la densité (comme si les mobiles étaient également denses, ou si à parler exactement il n'y avait pas de densité dans la nature), 25 alors coïncident : le volume et la masse, la longueur parcourue et la longueur de translation, la vitesse du mobile et l'intension du mouvement ou vigueur, la protraction du mobile et la quantité de mouvement ou *impetus*; et enfin l'espace parcouru par le mobile coïncide avec la translation ou quantité d'effet.

Définition 12

30

LA VITESSE, LA PROTRACTION, L'INTENSION DU MOUVEMENT (ou VIGUEUR), LA QUANTITÉ DE MOUVEMENT (ou IMPETUS) MOYENNES PAR RAPPORT AU TEMPS, *sont les moyennes arithmétiques entre toutes les vitesses, protractions, intensions du mouvement (ou vigueurs), quantités de mouvement (ou impetus) du mobile, qui appartiennent au mobile en chaque instant du* 35 *temps, et par suite ces quantités moyennes multipliées absolument par le temps*

tus), quæ mobili singulis temporis instantibus competunt; ac proinde idem producunt mediæ illæ quantitates in totum tempus absolute ductæ, quod singulæ temporis elementis æqualibus ordinatim applicatæ.

- 5 Hæc ad compendium æstimandi utilia sunt, ut semper variantia ad constantia ipsis æquivalentia reducantur.

Conclusio prima

Factum ex (1) velocitatibus (2) intensionibus motus seu velocitatibus exaltatis, sive vigoribus (3) protractionibus seu impetibus restrictis (4) quantitatibus motus seu
10 impetibus; tempori restrictis (4) quantitatibus motus seu impetibus; tempori in quovis instanti quo mobili competunt ordinatim applicatis; Seu quod idem est, factum ex media temporis (1) velocitate, (2) intensione motus, (3)
15 protractione, (4) quantitate motus in totum tempus ducta æquatur respective quantitati (1) longitudinis percur-sæ (2) longitudinis translationis (3) spatio percurso seu tractui (4) translationi integræ seu quantitati effectus.

Itaque tempore in elementa æqualia cogitatione diviso seu uniformiter
20 crescente, velocitates sunt ut elementa momentanea longitudinum percur-sarum, et ut ita dicam, velut longitudinis percurrendæ inchoamenta; et pari jure intensiones motus seu vigores sunt elementa longitudinis translatio-num; accedentibusque voluminibus et motibus (constantibus) protractio-
25 nes seu impetus restricti (facti ex velocitate in volumen) sunt ut elementa tractus seu spatii (quippe facti ex longitudine percursa in volumen); unde et protractiones a me subinde elementa tractus appellantur. Et pa-
ri denique jure impetus ipsi (absolute dicti) seu quantitates motus (factæ
[1387] ex longitudine translationis in molem) sunt elementa effectus formalis seu translationis (quippe quæ fit ex longitudine translationis ducta in molem).

30 *Definitio 13*

VELOCITAS, INTENSIO MOTUS seu VIGOR, IMPETUS, etc. sunt vel COM-MUNIA vel POTESTATIVA.

Communia quæ paulo ante definivimus, sumendo media arithmetica diversarum velocitatum in materiæ aut temporis elementis assignabilium,
35 Potestativa vero quæ ad potentiam æstimandam serviunt, ita scilicet ut quadratum velocitatis mediæ potestativæ mobili assignatæ, ductum in molem det mobilis potentiam absolutam secundum propositonem 5 capitis

total produisent le même résultat que les unes et les autres appliquées en ordre sur les éléments égaux du temps.

Ces notions sont utiles pour abréger les mesures, puisqu'elles ramènent toujours des quantités variables à des quantités constantes qui leur sont équivalentes.

Première conclusion

Le résultat (1) des vitesses, (2) des intensions du mouvement ou vitesses exhaussées, ou encore vigueurs, (3) des protractions ou impetus restreints, (4) des quantités de mouvement ou impetus, appliqués en ordre au temps en chaque instant où elles appartiennent au mobile, – ou (ce qui revient au même) le résultat de (1) la vitesse, (2) l'intension du mouvement, (3) la protraction, (4) la quantités de mouvement, moyennes par rapport au temps, multipliées par le temps total, est égal respectivement à la quantité (1) de la longueur parcourue, (2) de la longueur de translation, (3) à l'espace parcouru ou trajet, (4) à la translation entière ou à la quantité d'effet.

Ainsi, en divisant en pensée le temps en éléments égaux ou uniformément croissant, les vitesses sont comme les éléments momentanés des longueurs à parcourir, et pour ainsi dire comme les commencements de longueur à parcourir; et, au même titre, les intensions du mouvement ou vigueurs sont les éléments de longueur des translations; et, les volumes et les mouvements (constants) s'y ajoutant, les protractions ou *impetus* restreints (produits de la vitesse par le volume) sont comme les éléments du trajet ou de l'espace (qui est en effet le produit de la longueur parcourue par le volume); c'est pourquoi j'appelle aussi quelquefois les protractions éléments de trajet. Et enfin, au même titre, les *impetus* mêmes (dits absolus) ou quantités de mouvement (produits de la longueur de translation par la masse) sont les éléments de l'effet formel ou de la translation (assurément ce qui provient de la longueur de translation multipliée par la masse).

Définition 13

LA VITESSE, L'INTENSION DU MOUVEMENT *ou* VIGUEUR, L'IMPETUS, etc. sont soit des QUANTITÉS COMMUNES soit des QUANTITÉS POTESTATIVES.

Les *quantités communes* sont celles que nous venons de définir, en prenant la moyenne arithmétique des diverses vitesses assignables dans les éléments de matière ou de temps; les *quantités potestatives* sont celles qui servent à mesurer la puissance; c'est ainsi par exemple que le carré de la vitesse moyenne potestative assignée au mobile, multiplié par la masse,

de potentia motrice absoluta; et quadratum velocitatis mediæ (potestativæ) quam habet mobile durante tempore ductum in tempus et molem exhibeat actionem mobilis formalem per totum illud tempus; secundum propositionem 17 capitis de actione motus formali.

5

Conclusio secunda

Si diversorum mobilis punctorum seu molis elementorum inæquales sint velocitates, et ex quadratis velocitatum in sua cujusque molis elementa ordinatim ductis, fiat ductus; et sit velocitas alia, cujus quadratum si absolute ducatur in eandem molem prodeat ductus novus priori æqualis, tunc hæc velocitas erit ipsa velocitas media potestativa mobili attribuenda, cujus quadratum ductum in molem dat mobilis potentiam. Idem est, si pro mole adhibeas temporis Elementa; et velocitatum (potestativarum) mobilis quocunque temporis elemento existentium quadrata ducas ordinatim in respondentia temporis elementa, ut inde fiant ductus. Quod si jam sumatur velocitas alia cujus quadratum si absolute ducatur in idem tempus proveniat ductus novus priori æqualis, tunc hac velocitas erit ipsa velocitas temporis media potestativa, cujus quadratum ductum in tempus ac præterea in molem mobilis dat mobilis actionem formalem, hoc tempore durante exercitam, seu tantundem revera egit mobile, ac si per totum tempus non nisi hanc velocitatem uniformem exercuisset.

Hæc patent ex definitione 13. Nam velocitas assignata media potestativa, quadrato suo seu potestate in totam molem seu in totum tempus ducta, ducitur in omnia molis vel temporis elementa, id est, si ipsa (quod in arbitrio est) æqualia assumantur in eorum numerum seu in numerum velocitatum singulis elementis respondentium. Ducta autem hoc modo velocitatis hujus mediæ potestas seu quadratum æquat (ex constructione) velocitatum singularum potestates seu quadrata simul sumta; adeoque ejus potestas seu quadratum est arithmetice medium inter omnes singularum velocitatum potestates seu quadrata, seu velocitas assignata est inter omnes media potestativa, et eadem cum singulorum elementorum potestatibus æquetur, utique omnes simul poterit; seu æquibitur potestati totius. Manifestum est enim totius potentiam ex partium potentiis conflari.

donnera la puissance absolue du mobile conformément à la proposition 5 du chapitre sur la puissance motrice absolue, et que le carré de la vitesse moyenne (potestative) que le mobile possède durant le temps, multiplié par le temps et la masse, produira l'action formelle du mobile durant tout ce temps, conformément à la proposition 17 du chapitre sur l'action formelle 5 du mouvement.

Deuxième conclusion

Si les vitesses des divers points du mobile ou des éléments de la masse sont inégales, et qu'on fasse le produit des carrés des vitesses appliqués en ordre sur les éléments de masse correspondants; et s'il y a une autre vitesse, dont le carré, 10 si on le multiplie absolument par la même masse, donne un nouveau produit égal au précédent : alors cette vitesse sera la vitesse moyenne potestative qu'il faut attribuer au mobile, vitesse dont le carré multiplié par la masse donne la puissance du mobile. Il en va de même, si au lieu de la masse on utilise les éléments du temps, et qu'on multiplie en ordre les carrés des vitesses (potestatives) qui 15 occupent chaque élément du temps avec les éléments de temps correspondants, pour en former les produits. Qu'on prenne alors une autre vitesse, dont le carré, s'il est absolument multiplié par le même temps, donne un nouveau produit égal au précédent, alors cette vitesse sera la vitesse potestative moyenne par rapport au temps, dont le carré multiplié par le temps et en outre par la masse du mobile 20 donne l'action formelle du mobile exercée durant ce temps; c'est-à-dire que le mobile a effectivement agi autant que s'il n'avait jamais exercé que cette même vitesse uniforme durant tout le temps.

Tout cela est évident par la définition 13. En effet, la vitesse assignée comme vitesse potestative moyenne, son carré ou son exponentiation (*potestas*) 25 multiplié par la masse totale ou le temps total, est ainsi multiplié par tous les éléments de la masse ou du temps, c'est-à-dire, si on prend ces éléments comme égaux (ce qu'on peut toujours faire), par leur nombre ou par le nombre des vitesses correspondantes aux éléments singuliers. Or l'exponentiation ou le carré de cette vitesse moyenne multiplié de cette manière 30 est égal (par construction) aux exponentiations ou carrés des vitesses singulières pris ensemble, et ainsi son exponentiation ou carré est la moyenne arithmétique entre toutes les exponentiations ou carrés des vitesses singulières; autrement dit la vitesse assignée est la moyenne potestative entre toutes les vitesses, et puisque cette même vitesse est égale aux exponentia- 35 tions des éléments singuliers, elle pourra aussi être égale à tous ou sera égale à l'exponentiation du tout. Il est en effet manifeste que la puissance du tout résulte de l'assemblage des puissances des parties.

CAPUT 4. SPECIMEN CALCULI ANALYTICI PRO PHOROMETRIA DYNAMICA

[1397]

Pars prior: De calculo quantitatum ordinarium

- (1) Tempus, t
- 5 (2) Velocitas, v
- (3) Volumen seu extensio, e
- (4) Densitas seu gravitas specifica, g
- (5) Pondus seu moles, m
- (6) Fit autem m ut ge , seu pondera sive moles sunt ut producta ex g
- 10 in e , seu in ratione composita voluminum et gravitatum specificarum. Est quoque $m = ge$, quia omnis gravitas specifica ducta in suam extensionem dat molem.
- (7) Tractus seu spatium, quod mobile percurrit sive metitur, sit r .
- (8) Si voluminis e velocitas v duret per tempus t , erit r ut evt .
- 15 (9) Longitudo tractus vel longitudo translationis l est ut vt .
- (10) et fit le ut r
- (11) Impetus y ut ve , si nulla habeatur ratio densitatis; vel y ut vm seu veg , si habeatur ejus ratio; modo motus mobilis sit æquidistributus, seu æqualis in quolibet puncto velocitatis; cæterum impetu y existente vm , quantitatem
- 20 ve distinctionis gratia voco protractionem π ; unde $\pi g = y$, est enim quasi elementum tractus.
- (12) Effectus formalis seu quantitas translationis f est ut le , seu coincidit cum tractu r , si nulla habeatur ratio densitatis. Sed si hæc quoque in rationes veniat, erit f ut lm ; modo omnium punctorum velocitas sit æqualis.
- 25 (13) Actio formalis a est ut fv , seu in ratione composita effectus et velocitatis.
- (14) Hinc a ut lmv , item ut ly .

I CAPUT 4. *add. ed.* 10-12 Est ... molem. *add.* Bh sed in prima redactione non extat. Fortasse correctiones a Leibnitio missæ fuerunt occasione litterarum juni 1690 (vide A III, 4, pp. 520 seqq.) 10-12 In margine præter textum insertum: NB double A 20 $\pi d = y$ in B 235, corr. Bh

CHAPITRE 4. ÉCHANTILLON DE CALCUL ANALYTIQUE POUR LA PHOROMÉTRIE DYNAMIQUE

Première Partie : du calcul des quantités ordinaires

- (1) Le Temps, t . 5
- (2) La Vitesse, v .
- (3) Le Volume ou l'extension, e .
- (4) La Densité ou gravité spécifique, g .
- (5) le Poids ou masse, m .

(6) Or, il se trouve que m est comme ge , c'est-à-dire que les poids ou masses sont comme les produits de g par e , ou en raison composée des volumes et des gravités spécifiques. On a aussi $m = ge$, puisque toute gravité spécifique multipliée par son extension donne la masse. 10

- (7) Soit r le trajet ou espace, que le mobile parcourt ou mesure.
- (8) Si la vitesse v du volume e dure pendant le temps t , r sera comme evt . 15
- (9) La longueur du trajet ou longueur de translation l est comme vt .
- (10) et le est comme r .

(11) L'*impetus* y est comme ve , si on ne tient pas compte de la densité; ou bien y est comme vm ou veg , si on la prend en compte, pourvu que le mouvement du mobile soit équidistribué ou de vitesse égale en chaque point. 20 D'ailleurs, quand l'*impetus* y est vm , j'appelle, pour marquer la différence, la quantité ve protraction, π ; d'où $\pi g = y^1$, c'est en effet comme l'élément du trajet.

(12) L'effet formel ou quantité de translation f est comme le , ou coïncide avec le trajet r , si on ne tient pas compte de la densité. Mais si elle intervient 25 aussi dans les calculs, f sera comme lm , pourvu que la vitesse de tous les points soit égale.

(13) L'action formelle a est comme fv , ou en raison composée de l'effet et de la vitesse.

¹Le brouillon de Leibniz donne $\pi d = y$, formule de sens incertain que Bodenhauseu corrige en substituant g à d , ce qui s'accorde bien avec les relations algébriques entre les différentes quantités, mais n'explique pas l'assimilation, qui suit immédiatement, à un élément du trajet. Il se peut que Leibniz ait voulu écrire $\pi dg = y$, ou plutôt $\pi dg = dy$.

(15) Et quia l ut vt per 9 hic, fit a ut $mtvv$, seu actiones sunt in ratione composita temporum, mobilium et quadratarum velocitatum, si scilicet sit motus æquidistributus et uniformis

(16) Hinc varia theoremata concludi possunt, quorum aliqua suis locis
 5 exposuimus; exempli causa: si mobilia æqualia æqualibus temporibus mo- [139v]
 veantur motibus uniformibus et æquidistributis, erunt actiones eorum ut quadrata longitudinum percursarum, seu a ut ll . Nam generaliter (per 15. hic) a sunt ut $mtvv$, et quia hoc loco m et t utrobique æqualia seu constantia; seu ut unitates fient a ut vv ; jam l ut vt , (per 9). Ergo hoc loco ob tempora
 10 æqualia (seu ut unitates) sunt l ut v . Ergo a ut ll .

(17) Si p sit potentia motrix absoluta, fit a ut pt ; seu potentia sunt ut actiones uniformes æqualibus temporibus exercita; et si tempora sint inæqualia, actiones sunt in ratione composita temporum et potentiarum.

(18) Ergo p ut mvv ; seu potentia sunt in ratione composita ea simplice
 15 mobilium (seu molium) et duplicata velocitatum. Nam a ut pt (per 17) rursus a ut $mtvv$ (per 15); ergo pt ut $mtvv$, seu p ut mvv .

Pars posterior: De calculo per quantitates inassignabiles, seu de Analysis infinitorum nova ad Phorometriam adhibita

(19) Quamdiu partes mobilis sunt æqualis ubique densitatis (mobili sci-
 20 licet existente simili) et æqualis omnes velocitatis (motu scilicet existente æquidistributo), et velocitates mobilis eadem per quas vis temporis partes (motu existente uniformi), sufficit calculus præcedens per quantitates vulgo receptas; sed si variet ubique densitas aut velocitas in loco aut tempore, ad quantitates numero infinitas et magnitudine infinite parvas veniendum
 25 est seu ad incrementa aut decrementa vel differentias duorum quantitatum ordinariarum proximarum inter se. Exempli gratia: Dum grave motum accelerat, duæ proximæ sibi velocitates v et (v) , a me dicentur habere differen- [140r]
 tiam infinite parvam $d\bar{v}$, quæ est incrementum velocitatis momentaneum, quo transit mobile a velocitate v ad (v) . Itaque in geometriam introduxi
 30 novum circa Analysin infinitorum calculi genus, suo quodam Algorithmo alibi a me explicato instructum, ubi notis differentia et summæ eodem fere modo utor, quo notis radicis et potestatis in Algebra uti solemus.

(20) Generaliter igitur, si sit quantitas aliqua ut velocitas v , incrementum ejus momentaneum, seu proximarum velocitatum differentiam voco $d\bar{v}$.

(14) D'où a est comme lmv , ou encore comme ly .

(15) Et puisque l est comme vt par (9), a est comme mtv^2 , c'est-à-dire les actions sont en raison composée des temps, des mobiles, et des carrés des vitesses, si le mouvement est bien équidistribué et uniforme.

(16) D'où on peut conclure divers théorèmes, dont certains ont été exposés en leur lieu ; par exemple : Si des mobiles égaux se meuvent en des temps égaux avec des mouvements uniformes et équidistribués, leurs actions seront comme les carrés des longueurs parcourues, soit a sera comme ll . En effet, de manière générale (par (15)), les a sont comme mtv^2 , et puisque en ce cas m et t sont partout égaux ou constants, c'est-à-dire comme des unités, les a sont comme les v^2 ; or les l sont comme vt (par (9)). Donc en ce cas du fait de l'égalité des temps (qui sont comme des unités), les l sont comme les v . Donc a est comme ll .

(17) Si p est la puissance motrice absolue, a est comme pt , c'est-à-dire que les puissances sont comme les actions uniformes exercées dans des temps égaux ; et si les temps sont inégaux, les actions sont en raison composée des temps et des puissances.

(18) Donc p est comme mv^2 , c'est-à-dire que les puissances sont en raison composée, simple des mobiles (ou des masses) et double des vitesses. En effet a est comme pt (par (17)), et aussi a est comme mtv^2 (par (15)) ; donc pt est comme mtv^2 , ou p comme mv^2 .

Seconde partie : Du calcul par les quantités inassignables, ou de l'application à la phorométrie de la nouvelle Analyse des infinis.

(19) Aussi longtemps que les parties du mobile sont partout de même densité (c'est-à-dire quand le mobile est homogène), que toutes sont d'égale vitesse (c'est-à-dire que le mouvement est équidistribué), et que les vitesses du mobile sont les mêmes pendant toutes les parties du temps (le mouvement étant uniforme), le calcul précédent par les quantités ordinairement reçues est suffisant. Mais, si partout la densité ou la vitesse selon le lieu ou le temps varient, il faut en venir à des quantités infinies en nombre et infiniment petites en grandeur, c'est-à-dire aux accroissements ou décroissements, soit aux différences de deux quantités ordinaires très proches entre elles. Par exemple : lorsqu'un corps pesant a un mouvement accéléré, je dis que les deux vitesses très proches l'une de l'autre v et (v) ont une différence infiniment petite dv , qui est l'accroissement instantané de la vitesse, par

Eodem modo si tempus sit t , temporis elementum sive momentum voco $d\bar{t}$; et extensionis e elementum $d\bar{e}$; atque ita in cæteris.

(21) Si ex pluribus finitis vel infinitis alicujus quantitatis Elementis, unumquodque peculiare habeat attributum ejusdem nominis, sed diversæ magnitudinis, verbi gratia peculiarem gravitatem specificam; potest toti attribui medius quidam gradus; qui dictus in totum tantundem producat, quantum summa conflata ex simul additis ductibus particularibus, per cujusque elementi ductionem in attributi sui magnitudinem natis.

(22) Itaque si totius alicujus virgæ metallicæ cylindricæ gravitatem specificam a summo ad imum continue crescente habentis extensio seu longitudo sit e ; ejusque elementum quodvis vocetur $d\bar{e}$, et respondens cuique elemento gravitas specifica seu densitas sit g , et gravitas specifica totius (quæ orietur tota massa metallica in unam massam similem igne fusa) vocetur G ; (adhibita majuscula) fiet $Ge \stackrel{(1.)}{=} \int \overline{d\bar{e}g}$; adeoque $G \stackrel{(2.)}{=} \int \overline{d\bar{e}g} : e$; et $d\bar{e}g \stackrel{(3.)}{=} d\bar{m}$, posito per articulum 6 hic, esse $m \stackrel{(4.)}{=} ge$ Nam quia omnis gravitas ducta in suam extensionem dat molem; ergo etiam g (gravitas hoc loco extensionis elementaris seu ipsius $d\bar{e}$, dat $d\bar{m}$ molem elementarem.

(23) Si elementa sint æqualia, seu $d\bar{e}$ constans, erit G media arithmetica [1409] inter omnes g . Nam si omnes $d\bar{e}$ sint æquales, tunc e seu $\int \overline{d\bar{e}}$ nihil aliud erit quam $d\bar{e}$ multiplicata per numerum ipsarum $d\bar{e}$. Sit numerus ille n ; et fiet $e \stackrel{(5.)}{=} n d\bar{e}$.

Jam $\int \overline{d\bar{e}g} \stackrel{(6.)}{=} d\bar{e} \int \bar{g}$, posito $d\bar{e}$ esse constantem, ex nostri calculi differentialis legibus; itaque hoc valores ex æquationibus 5. et 6. substituendo in æquatione 1. fit $nG \stackrel{(7.)}{=} \int \bar{g}$; et proinde G est media arithmetica inter omnes g ; ducta enim in ipsarum numerum n æquatur ipsorum summæ $\int \bar{g}$. Quæ omnia collatis exemplis figurisque in capite de ductibus ac de tractu propositis melius intelligentur. Ad exemplum autem gravitatis specificæ et extensionis etiam in aliis (veluti velocitate ac tempore) procedemus.

(24) Nimirum si elementa voluminis $d\bar{e}$ peculiare habeant velocitates, protractio mobilis π erit $= \int \overline{d\bar{e}v}$, id est $= Ve$, per articulum 11 hic.

(25) Media autem velocitas $V = \int \overline{d\bar{e}v} : e$, quæ proinde velocitas V ipsi mobili attribui poterit; nam si omnes ejus partes moventur velocitate æquidistributa V , tantundem protractionis efficerent, quantum nunc motu non æqualiter distributo efficiunt.

15 ge ; corr. ed. 15-17 Nam ... elementarem. add. Bh sed in prima redactione non extat; vide supra, ad art. (6), p. 348

lequel le mobile passe de la vitesse v à la vitesse (v) . Aussi ai-je introduit en géométrie un nouveau genre de calcul touchant l'analyse des infinis, pourvu d'un certain algorithme que j'ai exposé ailleurs, où j'utilise les signes de la différence et de la somme à peu près de la même façon que nous utilisons couramment les signes des racines et des puissances en algèbre. 5

(20) Donc, de manière générale, si une quantité quelconque est comme la vitesse v , j'appelle son accroissement instantané ou la différence entre deux vitesses prochaines dv . De même, si le temps est t , j'appelle l'élément de temps ou instant dt ; et j'appelle de l'élément de l'extension e ; et ainsi de suite pour les autres quantités. 10

(21) Si, parmi plusieurs éléments finis ou infinis d'une quantité quelconque, chacun possède un attribut particulier de même dénomination, mais de grandeur différente, par exemple une gravité spécifique particulière, on peut en attribuer au tout un certain degré moyen, qui multiplié par le tout donne autant que la somme résultant de tous les produits particuliers additionnés, issus de la multiplication de chaque élément par la grandeur de son attribut. 15

(22) Ainsi, soit e l'extension ou longueur d'une barre métallique cylindrique ayant une gravité continûment croissante du sommet vers la base; que son élément quelconque soit nommé de , et que la gravité spécifique ou densité correspondant à chaque élément soit g , et que la gravité spécifique du tout (qui résulterait de toute la masse de métal fondue par le feu en une seule masse homogène) soit appelée G (en employant la majuscule). Alors on a : $Ge \stackrel{(1)}{=} \int deg$, d'où $G \stackrel{(2)}{=} \frac{\int deg}{e}$; et $deg \stackrel{(3)}{=} dm$, étant posé par l'article 6 ci-dessus que $m \stackrel{(4)}{=} ge$. Car, puisque toute gravité multipliée par son extension donne la masse, donc aussi g (gravité en ce cas de l'extension élémentaire ou de) donne la masse élémentaire dm . 25

(23) Si les éléments sont égaux, c'est-à-dire si de est constant, G sera la moyenne arithmétique entre toutes les g . En effet, si tous les de sont égaux, alors e ou $\int de$ ne sera rien d'autre que de multiplié par le nombre des éléments de . Soit n ce nombre, on a donc $e \stackrel{(5)}{=} n de$. 30

Dès lors, si on suppose de constant, $\int deg \stackrel{(6)}{=} de \int g$, suivant les lois de notre calcul différentiel. C'est pourquoi, en substituant dans l'équation (1) les valeurs tirées des équations (5) et (6), on a : $nG \stackrel{(7)}{=} \int g$; Et ainsi G est la moyenne arithmétique entre tous les g ; en effet, multipliée par leur nombre n elle donne $\int g$. 35

(24) On voit aussi que, si les éléments du volume de ont chacun des

(26) At tractus ipse $r = Vet$ (per articulum 8. hic) seu $\int \overline{d\bar{e}} v t$ posito motum mobili per tempus t uniformiter durare.

(27) Sin vero mutetur motus mobilis et diversis temporis elementis sive momentis $d\bar{t}$ diversa sit velocitas,

5 (28) Tunc fiet tractus $r = e \int \overline{V d\bar{t}}$, singulis V mobili competentibus in sua respondentia temporis elementa ordinatim applicatis;

(29) Ubi si rursus velimus novam mediam temporis inter omnes V velocitatem comminisci, qua si mobile uniformiter ferretur, tantudem tractus per propositum tempus efficeret, quantum nunc velocitate variata, eam
10 novam velocitatem mediam poterimus vocare (V).

(30) Et fiet $r = e(V)t = e \int \overline{d\bar{t}} V = \int \overline{d\bar{t}} \int \overline{d\bar{e}} v$, ubi v significat quamlibet velocitatem, quam quævis mobilis particula habet in quovis temporis elemento, adeoque velocitates numero infinities infinitas; at V significat velocitatem inter infinitas mediam, omnibus partiularum mobilis velocitatibus coëxistentibus æquivalentem, et proinde continet velocitates totius
15 mobilis infinitas pro infinitis temporis momentis; denique (V) continet velocitatem unicam, inter varietate infinitas V , adeoque inter infinities infinitas varietates v mediam, mobili attributam, æquivalentem reliquis omnibus et in qualibet mobilis parte, et in quovis temporis momento variantibus.

20 (31) Exemplo melius res intelligetur: Sit recta AB movenda in eodem plano circa centrum A ; itaque velocitates punctorum seu elementorum ipsius rectæ AB coëxistentes sunt majores in proportionem distantiarum a centro. Ponamus jam præterea vertiginis hujus velocitatem crescere uniformiter a quiete, seu æqualibus per æqualia tempora incrementis; unde mobili præsentato per AB , velocitate puncti alicujus B per BC ; velocitates omnes
25 simul existentes mobilis elementis respective applicate, exhibebuntur per triangulum rectangulum ABC ; fiat parallelogrammum rectangulum EAB huic triangulo æquale, eritque AE velocitas mobilis media. Rursus sit tempus BD angulo in B recto, et pyramis rectangula $DABC$ repræsentabit omnes
30 velocitates infinities infinitas cujusque puncti in unoquoque instanti, et ut triangulum ABC repræsentarat omnes velocitatis mobilis existntes eodem temporis instanti, ita triangulum DBC repræsentat omnes velocitates temporis competentes eidem mobilis puncto B ; sumatur jam DF talis, ut sit rectangulum solidum $FDBA$ æquale pyramidi $DABC$, et erit FD media
35 mobilis velocitas, qua si mobile AB ferretur per tempus DB motu æquidistributo et uniformi, idem foret tractus idemque (si mobile simile pona-

13 at | (V) corr. ed. | 20-24 Sit recta ... unde mobili figuræ desunt, sed vide vol. 1, p. 278, et hic, 356.

vitesse particulière, la protraction π du mobile sera $= \int dev$, c'est-à-dire Ve , par l'article 11 ici.

(25) Mais la vitesse moyenne sera $V = \frac{\int dev}{e}$, vitesse V qui pourra donc être attribuée au mobile lui-même; car si toutes ses parties se déplaçaient avec une vitesse équidistribuée V , elles produiraient tout autant de protraction qu'elles le font maintenant avec un mouvement inégalement distribué. 5

(26) Quant au trajet même, c'est $r = Vet$ (par l'article 8) ou $\int (dev) t$ pourvu que le mouvement du mobile soit uniforme durant le temps t .

(27) Mais si le mouvement du mobile change, et qu'en divers éléments du temps ou instants dt la vitesse soit différente, 10

(28) alors le trajet devient $r = e \int V dt$, chacune des vitesses V rapportée au mobile étant multipliée en ordre par les éléments correspondants du temps.

(29) Si derechef nous voulons trouver ici une nouvelle moyenne par rapport au temps entre toutes les vitesses V , telle que le mobile transporté uniformément à cette vitesse produise autant de trajet pendant le temps donné que maintenant avec sa vitesse variée, nous pourrions appeler (V) cette nouvelle vitesse moyenne. 15

(30) Et il viendra $r = e(V)t = e \int dt V = \int (dt \int dev)$, où v désigne n'importe quelle vitesse que possède une particule quelconque du mobile dans un élément quelconque de temps, de sorte que ces vitesses sont infiniment infinies en nombre; mais V désigne la vitesse moyenne entre une infinité, équivalente à toutes les vitesses coexistantes des particules du mobile, et par suite elle contient l'infinité des vitesses du mobile tout entier pour l'infinité des instants du temps; enfin (V) contient une vitesse unique, moyenne entre les variétés infinies de V , et donc entre les variétés infiniment infinies des v , et qui, attribuée au mobile, est équivalente à toutes les autres vitesses variant aussi bien en chaque partie du mobile qu'en chaque instant du temps. 25

(31) On le comprendra mieux sur un exemple. Soit la droite AB [Fig. 16, 30 p. 355] à mouvoir sur le même plan autour du centre A ; ainsi les vitesses coexistantes des points ou éléments de cette droite AB sont plus grandes à proportion de leurs distances au centre. Dès lors, posons en outre que la vitesse de cette rotation croît uniformément à partir du repos, c'est-à-dire par des accroissements égaux en des temps égaux. D'où, le mobile étant représenté par AB , la vitesse d'un point quelconque B par BC , toutes les vitesses simultanées appliquées respectivement aux éléments du mobile seront représentées par le triangle rectangle ABC ; soit le parallélogramme 35

tur) effectus formalis seu quantitas translationis, qui in motu per temporis momenta et mobilis puncta variat.

(32) His jam ad calculum translatis, $AB, e; DB, t; BC, v; AE, V; DF, (V)$; triangulo ABC, π ; Pyramis $DABC, r$; habebit locum calculus paulo ante dictus. Fit enim $\pi = Ve$; $r = (V)te = le$. Sed $V = \int \overline{d\bar{e}v} : e$; et donc $(V) = \int \overline{d\bar{t}V} : t$ et $l = \int \overline{d\bar{t}V}$. Unde patet esse $\pi = \int \overline{d\bar{e}V}$ et $r = \int \overline{d\bar{t}} \int \overline{d\bar{e}v}$. Et hoc quidem generatim.

(33) Sed quia in hoc casu v coëxistentes sunt ut e , fiet π ut $\int \overline{d\bar{v}v}$ vel ut $\int \overline{d\bar{e}e}$, id est (per leges calculi differentialis) ut ee vel ut vv , protractiones π , vel (si mobile sit simile) impetus y , simul existentes in linea AB , sunt ut quadrata partium AB vel $A(B)$, et totius mobilis AB protractiones vel impetus successive existentes sunt ut quadrata velocitatum puncti B .

(34) Hinc jam in nostro casu r ut $\int \overline{d\bar{t}vv}$. Sed t rursus sunt ut v , in casu præsentis, cum v velocitates puncti B crescant proportionem temporis seu durationis; Ergo fit r ut $\int \overline{d\bar{v}vv}$ vel ut $\int \overline{d\bar{t}tt}$, adeoque tractus (vel in casu mobilis similis, etiam effectus) diversarum mobilis partium AB , et (AB) in casu præsentis sunt in triplicata ratione velocitatum v , ultimis punctis $B, (B)$ competentium, id est ipsarum linearum $AB, A(B)$; totius autem mobilis vel datæ in mobili partis AB tractus vel effectus diversi per diversa tempora inde ab initio sumtæ sunt in triplicata ratione emporum impensorum.

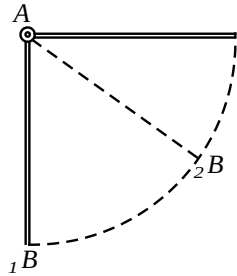


Figure 16

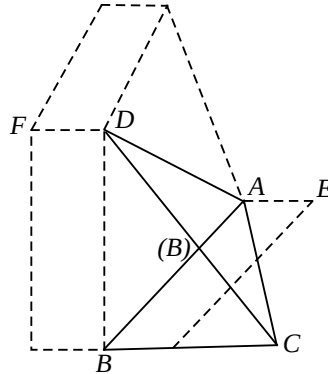


Figure 17

(36) Cæterum quia $\int \overline{d\bar{v}v} = vv : 2$, fit $AE = BC : 2$; et quia

rectangle EAB égal à ce triangle, AE sera alors la vitesse moyenne du mobile. Soit [Fig. 17] derechef le temps BD à angle droit sur B , la pyramide rectangle $DABC$ représentera alors toutes les vitesses infiniment infinies de chaque point en chaque instant; et de même que le triangle ABC avait représenté toutes les vitesses du mobile existantes au même instant de temps, ainsi le triangle DBC représente toutes les vitesses appliquées selon le temps au même point B du mobile. Qu'on prenne alors DF telle que le rectangle solide $FDBA$ soit égal à la pyramide $DABC$, et FD sera la vitesse moyenne du mobile, par laquelle, si le mobile AB était transporté durant le temps DB d'un mouvement équidistribué et uniforme, le trajet serait la même et (si on suppose le mobile homogène) serait le même l'effet formel ou la quantité de translation, qui varie dans le mouvement selon les instants du temps et les points du mobile.

(32) La transposition au calcul donne : AB, e ; DB, t ; BC, v ; AE, V ; $DF, (V)$; le triangle ABC, π ; la pyramide $DABC, r$. Le calcul qui vient d'être énoncé s'appliquera. Il vient en effet $\pi = Ve$; $r = (V)te = le$. Mais $V = \frac{\int de v}{e}$; et donc $V = \frac{\int de V}{t}$ et $l = \int dt V$. D'où il est clair que $\pi = \int de V$ et $r = \int (dt \int de v)$. Et cela vaut bien de façon générale.

(33) Mais puisque dans ce cas les vitesses coexistantes v sont comme les e , on a π comme $\int dv v$ ou bien comme $\int de e$, c'est-à-dire (par les lois du calcul différentiel) que les protractions π sont comme ee ou comme v^2 , ou (si le mobile est homogène) les *impetus* y , pris simultanément sur la ligne AB , sont comme les carrés des parties AB ou $A(B)$, et les protractions ou *impetus* successifs sont comme les carrés des vitesses du point B .

(34) Dès lors on a dans notre cas r comme $\int dt v^2$. Mais à leur tour les t sont comme les v , dans le cas présent, puisque les vitesses v du point B croissent en proportion du temps ou de la durée. On obtient donc r comme $\int dv v^2$ ou comme $\int dt t^2$, de sorte que les trajets (ou aussi, dans le cas d'un mobile homogène, les effets) des diverses parties du mobile AB et $A(B)$ sont dans le cas présent en raison triple des vitesses v se rapportant aux points extrêmes $B, (B)$, c'est-à-dire en raison triple des lignes $AB, A(B)$ elles-mêmes; quant aux trajets ou effets divers se succédant dans le mobile total ou bien dans une partie AB du mobile en des temps divers à partir du commencement du mouvement, ils sont en raison triple des temps employés.

(36) Du reste, parce que $\int dv v = v^2 : 2$, on obtient $AE = BC : 2$; et puisque $\int dv v^2 = v^3 : 3$, on obtient $DF = BC : 6$. En effet $\int (dv \int dv v) = \int (dv v^2 : 2) = \int (dv v^2 : 2) = v^3 : 6$.

$\int \overline{d\bar{v} vv} = v^3 : 3$, fit $DF = BC : 6$. Nam $\int \overline{d\bar{v} \int \overline{d\bar{v} v}} = \int \overline{d\bar{v} vv} : 2 = \int \overline{d\bar{v} vv} : 2 = v^3 : 6$.

(37) Atque hæc prolixius exponenda fuerunt, ut in novum Notationis genus, quo infinitum ipsum sub leges Analyseos cogitur, et innumerabiles
5 graduum varietates eidem calculo subjiciuntur, lectorem magno, si quando intelliget, fructu suo, nec minore voluptate, introduceremus. Calculum autem in exemplo aliunde ex communi Geometria manifesto exposuimus, ut ratio calculandi in aliis multo subtilioribus, nec ad receptas vulgo Geometrarum methodos facile cessuris appareret.

10 (38) Quod si jam ad varietatem temporum et velocitatum accedat varietas densitatum in mobili, quam in præcedenti exemplo ablegaveramus, complicatio adhuc oritur calculus differentialis. Fit ergo $m = \int \overline{d\bar{e} g} = Ge$, et velocitate cujusque $\overline{d\bar{m}}$ seu cujusque elementi materiæ sive molis (hoc est cujusque $\overline{d\bar{e} g}$) existente v , fit impetus mobilis $y = \int \overline{d\bar{e} gv}$ vel
15 $\int \overline{d\bar{m} v}$.

(39) Hinc ut velocitatem inveniamus mediam non voluminis seu extensionis (quam velocitatem mobilis simpliciter appello) sed potius molis, quam voco vigorem seu motus intensionem, et designabo nunc nota γ , fit $\gamma = \int \overline{d\bar{m} v} : m$ seu $= \int \overline{d\bar{e} gv} : \int \overline{d\bar{e} g}$ quia $y = \gamma m$.

20 (40) Effectus autem mobilis $f = \int \overline{d\bar{t} \int \overline{d\bar{m} v}} = mt(\gamma)$; eritque g vigor totius temporis medius, et posito λ esse longitudinem translationis, seu $\lambda m = f$ fit $\lambda = t(\gamma) = \int \overline{d\bar{t} \int \overline{d\bar{m} v}} : m$.

(41) Sed quoniam ostensum est potentiam oriri ex quadratis velocitatum [142v]
in molis elementa ductis, fit $p = \int \overline{d\bar{m} vv}$.

25 (42) Et si Φ sit velocitas potestatum, seu cujus quadratum in molem ductum dat mobilis potentiam, fit $m\phi\phi = p$, adeoque $\phi\phi = \int \overline{d\bar{m} vv} : m$.

(43) Actio autem $a = \int \overline{p d\bar{t}} = \int \overline{d\bar{t} \int \overline{d\bar{m} vv}} = mt(\phi)(\phi) = t(p)$. Eritque ϕ velocitas potestativa media mobilis in certo momento $d\bar{t}$; et (ϕ) velocitas potestativa media mobilis pro toto tempore t ; et p potentia mobilis
30 in certo momento $d\bar{t}$, et (p) potentia mobilis media per totum tempus t , quæ ducta in tempus absolute, dat quantitatem Actionis.

(44) Et sane si mobile diversas in diversis punctis habebat densitates et velocitates, differunt in eo Velocitas ipsi attribuenda communis V [quæ ducta in volumen e dat protractionem π ; in tempus t , dat longi-

7 aliunde vide: Leibniz, *Nova methodus pro maximis et minimis...*, «Acta eruditorum», 1684, uti in præsentis versio completa insertum est (Pars I, Sectio I, Specimen pro Analysisi infinitorum..., pp. 88 sqq.)

(37) Et tout cela devait être exposé plus longuement, afin d'introduire le lecteur, pour son grand profit, quand il le comprendra, autant que pour son plaisir, au nouveau genre de notation, par lequel l'infini lui-même est réduit aux lois de l'analyse, et des variétés innombrables de degrés de grandeurs sont soumises à un même calcul. Nous avons aussi présenté ce calcul ailleurs, sur un exemple manifeste tiré de la Géométrie commune, afin qu'apparaisse la manière de calculer dans d'autres questions beaucoup plus subtiles, et dont on ne viendra pas facilement à bout par les méthodes ordinairement admises des géomètres.

(38) Si maintenant, à la diversité des temps et des vitesses s'ajoute la diversité des densités dans le mobile, que nous avons écartée dans l'exemple précédent, il en résulte un calcul différentiel plus compliqué. On a donc $m = \int de g = Ge$ et la vitesse de chaque dm ou de chaque élément de matière ou de masse (c'est-à-dire de chaque deg étant v , on obtient pour l'impetus du mobile $y = \int de gv$ ou $\int dm v$.

(39) De là, pour que nous trouvions la vitesse moyenne, non du volume ou de l'extension (que j'appelle simplement vitesse du mobile), mais plutôt de la masse, vitesse que j'appelle vigueur ou intensité du mouvement, et que je désignerai maintenant par le signe γ , il vient $\gamma = \frac{\int dm v}{m}$ ou $\gamma = \frac{\int de gv}{\int de g}$ car $y = \gamma m$.

(40) Mais l'effet du mobile $f = \int (dt \int dm v) = mt(\gamma)$; et g sera la vigueur moyenne du tout par rapport au temps. Et en posant λ la longueur de la translation, ou $\lambda m = f$, on obtient $\lambda = t(\gamma) = \int (dt \int dm v) : m$.

(41) Mais puisqu'on a montré que la puissance résulte des carrés des vitesses multiplié par les éléments de la masse, il vient $p = \int dm v^2$.

(42) Et si φ est la vitesse en puissance (*potestas*), c'est-à-dire celle dont le carré multiplié par la masse donne la puissance (*potentia*) du mobile, il vient $m\varphi^2 = p$, et $\varphi^2 = \frac{\int dm v^2}{m}$.

(43) Mais l'action $a = \int p dt = \int (dt \int dm v^2) = mt(\varphi)^2 = t(p)$. Et φ sera la vitesse potestative moyenne du mobile en un instant déterminé dt , et (φ) la vitesse potestative moyenne du mobile pour le temps total t ; p sera la puissance du mobile en un instant déterminé dt , et (p) la puissance moyenne du mobile pour le temps total t , puissance qui multipliée absolument par le temps donne la quantité d'action.

(44) Et ainsi, si le mobile a des densités et des vitesses diverses en différents points, il y aura une différence en lui entre : la vitesse ordinaire à lui attribuer V [qui, multipliée par le volume e , donne la protraction π , par le temps t donne la longueur du trajet l ; par le volume e et le temps t , donne

tudinem tractus l ; in volumen e et tempus t , dat tractum r): Velocitas exaltata (seu intensio motus vel vigor) γ , [quæ ducta in molem m (id est volumen simul et gravitatem specificam), dat impetum γ ; in tempus t dat longitudinem translationis λ ; in molem m simul et tempus t , dat effectum
 5 formalem f], et denique Velocitas potestativa φ [cujus potestas seu quadratum in molem m dat potentiam p ; in molem m et tempus t , dat actionem formalem a]. Et quidem $V = \int \overline{d\bar{e}} v : e$ et $\gamma = \int \overline{d\bar{m}} v : m$, et $\varphi\varphi = \int \overline{d\bar{m}} vv : m$.

(45) Et has quidem quantitates medias gravitatum, velocitatum, potentiarum
 10 introduximus, ut infinitæ varietates punctorum et instantium ad quantitates constantes æquivalentes reduci, et theoremata nostra circa motum æquidistributum et uniformem demonstrata ad omnia alia motuum genera transferri possint.

(46) Quisquis autem hujus præsentis Calculi simulque Geometriæ
 15 intelligens fuerit, non minus facile moles, velocitates, tractus, impetus, motuum effectus, potentias, actionesque hætenus explicitas, quam numeros aut figuras æstimabit.

le trajet r ; la *vitesse exhaussée* (ou intension du mouvement ou vigueur) γ [qui, multipliée par la masse m (c'est-à-dire le volume et la gravité spécifique pris ensemble), donne l'*impetus* γ ; par le temps t donne la longueur de translation λ ; par la masse m et le temps t pris ensemble, donne l'effet formel f], et enfin la *vitesse potestative* φ [dont la mise en puissance ou le 5 carré multiplié par la masse m donne la puissance p ; par la masse m et le temps t , donne l'action formelle a]. Et on a bien : $V = \frac{\int dev}{e}$ et $\gamma = \frac{\int dm v}{m}$, et $\varphi^2 = \frac{\int dm v^2}{m}$.

(45) Et nous avons introduit ces quantités moyennes des gravités, des vitesses, des puissances, pour qu'on puisse réduire les diversités infinies des 10 points et des instants à des quantités constantes équivalentes, et étendre nos théorèmes sur le mouvement équidistribué et uniforme à tous les autres genres de mouvements.

(46) Ainsi, quiconque aura l'intelligence du présent calcul en même temps que de la géométrie, ne mesurera pas moins facilement les masses, 15 les vitesses, les trajets, les *impetus*, les effets des mouvements, les puissances et les actions exposés jusqu'ici, que les nombres ou les figures.

VERSIO ULTIMA
SECUNDUM LEIBNITII CONSPECTUM COMPLETA
LATINE ET GALLICE

DERNIER ÉTAT DU TRAITÉ
COMPLÉTÉ SUIVANT LE PLAN ÉDITORIAL DE LEIBNIZ
TEXTE LATIN ET TRADUCTION FRANÇAISE

PARS II
CONTINENS DYNAMICA CONCRETA
CIRCA EA QUÆ
IN SYSTEMATE RERUM CONTINGUNT

DEUXIÈME PARTIE
CONTENANT LES DYNAMIQUES CONCRÈTES
PORTANT SUR CE QUI SE PASSE
DANS LE SYSTÈME DES CHOSES

Seçtio 1. De causa et effectu activis seu de vi absoluta mortua et viva

Traditio

Bh LH XXXV 11, 18C, ff. 157r-176v

E GM 6, pp. 435-464.

DE CAUSA ET EFFECTU ACTIVIS

[157r]

Definitio 1

- 5 ACTIVUM vel POTENTIA PRÆDITUM est Thema (vel rerum status) ex quo sequetur mutatio certis quibusdam præterea positis INERTIBUS, seu quæ talia sunt, ut ex ipsis solis positis utcunque, nulla mutatio sequatur. Sequentem autem mutationem Thema ipsum dicitur AGERE.
- 10 Ita grave sustentatum, vel elasticum tensum corpora sunt, quæ habent agendi potentiam, quoniam revera agent seu mutationem producent, si certam hypothesin faciamus, per se nihil producere valentem; veluti circa retinaculorum figuram aut firmitatem. Exempli causa, simplice conversione claviculæ seu epistomii aqua gravis e vase effluit, vel aër compressus erumpit, et si inter hypothesin clausi aut aperti epistomii nulla sit per se differentia quoad vim agendi seu mutationes producendi; et certe si inclusum grave vel Elastum abesset, nihil hic referret vacuo vase clausum an apertum epistomium poneretur. Nempe activa sunt, seu per se agunt, quæ non nisi sublatione impedimenti opus habent. Impedimentum autem hoc loco
- 15 intelligo per se iners, aut certe cujus operatio ad rem de qua agitur non pertinet; quod speciatim Retinaculum vocari posset.

1-2 Seçtio ... viva *add. ed. secundum Leibnitii Conspectum operis* 4 EFFECTU (1) ET POTENTIA EARUM MOTRICE ABSOLUTA *del.* (2) ACTIVIS *add. L*

Section 1. De la cause et de l'effet actifs ou de la force absolue, morte et vive

DE LA CAUSE ET DE L'EFFET ACTIFS

Définition 1

5

Est ACTIF ou DOTÉ DE PUISSANCE, le thème (ou l'état de choses) d'où suivra un changement, en posant en outre certaines choses INERTES, c'est-à-dire qui sont telles que, de leur seule position, ne survienne jamais aucun changement. Mais lorsque le changement s'ensuit, le thème lui-même est dit AGIR.

Ainsi, un corps pesant suspendu ou un ressort tendu sont des corps qui 10 ont une puissance d'agir, puisqu'en effet ils agissent ou produisent un changement, si nous faisons une certaine hypothèse, qui par elle-même n'a pas la vigueur de produire quelque chose, comme au sujet de la figure ou de la solidité de leurs liens. Par exemple, par un simple tour de verrou ou de robinet, l'eau pesante s'écoule du récipient, ou l'air comprimé s'en échappe, 15 même si entre les hypothèses du robinet fermé ou ouvert, il n'y a en soi aucune différence quant à la force d'agir ou de produire des changements; et de fait, si le corps pesant ou le corps élastique n'étaient pas là, cela ne changerait rien, le récipient étant vide, que le robinet soit fermé ou ouvert. Ainsi, sont actives ou agissent par elles-mêmes les choses qui ne réclament 20 que la suppression des obstacles. Et par obstacle j'entends ici quelque chose d' *inerte par soi*, c'est-à-dire dont l'opération ne contribue pas à la chose dont il s'agit, ce qu'on pourrait appeler en ce sens spécial une *entrave*.

Définition 2

S'il y a deux thèmes dotés de puissance, et que de la seule action de l'un suive 25 l'autre, mais sans du moins qu'on ait à supposer qu'une autre puissance coexiste déjà avec le premier, alors le premier thème est la CAUSE, et le second l'EFFET ACTIF ou Effet absolu. Et si, de la cause, ne peut suivre aucun autre effet existant simultanément, la CAUSE sera PLEINE et l'EFFET SERA ENTIER.

Definitio 2

Si duo sint Themata potentiam habentia et ex unius
 actione sola sequatur alterum, vel saltem sine requisita ^[157v]
 suppositione potentiæ alterius priori jam coexistentis,
 5 tunc prius est CAUSA, posterius EFFECTUS ACTIVUS vel EFFEC-
 TUS ABSOLUTUS. Quod si ex causa non possit alius prætera
 effectus simul existens sequi, CAUSA PLENA erit et EFFECTUS
 INTEGER.

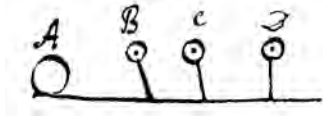


Figura 1

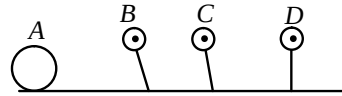


Figure 1

Causa et Effectus varie admodum accipiuntur, neque illas ambiguitates
 10 evolvere hujus loci est; sufficit nostros significatus certa definitione consti-
 tui. Interim considerare operæ pretium est, nos paulo ante (capitis 1 sec-
 tione 3) per Effectum formalem motus intellexisse quantitatem ma-
 teriæ per longitudinem viæ esse translata, seu quantitatem mutationis
 quæ ex solo alicujus corporis motu liberrimo nascitur. Hic vero per Ef-
 15 fectum Activum vel Absolutum intelligimus Thema quoddam in
 materia productum, quod vim quandam agendi habet, ut corpus grave esse
 supra horizontem elevatum ad aliquot pedes; sublato enim impedimento
 inde rursus decidens, aget; idem est de arcu tenso. Quin et sufficit impetum
 alicui corpori impressum esse, ut Effectum aliquem Activum productum
 20 dicamus; quanquam iste retinaculo destruat, quod in gravitate vel Ela-
 stro non fit, quia scilicet natura semper novas impressiones licet sensibus
 nostris occultas substituit. Et productione talis Effectus potentiam haben-
 tis, absoluta causæ potentia optime æstimari potest, quam aliæ mutationes
 productæ non æque indicant. Ut autem intelligamus quid est Effectus
 25 integer, cogitemus pilam A (figura 1 hujus sectionis) currentem in plano
 horizontali obstantia aliud post aliud Elastra tendere B, C, E; circumactis
 eorum claviculis, ita factis ut sponte liberare se rursus Elastra, regredique ^[158r]
 non possint. Cæterum primi aut secundi Elastri tensio non erit effectus
 integer, sed ultimi demum, si nimirum ponamus eo tenso pilam nil am-
 30 plius posse, sed omni sua potentia consumpta conquiescere. Itaque Thema-

11-12 capitis ... 3 vide: Prima Pars, Sectio tertia, cap. 1, Definitio 2.

La cause et l'effet se prennent en des sens très différents, et ce n'est pas ici le lieu de démêler ces ambiguïtés; il suffit que nos acceptions soient établies par une définition précise. Il faut noter cependant qu'un peu plus haut (au chapitre 1 de la section 3) nous avons entendu par effet formel du mouvement le fait qu'une quantité de matière soit transportée sur la 5 longueur de son chemin, ou la quantité de changement qui naît du seul mouvement complètement libre d'un corps. Mais ici nous entendons par *effet actif ou absolu* un thème produit dans la matière qui possède quelque force d'agir, comme qu'un corps pesant se trouve élevé à tant de pieds au-dessus de l'horizon : en redescendant dès qu'est écarté ce qui l'en empêche, 10 il agira; il en est de même d'un arc tendu. Bien plus, il suffit qu'un *impetus* soit imprimé à un corps pour que nous disions qu'un effet actif est produit, même si cet *impetus* est détruit par une entrave, ce qui n'arrive pas avec la gravité ou le ressort, parce que la nature substitue toujours de nouvelles impressions [d'*impetus*], quoique cachées à nos sens. C'est par la production 15 d'un tel effet possédant une puissance, que la puissance absolue de la cause peut être au mieux estimée, alors que les autres changements produits ne l'indiquent pas aussi bien. Maintenant, pour bien entendre ce qu'est l'effet entier, concevons une bille *A* (figure 1 de cette section) qui, roulant sur un plan horizontal, tende l'un après l'autre les ressorts *B, C, E* qu'elle rencontre, 20 tandis que des verrous, disposés autour d'eux sont ainsi faits que les ressorts ne puissent se libérer d'eux-mêmes et revenir en arrière. Alors la tension du premier ou du second ressort ne sera pas l'effet entier, mais seulement celle du dernier, si du moins nous posons que, ce ressort tendu, la bille ne peut pas aller plus loin, et que, toute sa puissance étant dépensée, elle s'arrête. 25 C'est pourquoi les deux Thèmes ici possède une puissance, l'un la *cause pleine*, à savoir la bille munie du mouvement qu'elle possédait en totalité avant de rencontrer aucun des ressorts, et l'autre l'*effet entier*, à savoir l'ensemble de tous les ressorts tendus par la bille. Il faut concevoir cependant que la bille n'a dépensé quelque chose de sa puissance que sur ces seuls res- 30 sorts, que le milieu était complètement libre et que le plan horizontal était parfaitement poli, ou en tout cas que les obstacles qui en naîtraient étaient assez petits pour ne pas mériter considération. Car, dans le cas contraire, si nous supposons que la bille roule sur un tapis, alors les fils ou les poils du tapis devraient être tenus pour autant de ressorts à fléchir, et par consé- 35 quent la force dépensée sur eux devrait être prise en compte; et il en va de même pour tous les autres petits obstacles. Mais quoique ces ressorts *B, C, D*, agissent de nouveau à leur tour, et qu'ils puissent produire de nouveaux

ta duo hic sunt potentiam habentia, nempe Causa plena, scilicet pila certo motu prædita quem totum possidebat antequam in ullum ex Elastris incideret; et Effectus integer, scilicet aggregatum ex Elastris a pila tensis. Intelligendum est autem pilam in sola hæc Elastra aliquid suæ
 5 potentiae impedisse mediumque fuisse liberrimum, et planum horizontale fuisse perfecte politum, vel certe obstacula inde nata fuisse tam exigua ut considerationem non mereantur. Nam alioqui si pilam ponamus in tape- te decurrere ipsa fila vel pili tapetis pro totidem Elastris flectendis haberi adeoque vis in ea impensa computari deberet; idemque est in aliis obsta-
 10 culis exiguis quibuscunque. Quamvis autem hæc Elastra *B, C, D*, rursus suo tempore agere, et novos effectus producere possint, qui etiam pro ef- fectibus (licet mediatis) pilæ haberi possunt, illi tamen effectus novi non possunt coexistere prioribus, nempe omnibus Elastris tensis, uti nec Elastrata tensa, quorum actio ad novum effectum producendum intercedit,
 15 causæ primæ nempe motui pilæ initio dato coexistere.

Axioma et Definitio 3

Effectus integer æquivalet Causæ planæ, adeoque non datur Motus perpetuus Mechanicus, sive causa non po- test producere Effectum Activum, qui plus possit, quam
 20 ipsa causa; sed nec Effectum integrum, qui minus possit quam ipsa causa.

Etsi enim pars potentiae ab impedimentis absorbeatur, non destructa ta-
 men, sed in impedimenta translata est, quæ in effectum integrum compu-
 tantur. Et POTENTIAE QUANTITAS in themate est, cujus mensu-
 25 ra est quantitas alterius thematis activi determinati, quæ ipsi inest Themati priori potentiam habenti ejusve causæ plenæ aut effectui integro.

Effectum integrum æquivalere Causæ plenæ, propositio est Metaphysi-
 cæ sublimioris, quæ non nudis vocabulis impenditur, sed rerum universalia
 30 tractat. Hanc legem constantissime observat Natura, et veritas ejus vel hinc intelligi potest, quod ea sublata nullus superest modus potentias æstimandi aut de Effectuum magnitudine statuendi ex causis.

Propositio 1

Si quoddam Thema Activum constituatur ex pluribus
 35 Thematibus repetitis uni cuidam Activo gemellis, erit po-

effets, qui peuvent aussi être tenus pour des *effets* (bien que médiats) de la bille, ces nouveaux effets toutefois ne peuvent coexister avec les précédents, à savoir avec tous les ressorts tendus, de même que les ressorts tendus, dont l'action survient pour produire un nouvel effet, ne peuvent coexister avec la cause première, à savoir avec le mouvement de la bille initialement donné. 5

Axiome et Définition 3

L'effet entier est équivalent à la cause pleine, ce pourquoi il n'y a pas de mouvement perpétuel mécanique; autrement dit, la cause ne peut produire d'effet actif qui puisse davantage que la cause elle-même, mais pas non plus d'effet entier qui puisse moins que la cause elle-même. 10

En effet, même si une partie de la puissance était absorbée par les obstacles, elle n'est pas détruite pour autant, mais elle est transférée aux obstacles, qui entrent en compte dans l'effet entier. *Et la quantité de puissance dans un thème est ce dont la mesure est la quantité d'un autre thème actif déterminé, qui se trouve dans le premier thème ayant une puissance, ou bien dans sa cause pleine ou dans son effet entier.* 15

Que l'effet entier soit équivalent à la cause pleine, est une proposition d'une métaphysique plus élevée, qui ne s'occupe pas de simples mots mais traite des propriétés universelles des choses. Cette loi, la Nature l'observe avec la plus parfaite constance, et sa vérité peut aussi être conçue de ce que, 20 si elle disparaissait, il ne resterait plus aucun moyen d'estimer les puissances, ou d'établir la grandeur des effets d'après les causes.

Proposition 1

Si un thème actif se compose de plusieurs thèmes répétés jumeaux d'un unique [sujet] actif, la puissance du premier actif sera multiple de la puissance du second actif, en raison du nombre des répétitions. 25

En effet, l'actif (répété) peut être pris comme mesure de la puissance (par la définition 3). Or la quantité du mesuré est à la mesure comme le nombre (des répétitions) à l'unité.

Par exemple, trois poires à poudre également bourrées et en tout semblables auront une puissance triple d'une seule. Trois arcs tendus jumeaux entre eux ont trois fois plus de force qu'un seul arc jumeau. 30

Proposition 2

S'il y a deux thèmes actifs, dont chacun soit constitué d'actifs répétés jumeaux

tentia prioris Activi multipla potentia posterioris Activi in ratione numeri repetitionum.

Nam Activum (repetitum) sumi potest pro mensura potentia (per definitionem 3) Quantitas autem mensurati est ad mensuram, ut numerus
5 (repetitionum) ad unitatem.

Exempli causa, tres pulveris pyrii æque conferti et per omnia similes modiolii triplam habent potentiam unius. Tres arcus tensi gemelli inter se triplam unius arcus gemelli singulis vim habent.

Propositio 2

10 Si duo sint Themata Activa, quorum quodque ex repetitis uni activo gemellis constituatur, erunt potentia inter se, ut numeri repetitionum.

Activum *A* contineat gemella ipsi *B* vicibus tribus et activum *C* contineat
gemella ipsi *B* vicibus duabus; aio esse potentiam *A* ad potentiam *C* ut 3
15 ad 2. Nam potentia *A* est ad potentiam *B* ut 3 ad 1 (per propositionem 1
hic) et potentia *B* est ad potentiam *C* ut 1 ad 2 (per propositionem dictam
1). Ergo (ex elementis) potentia *A* est ad potentiam *C* ut 3 ad 2. [159r]

Exempli causa omnibus paribus similibusque potentia ponderis trium
librarum est ad potentiam ponderis duarum librarum sesquialtera, seu ut 3
20 ad 2 sive tripla subdupla.

Propositio 3

Fieri non potest, ut ex causa oriatur effectus, qui causæ gemellum contineat, et aliquid præterea Activum.

Sit Causa *A*, ex qua oriatur Effectus aliquis *B* plus *C*, sitque thema *B* per
25 omnia gemellum ipsi *A*, et *C* sit Activum. Hoc aio fieri non posse. Cum
enim *B* sit gemellum ipsi *A* activo (ex hypothesi) erit ut *B* activum; ergo
totus effectus *B* plus *C* est activus et major causa *A*, quia præter *B* gemellum
ipsi *A* continet *C* activum seu potentia præditum, sed hoc fieri non potest,
quia (per axioma præcedentem) effectus activus non potest esse potentior
30 causa.

Ita fieri non potest ut pondus libræ unius descendens ex altitudine certa
velut pedis efficiat aliquid ex quo oriatur non tantum libram rursus ascen-
dere ad altitudinem pedis, sed etiam aliquid præterea produci activum, verbi
gratia aliquid quantulumcunque præter libram attolli. Id ipsum enim est
35 Motus perpetuus Mechanicus, qui in excessu potentia effectus su-

6 similis corr. ed.

à un seul [sujet] actif, leurs puissances seront entre elles comme les nombres des répétitions.

Que l'actif *A* contienne trois fois les jumeaux d'un *B*, et que l'actif *C* contienne deux fois les jumeaux de *B*; je dis que la puissance de *A* est à la puissance de *C* comme 3 à 2. Car la puissance de *A* est à la puissance de *B* 5 comme 3 à 1 (par la proposition 1) et la puissance de *B* est à la puissance de *C* comme 1 est à 2 (par la même proposition 1). Donc (d'après les *Éléments*), la puissance de *A* est à la puissance de *C* comme 3 à 2.

Par exemple, toutes choses égales et semblables par ailleurs, la puissance d'un poids de trois livres est à la puissance d'un poids de deux livres en 10 raison sesquialtère, ou comme 3 à 2, ou encore en raison triple sous-double.

Proposition 3

Il ne peut se faire que d'une cause naisse un effet qui contienne le jumeau de cette cause et quelque chose d'actif en plus.

Soit la cause *A*, dont découle quelque effet *B* plus *C*; et que le thème 15 *B* soit en tout jumeau du thème *A*, et que *C* soit actif. Je dis que cela ne peut se faire. En effet, puisque *B* est jumeau de l'actif *A* (par hypothèse), *B* aussi sera actif; donc tout l'effet *B* plus *C* est actif, et il est plus grand que la cause *A*, puisque outre *B* jumeau de *A* il contient *C* actif, c'est-à-dire doté de puissance. Mais cela ne peut se faire, puisque (par l'axiome précédent) 20 l'effet actif ne peut être plus puissant que la cause.

Ainsi, il ne peut se faire qu'un poids d'une livre descendant d'une hauteur déterminée, comme d'un pied, produise quelque effet d'où résulterait non seulement que le poids remonterait à la hauteur d'un pied, mais que 25 quelque chose d'actif soit produit en plus, par exemple qu'en plus de la livre soit élevé un poids si petit qu'on voudra. Car cela est le *mouvement perpétuel mécanique*, qui consiste dans un excès de la puissance de l'effet sur la puissance de la cause. Et une fois l'effet obtenu, il y aura par la répétition de la première action un nouvel excès égal au précédent, et ainsi finalement un excès aussi grand qu'on veut, et une livre d'eau donnée, tombant une fois de 30 la hauteur d'une montagne, pourra par cela seulement élever autant d'eau d'un lac situé en bas dans la plaine en haut de la montagne et dans un réservoir creusé sur elle, de sorte que par la suite, au lieu d'une livre d'eau qu'il y avait sur la montagne, on aurait un lac de montagne, qui pourrait alimenter un fleuve perpétuel : je dis perpétuel, puisqu'il pourra toujours élever 35 de nouveau, non seulement la quantité d'eau écoulée, mais aussi quelque chose en plus (pour réparer les pertes provenant des absorbtions par le fond,

per potentiam causæ consistit. Et semel obtento excessu, repetita actione prima habebitur excessus novus priori æqualis, et ita tandem excessus quantuscunque, et data libra aquæ cadente semel ex altitudine montis, poterit per hoc solum tantum aquæ ex subjecto planitie lacu in montem et super eo excavatum receptaculum attolli, ut postremo loco unius libræ aquæ quæ in monte fuerat habeatur lacus in monte, qui perpetuum flumen præbere possit, perpetuum inquam, quia non tantum delabentem aquæ quantitatem sed et plus aliquid (ad resarcienda detrimenta a fundo bibente, aëre exsiccante, aliisque causis orta) semper elevare rursus valebit. Quæ sane absurda esse satis constat, et perpetuis naturæ experimentis refutantur, alioqui quidlibet ex quolibet effici posset, neque ulla certæ esset ratio potentiarum æstimandarum.

Propositio 4

Si Effectus integer sit Causæ similis, erit eidem gemellus.

Sit Causa *A*, Effectus integer *B*, causæ similis. Ajo esse *B* gemellum ipsi *A*. Cum enim sit *B* similis ipsi *A* (ex hypothesi) et æqualis potentia eidem (ex axiomate præcedente) erit omnino æqualis. Alioqui eo ipso dissimilis foret, si in minore plus potentiæ reperiretur quam pro portione magnitudinis. Jam æqualia et similia nihil aliud sunt quam gemella.

Itaque si grave ex altitudine aliqua descenderit, sursumque vertens iter rursus ascendat, nec aliud quicquam activum produxerit, quam elevationem suam, seu si totam potentiam suam descensu quæ sitam in reascensum impendat, dicendum est præcise ascendere ad tantam altitudinem quantam est ea ex qua descenderat. Cum enim effectus productus sit ejusdem gravis elevatio (similis causæ quæ etiam erat elevatio ejusdem gravis ante descensum) non potestesse æqualis causæ quinsit æqualis elevatio et fiat status postremus per omnia gemellus primo.

Propositio 5

Effectus integer causam plenam vel ejus gemellum reproducere potest.

Cum enim æqualis sit ejus potentia cum potentia causæ (per axioma præc.) tantum opus est circumstantias ita disponi ut aliquid simile prodeat causæ quod semper fieri potest, quia (per definitionem 1 hic) circumstantias nulla actione, aut non nisi per causæ actionem producta, definitione 2 concurrentes pro arbitrio assumere licet, unde (exemplo demonstrationis præcedentis) prodibit gemellum.

de la dessiccation par l'air et d'autres causes). Choses dont l'absurdité est assez établie, et qui sont réfutées par les expériences perpétuelles de la nature. Sinon, n'importe quoi pourrait être produit par n'importe quoi, et il n'y aurait aucun moyen déterminé de mesurer les puissances.

Proposition 4

5

Si l'effet entier est semblable à la cause, il en sera le jumeau.

Soient *A* la cause et *B* l'effet entier, semblable à cette cause; je dis que *B* est le jumeau de *A*. Puisque en effet *B* est semblable à *A* (par hypothèse) et qu'il a une puissance égale (par l'axiome précédent), il lui sera égal à tous égards. Sinon il serait dissemblable, du fait même que dans le plus petit des 10 deux on trouverait plus de puissance en proportion de sa grandeur. Or être à la fois égaux et semblables, n'est rien d'autre qu'être *jumeaux*.

C'est pourquoi, si un grave descendait d'une hauteur donnée, puis, rebroussant chemin, remontait par la même voie et que rien d'actif ne soit produit en dehors de son élévation, autrement dit si toute la puissance cor- 15 respondant à la descente était dépensée dans la remontée, il faut dire qu'il montera précisément à la même hauteur que celle dont il était descendu. Puisqu'en effet l'effet produit est une élévation du même grave (élévation semblable à la cause, qui était aussi l'élévation du même grave avant sa descente), il ne peut être égal à la cause que si l'élévation est égale dans les deux 20 cas, et que l'état obtenu finalement est en tout point jumeau de l'état de départ.

Proposition 5

L'effet entier peut reproduire la cause pleine ou un jumeau de celle-ci.

Puisqu'en effet sa puissance est égale à la puissance de sa cause (par 25 l'axiome précédent), il faut seulement que les circonstances soient ainsi disposées, qu'il en résulte quelque chose de semblable à la cause, ce qui est toujours possible puisqu'il est permis de supposer arbitrairement ces circonstances réunies sans aucune action (par la définition 1), ou avec seulement celle produite par l'action de la cause (définition 2); d'où un jumeau qui 30 sera produit (à l'exemple de la démonstration précédente).

Ainsi, un pendule oscillant, à supposer qu'il ne dépense rien de ses forces dans la flexion du fil, la résistance de l'air ou autres semblables petites soustractions, remontera en tout cas à sa hauteur de départ, et une boule fa- 35 çonnée de la pierre la plus dure, tombant sur du fer poli posé en dessous, remontera en se réfléchissant suffisamment haut pour revenir exactement dans la main.

Sic funependulum oscillans si ponatur nihil prorsus virium in flexionem funis, aut resistantiam aëris similiaque exigua detrimenta impendere, utique rursus assurgat ad priorem altitudinem, et globulus ex durissimo lapide tornatus in subiectum ferrum politum incidens reflectendo rursus tam alte
 5 assurgat, ut prope manum feriat.

Propositio 6

Nihil refert quoad magnitudinem potentiaë, utrum Effectus aliquis integer sit mediatuſ an immediatuſ.

Sit Causa *A*, effectusque in *B* immediatuſ, rursusque mediante *B* effectus
 10 mediatuſ *C*, ita ut *B* sit effectus ipsius *AE* et causa ipsius *C*. Quia *A* est potentia æqualis ipsi *B*, et *B* ipsi *C* (per axioma), erit et *A* æquivalens ipsi *C*.

Effectus integer immediatuſ est, qui est ab ipsa causa productus seu qui nulla alterius quam causæ actione in aliquid, ex causa oritur, et si quidem totus simul existit, utique eo ipso momento existit, quo causa potentiam suam consumsit seu agere posse desiit. Sufficit igitur immediatum
 15 effectum integrum causæ æqualem esse, ut quemvis alium causæ æqualem esse concludamus. Et vero vel ideo effectum causæ æqualem esse necesse est, quia alioqui diversis mediantibus ex eodem inæqualia oriri possent nec certa esset, quia alioqui diversis mediantibus ex eodem inæqualia oriri
 20 possent nec certa esset mensura potentiarum. Interim in praxi quo plura intercedunt, eo majus est detrimentum accidentale.

Propositio 7

Eadem est semper potentia in quovis Systemate corporum cum aliis non communicantium.

25 Cum enim corpora cum aliis non communicent (ex hypotesi) status quilibet corporum posterior erit effectus integer status eorum prioris (per definitionem 2) et proinde (per axioma et propositionem 6) potentia æqualis. Itaque eadem est semper potentiaë quantitas.

Hinc sive corpus unum sit, semper eandem retinebit potentiam; sive
 30 plura inter se concurrentia, semper eadem erit potentia in omnium summa.

Propositio 8

Eadem semper potentia est in universo.

Neque enim corpora universi cum corporibus aliis communicare possunt, quæ universo non contineantur. Itaque universum est systema cor-

Proposition 6

Il n'importe en rien en ce qui concerne la grandeur de la puissance, qu'un effet entier soit médiat ou immédiat.

Soit A la cause, et que son effet immédiat soit en B , puis que, par l'intermédiaire de B , son effet médiat soit C , de sorte que B soit à la fois l'effet 5 de A et la cause de C . Puisque A est d'une puissance égale à B et B d'une puissance égale à C (par l'axiome), A sera aussi équivalent à C .

Un effet entier est *immédiat*, quand il est produit par la cause elle-même, c'est-à-dire quand il procède de la cause par la seule action de cette cause sur quelque chose; et si vraiment il existe tout entier à un moment donné, 10 alors il existe au moment même où la cause a épuisé sa puissance, ou bien où elle a cessé de pouvoir agir. Il suffit donc que l'effet immédiat entier soit égal à la cause, pour qu'on puisse conclure de tout autre effet qu'il est égal à la cause. Et c'est pourquoi il est nécessaire que l'effet soit égal à la cause, puisque dans le cas contraire, on pourrait avec des intermédiaires 15 différents faire sortir des effets inégaux d'une même cause et il n'y aurait pas de mesure déterminée des puissances. En pratique toutefois, plus il y a d'intermédiaires, plus la déperdition accidentelle est grande.

Proposition 7

La puissance est toujours la même dans un système de corps qui ne commu- 20 niquent pas avec d'autres.

Puisqu'en effet les corps ne communiquent pas avec d'autres (par hypothèse), chaque état de ces corps sera l'effet entier de leur état précédent (par la définition 2), et dès lors (par l'axiome et la proposition 6) la puissance sera toujours égale. 25

Par suite, si un corps est unique, il conservera toujours la même puissance, ou s'il y a plusieurs corps qui s'entrechoquent, la puissance sera toujours la même dans leur somme.

Proposition 8

La puissance dans l'univers est toujours la même. 30

En effet les corps de l'univers ne peuvent pas communiquer avec d'autres corps qui ne seraient pas contenus dans l'univers. C'est pourquoi l'univers est un système de corps ne communiquant pas avec d'autres. Et par conséquent (d'après la proposition précédente) il a toujours la même puissance.

De cette proposition mal comprise est née l'erreur de ceux qui ont cru 35

porum cum aliis non communicantium. Ac proinde (per præcedentem) eandem semper potentiam habet.

Ex propositione hac male intellecta natus est eorum error, qui crediderunt eandem semper conservari motus quantitatem in universo, quam ipsi cum potentia confundunt. Quantum autem intersit, ostendimus suo loco. Ostendi etiam potest facile, æqualibus temporibus eandem esse quantitatem Actionis in universo, cum potentia semper agat quantum potest adeoque æqualiter æqualibus temporibus. Longe autem aliud est quantitas actionis, ut nos peculiari capite eam explicuimus, quam quantitas motus, ut ab illis definitur, qui eandem motus summam conservari volunt, eamque non in tempore, sed in momento quovis intelligunt, magnitudinem corporis in velocitatem eo momento ipsi competentem ducentes, ut quantitas motus ab ipsis sic appellata nascatur. Sed eam semper eandem in corporibus conservari falsum est, ut infra ostendamus.

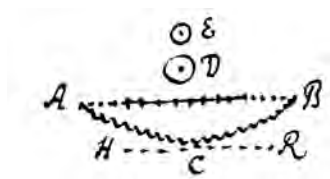


Figura 2

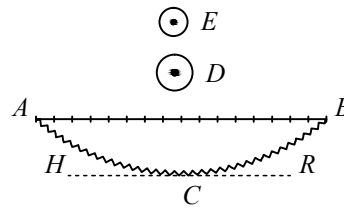


Figure 2

Propositio 9

Quæ eundem integrum effectum (vel gemellos) producere possunt, habent potentias æquales.

Sit Causa F producens effectum G , et causa L producens effectum M , sintque effectus (integri scilicet) G et M gemelli. aio causas F et L esse æquipotentes. Nam causa F æquipotens est effectui G et effectus G effectui M (eidem scilicet vel gemello) et effectus M causæ L ; itaque causa F causæ L

Ut si (figura 2) chorda tensa ex situ recto AB inflectatur in situm ACB , tam lapsu ponderis D ex altitudine DC , quam lapsu ponderis minoris E ex altitudine tanto majore EC , ita scilicet ut chorda non ultra ab ipsis inflecti possit, utique gravium D et E elevationes super horizontem HCR potentias æquales habebunt, cum idem ad summum efficere possint.

Propositio 10

Quæ a gemellis causis produci possunt, æquipotentia sunt.

que se conserve toujours dans l'univers la même quantité de mouvement, qu'ils ont eux-mêmes confondue avec la puissance¹. Mais combien elle en diffère, nous l'avons montré en son lieu. On peut aussi montrer facilement qu'en des temps égaux, la quantité d'action dans l'univers est la même, puisque la puissance agit toujours autant qu'il est possible de sorte qu'elle agit également en des temps égaux. Mais la quantité d'action, telle que nous l'avons expliquée dans un chapitre particulier, est bien différente de la quantité de mouvement telle qu'elle est définie par ceux qui veulent que la même somme en soit conservée : ils la conçoivent, non dans le temps, mais à chaque instant, en faisant le produit de la grandeur du corps par sa vitesse à cet instant, de sorte qu'en résulte ce qu'ils appellent quantité de mouvement. Or il est faux qu'elle soit toujours conservée la même dans les corps, comme nous le montrerons plus bas.

PROPOSITION 9

[Les thèmes] qui peuvent produire le même effet entier (ou des effets jumeaux) ont des puissances égales.

Soient la cause F produisant l'effet G , et la cause L produisant l'effet M , et que les effets (entiers, s'entend) G et M soient jumeaux ; je dis que les causes F et L sont équipotentes. En effet la cause F est équipotente à l'effet G , et l'effet G à l'effet M (puisque'ils sont identiques ou jumeaux), et l'effet M à la cause L ; donc la cause F l'est à la cause L .

Si par exemple (figure 2) une corde tendue est courbée de sa position en ligne droite AB dans la position ACB , tout autant par la chute du poids D de la hauteur DC que par la chute du poids plus petit E d'une hauteur d'autant plus grande EC , et ce de sorte que la corde ne puisse pas être courbée davantage par ces poids, alors il est clair que les élévations des graves D et E au-dessus de l'horizon HCR auront des puissances égales, puisqu'elles peuvent produire au plus le même résultat.

PROPOSITION 10

[Les thèmes] qui peuvent être produits par des causes jumelles sont équipotents.

Soient la cause F produisant l'effet G , et la cause L produisant l'effet M , et que les causes F et L (pleines, s'entend) soient identiques ou jumelles. Puisque l'effet G est égal à sa cause F , la cause F à sa cause jumelle L , et la cause L à son effet M , l'effet G est à coup sûr égal ou équipotent à l'effet M .

¹Descartes, *Principia philosophiae*, Pars 2a, art. XXXVI sq. (AT, VIII/1, p. 61sq.).

Sit causa F producens effectum G , et causa L producens effectum M , et causæ F et L (quas plenas intelligo) sint eadem vel gemellæ. Quia effectus G æqualis causæ suæ F , et causa F causæ gemellæ L , et causa L effectui suo M , utique effectus G æqualis seu æquipotens est effectui M . [161v]

- 5 Ut si corpus unius libræ celeritate unius gradus præditum vim suam omnem in arcu aliquo tendendo consumat, et aliud corpus priori æquale et æquivelox consumat suam in tendendo alio arcu; arcus tensi etsi inæquales aut dissimiles erunt tamen æquipotentes, et is qui in æquali tensione foret debilior, erit tanto magis tensus.

10

Propositio II

Causæ plenæ sunt Effectibus integris proportionales.

Sit causæ plenæ potentia L , effectus integri potentia M , rursus alterius causæ plenæ potentia P , effectusque ejus integri potentia M . Quia igitur L est æqualis M et P ipsi Q , utique erit L ad P ut M ad Q .

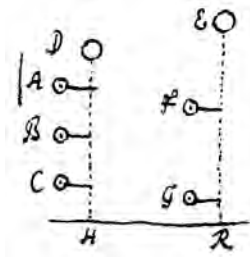


Figura 3

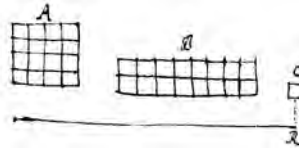


Figura 4

- 15 Ponamus (figura 3) pondera D et E cadendo ex altitudinibus perpendicularibus DH , ER elasmata quædam inter se gemella in transitu eodem gradu tendere posse, D quidem tria A , B , C ; at E duo F et G , et ambo cadendo neque egisse aliquid amplius nec agere posse, sed D post ultimum elasma C tensum omnem suam vim amisisse, ut si eo momento horizontem in H
- 20 attingere ponatur, nulla prorsus vi eum feriat; similiterque E post tensum elasma ultimum G eo ipso omnem impetum descendendo acceptum consumpserit, nulloque ictu horizontem feriat in R . His positis, erit potentia ipsius D elevati altitudine DH ad potentiam ipsius E elevati altitudine ER ut numerus Elasmatum, quæ tendi possunt a potentia priore ad numerum
- 25 Elasmatum, quæ tendi possunt a posteriore. Nam cum effectus integri sint Elasmatum tensorum gemellorum aggregata, utique (per propositionem 2) potentias eorum manifestum est esse ut numeros Elasmatum gemellorum,

Par exemple, si un corps d'une livre doté d'une vitesse d'un degré dépense toute sa force à tendre un arc donné, et qu'un autre corps égal au premier et doté d'une vitesse égale dépense la sienne à tendre un autre arc; alors les arcs tendus, même s'ils sont inégaux ou dissemblables, seront néanmoins equipotents, et celui qui, à tension égale, serait le plus faible, sera 5 d'autant plus tendu.

PROPOSITION 11

Les causes pleines sont proportionnelles aux effets entiers.

Soit L la puissance d'une cause pleine, M la puissance de son effet entier; soit en outre P la puissance d'une autre cause pleine, et M la puissance de son effet entier. Puisque donc L est égal à M et P à Q , L sera bien à P comme M est à Q . 10

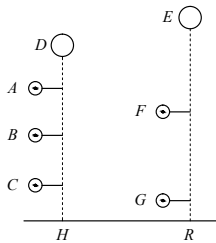


Figure 3

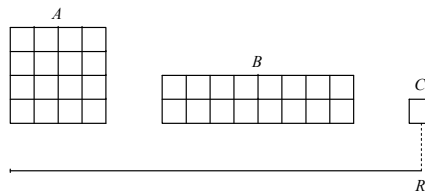


Figure 4

Supposons (figure 3) que les poids D et E tombant des hauteurs perpendiculaires DH , ER , puissent tendre au passage, à un même degré, plusieurs ressorts jumeaux entre eux, en D les trois ressorts A , B , C , et en E les deux 15 ressorts F et G ; et supposons que l'un et l'autre en tombant n'aient rien fait et ne puissent rien faire de plus, mais que D , après avoir tendu le dernier ressort C , ait perdu toute sa force de sorte que, si on le supposait atteindre à ce moment l'horizon en H , il le frapperait sans absolument aucune force; et que semblablement E , après avoir tendu le dernier ressort G , ait par là 20 même dépensé tout l'*impetus* acquis dans sa descente, et frapperait l'horizon en H sans aucun impact. Cela posé, la puissance de D élevé à la hauteur DH sera à la puissance de E élevé à la hauteur ER comme le nombre des ressorts qui peuvent être tendus par la première puissance est au nombre des ressorts qui peuvent être tendus par la seconde. En effet, comme les 25 effets entiers sont des agrégats de ressorts tendus jumeaux, il est assurément manifeste (par la proposition 2) que leurs puissances sont entre elles comme

seu ut numeros repetitionum mensuræ, quæ hoc loco est potentia unius [162r]
elasmatis tensi.

Propositio 12

Duorum ponderum æqualium ad eandem altitudinem ele-
vatorum eadem potentia est, quamcunque habeant figuram
aut volumen.

Sint (figura 4 [p. 380]) pondera *A* et *B* æqualia, ad eandem altitudinem
elevata quæ differant figura, eandem vero habeant gravitatem specificam,
adeoque et volumen æquale. Inscribentur cuique cubuli æquales utrobique
et æqualiter positi, æquali numero, qui vel exhaurient, vel differentiam re-
linquent data minorem, si satis magnus sit numerus et sufficiens parvitas.
Horum cubulorum, quorum quilibet æqualis et similiter positus ipsi *C*, sit
eadem elevatio quæ ipsius *C* (ponendo corpus *A* vel *B* si tantum descende-
rit quantum elevatum est *C*, amplius nunc descendere non posse adeoque
nec partem ejus) erit potentia ipsius *C* elevati ad altitudinem *CR* mensura
potentiæ (per definitionem 3 hic) quæ cum æqualiter repetatur tam in *A*
quam in *B*, erunt eorum potentiæ æquales (per propositionem 2 hic). Quod
si gravitate specifica differant pondera, sumendi sunt cubi unius similiter
positi quidem cubis alterius, sed inæquales volumine in reciproca ratio-
ne specificarum gravitatum, quos æquivalere ex natura gravitatis specificæ
supponitur.

Propositio 13

Ponderum ad eandem altitudinem perpendicularem ele-
vatorum potentiæ sunt ut pondera.

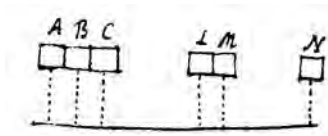


Figura 5

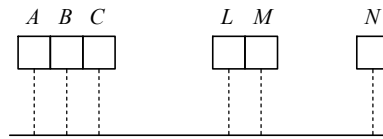


Figure 5

Sint (figura 5) pondera *A*, *B*, *C* et *L*, *M* ad eandem altitudinem elevata [162r]
supra horizontem. Ajo potentiam ponderis *AB* esse ad potentiam ponderis
LM, ut pondus *ABC* ad pondus *LM*. Jam sit mensura communis ponde-
rum, pondus *N* ad eandem altitudinem elevatum, quod in *ABC* reperitur

les nombres des ressorts jumeaux, c'est-à-dire comme les nombres des répétitions de la mesure, laquelle en ce cas est la puissance d'un unique ressort tendu.

PROPOSITION 12

La puissance de deux poids égaux élevés à des hauteurs égales est la même, 5 de quelque figure ou volume qu'ils soient.

Que soient élevés à la même hauteur les poids égaux A et B (figure 4 [p. 381]), qui diffèrent par la figure mais ont la même gravité spécifique, et donc aussi un volume égal.

Qu'on inscrive en chacun d'eux des petits cubes égaux disposés partout 10 et également, en nombre égal, et qui soit remplissent [les deux corps], soit laissent une différence moindre que toute grandeur donnée, si leur nombre est assez grand et leur petitesse suffisante. Que l'élévation de ces petits cubes, dont chacun est égal au cube C et semblablement situé que lui, soit la même que celle de C lui-même (en supposant que le corps A ou B s'il est descendu 15 autant que C s'est élevé, ne peut plus descendre davantage, ni donc aucune de ses parties); alors la puissance pour élever C à la hauteur CR sera la mesure de la puissance (par la définition 3), et comme elle est également répétée tant en A qu'en B , leurs puissances seront égales (par la proposition 2). Que si les poids diffèrent en gravité spécifique, il faut prendre des cubes 20 semblablement placés dans un corps et dans l'autre, mais inégaux en volume en raison réciproque des gravités spécifiques, que l'on suppose équivalents d'après la nature de la gravité spécifique.

PROPOSITION 13

Les puissances de poids élevés à la même hauteur perpendiculaire sont entre 25 elles comme les poids.

Soient (figure 5) les poids A , B , C et L , M élevés à la même hauteur au-dessus de l'horizon; je dis que la puissance du poids B est à la puissance du poids LM , comme le poids ABC est au poids LM . Soit dès lors pour mesure commune des poids le poids N élevé à la même hauteur, qui se trouve trois 30 fois dans ABC et deux fois dans LM (ou d'une autre façon). Par conséquent l'élévation du poids N ou d'un jumeau se trouve aussi trois fois dans celui-là et deux fois dans celui-ci; or les puissances sont comme les répétitions de leur égale mesure (par la proposition 2), et ici les répétitions sont comme les poids. Donc les puissances seront aussi comme les poids. Si les poids ne 35 peuvent être réduits à une commune mesure, il suffit d'en prendre d'autres

ter, in LM bis (vel alio modo). Itaque et elevatio ipsius N vel gemelli in isto reperitur ter, in hoc bis; potentiæ autem sunt ut repetitiones ejusdem suæ mensuræ (per propositionem 2 hic) et repetitiones hic ut pondera. Ergo et potentiæ ut pondera erunt. Si pondera in mensuram communem
 5 resolvi non possint, sufficit assumi alia quæ in communem mensuram resolvi possint tam parum ab his differentia, ut error sit minor dato, adeoque nullus.

Familiarius enuntiando: Potentia librarum duarum elevatarum super horizontem ad altitudinem perpendicularem
 10 unius pedis, dupla est potentiæ libræ unius elevatæ tantundem.

Propositio 14

Ponderum æqualium potentiæ sunt ut altitudines eorum perpendiculares supra horizontem.

15 Sint (figura 6) pondera æqualia A et B , unum elevatum supra horizontem HR pedibus tribus ${}_1AH$, alterum pedibus duobus ${}_1BR$. Ajo esse potentiam ipsius A ad potentiam ipsius B ut 3 ad 2.

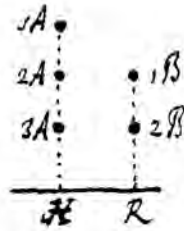


Figura 6

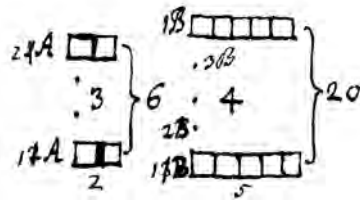


Figura 7

Nam si descenderit ex ${}_1A$ altitudine unius pedis, arque in ${}_2A$ quieverit, amisit potentiam, quanta est elevatum esse altitudine unius pedis super
 20 horizontem. Sed retinet adhuc potentiam descendendi per ${}_2AH$. Et descendendo porro deinde per alterum pedem per ${}_2A_3A$ amisit tantundem adhuc semel, et descendendo denique per ${}_3AH$ tertium, tunc autem amisit omnem. Itaque ter habet potentiam elevationis ad unum pedem. Eandem B [1637]
 25 habet bis; sunt ergo eorum potentiæ ut 3 ad 2 (per propositionem 2 hic), seu ut elevationes. Idem est in numeris quibuscunque imo et in proportionibus incommensurabilibus, quia assumi possunt commensurabiles tam parum ab ipsis quam volumus differentes; ita ut error sit minor dato.

qui peuvent l'être, et différant tellement peu de ceux-ci, que l'erreur soit moindre que toute erreur donnée, c'est-à-dire nulle.

Pour l'énoncer plus familièrement : *La puissance pour élever deux livres au-dessus de l'horizon à une hauteur perpendiculaire d'un pied est double de la puissance pour élever autant une livre.*

5

PROPOSITION 14

Les puissances de poids égaux sont comme leurs hauteurs perpendiculairement au-dessus de l'horizon.

Soient (figure 6) les poids égaux A et B , l'un élevé au-dessus de l'horizon HR de trois pieds ${}_1AH$, l'autre de deux pieds ${}_1BR$; je dis que la puissance de A est à la puissance de B comme 3 à 2.

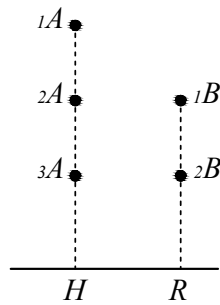


Figure 6

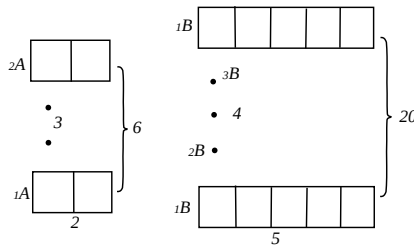


Figure 7

En effet, si A est descendu de ${}_1A$ d'une hauteur d'un pied puis s'est arrêté en ${}_2A$, il perd autant de puissance qu'il en a fallu pour être élevé d'un pied au-dessus de l'horizon. Mais il conserve encore la puissance pour descendre de ${}_2AH$. Et descendant ensuite à nouveau d'un autre pied de ${}_2A$ en ${}_3A$, il en perd encore une fois tout autant, puis descendant enfin du troisième pied ${}_3AH$, il la perd alors toute. Par conséquent, il a trois fois la puissance de s'élever à un pied. B a deux fois la même puissance. Leurs puissances sont donc comme 3 à 2 (par la proposition 2), ou comme leurs hauteurs. Il en va de même pour n'importe quels nombres, même pour des proportions incommensurables, puisqu'on peut prendre des proportions commensurables qui en diffèrent aussi peu que l'on veut, de façon à ce que l'erreur soit moindre que toute erreur donnée.

Pour l'énoncer plus familièrement : *La puissance d'une livre élevée à deux pieds au-dessus de l'horizon est double de celle d'une livre élevée à un pied au-dessus de l'horizon.*

25

Familiarius enuntiando: Potentia libræ ad duos pedes supra horizontem elevata, dupla est libræ elevata ad unum pedem supra horizontem.

Propositio 15

5 Potentiæ ponderum elevatorum supra horizontem sunt in ratione composita ponderum et altitudinum perpendicularium.

Sint (figura 7 [p. 384]) pondera A (2) et B (5) elevata ad altitudines ${}_1A_2A$ (3) et ${}_1B_2B_3B$ (4). Ajo esse potentiam (6) ipsius A ad potentiam (20) ipsius B in ratione composita ex ratione ponderum A (2) et B (5), et altitudinum ${}_1A_2A$ (3) et ${}_1B_3B$ (4). Et quidem si altitudines ${}_1A_2A$ et ${}_1B_3B$ essent æquales, forent potentiæ ut pondera (per propositionem 13 hic).

Itaque in ratione composita ponderum et altitudinum, quia æqualitatis ratio in compositione nil mutat. Si sint inæquales, sumatur majoris altitudinis ${}_1B_2B_3B$ (4) pars ${}_1B_2B$ (3) æqualis minori ${}_1A_2A$ (3). Jam potentia (6) ipsius A (2) elevati in altitudinem ${}_1A_2A$ (3) est ad potentiam (15) ipsius B (5) elevati ad altitudinem ${}_1B_2B$ (3) ut A (2) ad B (5) (per propositionem 1 hic) et potentia (15) elevati B (5) per ${}_1B_2B$ (3) est ad potentiam (20) B (5) elevati per ${}_1B_2B_3B$ (4) ut ${}_1B_2B$ (3) vel ${}_1A_2A$ (3) ad ${}_1B_2B_3B$ (4). Ergo jungendo
20 prima postremis, potentia (6) est ad potentiam (20) in ratione composita A (2) ad B (5), et ${}_1A_2A$ (3) ad ${}_1B_2B_3B$ (4) seu in ratione composita ponderum et altitudinum. [1632]

Familiarius: Potentia duarum librarum elevatarum ad pedes tres est sextupla potentiæ unius libræ elevata ad pedem unum. Reperietur enim in priore sexies repeti posteriorem.
25

Propositio 16

Si pondera elevata sint reciproce ut altitudines, erunt potentiæ æquales; et vicissim, si potentiæ sint æquales,
30 pondera sunt reciproce ut altitudines.

Sit pondus trium librarum elevatum ad pedes quatuor, et pondus duarum librarum elevatum ad pedes sex; ita ut sit pondus majus 3 ad minus 2, uti est altitudo ponderis minoris 6 ad altitudinem ponderis majoris 4. Ajo potentias A elevatarum librarum 3 per pedes sex esse æquales. Est autem 3
35 ad 2 ut 6 ad 4 (ex hypotesin). Ergo (ex elementis) factum ex 3 in 4, æquale est facto ex 2 in 6. Sed potentia A est ad potentiam B in ratione composita

Proposition 15

Les puissances de poids élevés au-dessus de l'horizon sont en raison composée des poids et des hauteurs perpendiculaires.

Soient (figure 7 [p. 385]) les poids A (2) et B (5) élevés aux hauteurs ${}_1A_2A$ (3) et ${}_1B_2B_3B$ (4); je dis que la puissance (6) de A est à la puissance (20) 5 de B en raison composée de celle des poids A (2) et B (3) et de celle des hauteurs ${}_1A_2A$ (3) et ${}_1B_2B_3B$ (4). Il est clair que si les hauteurs ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B_3B$ étaient égales, les puissances seraient comme les poids (par la proposition 13);

elles seraient donc en raison composée des hauteurs et des poids, puisque 10 la raison d'égalité ne change rien dans la composition. Si elles sont inégales, qu'on prenne de la plus grande hauteur ${}_1B_2B_3B$ (4) une partie ${}_1B_2B$ (3) égale à la plus petite ${}_1A_2A$ (3). Or la puissance (6) de A (2) élevé à la hauteur ${}_1A_2A$ (3) est à la puissance (15) de B (5) élevé à la hauteur ${}_1B_2B$ (3), comme A (2) est à B (5) (par la proposition 1), et la puissance (15) de B (5) élevé de ${}_1B_2B$ 15 (3) est à la puissance (20) de B (5) élevé de ${}_1B_2B_3B$ (4) comme ${}_1B_2B$ (3) ou ${}_1A_2A$ (3) à ${}_1B_2B_3B$ (4). Donc, la première raison aux dernières, la puissance (6) est à la puissance (20) en raison composée de A (2) à B (5) et de ${}_1A_2A$ (3) à ${}_1B_2B_3B$ (4), c'est-à-dire en raison composée des poids et des hauteurs.

Plus familièrement : *La puissance de deux livres élevées à trois pieds est 20 sextuple de la puissance d'une livre élevée à un pied. Il se trouve en effet que la seconde est répétée six fois dans la première.*

Proposition 16

Si les poids élevés sont entre eux réciproquement comme les hauteurs, leurs puissances seront égales; et inversement, si les puissances sont égales, les poids 25 sont réciproquement comme les hauteurs.

Soit un poids de trois livres élevé à quatre pieds, et un poids de deux livres élevé à six pieds, de sorte que le plus grand poids 3 soit au plus petit 2 comme la hauteur 6 du poids le plus petit est à la hauteur 4 du plus grand poids; je dis que la puissance A des trois livres élevées à quatre pieds est égale 30 à la puissance B des deux livres élevées à six pieds. En effet, 3 est à 2 comme 6 est à 4 (par hypothèse); donc (d'après les *Éléments*) le produit de 4 par 3 est égal au produit de 6 par 2. Mais la puissance A est à la puissance B en raison composée de celles de 3 à 2 et de 4 à 6 (par la proposition précédente), ou (d'après les *Éléments*) comme le produit de 4 par 3 au produit de 6 par 2, 35 et nous venons de montrer que ces produits sont égaux. Les puissances A et B sont donc égales.

3 ad 2 et 4 ad 6 (per præcedentem), seu (ex elementis) ut factum ex 3 in 4 ad factum ex 2 in 6, et facta hæc nunc æqualia esse ostendimus. Ergo potentia A et B sunt æquales.

Familiaris: Æqualis potentia est unius libræ elevatæ ad
5 tres pedes et trium librarum ad unum pedem elevatarum; utrobique enim reperietur unam libram elevatam esse ad unum pedem, quod potentia mensura est.

Propositio 17

Æqualis potentia est elevare unum libram ad duos
10 pedes vel duas libras ad unum pedem; id est generaliter si altitudines elevationum sint reciproce proportionale ponderibus, potentia elevandi sunt æquales. [1647]

Nam causæ plenæ sunt effectibus integris poportionales (per propositionem 11 hic). Cum ergo pondera ad altitudines ipsis reciproce proportionales
15 elevata æqualem potentiam habebant (per propositionem 15) erunt et potentia elevandi in causis elevare valentibus æquales.

Dubitari scilicet poterat, an non elevandi idem pondus ad eundem altitudinem diversa sit potentia pro diversis elevandi modis, ita ut diversa ratione elevandi eadem potentia possit idem pondus elevare plus vel minus.
20 Sed constituto semel axiome, quod causa plena effectui integro æquivaleret, eadem semper potentia ad eundem effectum determinatum potentia præditum quomodocunque producendum requiretur.

Propositio 18

In libra rectilinea si distantia ponderum a centro lib-
25 rationis sint ponderibus proportionales reciproce, tunc fiet æquilibrium.

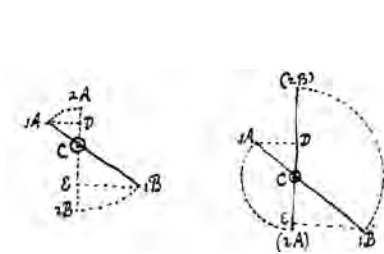


Figura 8

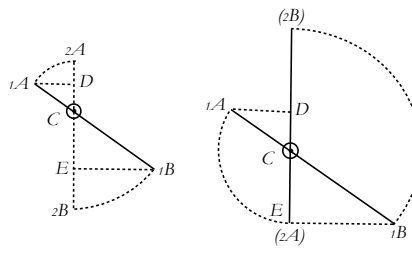


Figure 8

Plus familièrement : *La puissance d'une livre élevée à trois pieds est égale à la puissance de trois livres élevées à un pied; en effet on trouve de part et d'autre qu'une livre est élevée à la hauteur d'un pied, ce qui est la mesure de la puissance.*

PROPOSITION 17

5

Il faut une puissance égale pour élever une livre à deux pieds ou pour élever deux livres à un pied; c'est-à-dire que, de façon générale, si les hauteurs des élévations sont réciproquement proportionnelles aux poids, les puissances pour ces élévations sont égales.

En effet, les causes pleines sont proportionnelles aux effets entiers (par 10 la proposition 11); donc, puisque des poids élevés à des hauteurs qui leurs sont réciproquement proportionnelles ont une puissance égale (par la proposition 15), les puissances d'élévation seront aussi égales dans les causes pouvant élever.

On aurait pu douter ici, si la puissance d'élever un même poids à la 15 même hauteur serait différente selon les diverses façons de l'élever, de sorte que, selon des manières différentes de l'élever, la même puissance pourrait élever plus ou moins de poids. Mais une fois établi l'axiome, selon lequel la cause pleine équivaut à l'effet entier, c'est toujours la même puissance qui est requise pour le même effet déterminé doté d'une puissance, quelle que 20 soit la manière de le produire.

PROPOSITION 18

Dans une balance rectiligne, si les distances des poids au centre d'oscillation sont réciproquement proportionnelles aux poids, alors il y aura équilibre.

Soient (figure 8) les poids A et B , qui tendent de toute leur force à tirer 25 vers l'horizon HR les points extrêmes ${}_1A$ et ${}_1B$ de la balance rectiligne ACB ; et que $C{}_1A$ soit à $C{}_1B$ comme le poids B est au poids A , par exemple, si le poids A est double du poids B , que la distance BC de celui-ci au centre d'oscillation C soit double de la distance AC ; je dis que les poids sont en équilibre. Supposons en effet que l'un ou l'autre, comme A , s'élève de ${}_1A$ à 30 ${}_2A$, le corps B étant déplacé de ${}_1B$ en ${}_2B$ et la balance de ${}_1AC{}_1B$ à ${}_2AC{}_2B$, sa position verticale; qu'on mène les perpendiculaires ${}_1AD$ et ${}_1BE$ à la verticale; du fait de la similitude des triangles $CD{}_1A$ et $CE{}_1B$, CD sera à $C{}_1A$ ou à $C{}_2A$ comme CE est à $C{}_1B$ ou à $C{}_2B$; donc aussi $D{}_2A$ à $E{}_2B$ comme $C{}_2A$ à $C{}_2B$, c'est-à-dire que $D{}_2A$ sera à $E{}_2B$ comme B est à A , ou réciproquement 35 comme les poids. Par conséquent, puisque c'est la même puissance d'élever

Sint (figura 8 [p. 388]) pondera A et B , quæ libræ rectilineæ ACB extrema puncta ${}_1A, {}_1B$, tota sua vi trahere conentur versus horizontem HR . Sitque C_1A ad C_1B , ut pondus B ad pondus A ; verbi gratia si A pondus sit duplum ponderis B , sit distantia a C centro librationis, nempe BC , dupla distantia AC . Dico pondera esse in æquilibrio. Ponatur enim elevari alterutrum ut A , ex ${}_1A$ in ${}_2A$ translato ${}_1B$ in ${}_2B$, et libra ${}_1AC_1B$ translata in ${}_2AC_2B$, situm verticalem; ducantur perpendiculares ad verticalem ${}_1AD$ et ${}_1BE$; ob trian-
 gula CD_1A et CE_1B similia, erit CD ad C_1A seu ad C_2A , ut CE ad C_1B seu
 ad C_2B . Ergo et D_2A ad E_2B ut C_2A ad C_2B seu erit D_2A ad E_2B ut B ad A ,
 seu reciproce ut pondera. Itaque cum eadem potentia sit A duarum libra-
 rum (si placet) esse elevatum super horizontem ${}_1AD$ ad altitudinem D_2A
 unius (verbi gratia) pedis, et B unius libræ esse elevatum supra horizontem
 ad altitudinem duorum pedum (per propositionem præcedentem); non est
 ratio cur unum potius quam aliud obtineat. Nulla igitur est ratio cur A
 ascendant, B descendat. Idemque est argumentum, si contra ascenderet B ,
 descenderet A .

Poterit etiam ostendi dari motum perpetuum mechanicum alterutro ascensu admissio; et multa Pseudomechanemata huic errori innituntur. Placet tamen eam methodum varietatis causa sequenti propositioni applicare.

20

Propositio 19

Si duorum vasorum inter se inferius communicantium liquores graves sint similes, et habeant suas supremas superficies in eodem horizonte, erunt in æquilibrio.

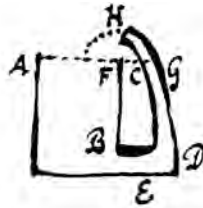


Figura 9

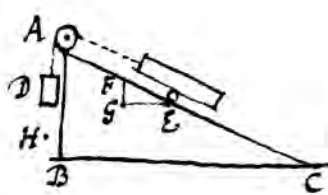


Figura 10

Sint (figura 9) tubi AB et CD inter se communicantes in E pleni aqua vel
 alio liquore utrobique eodem, sintque superficies aquæ AF , CG in eodem
 horizonte. Ajo aquam in æquilibrio esse. Ponatur enim alterutra prævalere,
 et aqua CD expelli ab aqua AB ; quicquid expelletur utique elevabitur super

A de deux livres (si on veut) au-dessus de l'horizon AD à la hauteur D_2A d'un pied (par exemple) et d'élever B d'une livre au-dessus de l'horizon à la hauteur de deux pieds (par la proposition précédente), il n'y a pas de raison pour qu'on obtienne l'un plutôt que l'autre. Il n'y a donc aucune raison pour que A monte et que B descende. L'argument est le même, si au contraire B montait et A descendait.

On pourra aussi montrer qu'en admettant l'une ou l'autre ascension, il en résulterait le mouvement perpétuel. Et les pseudomécanismes reposent sur cette erreur. Pour varier, c'est cette méthode que j'appliquerai à la proposition suivante.

10

Proposition 19

Si les liquides pesants de deux récipients communiquant entre eux par le bas sont homogènes, et si leurs surfaces supérieures se trouvent sur un même horizon, ils seront en équilibre.

Soient les tubes AB et CD (figure 9), communiquant entre eux par E , 15 remplis d'eau ou d'un autre liquide identique de part et d'autre, et que les surfaces de l'eau AF , CG soient sur le même horizon ; je dis que l'eau est en équilibre. Supposons en effet que le liquide d'un tube l'emporte sur l'autre, et que l'eau CD soit repoussée par l'eau AB ; tout ce qui sera expulsé s'élèvera en tout cas au-dessus de l'horizon CG ou $AFGC$ à une hauteur comme H , 20 si l'on conçoit le tube DC prolongé un peu moins que jusqu'à H .

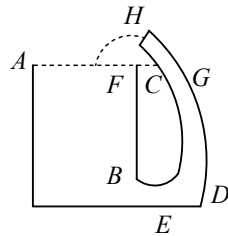


Figure 9

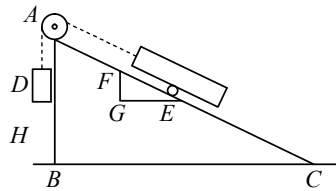


Figure 10

Donc l'eau expulsée de H s'écoulera dans le récipient AB , et ainsi le mouvement durera perpétuellement, et ce sera un mouvement mécanique ou avec excès ; l'eau en effet pourra par sa chute depuis H , avant de parvenir à AF , faire tourner quelque machine et produire un effet en continuant à 25 s'écouler, et donc en maintenant la perpétuation, ce qui est absurde (par l'axiome vu plus haut). Par conséquent l'eau est en équilibre, c'est-à-dire qu'elle demeure en repos si elle n'est pas sollicitée d'ailleurs au mouvement.

horizontem CG , seu $AFGC$, ad altitudinem aliquam ut H , si tubus DC paulo minus quam ad H productus intelligatur.

Ergo ex H expulsa aqua effluet in vas AB , et ita motus perpetuo durabit, isque mechanicus seu cum excessu, poterit enim aqua delapsu suo ex
 5 H , antequam perveniat ad AF , aliquam machinam circumagere et aliquid operari salvo defluxu, et proinde salva perpetuitate; quod est absurdum (per axioma superius). Itaque aqua in æquilibrio est seu quiescat, si aliunde in
 [165r] motum non concitetur.

Propositio 20

10 Si pondus in plano inclinato sit ad pondus liberum ut hypotenusa ad cathetum trianguli rectanguli, horizonte, plano inclinato, et perpendiculari contenti, pondus inclinatum et liberum sunt in æquilibrio.

Sit (figura 10 [p. 390]) pondus liberum D , in plano inclinato positum E ,
 15 ipsum planum inclinatum AC , triangulum ABC , uti hypotenusa AC , cathetus AB , horizon seu basis BC , sitque D ad E , ut AB ad AC . Ajo esse in æquilibrio. Ponatur alterutrum descendere verbi gratia, D in H , ascendereque adeo E in F ; erunt DH et EF æquales. Completatur triangulum FGE simile et similiter positum ipsi ABC ; erit FG elevatio ipsius E , quæ est ad FE
 20 id est ad DH ut AB ad AC , seu ut D ad E . Ergo elevationes vel depressiones (perpendiculares scilicet) sunt reciproce ut pondera. Itaque nihil agitur (ut in demonstratione propositionis 18) seu æquilibrium est inter pondera.

Jam varias hujus propositionis a Jordano olim inventæ demonstrationes habemus. Unam nunc annotare placet, quia præsentī methodo nostræ con-
 25 sentit, et ostendit negato æquilibrio dari motum perpetuum mechanicum, seu (ut ergo loquor) effectum potiore causa. Sit enim (figura 11 [p. 394]) chorda sive catena LMN circa triangulum LMP . Patet si in alterutram partem fiat motus, eum semper duraturum, omnibus ad priorem statum semper redeuntibus. Itaque omnia sunt in æquilibrio. Jam parte MNP dictæ
 30 catenæ quæ in æquilibrio est et libere dependet per cogitationem sublata, residuum MLP adhuc in æquilibrio erit, id est pondus LM cum pondere LP , quæ pondera sunt inter se, ut ipsæ rectæ.

23 Jordano vide: Jordanus de Nemore, *Liber Iordani Nemorarii viri clarissimi De ponderibus propositiones XIII et earundem demonstrationes*, ed. P. Apian, Norimbergæ: Per Io. Petreum 1533, supp. V, c. A3v; prop. VIII, c. C4r-D1r.

Propositio 20

Si un poids sur un plan incliné est à un poids libre comme l'hypoténuse à la cathète d'un triangle rectangle compris sous l'horizon, le plan incliné et une perpendiculaire, le poids incliné et le poids libre sont en équilibre.

Soient (figure 10 [p. 391]) D un poids libre et E un poids sur le plan 5 incliné, soit AC ce plan incliné et ABC un triangle ayant AC pour hypoténuse, AB pour cathète, l'horizon BC pour base, et que D soit à E comme AB est à AC . J'affirme que ces poids sont en équilibre. Supposons que l'un des deux descende, par exemple D en H , et que par suite E s'élève en F ; DH et EF seront égaux. Complétons le triangle FGE semblable à ABC et 10 semblablement situé. FG représentera l'élévation de E , qui est à FE ou DH , comme AB est à AC , c'est-à-dire comme D à E . Les élévations ou descentes (perpendiculaires s'entend) sont donc réciproquement comme les poids. Par conséquent, il n'y a aucune action (comme dans la démonstration de la proposition 18), c'est-à-dire qu'il y a équilibre entre les poids. 15

Nous possédons déjà plusieurs démonstrations de cette proposition découvertes autrefois par Jordan. J'aimerais ici attirer l'attention sur l'une d'entre elles, car elle s'accorde à notre présente méthode, et montre que si l'on niait l'équilibre on aurait un mouvement perpétuel mécanique, ou (selon ma façon de parler) un effet plus puissant que sa cause. Soit en effet 20 (figure 11) la corde ou chaîne LMN autour du triangle LMP . Il est évident que si une partie quelconque de celle-ci se met en mouvement, ce mouvement durera toujours, puisque tout est toujours ramené à l'état antérieur.

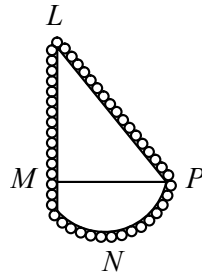


Figure 11

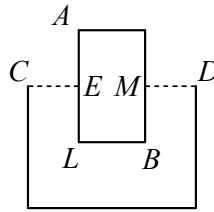


Figure 12

Aussi tout doit-il être en équilibre. Or, en supprimant en pensée la partie MNP de ladite chaîne, partie qui est en équilibre et pend librement, la 25 partie restante MLP sera encore en équilibre, c'est-à-dire le poids LM sera en équilibre avec le poids LP , ces poids étant entre eux comme les droites correspondantes.



Figura 11

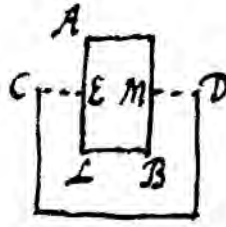


Figura 12

Propositio 21

[1652]

Si solidum grave natet in liquido gravi, pars liquido volumine æqualis parti immersæ solidi, est æqualis pondere toti solido.

- 5 Sit (figura 12) solidum AB (ut lignum) cujus pars EB immersa fluido (ut aquæ), et sit vasis magnitudo talis, ut circulus EM sit æqualis respondentis annulo $CEMD$; erit aqua $CELBMD$ volumine æqualis parti immersæ EB . Hæc autem aqua suspensa sustinetur a solido AB , ne descendere possit in locum EB . Ergo est solidi ponderi æqualis.
- 10 Tantundem autem immergitur solidum aquæ quæcunque sit figura vasis, et omnino semper manifestum est partem aquæ expulsam sustineri; generaliter igitur verum est tantum immergi de solido ut pars aquæ cujus locum pars solidi immersa occupat, sit solido toti pondere æqualis.

Propositio 22

- 15 Duo elastica homogenea licet magnitudine inæqualia ad eundem gradum tensa eandem vim coërcentem sustinent.
- Sit (figura 13 [p. 396]) ær tubi AB per argentum vivum incumbens CD , quod ex altitudine AC descenderat, compressus in spatium DB , ita ut jam æquilibrium sit inter pondus cæcens CD , et Elastum æris DB , a quo pondus sustinetur. Sit vas quantumcumque E tubo communicans in B , sed ita ut communicatio sit intercepta per Epistomium clausum. Ajo si poneretur E plenum aëre ad eundem gradum compresso quem recepit compressus ær DB , et postea communicatio detur aperto epistomio B novam virium æris E accensionem nihil posse in pondus CD neque illud attollere, sed omnia permanere ut ante. Ponamus enim initio Epistomium fuisse apertum et
- 25 Hydrargyrum ex altitudine majore FC descendisse, atque ita eodem modo

Proposition 21

Si un corps pesant solide flotte dans un liquide pesant, la partie du liquide égale en volume à la partie immergée du solide est égale en poids à la totalité du solide.

Soit (figure 12 [p. 393]) le solide AB (du bois par exemple), dont la partie EB soit immergée dans un fluide (de l'eau par exemple), et que le récipient soit d'une grandeur telle que le cercle EM soit égal à l'anneau correspondant $CEMD$; l'eau $CELBMD$ sera égale en volume à la partie immergée EB . Or cette eau suspendue est soutenue par le solide AB , pour qu'elle ne puisse pas descendre dans le lieu EB ; elle est donc égale au poids solide. 10

Pareillement, qu'un solide soit immergé dans l'eau, quelle que soit la figure du récipient, il est toujours absolument manifeste qu'il soutient la partie de l'eau expulsée. Il est donc vrai de manière générale qu'une part du solide immergée égale la partie de l'eau dont la partie immergée du solide occupe le lieu est égale en poids à la totalité du solide. 15

Proposition 22

Deux corps élastiques homogènes tendus à un même degré, et quoique inégaux en grandeur, supportent une même force de pression.

Que l'air du tube AB (figure 13 [p. 395]) soit comprimé dans l'espace DB par le vif argent CD qui pèse sur lui après être descendu de la hauteur AC , 20 de sorte qu'il y ait maintenant équilibre entre la pression du poids CD et le ressort de l'air DB , par lequel le poids est supporté. Soit un récipient E de taille quelconque communiquant avec le tube par B , mais de manière à ce que la communication soit coupée au moyen d'un robinet fermé.

J'affirme que, si l'on suppose E plein d'un air comprimé au même degré 25 que l'air comprimé DB , et qu'ensuite, ouvrant le robinet B , on établisse la communication, la nouvelle arrivée des forces de l'air E ne peut rien sur le poids CD et ne l'élève pas, mais tout restera comme avant. Supposons en effet qu'au commencement le robinet ait été ouvert et que le mercure soit descendu d'une hauteur plus grande FC , et qu'il ait ainsi comprimé 30 l'air DBE de la même façon qu'il l'est présentement; qu'ensuite on ferme le robinet, il est manifeste que l'air DB pourra être comprimé par le poids CD d'autant plus qu'auparavant, que l'air BE qui est en-dessous n'empêche pas l'action du poids CD sur l'air DB . Donc l'air DB aurait pu être comprimé davantage, même en maintenant la communication. Donc tout l'air 35 DBE aurait pu être comprimé davantage, ce qui va contre l'hypothèse. Il

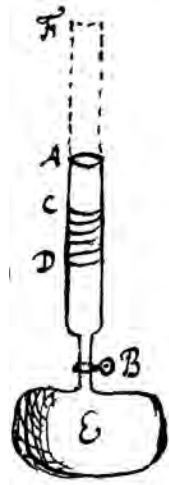


Figura 13

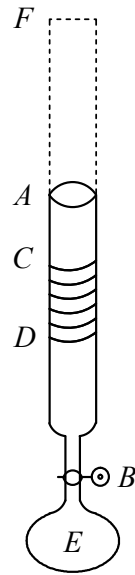


Figure 13

compressisse aërem *DBE*, ut nunc, claudatur deinde epistomium, manifestum est ideo magis possi comprimi aërum *DB* a pondere *CD* quam ante, cum substans aër *BE* ponderis *CD* actionem in aërem *DB* non impediat. Ergo potuisset aër *DB* comprimi amplius, manente communicatione. Ergo totus aër *DBE* magis comprimi potuisset contra hypothesin. Nihil ergo refert clausum an apertum sit epistomium, majorque adeo an minor aër eodem modo tensus a pondere coërceatur.

Hinc discimus ut liquores graves in æquilibrio sunt secundum gravitates específicas seu densitates et altitudines, nulla ratione habita amplitudinum (propositio 19); ita liquores elasticos in æquilibrio esse secundum elastri vel densationis gradum, nulla ratione habita voluminis seu magnitudinis. Et, si ponamus aërem nostrum quem respiramus esse compressum pondere superioris, uti revera est, manifestum est in exigua ejus particula esse vim resistendi elastri totius reliqui aëris ipsum comprimere tentantis, quemadmodum et ponderi; unde mirum non est, in vase clauso elastrum aëris inclusi, licet parvi, vim totius incumbentis atmosphæræ, nunc exclusæ, supplere.

Ex his intelligimus etiam in unoquoque corpore vim quandam esse resistendi potentiæ totius universi ipsum immutare tentantis, quamdiu scilicet

n'importe donc en rien que le robinet soit ouvert ou fermé, et l'air de ce fait plus abondant ou plus réduit est contenu dans la même tension par le poids.

D'où nous apprenons que, de même que les liquides pesants sont en équilibre suivant leurs gravités spécifiques ou densités et leurs hauteurs, sans 5 prendre en compte leurs tailles (proposition 19), ainsi les liquides élastiques sont en équilibre suivant leur degré d'élasticité ou de condensation, sans tenir compte du volume ou de la grandeur. Et, si nous supposons que l'air que nous respirons est comprimé par le poids de l'air situé au-dessus, comme c'est en effet le cas, il est clair qu'il y a dans une petite particule de cet air la 10 force de résister au ressort de tout le reste de l'air qui tend à la comprimer, de même qu'à son poids ; aussi n'est-il pas étonnant que dans un récipient clos le ressort de l'air qui y est contenu, aussi peu qu'il y en ait, remplace la force de toute l'atmosphère qui fait pression, désormais mise à l'écart.

De là nous comprenons encore qu'il y a dans chaque corps une certaine 15 force résistante à la puissance de tout l'univers qui tend à le modifier, aussi longtemps du moins qu'il n'y a pas de raison pour que l'un cède devant l'autre, force que j'ai coutume d'appeler aussi parfois force alternative, et qui est (pour ainsi dire) *toute entière dans le tout, et toute entière en chaque partie*, comme les Philosophes ont coutume de le dire *de l'âme* : chose qu'on 20 ne saurait illustrer de façon plus appropriée par une autre comparaison. Par ailleurs, il faut bien considérer qu'il y a une grande différence entre la force qui maintient pressé l'air *DB* ou *DBE* à l'intérieur de l'espace dans lequel il est comprimé, et la *force de faire rentrer* ce même air dans cet espace ; celle-là est égale pour de l'air tendu au même degré, qu'il soit grand ou 25 petit, celle-ci non. Car, pour faire rentrer l'air de son état ordinaire *AB* à l'intérieur de *DB*, il a fallu la chute du mercure de la hauteur *AC* ; mais pour faire rentrer l'air *FBE* à l'intérieur de l'espace *DBE*, au même degré de compression qu'auparavant, il a fallu que le mercure descende de la hauteur plus grande *FD*. En outre, si la hauteur du mercure avait d'abord été *CD*, 30 ou (en remplaçant le mercure par un piston), si on avait posé sur l'air un piston de moindre poids, on n'aurait pu comprimer cet air à l'intérieur de cet espace, ni donc obtenir cette compression, même si le poids était descendu d'une hauteur aussi grande qu'on voudra. A vrai dire, de par la force de l'*impetus* imposé, l'air serait parvenu à une compression encore 35 plus petite, mais en se détendant, il s'arrêterait finalement à une moindre compression.

ratio non est, cur unum præ alio cedat, quam vim etiam alternativam aliquando vocare soleo, estque (ut ita dicam) tota in toto, et tota in qualibet parte, ut Philosophi loqui solent de anima, quæ res non alia aptius similitudine illustrari potest. Interim considerandum probe est multum interesse inter vim coërcendi aërem *DB* vel *DBE* intra spatium in quo est compressus, et inter vim redigendi ipsum intra hoc spatium. Illa est æqualis pro magno aut parvo aëre æquetenso, hæc non item. Nam ut aër ex statu ordinario *AB* redigeretur intra *DB*, opus fuit descensu hydrargyri ex altitudine *AC*; sed ut aër *FBE* redigeretur intra spatium *DBE* eodem, quo ante gradu compressionis, oportuit hydrogyrum descendere ex maiori altitudine *FD*. Cæterum si primo fuisset altitudo hydrargyri *CD*, seu (adhibito embolo pro hydrargyro) minus pondus embolo impositum, non potuisset hic aër coërceri intra hoc spatium, neque adeo hæc obtineri compressio, licet descendisset pondus ex altitudine quantacunque. Sane ex vi impressi impetus pervenisset aër ad compressionem adhuc minorem, sed restituens sese in minore tandem compressione quievisset.

Propositio 23

Posito calorem habere eandem vim dilatandi corporis quam habet elastrum condensationis; pondera materias æqualium condensationum coërcentia, erunt ut calores.

Nam si duæ sint portiones aëris (exempli gratia) æque æqualiter densæ, una calidior altera, perinde esset (ex hypotesin) ac si una prius æque densa, mox fieret altera densior in ea ratione in qua est revera calidior; in qua ratione autem esset densior, in ea ratione augeri debet pondus coërcens (per præcedentem), pondera ergo coërcentia sunt ut calores.

Propositio 24

Eodem posito pondera coërcentia sunt in ratione composita densitatum et calorum.

Demonstratur ex propositione 22 et 23 eodem prorsus modo ut propositione 15 demonstrata est ex propositione 13 et 14.

Frigidum concipio tanquam in quo vis dilatandi aërem est minor ordinaria. Nam quod aqua gelascente dilatationem fieri videmus et vasa etiam rumpi, aliam causam habet, et fieri videtur ideo quod magna copia aëris in exiguas admodum partes motu intestino liquidorum divisi, et valde com-

3 ut ... anima *vide e.g.* Augustin. *De Trin.* VI, 6 (PL 42, 929); Thom. Aq. *Summa theol.* I^a, q. 76, a. 8.

Proposition 23

Supposant que la chaleur a la même force pour dilater un corps que le ressort résultant de sa condensation, les poids faisant pression sur des matières également condensées seront entre eux comme les chaleurs.

Soient en effet deux portions d'air (par exemple), également denses, 5 mais l'une plus chaude que l'autre. Alors (par l'hypothèse) tout se passerait comme si l'une d'elles, d'abord également dense, deviendrait ensuite plus dense que l'autre dans la proportion où elle est précisément plus chaude. Or dans la proportion où il serait plus dense, dans cette proportion doit augmenter le poids imposant la compression (par la proposition précédente). 10 Les poids imposant la compressions sont donc comme les chaleurs.

Proposition 24

Dans la même hypothèse, les poids qui font pression sont en raison composée des densités et des chaleurs.

La démonstration découle des propositions 22 et 23 de la même façon 15 que la proposition 15 a été démontrée par les propositions 13 et 14.

Je conçois le *froid* comme ce dans quoi la force de dilater l'air est plus petite que d'ordinaire. En effet le fait que nous voyons que quand l'eau gèle, il se produit une dilatation, et même que les récipients se brisent, a une autre cause, et cela semble se produire de ce que se cache dans l'eau une grande 20 abondance d'air divisé en très menues parties par le mouvement interne des liquides, et dès lors parfaitement comprimé (d'autant plus que le froid peut le provoquer dans l'air ordinaire), alors que l'eau est empêchée de se dilater par le mouvement interne de l'eau tant qu'elle est fluide ; presque comme le mouvement de l'air empêche de tomber les gouttes d'eau plus petites, parce 25 que dans des parties minuscules la surface (et d'ailleurs aussi la résistance qu'elles trouvent) est trop grande pour le poids ou la force ; mais quand le mouvement disparaît dans la congélation, cet air comprimé qui se libère et compose des parties les plus grandes par la réunion des plus petites, exerce une grande force, à savoir celle qui lui avait été donnée initialement par le 30 mouvement interne du fluide ou d'autres causes, en se comprimant. Et il semble qu'une force semblable se trouve aussi dans le *salpêtre*.

Proposition 25

Dans la même hypothèse, les chaleurs sont en raison composée des espaces et des poids faisant pression sur une égale quantité de matière à l'intérieur de ces 35 espaces.

pressi jam tum (magis multo quam frigus ipsum efficere in ordinario aë-
re potest) in aqua latet, qui dilatare se a motu aquæ intestino dum fluida
est prohibetur; fere ut motus aëris guttas aquæ minores decidere prohibet,
quod in exiguis superficies (atque adeo et resistentia quam inveniunt) pro
5 pondere aut vi contenta, nimis magna est; remittente autem motu in conge-
latione se aperiens, partesque majores minorum conjunctione componens
aër ille compressus magnam vim exercet, illam scilicet, quæ ipsi primo a
motu fluidi intestino aliisve causis erat data, comprimendo. Similisque vis
videtur et in Nitro esse.

10

Propositio 25

In eadem hypothesi calores sunt in ratione composita
spatiorum et ponderum æqualem materiæ quantitatem in-
tra illa spatia coërcentium.

Nam calores sunt in directa ratione ponderum et reciproca densitatum,
15 compositis. At spatia in casu molium æqualium seu æqualium quantitatum
materiæ, sunt reciproce ut densitates. Ergo ratio reciproca densitatum est
directa spatiorum, et proinde calores sunt in ratione composita ponderum
coërcentium et spatium.

Ex hac propositione deducitur vera thermometrum seu indicem calo-
20 ris et frigoris construendi, ut æquales caloris et frigoris gradus divisione
designetur.

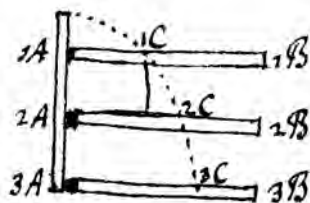


Figura 14



Figura 15

Propositio 26

Quicquid movetur in linea curva progredi conatur in
tangente curvæ. [167v]

25 Ponatur (figura 14) regula rectilinea mobilis AB procedere per rectam
immutam AA, angulo eodem servato (si placet) recto; et interea in regula

En effet, les chaleurs sont en raison directe des poids et en raison réciproque des densités, composées entre elles. Or les espaces, dans le cas de masses égales ou de quantités égales de matière, sont réciproquement comme les densités. Donc la raison réciproque des densités est la raison directe des espaces, de sorte que les chaleurs sont en raison composée des 5 poids exerçant la pression et des espaces.

On tire de cette proposition la véritable manière de construire un thermomètre, c'est-à-dire l'indicateur de la chaleur et du froid, de façon à ce que par sa division soient désignés des degrés égaux de chaleur et de froid.

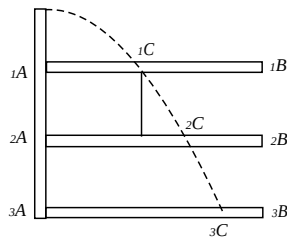


Figure 14

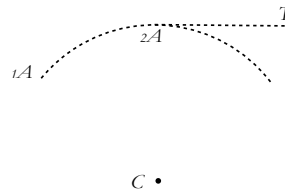


Figure 15

Proposition 26

10

Tout ce qui se meut selon une ligne courbe tend à continuer son mouvement selon la tangente à la courbe.

Supposons (figure 14) que la règle mobile AB se déplace sur la droite immobile AA , en faisant toujours avec elle le même angle (si l'on veut) droit. Et que pendant ce temps le point C se meuve sur la règle $[AB]$; la 15 proportion des vitesses pourra être telle que le point C décrive une courbe quelconque CC .

Or il est clair que le point C part de $1C$ avec une vitesse et une direction composées de $1CD$ et de D_2C , donc suivant la direction $1C_2C$, laquelle diffère moins que toute erreur assignable de la tangente à la courbe, pourvu 20 qu'on prenne l'intervalle $1A_2A$ suffisamment petit; c'est pourquoi sa direction est selon la tangente à la courbe, c'est-à-dire qu'il tend à se mouvoir sur elle; et il se mouvra en effet, s'il est affranchi libre de la règle ou de toute autre contrainte.

Proposition 27. Definition 4

25

Tout ce qui se meut sur une ligne circulaire tend à s'éloigner du centre du cercle, et la force d'éloignement est appelée conatus CENTRIFUGE.

moveatur punctum C ; poterit ea esse proportio velocitatum, ut punctum C describat curvam quamcunque CC . Patet autem punctum C pergere ex ${}_1C$ velocitate et directione composita ex ipsis ${}_1CD$ et $D{}_2C$, adeoque directione ${}_1C{}_2C$, quæ minus errore quovis assignabili differt a curvæ tangente, si intervallum ${}_1A{}_2A$ assumatur, quantum satis est, parvum. Itaque directio est in curvæ tangente, id est, in ea moveri conatur; et revera movebitur, si a regula aut alio coercente liberetur.

Propositio 27. Definitio 4

Quicquid movetur in linea circulari, recedere conatur a centro circuli, et vis recedendi, CONATUS CENTRIFUGUS appellatur.

Sit (figura 15 [p. 400]) mobile A motum in arcu circuli ${}_1A{}_2A$ descripto circa centrum C . Cum conetur ex ${}_2A$ pergere in tangente ${}_2AT$ (per præcedentem) tangens autem ${}_2AT$ recedat a centro C , utique et mobile A a centro C recedere conabitur. Idem est, si motus sit compositus ex circulari et alio.

Propositio 28. Definitio 5

Continuato per aliquod tempus conatu centrifugo corporis, oritur in eo celeritas recedendi a centro; et conatus centrifugus est ad celeritatem continuato recedendi conatu conceptam, ut finitum ad infinitum. VIM autem quæ est hoc modo ad celeritatem seu quæ est infinities minor celeritate, eam voco MORTUAM; at vim celeritatem habentis aut cum hac comparabilem appello VIVAM.

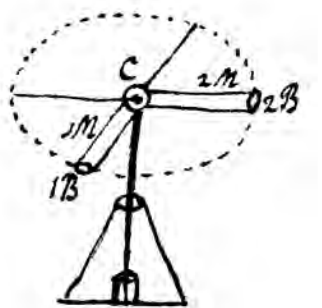


Figura 16

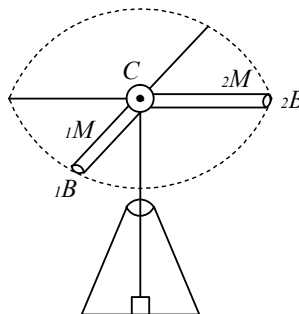


Figure 16

Soit (figure 15 [p. 401]) un mobile A mû sur l'arc de cercle ${}_1A{}_2A$, décrit autour du centre C . Puisqu'il tend à partir de ${}_2A$ suivant la tangente ${}_2AT$ (par la proposition précédente), et que la tangente ${}_2A$ s'éloigne du centre C , le mobile A tendra en tout cas aussi à s'éloigner du centre C . Il en va de même, si le mouvement est composé d'un mouvement circulaire et d'un 5 autre.

Proposition 28. Definition 5

De la continuation du conatus centrifuge d'un corps pendant un certain temps, provient en ce corps une vitesse d'éloignement du centre, et le conatus centrifuge est à la vitesse engendrée par la continuation du conatus d'éloignement, comme le fini à l'infini. Or, la FORCE qui se rapporte de cette manière à la vitesse, c'est-à-dire infiniment moindre qu'une vitesse, je l'appelle MORTE; tandis que j'appelle VIVE la force de ce qui a une vitesse ou qui lui est comparable. 10

Que commence à tourner (figure 16), dans le plan horizontal B , l'axe du 15 tube vide CB , dans lequel se trouve une petite boule ou un autre mobile ${}_1M$, qui s'éloigne du centre (par la proposition précédente), et que déplacé plus loin, par exemple en ${}_2M$, le mobile acquière un certain degré de vitesse; il est manifeste que l'accroissement, ou la nouvelle impression du *conatus* centrifuge, est continu; par conséquent, c'est d'un nombre infini d'impres- 20 sions nouvelles du *conatus* centrifuge entre les lieux ${}_1M$ et ${}_2M$ que naît la vitesse acquise en ${}_2M$, de sorte que la raison de la force de n'importe quelle impression nouvelle, ou du *conatus* centrifuge, à la vitesse acquise comme en ${}_2M$, est celle de l'infiniment petit au fini, ou du fini à l'infini.

Il est certain que tout *impetus* acquis de *conatus* continus est infiniment 25 plus grand que les *conatus* singuliers, comme on l'observe aussi dans la chute des corps pesants. Et c'était ce qui était à juste titre apparu à Galilée comme un miracle, que la force de percussion soit en raison infinie de la force de gravité. J'ai préféré toutefois me servir du *conatus* centrifuge pour démon- 30 trer cette raison infinie. Elle se conçoit en effet de façon nette et intelligible, tandis que la nature de la gravité n'est pas connue par une démonstration certaine. D'où vient que des hommes savants ont douté si l'on passe vraiment par tous les degrés intermédiaires dans le cas de la gravité; alors qu'ils ne peuvent en douter dans le cas du mouvement centrifuge, si du moins on suppose que le tube est rigide et le mouvement continu. La *force* aussi 35 qui, dans un corps élastique, soutient un poids, est une force morte, tout comme l'est, dans le poids, la force qui fait pression sur le corps élastique (dont nous avons traité dans la proposition 22). Mais la force d'un poids

Rotari incipiat (figura 16 [p. 402]) in plano horizontali B , axis tubi va- [168r]
 cui CB , in quo sit globulus, vel aliud mobile ${}_1M$ quod recedet a centro
 (per præced.) et delatum aliquousque, ut in ${}_2M$, acquireret aliquem celeri-
 tatis gradum; manifestum est continuum esse incrementum, seu impres-
 5 sionem novam conatus centrifugi; itaque infinitis impressionibus novis co-
 natus centrifugi inter loca ${}_1M$ et ${}_2M$ nascitur celeritas acquisita in ${}_2M$, ac
 proinde ratio vis cujuslibet impressionis novæ seu conatus centrifugi ipsius
 ad celeritatem acquisitam ut in ${}_2M$ est infinite parvi ad finitum, seu finiti
 ad infinitum.

10 Nimirum impetus omnis continuis conatibus acquisitis infinituplus est
 conatuum singulorum; ut etiam ex descensu gravium constat. Atque hoc
 erat, quod merito pro miraculo fuit Galilæo vim percussionis infiniti rati-
 onem habere ad vim gravitatis. Malui tamen uti conatu centrifugo ad
 demonstrandam hanc infiniti rationem. Est enim considerationis apertæ et
 15 intellectæ, cum gravitatis natura non sit certa demonstratione cognita. Un-
 de etiam Viri docti dubitarunt, an per omnes intermedios gradus transeatur
 in gravitate; de quo non possunt dubitare in motu centrifugo, si modo tu-
 bus rigidus et motus continuus esse ponatur. Vis etiam in Elastro sustinendi
 aliquod pondus est Mortua et similiter Vis in pondere coërcendi Elastrum
 20 (de qua diximus propositione 22). Sed Vis ponderis quam habet ad Ela-
 strum comprimendum verbi gratia aërem ex statu ordinario redigendum
 intra aliquod spatium arcūius, Viva est; opus enim est descensu ex aliqua
 altitudine, seu impetu concepto, nec solum mortuum pondus sufficit.

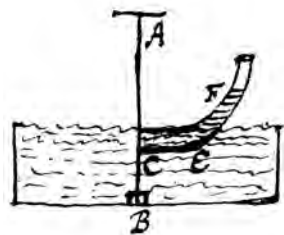


Figura 17

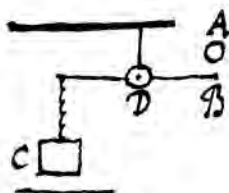


Figura 18

Propositio 29

[168v]

25 Gravitas et conatus centrifugus sunt comparabiles in-
 ter se, et datur conatus centrifugus gravitati æqualis, imo

12 Galilæo vide: G. Galilei, *Giornata seſta del Galileo della forza della percossa*, in *Opere*,
 Firenze: Tartini e Franchi 1718, t. 2, p. 698; EN VIII, 328, l. 33-34.

pour comprimer un corps élastique, par exemple pour réduire l'air de son état ordinaire à l'intérieur d'un espace plus étroit, est une *force vive*; il y faut en effet une descente depuis une hauteur déterminée, c'est-à-dire la formation d'un *impetus*, et le seul poids mort n'y suffit pas.

Proposition 29

5

La gravité et le conatus centrifuge sont comparables entre eux et il y a un conatus centrifuge égal à la gravité, et même supérieur, qui peut non seulement soutenir, mais même élever des corps pesants à une hauteur quelconque.

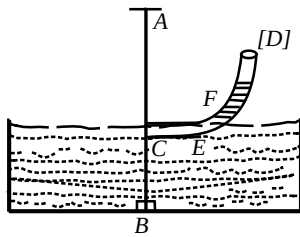


Figure 17

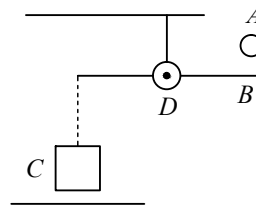


Figure 18

Ainsi (figure 17) qu'autour de l'axe *AB* tourne le tube incliné *CD* ouvert en haut et en bas, et immergé dans l'eau par en bas. Qu'on suppose en 10 outre qu'une partie inférieure du tube, *CE*, soit horizontale; en elle assurément l'eau peut acquérir une force telle (pourvu que la longueur *CE* et la vitesse de rotation soient suffisamment grandes), qu'elle s'échappe par *D*, à condition que la partie inclinée *ED* ne soit pas trop haute. Inversement la hauteur de *ED* peut aussi être telle que l'eau jaillissant sous la force de 15 l'*impetus* acquis parvienne bien quelque part dans le tube *EFD*, non pas cependant jusqu'en *D*, mais seulement jusqu'à *F*; c'est pourquoi l'eau *FEC* restera suspendue, par la force de son *conatus* centrifuge; et ainsi le *conatus* centrifuge issu d'une telle vitesse de mouvement circulaire sera égal à la gravité pour une telle inclinaison du tube. De cela il est aussi manifeste 20 que (même si la partie inférieure rectiligne du tube manquait), si le *conatus* centrifuge surmonte une fois la gravité, il la surmontera toujours pour une même inclinaison du tube, et par suite, sous l'effet du mouvement circulaire uniformément continué, l'eau dans ce même tube s'élèvera jusqu'à n'importe quelle hauteur, puisque chaque partie de l'eau possède un *cona-* 25 *tus* plus grand pour monter que pour descendre. De là que sa hauteur dans le tube soit indifférente.

et superior, qui non sustinere tantum, sed et attollere gravia potest ad altitudinem quantamcunque.

Nempe (figura 17) circa axem AB rotetur tubus inclinatus CD supra infraque apertus, et infra in aquam immersus. Ponatur autem inferior aliqua
 5 pars tubi CE horizontalis, utique in ea vim concipere potest aqua tantam (si modo satis magna sit longitudo CE , et velocitas rotationis) ut exiliat per D , modo ED pars inclinata non nimis alta sit. Vicissim potest tanta esse altitudo ipsius ED , ut aqua assurgens vi impetus concepti perveniat quidem aliquousque in tubo EFD , non tamen usque in D , sed tantum ad F ;
 10 itaque suspensa manebit aqua FEC , vi conatus centrifugi; et ita erit conatus centrifugus a tali circulationis celeritate ortus, gravitati in tali inclinatione tubi æqualis. Ex his etiam manifestum est (etiamsi pars tubi inferior recta abesset) si conatus centrifugus gravitatem semel vincat semper vincere eadem manente tubi inclinatione, et proinde continuata æqualiter circulatione aqua in eodem tubo elevatum iri ad altitudinem quantamcunque,
 15 cum quævis pars aquæ majorem habeat ascendendi quam descendendi conatum. Unde non refert quanta ejus sit altitudo in tubo.

Propositio 30

Gravitatis vel elastri vis, mortua est; sive est ad potentiam celeritatis, ut finitum ad infinitum.

Sequitur ex præcedenti propositione 29 quia comparabilis est conatui centrifugo (per propositionem 29) cujus vim, mortuam esse ostendimus
 20 (propositio 28) nisi continuata scilicet sollicitatione excitetur. Idem et sic ostenditur, quod pondus quantulumcunque cadens ex altitudine quantulacunque AB (figura 18) attollere potest corpus quantumcunque et cujuscunque ponderis C (ope libræ BDE brachiorum æqualium) sed ad altitudinem proportionem minorem (per propositionem 16 hic). Itaque quantulumcunque grave A celeritate quantulacunque perveniens ad B vincit pondus
 25 C utcunque magnum adeoque celeritatis potentia est infinitupla potentiæ gravitatis. Idem est de vi Elastica, quæ etiam mortua est, cum ponderi ex
 30 propositione 22 æqualeat.

Hæc interim supponunt gravitatem continue agere secundum Mathematicas rationes. Neque etiam ad sensibilia respiciunt, ubi tam exigua esse potest vis, ut elevatio ponderis magni non sit notabilis aut impressus impetus a mediantibus, libra, filo, et similibus absorbeatur. Interim vires mortuæ
 35 continuatione excitantur et impetum seu celelritatem concipiunt.

Proposition 30

La force de la gravité et celle de l'élasticité sont des forces mortes, c'est-à-dire qu'elles sont à la puissance de la vitesse, comme le fini à l'infini.

Cela suit de la proposition 29, puisque la gravité est comparable au *conatus* centrifuge (par la proposition 29) dont nous avons montré que sa force 5 est une force morte (proposition 28), tant que bien sûr elle n'est pas excitée par une sollicitation continue. La même chose est aussi prouvée par le fait qu'un poids aussi petit qu'on veut tombant d'une hauteur AB aussi petite qu'on veut (figure 18 [p. 405]), peut soulever un corps aussi grand qu'on veut d'un poids quelconque C (au moyen de la balance BDE à bras égaux), mais 10 à une hauteur proportionnellement plus petite (par la proposition 16). Par conséquent, le corps pesant A aussi petit qu'on veut, parvenant à B avec une vitesse aussi petite qu'on veut, surmonte le poids C d'une grandeur quelconque, si bien que la puissance de la vitesse est infiniment multiple de la puissance de la gravité. Et il en va de même pour la force élastique, qui est 15 aussi une force morte puisqu'elle équivaut à un poids d'après la proposition 22.

Ces remarques supposent d'ailleurs que la gravité agit de manière continue, suivant les raisons mathématiques. Mais elles n'ont pas égard aux phénomènes sensibles, où la force peut être si réduite que l'élévation d'un grand 20 poids ne soit pas notable ou que l'*impetus* transmis soit absorbé par les intermédiaires : balance, fil et autres semblables. Cependant les forces mortes sont éveillées par leur continuation et elles engendrent un *impetus* ou une vitesse.

Proposition 31

25

Si deux poids descendent le long des mêmes lignes, ils acquièrent la même vitesse, indépendamment de leur différence de grandeur.

Que deux corps pesants descendent (figure 19 [p. 407]) sur des lignes identiques ou jumelles, le corps AB et le corps C ; je dis que la vitesse acquise par le plus grand AB du fait de sa descente en ${}_2A_2B$ est égale à la vitesse 30 acquise par le poids plus petit du fait de sa descente en ${}_2C$.

Qu'on prenne une partie A de AB égale à C . Il est manifeste que cela ne change rien, que la partie A descende seule ou accompagnée de l'autre partie B ; or, seule, A acquiert la même vitesse que C , puisqu'ils sont jumeaux, donc aussi jointe à AB ; mais jointe à AB sa vitesse est la même que celle du tout 35 AB , donc cette vitesse est aussi celle du corps plus petit C .

Propositio 31

Si duo pondera per easdem lineas descendant, eandem acquirunt celeritatem sine discrimine magnitudinis.

Descendant (figura 19) per easdem lineas (vel gemellas) duo, grave AB ,
 5 et grave C . Ajo celeritatem ab AB majore quæsitam per descensum in ${}_2A{}_2B$
 esse æqualem celeritati quæsitæ a minore in ${}_2C$. Sumatur A pars ipsius AB
 æqualis ipsi C . Manifestum est nihil referre utrum pars A sola descendant an
 comitata alia parte B , sola autem A acquiret eam celeritatem quam C , cum
 sint gemella. Ergo et in AB . Sed in AB eadem est celeritas totius AB . Ergo
 10 et quæ minoris C .

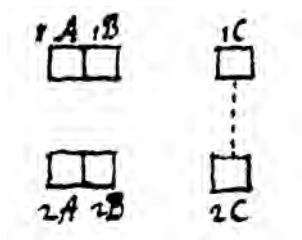


Figura 19

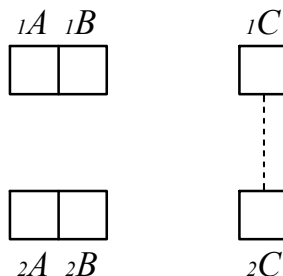


Figura 19

Propositio 32

[169v]

Altitudines perpendiculares, ex quibus labendo acquiritæ sunt gravium celeritates, sunt in duplicata ratione celeritatum.

15 Hoc demonstravit Galilæus certa assumpta lege accelerationis uniformis,
 ut scilicet incrementa velocitatum sint æqualibus temporibus æqualia. Nos
 rem independenter ab ea hypothesi demonstramus ex inventa potentiæ mo-
 tricis absolutæ mensura capite peculiari exposita (sectionis 3 capite 2). Nam
 potentiæ mobilium seu ponderum æqualium in motu positorum sunt ut
 20 quadrata celeritatum (per propositionem 4 capitis 2 sectionis 3). Vicissim
 potentiæ eædem sunt ut potentiæ effectuum integrorum (per propositio-
 nem 11 hic). Effectus autem integer ponderis, vi velocitatis suæ ascenden-
 tis est ut altitudo perpendicularis (per propositionem 14 hic). Et proin-

15 Galilæus vide: G. Galilei, *Dialogo ... sopra i due massimi sistemi del mondo*, Firenze: G.B. Landini 1632, Giornata seconda; EN VII, 248, 253-256.

Proposition 32

Les hauteurs perpendiculaires en tombant desquelles sont acquises les vitesses des corps pesants, sont en raison double des vitesses.

Galilée l'a démontré en postulant une loi déterminée de l'accélération uniforme, selon laquelle comme on sait les accroissements des vitesses sont égaux en des temps égaux. Quant à nous, nous démontrons ce fait indépendamment de cette hypothèse, à partir de la découverte de la mesure de la puissance motrice absolue, exposée dans un chapitre particulier (section 3, chapitre 2 [de la Première Partie]). En effet, les puissances de mobiles ou de poids égaux qu'on suppose en mouvement sont comme les carrés des vitesses (par la proposition 4 du chapitre 2, Section 3). Inversement ces puissances sont les mêmes que les puissances de leurs effets entiers (par la proposition 11 de ce chapitre). Mais l'effet entier d'un poids s'élevant par la force de sa vitesse est comme la hauteur perpendiculaire (par la proposition 14). Et ainsi les puissances de corps égaux en poids et possédant une vitesse sont comme les hauteurs auxquelles des poids égaux peuvent s'élever en vertu de leurs vitesses ; donc les hauteurs sont aussi comme les carrés des vitesses par lesquelles elles peuvent être atteintes. Mais les vitesses, par lesquelles quand elles sont données sur l'horizon peuvent être atteintes les élévations au-dessus de l'horizon, sont les mêmes que les vitesses qui sont acquises de nouveau par les corps en descendant de cette hauteur sur l'horizon.

Ainsi (figure 20 [p. 411]), quand un poids A donné sur un plan horizontal avec une certaine vitesse A_2A et la force correspondante, et son *impetus* étant redirigé vers le haut, monte jusqu'à ${}_3A$ puis redescend de là en ${}_2A$, il récupère la vitesse antérieure qu'il avait en ${}_2A$ (sinon ses états en ${}_2A$ avant et après seraient inégaux, la cause pleine inégale à l'effet entier, ce qui est absurde ; je dis l'effet entier, car on sous-entend qu'absolument rien de l'*impetus* n'est absorbé par le milieu ou par le plan incliné dans lequel le corps pesant monte et descend). Par conséquent, les vitesses acquises dans leur descente par des corps pesants égaux sont comme les carrés des hauteurs. Or il est manifeste que la même vitesse est acquise à partir de la même hauteur, quelle que soit la grandeur du corps (par la proposition 31). Par conséquent, de façon générale, les vitesses acquises par la descente sont comme les carrés des hauteurs.

C'est pourquoi inversement la démonstration de Galilée vaut pour confirmation de nos démonstrations sur la mesure de la puissance par un argument *a posteriori* ; mais l'hypothèse de Galilée suit de notre démonstra-

de potentiæ corporum pondere æqualium et celeritatibus præditorum sunt ut altitudines, ad quas vi earum celeritatum æqualia pondera attolli possunt. Ergo et altitudines sunt ut quadrata celeritatum per quas effici possunt. Sed eadem sunt celeritates, per quas in horizonte existentes effici possunt elevationes supra horizontem, et quæ corporibus inde in horizontem descendentibus rursus acquiruntur.

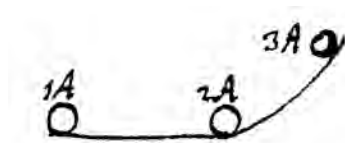


Figura 20

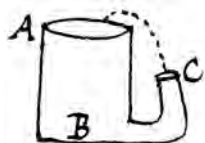


Figura 21

Sic (figura 20) cum pondus A in plano horizontali certa celeritate $1A_2A$ datum ejusque vi, impetu sursum converso ascendens ad $3A$, indeque rursus descendens ad $2A$ priorem celeritatem, quam in $1A$ habuerat, recuperet (alioqui status in $2A$ prior et posterior essent inæquales, causa plena et effectus integer, quod est absurdum; integer inquam effectus; subintelligitur enim a medio aut plano inclinato in quo grave ascendit descenditque nihil prorsus de impetu absorberi). Itaque celeritates descensu quæsita a gravibus æqualibus sunt ut quadrata altitudinum; manifestum autem est eandem celeritatem acquiri ex eadem altitudine; manifestum autem est eandem celeritatem acquiri ex eadem altitudine, quæcunque sit corporis magnitudo (per propositionem 31 hic). Itaque generaliter celeritates descendendo quæsita sunt ut altitudinum quadrata.

Hinc vicissim demonstratio Galilæi valet ad nostras demonstrationes de æstimatione potentiæ confirmandas argumento a posteriori; ex nostra autem demonstratione tota sequitur Galilæi hypothesis. Postquam enim hoc loco ostendimus altitudines esse ut quadrata celeritatum, sequitur incrementa altitudinum esse in ratione composita ex ratione celeritatum et ratione incrementorum celeritatis; sed incrementa longitudinum in omni motu sunt in ratione composita celeritatum et incrementorum temporis (per propositionem 7 capitis 4 sectionis 2). Ergo incrementa temporis sunt ut incrementa celeritatum, adeoque tempora ut celeritates, seu æqualibus temporibus æquales celeritates a gravibus acquiruntur. Calculus noster talis est: sit altitudo A , celeritas C , tempus T . A est ut CC (ut hic demonstra-

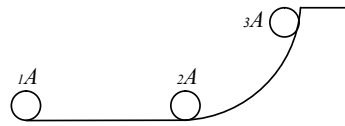


Figura 20

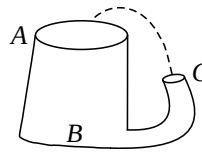


Figure 21

tion entière. En effet, après que nous ayons montré ici que les hauteurs sont comme les carrés des vitesses, il en résulte que les accroissements de hauteurs sont en raison composée de la raison des vitesses et de la raison des accroissements des vitesses ; mais les accroissements des longueurs, dans tout mouvement, sont en raison composée des vitesses et des accroissements 5 de temps (par la proposition 7, chapitre 4, Section 2) ; donc les accroissements de temps sont comme les accroissements des vitesses, et par suite les temps sont comme les vitesses, c'est-à-dire qu'en des temps égaux des vitesses égales sont acquises par les corps pesants. Notre calcul est le suivant : Soit A la hauteur, C la vitesse et T le temps. A est comme C^2 (comme nous 10 l'avons démontré) ; donc dA est comme CdC (selon notre analyse des infinis publiée ailleurs. Mais dA est comme CdT (selon nos démonstrations concernant la vitesse en général) donc dC est comme dT , et ainsi (par la même analyse des infinis) C est aussi comme T , ce qu'il n'était pas hors de propos de noter en guise d'échantillon. Et ainsi, la science du mouvement 15 des corps pesants est libérée de l'hypothèse. On a cependant présupposé ceci : que les corps pesants plus ou moins distants du centre de la terre ont la même force pour descendre, ou du moins que l'erreur, dans les cas dont il s'agit, n'est pas digne de considération ; la proposition 14 en effet le suppose [aussi]. 20

Proposition 33

Les corps pesants acquièrent les mêmes vitesses s'ils descendent de la même hauteur perpendiculaire par un quelconque chemin, qu'il soit perpendiculaire ou incliné.

En effet, les effets entiers d'une même cause, en l'occurrence de l'élévation d'un corps pesant à une hauteur déterminée au-dessus de l'horizon, 25 sont égaux entre eux, puisque les uns et les autres sont égaux à leur cause commune. Or l'effet entier de l'élévation d'un corps pesant au-dessus de l'horizon est l'état de vitesse qu'il a lorsque, en tombant, atteint l'horizon. Alors en effet toute sa faculté de tomber plus bas s'est consumée, et il est ma- 30

vimus). Ergo $d\bar{A}$ ut $Cd\bar{C}$ (ex nostra analysi infinitorum alibi publicata.). Sed $d\bar{A}$ ut $Cd\bar{T}$ (per nostras de velocitate in genere demonstrationes). Ergo $d\bar{C}$ ut $d\bar{T}$, ac proinde (per eandem analysin infinitorum) etiam C ut T , quod speciminis loco annotasse non abs re fuit. Atque ita tandem scientia
 5 motus gravium ab hypothesi liberata est. Illud vero præsupponatur, gravia plus vel minus a centro terræ distantia, eandem vim descendendi habere, vel saltem errorem in casibus, de quibus agitur, non esse consideratione dignum; id enim supponit propositio 14.

Propositio 33

10 Gravia easdem acquirunt celeritates, si ex eadem altitudine perpendiculari descendant quacunque licet via [1700]
 perpendiculari vel inclinata.

Ejusdem enim causæ, gravis scilicet ad determinatam altitudinem super horizontem elevati, æquales inter se sunt effectus integri. Cum ambo
 15 sint æquales ipsi causæ communi. Effectus autem integer gravis supra horizontem elevati est status velocitatis quam habet, ubi labendo horizontem attingit. Tunc enim omnem cadendi ulterius facultatem consumpsisse, et vim elevationis seu status pristini in vim acquisiti status novi, nempe impetus concepti, convertisse manifestum est, cum nihil aliud egisse
 20 supponatur. Idem ex præcedenti patet. Cum enim altitudines generaliter sint ut quadrata celeritatum, ideo æqualibus altitudinibus æquales erunt celeritates.

Hujus propositionis demonstrationem Galilæus in scientia nova de motu non dederat, supplementum tamen affectum inter posthuma repertum
 25 est. Ex nostris principiis res primo obtutu constat.

Propositio 34

Celeritates quibus aqua erumpit in jactibus, sunt in subduplicata ratione altitudinum aquæ incumbētis, seu ut celeritates quas ex iis altitudinibus cadendo acquivis-
 30 sent.

Ponatur (figura 21) lumen C tubi AB ita versum esse ut aqua jactu sursum tendat quasi intra tubum recasura. Itaque cum ferentibus ita circum-

¹ publicata vide Leibniz, *Nova methodus pro maximis et minimis...*, «Acta eruditorum», 1684. ²³ Galilæus vide: G. Galilei, *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, Leida: Elsevirii 1638; EN VIII; *Aggiunta postuma dell'autore*, in *Opere di Galileo Galilei*, Bologna: HH.[eredi] del Dozza 1656, II, 132-134; EN VIII, 214-219.

nifeste que la force de l'élévation ou de l'état précédent s'est complètement changée en la force du nouvel état acquis, c'est-à-dire dans l'*impetus* qui s'est formé, puisqu'on suppose que rien d'autre n'a agi. Cela est évident aussi d'après ce qui précède; car, comme les hauteurs sont en général comme les carrés des vitesses, les vitesses seront égales pour des hauteurs égales. 5

Galilée n'a pas donné la démonstration de cette proposition dans la Science nouvelle du mouvement, mais on la trouve dans un supplément inséré dans ses œuvres posthumes². Suivant nos principes, le fait saute immédiatement aux yeux.

PROPOSITION 34

10

Les vitesses avec lesquelles l'eau jaillit dans les jets d'eau sont en raison sous-double des hauteurs des colonnes d'eau, c'est-à-dire comme les vitesses qu'elle auraient acquises en tombant de ces hauteurs.

Supposons (figure 21 [p. 411]) que l'ouverture *C* du tube *AB* soit tournée de telle sorte que l'eau tende par son jet vers le haut à revenir à l'intérieur du tube. Dès lors, puisque dans de telles circonstances l'effet peut reproduire la cause (par la proposition 5), il s'ensuit que la vitesse de l'eau qui jaillit est précisément de telle grandeur que, si elle la dépensait, elle parviendrait jusqu'à la hauteur *A* du tube, et que le mouvement continuerait ainsi indéfiniment, car sinon l'effet ne serait pas égal à la cause. Or les vitesses sont 20 en raison sous-doublée des hauteurs auxquelles des poids égaux peuvent être élevés, par la proposition 32. Mais il faut entendre : si rien n'est diminué par des obstacles. C'est pourquoi ceci ne peut être atteint en réalité, sinon on aurait un mouvement perpétuel non seulement physique, tel que celui-ci, mais aussi mécanique, dans lequel l'effet excéderait la cause, puis- 25 qu'il ne reproduirait pas seulement la cause, mais qu'il procurerait quelque chose de plus, à savoir le fait que des obstacles soient surmontés, contre la proposition 3.

PROPOSITION 35

Il n'y a pas de ressort si tendu, qu'il ne puisse l'être encore davantage par une 30 force vive aussi petite qu'on veut.

Soit (figure 22) un ressort *AB* tendu à un degré quelconque. J'affirme que, par l'*impetus* d'un corps *C* aussi petit qu'on veut, le rencontrant à une vitesse aussi petite qu'on veut, il pourra être tendu encore davantage. En

²Cf. Lettre de Galilée à Benedetto Castelli du 3 décembre 1639 (EN XVIII, 225 sq.) et Lettre de Domenico Guglielmi à Leibniz du 24 décembre 1691 (A III, 226).

stantiis effectus causam reproducere possit (per propositionem 5 hic), sequitur præcise tantam esse aquæ erumpentis celeritatem, ut si ea pergeret, perveniret usque ad altitudinem tubi *A*, atque ita semper motum continueret, alioqui enim effectus causæ æqualis non esset. Celeritates autem sunt in
 5 subduplicata ratione altitudinum ad quas attolli æqualia pondera possunt per propositionem 32. Sed hoc intelligitur, si nihil obstaculis deteratur. [1717]
 Itaque reapse id assequi non licet, alioqui haberetur motus perpetuus non Physicus tantum, qualis iste est, sed et Mechanicus, in quo effectus excederet causam, quia non tantum causam reproduceret, sed et aliquid præterea
 10 præstaret, id scilicet, quod obstacula sunt passa, contra propositionem 3.

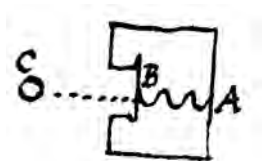


Figura 22

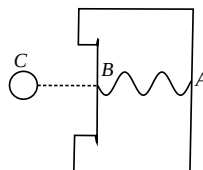


Figure 22

Propositio 35

Nullum est elastum tam intensum, quin possit adhuc amplius intendi quantulacunque potentia viva.

Sit (figura 22) elastum tensum *AB* utcunque. Ajo corporis *C* quantum-
 15 licunque velocitate quantulacunque in *CB* incurrentis impetu, adhuc amplius tendi posse. æquale est enim hoc elastum ponderi alicui, si quod esset coërcens (per propositionem 22). Sed pondus quantumcunque vinci potest ab impetu quantulocunque (per propositionem 30).

Propositio 36

20 Nulla chorda vel catena gravis in alio situ quam verticali perfecte in rectam extendi potest vi mortua; potest viva.

Sit (figura 23) chorda *A* tensa utcunque a pondere appenso quantocunque; appendatur jam chordæ mediæ pondus quantumvis exiguum *D*. Ajo
 25 id nonnihil chordam inflectere. Nam cum triangulum rectangulum *EDB* possit esse tale, ut cathetus *DE* habeat rationem datam quamcunque ad differentiam inter basin *BD* et hypotenusam *BE*, manifestum est posse esse talem, ut ratio ipsius *DE* ad hanc differentiam duplam sit major quam ratio ponderis *C* ad pondusculum *E*; est autem differentia dupla æqualis ipsi *CG*
 30 ascensui ponderis *C* in casu chordæ inflexæ; et *DE* æqualis est descensui sui [1718]

effet ce ressort est égal à quelque poids s'il y en avait un pour faire pression (par la proposition 22); mais un poids de grandeur quelconque peut être surmonté par un *impetus* aussi petit qu'on veut (par la proposition 30).

PROPOSITION 36

Aucune corde ou chaîne pesante ne peut être étendue parfaitement en ligne droite dans une position autre que verticale par une force morte; elle peut l'être par une force vive.

Soit (figure 23 [p. 419]) la corde AB tendue à un degré quelconque par un poids de grandeur quelconque qui y est suspendu; et qu'au milieu de la corde soit suspendu un poids D d'une petitesse quelconque; j'affirme qu'il doit fléchir la corde quelque peu. En effet, comme le triangle rectangle EDB peut être tel que la cathète DE ait une raison donnée quelconque à la différence entre la base BD et l'hypoténuse BE , il peut évidemment être tel, que la raison de DE au double de cette différence surpasse celle du poids C au tout petit poids D . Or cette double différence est égale à l'ascension CG du poids C dans le cas du fléchissement de la corde, et DE est égale à la descente du tout petit poids; il peut donc se faire que la descente DE du tout petit poids D ait une raison plus grande avec l'ascension CG du poids C , que le poids C au poids D ; mais alors le tout petit poids D descendra (par la proposition 15), jusqu'à ce que l'une de ces raisons s'égalise à l'autre (la réciproque) (par la proposition 16). Or, ce que le tout petit poids D peut faire sur une corde même à défaut de poids et parfaitement tendue auparavant, cela le poids de la corde lui-même le fera sur la corde, de sorte qu'une corde pesante ne peut être parfaitement tendue par un poids aussi grand soit-il, ni donc par aucune autre force morte, laquelle est en effet comparable à un poids. Or un *impetus* ou une force vive le peut, puisqu'il se rapporte à un poids selon une raison infinie. Ainsi le poids C , soulevé jusqu'en G , et de là retombant à nouveau, peut tendre la corde AEB avec une telle force, que non seulement elle parvienne à la ligne droite ADB , mais qu'en plus elle s'échappe plus haut du fait de l'*impetus* acquis, avec la secousse qu'on observe sur les cordes tendues, quoique l'état d'extension parfaite en ligne droite ne puisse être qu'instantané et survienne de façon transitoire.

DÉFINITION 6

L'impetus ou QUANTITÉ DE MOUVEMENT est comme le produit de la masse ou du poids par la vitesse.

pondusculi; potest ergo effici, ut descensus DE pondusculi D maiorem habeat rationem ad CG ascensum ponderis C , quam pondus C ad pondus D . Sed tunc descendet pondusculum D (per propositionem 15 hic), donec scilicet una ratio alteri (reciprocae) fiat aequalis (per propositionem 16). Quod
 5 autem efficit pondusculum D in chorda etiam pondere carente et perfecte antea tensa, id in chorda efficit ipsum chordae pondus, unde chorda gravis a pondere quantocunque perfecte tendi nequit. Atque adeo nec ab ulla alia etiam vi mortua quae scilicet ponderi est comparabilis. Impetus autem seu vis viva id potest, cum infinitam habet rationem ad pondus. Unde pondus
 10 C , sublatum ad G , et inde rursus decidens tanta vi chordam AEB tendere potest, ut non tantum ad lineam rectam ADB perveniat, sed etiam concepto impetu excurrat altius, tremore quodam qualis in chordis tensis notatur; etsi status perfectae in rectam extensionis non nisi momentaneus esse possit et in transitu contingat.

15

Definitio 6

IMPETUS vel QUANTITAS MOTUS est ut factum ex mole seu pondere in celeritatem.

Ut si grave A trium librarum, habeat celeritatem duorum graduum et vicissim grave B duarum librarum habeat celeritatem trium graduum, dicen-
 20 tur habere eundem impetum seu eandem quantitatem motus; licet eandem quantitatem actionis formalis durante eodem vel aequali tempore, adeoque eandem potentiam temporis initio non habeant, ut jam ostendam.

Propositio 37

Duae inaequales materiae quantitates, si eandem habeant
 25 potentiam absolutam, non habent eandem quantitatem motus; et contra.

Sit corpus A 3 librarum, et corpus B duarum librarum, et habeat A celeritatem ut 2; erit quantitas motus in A ut 6 seu 3 in 2 (per praecedentem) quantitas vero potentiae absolutae in A erit 12 seu 3 in 4 quadratum de 2
 30 (per propositionem 4 capitis 2 sectionis 3 adde et propositionem 32 hic). Si jam B_2 eundem impetum habere debet seu eandem quantitatem motus quam A_3 , hoc est quantitatem motus ut 6, utique B_2 accipiet celeritatem 3, sed ita habebit potentiam 2 in 9, seu 18. Quod si B_2 eandem debet accipere potentiam quam A_3 nempe 12, accipere debebit B_2 velocitatem quae sit ut
 35 radix quadrata de 6. Sed tunc non habebit quantitatem motus quam A_3 , nempe 6 cum quantitas motus ipsius B_2 futura tunc sit radix quadrata de

[172r]

Ainsi, si le corps pesant A de trois livres avait une vitesse de deux degrés, et le corps B de deux livres une vitesse de trois degrés : on dira qu'ils ont le même *impetus* ou la même quantité de mouvement, quoiqu'ils n'aient pas la même quantité d'action formelle durant le même temps ou un temps égal, ni par conséquent la même puissance au temps initial, comme je l'ai 5 déjà montré.

PROPOSITION 37

Si deux quantités de matière inégales ont la même puissance absolue, elles n'ont pas la même quantité de mouvement; et inversement.

Soit un corps A de trois livres, et un corps B de deux livres, et que A 10 ait une vitesse comme 2; la quantité de mouvement en A sera comme 6 ou 3 fois 2 (par la définition précédente), mais la quantité de puissance absolue en A sera comme 12 ou 3 fois 4, ou 3 fois le carré de 2 (par la proposition 4 du chapitre 2 de la section 3 [de la première Partie], jointe à la proposition 32 du présent chapitre). Si dès lors B , de 2 livres, doit avoir 15 le même *impetus* ou la même quantité de mouvement que A , de 3 livres, c'est-à-dire une quantité de mouvement comme 6, alors B , 2, une recevra une vitesse 3, mais ainsi il aura une puissance de 2 fois 9, soit 18. Mais si B 2 doit recevoir la même puissance que A , 3, c'est-à-dire une puissance de 12, il devra recevoir une vitesse qui soit comme la racine carrée de 6. Mais 20 alors il n'aura pas la même quantité de mouvement que A , 3, à savoir 6, puisque la quantité de mouvement de B 2, sera alors la racine carrée de 24. Et il en va de même pour n'importe quels autres nombres inégaux, dont les carrés ne peuvent être en même raison que leurs côtés.

PROPOSITION 38

25

Il peut se faire qu'un corps quelconque ayant une vitesse donnée transfère à un autre auparavant en repos toute sa puissance, ou bien n'importe quelle partie prescrite de celle-ci.

Soit (figure 24) un corps donné A de vitesse donnée, et un autre corps 30 donné B au repos; je dis qu'il peut se faire que toute la puissance de A , ou une partie prescrite de celle-ci, soit transférée à B . Soit une balance rectiligne rigide PCL , privée de masse (ou du moins d'une masse digne de considération), qui touche le corps en repos B ; soit C le centre de la balance, et AL la perpendiculaire issue de A , par laquelle A rencontre la balance.

Il est clair qu'on peut toujours prendre la balance de façon à ce que CL 35 soit à CB dans une raison donnée; ou encore, si la balance est donnée de

24. Et idem est in numeris aliis quibuscunque inæqualibus, ubi quadrata non possunt esse in ea ratione in qua sunt latera.

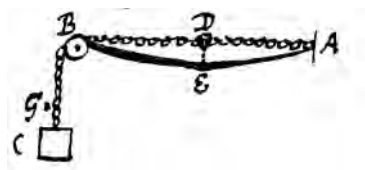


Figura 23

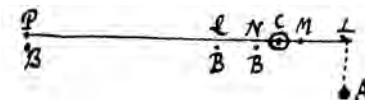


Figura 24

Propositio 38

Effici potest, ut corpus quodlibet datum datæ velocita-
tis, transferat in aliud prius quiescens totam suam poten-
tiam vel partem ejus imperatam quantamvis.

Sit (figure 24) datum corpus A datæ velocitatis et aliud quiescens datum B . Ajo effici posse, ut tota potentia ipsius A vel etiam pars ejus imperata transfereatur in B . Sit libra rectilinea rigida, carens mole (saltem consideratu digna) PCL , quam tangit quiescens B ; ejus libræ centrum sit C , et ex A ad eam normalis AL , qua A incurrit in libram.

Patet utique libram sic assumi posse, ut CL sit ad CB in ratione data; vel etiam, si data sit positioe libra, posse B atque A sic collocata supponi, ut ea ratio sit quæcunque desiderata; utroque corpore A et B existente ante libram, sed ad brachia contraria. Jam manente CL , si B tam prope accedere ponatur ad centrum C , ut in ipsum plane incidat, seu libram non nisi in centro tangat, seu si brachium CL sit infinite majus quam brachium CP , tunc nullo modo B impediet progressum ipsius A in momento incursus in L non magis quam si ipsum B tunc prorsus abesset; et ita corpus A incidens in L perget trans L continuata, seu retenta sua qua advenerat celeritate. Contra si infinita sit ratio brachii CB ad brachium CL sive scilicet brachio CL existente finito brachium CB sit infinitum et corpus B infinite distare fingatur, sive (eadem proportionem) si brachio CB existente finito brachium CL sit infinite parvum, hoc est, si A incurrat in ipsum centrum immobile rigidum; tunc perfecte resistetur ipsi A , ita ut tota vi qua venit repercutiatur. Cum enim progredi possit, nec ratio sit cur in partem alterutram flectatur, nec vim possit in aliud transferre, ideo totam retinebit, et ea qua venit linea resiliet. Quodsi rationes sint finitæ, et radio CL manente dato finito, corpus B a centro C tantillum recedat ad N , tunc progressus ipsius A in L incurrentis, non prorsus quidem integer manebit,

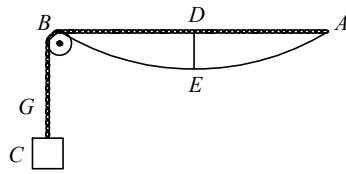


Figure 23

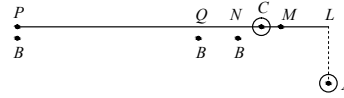


Figure 24

position, on peut supposer A et B situés de façon à ce que cette raison soit celle souhaitée, les deux corps A et B se trouvant devant la balance, mais face aux bras opposés. Dès lors, CL demeurant constant, si l'on suppose que B s'approche tellement du centre C , qu'il tombe complètement sur lui, c'est-à-dire qu'il ne touche la balance que dans son centre, ou encore si le bras 5 CL est infiniment plus grand que le bras CB , alors B n'empêchera en rien le progrès de A au moment de sa rencontre en L , pas plus que si B n'était alors absolument pas là; et ainsi le corps A parvenant en L poursuivra au-delà de L avec une vitesse continuée ou en conservant celle avec laquelle il était arrivé. Inversement, si la raison du bras CB au bras CL est infinie, soit que, 10 le bras CL étant fini, le bras CP soit infini, et qu'on se représente le corps B infiniment distant, soit que (avec la même proportion), le bras CP étant fini, le bras CL soit infiniment petit, autrement dit si A rencontre la balance en son centre rigide immobile, alors B résistera parfaitement à A , de sorte qu'il sera répercuté avec toute la force qu'il avait en arrivant. Puisqu'en effet il ne 15 peut s'avancer, et qu'il n'y a aucune raison pour laquelle il obliquerait d'un côté plutôt que de l'autre, et qu'il ne peut transférer sa force à un autre corps, il la conservera donc toute entière, et se réfléchira sur la ligne par laquelle il est venu. Mais si les raisons sont finies, et que, le rayon CL conservant une longueur finie donnée, le corps B s'éloigne quelque peu du centre C 20 jusqu'à N , alors la progression de A choquant L ne pourra pas rester tout-à-fait entière, mais cependant elle ne sera pas entièrement arrêtée, et il se produira quelque chose d'intermédiaire, aussi proche que nous le voudrions du cas de B se trouvant au centre ou du progrès parfait de A , de sorte que, A heurtant L quand B est en repos en N , A s'avancera quand même au-delà de 25 L , mais en ralentissant quelque peu une partie de sa force étant transmise à B . Et si cela n'arrivait pas, A ne passerait pas d'une extrémité à l'autre dans un changement continu par des variations instantanées inassignables, mais par saut. Inversement, B demeurant en N ou à n'importe quelle autre distance finie BN , alors de même que A tombant sur le centre C aurait 30 subi une répercussion parfaite, de même si A tombait à une petite distance

sed tamen nec prorsus sistetur, verum intermedium aliquid eveniet, ipsi casui B in centro existentis, seu perfecti progressus ipsius A quantum volumus vicinum, ut scilicet A incidente in L dum B quiescit in N pergat quidem A trans L , sed tardatum nonnihil parte aliqua virium translata in B . Et nisi
 5 hoc fieret, ab uno extremo ad aliud transiretur non mutatione continua per variationes momentaneas inassignabiles, sed per saltum. Vicissim manente B in N vel ubicunque distantia BN existente finita, tunc uti A incidens in centrum C perfectam patiebatur repercussionem, ita si A incidisset in distantia tantilla a centro C , verbi gratia in M , fuisset quidem repercussio, [173r]
 10 sed tantillo minor. Idemque erit si sit CP ad CL datam, uti CN ad CM , ut scilicet A incidens in L reperiatur a B existente in P , etsi non perfecta rejectione seu ea vi qua venit; sed ita ut pars virium translata sit in corpus B . Habemus ergo duos status, Unum ut corpore A incidente in punctum datum L , corpore autem B quiescente in puncto N satis vicino ad
 15 centrum C , pergat A trans L , parte tamen virum amissa; Alterum ut corpore A itidem incidente in idem punctum datum L , B vero quiescente in puncto P satis remoto centro C , reperiatur A parte iterum virium amissa. Ergo transeundo ab N versus P , manente L , necesse est dari punctum intermediæ distantiae velut Q , ubi posito B , desinat pergere A incidens in L , et post
 20 quod incipiat reflectere, id est debet dari punctum Q tale, ut quiescente ibi B , ipsum A incidens in L nec pergat, nec reflectatur, sed precise sistatur sive ad quietem redigatur, atque adeo totam suam potentiam transferat in corpus antea quiescens B , quod desiderabatur.

Manifestum est autem eadem methodo ostendi, nullum medium assignari posse inter perfectum progressum et perfectam repercussionem, quod
 25 non assignato certo loco ipsius B obtineri debeat, manente licet semper incursu eodem ipsius A in idem punctum L . Et proinde effici potest, ut A pergat vel reflectatur, parte virium quacunque retenta, atque adeo parte imperata virium in B antea quiescens translata; quod itidem desiderabatur. Quod autem pars virium ab A amissa transferatur in B , ex eo
 30 constat, quod effectus alioqui seu status sequens foret minor causa seu statu præcedente, quoniam subintelligimus libram esse perfecte rigidam et mole carentem instar lineæ indivisibilis, vel saltem molem ejus tantum non esse, ut veniat in considerationem; adeoque nullam vim (consideratione dignam
 35 saltem) in se recipere vel absorbere, atque adeo omnem ipsius A actionem, quæ effectum aliquem potentia præditum producat, pervenire in B . Itaque cum effectus integer sit causæ æqualis, et pars proinde virium ab A amissa utique alicubi esse debeat, erit ea in B translata.

du centre C , par exemple en M , il y aurait bien répercussion, mais un peu moindre. Et il en ira de même si CP est à la longueur donnée CL comme CN est à CM , comme de fait A tombant en L sera réfléchi par le corps B situé en P , *non pas toutefois selon un rejet parfait* ou avec la force qu'il avait en venant, mais de telle manière qu'une partie de ses forces soit transmise au 5 corps B . Nous avons donc deux états, l'un tel que le corps A tombant sur le point donné L , tandis que le corps B est en repos au point N suffisamment proche du centre, A poursuive au-delà de L , mais avec une partie de ses forces en moins; l'autre tel que le corps A tombant de la même manière au point donné L , mais B étant cette fois en repos au point P suffisamment 10 éloigné du centre C , A soit répercuté en perdant là aussi une partie de ses forces. En allant donc de N à P , L restant en place, il est nécessaire qu'il y ait un point à une distance intermédiaire, comme Q , tel que, si B était placé en ce point, A rencontrant L cesserait d'avancer, et, s'il était placé au-delà, A commencerait à se réfléchir. Autrement dit, il doit y avoir un point 15 Q tel que, quand B s'y trouve, A tombant en L ne continue pas d'avancer ni n'est réfléchi, mais s'arrête exactement ou est ramené au repos, et par conséquent il *transmet toute sa puissance* au corps B auparavant au repos, *ce qui était demandé*.

Il est manifeste que par la même méthode on peut montrer qu'aucun 20 intermédiaire ne peut être trouvé entre le progrès parfait et la répercussion parfaite, qu'on ne devrait pas obtenir pour un certain lieu désigné de B , pourvu du moins que demeure toujours la même rencontre de A au point L . Et par conséquent il peut se faire que A continue à avancer ou soit réfléchi, en retenant une partie quelconque de ses forces, et par suite 25 en transmettant la partie prescrite de ses forces à B auparavant en repos, *ce qui était pareillement demandé*. Que la partie des forces perdue par A soit transmise à B , repose sur le fait qu'autrement l'effet ou l'état suivant serait plus petit que la cause ou l'état précédent, puisque nous sous-entendons que la balance est parfaitement rigide et dénuée de masse, à l'instar d'une 30 ligne indivisible, ou du moins que sa masse n'est pas assez grande pour entrer en ligne de compte, et que par suite elle ne récupère ou absorbe en elle aucune force (du moins digne de considération), et ainsi toute l'action de A qui produit quelque effet doté de puissance parvient en B . Ainsi, puisque l'effet entier est égal à sa cause, et que donc la partie des forces perdue par 35 A doit en tout cas se retrouver autre part, celle-ci sera transmise à B .

Par ailleurs, pour que soit déterminée exactement la situation de B dans laquelle il reçoit une portion donnée des forces, d'autres démonstrations

Cæterum ut situs ipsius B determinetur præcise in quo datam virium portionem accipiat, aliis prædemonstratis opus est, quæ non sunt hujus tractationis; sequentem tamen propositionem subjicere placet, quippe iis non indigentem.

5

Propositio 39

Si corpus in libræ rigidæ rectilineæ mole (considerabile) carentis brachium incurrat et ante brachium oppositum reperiatur quiescens aliud corpus, priori proinde non obstand, sitque distantia a centro quiescentis æqualis distantiaë incurrentis, incurrens autem pergat post incursum; tunc velocitas quam accipit quiescens non potest esse minore velocitate quam retinet incurrens. Quod si distantia quiescentis sit major, etiam velocitas, quam accipit quiescens necessario major est illa qua pergit incurrens. Nam (eadem retenta figura 24) A incidente in L et trans L pergente
15 atque adeo brachium CQ pellente in contrariam partem, patet corpus B non posse tardius incipere moveri quam punctum Q immediate tangens et insequens.

Jam si æqualia sunt brachia CQ et CL , utique æqualis est velocitas punctorum Q et L , puncti autem L velocitas eadem est quæ incurrentis corporis A . Itaque B non potest tardius moveri quam pergit A , sed movetur celeritate majore aut saltem æquali. Quod si corpus B sit in loco P ita ut radius CP sit major quam CL , multo magis verum erit, imo velocius B movebitur quam pergit A . Nam B non movetur tardius quam P , sed P velocius quam
25 Q , id est L vel A . Ergo et B velocius movetur quam pergit A .

Propositio 40

Non eadem in corporibus in se invicem agentibus conservanda est quantitas motus, sed eadem quantitas potentiaë absolutæ, alioqui daretur motus perpetuus Mechanicus.
30

Nempe ostensum est supra (propositiones 7 et 8) eandem conservari quantitatem potentiaë, sed hæc differt a quantitate motus (per propositionem 37) nec semper utraque simul conservari potest. Sed idem sic apparebit distinctius.

35 Sit (figura 25) corpus A quatuor librarum descendens es altitudine unius pedis et acquirens celeritatem unius gradus, ubi pervenit in horizontem.

préliminaires sont nécessaires, qui ne relèvent pas de cet examen ; il convient néanmoins de présenter la proposition suivante car elle n'a pas besoin de ces préliminaires.

PROPOSITION 39

*Si un corps heurte le bras d'une balance rigide de masse négligeable, et si 5
devant le bras opposé se trouve un autre corps au repos, qui ne fait donc pas
obstacle au précédent, et que la distance au centre du corps en repos soit égale
à la distance du corps choquant, et que ce dernier continue à avancer après la
rencontre ; alors la vitesse que reçoit le corps en repos ne peut pas être plus petite
que la vitesse retenue par le corps choquant. Et si la distance du corps en repos 10
est plus grande, la vitesse que reçoit ce corps en repos est aussi nécessairement
plus grande que celle avec laquelle l'autre corps continue d'avancer.*

En effet (en gardant la même figure 24), comme A tombe en L et continue à avancer au-delà de L , et poussant ainsi le bras CQ dans l'autre sens, il est clair que le corps B ne peut pas commencer à se mouvoir plus lentement 15
que le point Q qui le touche et le suit immédiatement.

Or si les bras CQ et CL sont égaux, les vitesses des points Q et L seront aussi égales, la vitesse du point L étant la même que celle du corps A heurtant la balance. C'est pourquoi B ne peut pas se mouvoir plus lentement 20
que A ne continue à avancer, mais il se meut avec une vitesse plus grande ou du moins égale. Et si le corps B se trouve localisé en P , de sorte que le rayon CP soit plus grand que CL , il sera encore plus vrai que B se mouvra plus vite que A ne continue à avancer. Car B ne se meut pas plus lentement que P , mais P se meut plus vite que Q , c'est-à-dire que L ou que A ; donc 25
 B se meut aussi plus vite que A ne continue à avancer.

PROPOSITION 40

Dans les corps qui interagissent, ce n'est pas la même quantité de mouvement, mais la même quantité de puissance absolue qui doit être conservée, sinon il y aurait un mouvement perpétuel mécanique.

En effet on a montré plus haut (propositions 7 et 8) que la même quantité de puissance se conserve, mais que celle-ci diffère de la quantité de 30
mouvement (par la proposition 37), et qu'elles ne peuvent pas toujours être conservées simultanément. Mais cela même apparaîtra plus distinctement de la façon suivante.

Soit (figure 25) un corps A de quatre livres descendant de la hauteur 35
d'un pied et acquérant une vitesse d'un degré, lorsqu'il parvient à l'hor-

Ponatur jam totam ejus potentiam absolutam transferri debere in corpus *B* unius libræ, ita ut quiescat corpus *A*, solius autem corporis *B* motus supersit (quod fieri posse ostensum est propositione 38 hic).

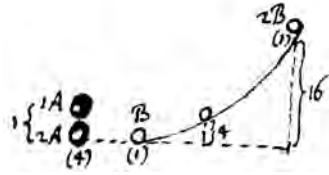


Figura 25

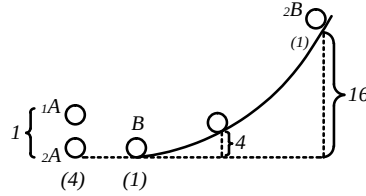


Figure 25

Quæritur quantam velocitatem accipere debeat corpus *B*. Ajo si *B*₁ accipit eandem quantitatem motus quam habuit *A*₄, haberi motum perpetuum seu excessum effectus supra causam; sin vero accipiat eandem quam *A* habuit potentiam absolutam, ut a nobis æstimatur, effectum fore causæ æqualem. Nam si corporis *A* librarum 4 celeritatem habentis gradus unius quantitas motus 4 (per definitionem 6) transferri debet in corpus *B* libræ unius, ita ut *B*₁ accipiat eandem quantitatem motus 4, debet accipere celeritatem graduum 4 (per dictam definitionem 6). Sed si descendendo ex altitudine *A*₂*A* seu unius pedis quæsit ipsius *A* 4 celeritas est gradus unius, utique *B*₁ habens celeritatem quatuor graduum ascendere poterit ad altitudinem pedum 16 (si scilicet ope penduli vel plani inclinati vim suam ad ascendendum convertat) per demonstrata a Galilæo vel per nostram propositionem 32 hic. Sed sola potentia *A* 4 librarum ex uno pede descendendum attollere unam libram *B* ad 16 pedes vel 4 libras ad 4 pedes (quod eodem redit) est effectum efficere quadruplam causæ, cum ejusdem potentiæ sit attollere 4 libras ad unum pedem ex attollere unam libram ad 4 pedes. Itaque habetur motus perpetuus. Qui quomodo inde machinamento facili deduci possit, ostendimus in specimine demonstrationum de Lege Naturæ circa corporum potentiam initio totius hujus tractationis posito; quanquam intelligentibus rerum mechanicarum per se sit manifestum. Itaque si potentia corporis *A*₄ librarum descendens ex altitudine pedis unius transferri debet in corpus *B* unius libræ; hoc debet accipere celeritatem ut 2; ita enim attollere poterit unam libram, corpus scilicet proprium ad altitudinem 4 pedum, et effectus erit æqualis causæ. Cum enim causa fuerit Thema, seu status 4 librarum elevatorum ad altitudinem unius pedis; effectus integer primus seu immediatus, fuerit celeritas unius gradus in 4 libris, Effectus

zon. Qu'on suppose maintenant que toute sa puissance absolue doit être transférée à un corps B d'une livre, de sorte que le corps A s'arrête et qu'il ne reste que le mouvement du seul corps B (chose dont on a montré la possibilité par la proposition 38).

On cherche quelle vitesse doit recevoir le corps B . Je dis que si B , 1 5
reçoit la même quantité de mouvement qu'en avait précédemment A , 4, il
y aura un mouvement perpétuel ou un excès de l'effet sur la cause; mais
s'il reçoit la même puissance absolue, telle que nous la mesurons, qu'en
avait A , l'effet sera égal à la cause. Car si la quantité de mouvement 4 (par
la définition 6) du corps A de 4 livres ayant une vitesse d'un degré doit 10
être transmise au corps B d'une livre, pour qu'ainsi B 1 reçoive la même
quantité de mouvement 4, il doit recevoir une vitesse de 4 degrés (par la
même définition 6); mais si, en descendant de la hauteur ${}_1A_2A$, c'est-à-dire
de la hauteur d'un pied, la vitesse acquise par A 4 est d'un degré, assurément
 B 1, ayant une vitesse de 4 degrés, pourra monter à la hauteur de 16 pieds 15
(si, au moyen d'un pendule ou d'un plan incliné par exemple, sa force est
convertie pour monter), d'après les démonstrations de Galilée ou d'après
notre proposition 32. Mais élever, par la seule puissance du corps A de 4
livres descendues d'un pied, une livre B à 16 pieds ou bien (ce qui revient
au même) 4 livres à 4 pieds, c'est produire un effet quadruple de sa cause, 20
puisque il faut la même puissance pour élever 4 livres à un pied et pour
élever une livre à 4 pieds. C'est pourquoi il y aura un mouvement perpétuel.
Par quel genre de mécanisme on pourrait facilement le déduire de là, nous
l'avons montré dans l'échantillon des démonstrations sur la Loi de la nature
concernant la puissance des corps placé au-début de tout ce traité³, bien 25
que cela aille de soi pour ceux qui entendent les questions mécaniques. Par
conséquent, si la puissance d'un corps de 4 livres descendant d'une hauteur
d'un pied doit être transférée à un corps B d'une livre, celui-ci doit recevoir
une vitesse comme 2; car ainsi une livre (celle du corps B lui-même) pourra
être élevée à la hauteur de 4 pieds, et l'effet sera égal à la cause. En effet, 30
comme la cause aura consisté dans le thème ou état de 4 livres élevées à la
hauteur d'un pied, que l'effet entier premier ou immédiat aura consisté en
une vitesse d'un degré en un corps de 4 livres, l'effet entier second ou médiat
en une vitesse de 2 degrés dans une livre, et que l'effet entier troisième est
le thème ou état d'une livre élevée à la hauteur de 4 pieds; ainsi le premier 35
et le dernier thème seront équivalents: car il y a la même puissance dans
4 livres élevées à un pied et dans une livre élevée à 4 pieds (d'après les

³Cf. *Specimen praeliminare, Demonstratio tertia, supra*, p. 18-21.

integer secundus seu mediatas, celeritas 2 graduum in una libra; effectus integer tertius sit Thema seu status unius libræ elevatæ ad altitudinem 4 pedum; ita Thema primum et ultimum æquivalentur: nam eadem potentia est 4 librarum elevatarum ad unum pedem, et unius elevatæ ad 4 pedes (ex concessis et propositione 16 hic) dando scilicet ipsi B_1 celeritatem 2, potentia ejus absoluta erit 4 (per propositionem 4 capitis 2 sectionis 3) eadem quæ ipsius A_4 habentis celeritatem 1. Itaque cum eadem potentia conservanda est, non quantitas motus (ne excessus virium seu motus perpetuus oriatur) sed talis quantitas potentiæ absolutæ qualem explicuimus conservari debet. Ostendemus autem suo loco, etsi in natura non maneat eadem quantitas motus, manere tamen eandem in summa quantitatem nisus, seu conatus ad certam directionem sive vim directricem.

Definitio 7

VIS RESPECTIVA est, qua duo corpora in se invicem agunt; et cum duo mobilia concurrentia se mutuo sistunt, æqualem vim respectivam habere dicentur; poterit etiam dici vis ICTUS sive PERCUSSIONIS.

Suo autem loco ostendetur eandem esse vim ictus, sive A incurrat in corpus quiescens B , sive idem B eadem celeritate incurrat in A quiescens; imo quæcunque fiat hypothesis distribuendi motus, modo eadem maneat celeritas appropinquationum seu respectiva.

Propositio 41

Si duo mobilia æquali quantitate motus directe seu perfecte concurrant, eandem habebunt vim respectivam, seu mutuo sistunt progressum.

Sit (figura 26) mobile DE duarum (si placet) librarum incurrens in A velocitate AH , unius gradus; et mobile aliud FG unius libræ incurrens in B velocitate FL duorum graduum.

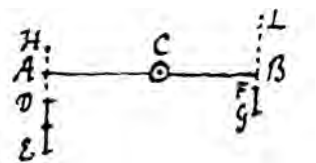


Figura 26

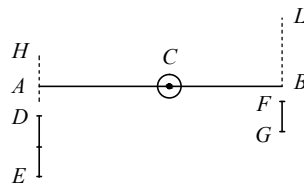


Figure 26

suppositions et la proposition 16), et donc en donnant à B 1 la vitesse 2, sa puissance absolue sera de 4 (par la proposition 4 du chapitre 2 section 3), la même que celle de A 4 avec une vitesse 1. C'est pourquoi, puisque la même puissance doit être conservée, ce n'est pas la quantité de mouvement qui doit se conserver (pour que n'en procède pas un excès de forces ou un 5 mouvement perpétuel), mais la quantité de puissance absolue telle que nous l'avons expliquée. Nous avons d'ailleurs montré en son lieu que, même s'il ne demeure pas dans la nature la même quantité de mouvement, il demeure cependant dans l'ensemble la même *quantité d'effort*, ou de *conatus* dans une direction donnée, ou encore la même force directrice. 10

Définition 7

La FORCE RESPECTIVE est celle par laquelle deux corps agissent l'un sur l'autre; et lorsque deux mobiles qui se rencontrent se font mutuellement obstacle, ils sont dits avoir une force respective égale. On pourra aussi parler de force de CHOC ou de force de PERCUSSION. 15

Nous montrerons d'ailleurs en son lieu que la force du choc est la même, que ce soit A qui heurte le corps au repos B , ou B qui heurte A au repos avec la même vitesse; bien plus, quelle que soit l'hypothèse faite sur la distribution des mouvements, pourvu que la vitesse des rapprochements ou la vitesse respective demeure la même. 20

Proposition 41

Si avec une quantité de mouvement égale deux mobiles se rencontrent directement ou parfaitement, ils auront la même force respective, c'est-à-dire qu'ils arrêteront mutuellement leur progrès.

Soient (figure 26 [p. 426]) un mobile DE de deux livres (par exemple) 25 venant en A avec une vitesse AH d'un degré, et un autre mobile FG d'une livre venant en B avec une vitesse FL de deux degrés. Qu'on suppose de plus que A et B sont les extrémités des bras égaux AC et BC d'une balance rectiligne ACB , et qu'on conçoive que les mobiles s'élèvent grâce à l'*impetus* acquis desdits degrés, autrement dit qu'ils viennent heurter la balance par 30 en-dessous de la façon indiquée; je dis qu'ils doivent s'arrêter mutuellement, pourvu que la balance soit rigide ou inflexible, et que sa masse ne soit pas considérée. En effet, dans l'un des corps, DE 2, se trouve la puissance d'élever, dans un temps élémentaire ou indéfiniment petit, son poids 2 à la hauteur AH infiniment petite également, laquelle soit comme 1; et dans 35 l'autre FG 1 se trouve la puissance d'élever dans le même temps élémentaire ou indéfiniment petit son poids 1 à la hauteur BL double de la précédente,

Ponantur autem A et B esse extremitates libræ rectilinea ACB æqualium brachiorum AC et BC , et intelligantur mobilia ascendere impetu concepto graduum dictorum, seu ex inferiore loco venientia in libram ut diximus impingere. Ajo se mutuo sistere debere, posito libram rigida sive inflexibilem esse, nec ipsius molem considerari. Nam in uno DE_2 est potentia intra tempus elementare seu indefinite parvum attollendi suum pondus 2 ad altitudinem AH etiam indefinite parvam; quæ sit ut 1. Erit in altero FG_1 potentia intra idem tempus elementare, seu indefinite parvum attollendi suum pondus 1 ad altitudinem BL prioris duplam, ob duplam celeritatem. Ejusdem autem est potentiæ attollere pondus DE 2 ad altitudinem AH ut 1, et attollere pondus FG_1 ad altitudinem BL ut 2, et in casu concursus actio momentanea æstimanda est, intra tempus scilicet indefinite parvum. Itaque respectivæ æquivalent corpora DE et FG suis in se mutuo agendi viribus, et proinde se mutuo sistunt. Nihil autem interest utrum corpora duo sibi mutuo occurrant interventu libræ brachiorum æqualium, an vero immediate, cum utrobique æqualiter in se invicem totis viribus agant; itaque si (figura 27) corpus DE librarum 2, celeritate ${}_1E_2E$ ut 1, et corpus FG libræ unius celeritate ${}_1F_2F$ ut 2, directe seu perfecte concurrant, alterum alterius progressum mutuo sistet.

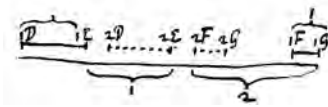


Figura 27

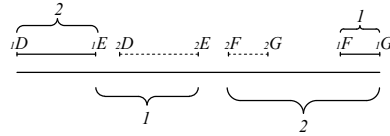


Figure 27

Habeo alias hujus propositionis demonstrationes, sed quædam prædemonstranda requirentes, quæ commodius in separatam tractationem differemus. Interim hoc loco discimus ex ipsa æstimatione potentiæ absolutæ, quomodo etiam æstimanda sit potentia respectiva, etsi hæ duæ potentiæ a se invicem differant, ut patet ex sequenti. Atque ita uni eidemque principio æstimandi potentias per comparisonem causæ et effectus omnia nostra innituntur. Cæterum hanc propositionem quidam sine demonstratione assumunt, alii ex falso principio demonstrare voluere, quasi ejusdem esset potentiæ corpus 2 habere velocitatem 1 et corpus 1 habere velocitatem 2, quod falsum esse ostendimus. Sed in casu æquilibrii, itemque et potentiæ respectivæ, ratiocinatio eorum per accidens succedit, quia tunc coincidit consideratio altitudinis (quippe momentaneæ) seu tempore elemetari ob-

du fait de sa vitesse double. Mais il faut la même puissance pour élever le poids DE 2 à la hauteur AH qui est comme 1, et pour élever le poids FG 1 à la hauteur BL qui est comme 2, et dans le cas du concours l'action doit être considérée comme instantanée, c'est-à-dire dans un temps indéfiniment petit. C'est pourquoi les corps DE et FG s'équivalent respectivement par leurs 5 forces d'agir l'un sur l'autre, et par conséquent ils s'arrêtent mutuellement. Et cela ne change rien, que les deux corps s'opposent l'un à l'autre par l'entremise des bras égaux de la balance, ou bien immédiatement, puisque dans les deux cas ils agissent l'un sur l'autre avec toutes leurs forces; c'est pourquoi, si (figure 27) le corps DE de deux livres, avec sa vitesse ${}_1E_2E$ comme 10 1, et le corps FG d'une livre avec sa vitesse ${}_1F_2F$ comme 2, se rencontrent directement ou parfaitement, ils s'empêchent mutuellement d'avancer.

Je dispose d'autres démonstrations de cette proposition, mais qui requièrent quelques démonstrations préliminaires qu'il sera plus commode de renvoyer à un traité séparé. En attendant, nous savons maintenant, grâce 15 à cette même mesure de la puissance absolue, comment doit être mesurée aussi la puissance respective, même si ces deux puissances diffèrent l'une de l'autre, comme la suite le fera clairement voir. Et ainsi tout ce que nous soutenons repose sur ce seul et même principe de la mesure des puissances par la comparaison de la cause et de l'effet. D'ailleurs, certains ont admis la pro- 20 position précédente sans démonstration, et d'autres ont voulu la démontrer à partir d'un faux principe, selon lequel il y aurait même puissance dans un corps 2 ayant une vitesse 1 et dans un corps 1 ayant une vitesse 2, ce dont nous avons montré la fausseté. Mais dans le cas de l'équilibre, et aussi de la puissance respective, leur raisonnement réussit par accident, puisqu'alors 25 la considération de la hauteur (ici momentanée) qui doit s'obtenir en un temps élémentaire et de la vitesse coïncident, et c'est ce qui en a trompé beaucoup, de sorte qu'ils ont tenu pour hors de doute que la quantité de puissance, absolue s'entend (telle donc que sa somme doit toujours être conservée dans les corps), et la quantité de mouvement sont identiques. 30 D'où cette *loi de la nature* célèbre chez quelques auteurs, selon laquelle la quantité de mouvement ou d'*impetus* est conservée dans l'univers, que nous avons rejetée parce que fausse, en lui substituant cette loi meilleure et qui ne fera jamais défaut selon laquelle c'est *la même quantité de puissance absolue* qui se conserve dans la nature, c'est-à-dire la somme des produits des 35 poids par les hauteurs auxquelles ils pourraient s'élever en vertu de leurs puissances, et qu'ainsi *se conserve dans la nature une quantité d'effet entier égale à la cause*.

tinendæ, et celeritatis, idque ipsum decepit plerosque, ut pro indubitato haberent idem esse quantitatem potentiæ, absolutæ scilicet (quæ nempe in corporibus semper in summa conservari debet) et quantitatem motus. Unde illa celebris apud quosdam Lex naturæ, quod eadem in universo
 5 servetur quantitas motus sive impetus, quam falsam evicimus, meliorem et nunquam decepturam substituentes, quod eadem quantitas potentiæ absolutæ seu summa factorum ex ponderibus in altitudines ad quas vi suarum potentialium attolli possunt, atque adeo quantitas effectus integri causæ æqualis, in natura conservetur.

10

Propositio 42

Si duo corpora inæqualia eandem habeant vim respectivam, seu perfecto concursu se mutuo sistant, non poterunt eandem habere potentiam absolutam, seu idem pondus ad eandem altitudinem attollere; et vice versa. [176v]

15 Nam si sese mutuo sistant, eandem habent quantitatem motus (per propositionem præcedentem). Sed inæqualia corpora eandem habentia quantitatem motus non habent eandem quantitatem potentiæ absolutæ (per propositionem 34). Eadem argumentatio est pro conversa.

Si exempli gratia sint duo corpora, *A* librarum trium, velocitatis 1, et *B*
 20 libræ unius, velocitatis 3, possunt sese sistere mutuo (per 41 præcedentem). Sed cum *A* possit vi suæ celeritatis tantum attollere libras tres ad altitudinem unius pedis, poterit *B* vi suæ velocitatis attollere libram 1 a pedes 9, vel libras novem ad pedem unum. Itaque differnt *A* et *B* potentia absoluta, seu quantitate effectus integri potentia præditi, quem producere vi
 25 suarum celeritatum possunt, etsi eadem in se mutuo potentia respectiva agant. Quarum rerum naturæ et discrimina huc usque minus distincte cognoscebantur. Atque ita fontes Scientiæ Dynamicæ de natura potentiæ et actionis hætenus non satis exploratos aperuisse mihi videor, sublatis ambiguitatibus et simplicissimo generalissimoque principio æqualitatis inter
 30 causam et effectum constituto; unde alia porro naturæ admiranda peculiari tractatione deducemus.

Proposition 42

Si deux corps inégaux ont la même force respective, autrement dit s'ils s'arrêtent mutuellement dans le concours parfait, ils ne pourront pas avoir la même puissance absolue, ou soulever un même poids à la même hauteur; et inversement.

En effet, s'ils s'arrêtent mutuellement, c'est qu'ils ont la même quantité de mouvement (par la proposition précédente). Mais des corps inégaux ayant la même quantité de mouvement n'ont pas la même quantité de puissance absolue (par la proposition 34). Le même argument vaut pour la réciproque.

Si, par exemple, on a deux corps, *A* de trois livres, de vitesse 1, et *B* d'une livre, de vitesse 3, alors ils peuvent s'arrêter mutuellement (par la proposition 41 précédente). Mais tandis que *A*, par la force due à sa vitesse, peut seulement élever 3 livres à la hauteur d'un pied, *B* pourra par la force due à sa vitesse soulever une livre à 9 pieds, ou neuf livres à un pied. C'est pourquoi *A* et *B* diffèrent en puissance absolue, ou par la quantité de l'effet entier doté de puissance qu'ils peuvent produire en vertu de leurs vitesses, même s'ils agissent l'un sur l'autre avec la même puissance respective. Toutes choses dont les natures et les différences étaient jusqu'à présent moins connues. Et ainsi il me semble avoir révélé les sources, jusqu'ici insuffisamment recherchées, de la science de la dynamique concernant la nature de la puissance et de l'action, toutes les ambiguïtés étant levées et en établissant le principe absolument simple et général de l'égalité entre la cause et l'effet, d'où nous déduirons ultérieurement d'autres phénomènes admirables de la nature, dans un traité particulier.

Sectio 2. De centro gravitatis et directione motus

Traditio

Bh LH XXXV 11, 18C, ff. 177r-180v

E GM 6, pp. 464-469.

CAPUT I. DE CENTRO GRAVITATIS ET QUOD OMNI MOBILI TALE CENTRUM ATTRIBUI POSSIT

[177r]

5

Definitio 1

CENTRUM GRAVITATIS est punctum, quo sustentato grave quomodocunque situm vi gravitatis non movetur. Intelligitur autem LINEAS DIRECTIONUM seu in quibus punctum corporis gravis moveri tendit, esse parallelas inter se, et
10 eodem modo gravitatem agere in quocunque horizonte seu plano ad linea directionum normali.

Sit (figura 1) grave *A*, et punctum *C*, suspendatur grave ex puncto suo *D* vel *F*, ope funis (si placet) *BD*, sic ut recta perpendicularis ad horizontem *DE* vel *FG* transeat per *C*; tunc si grave quiescit quantum ad gravitatem, nec
15 in unam potius quam alteram partem fertur, idque succedat quodcunque sit punctum suspensionis *D* vel *F*, manente *C*, ipsum *C* dicetur centrum gravitatis.

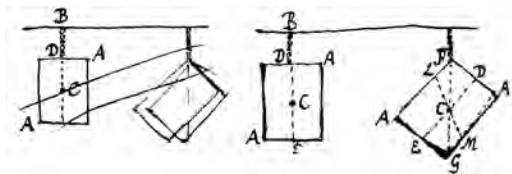


Figura 1

1 (1) SECTIO 5. ... MOTUS *Bh* (2) Sectio 2. ... motus *add. ed. secundum Leibnitii*
Conspectum operis

Section 2. Du centre de gravité et de la direction du mouvement

CHAPITRE I. DU CENTRE DE GRAVITÉ ET QU'UN TEL CENTRE PEUT ÊTRE ATTRIBUÉ À TOUT MOBILE

5

Définition I

Le CENTRE DE GRAVITÉ est le point tel que, si l'on y suspend un corps pesant, celui-ci ne se mouvra pas sous l'effet de la gravité quelle que soit sa situation. Où il faut entendre que les LIGNES DES DIRECTIONS, c'est-à-dire celles selon lesquelles un point du corps pesant tend à se mouvoir, sont parallèles entre elles, 10 et que la gravité agit de la même façon sur n'importe quel horizon, c'est-à-dire sur n'importe quel plan normal aux lignes des directions.

Soient (figure 1) le corps pesant A et C un point de ce corps : qu'on suspende le corps par son point D ou F au moyen d'un fil (par exemple) BD , de façon à ce que la droite perpendiculaire à l'horizon DE ou FG passe 15 par C ; alors, si le corps pesant demeure au repos relativement à sa pesanteur et s'il n'est pas porté d'un côté plutôt que de l'autre, et si cela réussit quel que soit le point de suspension D ou F , C conservant sa position, alors ce point C sera appelé le *centre de gravité*.

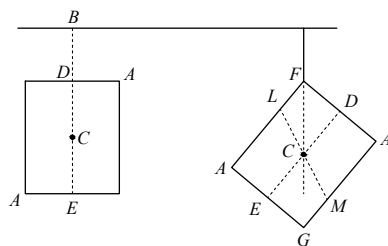


Figure 1

Quod proinde invenitur per diversarum perpendicularium, ut *DE* et *FG*, quas directionum lineas vocamus, intersectionem. Dubitari autem potest, utrum tale centrum detur. Nam etsi duæ rectæ alicubi se secant, non inde tamen sequitur quod intersectio omnium debeat esse communis, seu quod *LM* linea directionis in casu suspensionis ex *L* debeat *DE* secare in eodem puncto *C*, ubi secatur *DE* ab *FG*. Et videtur esse audax hoc postulatum, etsi successu comprobatum sit. Eoque major est ratio dubitandi, quod in plerisque figuris non datur centrum magnitudinis, seu punctum per quod recta vel planum transiens semper magnitudinem figuræ in duas partes æquales secat, ut mox ostendimus. Multo minus ergo videtur figura semper per idem punctum in momenta æqualia secari, cum momentum magis sit compositum quam magnitudo, quippe ex magnitudine et gravitatione simul dependens. Et tamen quasi miraculo evenit, ut res semper succedat non tantum in centro gravitatis, sed et agitationis. Itaque demonstrationem tantæ veritatis quærere operæ pretium est. Interim subintelligendæ sunt conditiones definitioni ascriptæ. Nam si directiones gravium ponantur convergere in centro terræ, et major esse vel minor gravitas in maiore elevatione, non exacte succedit. Etsi autem talis gravitas non sit in natura, qualem assumimus, non ideo tamen minus datur centrum, quale definivimus; futurum scilicet si eæ gravitatis conditiones ponerentur, imo serviens ad generales directionum æstimationes, ut suo loco apparebit.

Definitio 2

CENTRUM MAGNITUDINIS est per quod planum quodcunque transiens figuram secat in duas partes æquales; quod si præterea partes sint similes adeoque congruæ, dicetur CENTRUM FIGURÆ; et Figuræ quæ habent CENTRUM FIGURÆ, dici poterunt, AMPHIDEXTRÆ.

Tales sunt parallelogrammum, polygonum regulare, circulus, ellipsis, compositum ex duabus hyperbolis oppositis; et ex solidis, cubus, aliæque figuræ regulares, sphaera, figura sphæroides, aliæve innumeræ; et harum figurarum ambitus.

Propositio 1

Punctum quod est centrum figuræ, est etiam centrum gravitatis figuræ (si scilicet materia figurata sit similis).

On pourra donc trouver ce centre par l'intersection des diverses perpendiculaires, comme DE et FG , que nous appelons lignes des directions. On peut cependant se demander s'il y a un tel centre. En effet, même si deux lignes droites se coupent quelque part, il ne s'ensuit pas toutefois que l'intersection de toutes ces lignes doive être commune, ou que LM , la ligne 5 de direction en cas de suspension au point L , doive couper DE au même point C , où DE est coupée par FG . Il semble même que ce postulat soit osé, même s'il est confirmé par le résultat. Et la raison de douter est d'autant plus grande que, comme nous le montrerons bientôt, dans beaucoup de figures il n'y pas de centre de grandeur, c'est-à-dire de point par lequel une droite 10 ou un plan qui y passe coupe la grandeur de la figure en deux parties égales. Il est donc d'autant moins vraisemblable qu'une figure soit toujours coupée en un même point en deux moments égaux, puisque le moment est plus composé que la grandeur, comme dépendant à la fois de la grandeur et de la gravité. Et pourtant il arrive comme par miracle que la chose réussit 15 toujours, non seulement pour le centre de gravité mais aussi pour le centre d'agitation. C'est pourquoi il vaut la peine de rechercher la démonstration d'une si grande vérité. En cela les conditions indiquées dans la définition sont sous-entendues. Car si les directions des corps pesants sont supposées converger au centre de la terre, et si la pesanteur est plus grande ou moindre 20 pour une élévation plus grande, cela ne n'arrive pas exactement. Or, même si la pesanteur n'est pas dans la nature telle que nous l'avons supposée, il n'y en a pas moins un centre tel que nous l'avons défini, à savoir celui qui existera si de telles conditions de la pesanteur étaient supposées, servant ainsi aux estimations générales des directions, comme on le verra en son lieu. 25

Définition 2

Le CENTRE DE GRANDEUR est ce par quoi tout plan qui y passe coupe la figure en deux parties égales. Si en outre ces parties sont semblables, et donc congruentes, il sera appelé CENTRE DE LA FIGURE; et on pourra appeler AM- 30 *PHIDEXTRES les figures qui possèdent un tel centre de figure.*

Tels sont le parallélogramme, le polygone régulier, le cercle, l'ellipse, la figure composée de deux hyperboles opposées; et, parmi les solides, le cube, et les autres figures régulières, la sphère, le sphéroïde, et bien d'autres; et aussi le contour de toutes ces figures.

Proposition 1

35

Le point qui est le centre d'une figure est aussi le centre de gravité de la figure (si en tout cas la matière figurée est homogène).

Manifestum enim est in figura Amphidextra, qualis est ad definitionem 1 sustentato centro C , omnia semper utrinque eodem se modo habere seu congrua esse (per definitionem 2), nec proinde rationem esse, cur magis ad partes FL quam FD motus inclinet. Itaque quiescet grave, et centrum C 5 (per definitionem 1) est centrum gravitatis.

Propositio 2

Dantur figuræ quæ nullum habent centrum magnitudinis seu punctum per quod a recta ducta quavis bisecentur.

10 Tales quidem sunt pleræque, sed sufficit unam exhibere ex simplicioribus. Sit (figura 2) triangulum æquicrurum BAC , cujus angulus rectus A , basis BC bisecetur in D , et latera BA , CA in punctis E et F . Patet AD , BF , CE unamquamque triangulum hoc bisecare. Secabunt autem se istæ in puncto M .

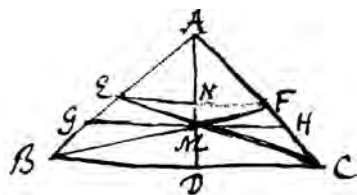


Figura 2

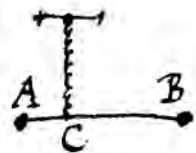


Figura 3

15 Quod si ergo datur hic centrum magnitudinis, utique (per definitionem 2) id erit punctum M . Quo posito (per eandem definitionem 2) ducta GMH recta basi parallela etiam bisecabit triangulum BAC . sed hoc est falsum. Nam ex E agatur in AD normalis EN . Cum AE sit dimidia ipsius AB , erit AN vel ND vel EN dimidia ipsius AB vel BD vel DC . Cum ergo trian-
 20 gula ENM et CDM sint similia, erit NM dimidia ipsius DM , ergo tertia pars ipsius ND , et proinde sexta pars ipsius AD . Ergo AM (id est $AN + NM$, dimidia pars cum sexta) constabit duabus tertiis ipsius AD . Est autem AM æqualis ipsi GM . Ergo quadratum ipsius AM , hoc est quatuor nonæ quadrati sub AD , æquatur triangulo GAH . Minime ergo verum est, triangu-
 25 lum GAH esse dimidium trianguli BAC , quod quadrato sub AD æquatur. Itaque punctum M non est centrum magnitudinis. Et proinde centrum magnitudinis in triangulo proposito non datur. [1780]

En effet, il est évident que dans une figure amphidextre, le centre C étant suspendu comme dans la définition 1, tout sera toujours dans les mêmes dispositions de part et d'autre, ou sera congruent (par la définition 2), et par conséquent il n'y a pas de raison pour que le mouvement aille plutôt du côté de FL que vers FD . C'est pourquoi le corps pesant demeurera au repos, et le centre C (par la définition 1) est son centre de gravité.

Proposition 2

Il existe des figures qui n'ont aucun centre de grandeur ou aucun point tel que toute droite passant par lui les coupe en deux parties égales.

Il y a certes beaucoup de telles figures, mais il suffit d'en montrer une parmi les plus simples. Soit (figure 2) le triangle isocèle BAC , dont l'angle en A soit droit; que sa base BC soit coupée en deux parties égales en D , et ses côtés BA , CA aux points E et F . Il est clair que chacune des droites AD , BF , CE coupe ce triangle en deux parties égales. Or elles se couperont au point M .

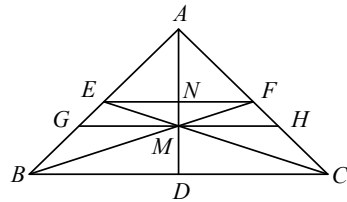


Figure 2

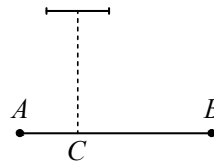


Figure 3

Si donc il existe un centre de grandeur, celui-ci sera nécessairement (par la définition 2) le point M . Cela supposé, (par la même définition 2) la droite GMH tirée parallèlement à la base coupera aussi le triangle BAC en deux parties égales; mais cela est faux. En effet, menons de E sur AD la normale EN . Puisque AE est la moitié de AB , AN ou ND ou EN sera la moitié de AD ou BD ou DC . Donc, comme les triangles ENM et CDM sont semblables, NM sera la moitié de DM , et donc le tiers de ND , et par conséquent le sixième de AD . Donc AM (c'est-à-dire $AN + NM$, la moitié plus le sixième) sera composé de deux tiers de AD . Or AM est égal à GM ; donc le carré de AM , c'est-à-dire quatre neuvièmes du carré de AD , est égal au triangle GAH . Il n'est donc aucunement vrai que le triangle GAH soit la moitié du triangle BAC , qui est égal au carré de AD . C'est pourquoi le point M n'est pas le centre de grandeur. Et dès lors il n'y a aucun centre de grandeur dans le triangle proposé.

Propositio 3

Sustentans eodem modo premitur ut prius, si tota gravitas in centrum gravitatis redigi ponatur, seu si grave ex manente centro libere suspendatur.

- 5 In figura definitionis 1 redigatur grave *ADE* in aliud minus quidem sed simile et similiter positum respectum centri gravitatis *C* manentis, quod grave novius sit gravitatis specificæ in eadem proportionem majoris, in qua est voluminis minoris. Patet eandem esse vim quæ funum trahit in directione *BDC*; idemque est, si grave in spatium minus dato quovis contrahatur, donec tandem in punctum ejusdem cum gravi initio dato gravitatis evanescere fingatur. Idem et sic concluditur, quod posito corpus suspendi ex centro gravitatis *C*, tota utique vis gravitatis in puncto *C* funem *BC* trahit; nec refert cujus magnitudinis aut figuræ sit quod puncto *C* adhæret, modo eadem maneat gravitas, quam totam agere manente gravitatis centro ex definitione hujus centri manifestum est, quia ipso sustentato tota impeditur, 15 atque adeo in impedimentum agit.

Propositio 4

- Gravia quotcunque positione data, quorum quodlibet habet centrum gravitatis, habent centrum commune gravitatis. 20

- Sint primum duo, et centra eorum (figura 3 [p. 436]) *A* et *B* ipsis corporibus inde suspensis æquivalentia (per præcedentem). Sufficit ergo ut ostendamus, duo puncta licet gravitate inæqualia habere centrum gravitatis commune compositi ex ipsis *A* et *B* per lineam rigidam mole carentem connexis. Secetur recta *AC* in *C* sic ut *AC* sit ad *BC* in ratione quam postulat æquilibrium, seu ut sustentato puncto nullus fiat motus vi gravitatis. Ergo punctum *C* (per definitionem 1) est centrum gravitatis compositi ex *A* et *B*. Invento jam centro corporum duorum, eodem modo habetur centrum trium et plurium, duo simul concipiendo ut unum corpus centrum habens, 25 cujus porro ut diximus habetur centrum commune cum tertio, et ita porro. Dari autem aliquam rationem æquilibrii inter duo puncta *A* et *B* gravitate inæqualia, assumi potest ut postulatum: sed idem tamen si quis desideret, sic probatur. Manente linea rigida connectente *A* et *B*, sustentetur *A*; patet *B* totam suam gravitatem exercere, seu nullo modo sustineri vel ab *A* 30 impediri. Jam recedat sustentans tantillum ab *A* versus *B*, patet *A* sustineri aliquomodo et aliquam habere descendendi libertatem; et sustentante porro magis magisque promotum versus *B*, patet libertatem seu vim agendi in *A*

Proposition 3

Le point de suspension subit la même pression qu'auparavant, si toute la pesanteur est concentrée dans le centre de gravité, ou si si le corps pesant est suspendu librement par le même centre.

Que, dans la figure de la définition 1, le corps pesant *ADE* soit réduit 5 à un autre plus petit, mais semblable et situé semblablement par rapport au centre de gravité *C*; que le corps pesant soit d'une gravité spécifique plus grande, dans la même proportion que son volume est plus petit. Il est clair que la force qui tire le fil dans la direction *BDC* reste la même. Et c'est encore le cas, si le corps pesant est condensé dans un espace plus petit 10 que n'importe quel espace donné, jusqu'à ce que finalement on l'imagine s'évanouir en un point de même pesanteur que le corps pesant initialement donné. On obtient la même conclusion de ce que, supposant le corps suspendu par son centre de gravité *C*, toute la force de la gravité tire le fil *BC* au point *C*; et il n'importe de quelle figure ou de quelle grandeur soit ce qui 15 est accroché au point *C*, pourvu que sa gravité reste la même, gravité dont il est évident d'après la définition du centre de gravité qu'elle agit tout entière si ce centre demeure le même, parce qu'elle est tout entière empêchée par sa suspension à ce même centre, et que du coup elle agit sur l'empêchement.

Proposition 4

20

Des corps pesants en nombre quelconque donnés par position, dont chacun a un centre de gravité quelconque, ont un centre de gravité commun.

Soient d'abord deux corps pesants, et leurs centres *A* et *B* (figure 3 [p. 437]) équivalents aux corps qui y sont suspendus (par la proposition précédente). Il nous suffit donc de montrer que les points *A* et *B*, bien qu'in- 25 égaux en pesanteur, ont un centre de gravité commun, celui du composé de *A* et *B* joints par une ligne rigide dénuée de masse. Que la droite *AB* soit coupée en *C* de façon à ce que *AC* soit à *BC* dans la raison que demande l'équilibre, c'est-à-dire telle que, le point *C* étant suspendu, la force de gravité n'entraîne aucun mouvement. Ce point *C* sera donc (par la définition 30 1) le centre de gravité du composé de *A* et de *B*. Dès lors, ayant trouvé le centre de deux corps, on obtiendra de même manière celui de trois corps et plus, en concevant ensemble deux comme un seul corps ayant un centre, dont on obtiendra comme on vient de le dire son centre commun avec le troisième, et ainsi de suite. Qu'il y ait bien aussi une certaine raison d'équi- 35 libre entre les deux points *A* et *B* de pesanteur inégale, on peut l'admettre comme un postulat; mais cependant, si on le désire, on le prouve de cette

crescere, manente quidem sed decrescente sustentatione, donec sustentans
 perveniat ad B , ubi ipsum A nullo modo impeditur a B in totum susten-
 tato, adeoque prorsus liberum erit. Idemque est de B vicissim. Cum igitur
 transeatur per omnes sustentationis et libertatis, seu momentorum gradus,
 5 qui ex contrarii actione maiore minoreve oriuntur, adeoque in ratione qua-
 vis possibili, necesse est alicubi esse rationem æqualitatis, seu aliquod esse
 punctum æquilibrii C . Sustentato scilicet A , vis ejus ad vim ipsius B erat ut
 nihil ad aliquid; crevitque decrescente vi ipsius B , donec ista contra fiat ad
 vim A , ut nihil ad aliquid, et cum mutatio sit continua, utique per omnes
 10 rationes intermedias transiri oportet, adeoque et per rationem æqualitatis.

Cœterum qualis sit ratio æquilibrii, nempe ut brachia sint in recipro-
 ca ponderum ratione, ad hanc demonstrationem nihil refert, quamquam
 id potuissemus assumere velut demonstratum independenter ab hypothesi
 centri gravitatis.

15 *Propositio 5*

Omne extensum grave habet centrum gravitatis et qui-
 dem unicum.

Sit (figura 4) figura plana vel solida, gravitate pradita RST ; hæc resol-
 vi potest in reſtangula vel alias figuras amphidextras sive centrum figuræ
 20 habentes; inscribendo verbi gratia ipsi RST maximum reſtangulum 1, et
 residuis portionibus maxima inscribendo reſtangula 22, et iterum residuis
 maxima inscribendo 3333, et ita porro, ita ut quo superest, minus fieri
 possit data quavis quantitate.

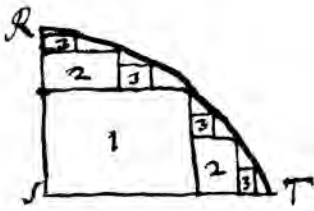


Figura 4

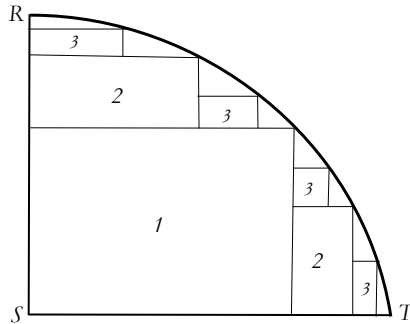


Figura 4

Iam quodlibet horum reſtangulorum habet centrum gravitatis (per pro-
 25 positionem 1) et plura positione data quotcunque, quorum singula habent
 centrum gravitatis, habent centrum gravitatis commune (per propositio-

manière. Conservant la ligne reliant A et B , qu'on la suspende par A ; il est clair que B exerce toute sa pesanteur, et n'est nullement tenu suspendu, ou empêché par A . Qu'on déplace alors le point de suspension un tant soit peu de A vers B : il est clair que A sera tenu suspendu en quelque manière, et aura aussi une certaine liberté pour descendre; et, si on éloigne de plus en plus le point de suspension vers B , il est clair que la liberté ou la force d'agir en A va croître, tandis que la suspension persiste mais en décroissant, jusqu'à ce que finalement le point de suspension parvienne en B , où A ne sera plus empêché d'aucune manière par B , qui sera tenu entièrement suspendu, de sorte que A sera pleinement libre. Et il en va de même pour B en sens inverse. Puisque donc on passe par tous les degrés de suspension et de liberté, ou tous les degrés des moments qui naissent d'une contrariété d'action plus ou moins grande, par conséquent selon toute proportion possible [entre ces degrés], il est nécessaire que se trouve quelque part la raison d'égalité, c'est-à-dire qu'il y ait un certain point d'équilibre C . En effet, quand A était le point de suspension, sa force était à la force de B comme rien est à quelque chose, puis elle a crû en même temps que diminuait celle de B , jusqu'à ce qu'inversement cette dernière soit à la force de A comme rien est à quelque chose; et puisque le changement est continu, il faut assurément passer par toutes les raisons intermédiaires, et donc par la raison d'égalité.

Du reste, ce qu'est cette raison d'équilibre, à savoir qu'elle a lieu lorsque les bras sont en raison réciproque des poids, cela n'intervient aucunement dans notre démonstration, quoique nous eussions pu l'admettre comme démontré indépendamment de l'hypothèse du centre de gravité.

Proposition 5

25

Tout corps pesant étendu a un centre de gravité et un seul.

Soit (figure 4) RST une figure plane ou solide, dotée de pesanteur; elle peut se résoudre en rectangles ou en d'autres figures amphidextres, c'est-à-dire ayant un centre de grandeur, par exemple en inscrivant d'abord dans RST le plus grand rectangle 1, puis en inscrivant dans les parties restantes les plus grands rectangles 2, 2, puis de nouveau dans les portions restantes les plus grands rectangles 3, 3, 3, 3, et ainsi de suite, de façon à ce que ce qui reste puisse être rendu plus petit que n'importe quelle quantité donnée.

Maintenant, chacun de ces rectangles possède un centre de gravité (par la proposition 1), et des corps en nombre quelconque étant donnés par position, dont tous possèdent un centre de gravité, ont un centre de gravité commun (par la proposition 4). Par conséquent, l'agrégat des rectangles,

nem 4). Itaque aggregatum rectangulorum, hoc est figura data habet centrum gravitatis. Quod si extensum esset linea curva vel superficies gibba, potest pro ea adhiberi ambitus polygoni vel polyedri inscripti minus differens quantitate data; Is ambitus autem polygoni constet ex rectis, polyedri
 5 ex planis, quæ cum centrum gravitatis habere ostensum sit, ipse ambitus tale centrum habebit. Quod si extensum non sit simile, sed variæ in variis partibus gravitatis, cujuslibet partis similis præinvestigetur centrum. Quodsi nulla pars similis detur, error tamen dato minor erit, si partes quantum satis parvæ tanquam similes mediæ gravitatis inter eas, quas
 10 quæque habet, gravitates assumantur. Cæterum sicubi sit centrum gravitatis, simul unicum esse manifestum est, cum ab ipso prius æquidividente in quamcunque partem recedendo plus ponderis a tergo relinquatur.

Hinc manifestum est, quæ de centro gravitatis unius corporis vel mobilis dicuntur, pertinere etiam ad centrum gravitatis mobilis ex pluribus
 15 mobilibus discretis.

Propositio 6

Si in gravibus sola agat gravitas, descendet gravium centrum gravitatis commune.

Ponamus (figura 5) gravitatem egisse, et ideo aliquid descendisse, ut B
 20 ex ${}_1B$ in ${}_2B$; dico et centrum commune (verbi gratia ipsorum A et B) descendisse ex ${}_1C$ in ${}_2C$. Ponamus enim non descendisse, sed mansisse in ${}_1C$. Ergo jungantur lineis rigidis $A{}_1C$, ${}_2B{}_1C$, et sustentetur centrum C .

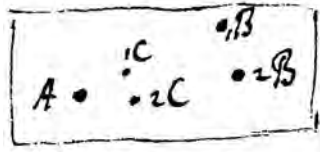


Figura 5

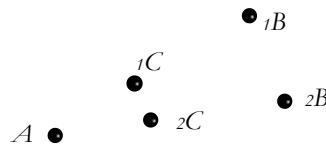


Figure 5

Patet totam vim gravitatis ipsorum A et B sustentari (per definitionem
 1 seu per propositionem 3 hic) et proinde eandem potentiam esse in ${}_1C$,
 25 quanta erat ante descensum ipsius B . Sed adest præterea potentia nova quæ descensu ipsius B produci potuit, verbi gratia elastrum aliquod descensu illo tensum, vel impetus impressus. Effectus ergo seu status posterior $A{}_1C{}_2B$ cum elastro tenso sumtus major est causa seu statu priori $A{}_1C{}_1B$, quod est
 30 sectionis propositionem 3). Necesse est igitur descendisse et centrum C .

c'est-à-dire la figure donnée, a un centre de gravité. Mais si le corps étendu est une ligne courbe ou une surface bombée, on peut la remplacer par le contour d'un polygone ou d'un polyèdre inscrit qui en diffère moins que de n'importe quelle quantité donnée; or ce contour du polygone est fait de droites, celui du polyèdre de plans, droites et plans dont nous avons montré 5 qu'ils ont un centre de gravité, et donc ce contour aura aussi un tel centre. Et si le corps étendu n'est pas homogène, mais de pesanteurs différentes en différentes parties, qu'on commence par chercher le centre de chaque partie homogène. Et s'il n'y a aucune partie homogène, l'erreur sera cependant moindre que toute quantité donnée, si on traite comme homogènes des 10 parties suffisamment petites, d'une pesanteur moyenne entre les pesanteurs qu'elles possèdent chacunes. Par ailleurs, partout où il y a un centre de gravité, celui-ci est à l'évidence en même temps unique, puisque, en s'écartant de lui qui a formé tout d'abord des divisions égales de n'importe quel côté, on abandonne davantage de poids de l'autre côté. 15

D'où il est manifeste que ce que nous disons au sujet d'un seul corps ou mobile vaut aussi pour le centre de gravité d'un mobile composé de plusieurs mobiles distincts.

PROPOSITION 6

Si la pesanteur agit seule sur des corps pesants, le centre de gravité commun 20 de ces corps pesants descendra.

Supposons (figure 5) que la pesanteur ait agi, et que de ce fait quelque chose soit descendu, comme B de ${}_1B$ à ${}_2B$; je dis que le centre commun (de A et de B par exemple) sera aussi descendu, de ${}_1C$ à ${}_2C$. Supposons en effet qu'il ne soit pas descendu, mais soit resté en ${}_1C$. Joignons donc A_1C , ${}_2B_1C$ 25 par des lignes rigides, et qu'elles soutiennent le centre C .

Il est clair que toute la force de la pesanteur de A et B est tenue suspendue (par la définition 1 ou par la proposition 3), et que par suite il y a autant de puissance en ${}_1C$ qu'il y en avait avant la descente de B . Mais il y a en outre la nouvelle puissance qui a pu être produite par la descente de B , par 30 exemple quelque ressort tendu par cette descente, ou un *impetus* transmis. Donc l'effet ou l'état postérieur A_1C_2B combiné avec le ressort tendu, est plus grand que la cause ou l'état antérieur A_1C_1B , ce qui est absurde selon l'axiome du chapitre sur la cause et l'effet de la Section 1 [de cette Partie II] (ajouter la proposition 3 de cette section). Il est nécessaire, par conséquent, 35 que le centre C soit aussi descendu.

Definitio

DIRECTIO est linea recta, in qua movetur punctum mobile ab initiali rectæ puncto versus aliud ejusdem rectæ punctum, nisi a causa superveniente impediatur.

Sic (figura 6) gravis puncti *A* directio versus centrum terræ est recta *BC* ducta ad *B* loco ipsius *A* ad centrum terræ *C* quia a *B* incipiens moveri *A*; movetur in recta *BC*, ita ut propius fiat ipsi *C*; scilicet nisi aliqua causa nova superveniat, qualis esse posset impulsus lateralis versus *E* seu directione *AE*, unde fieri posset, ut grave moveretur in linea aliqua *AF*, motu composito, ut mox patebit. Addatur definitio Motus æquidirecti supra propositionibus 5 et 8 capitis 5 sectionis 2 et propositione 26 sectionis 4 ubi de directione motus curvilinei, quæ est in tangente.

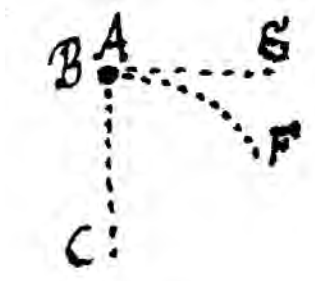


Figura 6

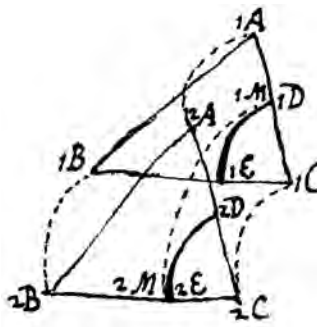


Figura 7

Propositio 1

Quotcunque motus et qualescunque componi possunt inter se, ita ut punctum mobile motu ex omnibus composito feratur.

Superficies quæcunque rigida moveatur qualicunque motu æquidistributo et æquidirecto, quod fit, si puncta ejus aliquot numero finita sufficien-

CHAPITRE 2. DE LA DIRECTION DU MOUVEMENT

Definition

La DIRECTION est la ligne droite sur laquelle se déplace un point mobile partant du point initial de cette droite vers un autre point de cette même ligne, 5 s'il n'en est pas empêché par une cause supplémentaire.

Ainsi (figure 6) la direction vers le centre de la terre du point pesant A est la droite BC menée de B , le lieu où se trouve A , au centre de la terre C , puisque A , commençant son mouvement à partir de B , se meut sur la droite BC de manière à se rapprocher de C , pourvu du moins qu'aucune 10 cause nouvelle ne survienne, comme pourrait l'être une impulsion latérale vers E ou de direction AE , d'où il pourrait arriver que le corps pesant soit mu d'un mouvement composé sur une certaine ligne AF , comme il apparaîtra bientôt. On se reportera à la définition du mouvement équadirect, ci-dessus proposition 5 et 8, chapitre 5, section 2 [de la Partie I], et à la proposition 15 26 de la section 4 [de cette Partie II], où l'on traite de la direction d'un mouvement courbe, qui est selon la tangente.

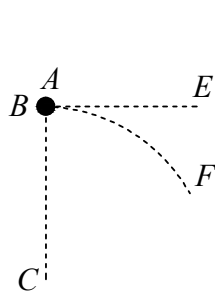


Figure 6

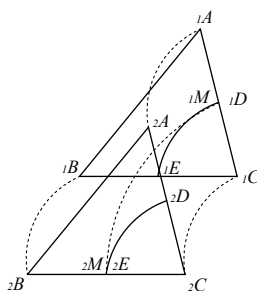


Figure 7

Propositio 1

Des mouvements de nombre et de forme quelconques peuvent être composés entre eux, de façon à ce que le point mobile soit transporté par un mouvement 20 composé de tous ces mouvements.

tia (qualia sunt in plano tria in eandem rectam non cadentia) in lineis inter se congruis (seu similibus et æqualibus) moveantur, unde et reliqua puncta omnia per lineas prioribus gemellas seu congruas eodem modo seu congrue movebuntur. Ut si (figura 7 [p. 444]) rigida superficies $ABCDE$ moveatur, ita
 5 ut puncta A, B, C, D , lineas congruas ut ${}_1A_2A, {}_1B_2B, {}_1C_2C$ etc. describant, unde et reliqua quæcunque tales describent, omniumque punctorum eadem erit celeritas et directio. In hac superficie sit crena excavata secundum lineam quamcunque DE ; in qua interim dum movetur superficies ABC , moveatur mobile M , celeritate quæcunque data in crena tanquam quiescente. Manifestum est, hos duos motus unum nempe superficiei, omnibus ejus
 10 punctis adeoque et crenæ, ac proinde et mobili in ipsa crena, communem, alterum mobilis proprium in crena, componi inter se in mobili M , quod proinde describet lineam ${}_1M_2M$, cujus puncta quævis pro tempore quovis ex situ crena ob datum in ea mobilis motum proprium, determinari possunt. Quodsi ipsa interim superficies ABC rursus eodem modo moveatur
 15 in alia superficie mota tanquam fundo, punctis aliquot A, B, C per hujus fundi crenas ${}_1A_2A, {}_1B_2B, {}_1C_2C$ incedentibus, dum interim ipsa hæc nova superficies seu fundus movetur, habemus tres motus inter se compositos, et ita porro, si lubet, plures.

20 *Propositio 2 et Definitio*

Si duo motus rectilinei uniformes vel velocitate proportionales componantur inter se, ita ut mobile in angulo positum eodem tempore percurrat unum latus anguli secundum unum motum, et alterum secundum alium, motus
 25 compositus erit in recta diagonali completi secundum hæc latera parallelogrammi, eamque eodem tempore absolvet, eritque similiter uniformis aut proportionaliter cum prioribus crescens vel decrescens. Et proinde si celeritas et directio motuum componentium repræsentetur
 30 per latera parallelogrammi, celeritas et directio motus compositi repræsentabitur per diagonalem. Directionem autem cum velocitate ducta in Quantitatem Materiæ vocabimus NISUM, sed cum flexum simul designabimus, generaliori voce vocabimus CONATUM. Unde nisus omnes sunt
 35 rectilinei, conatus vero tam rectilinei quam etiam circulares aliterve curvilinei.

Per regulam (figura 8 [p. 448]) immotam BB incedat regula mobilis BC

Qu'une surface rigide quelconque se meuve d'un mouvement de forme quelconque, équadistribué et équadirect, ce qui arrive si quelques-uns de ses points, en nombre fini suffisant (comme sont sur un plan trois points ne tombant pas dans la même droite), se meuvent suivant des lignes congruentes entre elles (c'est-à-dire semblables et égales) : car dès lors tous les autres 5 points se déplaceront de la même manière, ou de façon congruente, selon des lignes congruentes ou jumelles des premières. Si par exemple (figure 7 [p. 445]) la surface rigide $ABCDE$ se déplace de telle sorte que les points A, B, C, D , décrivent des lignes congruentes comme ${}_1A{}_2A, {}_1B{}_2B, {}_1C{}_2C$ etc., d'où vient qu'aussi les autres points décriront des lignes pareilles, la vitesse 10 et la direction de tous les points seront les mêmes. Soit sur cette surface une fente creusée selon une ligne quelconque DE , sur laquelle, pendant que se déplace encore la surface ABC , se meuve le mobile M , avec une vitesse quelconque donnée, dans la fente considérée en repos. Il est clair que ces deux mouvements, l'un bien sûr commun à la surface, pour tous ses 15 points et donc pour la fente, et par conséquent aussi pour le mobile dans cette fente, l'autre particulier au mobile dans la fente, se composent entre eux dans le mobile M , lequel par conséquent décrira la ligne ${}_1M{}_2M$, dont n'importe quel de ses points peuvent être déterminé pour n'importe quel temps d'après la situation de la fente en raison du mouvement propre du 20 mobile qui s'y trouve. Et si dans le même temps la même surface ABC se meut à nouveau de la même manière sur une autre surface en mouvement prise comme fond, alors qu'un certain nombre de points A, B, C tombant par les fentes de ce fond ${}_1A{}_2A, {}_1B{}_2B, {}_1C{}_2C$, pendant qu'en même temps cette nouvelle surface même ou ce fond se meut, nous avons trois mouvements 25 composés entre eux, et ainsi de suite davantage, si l'on veut.

Proposition 2 et Définition

Si l'on compose entre eux deux mouvements uniformes ou proportionnels en vitesse, de sorte qu'un mobile posé dans un angle parcoure dans le même temps un côté de l'angle suivant le premier mouvement, et l'autre côté suivant le se- 30 cond, le mouvement composé se fera sur la droite diagonale du parallélogramme construit sur ces côtés, et il la parcourra dans le même temps; et ce mouvement sera pareillement soit uniforme, soit croissant ou décroissant proportionnellement aux premiers mouvements. Par conséquent si la vitesse et la direction des mouvements composants sont représentées par les côtés du parallélogramme, la 35 vitesse et la direction du mouvement composé seront représentées par la diagonale. Nous appellerons aussi effort la direction, jointe à la vitesse, multipliée

eodem semper angulo servato regulæ ad regulam. Atque interim in regula motu proprio incedat mobile M , sitque velocitas regulæ ad velocitatem mobilis in regula, ut ${}_1B_2B$ ad BC in eadem semper ratione constante, quod fit, sive velocitas utriusque semper maneat eadem, sive eadem proportio-
 5 ne crescat utrobique. Compleatur parallelogrammum ${}_1C_1B_2B_2C$, et ducatur diagonalis ${}_1B_2C$. Ajo eam repræsentare velocitatem et directionem motus compositi ipsius M , seu quo tempore regula percurrit ${}_1B_2B$, mobile M percurrere ${}_1B_2C$.

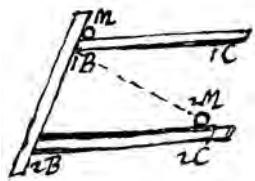


Figura 8

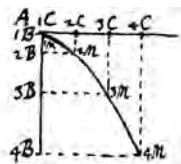
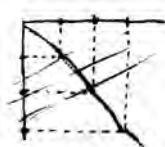


Figura 9

Manifestum enim est, quo tempore BC ex ${}_1B_1C$ pervenit in ${}_2B_2C$, mobile
 10 M pervenire ex B in C , adeoque cum initio fuerit in ${}_1B$, in fine esse in ${}_2C$; idque cum eadem proportione locum habet in puncto intermedio quocunque (ipsum enim ${}_2B$ pro arbitrio assumimus) patet semper mobile M versari in recta ${}_1B_2C$, et partes ejus absolvere proportionales partibus regularum. Et si autem motus non sint uniformes nec proportionales, ut tales tamen seu
 15 motuum elementa, quæ semper ut motus uniformes assignabilibus minores concipi possunt, conatum rectilineum component.

Propositio 3

Quotcunque motus uniformes vel proportionaliter velocitatem variantes rectilinei inter se compositi component motum mobilis puncti rectilineum etiam uniformem
 20 vel proportione eadem cum reliquis variatum. Et proinde quotcunque CONATUS rectilinei component Conatum rectilineum.

Cum enim duo talem component (per præcedentis) compositus cum
 25 tertio iterum (per eandem) componet talem novum. Et ita porro.

Propositio 4

Mobile quod fertur in linea curva conatur ab ea recedere per tangentem.

par la quantité de matière, mais quand nous désignerons en même temps la courbure, nous l'appellerons du terme plus général de conatus. Ainsi tous les efforts sont rectilignes, mais les conatus peuvent être aussi bien rectilignes que circulaires ou autrement curvilignes.

Que, la règle mobile BC se déplace sur la règle immobile BB (figure 8), en conservant toujours le même angle entre les règles. Et que pendant ce temps, sur la règle, se déplace d'un mouvement propre le mobile M . Que de plus la vitesse de la règle soit à la vitesse du mobile sur la règle comme ${}_1B_2B$ à BC dans la même raison toujours constante. Cela a lieu, soit si chacune des vitesses demeure toujours la même, soit si elles croissent de part et d'autre dans la même proportion. Qu'on achève le parallélogramme ${}_1C_1B_2B_2C$ et qu'on mène la diagonale ${}_1B_2C$; je dis qu'elle représente la vitesse et la direction du mouvement composé de M , autrement dit que pendant le temps où la règle parcourt ${}_1B_2B$, le mobile M parcourt ${}_1B_2C$.

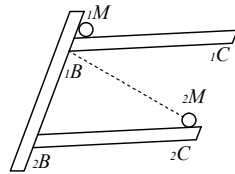


Figure 8

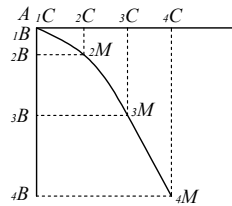


Figure 9

Il est manifeste en effet que, au moment où BC , parti de ${}_1B_1C$, parvient en ${}_2B_2C$, le mobile M parti de B parvient en C , et donc qu'après avoir été en ${}_1B$ au départ, il se trouve à la fin en ${}_2C$; et puisque cela a lieu, avec la même proportion, pour n'importe quel point intermédiaire (en effet, nous avons pris ${}_2B$ à discrétion), il est clair que le mobile M se trouve toujours sur la droite ${}_1B_2C$, et qu'il franchit des parties de cette droite proportionnelles aux parties des règles. En outre, même si les mouvements ne sont ni uniformes ni proportionnels, comme tels néanmoins, en ce que les éléments des mouvements peuvent toujours être conçus comme des mouvements uniformes plus petits que les grandeurs assignables, ils composent un *conatus* rectiligne.

25

Proposition 3

Des mouvements rectilignes en nombre quelconque, uniformes ou dont les vitesses varient proportionnellement, composés entre eux, composent le mouve-

Hujus demonstrationem anticipavimus propositione 26 sectionis 4. Quæ huc repetatur.

Propositio 5

Omnis motus curvilineus in plano intelligi potest com-
5 positus ex duobus rectilineis, quorum unus sit uniformis
vel velocitatis quæcunque lege data crescentis aut decre-
scentis. Pro motu in solido adhiberi possunt rectilinei
tres.

Descripta scilicet (figura 9 [p. 448]) in plano linea motus MM , atque
10 inde in angulum rectilineum CMB vel CAB ductis coordinatis MB , MC ,
intelligi potest mobile M ferri motu composito, ex motu regulæ mobilis CC
incedentis per immotam regulam BB , et motu proprio in regula; motibus
ita temperatis, ut dum regula CC absolvit AB (æqualem ipsi MC) mobile
 M in ea absolvat AC (æqualem ipsi MB).

15 Si motus CC sit uniformis et BB gravitatis uniformiter secundum tem-
pora acceleratus, ostendit Galilæus describi parabolam. Si motus BB uni-
formiter secundum loca retardetur, ut fit in f[r]i[ct]ione, velut cum globus [1829]
movetur super tapete, et interim tabula cum tapete et globo in eo currente
uniformiter transferatur, demonstravi ego lineam Logarithmicam a globo
20 describi. Sed talia nunc prosequi non est præsentis instituti.

Propositio 6

Si mobile feratur motu composito ex rectilineis uni-
formi et alterius legis, describet lineam, in qua ex data
progressione Abscissarum habetur progressio Ordinata-
25 rum, ut in dicta Lege ex data progressione temporum ha-
betur progressio spatiorum.

Ut si (in figura præcedentem 9) spatia AB a puncto B percurta crescant
Geometrica progressione, dum tempora per rectas AC repræsentata crescant
progressione Arithmetica; manifestum est in motu composito lineam MM
30 logarithmicam describente abscissas AC esse ut tempora, ordinatas CM (seu
 AB) ut spatia a puncto mobili M percurta.

16 Galilæus vide: G. Galilei, *Discorsi e dimostrazioni matematiche, intorno a due nuo-
ve scienze attenenti alla meccanica e i movimenti locali* (Leiden: Elsevirii, 1638), Giornata
Quarta; EN VIII, 269-273. **19** demonstravi ego in G.W. Leibniz, *Schediasma de Resi-
stentia Medii, et Motu projectorum gravium in medio resistente*, «Acta eruditorum», 1689,
pp. 38-47. Sed potius vide Annexum 1 hic.

ment rectiligne d'un point mobile, lui aussi uniforme ou varié selon la même proportion que les autres. Et par suite, des conatus rectilignes en nombre quelconque composent un conatus rectiligne.

En effet, puisque deux mouvements composent un tel *conatus* (par la proposition précédente), le mouvement obtenu composé avec un troisième 5 en donnera encore un nouveau tel *conatus* (par la même proposition), et ainsi de suite.

Proposition 4

Un mobile qui est transporté sur une ligne courbe tend à s'en éloigner par la tangente. 10

Nous en avons donné à l'avance la démonstration à la proposition 26 de la Section 1 [de cette Partie II]. Qu'on la répète ici.

Proposition 5

Tout mouvement curviligne sur un plan peut être conçu comme composé de deux mouvements rectilignes, dont l'un soit uniforme, ou d'une vitesse croissante ou décroissante selon une loi donnée quelconque. Pour un mouvement dans un solide on pourra utiliser trois mouvements rectilignes. 15

Si en effet est décrite sur un plan la ligne de mouvement *MM* (figure 9 [p. 449]), et que de là sont menées sous l'angle droit *CMB* ou *CAB* les coordonnées *MB*, *MC*, on peut concevoir que le mobile *M* est transporté par un 20 mouvement composé du mouvement de la règle mobile *CC* se déplaçant sur la règle immobile *BB* et du mouvement propre sur la règle, ces deux mouvements étant assortis de telle sorte que quand la règle *CC* parcourt *AB* (égal à *MC*), le mobile *M* parcourt sur elle *AC* (égal à *MB*).

Si le mouvement *CC* est uniforme, et le mouvement *BB*, dû à la pesanteur, uniformément accéléré selon les temps, Galilée a montré que le mobile décrira une parabole. Si le mouvement *BB* est uniformément retardé selon les lieux, comme il arrive par le frottement, comme quand une boule se déplace sur une nappe tandis que la table avec la nappe et la boule roulant sur elle est transportée d'un mouvement uniforme, j'ai démontré 30 pour ma part que la boule décrit une ligne logarithmique. Mais poursuivre maintenant ces considérations n'entre pas dans notre dessein présent.

Proposition 6

Si un mobile est transporté d'un mouvement composé de deux mouvements rectilignes, l'un uniforme et l'autre suivant une autre loi, il décrira une ligne, 35

dans laquelle on obtiendra la progression des ordonnées à partir de la progression donnée des abscisses, de la même façon que, selon la loi mentionnée, la progression des espaces est obtenue à partir de la progression des temps.

Si par exemple (dans la figure précédente 9) les espaces AB parcourus par le point B croissent en progression géométrique, tandis que les temps représentés par les droites AC croissent en progression arithmétique, il est manifeste que dans le mouvement composé décrivant la ligne logarithmique MM , les abscisses AC sont comme les temps, et les ordonnées CM (ou AB) comme les espaces parcourus par le point mobile M .

Proposition 7

10

N'importe quelle ligne courbe peut être décrite par un mouvement composé de deux ou trois mouvements circulaires, ou certains rectilignes et certains circulaires.

Soit (figure 10) un point immobile C , autour duquel se meuve sur le même plan (si on veut) la droite rigide CA , décrivant l'arc de cercle ${}_1A{}_2A$, et qu'en même temps la droite indéfinie AB se meuve autour de A . Soit donnée une ligne courbe bornée quelconque ${}_1M({}_2M)$, et un point M donné sur la droite AB , dont la distance donnée à A soit AM , à condition qu'elle soit d'une grandeur suffisante pour qu'elle puisse s'étendre d'un point quelconque du cercle AA jusqu'à la courbe ${}_1M({}_2M)$.

20

Cela posé, il est clair que, étant donné un point quelconque de la courbe MM , comme $({}_2M)$, étant donné aussi la position de la droite CA , par exemple ${}_2CA$, on peut donner la position de AB , en l'occurrence ${}_2A({}_2B)$, telle que le point M tombe au lieu assigné $({}_2M)$. Et ainsi, la révolution de CA autour de C étant donnée, on peut chercher quelle doit être la révolution de AB autour de A pour que le point M , gardant la même distance au point A , décrive la courbe donnée $M({}_2M)$. Mais si la ligne ${}_1M{}_2M$ se continue à une distance infinie, on ne peut obtenir ce résultat, sauf si M peut s'avancer sur la droite infinie AB . Si la courbe n'est pas sur un plan, on pourra composer trois mouvements entre eux; par exemple, si le mouvement de C et de AB sur le plan de la feuille, s'ajoute un autre mouvement de AB autour de l'axe CA sur le plan vertical à la feuille, de façon en effet à parvenir à un point au sommet d'une courbe quelconque donnée.

25

30

Proposition 8 et Définition

Les vitesses des mobiles qui se meuvent en cercle sont en raison composée des rotations et des rayons des cercles. Et la ROTATION est la vitesse angulaire.

35

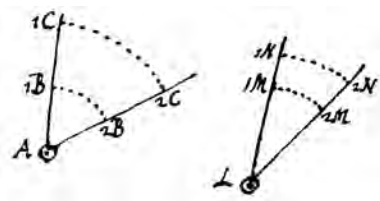


Figura 11

Velocitas scilicet angulum absolvendi, et posito motu uniformi, erunt Ver-
 tigines reciproce ut tempora periodica; posito autem æquali tempore,
 quo verbi gratia recta ABC absolvit angulum ${}_1BA_2B$, et recta LMN angu-
 lum ${}_1ML_2M$; in motu uniformi erunt anguli ut vertigines, seu vertigo rectæ
 5 ABC ad vertiginem rectæ LMN , ut angulus ${}_1BA_2B$ ad angulum ${}_1ML_2M$.
 Hinc cum velocitates æstimentur motu uniformiter continuato tempora [183v]
 æqualia, Vertigines per angulos uniformiter percurrendos æstimabuntur,
 etsi motus uniformis non sit, eruntque ut anguli elementares æqualibus
 temporum elementis percursi. Porro in punctis C et N æque distantibus a
 10 suis centris (si AC sit æqualis ipsi LN) patet ipsas circulandi velocitates esse
 ut vertigines. Nam arcus æqualium circulorum sunt ut anguli. Jam circula-
 tiones punctorum ejusdem rectæ sunt ut radii, seu distantiae a centro, verbi
 gratia velocitas ipsius B est ad velocitatem ipsius C , ut AB ad AC . Hinc jam
 sequitur circulationes seu circulandi velocitates esse in ratione com-
 15 posita vertiginum et radiorum. Nam velocitas ipsius B est ad velocitatem
 ipsius C , ut AB ad AC , et velocitas ipsius C ad velocitatem ipsius N (posito
 AC et LN esse æquales) est ut vertigo rectæ ABC ad vertiginem rectæ LMN ,
 et velocitas ipsius N est ad velocitatem ipsius M , ut LN (id est AC) ad LM .
 Ergo velocitas ipsius B est ad velocitatem ipsius M in ratione composita ex
 20 ratione AB ad LM , radiorum et ratione vertiginum.

Propositio 9

Si eadem recta rigida mobilis simul habeat plures ver-
 tigines circa plura centra in ipsamet sumta, assignari in
 ea potest unum centrum, circa quod revera recta circula-
 25 tur circulatione una æquivalente pluribus illis com-
 positis.

Ponamus (figura 12 [p. 456]) rectam aliquam rigidam $LGABHM$ eodem
 tempore impelli normaliter æqualibus nisibus contrariis in eodem plano ab
 oppositis partibus ut nisibus ab FG et CH , utique eatenus vertiginem hæc

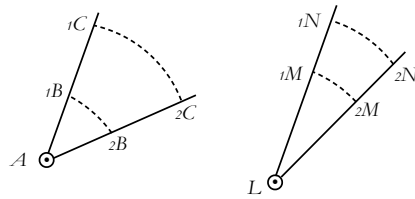


Figura 11

Soit (figure 11) la ligne infinie ABC mue de telle façon autour du point immobile A , que chacun de ses points, comme B ou C , décrive un arc de cercle, et qu'on imagine la même chose pour une autre ligne infinie LMN . Il y aura une rotation dans toute la ligne infinie, à savoir sa vitesse angulaire. Et, en supposant le mouvement uniforme, les rotations seront entre
 5 elles réciproquement comme les temps périodiques; supposant de plus un temps égal, dans lequel par exemple la droite ABC parcourt l'angle $1BA_2B$, et la droite LMN l'angle $1ML_2M$, dans le mouvement uniforme les angles seront comme les rotations, c'est-à-dire que la rotation de la droite ABC sera à la rotation de la droite LMN , comme l'angle $1BA_2B$ à l'angle $1ML_2M$. Par
 10 suite, puisque les vitesses s'estiment par le mouvement uniforme continué dans des temps égaux, les rotations seront estimées par les angles à parcourir uniformément, même si le mouvement n'est pas uniforme, et elles seront comme les angles élémentaires parcourus en des éléments de temps égaux. De plus, pour les points C et N également distants de leurs centres (si AC
 15 égal à LN), il est clair que les vitesses de révolution sont comme les rotations; en effet les arcs de cercles égaux sont entre eux comme les angles. Maintenant, les révolutions des points d'une même droite sont comme les rayons ou distances au centre, par exemple la vitesse de B est à la vitesse de C comme AB à AC . D'où il suit alors que les révolutions ou vitesses de
 20 mouvement circulaire sont en raison composée des rotations et des rayons. En effet, la vitesse de B est à la vitesse de C comme AB à AC , et la vitesse de C est à la vitesse de N (AC et LN étant supposées égales) comme la rotation de la droite ABC est à la rotation de la droite LMN , et la vitesse de N est à la vitesse de M comme LN (c'est-à-dire AC) est à LM . La vitesse de B
 25 est donc à la vitesse de M en raison composée de la raison de AB à LM , c'est-à-dire des rayons, et de la raison des rotations.

Proposition 9

Si la même droite rigide mobile possède simultanément plusieurs rotations autour de plusieurs centres pris sur elle, on peut trouver sur cette droite un
 30

centre, autour duquel elle tourne en cercle d'une seule révolution, équivalente à ces multiples révolutions composées entre elles.

Supposons (figure 12) qu'une droite rigide $LGABHM$ soit poussée perpendiculairement pendant le même temps par deux efforts égaux contraires, sur le même plan depuis les côtés opposés, comme les efforts depuis FG et 5 depuis CH ; il est clair que en cela cette droite acquerra une rotation autour du point A , au milieu entre G et H . Si maintenant la même droite est poussée de plus par deux efforts égaux et opposés DE et TV , en cela elle acquerra une rotation autour du point B , au milieu entre E et V . Je dis que de la composition de ces deux révolutions en naît une nouvelle autour de 10 quelque point S , et que tant le degré de rotation que ce centre S peuvent être déterminés d'après les données. Qu'on prenne un point L sur la droite. En tant que celui-ci tend à se mouvoir en cercle, il tend selon la tangente au cercle, c'est-à-dire selon la perpendiculaire à la droite en L . Les *conatus* de part et d'autre se composent donc entre eux, de façon à donner un *conatus* 15 composé comme LP , composée de LN et NP qui représentent les *conatus* composants : LN le *conatus* autour de A , NP le *conatus* autour de B , en supposant (si l'on veut) que les deux *conatus* de révolution sont dirigés du même côté. Qu'on fasse la même chose de l'autre côté de la droite au point M , de façon que MQR représente le *conatus* composé de MQ autour de A 20 et de QR autour de B . Voyons si l'on peut trouver un point constant L , autour duquel les *conatus* LP et MR provoquent un mouvement circulaire.

Désignons les rotations autour des points A , B , S par les lettres (A) , (B) , (S) , représentant tout autant de droites proportionnelles à ces rotations. Que de plus les vitesses de mouvement circulaire autour des points A , B , S 25 soient désignées en L par les droites LN , NP , LP ; et en M par les droites MQ , QR , MR . Or, d'après la proposition précédente, les vitesses de mouvement circulaire sont en raison composée des rotations et des rayons, et ainsi (par exemple) LN sera à NP comme $LA.(A)$ est à $LB.(B)$. Par conséquent, les droites LN , NP , LP sont comme des rectangles, à savoir comme $LA.(A)$, 30 $LB.(B)$, $LS.(S)$. Et pareillement MQ , QR et MR sont comme $MA.(A)$, $MB.(B)$, $MS.(S)$. Or LP est égal à $LN + NP$ et MR à $MQ + QR$. Donc $LS.(S)$ est égal à $LA.(A) + LB.(B)$; et $MS.(S)$ est égal à $MA.(A) + MB.(B)$. Donc $LS + SM$ (ou LM) multiplié par (S) est égal à $LA + AM$ (ou LM) multiplié par $(A) + LB + BM$ (ou LM) multiplié par (B) , c'est-à-dire qu'on 35 a (S) égal à $(A) + (B)$; autrement dit, la rotation autour de S est égale à la somme (ou à la différence, si les rotations composantes sont de sens contraires) des rotations autour de A et de B .

mæ (aut si contrariæ sint vertigines componentes, differentiæ) vertiginum circa A et B .

- Jam si L et A coincident, itemque M et B , evanescent LA et MB , fietque LB æqual. MA , hoc est AB ; itaque cum esset $LS.(S)$ æqual $LA.(A) + LB.(B)$, et $MS.(S)$ æqual $MA.(A) + MB.(B)$, fiet inde $AS.(S)$ æqual $AB.(B)$ et $BS.(S)$ æqual $AB.(A)$, id est fiet AS ad BS , ut (B) ad (A) . Seu ad inveniendum centrum novum S , debet esse AS ad BS , ut vertigo circa B ad vertiginem circa A , seu distantia centrorum A et B a centro novo S reciproce ut vertigines circa prædicta centra.
- Cumque tam vertiginem quam centrum independenter a puncto quovis ut L vel M tandem determinaverimus, patet idem centrum constans S eandemque vertiginem esse pro puncto rectæ quovis, adeoque revera rectam circulari circa S vertigine inventa. Hinc patet, etsi recta LM quotcunque habeat simul circulandi conatus circa centra quotcunque, non nisi una circulatione simplice circa unum centrum moveri; cum duæ componant novam, et hæc cum tertia rursus novam, et ita porro.

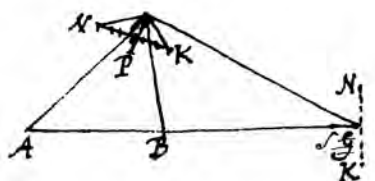


Figura 13

- Idem longius provehi potest, ut si (figura 13) in plano duo centra A et B , vertiginum componentium non cadant in eandem rectam cum puncto L , quod vertigine composita moveri debet, manifestum est, duos esse n-
 20 sus puncti mobilis L , unum in recta LK perpendiculari ad AL , alterum in recta LN perpendiculari ad BL , quæ sunt inter se ut circulationes; et n-
 sus compositus exhibebitur recta LP æquali ipsam NK bisecante diagonali parallelogrammi completi (per propositionem 2) et tunc angulo PLS recto ducta LS secans AB (si opus productam) in S dabit centrum S . Quod est
 25 sic determinari poterit, ut S sit unum ex punctis L , sed tale, ut ipsi n-
 sus compositi producant quietem; debet enim S vi circulationum quiescere, ut fiat centrum reliquorum. Hoc autem fieri non potest, nisi puncta K, L, N
 cadant in directum, et LN, LK sint æquales atque in contrarias partes. Igitur
 eadem recta LN vel LK debet esse normalis tam ad AL , quam ad BL , quod
 30 fieri non potest, nisi hoc L quod quiescere debet, id est S , cadat in eandem

Dès lors si L et A coïncident, et de même M et B , les grandeurs LA et MB s'évanouissent, et LB devient égal à MA , c'est-à-dire à AB ; par conséquent, comme $LS(S)$ était égal à $LA.(A) + LB(B)$, et $MS(S)$ égal à $MA(A) + MB(B)$, il en vient $AS(S)$ égal à $AB.(B)$ et $BS.(S)$ égal à $AB.(A)$, c'est-à-dire que AS est à BS comme (B) est à (A) . Autrement dit, pour trouver le nouveau 5 centre S , AS doit être à BS comme la rotation autour de B à la rotation autour de A , ou encore que les distances des centres A et B au nouveau centre S soient entre elles réciproquement comme les rotations autour de ces deux centres.

Et puisque nous aurons finalement déterminé la rotation aussi bien que 10 le centre indépendamment du point L ou M , il est clair qu'il y a le même centre constant S et la même rotation pour tout point de la droite, et que par conséquent c'est bien la droite elle-même qui se meut en cercle autour de S avec la rotation qu'on a trouvée. D'où il est clair que même si la droite LM avait en même temps autant de *conatus* de révolution que l'on veut autour 15 d'autant de centres que l'on veut, elle ne se meut que d'un seul mouvement circulaire simple autour d'un seul centre, puisque deux de ces mouvements en composent un nouveau, et celui-ci avec un troisième un nouveau, et ainsi de suite.

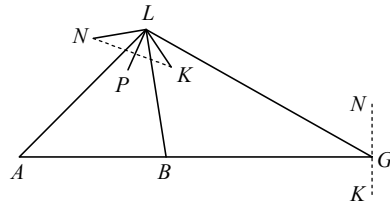


Figure 13

Le même procédé peut être poursuivi plus loin. Si par exemple (figure 20 13) sur le plan les deux centres A et B des rotations composantes ne tombent pas sur la même droite que le point L , qui doit être mû selon la rotation composée, il est manifeste qu'il y a deux efforts du point mobile L , l'un selon la ligne LK perpendiculaire à AL , l'autre selon la ligne LN perpendiculaire à BL , qui sont entre elles comme les mouvements circulaires; et 25 l'effort composé sera représenté par la droite LP égale à la diagonale du parallélogramme complet qui divise en deux la droite NK (d'après la proposition 2). Et dès lors la droite LS tirée selon l'angle droit PLS coupant AB (ou son prolongement s'il le faut) en S donnera le centre S . Ce qui pourra aussi être déterminé de sorte que S soit l'unique point des points L , mais tel 30 que les efforts composés produisent le repos; en effet S doit être en repos

rectam cum ipsis A et B . Rursus ut SN et SK sint æquales, ideo cum sint
 ut circulationes, id est in ratione composita vertiginum et radiorum, erunt
 radii seu distantiae ipsorum primorum centrorum A et B a novo centro S
 reciproce ut vertigines, ut supra. Et quia debent nisus esse contrarii, hinc
 5 sequitur, si vertigines datæ sint ad partes easdem, cadere S inter A et B ; sin
 ad partes contrarias, cadere extra.

Hoc novum componendarum circulationum genus, ita ut centra plura
 sint in ipso mobili, longe diversum ab eo quod propositione 7 exposuimus,
 et potius nisuum quam motuum, vel ideo memorabile est, quod ita innu-
 10 meræ circulationes compositæ producant novam, secus ac regulariter fit in
 propositione 7 et respondet hæc compositio conatuum circularium com-
 positioni conatuum rectilineorum, qui quotcunque sint, novum conatum
 rectilineum component.

Propositio 10

15 RIGIDI MOTUS MAGNETICUS (id est ubi recta quævis manet
 suis vestigiis parallela) est æquidistributus et æquidirec-
 tus, et quodlibet punctum describit lineam lineæ ab alio
 quovis puncto eodem tempore descriptæ congruentem.

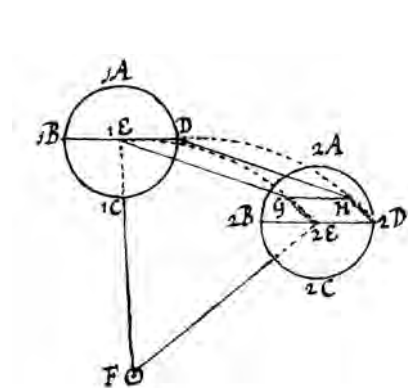


Figura 14

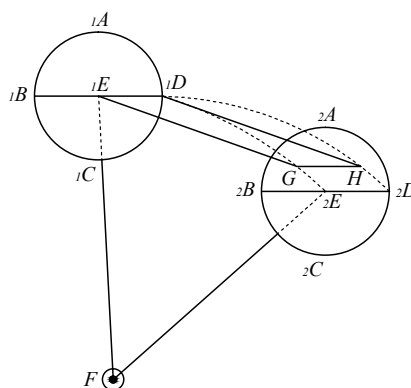


Figure 14

Ut si (figura 14) terrella Magnetica $ABCD$ moveatur utcunque veluti (si
 20 placet) sic ut centrum ejus E describat lineam circularem circa centrum ali-
 quod F , et interea (ex natura magnetismi) ejus Axis BD semper sibi maneat
 parallelus, adeoque polis suis B et D respiciat easdem plagas, necesse utique
 est, ut et quælibet alia recta in terrella ducta maneat suis vestigiis paralle-

[185v]

sous l'effet des mouvements circulaires pour être le centre des autres points. Or cela ne peut arriver que si K, L, N sont alignés et si LN, LK sont égaux et dirigés en sens contraires. Donc la même droite LN ou LK doit être normale tant à AL qu'à BL , ce qui ne peut arriver que si ce point L qui doit être en repos, c'est-à-dire le point S , tombe sur la même droite avec A et B . De plus, pour que SN et SK soient égales, d'autant qu'elles sont comme des mouvements circulaires, c'est-à-dire en raison composée des rotations et des rayons, les rayons ou les distances des centres des premiers centres A et B au nouveau centre S , seront en raison inverse des rotations, comme dans le cas précédent. Et puisque les efforts doivent être contraires, il s'en-
 suit que si les rotations données sont dirigés dans le même sens, S tombera entre A et B ; tandis que s'ils sont dirigés dans des sens contraires, il tombera en dehors.

Ce nouveau genre de composition des mouvements circulaires, de sorte que plusieurs centres se trouvent dans le mobile lui-même, est très différent de celui que nous avons exposé dans la proposition 7, et concerne plutôt les efforts que les mouvements. Il est d'autant plus remarquable que de cette façon d'innombrables mouvements circulaires composés entre eux en font un nouveau, tout comme il advient de manière réglée dans la proposition 7, et cette composition des *conatus* circulaires correspond à la composition des *conatus* rectilignes, lesquels, si nombreux soient-ils, composent entre eux un nouveau *conatus* rectiligne.

PROPOSITION 10

Le MOUVEMENT MAGNÉTIQUE d'un corps rigide (c'est-à-dire où toute droite demeure parallèle à ses propres traces) est équidistribué et équidirect, et un point quelconque décrira dans le même temps une ligne congruente à la ligne décrite par n'importe quel autre point.

Si par exemple (figure 14) un globule magnétique $ABCD$ est mû d'une façon quelconque, par exemple (pour fixer les idées) de telle façon que son centre E décrive une ligne circulaire autour d'un centre F , et qu'en même temps (par la nature du magnétisme) son axe BD demeure toujours parallèle à lui-même, de sorte qu'il regarde toujours des mêmes côtés par ses pôles B et D ; alors il est nécessaire de façon certaine que n'importe quelle autre droite menée dans le globule demeure aussi parallèle à ses traces, puisque les droites qui sont parallèles à l'axe BD dans le corps rigide $ABCD$ y restent toujours parallèles, et donc aussi toujours parallèles à elles-mêmes; quant aux droites qui font des angles quelconques avec les précédentes,

la, quoniam rectæ eæ quæ axi BD in rigido $ABCD$ parallelæ sunt, semper manent parallelæ, ergo et sibi, et quæ rectæ ad has angulos quoscunque faciunt, eosdem in rigido retinent, ideoque itidem sibi parallelæ manent. Hinc jam necesse est, et lineas a punctis ut E et D simul descriptas, per omnia esse similes et æquales, seu congruas, unde motum quoque in mobili tam æquidirectum quam æquidistributum esse sequitur. Ac proinde posito (exemplo causa) centrum terrellæ describere lineam circularem, quodlibet punctum terrellæ lineam circularem describet.

Hoc ut appareat sufficit ostendere, si recta aliqua ED suis vestigiis parallela feratur et uno puncto E per aliquam lineam EE incedat, eam quovis alio D lineam DD priori congr[u]am describere. Unde idem de quovis mobilis rigidi puncto sequitur, quod cum alio quovis per rectam connectitur, quæ utique suis vestigiis parallela manet. Sit aliquod lineæ EE punctum G , et respondens alterius lineæ DD punctum H , ita scilicet ut recta ED translata in GD puncto E incidat in G , et puncto D in H . Sunt ergo rectæ ED et GH æquales et parallelæ, adeoque in parallelogrammo $EDHG$ etiam EG est æqualis ipsi DH ; et eodem modo EG est æqualis ipsi DH . Itaque quodvis punctum lineæ DD eodem modo a duobus punctis D , D in ea sumtis distat, ut quodvis punctum respondens lineæ EE [ea sumtis distat, ut quodvis punctum respondens lineæ EE ,] a duobus punctis E , E , quæ tantundem inter se distant, quantum D et D , quoniam ob æquales EG ipsi DH , et EG ipsi DH æqualemque angulum EGE angulo DH_2D , erit et recta E_2E rectæ D_2D æqualis; itaque congruere possunt puncta E , E ipsis D , D , et punctum quoque aliud quodcunque ut H puncto respondentem G simul congruere poterit, adeoque linea lineæ.

Propositio II

Si puncta quotcunque moveantur in rectis parallelis etiam centrum gravitatis eorum (nisi quiescat) movebitur in recta ipsis parallela, et si motus punctorum sit præterea uniformis vel in omnibus proportionaliter acceleratus aut retardatus, tunc etiam motus centri gravitatis erit talis.

Punctum A (figura 15 [p. 464]) feratur in recta AA , et punctum B in recta BB priori parallela. Ajo et centrum gravitatis eorum C ferri in recta CC , eaque prioribus parallela.

Ut si eodem tempore respective sint A in $1A$, $2A$, $3A$, et B in $1B$, $2B$, $3B$, et C in $1C$, $2C$, $3C$, sitque AAA et BBB recta, erit et CCC recta. Patet ex eo,

elles conservent les mêmes angles dans le corps rigide, de sorte qu'elles demeurent elles aussi parallèles à elles-mêmes. Dans ces conditions, il est nécessaire que les lignes décrites simultanément par des points comme E et D soient en tout semblables et égales, c'est-à-dire congruentes, d'où il suit également que le mouvement dans ce mobile est aussi bien équidirect 5 qu'équidistribué. Et de ce fait en supposant (à titre d'exemple) que le centre du globule décrive une ligne circulaire, n'importe quel point du globule décrira aussi une ligne circulaire.

Pour que cela apparaisse, il suffit de montrer que si une droite ED est transportée parallèlement à ses traces et si elle se déplace par le seul point 10 E selon une ligne EE , elle décrit par tout autre point D une ligne DD congruente à la précédente. Le même résultat s'ensuit pour n'importe quel point du mobile rigide, puisque ce point peut être relié à n'importe quel autre par une droite, laquelle demeure certainement parallèle à ses traces. Soit un point G de la ligne EE , et un point H correspondant de l'autre 15 ligne DD , de sorte que, la droite ED étant portée en GH , elle avance par le point E en G et par le point D en H . Les droites ED et GH sont donc égales et parallèles, et par conséquent, dans le parallélogramme $EDHG$, EG est aussi égale à DH ; et de même EH est égale à GD . C'est pourquoi un point quelconque de la ligne DD se trouve pareillement éloigné 20 de deux points D_1, D_2 pris sur cette ligne que tout point correspondant de la ligne EE est éloigné de deux points E_1, E_2 , lignes qui sont à la même distance l'une de l'autre que D_1 et D_2 , puisque en raison des égalités de EG avec DH , de EH avec GD , et de l'égalité de l'angle EGH avec l'angle DHD , la droite E_1E_2 est aussi égale à la droite D_1D_2 ; c'est pourquoi les 25 points E_1, E_2 peuvent être congruents aux points D_1, D_2 , et aussi n'importe quel autre point comme H pourra simultanément être congruent au point correspondant G , et donc la ligne à la ligne.

PROPOSITION I I

Si des points en nombre quelconque se meuvent sur des droites parallèles, leur 30 centre de gravité aussi (à moins qu'il ne soit en repos) se mouvra sur une droite parallèle aux autres, et si en outre les mouvements des points sont uniformes ou bien tous proportionnellement accélérés ou retardés, alors le mouvement du centre de gravité sera aussi tel.

Que le point A (figure 15 [p. 463]) soit transporté sur la droite AA , et le 35 point B sur la droite BB parallèle à la précédente; je dis que leur centre de gravité C est aussi transporté sur la droite CC , parallèle aux précédentes.

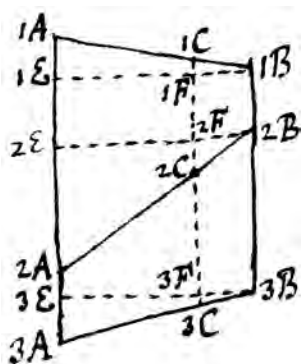


Figura 15

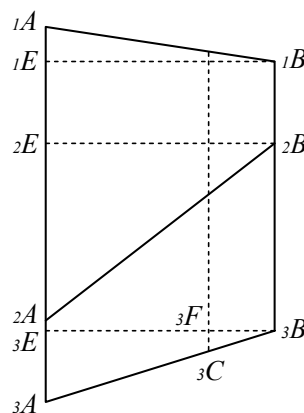


Figure 15

- quod recta CC parallela duabus AA et BB secat quascunque rectas AB inter has duas interceptas, ut ${}_1A_1B$, ${}_2A_2B$, ${}_3A_3B$ in eadem ratione data. Ducantur enim per B parallelæ inter se BE , hæ utique secantur a recta CF in eadem ratione data in F ; jam per eandem rectam CF secatur AB in C , ut BE in F .
- 5 Ergo ut omnes BE secantur in eadem ratione in F , ita et omnes AB secantur in eadem ratione in C . Jam centrum gravitatis C secat AB etiam in eadem ratione, cadit ergo in rectam CC parallelam ipsis AA et BB .

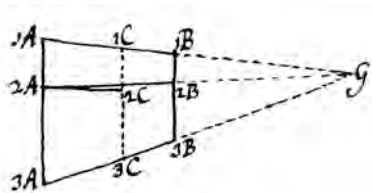


Figura 16

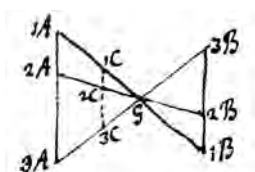


Figura 17

- Quodsi (figuræ 16 et 17) puncta A et B moveantur motu uniformi vel saltem proportionaliter crescente, seu sit ${}_1A_2A$ ad ${}_1A_3A$, ut ${}_1B_2B$ ad ${}_1B_3B$,
- 10 tunc ductæ rectæ AB (ut ${}_1A_1B$, ${}_2A_2B$, ${}_3A_3B$) concurrent in puncto G ; est igitur et ${}_1C_2C$ ad ${}_1C_3C$, ut ${}_1A_2A$ ad ${}_1A_3A$, vel ut ${}_1B_2B$ ad ${}_1B_3B$, ob triangu-
- la similia G_1B_2B , G_1C_2C , G_1A_2A ; itemque similia G_2B_3B , G_2C_3C , G_2A_3A . Porro quod de punctis duobus A , B , verum est, id verum est de punctis quotcunque ut A , B , D , eodem argumento, si pro duobus A , B , centrum
- 15 eorum commune C substituatur, quod cum moveatur in linea recta ipsis

[1867]

Ainsi, si dans le même temps les points A , B et C se trouvent respectivement en ${}_1A$, ${}_2A$, ${}_3A$ en ${}_1B$, ${}_2B$, ${}_3B$, et C en ${}_1C$, ${}_2C$, ${}_3C$, et si AAA et BBB sont des lignes droites, alors CCC sera aussi une droite. Cela ressort de ce que la droite CC parallèle aux deux droites AA et BB coupe chacune des droites AB comprises entre les deux précédentes, telles ${}_1A{}_1B$, ${}_2A{}_2B$, ${}_3A{}_3B$, dans la même raison donnée. Qu'on mène en effet de B les droites BE parallèles entre elles, celles-ci seront évidemment coupées en F par la droite CF dans la même raison donnée; or par la même droite CF , AB est coupée en C comme BE l'est en F ; donc, comme toutes les droites BE sont coupées en même raison en F , de même toutes les droites AB sont coupées en même raison en C . Or le centre de gravité C coupe AB en même raison : il tombe donc sur la droite CC parallèle à AA et BB .

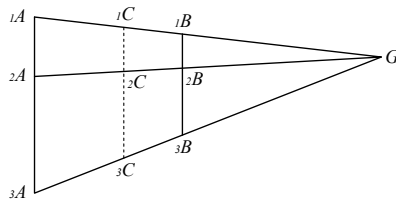


Figure 16

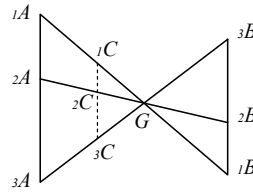


Figure 17

Mais si (figures 16 et 17) les points A et B se meuvent d'un mouvement uniforme ou du moins croissant proportionnellement, autrement dit si ${}_1A{}_2A$ est à ${}_1A{}_3A$ comme ${}_1B{}_2B$ est à ${}_1B{}_3B$, alors les droites tracées AB (comme ${}_1A{}_1B$, ${}_2A{}_2B$, ${}_3A{}_3B$) concourent au point G ; donc ${}_1C{}_2C$ est aussi à ${}_3C{}_3C$, comme ${}_1A{}_2A$ est à ${}_2A{}_3A$, ou comme ${}_1B{}_2B$ à ${}_2B{}_3B$, du fait de la similitude des triangles $G{}_1B{}_2B$, $G{}_1C{}_2C$, $G{}_1A{}_2A$, et de même de celle de $G{}_2B{}_3B$, $G{}_2C{}_3C$, $G{}_2A{}_3A$. De plus, ce qui est vrai de deux points A, B , est vrai d'un nombre quelconque de points comme A, B, D en vertu du même argument : si à deux points A, B on substitue leur centre de gravité commun C , qui, comme il se meut selon une droite parallèle aux lignes AA, BB (d'après ce qu'on a démontré), et qu'en outre le nouveau point D se meut lui aussi sur une droite parallèle à celles-ci, le centre de gravité commun des points C et D , c'est-à-dire le centre de gravité commun des points A, B, D se mouvra assurément sur une droite parallèle aux mêmes lignes. Et ainsi de suite l'argument sera étendu à un nombre quelconque de points décrivant des droites parallèles. Même si le centre de gravité est au repos, ce qui a lieu lorsque les mouvements des points mutuellement contraires se compensent, on peut cependant concevoir que le centre de gravité se meut

lineis AA , BB , parallela (ex demonstratis) et moveatur præterea punctus novum D in linea recta ipsis parallela, utique centrum gravitatis commune punctorum C et D movebitur in linea recta ipsa parallela, id est centrum commune gravitatis punctorum A , B , D . Et ita porro argumentum pro-

5 ducetur ad puncta quocunque rectas parallelas describentia. Etiam si quiescat centrum gravitatis, quod fit cum utrinque contrarii punctorum motus compensantur, tamen intelligi potest centrum gravitatis moveri secundum leges propositionis, motu licet inassignabili seu summe tardo qui quæcunque proportionem variatus manet inassignabilis. Unde generaliter verum est,

10 punctis motis in rectis parallelis velocitatibus punctorum proportionalibus, etiam centrum gravitatis sic moveri.

Propositio 12

Si puncta quocunque cujuscunque gravitatis moveantur in rectis parallelis, describetur a centro gravitatis communi recta, quæ ducta in pondus aggregatum omnium punctorum, æquatur summæ ex viis rectis singulorum punctorum in suorum punctorum pondera ductis, si quidem omnia puncta tendant in easdem partes; quodsi aliquod tendat in partes contrarias, ejus via in pondus

15 puncti ducta non addenda sed detrahenda est. Et si viam puncti in pondus ductam vocemus PROGRESSUM, tunc progressus ponderis integri secundum centrum gravitatis generaliter erit summa progressuum punctorum singulorum, vel differentia. [1877]

25 Si (figura 18 [p. 468]) duo sint puncta æqualis ponderis A et B , quorum viæ rectæ ${}_1A_2A$, ${}_1B_2B$, sint parallelæ et in easdem partes, patet viam centri seu puncti medii seu rectam ${}_1C_2C$ duplicatam æquari summæ ipsarum ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$. Nam ducatur ${}_2AD$ parallela ipsi ${}_1A_1B$ secans ${}_1C_2C$ in E , et ${}_1B_2B$ in D . Patet ${}_1CE$ (æqualem ${}_1A_2A$ vel ${}_1BD$) duplicatam summæ earum æquari

30 et E_2C duplicatam æquari residuo ipsius ${}_1B_2B$, nempe ipsi D_2B . Quodsi puncta sint inæqualia, verbi gratia, A duplum ponderi ipsius B , idem locum habebit, nam $B(C)$ erit dupla ipsius $A(C)$.

Ergo E_2C est tertia pars ipsius ${}_1B_2B$, nempe ipsis D_2B sumtæ semel, et $({}_1C)(E)$ est tertia pars ipsius D_2B seu ipsius ${}_1A_2A$ sumtæ bis (pro ratione ponderis) et ipsius ${}_1B_2B$ sumtæ semel. Ergo $({}_1C)({}_2C)$ via centri est

35 tertia pars viæ ipsius A sumtæ bis, et viæ ipsius B sumtæ semel. Atque idem succedit quæcunque sit proportio ponderum duorum punctorum. Sed si

suivant les lois de la proposition, mais d'un mouvement inassignable ou suprêmement lent, qui, de quelque proportion qu'il varie, demeure inassignable. D'où il est vrai de façon générale que, si des points sont mus sur des droites parallèles proportionnelles aux vitesses des points, leur centre de gravité aussi est mû de la même façon.

5

PROPOSITION 12

Si des points en nombre quelconque et de pesanteur quelconque se meuvent sur des droites parallèles, sera décrite par leur centre de gravité commun une droite qui, multipliée par le poids cumulé de tous les points, est égale à la somme des chemins rectilignes de chacun des points multipliés par les poids des points, si du moins tous les points vont du même côté; mais si l'un d'entre eux va du côté contraire, le produit de son chemin par le poids du point ne doit pas être ajouté, mais soustrait. Ainsi, si nous appelons PROGRÈS le produit du chemin d'un point par son poids, alors le progrès du poids total rapporté à son centre de gravité sera la somme des progrès de chacun des points, ou leur différence.

15

Soient (figure 18) deux points A et B de poids égal, dont les chemins rectilignes ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$ soient parallèles et aillent du même côté : il est clair que le double du chemin de leur centre ou point médian, c'est-à-dire de la droite ${}_1C_2C$, est égal à la somme de ${}_1A_2A$ et de ${}_1B_2B$. En effet, qu'on mène ${}_2AD$ parallèle à ${}_1A_1B$ et coupant ${}_1C_2C$ en E et ${}_1B_2B$ en D . Il est clair que le double de ${}_1CE$, égal à ${}_1A_2A$ ou à ${}_1BD$, est égal à leur somme, et que le double de ${}_2E_2C$ est égal au reste de ${}_1B_2B$, à savoir ${}_2D_2B$. Mais si les points sont inégaux, si par exemple A est double en poids de B , la même chose aura lieu, car $B(C)$ sera double de $A(C)$.

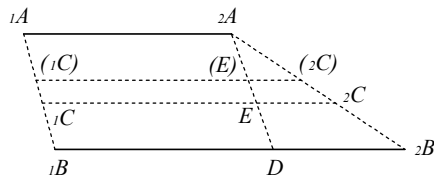


Figure 18

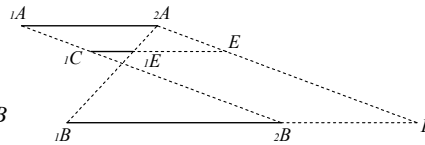


Figure 19

Donc ${}_2E_2C$ est le tiers de ${}_2D_2B$, autrement dit de ${}_2D_2B$ pris une fois, et ${}_1C(E)$ est le tiers de ${}_1A_2A$ pris deux fois (conformément à la raison des poids) et de ${}_1BD$ pris une fois. Donc ${}_1C({}_2C)$, le chemin du centre, est le tiers du chemin de A pris deux fois, et du chemin de B pris une fois. Et le même résultat arrive quelle que soit la proportion entre les poids des

25

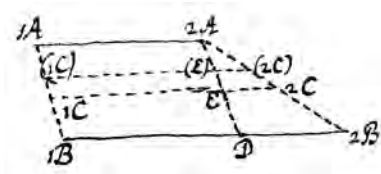


Figura 18

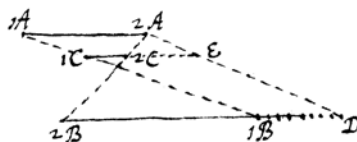


Figura 19

(figura 19) motus sit in contrariam partem, ut si motus ipsius A sit ${}_1A_2A$ esse tertiam partem duplæ ${}_1A_2A$, et simplæ ${}_1BD$ (cum hæ tres rectæ sint æquales) et E_2C esse tertiam partem ipsius D_2B simplæ.

Ergo ${}_1C_2C$, id est ${}_1CE$ minus E_2C , id est tertia pars compositi ex bis
 5 ${}_1A_2A$ et semel ${}_1BD$, minus tertia pars ipsius D_2B seu compositi ex ${}_1BD$ et
 ${}_1B_2B$, est tertia pars ipsius ${}_1A_2A$, minus semel ${}_1B_2B$. Itaque via contraria
 tantum subtrahenda est; cæteris ut ante factis. Idem est in aliis proportio-
 nibus punctorum A et B quibuscunque, et quod de duobus punctis dictum [187v]
 est, producit ad puncta quotcunque, si pro duobus centrum substitua-
 10 tur, quod pondere amborum oneratum suo tractu duorum progressibus
 æquivalet, ut hic ostendimus, unde jam cum tertio prodit via centri novi
 omnium trium, et ita porro.

Propositio 13

Si puncta quotcunque moventur motibus æquidirectis,
 15 centrum gravitatis commune itidem movebitur motu æ-
 quidirecto; et summa progressuum vel (ubi in partes con-
 trarias itur) differentia erit æqualis progressui ponderis
 totius secundum viam centri gravitatis. Et si præterea mo-
 tus punctorum sint uniformes vel saltem inter se propor-
 20 tionales, etiam motus centri gravitatis erit uniformis, vel
 prioribus motibus proportionalis.

Si punctum A (figura 20 [p. 470]) describat lineam quamcunque AA , et
 B quamcunque BB , ita tamen ut eodem tempore directiones seu linearum
 tangentes sint parallelæ, ut in ${}_1A$ et ${}_1B$, in ${}_2A$ et ${}_2B$, in ${}_3A$ et ${}_3B$, et ita in
 25 cæteris, etiam centrum eorum C lineam describet CC motu æquidirecto,
 seu ut directiones in ${}_1C$, ${}_2C$, ${}_3C$ sint prioribus respondentibus parallelæ.
 Hoc patet ex præcedenti, si pro lineis curvis polygona adhibeantur minus
 errore assignato a curvis differentia, ita ut et respondentia latera polygoni
 sint parallelæ, et eodem tempore absolvantur.

deux points. Mais si (figure 19 [p. 467]) le mouvement se fait vers les côtés contraires, si par exemple le mouvement de A est ${}_1A_2A$ et le mouvement contraire de B est ${}_1B_2B$, et si on mène de ${}_2A$ la droite ${}_2AD$ parallèle à ${}_1A_1B$, et que le chemin du centre soit ${}_1C_2C$, qui, prolongé si besoin rencontre ${}_2AD$ en E : il est évident que ${}_1CE$ est le tiers du double de ${}_1A_2A$ ajouté à ${}_1B_2B$ prise une fois (puisque ces trois droites sont égales) et que E_2C est le tiers de D_2B prise une fois.

Donc ${}_1C_2C$, c'est-à-dire ${}_1CE$ moins E_2C , c'est à dire le tiers du composé de deux fois ${}_1A_2A$ et une fois ${}_1BD$ moins le tiers de D_2B , lui-même composé de ${}_1BD$ et ${}_1B_2B$, est le tiers de deux fois ${}_1A_2A$ moins une fois ${}_1B_2B$. C'est pourquoi il faut seulement soustraire le chemin contraire, le reste sans changement. Il en va de même pour les autres proportions entre des points A et B quelconques, et ce qui a été dit pour deux points s'étend à un nombre quelconque de points, si à deux d'entre eux on substitue leur centre, lequel, chargé de leurs deux poids, fera par son trajet un progrès équivalent aux progrès des deux points, comme nous venons de le montrer ici ; d'où avec un troisième point, il définit le chemin d'un nouveau centre commun aux trois points, et ainsi de suite.

PROPOSITION 13

Si un nombre quelconque de points se meuvent selon des mouvements équadirects, leur centre de gravité commun se mouvra selon un mouvement équadirect ; et la somme ou différence (dans le cas où ils vont en sens contraires) des progrès sera égale au progrès du poids total suivant le chemin du centre de gravité. Et si en outre les mouvements des points sont uniformes ou du moins proportionnels entre eux, le mouvement du centre de gravité aussi sera uniforme ou proportionnel à ces mouvements.

Si le point A (figure 20 [p. 470]) décrit une ligne quelconque AA , et le point B une ligne BB , de telle sorte cependant que, dans le même temps, les directions ou tangentes de ces lignes soient parallèles, comme en ${}_1A$ et ${}_1B$, en ${}_2A$ et ${}_2B$, en ${}_3A$ et ${}_3B$, et ainsi des autres, alors leur centre C décrira aussi la ligne CC d'un mouvement équadirect, c'est-à-dire tel que les directions en ${}_1C$, ${}_2C$, ${}_3C$ soient respectivement parallèles aux précédentes directions. On le voit clairement de ce qui précède, si au lieu de lignes courbes on utilise des polygones qui diffèrent des courbes moins que de toute erreur assignée, de sorte que les côtés correspondants de ces polygones soient aussi parallèles et qu'ils soient parcourus dans le même temps.

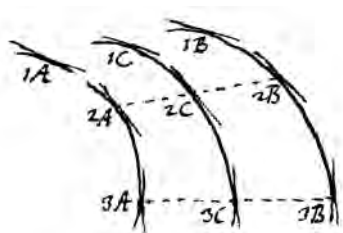


Figura 20

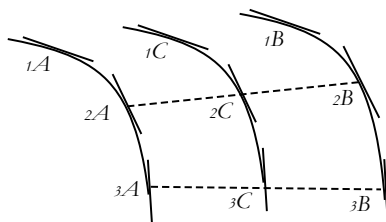


Figure 20

Propositio 14

Si mobile quodcunque (rigidum vel fluidum, continuum vel discretum) moveatur motu æquidirecto (hoc est ut omnia puncta eodem tempore directionibus parallelis ferantur) Centrum quoque gravitatis ejus (etiamsi caderet extra mobile) movebitur motu æquidirecto ad priores motus, et factum ex ductu ponderis integri in viam centri erit progressus totius mobilis, seu æquabitur summæ (vel ubi contraria directio est, differentiæ) progressuum punctorum vel partium. Idem est si puncta quædam vel partes durante tempore nunc quiescant nunc moveantur.

Quoniam scilicet progressum totius intelligimus nihil aliud esse quam summam viarum cujusque puncti in puncta, vel si ea inæqualia sunt, horum pondera ductarum, eodem modo ac explicatum est (in capite de Ductibus) pondus integrum gravis oriri ex punctorum gravitatibus specificis in puncta ordinatim ductis. Huic autem summæ productorum ex unaquaque via in sui puncti pondus ducta factorum, æquatur factum ex aggregato ponderum in viam centri (per propositionem 2). Unde idem de summa omnium punctorum, hoc est extenso quocunque, quod ex punctis, id est partibus quantævis parvitatibus, ut error dato minor fiat, componitur, locum habet.

Idem prodibit, si pro punctis mobilia in globos vel circulos resolvamus continue inscriptos donec residuum sit minus dato, modo progressum globi vel circuli, ita moti ut puncta ejus omnia simul describant rectas æquales et parallelas in easdem partes, æstimamus via unius puncti, velut centri, in molem seu pondus ipsius circuli vel globi ducta, tanquam totum pondus reductum esset in centrum; et ita quod de centrīs idem de partibus verum est, et progressum compositi æstimamus summa progressuum quos

Proposition 14

Si un mobile quelconque (rigide ou fluide, continu ou discret) se meut d'un mouvement équadirect (c'est-à-dire tel que tous ses points soient portés dans le même temps sur des directions parallèles), son centre de gravité aussi (même s'il se trouve en dehors du mobile) se mouvra d'un mouvement équadirect aux 5 mouvements précédents, et le produit du poids entier multiplié par le chemin du centre sera le progrès du mobile total, c'est-à-dire sera égal à la somme (ou à la différence, là où la direction est contraire) des progrès de ses points ou parties. Il en est de même si certains points ou parties se trouvent tantôt en repos, tantôt en mouvement durant le temps. 10

Puisqu'en effet, nous entendons que le progrès du tout n'est rien d'autre que la somme des chemins de chaque point multipliés par les points, ou, si ces points sont inégaux, par leurs poids, tout comme on a expliqué (dans le chapitre des Produits) que le poids entier d'un corps pesant provient des gravités spécifiques de ses points appliquées par ordre sur ces points. Or 15 à cette somme des produits résultants de chaque chemin multiplié par son point est égal le produit de l'addition des poids par le chemin du centre (par la proposition 12). D'où le même résultat s'applique à la somme de tous les points, c'est-à-dire à une chose étendue quelconque, qui est composée de points, c'est-à-dire de parties d'une petitesse telle, que l'erreur soit moindre 20 que toute erreur donnée.

La même chose aura lieu, si nous résolvons les mobiles, non pas en points, mais en globes ou en cercles inscrits continuellement jusqu'à ce que le reste soit moindre qu'une grandeur donnée, de sorte que nous mesurons le progrès d'un globe ou d'un cercle, mû de telle façon que tous ses points 25 décrivent simultanément des droites égales et parallèles du même côté, par le chemin d'un seul point, pris comme centre, multiplié par la masse ou le poids de ce cercle ou globe, comme si tout son poids était condensé au centre. Ainsi ce qui est vrai des centres, l'est aussi des parties, et nous mesurons le progrès du composé par la somme des progrès que possèdent ses 30 parties. De plus, ce qu'on a montré au sujet des mouvements rectilignes vaut aussi bien des mouvements équadirects même curvilignes, en résolvant les mouvements équadirects en mouvements rectilignes parallèles plus petits que toute grandeur assignée. Ce qu'aussi nous avons dit, que la même chose arrive si certains points ou certaines parties sont tantôt en repos, tantôt en mouvement durant le temps considéré, est manifeste parce que l'on 35 peut substituer au repos un mouvement parallèle et proportionnel à n'importe quel mouvement, mais d'une lenteur telle que l'erreur soit moindre

habent partes. Coeterum quod de motibus rectilineis, idem de æquidirectis etiam curvilineis ostenditur, motus æquidirectos in rectilineos parallelos assignatis minores resolvendo. Quod autem diximus idem succedere si puncta quædam vel partes durante tempore nunc quiescant nunc moveantur, ex eo
 5 manifestum est, quod pro quiete substitui potest motus, cuius motui parallelus et proportionalis, sed tantæ tarditatis, ut error fiat dato minor. Itaque [188v] quiescentia etiam sub ipsis motis comprehendi possunt salva conclusione.

Propositio 15

Si mobile moveatur motu æquidirecto in easdem partes, et unum punctum non succedat in alterius locum, viæ autem punctorum eosdem semper et ubique ad mobile angulos faciant, erit via ipsius mobilis seu figura motu ejus generata æqualis figuræ factæ ex motu mobilis in viam centri gravitatis eodem angulo ducti. Nihil autem refert,
 15 utrum mobile sit rigidum an flexile aut fluidum ; continuum vel discretum. Et idem succedit, si aliqua puncta aut aliquæ partes quiescant, aut modo quiescant modo moveantur, dummodo motus sit præscriptus.

Tale mobile non potest esse solidum. Neque enim hoc moveri potest, quin punctum ejus quodlibet in superficie ipsa non positum, alteri succedat. Erit igitur superficies, vel linea. Et si linea sit, potest resoluta intelligi
 20 in latera rectilinea, et superficies in plana; inscribendo scilicet aut circumscribendo polygona, donec differentia fiat minor assignata. Sufficit autem considerari quamlibet (figura 21 [p. 474]) rectam A (vel quodlibet planum ABC) si ita moveatur, ut unum punctum non succedat in locum alterius et
 25 recta a quovis puncto descripta, ut ${}_1A_2A$, eundem semper angulum faciat ad rectam mobilem AB (vel ad planum ABC) describere parallelogrammum ${}_1A_2B$ (vel parallelepipedum ${}_1A_1C_2A$) quod est in ratione composita mobilis rectæ (plani) et lineæ ab uno puncto verbi gratia centro gravitatis descriptæ, seu factum ex mobilis extensione in viam centri.

Et ideo si plures sint rectæ mobiles vel plura plana, idem semper angulus
 30 viæ rectilineæ cujusque puncti ad suam rectam vel suum planum, tota via vel figura generata erit aggregatum ex his parallelogrammis vel parallelepipedis, id est aggregatum (ut ostendimus) ex ductibus rectarum vel planorum in centrorum vias. Jam si omnes motus sint æquidirecti seu paralleli,
 35 aggregatum ex progressibus partium seu factis ex ductu partis in viam centri sui æquatur progressui totius, seu toti eodem modo in viam sui centri ducto. Itaque via generata a mobili ex rectis vel planis composito per motum non

que toute grandeur donnée. C'est pourquoi les corps au repos peuvent être compris sous les corps en mouvement tout en conservant la conclusion.

PROPOSITION 15

Si un mobile est mû d'un mouvement équadirect du même côté et qu'aucun de ses points ne prend la place d'un autre, alors que les chemins de ses points 5 font toujours et partout les mêmes angles avec le mobile, son chemin, c'est-à-dire la figure engendrée par son mouvement, sera égale à la figure résultant du mouvement du mobile appliquée selon le même angle sur le chemin de son centre de gravité. Et il est indifférent que le mobile soit rigide, ou flexible ou fluide, qu'il soit continu ou discret. La même chose arrive encore si certains points 10 ou certaines parties sont en repos, ou tantôt en repos tantôt en mouvement, pourvu que le mouvement soit celui prescrit.

Un tel mobile ne peut être un solide. Un solide en effet ne peut se mouvoir sans que chacun de ses points non situés sur sa surface ne prenne la place d'un autre de ses points. Le mobile en question sera donc soit une 15 surface, soit une ligne. S'il s'agit d'une ligne, on peut la concevoir comme décomposée en côtés rectilignes, et, si c'est une surface, comme décomposée en plans, en inscrivant ou circonscrivant des polygones jusqu'à ce que la différence soit moindre que toute différence assignée. Il suffit dès lors de remarquer que n'importe quelle droite AB (figure 21 [p. 473]) (ou 20 n'importe quel plan ABC) - si elle est mue de telle façon qu'aucun de ses points ne prenne la place d'un autre et si la droite décrite par n'importe quel point, telle ${}_1A_2A$, fait toujours le même angle avec la droite mobile AB (ou avec le plan ABC) - décrit un parallélogramme ${}_1A_2B$ (ou un parallélépipède ${}_1A_1C_2A$), lequel est en raison composée de la droite mobile (ou du plan) 25 et de la ligne décrite par un de ses points, par exemple par son centre de gravité, donc est le produit de l'étendue du mobile par le chemin de son centre.

Et ainsi, si l'on a plusieurs droites mobiles ou plusieurs plans, et toujours le même angle de chaque point du chemin rectiligne avec la droite ou le 30 plan correspondants, le chemin total ou la figure engendrée sera l'agrégat de ces parallélogrammes ou parallélépipèdes, c'est-à-dire (comme nous l'avons montré) l'agrégat des produits des droites ou des plans avec les chemins de leurs centres respectifs. Or, si tous les mouvements sont équadirects ou parallèles, l'agrégat des progrès des parties, c'est-à-dire des produits de la 35 multiplication chaque partie par le chemin de son centre, est égal au progrès total, c'est-à-dire au progrès du tout multiplié de la même façon par le

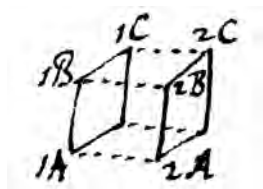


Figura 21

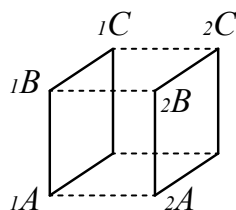


Figure 21

in se succedentem, eundem angulum ad mobile servantem, quamdiu quodlibet punctum non nisi rectam, eamque parallelam lineæ alterius puncti describit, æquatur factò ex mobili in eandem rectam secundum eundem angulum ducto, seu factò ex mobili in rectam planumve extenso, in quod
 5 recta eodem angulo servato ducatur. Sed idem est, si puncta mobilis polygonas lineas vel curvas æquidirecte et eodem semper ad mobile angulo describant. Tantum enim repetitur quod in rectis ostendimus. Et idem est si mobile ex rectis planisve compositum in lineam curvam vel superficiem gibbam degeneret quamcunque. Generaliter igitur si mobile feratur motu
 10 æquidirecto non in se succedente, et æquiangulo ad mobile et in easdem partes tendente, via generata æquatur factò ex ductu extensionis ipsius mobilis in viam centri gravitatis eodem ducendi angulo servato; idque licet puncta aut aliquæ partes subinde quiescant ob rationem adductam in fine demonstrationis præcedentis.

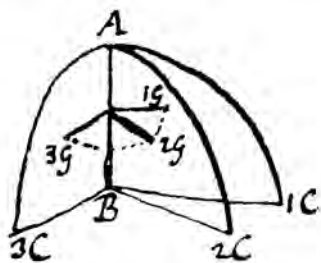


Figura 22

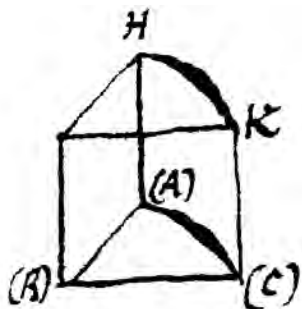


Figura 23

chemin de son centre. Par conséquent, le chemin engendré par un mobile composé de droites ou de plans, dans un mouvement qui ne se reproduit pas en lui-même et conserve le même angle avec le mobile, aussi longtemps que chaque point ne décrit qu'une droite, et qu'elle est parallèle à la ligne des autres points, est égal au produit du mobile appliqué sur la même droite 5 sous le même angle, autrement dit au produit du mobile étendu par la ligne droite ou le plan sur lequel la droite est appliquée en conservant le même angle. Mais la même chose a lieu, si les points du mobile décrivent des lignes polygonales ou courbes de manière équidirecte et en conservant toujours le même angle avec le mobile. Cela ne fait que répéter ce que nous 10 avons montré dans le cas des lignes droites. Et la même chose a lieu, si le mobile composé de droites ou de plans se transforme en une ligne courbe ou une surface incurvée quelconques. De façon générale donc, si un mobile est mû d'un mouvement équidirect qui ne se reproduit pas en lui-même, qui fait un angle constant avec le mobile et qui se dirige du même côté, le 15 chemin engendré est égal au produit de la multiplication de l'étendue de ce mobile par le chemin de son centre de gravité, en conservant le même angle d'application, et ce même si des points ou certaines parties sont par moment en repos pour la raison indiquée à la fin de la démonstration précédente.

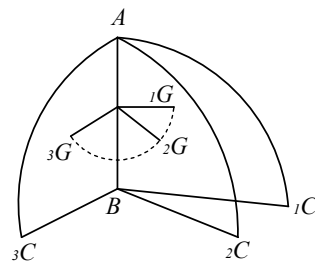


Figure 22

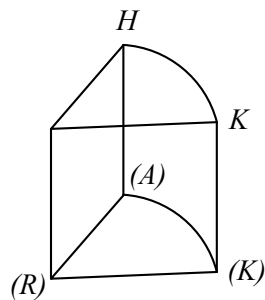


Figure 23

La règle de Pappus ou de Guldin¹ est un cas particulier de ce théorème. 20 Que par exemple (figures 22 et 23) la figure trilinéaire ABC tourne autour de son axe immobile AB , décrivant le solide $BA_1C_2C_3CAB$, et que son centre

¹Cf. Leibniz à Johann Bernoulli 8/18 mars 1696 : « Revera enim directio seu progressio totalis idem est, quod progressio centri gravitatis ducta in mobiliū aggregatū; ut jam fere Guldino notatum, cujus regulam ampliavi, et centrum gravitatis tantum praestat ratiocinandi compendium » (A III, 6, 707).

Hujus theorematis casus est regula Pappi vel Guldini. Ut si (figuræ 22 et 23 [p. 474]) circa axem immotum AB agatur trilineum ABC describens [189r] solidum $BA_1C_2C_3CAB$, ejusque centrum gravitatis describat arcum circula-rem $_1G_2G_3G$. Patet solidum generatum factum esse motu trilinei in se non
 5 succedente; nullum enim punctum alteri succedit (ut fieret si trilineum hoc planum per unum idemque planum duceretur) et cujuslibet puncti motum esse æquidirectum, tangentes enim circulorum in locis ubi puncta sunt eodem tempore, sunt parallelæ. Patet et motum esse æquiangulum ad mobile, quilibet enim arcus circuli a quocunque descriptus, id est ejus
 10 tangens semper facit ad mobile angulum rectum. Itaque solidum dictum rotatione genitum æquatur facto ex trilineo ABC in viam centri gravitatis, seu in $_1G_2G_3G$ normaliter ducto, id est solido cylindricoformi, cujus basis est planum trilineum $(A)(B)(C)$ priori æquale, altitudo vero est recta $(A)H$ æqualis arcui $_1G_2G_3G$, normaliter ducta in hanc figuram $(A)(B)(C)$ jacen-
 15 tem. Si C fuisset centrum gravitatis non trilinei, sed lineæ AC , tunc eodem argumento superficies solidi dicti rotatione hujus lineæ genita æquaretur superficiei cylindricoformi $(A)HK(C)$ factæ ex recta (id est $_1G_2G_3G$ in rectam extensa) normaliter ducta in lineam $(A)(C)$ ipsi AC æqualem. Sed et nostris demonstrationibus ampliari potest hæc doctrina. Exempli causa in
 20 plano paginæ (figura 24 [p. 478]) evolvatur linea ABE (secundum inventa Hugeniana) seu filum lineæ huic rigidæ circumplicatum, ita ut pars quævis AB extendatur in filum BC curvam ABE tangens, pars vero residua BE restet in linea curva; et extremo fili C describatur linea ACF ; quæatur via centri gravitatis Q_2GL . Nempe primum ejus punctum Q est centrum gra-
 25 vitatis fili in primo situ Q , nempe centrum gravitatis curvæ ABE . Ultimum punctum L est centrum gravitatis fili in ultimo situ, seu cum totum extensum est in rectam EF , cujus in medium punctum cadit, seu L rectam EL bisecat. Sed intermedium aliquod punctum $_2G$ sic habebitur in situ fili pro parte extensi ut $_2C_2BE$. Sumatur H quod est centrum gravitatis partis non
 30 extensæ $_2BE$, et M quod est centrum seu punctum medium partis extensæ seu rectæ $_2B_2C$. Jungatur HM et secetur in $_2G$ sic ut fiat M_2G ad H_2G ut fili pars seu arcus EB ad fili partem extensam seu rectam $_2C_2B$. Hinc data extensione et centrīs gravitatis arcuum curvæ ABE , et data extensione lineæ

1 regula ... Guldini Vide: Pappus Alexandria, *Mathematicæ collectiones*, ed. F. Commandino, Pisauri: Apud H. Concordiam 1588, VII, p. 165; ed. F. Hultsch, Berolini: Apud Weidmannos 1877, VII, 42-43, p. 682-3. P. Guldin, *De centro gravitatis*, Viennæ: Gelbhaar 1635, II, cap. VIII, prop. 3, p. 147. **20-21** inventa Hugeniana vide: C. Huygens, *Horologium oscillatorium, siue de motu pendulorum ad horologia aptato demonstrationes geometricæ*, Paris: F. Muguet 1673, pars III, pp. 59 seq.; OC XVIII, 188 seq.

de gravité décrive l'arc de cercle ${}_1G_2G_3G$; il est clair que le solide ainsi engendré résulte d'un mouvement de la figure trilinéaire qui ne se reproduit pas en lui-même, étant donné qu'aucun point ne prend la place d'un autre (comme il arriverait si cette figure trilinéaire plane se dirigeait sur un seul et même plan), et que le mouvement de chaque point est équidirect, étant 5 donné que les tangentes aux cercles, dans les lieux où les points se trouvent dans le même temps, sont parallèles. Il est clair encore que le mouvement fait un angle constant avec le mobile, étant donné que tout arc de cercle décrit par n'importe quel point, c'est-à-dire sa tangente, fait toujours un angle droit avec le mobile. Par conséquent, le solide en question engendré 10 par la rotation est égal au produit de la figure trilinéaire ABC par le chemin de son centre de gravité, [obtenu en appliquant cette figure] à angle droit sur ${}_1G_2G_3G$; il est donc égal au solide en forme de cylindre dont la base est la figure trilinéaire plane $(A)(B)(C)$ égale à la précédente, et dont la hauteur est la droite $(A)H$ égale à l'arc ${}_1G_2G_3G$, appliquée à angle droit sur 15 la figure $(A)(B)(C)$ sous-jacente. Si C était le centre de gravité, non d'une figure trilinéaire, mais de la ligne AC , alors par le même argument la surface du dit solide engendrée par la rotation de cette ligne serait égale à la surface du cylindre $(A)HK(C)$ obtenue en appliquant à angle droit la droite $(A)H$ (c'est-à-dire l'arc ${}_1G_2G_3G$ rectifié) à la ligne $(A)(C)$ égale à AC . Mais, grâce 20 à nos démonstrations, cette théorie peut encore être amplifiée. Par exemple (figure 24 [p. 477]) qu'on développe la ligne ABE dans le plan de la page (suivant la construction inventée par Huygens) c'est-à-dire un fil enroulé autour de cette ligne rigide, de telle façon qu'une de ses parties AB se déploie en un fil BC tangent à la courbe ABE , tandis que l'autre partie BE demeure 25 sur la ligne courbe; et que l'extrémité C du fil décrive ainsi la ligne ACF : on cherche la trajectoire Q_2GL du centre de gravité. Son premier point Q est le centre de gravité du fil dans sa première position Q , c'est-à-dire le centre de gravité de la courbe ABE ; et son dernier point L est le centre de gravité du fil dans sa dernière position, lorsqu'il est tout entier étendu en droite EF , 30 droite au milieu de laquelle le point doit se trouver, donc L divise en deux parties égales la droite EL . Mais un point intermédiaire ${}_2G$ correspondant à une position comme ${}_2C_2BE$, où le fil est partiellement déployé sera obtenu ainsi: qu'on prenne H qui est le centre de gravité de la partie non déployée ${}_2BE$, et M qui est le centre ou point médian de la partie déployée, c'est- 35 à-dire de la droite ${}_2B_2C$; qu'on joigne HM , et qu'il soit divisé en ${}_2G$ de façon à ce que M_2G soit à H_2G comme la partie du fil ou l'arc EB est à la partie déployée du fil ou droite ${}_2C_2B$. Dès lors, l'extension des arcs de

la courbe ABE et leurs centres de gravité étant donnés, et l'extension de la ligne QGL étant donnée aussi, on aura l'aire de l'espace $ABEFCA$. Et, tous ces résultats viennent de ce que nous avons montré que la règle du centre de gravité s'applique même si une partie du mobile est tantôt en repos et tantôt en mouvement, comme en ce cas la partie du fil qui n'a pas encore
5 été développée demeure jusqu'alors en repos. Ainsi avons-nous étendu la règle de Guldin du cas des rotations à d'autres genres de mouvements.

PROPOSITION 16

*Les mêmes PHÉNOMÈNES des corps (c'est-à-dire leurs mêmes situations les uns par rapport aux autres dans des temps donnés) peuvent être obtenus à partir
10 d' HYPOTHÈSES différentes (c'est-à-dire de différentes assignations des mouvements, des repos et des directions). Et si les phénomènes peuvent être produits d'une manière par des mouvements uniformes rectilignes, ils pourront être procurés par de tels mouvements encore d'autres manières, à quelque mobile que
15 soit assigné le repos ou bien un mouvement rectiligne uniforme donné.*

Si l'on a deux points A et B , il est clair que par leur seule considération on ne peut pas distinguer lequel est en repos ou se meut avec un degré donné. Si on pose maintenant plusieurs points A , B , C , il suffit que leurs distances restent les mêmes ou proportionnelles pendant les mêmes temps pour que les angles entre eux restent aussi les mêmes, puisque étant don-
20 nées les distances entre trois points quelconques, le triangle est aussi donné s'ils ne sont pas sur la même droite, et donc les angles sont donnés; de plus, pourvu que soient données les mêmes proportions entre les distances, le triangle est donné quant à l'espèce, et donc aussi les angles. Or, tant que
25 les angles se présentent de la même façon relativement aux points, un oeil situé dans l'un de ces points ne peut pas distinguer les hypothèses, puisqu'il ne peut rien observer d'autre. Et il en va de même pour plus de trois points, car leurs configurations sont déterminées quant à l'espèce, et donc on obtient leurs angles, pourvu que les triangles entre trois points quelconques soient donnés quant à l'espèce. Mais si nous supposons qu'il y a certains
30 points dont la situation respective ne change pas, comme le sont dans les corps qui perdurent (comme les corps célestes) les extrémités des diamètres, alors à partir des angles constants ou variables, comme par exemple les diamètres apparents (qui sont connus en effet par les quantités angulaires), nous inférons les constances et les variations des distances, et alors nous ne
35 connaissons pas seulement les aspects ou configurations quant à l'espèce, mais aussi quant à la grandeur. Pourvu donc que nous concevions une hy-

puncta specie dentur. Supposito jam esse aliqua puncta inter se situm non mutantia, ut sunt in corporibus durabilibus, veluti c¹/₂lestibus extremitates diametrorum, et ex servatis angulis aut mutatis velut ex diametris apparentibus qui sane quantitate angulorum cognoscuntur, distantiarum conser-
 5 vationes mutationesque colligimus, et tunc non tantum specie, sed et magnitudine cognoscimus aspectus sive configurationes. Quod si igitur saltem hypothesin excogitemus easdem distantias pro iisdem temporibus exhibentem phænomenis est satisfactum. Idque facile est cum problema solvi possit: dato pro arbitrio motu puncti unius, assignare motus punctorum quot-
 10 cunque tales, ut datis temporum momentis data prodeant phænomena seu anguli. Quod si motus sint rectilinei uniformes, etiam distantiae punctorum uniformiter mutabuntur, et celeritates respectivæ erunt rectilineæ uniformes. Sed et eæ variis hypothesibus obtineri possunt; ita ut unicuilibet ex illis assignando quietem (si placet) vel motum datum eadem prodeant. Oculo
 15 enim in uno punctorum posito, cætera omnia velut ipso quiescente moveri videbuntur salvis iisdem phænomenis. Quod ut appareat distinctius, [191r] considerandum est, omnem motum concipi posse ut compositum ex parallelis ad datas rectas, duas quidem in plano, tres autem in solido, ita ut composito existente uniformi et componentes uniformes esse possint, et si
 20 quidem in pluribus motibus inter se collatis secundum componentes parallelos ad eandem rectam discerni hypotheses non possunt, omnino discerni non posse, quia ipsi motus per parallelos componentes determinantur. Et quoniam jam ostendimus, si tria quævis puncta servant eadem phænomena, inter se servari phænomena omnia; superest tantum ut ostendamus in
 25 tribus motibus uniformibus parallelis phænomena discerni non posse.

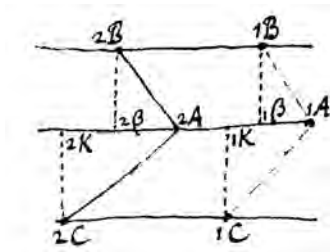


Figura 25

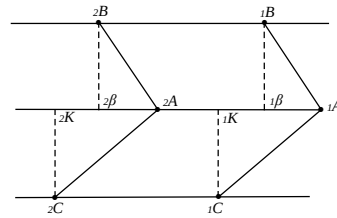


Figure 25

Sint (figura 25) trium punctorum A, B, C , motus paralleli AA, BB, CC , et in rectam AA ex punctis B, C , agantur normales b, k ; junganturque AB, AC . Ajo quocunque motu uniformi assignato ipsi puncto A , assignari etiam

pothèse produisant les mêmes distances pour les mêmes temps, satisfaction est donnée aux phénomènes; et cela est facile, quand on peut résoudre le problème [suivant] : le mouvement d'un unique point étant donné arbitrairement, assigner les mouvements d'un nombre quelconque de points tels qu'à des moments des temps donnés des phénomènes ou des angles 5 donnés se produisent. Si les mouvements sont rectilignes et uniformes, les distances entre les points changeront aussi uniformément, et les vitesses respectives seront rectilignes et uniformes. Mais on peut obtenir ces vitesses par des hypothèses diverses, de façon à ce qu'en assignant à l'une d'entre elle le repos (si l'on veut) ou un mouvement donné, les mêmes phénomènes 10 se produisent. En effet, pour un œil placé dans un de ces points, tous les autres paraîtront se mouvoir par rapport à lui en repos, en conservant les mêmes phénomènes. Pour voir cela plus distinctement, il faut remarquer que tout mouvement peut être conçu comme composé de parallèles à des droites données, à savoir deux droites dans un plan et trois dans un solide, 15 de telle sorte que, si le mouvement composé est uniforme, les mouvements composants puissent aussi être uniformes, et qu'assurément si dans le cas de plusieurs mouvement comparés entre eux suivant leurs composants parallèles à la même droite, les hypothèses ne peuvent pas être distinguées, alors elles ne peuvent d'aucune façon être distinguées, parce que ces mou- 20 vements sont déterminés par leurs composants parallèles. Et puisque nous avons déjà montré que si trois points quelconques conservent les mêmes phénomènes, alors tous les phénomènes se conservent, il reste seulement à démontrer que dans le cas de trois mouvements uniformes parallèles les phénomènes ne peuvent pas être distingués. 25

Soient (figure 25) les mouvements parallèles AA , BB , CC , de trois points A , B , C ; et qu'on abaisse sur la droite AA , depuis les points B et C , les normales B et K , et qu'on joigne AB , AC . Je dis que, quel que soit le mouvement uniforme assigné au point A , on peut aussi assigner aux points B et C des mouvements uniformes correspondants de manière à ce que les 30 mêmes phénomènes se produisent. En effet, les mouvements qui sont assignés aux points β et K seront assignés aussi aux points A et B ; or il est clair que, quel que soit l'état de mouvement ou de repos du point A , il est possible d'assigner des mouvements uniformes aux points β et K situés sur la même droite, de façon ce que se produisent les mêmes vitesses respec- 35 tives ou variations uniformes de distances. Et par conséquent, à un même moment du temps, on obtiendra les mêmes grandeurs pour les droites $A\beta$, AK , βK , comme ${}_1A_1\beta$, ${}_1A_1K$, ${}_1\beta_1K$ pour un moment, et ${}_2A_2\beta$, ${}_2A_2K$, ${}_2\beta_2K$

posse motus uniformes competentes punctis B et C , ut eadem phænomena prodeant. Nam qui motus assignantur punctis β et K , assignabuntur et punctis A et B . Jam manifestum est, utcunque moveatur aut quiescat punctum A , tales motus uniformes assignari posse punctis β et K , in eadem recta
5 positis, ut eadem prodeant celeritates respectivæ seu distantiarum variationes uniformes. Et proinde pro eodem temporis momento eadem prodibunt magnitudines rectarum $A\beta$, AK , βK , ut pro uno momento ${}_1A_1\beta$, ${}_1A_1K$, ${}_1\beta_1K$; et pro alio momento ${}_2A_2\beta$, ${}_2A_2K$, ${}_2\beta_2K$. Eadem ergo (quacunque facta hypothesi) dato momento prodeunte magnitudine rectæ ${}_2A_2\beta$, et manente
10 semper ob parallelismum recta $B_2\beta$, idem prodibit angulus ${}_2B_2A_1A$, et similiter angulus ${}_2C_2A_1A$. Ergo (ob eandem quoque semper manentem distantiam inter rectas BB , CC) idem quoque prodibit angulus ${}_2A_2A_2B$ pro dato momento. Adeoque semper prodeuntibus iisdem angulis pro eodem tempore eadem prodeunt phænomena. Idemque est, si puncto A pro motu
15 quies assignetur. Quod autem de puncto A ostendimus, de alio quocunque valet, et quod de tribus quibuscunque, utique de omnibus; et quod de omnibus punctis, etiam de situ ipsorum mobilium verum est. Itaque nihil prohibet, quamcunque Hypothesium veram esse, si nihil aliud quam Mathematicam possibilitatem desideramus. Intelligimus scilicet quod in
20 motu pure mathematicum est solumque agnosci potest, situs nempe et eorum mutationes. Sed pars physica, causæ agendi scilicet et virium subiecta, et aptæ rationibus reddendis explicationes alterius sunt considerationis. An autem eadem quoque phænomena servuntur pro quacunque Hypothesi facta, quando corpora concurrunt inter se, infra dicemus. Porro si plures
25 essent hypotheses, et secundum unam corpora moveantur uniformiter, secundum aliam secus, nec adsint externæ causæ, præferenda est hypothetesis motus uniformis, quia omnis motus per se est talis. Igitur hic quoque talis erit, ubi causæ mutantes absunt. Interim in rectilineis motus uniformes plures idem præstare possunt, quodcunque demum subiectum quieti aut
30 motui dato assignetur.

Propositio 17

Si puncta quocunque moveantur in lineis rectis etiam centrum gravitatis earum movebitur in linea recta. Et si motus punctorum sint uniformes vel saltem proportionales inter se, etiam motus centri gravitatis erit uniformis
35 vel saltem prioribus proportionalis.

pour un autre moment. Donc la même longueur de la droite ${}_2A_2\beta$ (quelle que soit l'hypothèse faite) étant obtenue au moment donné, et la droite $B_2\beta$ demeurant constante du fait du parallélisme, le l'angle ${}_2B_2A_1A$ se présentera le même, et pareillement l'angle ${}_2C_2A_1A$; donc (puisque la distance entre les droites BB et CC reste constante également) on obtiendra aussi le même angle ${}_2A_2A_2B$ pour le moment donné; de sorte que, les mêmes angles étant toujours obtenus à un même moment, les mêmes phénomènes arrivent. Et il en va de même si on assigne au point A le repos plutôt qu'un mouvement. Car ce que nous avons montré du point A s'applique également aux autres, et ce qui vaut pour trois points quelconques vaut assurément pour tous les points; enfin ce qui vaut pour tous les points, est vrai également des positions des mobiles en ces points. C'est pourquoi rien n'empêche qu'une hypothèse quelconque soit vraie, tant qu'on ne demande rien d'autre que la possibilité mathématique. Car nous entendons ici ce qui est purement mathématique dans le mouvement, et qu'on peut connaître isolément, à savoir les positions et leurs changements. Mais la partie physique, à savoir les causes des actions et les sujets des forces, ainsi que les explications aptes à en rendre raison, relèvent d'une autre considération. Quant à savoir si les phénomènes se conservent quelle que soit l'hypothèse faite, dans le cas du choc des corps, c'est ce que nous dirons plus bas. De plus, si on a plusieurs hypothèses, et que selon l'une les corps se meuvent uniformément, mais pas selon l'autre, et qu'aucune cause externe n'est présente, il faut préférer l'hypothèse du mouvement uniforme, puisque tout mouvement par soi est de cette espèce. Le mouvement sera donc aussi de cette espèce, là où les causes de changement font défaut. Cependant dans le cas des mouvements rectilignes, plusieurs mouvements uniformes peuvent produire la même chose, quel que soit le sujet auquel on assigne précisément le repos ou un mouvement donné.

PROPOSITION 17

Si des points en nombre quelconque se meuvent sur des lignes droites, leur centre de gravité aussi se mouvra sur une ligne droite; et si les mouvements des points sont uniformes ou du moins proportionnels entre eux, le mouvement du centre de gravité sera aussi uniforme ou du moins proportionnel à ces mouvements.

Soient (figure 26 [p. 485]) d'abord deux points, l'un A parcourant la droite ${}_1A_2A$, l'autre B parcourant la droite ${}_1B_2B$, et que leurs mouvements soient proportionnels, c'est-à-dire qu'il y ait la même proportion entre les lignes

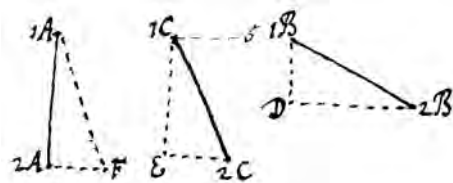


Figura 26

Sint (figura 26) primum puncta duo, unum A percurrentes rectam $1A_2A$, alterum B percurrentes rectam $1B_2B$, sintque motus proportionales, id est eadem sit proportio linearum eodem tempore seu simul absolutarum. Dico et centrum gravitatis C etiam percurrere rectam $1C_2C$, eamque motu etiam prioribus proportionali. Ducatur recta $1BD$ parallela ipsi $1A_2A$; in quam ex $2B$ perpendicularis agatur $2BD$, et per $2A$ ducatur quantumlibet parva $2AF$ parallela ipsi $2BD$. Si poneretur A moveri recta $1AF$ parallela ipsi $2BD$. Si poneretur A moveri recta $1AF$ motu ad ipsius B motum proportionali, utique ferretur motibus $1A_2A$ et $2AF$ proportionalibus inter se et cum motu ipsius B . Moverentur ergo puncta A et B (per propositionem 2) motibus compositis, illud ex $1A_2A$ et $2AF$, hoc ex $1BD$ et DN , qui omnes sunt inter se seu ipsi $1A_2A$ proportionales. Dum igitur puncta A et B moventur motibus rectilineis parallelis et proportionalibus $1A_2A$ et $1BD$, utique et centrum gravitatis C feretur motu rectilineo ipsis parallelo, et ad ipsum $1A_2A$ proportionali in $1CE$ aut parallelis; seu promovebitur ad partes quas postulat directio ipsi $1A_2A$ parallela secundum rectae alicujus CE magnitudinem (per propositionem 11). Et similiter dum puncta A et B moventur motibus rectilineis $2AF$ et DE , etiam centrum gravitatis C feretur motu rectilineo ipsis parallelo, et ipsi D_2B , adeoque et ipsi $1A_2A$ proportionali E_2C ; seu promovebitur in partes quas postulat directio ipsi D_2B parallela secundum alicujus $1CG$ vel E_2C magnitudinem (per dictam propositionem 11). Cum ergo centrum gravitatis $1C$ feratur motibus rectis ipsi $1A_2A$, adeoque inter se proportionalibus, compositis uno $1CE$, et altero $1CG$ vel E_2G , feretur utique motu recto ipsi $1A_2A$ proportionali (per dictam propositionem 2). Idemque est quantulacunque sit parvitas ipsius $1AF$, mobileque A feratur non nisi motu $1A_2A$, ut erat propositum. Sunt autem motus $1A_2A$, et $1B_2B$ assumti quicunque rectilinei inter se proportionales (etiam in diversis utcunque planis). Itaque habemus generaliter demonstratam propositionem in punctis duobus. Sed quod de duobus ostensum est ad tria producit et alia quotcunque, si pro motu duarum assumamus motum centri, et huic novum tertii

parcourues simultanément ou dans le même temps; je dis que leur centre de gravité C aussi parcourt une droite ${}_1C_2C$, et avec un mouvement qui sera lui-même proportionnel aux précédents. Qu'on mène la droite ${}_1BD$ parallèle à ${}_1A_2A$, sur laquelle on abaisse du point ${}_2B$ la perpendiculaire ${}_2BD$, et qu'on mène du point ${}_2A$, une ligne aussi petite qu'on veut ${}_2AF$ parallèle à ${}_2BD$. Si l'on suppose que A se déplace sur la droite ${}_1AF$ d'un mouvement proportionnel au mouvement du point B , alors assurément il sera transporté selon les mouvements ${}_1A_2A$ et ${}_2AF$ proportionnels entre eux et avec le mouvement de B .

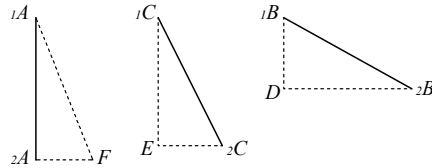


Figure 26

Que les points A et B (selon la proposition 2) soient mus par des mou- 10
vements composés, le premier selon ${}_1A_2A$ et ${}_2AF$, le second selon ${}_1BD$ et
 DN , mouvements qui sont tous proportionnels entre eux ou au mouve-
ment ${}_1A_2A$. Par conséquent, tandis que les points A et B se meuvent selon
les mouvements rectilignes parallèles et proportionnels ${}_1A_2A$ et ${}_1BD$, assu-
rément leur centre de gravité C aussi est transporté selon un mouvement 15
rectiligne qui leur est parallèle, et proportionnel à ${}_1A_2A$, sur ${}_1CE$ ou sur ses
parallèles; autrement dit il s'avancera du côté que demande la direction par-
allèle à ${}_1A_2A$, de la grandeur d'une droite CE (par la proposition 11). Et
de même, tandis que les points A et B se meuvent selon les mouvements
rectilignes ${}_2AF$ et DE , le centre de gravité C aussi se transporte d'un mou- 20
vement rectiligne ${}_2E_2C$ qui leur est parallèle, proportionnel à DB et donc
aussi à ${}_1A_2A$; autrement dit, il s'avancera du côté que demande la direc-
tion parallèle à ${}_2B$, de la grandeur de quelque ${}_1CG$ ou ${}_2E_2C$ (par la même
proposition 11). Par conséquent, puisque le centre de gravité est transporté
selon deux mouvements rectilignes proportionnels au mouvement ${}_1A_2A$, et 25
donc proportionnels entre eux, consistant l'un en ${}_1CE$ et l'autre en ${}_1CG$ ou
 ${}_2E_2C$, il est assurément transporté d'un mouvement rectiligne proportionnel
au mouvement ${}_1A_2A$ (par la proposition 2). Et il en est de même quelle que
soit la petitesse de ${}_1AF$, donc il en est de même alors que ${}_1AF$ s'évanouit
complètement et que le mobile A n'est plus transporté que par le mouve- 30
ment ${}_1A_2A$, comme cela était demandé. Or les mouvements supposés ${}_1A_2A$

puncti motum adjungamus; motus enim centri horum duorum, erit motus centri omnium trium. Quare generaliter in punctis quocunque habetur propositum.

Propositio 18

- 5 Si conatum quantitates et directiones exprimantur per rectas a puncto conante eductas usque ad puncta quædam terminantia, conatus compositus exprimetur recta a puncto conante ad punctorum terminantium commune centrum gravitatis ducta, sed multiplie per numerum
10 punctorum.

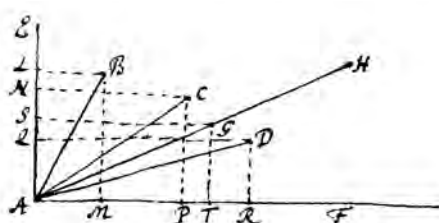


Figura 27

- Sint (figura 27) puncti A conatus quocunque ut rectæ AB, AC, AD , et punctorum B, C, D centrum gravitatis sit G . Ajo conatum compositum esse ut rectam AGH , quæ sit ad AG , ut numerus punctorum B, C, D , ad unitatem. Nam ducto angulo recto EAF , patet conatus AB componi ex AL et AM ; et AC ex AN et AP ; et AD ex AQ et AR ; et AG ex AS et AT . Conatus autem compositi AQ, AN, AL dant conatum $AQ + AN + AL$. Jam AS est media Arithmetica inter AQ, AN, AL , quia distantia centri gravitatis G ab axe AF ducta in numerum punctum, quæ hoc loco pondera æqualia intelliguntur, æquatur summæ distantiarum singulorum punctorum dat
[1937]
20 conatum $AM + AP + AR$. Ergo conatus AS cum conatu AT ; id est conatus AG ductus in numerum punctorum, id est conatus AH æquatur conatibus AQ, AN, AL, AM, AP, AR , id est conatibus AB, AC, AD simul sumtis. Si-
milit argumentum in solido institui potest, ubi unus conatus potest resolvi in tres ad tria plana angulum rectum (si placet) comprehendentia et in
25 concurrentia normales.

et ${}_1B_2B$ sont des mouvements quelconques, rectilignes et proportionnels entre eux (même sur des plans aussi différents). Nous obtenons donc la une proposition démontrée de façon générale pour le cas de deux points. Mais ce qu'on a montré de deux points, s'étend à trois et à un nombre quelconque de points, si à la place du mouvement de deux d'entre eux 5 nous prenons le mouvement de leur centre, et que nous lui adjoignons le nouveau mouvement d'un troisième point; le mouvement du centre de ces deux derniers points sera en effet le mouvement du centre de tous les trois. C'est pourquoi on obtient ainsi ce qui est demandé de façon générale, pour quelque nombre de points que ce soit. 10

Proposition 18

Si les quantités et directions des conatus sont exprimées par les droites menées du point en état de conatus jusqu'à des points terminaux, le conatus composé sera exprimé par la droite menée de ce point jusqu'au centre de gravité commun des points terminaux, mais autant de fois que le nombre de ces points. 15

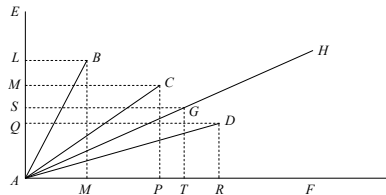


Figure 27

Soient (figure 27) un nombre quelconque de *conatus* du point A , comme les droites AB , AC , AD , et soit G le centre de gravité des points B , C , D ; je dis que le *conatus* composé est comme la droite AGH , laquelle est à AG comme le nombre des points B , C , D est à l'unité. En effet, ayant construit l'angle droit EAF , il est clair que le *conatus* AB est composé de AL et AM , 20 AC de AN et AP , AD de AQ et AR , et AG de AS et AT . Or, les *conatus* AQ , AN , AL composés donnent le *conatus* $AQ + AN + AL$. Or AS est la moyenne arithmétique entre AQ , AN , AL , puisque la distance du centre de gravité G à l'axe AF multipliée par le nombre des points, ici conçus comme ayant des poids égaux, est égale à la somme des distances de chaque point 25 à l'axe. Par conséquent, le *conatus* AS multiplié par le nombre des points donne le *conatus* $AQ + AN + AL$. De même, le *conatus* AT multiplié par le nombre des points donne le *conatus* $AM + AP + AR$. Donc le *conatus* AS composé avec le *conatus* AT , c'est-à-dire le *conatus* AG multiplié par le

Propositio 19

Si puncta conatuum ejusdem puncti infinitorum repræsentatrices rectas terminantia cadant in quendam locum extensum, tunc directio conatus inde compositi tendet ad centrum gravitatis loci, magnitudines vero talium conatum erunt in ratione composita distantiarum centri gravitatis cujusque loci a punctis conantibus, et magnitudinum cujusque loci.

Sint (figura 28) puncta conantia A et L , et punctum A tendat conatibus infinitis AB seu tendat ad unumquodque ex punctis B lineæ BB , in ratione cujusque rectæ AB , similiterque tendat L conatibus omnibus LM . Sit loci BB centrum gravitatis C , et loci MM centrum gravitatis G . Dico punctum A revera tendere cersus C , et punctum L versus G ; sed nisum aut conatum ipsius A fore ad nisum aut conatum ipsius L in ratione composita AC ad LG , et loci ${}_1B_4B$ ad locum ${}_1M_4M$.



Figura 28

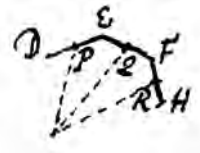


Figura 29

Nam si sit (figura 29) recta fracta $DEFH$ polygona æqualium laterum, idem est centrum gravitatis hujus lineæ, quod est punctorum mediorum cujusque lateris, nempe, Q , R . Idemque verum est, numerum utcumque multiplicando, donec polygona abeat in curvam. Unde quæ demonstravimus in præcedenti de centro gravitatis punctorum, habent locum in centro gravitatis ipsius lineæ; eademque et ad polyedram superficiem, imo et ad locum solidum produci possunt, si scilicet hedræ æquales in superficie, aut cubi æquales in solido assumantur, pro quibus deinde eorum puncta media seu centra gravitatis substitui possunt.

nombre des points, c'est-à-dire le *conatus* AH , est égal aux *conatus* AQ , AN , AL , AM , AP , AR , c'est-à-dire aux *conatus* AB , AC , AD pris ensemble. On peut établir un argument semblable dans le cas du solide, où un unique *conatus* peut être décomposé en trois *conatus* perpendiculaires selon trois plans pris à angle droit (par exemple) et concourants en A . 5

PROPOSITION 19

Si les points terminaux des droites d'une infinité de conatus d'un même point forment un certain lieu étendu, alors la direction du conatus ainsi composé tend vers le centre de gravité de ce lieu, et les grandeurs de tels conatus seront en raison composée des distances du centre de gravité de chaque lieu aux points en état de conatus, et des grandeurs de chaque lieu. 10

Soient (figure 28) A et L des points en état de *conatus*, et que le point A tende par une infinité de *conatus* AB , c'est-à-dire tende vers n'importe quel des points B de la ligne BB , proportionnellement à chaque ligne AB , et que pareillement L tende de tous les *conatus* LM . Soient C le centre de gravité 15 du lieu BB et G le centre de gravité du lieu MM . Je dis que le point A tend en fait vers C et le point L vers G , et que l'effort ou *conatus* de A est à l'effort ou *conatus* de L en raison composée de celle de AC à LG et de celle du lieu ${}_1B{}_4B$ au lieu ${}_1M{}_4M$.

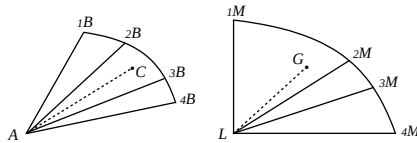


Figure 28

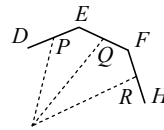


Figure 29

En effet, si l'on a (figure 29) une ligne brisée polygonale $DEFH$ de côtés 20 égaux, le centre de gravité de cette ligne est le même que celui des points médians de chaque côté, à savoir, Q , R . Et la même chose reste vraie en multipliant autant qu'on veut le nombre [des côtés], jusqu'à ce que le polygone se change en courbe. C'est pourquoi tout ce que nous avons démontré dans la proposition précédente au sujet du centre de gravité des points a lieu 25 ici pour le centre de gravité de la ligne; et ces résultats peuvent s'étendre à la surface polyédrique aussi bien qu'au lieu solide, si en effet on prend des faces égales dans la surface ou des cubes égaux dans le solide, auxquels on pourra substituer ensuite leurs points médians ou leurs centres de gravités.

Sectio 3. De Concursu Corporum; seu de vi respectiva cum absolutæ ac directivæ considerationibus combinata

Traditio

Bh LH XXXV 11, 18C, ff. 193v-180v

L LH XXXVII, 4, ff. 193-167.

E GM 6, pp. 464-469.

DE CONCURSU CORPORUM

[193v]

Propositio 1

5 Si corpora quotcunque concurrant quomodocunque æqualis semper manet potentia absoluta, hoc est, summa factorum ex ponderibus seu materiæ quantitatibus cujusque corporis in altitudines ductis, ad quas vi suarum celeritatum ascendere possunt, seu factum ex pondere sive
10 quantitate materiæ omnium simul sumtorum ducta in altitudinem centri gravitatis communis, ad quam id vi celeritatum præsentium in corporibus existentium ascendere posset.

De summa factorum ex pondere seu mole in altitudines jam constat
15 ex demonstratis capite de Causa et Effectu. Nam per propositionem 7 dicti cap. eadem manet potentia in corporibus quæ sola invicem agunt. Potentiæ autem sunt in ratione composita ex simplice ponderum et duplicata velocitatum, seu ex composita ponderum et dictarum altitudinum (per propositionem 15 ibidem). Porro eadem est quantitas summæ ex ascensibus
20 in corpora singula ductis, et facti ex ascensu centri gravitatis in summam [198r]
corporum per propositionem 14 capitis 2 sectionis V, quia altitudines intelliguntur perpendiculares adeoque inter se parallelæ. Abstrahitur autem animus ab eo quod fieret si durante concursu accederet actio gravitatis vel

1-2 (1) SECTIO SEXTA. *Bh* (2) Sectio 3. ... combinata *add. ed. secundum Leibnitii Conspectum operis*

Section 3. Du concours de corps ; ou de la force respective combinée avec la considération de la force absolue e de la force directrice

DU CONCOURS DE CORPS

Proposition 1

5

*Si un nombre quelconque de corps se rencontrent de quelque façon que ce soit, leur puissance absolue est toujours conservée, c'est-à-dire la somme des produits des poids ou quantités de matière de chaque corps multipliés par les hauteurs auxquelles ces corps peuvent s'élever par la force de leurs vitesses, ou encore le produit du poids ou de la quantité de matière de tous ces corps pris ensemble multipliée 10
par la hauteur de leur centre de gravité commun à laquelle il pourrait s'élever par la force des vitesses présentes se trouvant ces corps.*

S'agissant de la somme des produits issus du poids ou de la masse par la hauteur, cela est déjà établi par ce qui a été démontré au chapitre sur la cause et l'effet. En effet par la proposition 7 dudit chapitre, la puissance reste la 15 même dans les corps qui agissent seuls les uns sur les autres. Or les puissances sont dans la raison composée de la raison simple des poids et de la raison double des vitesses, ou de la raison composée des poids et desdites hauteurs (par la proposition 15 au même chapitre). En outre, la quantité de la somme des ascensions multipliées par chacun des corps reste la même, ainsi que les 20 produits de l'ascension du centre de gravité par la somme des corps, d'après la proposition 14 du chapitre 2 de la section V, parce que les hauteurs sont prises comme perpendiculaires et donc parallèles entre elles. Or l'esprit fait abstraction de ce qui se passerait si pendant la rencontre s'ajoutait l'action de la gravité ou une autre action quelconque en sus de l'action déjà acquise par 25 les corps, c'est-à-dire en sus de celle qu'ils possèdent dans la rencontre même.

Proposition 2

Si un ressort, en se restituant, agit sur deux corps, il leur imprimera des conatus réciproquement proportionnels aux corps.

alia quæcunque præter jam conceptam a corporibus seu præter eam quam habent in ipso concursu.

Propositio 2

Si elastrum, quatenus se restituit, in duo corpora agat,
5 imprimet illis conatus corporibus reciproce proportiona-
les.

Sint (figura 1 hujus sectionis) duo corpora *A* et *B* connexa per elastrum
quod se restituens in ipsa agat; veluti si sit compressum ea a se invicem
repellendo, vel si sit distensum ea ad se invicem attrahendo; ajo celeritates
10 qua accipiunt corpora, esse corporibus reciproce proportionales.

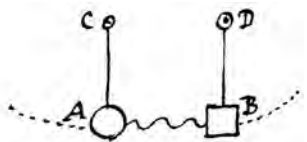


Figura 1

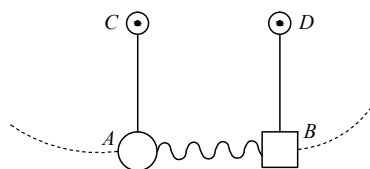


Figure 1

Ponantur enim corpora esse pondera eo ipso dum ab elastro moven-
tur elevanda, ut si ponantur esse in horizonte et suspensa a funibus per-
pendicularibus æqualibus ex *C* et *D*; manifestum est magis resistere quod
magis quam reciproca ad pondus ratione elevatur. Itaque conatus quos a
15 corporibus accipiunt, corporibus reciprocos esse necesse est (per proposi-
tionem 16 capitis De causa et effectu). Cumque id continuata restitutione
semper contingat, etiam impetus vivi ex conatibus repetitis semper propor-
tionalibus conflati seu impressæ tandem celeritates erunt corporibus reci-
proce proportionales; prorsus ut propositione 41 capitis de causa et effectu
20 sectionis 4.

Propositio 3

Iisdem positis, etiamsi plura duobus sint corpora, suc-
cedet quod propositione præcedenti diximus; aggregatum [1982]
ex quibusdam simul sumtis pro uno corpore sumendo, et
25 elevationem centri componentium pro elevatione ipsius
aggregati. Itaque generaliter centrum gravitatis unius vel

Soient (figure 1 de cette section) deux corps *A* et *B* joints par un ressort, qui en se restituant agit sur eux ; comme, s'il est comprimé, en les repoussant l'un de l'autre, ou, s'il est étiré, en les attirant l'un vers l'autre ; je dis que les vitesses que les corps reçoivent sont réciproquement proportionnelles à ces corps.

Qu'on pose en effet que ces corps soient des poids qui doivent s'élever par là-même tant qu'ils sont mus par le ressort, comme si on les suppose sur un plan horizontal et suspendus depuis *C* et *D* par des fils verticaux égaux ; il est clair que résiste davantage celui qui est élevé selon une raison plus grande que la réciproque des poids. C'est pourquoi les *conatus* qui sont reçus par ces corps sont nécessairement réciproques aux corps (par la proposition 16 du chapitre sur la cause et l'effet). Et puisque cela arrive toujours par la continuation de la restitution, les *impetus* vifs engendrés par les *conatus* répétés toujours proportionnels, c'est-à-dire les vitesses imprimées, seront aussi réciproquement proportionnels aux corps, tout comme dans la proposition 41 du chapitre sur la cause et l'effet, Section 1 [de cette Partie 2].

PROPOSITION 3

Sous les mêmes suppositions, même s'il y a plus que deux corps, ce qui a été dit dans la proposition précédente arrivera, en considérant comme un seul corps l'agrégat de plusieurs pris ensemble, et en prenant l'élévation du centre des composants pour l'élévation de l'agrégat lui-même. C'est pourquoi de façon générale le centre de gravité d'un corps ou d'un agrégat de plusieurs corps recevra une vitesse qui soit à la vitesse que reçoit le centre de gravité des autres corps, réciproquement comme les poids des corps dont ils sont les centres de gravité.

On le démontre comme dans le cas précédent. Si on se représente les corps suspendus à des fils verticaux, en répartissant en fait tous ces corps en deux agrégats, et en concevant chaque agrégat comme un seul corps ayant un centre de gravité (comme si les corps étaient joints par des lignes rigides), il ne peut pas arriver que les centres s'élèvent autrement qu'en raison réciproque des poids, parce que le poids qui doit s'élever davantage résiste davantage ; or les poids peuvent être représentés comme concentrés réduits aux centres de gravité en conservant la même puissance (par la proposition 3, chapitre 1 de la section 5).

Plusieurs corps sont propulsés par la restitution d'un seul et même corps élastique, quand de l'air comprimé, trouvant plusieurs orifices obstrués par autant de corps, les pousse tous en même temps. Et la même chose arrivera pour les corps repoussés par la catapulte, lorsque que le boulet est lancé. Cette

aggregati plurium accipiet celeritatem quæ sit ad celeritatem, quam accipit centrum gravitatis reliquorum, reciproce ut pondera corporum quorum ea sunt centra gravitatis.

- 5 Ostenditur ut præcedens. Si corpora ex filis perpendicularibus suspensa intelligantur, distribuendo enim omnia corpora in duo aggregata et unumquodque aggregatum concipiendo ut unum corpus habens centrum gravitatis (veluti si per lineas rigidas connecti intelligantur), fieri non potest, ut centra magis quam reciproce pro ponderibus eleventur, cum illud pondus
10 quod plus elevari debet, magis resistat; pondera autem velut in centra gravitatis redacta intelligi possint eadem potentia manente (per propositionem 3 capitis 1 sectionis 5).

Plura corpora simul ab uno eodemque elastro se restituyente impellentur, si aër compressus plura ostia a corporibus totidem obstructa inveniens corpora simul omnia propellat. Idemque continget in tormenti repulsa dum
15 emittitur globus. Et vis hæc est alternativa, ita ut si unum non possit cedere, reliqua recipiant vim totam.

Propositio 4

Si duo globi gemelli (hoc est æquales et per omnia similes) sibi occurrant in recta per amborum centra transeunte, et partes eorum post ictum quiescant ut ante; ambo regredientur ea qua venere velocitate et contraria directione in eadem recta (figura 2).

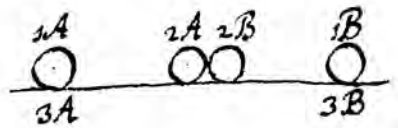


Figura 2

Cum enim post concursum nec progredi possint (alioqui se penetrarent) [1997]
25 nec flectere in latus, cum nulla sit ratio in quam potius partem flecti debeant; nec quiescere, alioqui effectus foret debilior causa, tanta quippe vi perdita, nisi scilicet eam transtulerint in partes, quod est contra hypothesin. Regredi igitur debent, et ita quidem, ut in summa sit eadem vis quæ ante. Sed cum nulla sit ratio cur unum plus virium altero accipiat, utrumque

force est *alternative*, c'est-à-dire que si l'un des corps ne peut pas céder, les autres reçoivent toute la force.

Proposition 4

Si deux globes jumeaux (c'est-à-dire égaux et semblables en tout) se rencontrent sur la droite qui passe par leurs deux centres, et que leurs parties demeurent en repos 5 après le choc comme avant, tous deux retourneront avec la vitesse qu'ils avaient en venant et en direction contraire sur la même droite (figure 2).

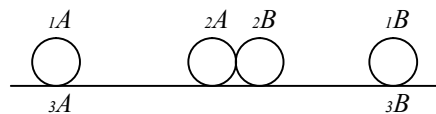


Figura 2

En effet, puisque après la rencontre ils ne peuvent ni continuer à avancer (sinon ils se pénétreraient), ni dévier sur les côtés, puisqu'il n'y a aucune raison pour laquelle ils devraient dévier plutôt de tel côté, ni s'arrêter, sinon l'effet 10 serait plus faible que la cause, du fait de la perte de force, à moins bien sûr qu'ils ne la transfèrent à leurs parties, ce qui est contre l'hypothèse ; ils doivent donc s'en retourner, et de telle sorte que la même force qu'avant se retrouve au total. Mais, puisqu'il n'y a aucune raison pour laquelle l'un reçoive plus de forces que l'autre, l'un et l'autre recevront la moitié de la force. Et initialement 15 chacun avait aussi la moitié. Donc chacun recevra la même force qu'il avait avant. Mais un même corps recevant la même force qu'il avait avant reçoit aussi la même vitesse. La proposition est donc établie.

Proposition 5

Il n'y a pas de corps parfaitement inflexibles.

20

Qu'on suppose en effet qu'il y en ait : alors il sera possible qu'il y ait deux globes inflexibles et qu'ils se rencontrent comme dans la proposition précédente. Mais de la sorte (figure 2) le globe situé dans le lieu $2A$ passera d'un *conatus* à poursuivre dans la même direction que $1A_2A$, à un *conatus* contraire $2A_3A$, et cela en un instant, ce qui est absurde. En effet tout changement 25 passe par des intermédiaires. C'est pourquoi lors d'une telle rencontre, il est nécessaire que les corps cèdent dans leurs parties, c'est-à-dire s'infléchissent, pour en venir peu à peu au repos, et qu'ensuite, leur ressort se restituant, ils

accipiet vim dimidiam. Et initio etiam unumquodque habebat dimidiam. Ergo eandem accipiet vim quam habebat ante. Sed idem corpus eandem accipiens vim quam habuit ante, etiam eandem accipit celeritatem. Igitur constat propositum.

5

Propositio 5

Nulla dantur corpora perfecte inflexibilia.

Ponantur enim dari, itaque poterunt dari duo tales globi, iique concurrentes, ut in propositione præcedente. Sed ita (figura 2) globus in loco ${}_2A$ positus a conatu pergendi in directione, ut ${}_1A{}_2A$, transibit ad conatum contrarium ${}_2A{}_3A$, idque momento. Quod est absurdum. Omnis enim mutatio fit per intermedia. Itaque in tale concursu cedere in partibus suis seu flecti corpora necesse est, ut paulatim deveniant ad quietem; et deinde elastro se restituente motum contrarium priori recipiunt per gradus. Idem sic quoque ostenditur, quod necesse est in corporibus concurrentibus aliquando mutari velocitates, idque fieret in momento concursus, si corpora essent perfecte rigida. Sed nulla potest esse in natura mutatio momentanea assignabilis sive notabilis, et proinde ab uno velocitatis gradu ad alium nisi per intermedios transiri non potest. [199v]

Hinc intelligitur *Atomos* naturæ legibus consentaneas non esse. Cæterum quando nos corpora rigida adhibemus, ea intelligimus, quæ flexilia sunt quidem sed summa promptitudine se restituunt. Principium autem generale, quod mutationes vel transitus non fiant per saltus sive temporis sive aliorum determinantium respectu, maximi in Mathesi et Natura momenti est. Usi jam eo sumus in propositione 38 capitis de causa et effectu, et alibi ope ejus methodum ostendimus a posteriori opiniones non bene concinnatas dignoscendi. Videantur Novellæ literariæ Batavæ anni 1687 mense Julio.

Propositio 6

Corpora non agunt immediate in se invicem motibus suis, nec immediate moventur, nisi per sua elastra.

Cum omnia corpora sint flexilia (per præcedentem) et facilius sit corpus utcunque firmum flectere nonnihil, quam ei impetum dare vel adimere (per propositionem 30 capitis de causa et effectu); itaque corpus flectetur **26-27** Videantur ... julio vide: *Extrait d'une Lettre de M. L. sur un Principe Générale, utile à l'explication des loix de la nature, par la considération de la Sagesse Divine; pour servir de réplique à la réponse du R. P. M[alebranche]*, «Nouvelles de la République des lettres», jul. 1687, p. 744-753; GP 3, 51-55.

reçoivent graduellement le mouvement contraire. On montre aussi la même chose du fait qu'il est nécessaire, pour des corps qui se rencontrent, que leurs vitesses changent alors, et cela devrait se faire dans l'instant de la rencontre si les corps étaient parfaitement rigides. Mais il ne peut y avoir dans la nature aucun changement instantané assignable ou notable, et par conséquent on ne 5 peut passer d'un degré de vitesse à un autre que par des intermédiaires.

On comprend par là que les *atomes* ne s'accordent pas aux lois de la nature. Du reste, quand nous recourons à des *corps rigides*, nous entendons ceux qui sont certes flexibles mais qui se restituent avec la plus grande promptitude. Mais le principe *général*, selon lequel les changements ou passages ne se font 10 pas par sauts, sous le rapport soit du temps soit d'autres déterminants, est de la plus grande importance dans les mathématiques et dans la nature. Nous nous en sommes déjà servi dans la proposition 38 du chapitre sur la cause et l'effet, et nous avons montré ailleurs grâce à lui la méthode pour reconnaître *a posteriori* les opinions qui ne sont pas bien concertées. Qu'on se reporte aux 15 *Nouvelles de la République des Lettres de Hollande*, au mois de juillet de l'année 1687.

PROPOSITION 6

Les corps n'agissent immédiatement les uns sur les autres du fait de leurs mouvements, et ne se mettent immédiatement en mouvement, que par par de leur 20 élasticité.

Puisque tous les corps sont flexibles (par la proposition précédente) et qu'il est plus facile de ployer un corps tant soit peu ferme que de lui donner ou ôter un *impetus* (par la proposition 30 du chapitre sur la cause et l'effet), c'est pourquoi le corps ploiera quelque peu avant de pouvoir recevoir de l'autre corps 25 aucun degré déterminé de vitesse ou *impetus* ou degré de vitesse déterminé, ou le perdre sous son action. Et puisque la même raison subsiste toujours, et que même quand le corps a déjà été ployé, une nouvelle flexion est plus facile qu'un *impetus*, qui est toujours d'une vitesse déterminée, à savoir au moins celle du corps choquant, il en résulte qu'on peut toujours supposer 30 une flexion plus petite, jusqu'à ce que la force de propulser soit entièrement consumée. Jamais par conséquent un corps n'est mis en mouvement, s'il n'est pas ployé par un autre, et ce n'est donc que par la restitution de son élasticité qui commence à agir aussitôt pour séparer les corps l'un de l'autre.

Que les corps soient ployés avant d'être poussés, nous le savons aussi par 35 les expériences. De là vient que, quand la vitesse est grande, ils se briseront plutôt que de se mouvoir, comme nous voyons que par le choc d'une balle

prius nonnihil, quam ullum determinatum velocitatis gradum vel impetum acceperit ab alio, vel ejus actione amittere. Cumque eadem ratio semper subsistat, et flexu licet facto rursus novus flexus facilius sit quam impulsus, qui semper determinata est velocitatis, ejus scilicet minimum
 5 quæ est impellentis; unde semper assumi potest flexus minor, donec plane vis impellendi consumatur. Nunquam igitur corpus, nisi flectetur ab alio, impelletur autem non nisi ab elastro suo restituente, quod statim incipit
 [200r] agere ad corpora invicem dimovenda.

Quod corpora prius flectantur quam impellantur, discimus etiam experimentis. Hinc si magna sit ictus velocitas potius frangentur, quam movebuntur, ut videmus ictu glandis plumbeæ ex pyrio sclopeto potius perforari janua paulum apertam quam claudi. Etsi enim alioqui majore vi sit opus ad perforandum quam claudendum; hic tamen majore vi opus fuisset ad subito claudendum, quam ad subito perforandum requirebatur. Hinc patet
 15 etiam corpus unum semet vi elastri sui seu motus intestini ab alio repellere seu dimovere, ut qui intra navem sunt eam conto a ripa repellunt. Ex hujus autem propositionis demonstratione attente considerata poterunt paradoxa elici, unde apparebit naturam corporis et motus longe aliam esse quam credi solet. Sed ab iis nunc abstineo.

20

Propositio 7

Si duo corpora in se invicem agant, eadem est vis agendi respectiva, seu (in casu concurrenti) vis ictus in quocunque demum corpore sit motus, modo eadem sit vis intendi elastrum, seu celeritas mutandi distantiam corporum, quam voco *RESPECTIVAM*. Et æqualis est actio et passio utriusque invicem exercita. Idemque ad plura corpora porrigitur ad modum propositionis 3.

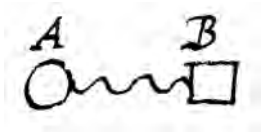


Figura 3

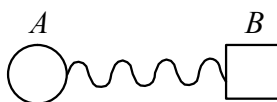


Figure 3

Nam (figura 3) elastrum quo mediante corpus *A* agit in *B*, vel contra, eodem modo intenditur, posita æquali celeritate respectiva, appropinquan-

de plomb tirée par un fusil, une porte un peu ouverte est plutôt perforée que fermée. Bien qu'il faille dans d'autres cas une force plus grande pour perforer que pour fermer, ici cependant il faudrait une plus grande force pour fermer subitement la porte qu'il n'en était requis pour la perforer subitement. Par là, on voit clairement aussi qu'un seul corps se repousse ou se sépare d'un autre 5 de lui-même par sa force élastique, ou force d'un mouvement de l'intérieur, comme les occupants d'un navire le repoussent de la rive à l'aide d'une perche. Et de la démonstration de cette proposition, considérée attentivement, on pourra tirer des paradoxes d'où il apparaîtra que la nature du corps et du mouvement est bien différente de ce qu'on a coutume de croire. Mais je m'en 10 abstiens pour le moment.

PROPOSITION 7

Si deux corps agissent l'un sur l'autre, la force respective d'agir ou (en cas de rencontre) la force de leur choc, reste la même, que le mouvement soit précisément dans n'importe quel corps, pourvu que reste la même la force qui tend leur ressort, 15 c'est-à-dire la vitesse à laquelle change la distance des corps, vitesse que j'appelle RESPECTIVE. Et l'action et la passion exercées l'un sur l'autre par ces deux corps sont les mêmes. Et la même chose s'étend à un plus grand nombre de corps à la manière de la proposition 3.

En effet (figure 3) le ressort par l'intermédiaire duquel le corps *A* agit sur 20 le corps *B* ou inversement est tendu de la même manière, tant que leur vitesse respective est égale, c'est-à-dire la vitesse d'approche ou la vitesse d'éloignement, par lesquelles par exemple la ligne élastique *AB* est distendue ou contractée. Or il n'y a d'action d'un corps sur un corps que par le ressort (suivant la proposition 6) et le ressort agit également dans l'un et l'autre corps 25 simultanément, leur imprimant des forces respectives égales (par la proposition 2 ici, et par la proposition 41 de la section 1 [Partie 2]). C'est pourquoi l'un et l'autre subissent de manière égale, et donc (comme ils ne subissent l'un de l'autre que par l'entremise du ressort) ils agissent l'un sur l'autre de manière égale. Et il faut le comprendre de même s'agissant de la rencontre immédiate 30 des corps, là où le ressort réside dans leurs parties.

PROPOSITION 8

Deux corps se rencontrant directement avec des vitesses réciproquement proportionnelles aux corps, agissent l'un sur l'autre avec toute leur force et sont réfléchis à la vitesse qu'ils avaient en venant, si du moins ils sont suffisamment élastiques 35 et que la force du choc n'est pas absorbée par les parties de l'un des corps.

di scilicet aut recendi; quibus verbi gratia linea elastica AB distenditur ut coarctatur. Actio autem corporis in corpus non est nisi per elastum (ex ^[200r] propositione 6) et elastum æqualiter agit in ambo corpora simul, vires ipsis imprimens æquales respectivas (per propositionem 2 hic; adde propositionem 41 sectionis 4). Itaque ambo æqualiter patiuntur, adeoque (cum non nisi a se invicem licet mediante elastro patiantur) et æqualiter invicem agunt. Atque idem est intelligendum de concursu corporum immediato, ubi elastum est in partibus ipsorum.

Propositio 8

- 10 Duo corpora directe concurrentia velocitatibus que sint corporibus reciproce proportionalia, tota vi sua invicem agunt, et qua velocitate venire reflectuntur; si modo satis elastica sint, nec vis ictus a partibus ipsius corporis absorbeatur.
- 15 Sistunt enim se mutuo (per propositionem 41 sectionis 4). Itaque tota vis qua agunt ab ipsius amissa transfertur in eorum elastum, quippe cum (per propositionem 6 hic) non nisi ab elastro in contrarias partes agi possint, progredi autem vel deflectere nequeant. Accipiunt autem velocitates reciproce proportionales (per propositionem 2 hic) adeoque (cum summa
- 20 eandem vim dare debeat per propositionem 1 hic) priores.

Propositio 9

Vis respectiva qua duo corpora possunt agere in se invicem, est ea pars vis absolutæ, quæ habetur corporibus velocitates tribuendo ipsis corporibus reciproce proportionales et tantas, ut inde sequatur eadem celeritas respectiva, quam nunc ob concursum præsentem habent.

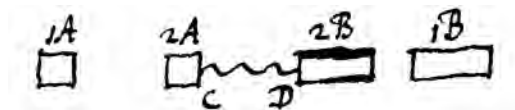


Figura 4

Ponamus (figura 4) distantiam corporum fuisse $1A_1B$, et deinde esse $2A_2B$, et ita ista mutatione intensum esse elastum CD , quo mediante cor- ^[201r]pora invicem agunt. Jam si esset celeritas $1A_2A$ ad celeritatem $1B_2B$, ut B

En effet ils s'arrêtent mutuellement (par la proposition 41, section 1 [Partie 2]). C'est pourquoi toute la force par laquelle ils agissent perdue par eux est transférée à leur ressort, d'autant qu'ils ne peuvent être poussés vers les côtés contraires que par le ressort (par la proposition 6 ici), et qu'ils ne peuvent ni avancer, ni s'écarter. Dès lors, ils reçoivent des vitesses qui leur sont réciproquement proportionnelles (par la proposition 2), et donc (puisque leur somme doit donner la même force, par la proposition 1 ici) celles qu'ils avaient avant.

Proposition 9

La force respective avec laquelle deux corps peuvent agir l'un sur l'autre est la partie de leur force absolue qu'on obtiendrait en attribuant aux corps des vitesses réciproquement proportionnelles à ces corps, et telles que s'ensuive la même vitesse respective que maintenant par le concours présent.

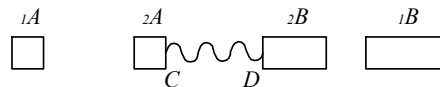


Figure 4

Supposons (figure 4) que la distance des corps ait été $1A_1B$, et qu'elle soit ensuite $2A_2B$, et qu'ainsi par ce changement soit tendu le ressort CD , par l'intermédiaire duquel les corps agissent l'un sur l'autre. Dès lors, si la vitesse $1A_2A$ était à la vitesse $1B_2B$, comme B à A , la force absolue des corps ayant ces mouvements serait égale à leur force respective (par la proposition 8). Et la force respective de corps ainsi mus est égale à la force respective de ces mêmes corps mus d'un mouvement réparti autrement de manière quelconque, pourvu que reste la même la vitesse respective de s'approcher l'un de l'autre, autrement dit la même différence entre $1A_1B$ et $2A_2B$ (par la proposition 7). Donc ladite force absolue est égale à la force respective demandée.

Proposition 10

La force respective d'agir de corps par leur action l'un sur l'autre ne change pas de quantité, et par conséquent leur vitesse respective n'est pas changée, pourvu que les corps n'agissent et ne pâtissent qu'entre eux et qu'aucune portion de leurs forces ne soit retenue par leurs parties. Et ce qui est dit ici de deux corps peut être étendu à un plus grand nombre de la même manière que dans les propositions 3 ou 7.

En effet, leur force respective d'agir est transférée à leur ressort (par lequel seul un corps agit sur un autre corps, proposition 6) et, comme cette force

ad A , corporum hos motus habentium vis absoluta æquaretur vi eorum respectivæ (per propositionem 8). Et vis respectiva corporum sic motorum æquatur vis respectivæ eorundem motu aliter utcunque distributo motorum, dummodo eadem maneat celeritas respectiva accedendi ad se invicem, seu eadem differentia inter ${}_1A_1B$ et ${}_2A_2B$ (per propositionem 7). Ergo vis absoluta dicta æquatur respectivæ propositæ.

Propositio 10

Vis agendi corporum respectiva per eorum actionem in se invicem non mutat quantitatem; nec inde mutatur celeritas respectiva; modo corpora non nisi invicem agant et patiantur, nec portio virium ab eorum partibus retineatur. Quæ autem de duobus corporibus dicta sunt, ad plura producuntur in modum propositionis 3 vel 7.

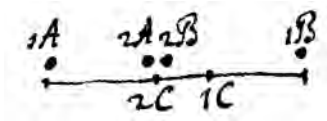


Figura 5

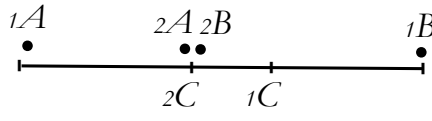


Figure 5

Nam vis agendi respectiva translata est in elastum, (per quod solum corpus agit in corpus propositione 6) et cum ea vis non absorbeatur vel a tertio aliquo corpore, vel a partibus corporum (ex hypothesi) corporibus, redditur ab elastro. Jam si eadem maneat vis respectiva, necesse est, ut eadem quoque maneat celeritas respectiva, alioqui corpora eandem in se agendi vim respectivam non haberent, si forte denuo concurrerent aut in se agerent (per propositionem 7). Idem sic intelligitur [ut] Celeritas respectiva eadem eandem facit elastri intensionem. Elastri autem seu ictus vis est tanta quanta corporum amborum celeritatibus reciproce proportionalibus eandem respectivam efficientibus latorum (per propositionem 9). Hæc ergo vis ablata est; et periret nisi redderetur corporibus. Sed ex hypothesi non absorbetur a partibus aut causa externa. Ergo tota redditur; quod quomodo fiat, ita distincte cognoscemus. Dum (figura 5) A et B concurrunt celeritatibus ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$, et ex ${}_1A_1B$ transeunt in ${}_2A_2B$, secemus rectam in puncto C sic, ut sit AC ad BC , ut B ad A ; erit vis ictus perinde ac si concurrissent A celeritate ${}_1A_1C$, et B celeritate ${}_1B_1C$ (per propositionem 9). Hæc vis

20 [ut] *add. ed. secundum A405*

n'est absorbée ni par un troisième corps ni par les parties des corps (par hypothèse), elle est restituée aux corps par le ressort. Dès lors, si la force respective reste la même, il est nécessaire que la vitesse respective reste aussi la même, autrement les corps n'auraient plus la même force respective d'agir s'ils en venaient de nouveau à se rencontrer ou à agir l'un sur l'autre (par la proposition 7). Le même se comprend ainsi : la même vitesse respective produit la même tension du ressort. Or la force du ressort ou du choc est égale à la force des deux corps portés avec des vitesses qui leur soient réciproquement proportionnelles et qui produisent la même vitesse respective (par la proposition 9). Cette force est donc ôtée, et elle serait détruite si elle n'était pas rendue aux corps. Mais par hypothèse elle n'est pas absorbée par leurs parties ou par une cause externe ; elle leur est donc rendue toute entière. Comment cela s'effectue, nous le comprendrons distinctement par ce qui suit. Tandis que les corps A et B (figure 5) se rencontrent avec les vitesses ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$, et passent de ${}_1A_1B$ en ${}_2A_2B$, coupons la droite au point C tel que AC soit à BC comme B est à A ; la force du choc sera alors exactement la même que si les corps se rencontraient avec la vitesse ${}_1A_1C$ pour A et la vitesse ${}_1B_1C$ pour B (par la proposition 9). Une fois soustraite de la force absolue totale la force absolue que ces deux mouvements composeraient, le tout composé se déplacera simultanément avec la force restante.

Assurément la force restante demeure dans le composé une fois que la force du choc en est ôtée, sinon quelque chose de la force totale périrait, contrairement à la proposition 1. Or le tout composé se déplacerait simultanément si les corps n'étaient pas repoussés de nouveau l'un de l'autre par la restitution du ressort ; car, aussi longtemps que les corps se pressent en cet endroit, la force totale du choc n'est pas encore transférée au ressort (voir la démonstration de la proposition 6), mais au moment où ils cessent de se presser, ils s'immobilisent simultanément (ayant perdu le *conatus* à s'approcher davantage, c'est-à-dire la vitesse respective), si quelque chose de nouveau ne survient pas, qui est la restitution du ressort. Or, si le ressort est transporté d'un mouvement commun avec les corps, il les séparera l'un de l'autre de la même façon que si le mouvement commun n'existait pas (comme dans la proposition 2), savoir selon des vitesses réciproquement proportionnelles à chacun, telles que le demandent la force du ressort et la grandeur des corps, c'est-à-dire la force respective antérieure imprimée au ressort. Il est donc nécessaire que soit donnée aux corps la même vitesse d'éloignement que celle qu'ils avaient avant pour s'approcher, autrement dit que A s'éloigne après la rencontre avec une vitesse comme ${}_1A_1C$ et B avec une vitesse comme ${}_1B_1C$, et que donc la vitesse

absoluta, quam componerent, componerent, hi duo motus detrahatur a vi absoluta totali, residua vi iret totum compositum simul.

Utique enim vis residua est in ipso composito sublata vi iċtus, alioquin aliquid de tota vi periret contra propositionem 1. Totum autem compositum iret simul, si corpora a se invicem per restitutionem elastri non iterum repellerentur; nam quamdiu id huc corpora se urgent nondum totam vim iċtus in elastrum transtulere (videatur demonstratio propositionis 6) eo vero momento quo se urgere desinunt, manent simul (perdito conatu magis appropinquandi seu celeritate respectiva), nisi quid novum superveniat, quod est restitutio elastri. Jam si elastrum motu commune cum corporibus feratur, ea a se invicem dirimet eodem modo ac si motus ille communis abesset (ut in propositione 2) celeritate scilicet reciproce proportionali singulorum tanta, quantam vis elastri et magnitudo corporum id est vis respectiva prior elastro impressa postulat. Necesse est ergo eandem corporibus dari celeritatem recedendi, quæ prius appropinquandi fuit, seu *A* abscedere a concursu celeritate ut ${}_1A_1C$, et *B* celeritate ut ${}_1B_1C$, adeoque eandem esse quæ ante celeritatem respectivam. Celeritas autem communis qua itura essent, si abesset restitutio, ea foret, quæ ante concursum fuit centri gravitatis, [202r] nempe ${}_1C_2C$, ut mox apparebit.

Si tamen corpora non satis elastica sint, et ita partes compressæ vim absorbeant nec prorsus restituant corporibus, tantundem decedit potentiæ respectivæ, et proinde si corpora ex materia quadam molli et tenui constant, ita ut post iċtum cohæreant, perit vis respectiva, et restat solummodo vis progressiva totius, de qua jam. Quod si materia non satis perfecte elastica sit, ut lignum; pars vis respectivæ seu potentiæ iċtus absorbebitur a partibus ligni, pars reddetur corporibus totis, in quantum a se invicem ob iċtum reflectuntur.

Propositio 11

Potentia absoluta aggregati plurium corporum ex motu eorum orta componitur ex vi eorum respectiva agendi in se invicem, et vi progressiva (agendi in tertium) per modum unius seu directionis.

Sint corpora quæcunque in motu vel quiete posita, et ponantur subito connecti a lineis rigidis vel elasticis si placet (quod vim nec auget nec minuit, cum thema hoc per se non sit activum) et omnis vis quæ est in corporibus recedendi a se invicem vel accedendi, hoc est vis respectiva a

1 componerent, | si ... detrahantur *Bb* | *corr. ed.* (*vide A 407*)

respective reste la même qu'auparavant. Quant à la vitesse commune avec laquelle les corps se seraient déplacés s'il n'y avait pas eu restitution, elle serait la vitesse qu'avait avant leur rencontre leur *centre de gravité*, à savoir $_1C_2C$, comme il paraîtra bientôt.

Si toutefois les corps ne sont pas assez élastiques, et qu'ainsi leurs parties 5 comprimées absorbent de la force sans la restituer ensuite aux corps, autant de puissance respective est perdue, et par conséquent, si les corps sont faits d'une matière molle et déliée, de sorte qu'ils s'attachent l'un à l'autre après le choc, la force respective est détruite, et il ne reste que la force progressive du tout, dont nous allons parler tout de suite. Si la matière n'est pas assez 10 parfaitement élastique, comme le bois, une partie de la force respective ou de la *puissance du choc* sera absorbée par les parties du bois, et l'autre partie est rendue aux corps ensemble, pour autant qu'ils sont réfléchis l'un de l'autre du fait du choc.

PROPOSITION 11

15

La puissance absolue d'un ensemble de plusieurs corps, engendrée par leur mouvement, est composée de leur force respective d'agir l'un sur l'autre, et de la force progressive (d'agir sur un tiers) à la manière d'un seul ou selon la direction.

Soient un nombre quelconque de corps posés en mouvement ou en repos, qu'on les suppose subitement reliés par des lignes rigides ou, si l'on veut, 20 élastiques (ce qui n'augmente ni ne diminue la force, puisque ce thème n'est pas actif par soi), alors toute la force de s'éloigner ou de s'approcher les uns des autres qui réside dans les corps, c'est-à-dire la force respective, sera supportée par les lignes rigides ou élastiques et transférée au ressort ou au lien quel qu'il soit. Et cette force qui est reçue par le ressort ou par la rigidité des liens, étant 25 soustraite de la puissance totale du présent thème, laquelle assurément reste la même (par la proposition 1), laissera pour reste la puissance par laquelle un corps tout entier réuni, composé des multiples corps donnés, tendra à s'avancer.

PROPOSITION 12

30

La force progressive ou de direction dans une somme qui est composée de plusieurs corps ne change pas du fait du choc, mais elle reste la même avant et après la rencontre, et par conséquent dans les corps qui se meuvent librement par eux-mêmes, la même quantité de mouvement ne se conservera certes pas, mais 35 cependant se conserveront la même quantité de progrès suivant des parallèles quelconques, et la même vitesse du centre de gravité du tout composé. Et il n'importe que les corps soient mous ou durs, c'est-à-dire parfaitement élastiques.

lineis rigidis vel elasticis sustinebitur, et in elastrum vel vinculum qualecunque transferetur. Et hæc ab elastro aut firmitate vinculorum recepta, a tota potentia præsentis thematis, quippe permanente (per propositionem 1) detracta relinquet potentiam, qua corpus totum unitum ex corporibus pluribus datis compositum progredi conabitur.

Propositio 12

Non mutatur per concursum vis progressiva seu vis directionis in summa quæ est composita ex pluribus corporibus, sed eadem est ante et post concursum et proinde in per se libere motis, eademque quantitas non quidem motus, sed tamen progressus secundum quascunque parallelas, eademque celeritas centri gravitatis totius compositi remanebit. Nec refert corpora sint mollia an dura seu perfecte Elastica.

Nam potentia absoluta semper manet eadem (per propositionem 1) et componitur ex vi respectiva seu ictus, et progressiva seu directionis totalis (per propositionem 11); manet autem eadem vis respectiva sive in corporibus sive in eorum partibus absorbentibus (per propositionem 1). Ergo et vis directionis totalis eadem manet. Porro cum eadem maneat vis progrediendi, ut ostendimus, ea scilicet quæ vi respectiva ademta, seu massa in unum rigidum congelascente, superesset, utique eadem quoque manet celeritas progrediendi, nam eadem vi in eodem corpore manente, eadem manet celeritas. Itaque et eadem quantitas progressus seu factum ex celeritate progrediendi in totam corporis molem seu pondus; si scilicet celeritas illa seu progrediendi impetus exitum sortiatur, quod fit si scilicet libere et per se moveantur corpora, alioqui stabit ea celeritas intra conatum, ut si a centro immobili inter circulandum corpora retineantur, ne directionem, quam secundum tangentes habent, prosequi possint; quamquam hæc impedimenta non revera sed in speciem tantum contingere inferius ostendimus, cum nullus conatus destruat, sed tantum aliis componatur. Porro si corpora per se libere moveantur, seu vi sui impetus pristini ac secundum suam directionem, movebuntur linea recta ac motu uniformi. Et proinde tunc centrum gravitatis eadem semper celeritate ibit in eadem recta ad easdem partes. Nam intelligantur extingui corporum vires respectivæ, quod fieri potest, si intelligamus, corpori cuilibet celeritatem respectivam æqualem et contrariam priori (recedendi si accesserat et contra) et corporibus sese respicientibus reciproce proportionalem esse additam; ita enim extinguitur

En effet, la puissance absolue reste toujours la même (par la proposition 1), et elle se compose de la force respectve ou force du choc, et de la force progressive ou force de direction totale (par la proposition 11); or la force respectve reste la même, soit dans les corps ou soit dans leurs parties qui l'absorbent (par la proposition 10). Donc la force de direction totale reste aussi 5 la même. De plus, puisque la force de progression reste la même, comme nous l'avons montré, à savoir celle qui resterait quand la force respectve est enlevée, ou quand la masse est solidifiée en un seul corps rigide, alors évidemment la vitesse de progression reste aussi la même, car quand la même force demeure en un même corps, demeure aussi la même vitesse. C'est pour- 10 quoi on aura aussi la même quantité de progrès, c'est-à-dire le produit de la vitesse de progression par la masse totale ou le poids du corps, pourvu que cette vitesse ou *impetus* de progression trouve une issue, ce qui a lieu si les corps se meuvent librement et par eux-mêmes; sinon cette vitesse se tiendra dans un *conatus*, par exemple si deux corps sont contraints de circuler autour 15 d'un centre immobile, et qu'ils ne peuvent pas suivre la direction qu'ils ont selon les tangentes; quoique nous montrerons plus bas que ces empêchements n'ont pas réellement lieu mais seulement en apparence, puisqu'aucun *conatus* n'est détruit, mais seulement composé avec d'autres. De plus, si les corps se meuvent librement par eux-mêmes, c'est-à-dire par la force de leur *impetus* 20 antérieur et selon sa direction, ils se mouvront en ligne droite et d'un mouvement uniforme. Et par conséquent leur centre de gravité ira alors toujours avec la même vitesse, sur la même droite du même côté. Qu'on se représente en effet que les forces respectves des corps disparaissent, ce qu'on peut faire si nous concevons qu'est ajoutée à chaque corps une vitesse respectve égale 25 et contraire à la précédente (d'éloignement s'il s'était approché, et inversement) et inversement proportionnelle aux corps qui se font face; de cette façon en effet le mouvement qui, comme nous l'avons montré dans la proposition 9, constitue la force respectve disparaît, puisque chaque mouvement est compensé par un mouvement contraire égal. Dès lors, tout changement 30 de distance cessant entre les parties de la masse, la masse entière se mouvra par le mouvement d'un corps rigide mû d'un mouvement rectiligne et équidistribué; de sorte que le centre de gravité s'avancera uniformément et en ligne droite. Je me sers d'ailleurs ici de cette hypothèse de la compensation du mouvement plutôt que de celle de la connexion en un corps rigide, afin 35 que la progression, en cas de rigidification, ne se convertisse pas en partie en mouvement circulaire, et elle restera rectiligne si, aux mouvements uniformes rectilignes déjà existants (par hypothèse), ne s'ajoute rien d'autre que des co-

ille motus, qui ut propositione 9 ostendimus vim respectivam constituit,
 quippe unus contrario æquali compensatus; tunc igitur tota massa cessante
 mutatione distantiae inter partes massæ movebitur per motum unius rigi-
 di motu rectilineo æquidistributo. Adeoque centrum gravitatis uniformi-
 5 ter et directe progreditur. Utor autem hic potius hypothesi motus com-
 pensati quam connexionis in rigidum, ne in casu obrigescentiae progressio
 pro parte in circulationem convertatur, quæ rectilinea manebit, si motibus
 uniformibus rectilineis jam existentibus (ex hypothesi) nihil aliud quam
 conatus compensantes rectilinei addantur per propositionem 3 capitis 2
 10 sectionis 5. Porro ante hanc innovationem, quæ distantiarum mutationem
 sustulit, totius massæ centrum gravitatis eodem ut nunc modo movebatur;
 quod inde ostendo, quia duorum quorumlibet corporum centrum eodem
 modo movebatur ut nunc, quod inde ostendo, quia duorum quorumlibet
 corporum centrum eodem modo movebatur quod nunc. Ergo et centrum
 15 gravitatis totius aggregati. De centro autem duorum quorumlibet res sic
 patet, quia sive corpora a se non recedant, sive recedant celeritatibus re-
 ciproce proportionalibus ad corpora, eodem loco manet centrum gravita-
 tis. Hinc ergo denuo demonstratum habemus (quod supra capite de direc-
 tione propositionis 11 primum in parallelis ostenderamus, et propositio-
 20 nis 17 capitis ejusdem ex solis considerationibus Geometriæ in libero cor-
 porum non concurrentium motu eruimus) punctorum quocunque
 adeoque et corporum lineas rectas motu uniformi descri-
 bentium centrum gravitatis in linea recta motu uniformi
 progredi. Et quidem eadem celeritate, qua tota massa sublata vi respecti-
 25 va progredi debet. Quæ celeritas habetur, vim respectivam (ex propositione
 9 determinandam in singulis corporibus, adeoque et in toto) detrahendo
 a vi totius absoluta (per propositionem 11) restabit vis progressionis, unde
 ex data massa corporis habetur et celeritas progressionis hujus massæ. Cœ-
 terum hic progressus centri gravitatis totalis non mutatur a corporum con-
 30 cursu, quia ipsorum concurrentium (in quibus mutatio ista credi posset)
 centrum gravitatis a concursu non mutatur, in quantum enim in se invi-
 cem agunt, agunt per elastum (propositio 6) quod celeritatem respectivam
 (veluti velocitatem a se invicem recedendi) inter ipsa distribuit proportionem
 corporibus reciproce proportionali (per propositionem 2 et 3 hic); at quæ
 35 ad se accedunt vel a se recedunt celeritate reciproce proportionali, ex hoc
 locum centri gravitatis non mutant, quippe quod etiam corporum distan-
 tiam in partes secant corporibus ad quas pertinent reciproce proportionales.
 In universum igitur corporum per se (seu vi pristina retenta) et libere (sine

natus compensatoires, par la proposition 3 du chapitre 2 de la Section 2 [de cette Partie 2]. De plus, avant cet apport nouveau, qui a supprimé le changement des distances, le centre de gravité de la masse entière se mouvait de la même manière que maintenant, ce que je montre du fait que le centre de gravité de deux corps quelconques se mouvait de la même manière que main- 5
 tenant : donc aussi le centre de gravité de tout l'agrégat. Concernant le centre de deux corps quelconques la chose est évidente puisque le centre de gravité reste au même endroit, soit que les corps ne s'éloignent pas l'un de l'autre, soient qu'ils s'éloignent à des vitesses réciproquement proportionnelles à ces corps. Ainsi voilà de nouveau démontré (ce que nous avons d'abord montré 10
 ci-dessus pour des parallèles, dans la proposition 11 du chapitre sur la direction, puis étendu dans la proposition 17 du même chapitre, par de pures considérations géométriques, au mouvement libre de corps ne se rencontrant pas) que *le centre de gravité d'un nombre quelconque de points, et donc aussi de corps, décrivant des lignes droites d'un mouvement uniforme*, progresse en ligne 15
 droite d'un mouvement uniforme, et certes avec la même vitesse que celle à laquelle doit progresser toute la masse une fois supprimée la force respective. On obtiendra cette vitesse en soustrayant la force respective (qu'il faut déterminer en chacun des corps, et donc dans leur ensemble, conformément à la proposition 9) de la force absolue du tout (par la proposition 11) : il restera 20
 la force de progression, d'où, connaissant la masse donnée du corps, on aura aussi la vitesse de progression de cette masse. Du reste, ce progrès total du centre de gravité n'est pas modifié par la rencontre des corps puisque le centre de gravité des corps qui se rencontrent (et dans lesquels on pourrait croire que se produit cette modification) ne change pas du fait de la rencontre : car, 25
 en tant qu'ils agissent l'un sur l'autre, ils agissent par leur ressort (proposition 6), lequel distribue entre eux la vitesse respective (c'est-à-dire la vitesse par laquelle ils s'éloignent l'un de l'autre) suivant un rapport réciproquement proportionnel à ces corps (selon les proposition 2 et 3 ici) ; mais quand des corps s'approchent ou s'éloignent l'un de l'autre à des vitesses réciproquement 30
 proportionnelles, ils ne changent pas pour cela le lieu de leur centre de gravité, puisque ce lieu coupe encore la distance entre ces corps en parties réciproquement proportionnelles aux corps concernés. C'est donc universellement que le centre de gravité de corps mus par eux-mêmes (ou en retenant leur force antérieure) et librement (sans entrave), et donc en lignes droites et d'un 35
 mouvement uniforme, poursuit son mouvement uniformément et en ligne droite du même côté, que ces corps concourent entre eux ou non. Et il en est de même si le mouvement est proportionnellement croissant. De plus, si

retinaculo) adeoque lineis rectis et motu uniformi motorum centrum commune gravitatis uniformiter pergit in recta ad easdem partes, sive corpora hac inter se concurrant, sive non. Idemque est si motus esset proportionaliter crescens. Porro centro gravitatis directe et uniformiter progrediente, [204r]

5 etiam corporum per se libere motorum, quorum hoc est centrum, quantitas progressus in easdem partes in iisdem parallelis manebit idem. Nam (figura 6 [p. 444]) assumpta recta quacunque LM , positoque puncta mobilia A, B, C , progredi in rectis motu uniformi ${}_1A_2A, {}_1C_2C, {}_1B_2B$, itaque etiam secundum parallelas huic rectae uniformiter progredientur celeritatibus quae repraesentabuntur rectis ${}_1\alpha_2\alpha, {}_1\kappa_2\kappa, {}_1\beta_2\beta$, posito normales vel inter se parallelas ex

10 dictis locis punctorum A, B, C , in rectam LM esse ductas. Sed in motibus parallelis punctorum quibuscunque factum ex via centri gravitatis ut ${}_1x_2x$ in pondera punctorum A, B , seu in rectas $AC + CB$, æquatur summæ vel si contrarii sint motus, differentiae facti ex pondere A ducto in suam viam

15 ${}_1a_2a$, et ex pondere B ducto in suam ${}_1b_2b$, hoc est, quantitati progressus in summa (ut ostendimus propositione 12 capitis 2 sectionis 5) et quod de punctis duobus, id de quibuscunque verum esse ostendimus, adeoque et de mobilibus quibuscunque quae per puncta constituuntur seu nihil aliud sunt quam summæ punctorum, hoc est corporum sufficientis ad evitandum errorem dato minorem parvitas. Sed aliter quoque ostendi potest, quod de

20 punctis, idem de mobilibus quibuscunque verum esse, quorum puncta moventur motu rectilineo aquidistributo, ut hoc loco singula corpora moveri supponimus. Fit enim progressus corporis talis ex facto viæ unius alicujus puncti in corporis pondus ductæ; perinde ac si totum pondus in unum ex

25 punctis (exempli gratia in centrum) esse redactum. Cum igitur assumtis parallelis ad rectam datam LM eadem sit quantitas summæ progressus et facti ex progressu centri gravitatis totalis in summa corporum, progressus autem centri gravitatis ${}_1C_2C$ in easdem partes smper æqualis sit celeritatis, adeoque respectu ad parallelas rectae LM , ita ut progressus quoque ${}_1\kappa_2\kappa$

30 semper æqualis sit celeritatis; utique et summa totalis progressus in easdem partes (detractis scilicet progressibus contrariis si qui sunt per dictam propositionem 12) secundum parallelas quascunque idem manebit.

Hæc autem vera esse patet etiam, si per mollitiem corporum concurrentium pars ictus absorbeatur, translata in concurrentium partes insensibiles;

35 quoniam vis directionis totalis a vi ictus nullo modo pendet, nec per eam alteratur. Unde fit hæc regula etiam sic satis vera reperiatur in corporibus sensibilibus, quae libere satis moventur, uti in pendulis observari potest, et si pars potentiae respectivæ in concursu pereat, et eatenus in praxi summa to-

le centre de gravité progresse en ligne droite et uniformément, alors la quantité de progrès du même côté et sur les mêmes parallèles des corps mus par eux-mêmes librement dont il est le centre restera la même. En effet (figure 6 [p. 446]), prenant une droite quelconque LM , et supposant que les points mobiles A, B, C progressent en ligne droite d'un mouvement uniforme ${}_1A_2A$, ${}_1C_2C$, ${}_1B_2B$, ils progresseront aussi par conséquent uniformément suivant les parallèles à cette droite LM , avec des vitesses qui seront représentées par les droites ${}_1\alpha_2\alpha$, ${}_1\kappa_2\kappa$, ${}_1\beta_2\beta$, en les posant menées normalement sur la droite LM ou parallèles entre elles depuis lesdits lieux des points A, B, C . Mais, dans tous les mouvements parallèles de points, le produit du chemin du centre de gravité, comme ${}_1\kappa_2\kappa$, par les poids des points A, B , c'est-à-dire par les droites $AC + CB$, est égal à la somme ou, si les mouvements se font contraires, à la différence, du produit du point A multiplié par son chemin ${}_1a_2\kappa$, et du point B multiplié par le sien ${}_1b_2\beta$, c'est-à-dire à la quantité de progrès de leur ensemble (comme nous l'avons montré à la proposition 12 du chapitre 2 de la section 2 [Partie 2]). Et ce qui est vrai de deux points, nous avons montré que cela l'est aussi pour un nombre quelconque de points, et donc également pour un nombre quelconque de mobiles, lesquels sont constitués par des points ou ne sont rien d'autre que des sommes de points, c'est-à-dire de corps d'une petitesse suffisante pour éviter une erreur moindre que toute erreur donnée. Mais on peut aussi montrer autrement que ce qui est vrai des points l'est de même de n'importe quels mobiles dont les points se meuvent d'un mouvement rectiligne et équidistribué, comme nous avons supposé ici que se meut chacun des corps. En effet, un tel progrès d'un corps vient du produit du chemin d'un quelconque de ses points multiplié par le poids du corps, tout comme si le poids total était réduit à un seul de ses points (par exemple à son centre). Donc en prenant en considération les parallèles à la droite donnée LM , la quantité de progrès de l'ensemble et du produit du progrès du centre de gravité total par la somme des corps reste la même, et que certainement la le progrès du centre de gravité ${}_1C_2C$ du même côté est toujours de vitesse égale, et donc aussi relativement aux parallèles à la droite LM , de sorte que le progrès ${}_1\kappa_2\kappa$ est aussi toujours de vitesse égale : puisqu'il en est ainsi, il est aussi assuré que la somme du progrès total du même côté (en soustrayant bien sûr les progrès contraires s'il y en a, selon la proposition 12) suivant des parallèles quelconques restera la même.

Il est clair que cela reste vrai même si une partie du choc était absorbée par la mollesse des corps qui se rencontrent, et transférée aux parties insensibles de ces corps, puisque la force de direction totale ne dépend aucunement de la

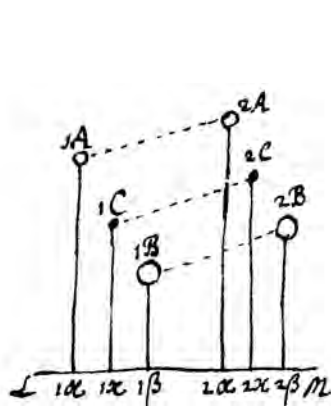


Figura 6

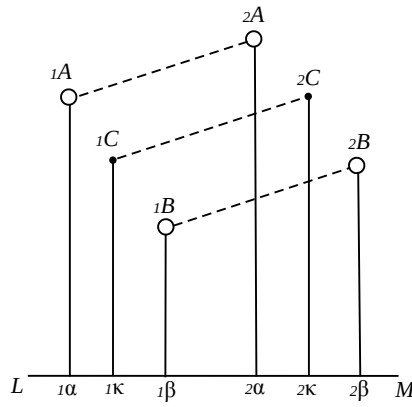


Figure 6

tius potentiæ absolutæ non conservetur. Detrimentum tamen ipsum factis aliquot experimentis in datæ speciei materia ad calculum revocari, et inde in reliquis ejusdem materiæ prædici potest. Quodsi corpora per concursum cohærescant, soli potentiæ directricis conservationi locus erit, vi ictus amissa.

- 5 Cœterum observare operæ pretium est, quod in vi respectiva conservetur quantitas motus, itemque in vi directiva quantitas progressus, seu factum ex pondere in velocitatem; etsi alioqui potentiis conservatis celeritates non conserventur, ut propositione 40 capitis de causa et effectû ostendimus. Cujus rei ratio est, quod hic eadem quoque manet quantitas materiæ. Sed
- 10 eo ipso potentiæ sunt in ratione composita corpoum et quadratarum celeritatum, manente quantitate materiæ necesse est idem manere quadratum celeritatis, adeoque et ipsam celeritatem eandem. Manere autem semper eandem quantitatem materiæ in quam duci debet potentia tam in vi ictus, quam in vi directrice manifestum est. Nam in vi ictus seu respectiva
- 15 eadem manet vis respectiva in quolibet corpore respectu cujusque alterius quæ est media vis ictus totalis qui ab ipsis fieri invicem potest, adeoque eadem quoque manet ejusdem corporis respectiva celeritas, licet contrariam directionem recipiat. In quantitate progressus quoque eadem manet quantitas materiæ, nempe totius corporum aggregati, ac proinde eadem vi
- 20 progressiva seu directrice manente, etiam celeritas centri gravitatis seu progressus totius manet. Sed non ideo eadem manet quantitas motus in summa, quia progressus totalis invenitur detrahendo sibi progressus contrarios; unde eatenus compensando quantitas motus ex parte perit. Ex quo nascitur propositio sequens 13.

force du choc, et n'est pas altérée par elle. Cela explique pourquoi cette règle se vérifie assez bien dans les corps qui tombent sous nos sens, qui se meuvent suffisamment librement, comme on peut l'observer dans le cas des pendules, même si une partie de la puissance respective disparaît lors de la rencontre, et que dans cette mesure en pratique la somme de la puissance absolue totale ne se conserve pas. On peut toutefois, par quelques expériences menées sur une matière donnée, soumettre cette perte au calcul, et dès lors la prévoir pour les autres corps de la même matière. Mais si les corps s'attachent ensemble par leur rencontre, il n'y aura lieu qu'à la seule conservation de la force directrice, la force du choc ayant disparu.

De plus, il vaut la peine d'observer que, dans la force respective, la quantité de mouvement est conservée, de même que dans la force directrice, la quantité de progrès, c'est-à-dire le produit du poids par la vitesse, même si par ailleurs avec la conservation des puissances les vitesses ne sont pas conservées, comme nous l'avons montré à la proposition 40 du chapitre sur la cause et de l'effet. Dont la raison est que, dans ce cas, la quantité de matière reste aussi la même. Mais, du fait même que les puissances sont en raison composée des corps et des carrés des vitesses, il est nécessaire que, quand la quantité de matière reste la même, le carré des vitesses reste le même, et que par conséquent la vitesse aussi soit la même. Or il est manifeste que reste toujours la même la quantité de matière par laquelle doit être multipliée la puissance, tant dans la force du choc que dans la force directrice. En effet, dans la force du choc ou force respective, la force respective reste la même dans n'importe quel corps relativement à chaque autre; elle est la moitié de la force totale du choc, qu'ils peuvent se porter mutuellement, et par conséquent la vitesse respective de chaque corps reste aussi la même, bien qu'il reçoive maintenant une direction contraire. Dans la quantité de progrès aussi la quantité de matière reste la même, à savoir celle de tout l'agrégat des corps, et de ce fait, la force progressive ou directrice restant la même, la vitesse du centre de gravité ou du progrès total se conserve aussi. Mais il n'en résulte pas que la quantité de mouvement demeure dans l'ensemble, puisqu'on obtient le progrès total en soustrayant les uns des autres les progrès contraires; d'où à la mesure de cette compensation la quantité de mouvement péricule en partie. D'où naît la proposition 13 suivante.

Proposition 13

35

La quantité de mouvement ne reste la même avant et après la rencontre, que quand les corps allaient aussi simultanément du même côté avant le choc, et

Propositio 13

Tum demum eadem manet quantitas motus ante concursum et post concursum, cum et ante concursum corpora ibant simul ad easdem partes, et post concursum
 5 rursus simul eunt ad easdem, non vero ad contrarias invicem partes. Quodsi ante concursum rursus, duo corpora sibi ibant in contrarias et post concursum rursus, secundum certas scilicet parallelas, eatenus differentia inter quantitates motuum ante concursum æquatur differentiæ post concursum. Quodsi corpora progressum ex
 10 consentiente mutant in contrarium vel contra; summa [205r] quantitatum motus in progressu consentiente æquabitur differentiæ earundem in progressu contrario; secundum easdem scilicet utrobique parallelas in quibus contrarietas sumitur. Idemque locum habet in pluribus, quatenus nonnulla tanquam aggregata in unum considerando, omnia simul pro
 15 duobus haberi possunt, ut supra.

Demonstratio manifesta est ex scholio præcedente. Manet enim eadem quantitas progressus ante et post concursum quæ si per meram additionem progressuum (id est quantitatum motus) corporum amborum in utroque
 20 statu colligitur, utique manet et quantitas motus absoluta; quatenus vero detractio opus est in alterutro aut utroque statu progressus iste integer est quantitatum motus secundum illas parallelas differentia. Atque ita eatenus motuum seu progressuum singulorum differentia in uno statu differentiæ aut summæ quæ est in alio statu æquatur.

25

Propositio 14

Si corpora suo impetu moveantur, tunc quæcunque demum fiat hypothesis phænomenis corporum quoad situs inter se semel satisfaciens in statu aliquo priore seu in causa, satisfaciet etiam in statu quocunque posteriore seu
 30 effectui, eademque semper prodibunt phænomena, seu (ut paucis dicam) hypotheses diversæ a se invicem discerni non possunt.

Nam posito motu libero ex vi semel impressa procedente, hoc est rectilineo uniformi ante concursum non possunt discerni hypotheses (quod
 35 quidem geometrice constat ex propositione 16 capitis 2 sectionis 5). Sed nec concursu discernuntur. Nam modo eadem sit corporum celeritas re-

qu'après la rencontre ils vont de nouveau en même temps du même côté, et non des côtés contraires. Si en revanche, avant la rencontre, les deux corps allaient l'un vers l'autre des côtés contraires, et qu'ils font de même après le choc, par rapport à des parallèles déterminées, alors la différence des quantités de mouvement avant la rencontre est égale à leur différence après la rencontre. Et si les corps passent d'un 5 progrès dans la même direction à un progrès en sens contraire, ou inversement; la somme des quantités de mouvement dans le progrès dans la même direction sera égale à leur différence dans le progrès en sens contraire, suivant de part et d'autre les mêmes parallèles pour déterminer la contrariété. Et la même chose a lieu pour plus de deux mobiles, dans la mesure où, considérant l'agrégat de 10 plusieurs comme un seul, tous ensemble peuvent être tenus pour deux corps, comme plus haut.

La démonstration est manifeste d'après le précédent scolie. En effet, il demeure la même quantité de progrès avant et après le choc; si donc celle-ci s'obtient par simple addition des progrès (c'est-à-dire des quantités de mou- 15 vement) des deux corps dans leurs deux états successifs, alors la quantité de mouvement absolue reste aussi la même; mais dans le cas où il faut soustraire [les quantités de mouvement] dans l'un ou l'autre état ou dans les deux, ce progrès entier est la différence des quantités de mouvement selon les parallèles correspondantes. Et ainsi la différence de leurs mouvements ou progrès 20 particuliers dans un état est alors égale à leur différence, ou à leur somme dans l'autre état.

PROPOSITION 14

Si des corps se meuvent de leur propre impetus, quelle que soit alors l'hypothèse faite satisfaisant aux phénomènes de ces corps quant à leur situation relative dans 25 un état antérieur, c'est-à-dire dans la cause, elle y satisfera aussi dans n'importe quel état postérieur, c'est-à-dire dans l'effet, et les mêmes phénomènes se produiront toujours; autrement dit (pour le dire en peu de mots) les différentes hypothèses ne peuvent pas être discernées l'une de l'autre.

Supposé en effet un mouvement libre résultant d'une force une fois im- 30 primée au corps, c'est-à-dire un mouvement rectiligne et uniforme, les hypothèses avant la rencontre ne peuvent être discernées (ce qui est établi géométriquement par la proposition 16, chapitre 2, section 2 [de la Partie 2]). Mais elles ne sont pas non plus discernées dans le concours. Car, pourvu que la vitesse relative des corps soit la même, les corps agissent l'un sur l'autre de la 35 même façon, autrement dit la force du choc est la même (par la proposition 7 de ce chapitre).

spectiva, corpora eodem modo agunt in se invicem, seu eadem est vis ictus (per propositionem 7 hic).

Vis autem ictus transfertur in corporum elastrum, et corpora concurr-
rentia, nisi elastrum ipsis vim ex toto aut parte restitueret, ferrentur simul
5 (ut ostendimus ad propositionem 10). Elastro igitur eam restituente duo
componuntur motus (non arbitrio fingentium nostro, sed ab ipsa natura
rei), unus communis, alter proprius corporibus reciproce proportionalis, et
quidem priori æqualis, atque adeo priorem reddens celeritatem respectivam
(ut ostendimus propositione 10) si elastrum totam vim acceptam restituat;
10 sed si pars virium a partibus corporis non satis elastici absorbeatur, elastrum
nihilominus quantam vim dabit corporibus, eandem dabit reciproca pro-
portione tantumque celeritas respectiva prior certa proportionem imminue-
tur. Cumque hæc omnia eodem modo fiant, quicumque fuerit verus corpus
motus ante concursum, constat igitur per concursum quoque hypotheses
15 discerni non posse.

Propositio 15

Si motus communis rectilineus corporibus addatur eæ-
dem manent eorum actiones mutuæ eademque phænomena
inter ipsa. Et si corpora plura præter motus proprios
20 unius corporis (velut navis) motu communi rectilineo fe-
rantur, nihil inde mutatur quoad proprios motus.

Motus enim communis distantias corporum inter se adeoque celeritates
respectivas non mutat, ut manifestum est. Unde jam (per propositionem
7 hic) etiam vires respectivæ et (ut per demonstrationem propositionis 16
25 capitis 2 sectionis 5) phænomena ipsorum inter se non mutantur.

Hinc sequitur, motuum, compositionibus nos tuto uti posse salva po-
tentia, quod tamen alioqui dubitationem aliquam recipiebat. Neque enim
corpus quod duabus celeritatibus æqualibus inter se compositis fertur, ha-
bet potentiam in directione composita æqualem summæ potentiarum in
30 directionibus componentibus, nisi cum directiones angulum rectum com-
prehendunt. Interim legum præcedentium beneficio natura nihilominus
ejusdem potentiæ absolutæ conservationem consequitur, quæ a composito
motu æstimatur. Hæc autem experimentis consentiunt. Etsi in navi motu
recto progrediente nec successiones patiente ludas ludo ludiculi, eadem

Mais la force du choc est transférée au ressort des corps, et, quand les corps se rencontrent, si le ressort ne leur restituait pas cette force en tout ou en partie, ils seraient transportés ensemble (comme nous l'avons montré à la proposition 10). Par conséquent, quand le ressort restitue cette force, deux 5 mouvements sont composés (non selon l'arbitraire de nos fictions, mais par la nature même de la chose), l'un commun et l'autre propre et réciproquement proportionnel aux corps, et bien égal au précédent, donc redonnant la même vitesse relative (comme nous l'avons montré dans la proposition 10), si le ressort restitue toute la force reçue. Mais si une partie des forces est absorbée par les parties d'un corps insuffisamment élastique, le ressort néanmoins donnera 10 autant de force aux corps, il la donnera de façon réciproquement proportionnelle [à chacun des corps], et la vitesse respective antérieure à la rencontre se trouvera seulement diminuée dans une proportion déterminée. Et puisque toutes ces choses adviennent de la même manière, quel que soit le vrai mouvement des corps avant le concours, il est donc établi que les hypothèses ne 15 peuvent pas être discernées non plus par le concours.

Propositio 15

Si l'on ajoute à des corps un mouvement rectiligne commun, leurs actions mutuelles restent les mêmes, ainsi que les phénomènes les uns par rapport aux autres. Et si plusieurs corps, en plus de leurs mouvements propres, sont emportés par un 20 mouvement rectiligne commun d'un corps unique (tel le mouvement d'un bateau), il n'en résultera aucun changement quant à leurs mouvements propres.

En effet, il est manifeste que ce mouvement commun ne change pas les distances des corps entre eux, ni par conséquent leurs vitesses respectives. D'où résulte alors (par la proposition 7) que leurs forces respectives ne sont pas 25 changées non plus, de même (par la démonstration de la proposition 16, chapitre 2, section 2 [Partie 2]) que leurs phénomènes ne changent pas les uns par rapport aux autres.

Il suit de là que nous pouvons sans danger utiliser les compositions de mouvements, sans que la puissance en soit changée : ce qui, autrement, sou- 30 levait cependant quelque doute. Car un corps qui se déplace avec deux vitesses égales composées entre elles, n'a pas, dans la direction résultante, une puissance égale à la somme des puissances dans les directions composantes, sauf si ces directions font entre elles un angle droit. Cependant, en vertu des lois 35 précédentes, la nature n'en obtient pas moins la conservation de la même puissance absolue qui est évaluée par le mouvement composé. D'ailleurs cela s'accorde aussi avec les expériences. Même si on s'amusait à jouer au billard dans

phænomena experire quæ in terra. Et quæ ex navi projiciuntur sagittæ, navem vi remorum avolantem consequuntur, inque eam recidunt, experimento Gassendi, perinde ac in navem pro anchoris stantem, quia scilicet præter motum projectionis etiam motum navis sagitta habuit antequam
 5 inde sejungeretur. Unde qui cum magno aliquo corpore nec directe procedente defertur, et ab externis exploratæ quietis aut cogniti motus notandis exclusus est, non habet quo cognoscat, utrum quiescentem an progredientem locum sit sortitus. In motibus circularibus aliisque curvilineis videntur hæc prima fronte locum non habere cujus causam et correctionem in
 10 sequentibus investigare operæ pretium erit.

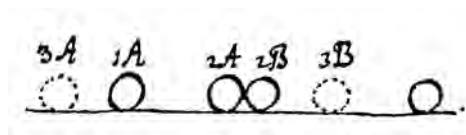


Figura 7

Propositio 17

Omnes motus sunt compositi ex rectilineis uniformibus.

Nam omnis motus per se est uniformis et rectilineus; actio autem omnis in corporibus consistit in motu. Itaque motus rectilineus non nisi impressione alterius etiam per se rectilinei (salvo licet priore) supervenientis
 15 inflecti potest, ac proinde nulla intelligi potest origo motus curvilinei et difformis, nisi per compositiones rectilinearum uniformium. [2077]

Hæc propositio ut ad sequentes quasdam demonstrandas adhiberi potest, ita vicissim demonstrari potest ex sequentibus, quippe quæ et aliunde demonstrantur, ut apparebit inprimis ad propositionem 20. Hinc si corpus captum ab alio ex motu rectilineo in gyrum se vertere cogatur, arbitror
 20 revera pergere in recta linea, licet vi adhæSIONIS, quam a motu quodam derivivo, ad centrum repellatur. Suspicio autem Naturam arcanis quibusdam
 25 modis omnes suos conatus etiam particulares conservare et ad exitum per-

1-3 Et ... stantem vide: P. Gassendi, *De motu impresso a motore translato epistole due*, Paris: L. de Heuqueville 1642, pp. 14-34 (*Opera Omnia*, Lyon: Anison & Devenet 1658, III, pp. 481-487); *De proportionibus qua gravia decedentia accelerantur, epistole tres*, Paris: L. de Hoequeville 1646, ep. III, art. 3, pp. 230-232 (*Opera Omnia*, III, p. 626-627); *Syntagma philosophicum*, pars II, sect. II, l. III, cap. V (*Opera Omnia*, I, p. 625). II Propositio 16^a deest in prima redactione. Vide vol. I, pp. 415-417, 434.

un bateau qui avance d'un mouvement rectiligne, sans subir de secousses, on fera l'expérience des mêmes phénomènes que sur la terre ferme. Et les flèches que l'on tire depuis un bateau suivent le bateau qui avance par la force des rames, y retombent, selon l'expérience de Gassendi, tout comme dans le bateau retenu par ses ancrés; parce qu'en effet, outre le mouvement de projec- 5 tion, la flèche avait aussi le mouvement du bateau avant de s'en séparer. D'où vient que quelqu'un qui est emporté avec un corps de grandes dimensions qui se déplace en ligne droite, et s'il n'a pas accès à des repères extérieurs d'un repos assuré ou d'un mouvement connu, n'a aucun moyen de savoir s'il est assigné à un lieu en repos ou en mouvement. Il semble à première vue qu'il 10 en aille autrement pour les mouvements circulaires et les autres mouvements curvilignes, ce dont il vaut la peine de rechercher la cause et la correction dans les propositions suivantes.



Figure 7

PROPOSITION 17

Tous les mouvements sont composés de mouvements rectilignes uniformes. 15

En effet, tout mouvement est par lui-même uniforme et rectiligne; or toute action dans les corps consiste en un mouvement. Par conséquent, les mouvements rectilignes ne peuvent être infléchis que par l'impression d'un autre mouvement lui aussi rectiligne venant s'ajouter au premier (lequel se conserve néanmoins), et on ne peut donc pas concevoir l'origine d'un mou- 20 vement curviligne et difforme autrement que par des compositions de mouvements rectilignes et uniformes.

Cette proposition, de même qu'elle peut servir à démontrer quelques-unes des suivantes, peut être inversement démontrées à partir des suivantes, dès lors qu'elles peuvent aussi se démontrer d'une autre manière, comme il paraîtra 25 d'abord à la proposition 20. C'est pourquoi, si un corps capturé par un autre est contraint de se convertir d'un mouvement rectiligne en une rotation, je juge qu'en réalité il progresse en ligne droite, même si par la force d'adhérence, que je fais dériver d'une espèce de mouvement, il est repoussé vers le centre. Je soupçonne d'ailleurs que la nature, par quelques moyens cachés, 30 conserve même tous ses *conatus* particuliers et les fait parvenir à une issue. Effectivement, dans le choc de deux corps égaux, il arrive que les vitesses absolues et les directions permutent entre elles (comme nous le montrerons plus

ducere. Certe in concursu corporum æqualium contingit (quemadmodum infra ostendimus) ut celeritates absolutas ac directiones permutent inter se. Inde si certo tempore (figura 7) A et B pervenerint ex ${}_1A{}_1B$ in ${}_2A{}_2B$, et æquali tempore a concursu ${}_2A{}_2B$ perveniunt in ${}_3A{}_3B$, fiet ut omnia pe-
 5 rinde eveniant, ac si sine ullo concursu unumquodque suam viam fuisset prosecutum, loco enim ipsius A quod semoto concursu pervenisset nunc in locum ${}_3B$, jam eo pervenit B , et loco ipsius B , quod semoto concursu pervenisset nunc in locum ${}_3A$, jam eo pervenit A .

Cumque sibi sint æqualia, patet naturam scopum suum æquipollenter
 10 obtinuisse. Et quemadmodum videmus naturam in sono propagando res elasticas trementes secare per se in partes æquales, quod scilicet ea ratione melius consentiunt vibrationes; ita fieri potest, ut sponte naturæ ita fiant concursus, quasi corpora inæqualia ex pluribus partibus aequalibus compo-
 15 nenterentur. Hinc etiam cum omnes conatus quodammodo exitum habere arbitrer, si (figura [8]) affixa circa medium velut centrum ferantur atque ita recedere ab eo conentur, abitrer revera recedere et tendere ab ${}_1B$ ad C , sed impulsu contrario corporum insensibilium rursus versus centrum repelli a C ad ${}_2B$, neque aliam esse causam adhæSIONIS; ut mox amplius patebit.

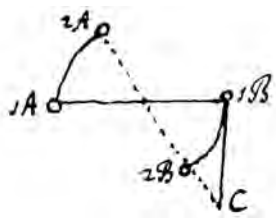


Figura 8

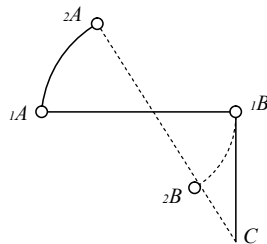


Figure 8

Propositio 18

20 Si in corporum concurrentium composito ex concursu gyrys oriatur, is fit circa centrum commune gravitatis et motibus contrariis reciproce proportionalibus seu respective æqualibus utrinque compensantur. Atque ita et vis
 25 respectiva eadem et vis progressiva seu progressus dicti centri rectus uniformis conservatur ut in motibus rectilineis, ita et in circularibus uniformibus, aliisque cur-

bas). C'est pourquoi si, en un temps donné (figure 7), A et B parviennent de ${}_1A{}_1B$ en ${}_2A{}_2B$, et si en un temps égal après le concours ${}_2A{}_2B$ ils parviennent en ${}_3A{}_3B$, alors tout se passera exactement comme si, en l'absence de concours, chaque corps avait poursuivi son propre chemin ; car, à la place de A , qui sans le concours serait parvenu maintenant en ${}_3B$, c'est alors B qui y parvient ; et, 5 à la place de B , qui sans le concours serait maintenant parvenu en ${}_3A$, c'est alors A qui y parvient.

Et puisque ces deux corps sont égaux entre eux, on voit que la nature a atteint son but de façon équipollente. Et, tout comme nous voyons la nature, dans la propagation du son², diviser d'elle-même en parties égales les 10 corps élastiques en vibration, sans doute parce que dans cette proportion les vibrations sont plus consonantes, il peut arriver de même que par la spontanéité de la nature les concours aient lieu comme si les corps inégaux étaient composés de plusieurs parties égales. De là aussi que, puisque, selon mon jugement, tous les *conatus* ont de quelque manière leur issue, si les corps A , B 15 (figure 8) fixés aux extrémités de quelque rayon sont transportés autour du milieu pris comme centre et ainsi tendent à s'en éloigner, je considère qu'ils s'en éloignent effectivement et qu'ils tendent de ${}_1B$ vers C , mais que par une impulsion contraire de corps insensibles ils sont derechef repoussés vers ce centre, de C vers ${}_2B$, et qu'il n'y a pas d'autre cause de l'adhérence, comme on 20 le verra bientôt plus amplement.

PROPOSITION 18

Si, dans un ensemble de plusieurs corps qui se rencontrent, leur rencontre entraîne un mouvement de rotation, celui-ci se fait autour de leur centre de gravité commun et ils se contrebalancent par des mouvements contraires qui leur sont 25 réciproquement proportionnels, ou respectivement égaux. Et ainsi la même force respective, ainsi que que la force progressive ou le progrès rectiligne et uniforme dudit centre sont conservés, comme dans les mouvement rectilignes, mais aussi dans les mouvements circulaires uniformes et dans les autres mouvements curvi- 30 lignes qui naissent de leur composition. Et même si les mouvements ne sont pas de cette espèce, les conatus du moins peuvent être conçus ainsi, et spécialement les derniers conatus avant le concours, lesquels produiront donc les mouvements par eux-mêmes indiqués, ou du moins, s'ils en sont empêchés, ils produiront derechef de tels conatus qui conservent la somme de la direction. Cette conservation de 35 la direction totale découle en fait de la proposition précédente, puisque nous

²Cf. infra, Pars III, Annexe 1.

vilineis qui horum compositione nascuntur: quod si tales non sint motus, saltem tales intelligi possunt conatus et speciatim ultimi conatus ante concursum, qui proinde dictos per se motus, vel saltem si impediuntur tales rursus conatus producent summam directionis conservantes. Hæc directionis totalis conservatio sequitur ex præcedente, quoniam in rectilineis uniformibus veram esse supra ostendimus (propositione 12) et ex his per dictam præcedentem omnes alii componuntur. Sed hoc interpretandum foret subintelligendo motus quosdam insensibiles corporum insensibilium ambientium, quorum impressione corporum partes ad se invicem impelluntur, unde firmitas seu cohæsio exsurgit. Idem tamen his etiam non comprehensis, aliunde ostendi potest, sumendo corpora firma per se more solito exclusis causis firmitatis, sed tunc propositio non valet quidem generaliter, succedit tamen in motibus uniformibus et in conatibus quibuscunque ut eam concepimus.

Ponamus (figura [9]) duo corpora A , B , æqualia æqualibus motibus parallelis et contrariis directionibus incidere in excipulas seu cavitates C et D in extremitatibus rectæ CD positas, atque ita motus rectilineos in gyrum convertere, manifestum est centrum eorum G (quod in medio est rectæ CD) ut quieverat ante gyrationem, ita et quiescere post eam, si quidem ipsam rectam velut molis expertem, aut si corporea est, ut centrum suum etiam in G habentem consideramus. Quod si corpora sint inæqualia aut inæquali celeritate ferantur, oritur colluctatio quædam;

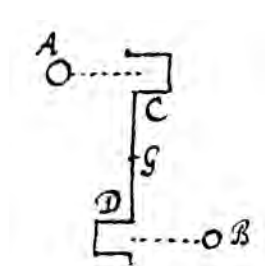


Figura 9

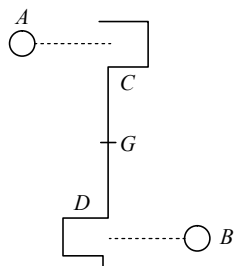


Figure 9

Et quidem concurrentium motus ex hypothesi (et conatus semper) sunt rectilinei et uniformes. Et conatus ex concursu resultantes sunt etiam rectilinei et uniformes, secundum leges motuum rectilineorum uniformium seu liberorum et per se evenientium hæcenus ostensas, licet vel ab externa actione, vel ab obstaculo deinde mutantur. Itaque perinde moveri conabun-

avons montré plus haut (proposition 12) qu'elle a lieu dans les mouvements rectilignes et uniformes, et que tous les autres mouvements sont composés de ceux-ci, selon la même proposition précédente. Mais pour interpréter ceci il faudrait admettre tacitement certains mouvements insensibles des corps insensibles environnants, sous l'impression desquels les parties des corps sont 5 poussées l'une vers l'autre, d'où naît la fermeté ou cohésion. Toutefois, même en n'en tenant pas compte, on peut montrer la même chose autrement, en supposant à la manière usuelle des corps durs par eux-mêmes, sans considérer les causes de leur fermeté ; mais alors la proposition ne vaut plus en toute généralité, bien qu'elle réussisse encore dans les mouvements uniformes et dans 10 des *conatus* en nombre quelconque, telle que nous l'avons conçue.

Supposons (figure [9]) que deux corps égaux A et B , ayant deux mouvements égaux, parallèles et de directions contraires viennent frapper les deux réceptacles ou cavités C et D situés aux extrémités de la droite CD , et qu'ainsi leurs mouvements rectilignes soient changés en rotation : il est manifeste que 15 leur centre G (situé au milieu de la droite CD), qui était en repos avant la rotation, sera de même en repos après, si du moins nous considérons la droite elle-même comme privée de masse ou bien, si elle est corporelle, comme ayant son centre aussi en G . Mais si les corps sont inégaux, ou se déplacent avec une vitesse inégale, il en résultera comme une lutte entre les deux ; et les mouve- 20 ments des corps concurrents sont bien sûr rectilignes et uniformes par hypothèse (et les *conatus* le sont toujours). Et les *conatus* résultant du concours sont aussi rectilignes et uniformes, conformément aux lois déjà établies des mouvements rectilignes uniformes ou libres et se produisant d'eux-mêmes, même si ensuite ils sont changés par une action extérieure ou par un obstacle. C'est 25 pourquoi les corps A , B , et également leur centre de gravité commun, tendront à se mouvoir exactement comme l'ordonnent les lois qui ont été énoncées, et donc si leur centre était au repos avant, il restera encore au repos ; s'il était en mouvement avant, il tendra à se mouvoir d'un mouvement égal dans la même direction. Or ces *conatus* ne trouvent pas d'empêchement dans cette 30 conversion de leur mouvement rectiligne en mouvement circulaire, si ce n'est d'une différence incomparablement petite ou inassignable. Supposons en effet (figure [10] [p. 452]) que le point A tende à s'avancer sur la droite ${}_1A_2A$, mais qu'atteignant en D l'extrémité du rayon AD il soit contraint de prendre un mouvement circulaire et de s'infléchir vers $({}_2A)$ ou ${}_2D$, et qu'au lieu de la 35 droite ${}_1A_2A$ il décrive l'arc ${}_1D_2D$; il est clair qu'à l'instant initial, c'est-à-dire au moment du changement même du mouvement droit en cercle, la direction n'est pas changée d'une différence plus grande que celle de l'angle de

tur corpora A , B , partiterque eorum centrum gravitatis commune, ut leges
 suprædictæ jubent, adeoque centrum si prius quieverat adhuc quiescat; si
 prius movebatur, moveri porro conabitur æquabili motu in directum. Hi
 autem conatus non impediuntur in ipsa conversione motus rectilinei in
 5 circularem nisi differentia incomparabiliter parva seu inassignabili. Pona-
 mus enim (figura [10] [p. 452]) punctum A conari progredi recta ${}_1A_2A$, sed
 incidens in D extremum radii AD cogi circulari ac deflectere in $({}_2A)$ seu
 ${}_2D$, et pro recta ${}_1A_2A$ describere arcum ${}_1D_2D$; patet initio seu in ipsa mu-
 tatione motus recti in gyrum, directionem non mutari differentia maiore
 10 quam quæ est anguli contactus quovis rectilineo incomparabiliter minoris,
 et differentiam inter rectam ${}_1A_2A$ et arcum ${}_1D_2D$ esse ipsis differentibus
 incomparabilem, ac proinde vim centrifugam (quæ est ipsa recta ${}_2A({}_2A)$,
 differentia scilicet radii $A({}_2A)$ et secantis A_2A) esse celeritate (quæ est ut rec-
 ta ${}_1A_2A$) incomparabiliter minorem, adeoque initio pro nihilo habendam
 15 esse mutationem, quæ demum in progressu continua repetitione fit notabi-
 lis; idem est in cæteris omnibus punctis, quæ a conatu rectilineo ad gyrum
 transeunt. Et punctum quod quiescere debet si abesset gyros, quiescet nunc
 quoque non obstante corporum gyro, quia ne initium quidem mutationis
 intelligi in ipsi potest, et nulla existente ${}_1A_2A$, multo magis nulla est de-
 20 flexio et vis centrifuga, ipsaque adeo ${}_2A({}_2A)$. Itaque si quiescit centrum
 gravitatis ante concursum, seu initio concursus, celeritatem progrediendi
 nullam habet, et proinde etiam ex vi concursus, conatibusque inde ortis
 per se rectilineis celeritatem nullam habere debet, gyro quoque superve-
 niente motum nullum habebit, neque adeo circulabitur, cum gyrum nihil
 25 aliud esse ostenderimus, quam motum per se rectilineum futurum, nunc
 inassignabili alteratione deflexum.

Ex hoc ipso jam quod de quiescente centro ostendimus conficitur idem
 et in moto. Quoniam enim ostensum est propositione 15 compositiones
 motuum rectilineorum seu hypotheseos variationes nil mutare in phæno-
 30 menis, ideo possumus talem assignare motum communem toti composito,
 ut perinde sit ac si omnia in navi ferantur, in qua spectanti quiescat cen-
 trum gravitatis, etsi absolute seu ex ripa immota spectanti eadem prodeant
 phænomena quæ antea. Jam in navi omnia fieri debent eodem modo, si-
 ve moveatur sive quiescat navis. Itaque in navi etiam post concursum gyro
 35 licet oriente quiescet centrum gravitatis, si ante concursum quievit, que-
 madmodum paulo ante ostendimus futurum esse, si navis motus abesset,
 seu centrum revera quiesceret absolute: interim totum motu navis seu motu
 communi progredietur; et ita efficietur, ut extra navem spectanti centrum

contact, incomparablement plus petite que n'importe quel angle rectiligne, et la différence entre la droite ${}_1A_2A$ et l'arc ${}_1D_2D$ est incomparablement plus petite que ces différences, de sorte que la force centrifuge (qui est comme la droite ${}_2A({}_2A)$, différence entre le rayon $A({}_2A)$ et la sécante A_2A) est incomparablement plus petite que la vitesse (qui est comme la droite ${}_1A_2A$); par 5 conséquent, à l'instant initial, le changement doit être regardé comme nul, et il devient enfin notable en progrès par la répétition continue. Et il en va de même pour tous les points qui passent d'un *conatus* rectiligne à une rotation. Et le point qui aurait dû rester en repos en l'absence de rotation reste aussi en repos actuellement nonobstant la rotation des corps, puisqu'un com- 10 mencement de changement ne peut pas même être conçu en lui et que, ${}_1A_2A$ étant nulle, l'inflexion et la force centrifuge, et donc ${}_2A({}_2A)$, sont encore plus nulles. C'est pourquoi, si le centre de gravité est au repos avant le concours ou au commencement du concours il a une vitesse de progression nulle, et que 15 dès lors, sous la force du concours et des *conatus* par eux-mêmes rectilignes qui en résultent, il doit avoir une vitesse nulle; la rotation venant s'ajouter, il n'aura aucun mouvement, et donc ne sera pas mu en cercle, puisque nous avons montré que la rotation n'est rien d'autre qu'un mouvement qui par soi serait rectiligne, mais est au même moment infléchi d'une modification inassignable. 20

De cela même que nous avons montré pour le cas du centre en repos, le même résultat est établi pour le cas de son mouvement. En effet, puisqu'il est montré par la proposition 15 que les compositions de mouvements rectilignes, c'est-à-dire les variations d'hypothèse, ne changent rien dans les phénomènes, nous pouvons donc assigner à tout l'ensemble un mouvement 25 commun tel que tout se passe comme si les corps se déplaçaient sur un bateau dans lequel le centre de gravité demeurerait en repos pour le spectateur, même si absolument parlant, ou pour un spectateur depuis la rive immobile, se produiraient les mêmes phénomènes qu'auparavant. Mais, sur le bateau, tout doit se produire de la même façon, qu'il soit en mouvement ou bien au 30 repos. Par conséquent, sur le bateau, après le concours, même si en provient une rotation, le centre de gravité demeurera en repos s'il était en repos avant le concours, tout comme nous avons montré précédemment que cela doit se produire, s'il n'y avait pas de mouvement du bateau, c'est-à-dire lorsque le centre est réellement en repos absolument. Cependant le tout avance du fait 35 du mouvement du bateau, c'est-à-dire du mouvement commun, et il en résultera ainsi que, pour un spectateur en dehors du bateau, le centre de gravité, comme nous l'avions supposé avant le concours, continuera de s'avancer de la

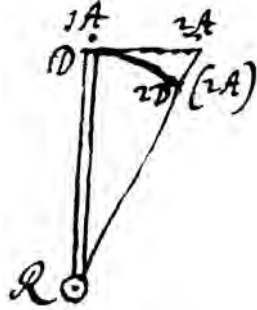


Figura 10

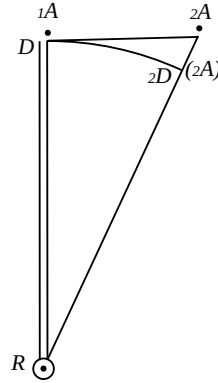


Figure 10

gravitatis prout ante concursum supposuimus, æquabiliter porro progrediatur, atque ita absolute loquendo progrediatur ut ante sine ulla gyratione. Cætera autem puncta (ut in navi) gyrantur circa ipsum centrum velut imotum, et præterea simul cum ipso motu communi rectilineo progressionis totalis progrediuntur; quatenus autem gyrantur, compensant invicem progressus et regressus seu motus contrarios corporibus reciproce proportionales ex natura gyri, in quo utique latera opposita in contrarias partes feruntur, atque ita semper vis respectiva conservatur; et si liberarentur omnia a gyro et directiones in tangentibus prosequerentur, haberent priores celeritates respectivas, quas ante gyrum habebant, et gyrania utcunque

[209v]

divisa in duas partes haberent celeritates earum invicem recedendi corporibus reciproce proportionales et iis quas ante concursum habuerant æquales. Itaque ut in motibus rectilineis per celeritates contrarias corporibus reciprocas, ita et nunc in gyris oppositis per easdem eadem proportionem distributas celeritates respectivæ, adeoque et respectivæ vires conservantur; dum interim motu communi centri gravitatis seu totius compositi motibus contrariis respective æqualibus superaddito præter vim corporum agendi in se invicem, etiam ipsa vis agendi communis, seu vis progressiva totius compositi vel summa directionis totalis conservatur. Cæterum plures gyri particulares quoque fieri possunt in componentibus, ubi etiam centri cujusque

Res etiam ex præcedenti propositione ostendi poterat, hoc modo, quod utique vires tunc respectivæ quam progressivæ conservatur in motibus rec-

même façon, et ainsi, absolument parlant, il continuera de s'avancer comme avant sans aucune rotation. Et les autres points (vus du bateau) tournent autour de ce centre comme s'il était immobile, mais en outre ils s'avancent en même temps avec le mouvement rectiligne commun de la progression totale. Or, pour autant qu'ils tournent, ils compensent mutuellement la progression 5 et la régression, c'est-à-dire les mouvements contraires réciproquement proportionnels aux corps de par la nature de la rotation, où les côtés opposés sont portés dans des directions contraires, et ainsi la force respective est toujours conservée. Et si tous les corps échappaient à la rotation et poursuivaient leurs directions suivant leurs tangentes, ils retrouveraient les vitesses respec- 10 tives antérieures qu'ils avaient avant la rotation, et les corps qui tournent divisés de façon quelconque en deux parties s'éloigneraient l'un de l'autre avec des vitesses réciproquement proportionnelles à ces corps et égales à celles qu'ils avaient avant le concours. C'est pourquoi, tout comme dans les mouvements rectilignes avec des vitesses contraires réciproquement proportionnelles aux 15 corps, de même maintenant dans des rotations opposées avec les mêmes vitesses distribuées dans la même proportion, les vitesses respectives, et donc aussi les forces respectives, se conservent ; en même temps, par le mouvement commun du centre de gravité ou de l'ensemble total venu s'ajouter aux mouvements contraires respectivement égaux, en plus de la force qu'ont les corps 20 pour agir les uns sur les autres, la force d'agir commune, c'est-à-dire la force progressive de l'ensemble total ou bien la somme de la direction totale, se conserve aussi. En outre, plusieurs rotations particulières peuvent aussi avoir lieu dans les composants, auquel cas il faut aussi tenir compte de chaque centre particulier. 25

On aurait pu aussi montrer la même chose en partant de la proposition précédente, et de cette manière : les forces, aussi bien respectives que progressives, se conservent en tout cas pour des mouvements rectilignes uniformes, or tous les mouvements sont de ce type (d'après la proposition précédente), si du moins on suppose que la cohésion ou fermeté aussi, et donc également la 30 conservation de la distance au centre, proviennent d'impressions insensibles des corps environnants. Mais puisque ces impressions des corps environnants sont compensées par les *conatus* d'éloignement des corps en rotation, et que de ce fait rien n'est enlevé aux forces qui résident dans les corps passés du mouvement rectiligne au mouvement circulaire, aussi bien les forces totales 35 que les forces respectives demeureront les mêmes qu'avant, comme on l'a expliqué. Toutes choses qui mettent en évidence une constance et une harmonie de la nature pour préserver ses lois vraiment admirables et jusqu'à présent in-

tilineis uniformibus, tales autem sunt omnes (ex præcedenti) posito scilicet
 adhæSIONES quoque seu firmitates et adeo distantiam quoque a centro serva-
 tam ex insensibilibus impressionibus ambientium oriri. Sed quia ambien-
 tium impressiones a conatibus recedendi gyantium compensantur, nec in-
 5 de quicquam viribus ipsis corporum insitis a motu rectilineo in gyrum versis
 derogatur; supererunt eadem quæ ante vires tam totales, quam respectivæ,
 ut explicatum est. Quæ sane admirandam nec satis consideratam hæcenus
 naturæ in tuendis legibus constantiam atque harmoniam declarant. Videri [210r]
 poterat fallere regulas nostras, cum (figura [11]) corpus *A* in corpus aliquod
 10 immobile *B* incurrit; aut cum radius *CD* circa centrum firmum *C* mobilis,
 cavitate seu excipula *D* capit corpus *E* rectilineo motu adveniens, et in gy-
 rum cogit; vel cum corpora *F* et *G* in libram *HML*, cujus centrum firmum
M, brachia autem opposita *HM*, *LM* incurrunt lineis *FH*, *GL* ab eadem
 parte libræ (verbi gratia ambo tendendo rursum aut ambo deorsum) sed in
 15 brachiis oppositis. Tunc enim reflecti potest corporum motorum centrum
 gravitatis (ut centrum ipsius *A* a corpore *B* repulsi) vel in gyrum se flectit,
 ut *E* incidens in excipulam *D*; vel denique reflectitur aut pergit pro ratione
 situs, ut centrum ipsorum *F* et *G*, quod si incideret in *M*, reflectetur.

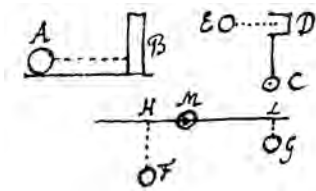


Figura 11

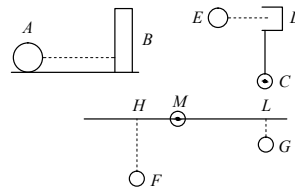


Figure 11

Sed hæc objectio solvi facile potest; præterquam enim quod omne cor-
 20 pus perfecte firmum, si daretur, considerari debet ut infinitum respectu
 aliorum unde centrum gravitatis omnium commune in ipsum immobile
 cadit, adeoque quiescit; Sciendum est revera nullum esse corpus immo-
 bile; quod autem nobis tale apparet, ideo videtur eundem semper locum
 tenere, quia telluris globo aut alteri corpori magno adhæret, quod quidem
 25 movetur loco nonnihil quantum postulant hæ ipsæ leges nostræ, sed mo-
 tus ejus insensibilis ob summam tarditatem quam corporis magnitudo po-
 stulat percipi nullo modo potest. Idem est si corpus aliquod firmum vi
 insensibilium corporum continue resistentium suum locum tueatur. Sem-
 per igitur verum manebit, et vim respectivam corporum invicem, et vim [210r]

suffisamment considérée Il pourrait sembler que nos règles échouent, lorsque (figura [11]) le corps *A* rencontre un corps *B* immobile; ou bien quand le rayon *CD*, mobile autour du centre fixe *C*, capte dans une cavité ou un réceptacle *D* le corps *E* arrivant avec un mouvement rectiligne, et le contraint à tourner; ou encore quand deux corps *F* et *G* rencontrent une balance *HML*,
 5 de centre fixe *M*, de bras opposés *HM*, *LM*, suivant les lignes *FH*, *GL* du même côté de la balance (par exemple, tous les deux tendant vers le haut ou tous les deux vers le bas), mais dans les bras opposés. Alors en effet le centre de gravité du corps en mouvement peut être réfléchi (tel le centre de *A* repoussé par le corps *B*), ou bien il s'infléchit en un mouvement tournant, comme *E*
 10 rencontrant le réceptacle *D*; ou enfin il se réfléchit ou poursuit son mouvement selon sa position, comme le centre des corps *F* et *G*, qui, s'il heurtait en *M*, serait réfléchi.

Mais il est facile de résoudre cette objection; en effet, outre le fait que tout corps dur, s'il y en avait, doit être considéré comme infini relativement
 15 aux autres, de sorte que le centre de gravité commun de tous les corps coïncide avec le centre immobile [de ce corps dur] et ainsi demeure en repos. Il faut savoir qu'en réalité il n'y a pas de corps immobile; celui qui nous paraît l'être, c'est qu'il semble occuper toujours le même lieu parce qu'il adhère au globe terrestre ou à un autre corps de grande dimension, lequel se change
 20 assurément quelque peu de lieu, comme le postulent nos lois, mais son mouvement insensible du fait de la très grande lenteur qu'implique la taille de ce corps ne peut être perçu d'aucune manière. Même chose si un corps dur demeure en son lieu par la force de corps insensibles qui lui résistent continuellement. Il demeurera donc toujours vrai que se conservent et la force
 25 respectives des corps les uns sur les autres et la force progressive de la direction totale. Cette loi de la nature, l'un des plus célèbres philosophes de notre siècle³ ne l'a pas prise en considération, lorsqu'il a jugé que les pensées et les volontés des âmes ne changent certes pas la quantité du mouvement, mais changent néanmoins les directions des mouvements dans les corps. Mais c'était non
 30 pas diminuer, mais seulement déplacer la difficulté. Car la nature ne s'emploie pas avec moins de soin à conserver la somme des forces directrices que

³Descartes, *Meditationes de prima philosophia, Quartæ Responsiones*, Secunda ed., Amsterdam 1642 : « mihi videtur nullos motus fieri posse, tam in brutorum corporibus quam in nostris, nisi adsint omnia plane organa sive instrumenta quorum ope iidem etiam in machina peragi possent : adeo ut nequidem in nobis ipsis mens immediate moveat membra externa, sed dirigat tantum spiritus a corde per cerebrum in musculos fluentes eosque ad certos motus determinet, cum ex se isti spiritus ad multas actiones diversas æque facile applicentur » (AT VII, 229).

progressivam directionis totalis conservari. Hanc Naturæ legem non consideravit quidam ex celeberrimis nostri sæculi Philosophis, dum putavit, ad cogitationes voluntatesque animarum non quidem mutari quantitatem motus, mutari tamen directiones motuum in corporibus. Sed hoc fuit non
 5 minuere, sed transferre tantum difficultatem. Neque enim Natura minore cura summam virium directricium, quam absolutarum (quas ille Philosophus cum quantitate motus confundit) conservare studet. Et fieri potest, ut concomitantia quadam (si ita appellare licet) a Conditore ab initio stabilita consentiant animarum et corporum actiones, etsi neutrius leges alterius
 10 occasione minima ex parte violentur, quod mirum videri non debet, cum unaquæque singularis substantia ita comparata sit, ut in notione sua completa totum universum involvat, et secundum certos considerandi modos omnia per se ac velut sponte facere dici possit; adde propositionem 6. Sed ista quidem hujus loci non sunt.

15 *Propositio 19*

Non tantum in motibus rectilineis (ut hactenus ostendimus) sed et in universum vera est, quam stabilivimus
 NATURE LEX DE ÆQUIPOLLENTIA HYPOTHESIUM, seu quod Hypothesis semel respondens phænomenis præsentibus respon-
 20 debit semper adeoque et phænomenis consequentibus, quomodocunque corpora agant inter se, modo scilicet corporum systema sit cum aliis communicans, seu nullum
 [2117] superveniat agens externum.

Hoc demonstratur ex propositione 16 quod scilicet nihil aliud sunt mo-
 25 tus omnes quam rectilinei uniformes compositi; in quibus res succedit per propositionem 14. Sed idem aliter demonstratur ex generali Axiomate, quod quorum determinantia discerni non possunt, eorum nec discerni possint determinata. Ac proinde cum in causa seu statu præcedente hypotheses diversæ discerni non possint, quamdiu scilicet corpora motibus rectilineis li-
 30 beris feruntur, utique nec in effectibus seu statibus sequentibus quibuscunque poterant discerni; neque adeo in concursibus aut aliis quibuscunque eventibus, licet forte quidam motus ex rectilineis in circulares ob corporum cohæsiones vel firmitatem et obstantia retinacula convertantur. Cum ergo omnes motus etiam circulares aliive curvilinei potuerint orti esse ex præce-
 35 dentibus rectilineis uniformibus per objecta forte retinacula in curvilineos mutatis, et motus semel datus quomodocunque prius fuerit productus eosdem eventus nunc habere debeat, quos alius per omnia gemellus licet aliter

celle des forces absolues (que ce philosophe confondait avec la quantité de mouvement). Il se peut aussi que ce soit par une sorte de concomitance (si l'on peut l'appeler ainsi) établie dès le commencement par le Créateur que s'accordent les actions des âmes et celles des corps, même si les lois d'aucune des deux ne sont jamais violées le moins du monde à l'occasion de l'autre. Ce 5 qui ne doit pas paraître surprenant, puisque chaque substance singulière est tellement constituée qu'elle enveloppe tout l'univers dans sa notion complète, et que, à certains égards, tout peut être dit se faire par soi-même et comme spontanément. Voir la proposition 6. Mais ce n'est pas le lieu pour de telles considérations. 10

Proposition 19

La Loi de la Nature que nous avons établie, concernant L'ÉQUIPOLLENCE DES HYPOTHÈSES, n'est pas vraie seulement des mouvements rectilignes (comme nous l'avons déjà montré), mais de façon universelle, autrement dit : une fois qu'une Hypothèse s'accorde avec les phénomènes présents, elle s'accordera toujours de ce fait 15 avec les phénomènes conséquents, quelle que soit la manière dont les corps agissent les uns sur les autres, pourvu du moins que le système de ces corps soit isolé des autres, c'est-à-dire que n'intervienne aucun agent externe.

Cela est démontré par la proposition 16, d'après laquelle tous les mouvements ne sont rien d'autre que des composés de mouvements rectilignes uni- 20 formes : pour lesquels il en est ainsi d'après la proposition 14. Mais la même proposition est démontrée autrement à partir de l'axiome général, selon lequel, ce dont les déterminants ne peuvent être discernés, leurs déterminés ne peuvent pas être discernés non plus. Ainsi, puisque dans la cause ou l'état précédent, les diverses hypothèses ne peuvent être discernées, aussi longtemps 25 du moins que les corps se déplacent avec des mouvements rectilignes et libres, alors elles ne peuvent pas être discernées non plus dans les effets, c'est-à-dire dans les états conséquents quels qu'ils soient ; et donc elles ne le peuvent pas non plus, en cas de rencontres entre les corps ou d'autres événements quelconques, même si certains mouvements étaient convertis de rectilignes, en 30 circulaires, du fait de la cohésion ou fermeté des corps, ou des liaisons qui les retiennent. Puisque donc tous les mouvements, même circulaires ou autrement curvilignes, auraient pu naître de mouvements précédents rectilignes uniformes, changés en curvilignes par l'opposition occasionnelle des liaisons, et qu'un mouvement une fois donné, de quelque façon qu'il ait été d'abord 35 produit, doit présenter maintenant les mêmes suite qu'un autre mouvement entièrement jumeau fût-il produit d'une autre façon ; ainsi, de manière générale, les hypothèses ne pourront jamais, selon la rigueur mathématique,

productus; ideo generaliter Hypotheses nullis unquam phænomenis poterunt mathematico rigore discerni. In universum, cum motus fit, nihil in corporibus invenimus quo determinari possit, quam mutationem situs, qui semper in respectu consistit. Itaque motus sua natura est respectivus. Hæc
 5 autem de Mathematicis rigore intelliguntur. Interim nos motum tribuimus corporibus secundum eas hypothesen, per quas aptissime explicantur, neque aliud est Hypothesin veram esse, quam aptam. Itaque cum navis plenis velis in mari fertur, possibile est omnia phænomena exacte explicare, navem quiescere supponendo atque affingendo omnibus universi corporibus
 10 motus ad hanc hypothesin congruentes. Sed hoc etsi nulla demonstratione mathematica refutari queat, tamen ineptum foret. Memini quidem viro cuidam præclaro olim visum ex motibus quidem rectilineis non posse discerni sedem subjectumve motus, posse tamen ex curvilineis, quoniam quæ revera moventur, recidere conantur a centro motus sui. Atque hæc fateor ita
 15 se haberent, si ea esset natura retinaculi seu firmitatis atque adeo motus circularis, quæ communiter concipi solet. Verum omnibus exacte consideratis reperi, motus circulares nihil aliud esse quam rectilineorum compositiones, neque alia in natura esse retinacula quam ipsas motuum leges. Et ideo nobis non apparet æquipollentia hypothesium, quod omnia eventa aliquando
 20 non apparent ob corporum ambientium insensibilitatem, et sæpe systema aliquod corporum cum aliis incommunicans videtur, contra quam res se habet.

Cæterum ex hoc solo principio, quod motus sua natura sit respectivus adeoque omnes hypothesen semel consentientes semper idem producant, cæteræ naturæ leges hætenus expositæ demonstrari potuissent; quod admonere operæ pretium fuit.

Propositio 20

Corporum firmitas seu partium cohæsiō oritur a motu seu conatu unius corporis versus aliud impulsu.

30 Nam (ex propositione 17) omnes motus sunt rectilinei uniformes inter se compositi. Sed si corporum firmitas aliunde quam a motuum compositione est, gyratio quoque aliunde quam a compositione nascitur, ex ipsa scilicet necessitate quæ sequitur ex hypothesi firmitatis. Utique enim (figura [12] [p. 456]) rectam corpoream seu crassitudine præditam ac firmam
 35 *LM*, in extremitatibus *L* et *M* æquali vi respectiva motuum contrariorum

11-12 viro ... præclaro vide: I. Newton, *Philosophiæ naturalis Principia Mathematica*, Londini: J. Streater 1687, Def. 8, Scholium, pp. 9-11.

être discernées par les phénomènes. Universellement parlant, lorsqu'un mouvement a lieu, nous ne trouvons rien dans les corps par quoi il puisse être déterminé sinon le changement de situation, qui consiste toujours en une relation. C'est pourquoi le mouvement est par sa nature relatif. Mais cela doit s'entendre dans la rigueur Mathématique. Nous attribuons en même temps le 5 mouvement aux corps suivant les hypothèses par lesquelles ils sont expliqués de la manière la plus adaptée, et une hypothèse vraie n'est rien d'autre qu'une hypothèse adaptée. C'est ainsi que, lorsqu'un bateau est emporté sur la mer à pleines voiles, il est possible d'expliquer exactement tous les phénomènes en supposant que le bateau est à l'arrêt et en attribuant à tous les corps de 10 l'univers les mouvements accordés à cette hypothèse. Mais même si cela ne peut être réfuté par aucune démonstration mathématique, ce serait pourtant inadapté. Je me souviens certes qu'il a été soutenu naguère par un homme réputé, que le siège ou le sujet du mouvement ne peut certes pas être discerné d'après les mouvements rectilignes, mais peut l'être en revanche d'après les 15 mouvements curvilignes, parce qu'alors les choses qui se meuvent réellement tendent à s'éloigner de leur centre. Et je conviens qu'il en serait ainsi, si la nature des liaisons ou de la dureté et, par suite, du mouvement circulaire, était telle qu'on a l'habitude de la concevoir communément. Mais, tout bien considéré, j'ai trouvé que les mouvements curvilignes ne sont autre chose que 20 des compositions de mouvements rectilignes, et qu'il n'y a pas d'autres liaisons dans la nature que ses propres lois du mouvement. Et ainsi l'équipollence des hypothèses ne nous apparaît pas, parce que parfois tous les événements ne nous apparaissent pas du fait de l'imperceptibilité des corps environnants, et que souvent un système de corps semble isolé des autres, alors que la réalité 25 est contraire.

De plus, de ce seul principe que le mouvement par sa nature est relatif et que par suite toutes les hypothèses qui s'accordent à un moment produiront toujours le même résultat, on aurait pu démontrer les autres lois de la nature qui ont été exposées jusqu'à maintenant, ce qu'il valait la peine de signaler. 30

PROPOSITION 20

La fermeté des corps ou la cohésion de leurs parties proviennent du mouvement ou du conatus d'un corps poussé contre un autre.

En effet (par la proposition 17) tous les mouvements sont des mouvements rectilignes uniformes composés entre eux. Mais si la fermeté des corps 35 vient d'ailleurs que d'une composition de mouvements, la rotation vient aussi d'ailleurs que d'une composition, à savoir de la nécessité même qui résulte

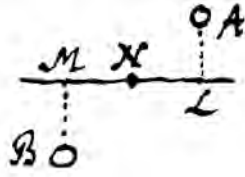


Figura 12

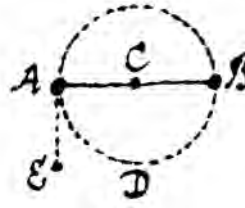


Figura 13

AL , BM , a corporibus A et B simul pulsata progredientibus corporibus
 in gyrum agi necesse est circa punctum medium N , sed ita materia cir-
 ca L vel M a centro N recedere tentans sola firmitate corporis non motu
 contrario impresso retinetur; nec proinde motus circularis iste consistit in
 5 compositione rectilineorum; nisi ipsam firmitatem motu quodam appres-
 sionis explicemus. Idem conficitur ex propositione 19; quam non tantum
 ex propositione 17 sed et alia diversa ratione demonstravimus, unde rur-
 sus prop. 17 ex propositione 19 una cum præsente 20 regressu quodam
 aliter quam supra demonstratur. Nimirum quia in propositione 19 osten-
 10 sum est, ob naturam motus respectivam hypotheses esse indiscernibiles,
 etiam cognosci non debet, utrum corpus aliquod gyretur. Sed posito firmi-
 tatem atque adeo gyrationes ex motuum rectilineorum compositione non
 nasci, motum absolutum a quiete discernendi ratio datur. Sit enim (figura
 [13]) corpus ACB gyrans circa suum centrum C , juxta seriem punctorum
 15 ADB , et jam ponatur firmitatem corporis dissolvi, partemque extremam
 ut A rupto vinculo separari, ibit linea recta versus E , si verus fuit corpo-
 ris AB motus, sin apparens tantum fuit, pars A cum reliquo corporis ACB
 manebit, non obstante vinculi solutione. Atque ita habebimus rationem ne-
 cessariam discernendi motum verum ab apparente contra propositione 19.
 20 Neque hoc evitabitur, nisi firmitas corporis ACB oriatur a corporum am-
 bientium appressione. Cum enim omnes ita motus sint rectilinei, nec aliud
 fuerit gyratio quam certa quædam motuum rectilineorum compositio, et
 in mere rectilineis motibus absolute loquendo et geometrica necessitate hy-
 potheses invicem discerni nequeant (per propositionem 19) sequitur nec in
 25 gyrationibus discerni posse. Sed ostendamus distinctius, quomodo gyratio
 quædam circa centrum et appressio corporum ex sola conatuum rectilineo-
 rum impressione oriatur. Nempe sit (figura [14] [p. 460]) mobile A tendens
 directione et celeritate repræsentata per rectam $1A_1\alpha$ elementarem indefini-
 te parvam, sit autem corporum ambientium conatus perpetuo pellens

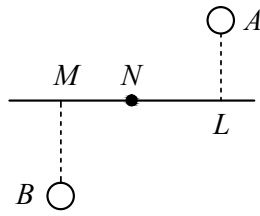


Figure 12

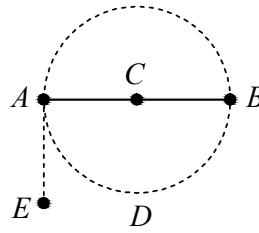


Figure 13

de l'hypothèse de la fermeté. Ainsi en effet (figure [12]) la ligne droite corporelle ou dotée d'épaisseur et ferme LM , si elle est poussée par les corps A et B simultanément à ses extrémités L et M avec les forces respectives égales dues aux mouvements contraires AL , BM , elle est nécessairement entraînée par l'avancée de ces corps à tourner autour de son point médian N ; mais ainsi la matière autour de L ou de M cherchant à s'éloigner du centre N ne serait retenue que par la fermeté du corps, et non par un mouvement imprimé en sens contraire; et par suite ce mouvement circulaire ne consiste pas en une composition de mouvements rectilignes, sauf si l'on explique la fermeté elle-même par quelque mouvement de pression. La même chose est établie d'après la proposition 19, que nous avons démontrée non seulement par la proposition 17, mais aussi d'une tout autre manière, d'où à nouveau la proposition 17 est démontrée autrement que ci-dessus, par une sorte de retour, à partir de la proposition 19 jointe à la présente proposition 20. Effectivement, puisqu'on a montré dans la proposition 19 qu'en raison de la nature relative du mouvement les hypothèses sont indiscernables, on ne doit pas non plus savoir quel corps est en mouvement de rotation; mais, si l'on suppose que la fermeté et par suite les rotations ne viennent pas d'une composition de mouvements rectilignes, il y a un fondement pour discerner le mouvement absolu du repos. Soit en effet (figure [13]) le corps ACB tournant autour de son centre C , à côté de la série de points ADB , et qu'on suppose maintenant que la fermeté du corps soit détruite, et qu'une extrémité comme A , le lien étant rompu, se détache : elle ira en ligne droite vers E , si le mouvement du corps AB était véritable; mais s'il était seulement apparent, la partie A restera avec le reste du corps ACB , malgré la rupture du lien. Et ainsi nous aurons un fondement nécessaire pour discerner le mouvement vrai du mouvement apparent, à l'encontre de la proposition 19. Et on ne l'évitera pas, sauf si la fermeté du corps ACB vient de la pression des corps environnants. En effet, comme ainsi tous

mobile A versus centrum C , ita ut eandem semper ab eo distantiam servet (quia scilicet alioqui præsens motus ambientium turbatur) et sit impulsus ut recta ${}_1\alpha_2A$, ita ut ${}_2A$ cadat in circulum centro C radio C_1A descriptum (quem sane impulsus ${}_1\alpha_2A$ comparatione celeritatis præcedentis incomparabiliter parvus esse necesse est, ut jam notavimus ad prop. 18 hic; est enim æqualis vi centrifugæ ipsius A , qua a centro recedit, quam infinite parvam esse respectu celeritatis seu impetus infinitis istis impulsibus concepti jam ostensum est prop. 28 de causa et effectu). His positis manifestum est, mobile quo temporis elemento venisset ab ${}_1A$ ad ${}_1\alpha$, nunc venire ab ${}_1A$ ad ${}_2A$, et ita ferri motu composito ${}_1A_2A$, seu celeritate et directione repræsentata per rectam (ab arcu circuli inassignabili inconsiderabiliter differentem) ${}_1A_2A$. Ac proinde vi concepti conatus, ut ${}_1A_2A$, porro tendere in recta ${}_2A_1\alpha$ continuata ad ${}_2\alpha$ conatu ${}_2A_2\alpha$ æquali ipsi ${}_1A_2A$. Sed cum ita rursus exeret seu recedat a circulo, utique a causa priora iterum pelletur versus centrum C usque ad circulum conatu ${}_2A_3A$, iterum incomparabiliter minore quam est celeritas seu impetus ${}_2\alpha_3A$; et ita motu movebitur ex ${}_2A_2\alpha$ et ${}_2\alpha_3A$ composito, id est motu ${}_2A_3A$, qui rursus continuabitur per se in ${}_3A_3\alpha$; unde corpus conatu ${}_3\alpha_4A$ ad circulum repellitur; et ita porro. Quoniam autem rectæ ${}_1A_1\alpha$ et ${}_2A_2\alpha$ sunt æquales, ut ostendimus, et recta ${}_1A_1\alpha$ ab arcu circulari ${}_1A_2A$, itemque recta ${}_2A_2\alpha$ ab arcu circulari ${}_2A_3A$ differunt inconsiderabiliter, ita scilicet ut in initiis seu conatibus motuum, de quibus agitur, error sit minor quovis dato; ideo cum manifestum sit assumpto tempore satis parvo errorem seu differentiam ad ipsa quæ differre dicuntur, habiturum esse rationem data minorem (quod nunc prolixè explicare non vacat) utique ob æqualia temporis elementa assumpta (quoniam scilicet celeritates per progressus ipsos elementares expressimus) patet æqualibus temporis elementis æquales arcus circulares absolvi, seu circulationem esse uniformem. Itaque ex motu rectilineo per se uniformi, sed sed accedente conatu paracentrico in circularem mutato oritur circulatio quoque uniformis, quod memorabile est, experimentis consentit. Habemus ergo conversionem motus rectilinei in circularem per conatuum rectilineorum compositiones explicatam, qua sola ratione æquipollentiæ Hypothesium satisfieri potest.

Certum est explicandum esse causam cohæsionis ex his quæ de corpore intelligimus, uti sunt magnitudo, figura, quiesve aut motus. Sed præter motum nihil horum ad rem facit.

Sit enim (figura [15] [p. 464]) corpus ABC , cujus pars AB impulsu ictu veniente in DE , non relinquat BC in loco priora, sed secum moveat. Quæ-

les mouvements sont rectilignes, la rotation elle-même ne serait rien d'autre qu'une certaine composition de mouvements rectilignes, et comme, pour de simples mouvements rectilignes, il est impossible de discerner les hypothèses les unes des autres absolument parlant et avec une nécessité géométrique (par la proposition 19), il en résulte que dans le cas des rotations non plus on ne 5 peut pas les discerner. Mais montrons plus distinctement comment une rotation quelconque autour d'un centre et une pression des corps proviennent de la seule impression de *conatus* rectilignes. Soit alors (figure [14] [p. 460]) un mobile A dont le *conatus* soit représentée en direction et en vitesse par la droite élémentaire ${}_1A_1\alpha$ infiniment petite; soit aussi un *conatus* des corps environ- 10 nants repoussant en permanence le mobile A vers le centre C , de sorte qu'il conserve toujours la même distance à ce centre (puisque en effet, autrement, il troublerait le présent mouvement des corps environnants), et soit l'impulsion du corps comme la droite ${}_1\alpha_2A$, de sorte que ${}_2A$ tombe sur le cercle décrit avec le centre C et le rayon C_1A (il est nécessaire que l'impulsion ${}_1\alpha_2A$ soit in- 15 comparablement petite en comparaison de la vitesse précédente, comme nous l'avons déjà noté à la proposition 18; car elle est égale à la force centrifuge de A , par laquelle il s'éloigne du centre, qui est infiniment petite au regard de la vitesse ou de l'*impetus* engendré par une infinité de ces impulsions, comme nous l'avons déjà montré à la proposition 28 de la cause et de l'effet). Cela 20 posé, il est clair que le mobile, dans l'élément de temps où il venait de ${}_1A$ à ${}_1\alpha$, vient maintenant de ${}_1A$ à ${}_2A$, et est ainsi porté par le mouvement composé ${}_1A_2A$, où avec la vitesse et la direction représentées par la droite ${}_1A_2A$, (dont la différence avec l'arc de cercle est inassignable et n'est pas considérée); et par suite, sous la force du *conatus* acquis, comme ${}_1A_2A$, il tendra à s'avancer plus 25 loin sur la droite ${}_2A_1\alpha$, prolongée jusqu'à ${}_2\alpha$ avec un *conatus* ${}_2A_2\alpha$ égal à ${}_1A_2A$. Mais comme ainsi il s'échapperait derechef et s'éloignerait du cercle, il sera de nouveau, par la cause vue plus haut, repoussé vers le centre C jusqu'au cercle par le *conatus* ${}_2A_3A$, *conatus* encore incomparablement plus petit que la vitesse ou l'*impetus* ${}_2\alpha_3A$, et de cette manière il sera mu d'un mouvement compo- 30 sé de ${}_2A_2\alpha$ et de ${}_2\alpha_3A$, c'est-à-dire du mouvement ${}_2A_3A$, qui de nouveau se continuera de lui-même vers ${}_3A_3\alpha$; d'où le corps sera repoussé sur le cercle par le *conatus* ${}_3\alpha_4A$ et ainsi de suite. Or, puisque les droites ${}_1A_1\alpha$ et ${}_2A_2\alpha$ sont égales, comme nous l'avons montré, et que la droite ${}_1A_1\alpha$ ne diffère de l'arc de cercle ${}_1A_2A$ et de même la droite ${}_2A_2\alpha$ de l'arc ${}_2A_3A$, que de façon négligeable, 35 si bien qu'aux commencements des mouvements, c'est-à-dire pour les *conatus* dont il s'agit, l'erreur est plus petite que toute donnée; puisqu'il est clair, dès lors, qu'en prenant un temps suffisamment petit, l'erreur ou la différence par

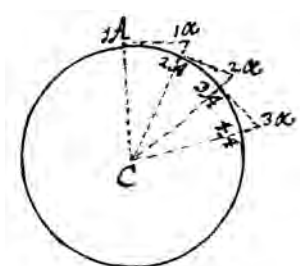


Figura 14

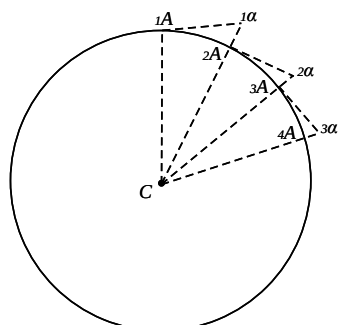


Figure 14

5 ritur ratio hujus tractionis. Et quidem si velimus eam ad pulsum reducere
 concipiendo hamos quosdam corporis unius AB inseri in ansas corporis
 alterius BC , vel funes quosdam aut plexus fibrosos aliamve illaqueatricem
 texturam comminiscamur nihil egimus, quia rursus quæritur, quidnam fi-
 10 brarum hamulorumque partes connectat. Contactus autem solus vel quies
 unius apud aliud aut motus communis utique non sufficit, neque enim in-
 telligi potest cur corpus unum aliud trahat, ob hoc solum quia contingit.
 Et in universum non intelligimus aliam rationem cur corpus moveatur,
 nisi ideo quod duo corpora in eodem loco esse non possunt, et proinde
 15 uno moto et alia moveri necesse est, in quorum hoc locum subit; atque
 ideo omnis tractio ad pulsum reduci debet. Idem ex naturæ legibus hoc lo-
 co confecimus. Et quemadmodum ex lege mutationis quæ per saltum esse
 non debet, ostendimus omnia corpora esse flexilia, seu non dari Atomos; [214r]
 ita ex posita generaliter lege naturæ, quod eadem prodire debeant phæno-
 20 mena, quæcunque de subjectis motuum fiat hypothesis, ostendimus, non
 oriri firmitatem nisi ex compositione motuum. Quod vero aliqui a pressio-
 ne aëris aut ætheris corporum firmitatem deducunt, similitudine duarum
 tabularum politarum quæ ægre divelluntur, id tametsi in aliquibus verum
 sit, primas tamen firmitatis vel cohæsionis origines non explicat Quæstio
 25 enim superest de ipsa firmitate seu cohæsione tabularum. Cum ergo massa
 materiæ non nisi motu discriminari possit, ab hoc uno ultimas firmitatis
 majoris minorisve rationes peti debere manifestum est.

Propositio 21

Corpus omne aliquem habet gradum firmitatis in om-
 25 nes partes.

rapport aux grandeurs qui sont dites différer, sera une raison plus petite que toute donnée (ce qu'il n'est pas utile d'expliquer ici en détail), du fait que les éléments de temps sont pris égaux (car nous avons exprimé les vitesses par ces progression élémentaires) ; on voit qu'en des éléments de temps égaux, sont parcourus des arcs de cercle égaux, ou que le mouvement circulaire est uni- 5 forme. C'est pourquoi, d'un mouvement par lui-même uniforme, mais changé en un mouvement circulaire par l'ajout d'un *conatus paracentrique*, résulte un mouvement circulaire lui aussi uniforme, ce qui est digne d'être retenu, et s'accorde aux expériences. Nous avons donc l'explication de la conversion du mouvement rectiligne en mouvement circulaire par des compositions de 10 *conatus* rectilignes, ce qui est la seule manière par laquelle on peut satisfaire à l'équipollence des hypothèses.

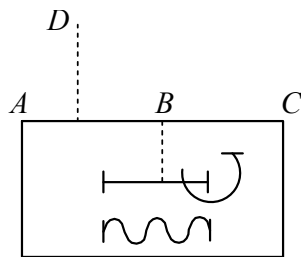


Figure 15

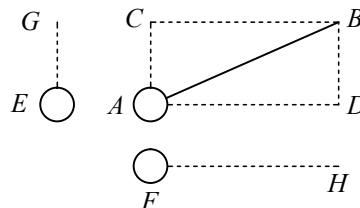


Figure 16

Il est assuré qu'il faut expliquer la cause de la cohésion à partir ce que nous concevons dans les corps, comme comme le sont la grandeur, la figure, le repos ou le mouvement. Mais, en dehors du mouvement, aucune de ces notions ne 15 le permet. Soit en effet (figure [15]) un corps *ABC*, dont la partie *AB*, ébranlée par un choc venant en *DE*, ne laisse pas *BC* dans son lieu précédent, mais le déplace avec elle : on demande la raison d'une telle traction. Et certes, si nous voulions la réduire à une poussée en concevant que des sortes de crochets du corps *AB* sont insérés dans les anses de l'autre corps *BC*, ou bien si nous 20 imaginions des fils ou des fibres enchevêtrées ou une autre texture entrelacée, nous n'aurions rien fait, puisqu'on demandera derechef ce qui connecte les parties de ces fibres et de ces crochets. Quant au simple contact, c'est-à-dire au repos d'une partie contre l'autre, ou au mouvement commun, cela ne suffit certainement pas, car on ne peut pas comprendre pourquoi un corps en tire 25 un autre du seul fait qu'il le touche. Et, en toute généralité, nous ne concevons pas d'autre raison pour laquelle un corps se met en mouvement, sinon parce que deux corps ne peuvent se trouver dans le même lieu, de sorte que, si un

Nam omne corpus impelli potest vel impellere in omnes partes; itaque elastrum (per propositionem 6 hic), in quamcunque partem impellatur. Et omne elasticum aliquem habet gradum firmitatis seu partium cohæsionem.

Scilicet omnia corpora ostendimus flexilia esse propositione 5 nunc omnia ostendimus aliquam habere firmitatem. Itaque nihil perfecte fluidum aut firmum vel molle aut durum est; suntque omnia extrema hæc aliena a rerum natura. Et omnia omnibus aliquo modo cohærent, et ab ipsis nonnihil patiuntur. Itaque minime putandum est dari in natura materiam summæ fluiditatis, tanquam primum aliquod elementum, non globos secundi
10 cujusdam elementi duos perfecte tornatos.

Propositio 22

Vacuum dari Legibus Naturæ consentaneum non est.

Nam omne corpus aliquem habet gradum firmitatis in omnes partes (per propositionem 21). Sed omnis firmitas oritur ab appensione ambientis (per
15 propositionem 20). Igitur corpus omne ab omni parte ambiri necesse est; id est vacuum non datur.

Hanc propositionem ex aliis generalioribus derivare licet, quæ non sunt hujus loci; quoniam tamen sponte nascitur ex naturæ legibus hæcenus stabilitis, annotandum duximus. Quemadmodum et supra Atomos sustulimus propositione 5. Et sunt quibus magis placent ratiocinationes a concretis sumtæ quam quæ ducuntur ex theoria abstracta a systematico statu.

Propositio 23

In motu composito ex duobus angulum rectum facientibus, eadem est potentia absoluta secundum directionem
25 diagonalis, quæ est in ambobus motibus secundum latera rectanguli simul sumtis.

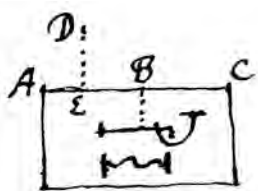


Figura 15

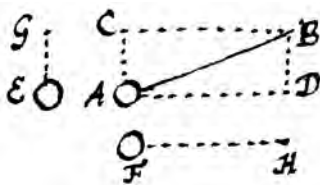


Figura 16

8-10 dari ... tornatos. vide: R. Descartes, *Principia philosophiæ*, Pars III, art. LII (AT VIII/1, p. 105 seq.).

corps se meut, il est nécessaire que se meuvent aussi les autres corps dans le lieu desquels il survient; et voilà pourquoi toute traction doit se réduire à une poussée. Nous avons ici établi le même résultat à partir des lois de la nature. Et de même que, d'après la loi du changement qui ne doit pas se faire par sauts, nous avons montré que tous les corps sont flexibles, autrement dit 5 qu'il n'y a pas d'atomes, de même, en posant de façon générale la loi de la nature, selon laquelle les mêmes phénomènes doivent se produire quelle que soit l'hypothèse adoptée sur les sujets des mouvements, nous avons montré que la fermeté des corps ne vient que de la composition des mouvements. Mais que certains déduisent la fermeté des corps de la pression de l'air ou de 10 l'éther, à la ressemblance avec deux tables polies que l'on a du mal à disjoindre, même si cela est vrai dans certains cas, cela n'explique pas toutefois les origines premières de la fermeté et de la cohésion; car la question de la dureté ou cohésion même de ces tables reste posée. Donc, comme une masse de matière ne peut se distinguer que par son mouvement, il est clair que c'est dans le 15 seul mouvement qu'on doit chercher les raisons ultimes de sa plus ou moins grande fermeté.

PROPOSITION 21

Tout corps possède un certain degré de fermeté en toutes ses parties.

En effet, tout corps peut être poussé ou pousser en toutes ses parties; il a 20 donc (par la proposition 6) du ressort dans quelque partie que ce soit qui est poussée. Et tout corps élastique possède un certain degré de fermeté ou de cohésion des parties.

Ainsi, nous avons montré dans la proposition 5 que tous les corps se peuvent fléchir, nous venons de montrer maintenant que tous ont une certaine ferme- 25 té. C'est pourquoi rien n'est parfaitement fluide ou ferme, ni parfaitement mou ou dur; ces extrêmes sont étrangers à la nature des choses. Et, d'une certaine manière, tout est en cohésion avec tout, et tout subit quelque chose de tout. C'est pourquoi il ne faut nullement croire qu'il y a dans la nature une matière d'une suprême fluidité, telle un premier élément, ni des globes durs 30 parfaitement tournés de quelque second élément.

PROPOSITION 22

L'existence du vide n'est pas compatible avec les lois de la nature.

En effet, tout corps possède un certain degré de fermeté en toutes ses parties (par la proposition 21). Mais toute fermeté provient de la pression du 35 milieu (par la proposition 20). Il faut donc que tout corps soit environné par d'autres de tout côté, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de vide.

Sit (figura [16] [p. 464]) corpus A tendens motu AB ; et rectæ AB tanquam diagonali circumscribatur parallelogrammum rectangulum quodcunque $ACBD$. Sintque corpora E et F æqualia ipsi A , et habeat E motum EG æqualem ipsi AC , similiterque F motum FH æqualem ipsi AD . Dico potentiam
 5 corporis A esse potentiis corporum E et F æqualem. Nam potentia ipsius E est ad potentiam ipsius A ut quadratum EG ad quadratum AB (per propositionem 4 capitis de potentia) similiterque potentia ipsius F est ad potentiam ipsius A , ut quadratum FH ad quadratum AB . Ergo et summa potentiarum E et F simul est ad potentiam ipsius A , ut summa quadratorum EG et FH ,
 10 seu AC et FH ad quadratum AB . Sed summa quadratorum AC et FH æquatur quadrato ipsius AB ; ergo et potentia E et F simul æquantur potentia ipsius A . [2157]

Propositio 24

Ictus corporum concurrentium fit secundum rectam perpendicularem ad planum contactus in puncto concursus,
 15 quatenus ex directione ejus ipsa motus directio componitur.

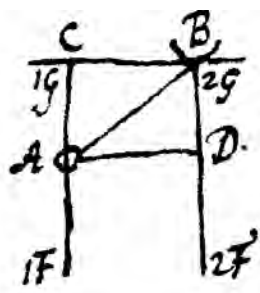


Figura 17

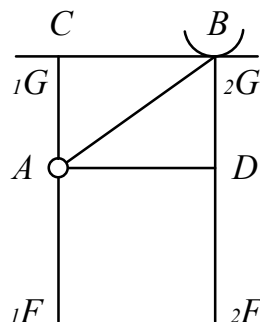


Figure 17

Si (figura [17]) corpora A et B concurrant directione AB , ad planum contactus (seu corpora ambo in puncto concursus tangens) CB angulum
 20 faciente obliquum, ex puncto B educatur BD normalis ad CB , et compleatur rectangulum $CADB$. Ajo ictum fieri directione DB . Nam ponamus quiescere corpus B (quia ictum nil refert, quod concurrentium quiescat per propositionem 7 vel per propositionem 14), ponamus præterea motum AB produci motu composito ex AC et AD , perinde ac si regula esset FG quæ

Cette proposition peut aussi être déduite d'autres plus générales, qui n'ont pas leur place ici ; mais puisqu'elle naît spontanément des lois de la nature établies jusqu'ici, nous avons été conduits à la noter. C'est de la même manière que nous avons aussi plus haut éliminé les atomes à la proposition 5. D'ailleurs certains se plaisent davantage à des raisonnements pris de considérations concrètes plus qu'à ceux qu'on tire d'une théorie abstraite hors de l'état du système.

Proposition 23

Dans un mouvement composé de deux mouvements faisant entre eux un angle droit, la puissance absolue selon la direction de la diagonale est la même que celle qui est dans les deux mouvements pris ensemble selon les côtés du rectangle.

Soit (figure [16] [p. 465]) un corps A tendant au mouvement AB , et qu'on construise autour de la droite AB prise comme diagonale un parallélogramme rectangle $ABCD$; soient les corps E et F égaux au corps A , et que E ait un mouvement EG égal à AC , et de même F un mouvement FH égal à AD . Je dis que la puissance du corps A est égale aux puissances des corps E et F . Car la puissance de E est à la puissance de A comme le carré EG au carré AB (par la prop. 4 du chapitre sur la puissance) ; de même la puissance de F est à la puissance de A comme le carré FH est au carré AB . Donc aussi la somme des puissances de E et F pris ensemble est à la puissance de A comme la somme des carrés EG et FH , ou comme AC et AD est au carré AB . Mais la somme des carrés AC et AD est égale au carré AB ; les puissances de E et F prises ensemble sont donc aussi égales à la puissance de A .

Proposition 24

Le choc de corps qui se rencontrent se fait selon la droite perpendiculaire au plan de contact passant par le point de concours, puisque la direction même du mouvement est composée de la direction de ce plan.

Soient (figure [17]) deux corps A et B se rencontrant selon la direction AB , faisant un angle oblique avec le plan de contact CB (c'est-à-dire le plan tangent aux deux corps à la fois au point de concours) ; qu'on mène du point B la droite BD normale à CB , et qu'on complète le rectangle $CADB$. Je dis que le choc se fait selon la direction DB . Supposons en effet que le corps B soit à l'arrêt (puisque qu'un des corps concourants soit au repos ne change rien au choc, d'après la proposition 7 ou encore la proposition 14), et supposons en outre que le mouvement AB résulte de la composition des mouvements AC et AD , tout comme si FG était une règle qui pendant le mouvement parallèle CB serait transportée de AC en DB , cependant que le corps A irait sur cette

dum motu CB parallelo transfertur ex AC in DB , interim corpus A iret in ipsa regula FG motu ut AC vel DB , inde enim (per propositionem 2) manifestum est productum iri motum AB . Sed in eo casu patet corpus A simul motum duobus motibus, uno in regula FG versus B , et altero cum regula
 5 FG parallele ad CB , solo motu in regula FG versus CB agere in CB ; itaque cum motus AB idem efficiat, quomodocunque productus intelligatur, semper ergo ictus obliquus AB , non erit nisi secundum directionem DB . Idem demonstratur ex consideratione Elastri; nam si (figura [18]) corpus A veniens motu ${}_1A_2A$, et ibi incurrens in Elastrum LM , pergat linea recta in
 10 ${}_2A_3A$, non intendet Elastrum, nisi secundum ${}_2A_2M$, perinde ac si venisset motu N_2A . Denique idem confirmatur ex propositione præcedente. Nam quia ictus obliquus partem tantum virium habet ictus recti (quod ex eo demonstratur, quia summa obliquitas, id est, parallelismus omnimodus facit omnino ictum evanescere; ab integro autem ictu perpendiculari ad nullum
 15 non potest iri per saltum, itaque paulatim per intermedias obliquitates imminuitur ictus) et simul habenda est ratio obliquitatis, adeoque simul et vis et directio dividenda est in duas partes; nec vero dividi potest potentiam secundum directionem aliquam AB in duas potentias secundum duas alias directiones componentes, nisi per rectanguli DC latera AD , DB , diagonalem habentia AB (per propositionem præcedentem 23) itaque consequens
 20 erat, ut hæc divisio potentiæ, seu compositio directionis valeret, ex quibus unam solam DB nempe perpendicularem in planum contactus CB ad agendum in corpus ictum excipiens B , aptam esse manifestum est.

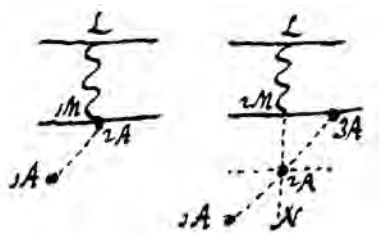


Figura 18

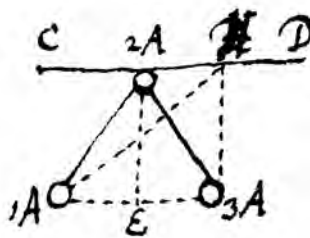


Figura 19

Propositio 25

- 25 Si corpus incurrens totam vim servat, anguli incidentiæ et reflexionis sunt æquales, anguli scilicet ad planum contactus.

même règle FG avec un mouvement comme AC ou DB , d'où en effet (par la proposition 2) il est manifeste que sera produit le mouvement AB . Mais il est clair que dans ce cas le corps A , mû simultanément de deux mouvements, l'un sur la règle FG vers B , et l'autre avec la règle FG parallèlement à CB , n'agit sur CB que par son mouvement sur la règle FG vers CB ; par consé- 5
quent, comme le mouvement AB accomplit le même effet, quelle que soit la façon dont on imagine qu'il est produit, le choc oblique AB n'aura jamais lieu que selon la direction DB . On démontre la même chose en ayant égard au ressort; en effet, si (figure [18]) le corps A arrivant par le mouvement ${}_1A_2A$ et rencontrant là le ressort LM , continue en ligne droite sur ${}_2A_3A$, il ne tendra 10
le ressort que suivant ${}_2A_2M$, tout comme s'il venu par le mouvement N_2A . Le même résultat, enfin, est confirmé par la proposition précédente. En effet, puisque le choc oblique a seulement une partie des forces du choc direct (ce qu'on démontre de ce que l'obliquité maximale, c'est-à-dire le parallélisme, fait entièrement évanouir le choc; or du choc entier perpendiculaire au choc 15
nul, on ne peut pas aller par saut, de sorte que le choc diminue peu à peu en passant par les obliquités intermédiaires), et qu'on doit obtenir en même temps le rapport d'obliquité, alors il faut aussi que la force et la direction soient divisées en deux parties. Mais on ne peut diviser la puissance selon une direction AB en deux puissances selon deux autres directions composantes si 20
ce n'est selon les côtés AD , DB du rectangle DC qui ont AB pour diagonale (par la proposition 23 qui précède); voilà pourquoi il était logique que prévaille la division de la puissance, ou la composition de la direction, dont il est manifeste qu'une seule [des directions] DB , à savoir la perpendiculaire au plan de contact CB soit apte à agir sur le corps recevant le choc B . 25

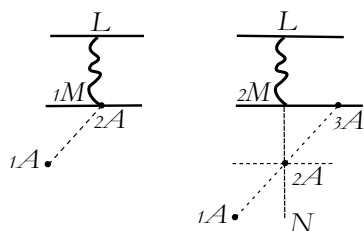


Figure 18

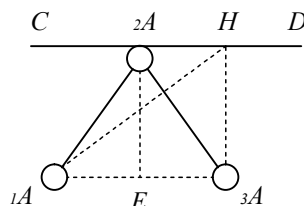


Figure 19

Proposition 25

Si un corps qui en rencontre un autre conserve toute sa force, les angles d'incidence et de réflexion sont égaux, en l'occurrence les angles au plan de contact.

In corpus CD (figura [19] [p. 468]) incidat A linea ${}_1A_2A$ angulo obliquo; ajo si reflectatur tota vi quam habuit incurrens, reflecti linea ${}_2A_3A$ tali, ut anguli ${}_1A_2AC$ et ${}_3A_2AD$ sint æquales. Sit triangulum rectangulum ${}_1AE_2A$ et ${}_3AE_2A$, incurrit corpus A motu E_2A (per propositionem præcedentem) et
 5 ideo si reflectitur, in linea ${}_2AE$ reflectetur, cum nulla sit ratio declinandi in [216r] alterutram partem, et motu quoque qui celeritate sit ut motus E_2A , alioqui vim amississet; jam servat præterea et motum ${}_1AE$, id est, continuat motum ei æqualem et æquidirectum E_3A ; ergo ex composito motu ${}_2AE$ et E_3A fit motus ${}_2A_3A$, angulo ${}_3A_2AD$ æquali ipsi ut ${}_2AC$.

10 Hanc rationem demonstrandi æqualitatem anguli incidentiæ et reflectionis primus invenit Keplerus in Paralipomenis ad Vitellionem, quam deinde in rem suam transtulit Cartesius. Sed idem alia non minus pulchra ratione demonstrarunt Veteres, Ptolomæus et Heliodorus Larissæus, supponendo in actione lucis quod Natura agit via facillima qua potest.
 15 Ergo A pervenit ex ${}_1A$ in ${}_3A$ per reflexionem via facillima qua potuit. Et cum facilitas hic in sola brevitate viæ intelligi possit, quia uniforme est medium, sequitur A ex ${}_1A$ pervenire in ${}_3A$ per ${}_2A$ punctum reflectens, tale ut sit ${}_1A_2A + {}_2A_3A$ omnium possibilium via brevissima breviorque adeo quam
 20 quævis alia ut ${}_1AH + H_3A$. At si anguli ${}_1A_2AC$, et ${}_3A_2AD$ sunt æquales, [166r] summa rectarum ${}_1A_2A + {}_2A_3A$ omnium possibilium minima est, ut constat ex Geometria. Itaque A venit ex ${}_1A$ in ${}_3A$ per ${}_2A$. Id est A veniens in ${}_2A$, ita progredi debet versus ${}_3A$, ut reperiatur viam ex ${}_1A$ ad ${}_3A$ per ${}_2A$ facillimam fuisse.

Quanquam autem natura corporea sit rationis expers nec radius ex ${}_1A$
 25 egrediens consultet de modo facillimo perveniendi in ${}_3A$; regulæ tamen ipsi præscriptæ sunt a sapiente. Et quoniam ${}_1A_2A$, et ${}_2A_3A$ quantælibet parvitas assumi possunt, poterit considerari quales sint in ipso momento incursum. Ibi ergo radius non consultare dicitur de remoto, sed exitum invenire qua facillime agere potest. Et quoniam cognita nobis non est intima radio-
 30 rum loci natura; poterit saltem principium facillimæ actionis pro hypothese admitti, qua concessa leges radiorum feliciter explicantur.

11 Keplerus ... Vitellionem vide: J. Kepler, *Ad Vitellionem Paralipomena*, Francofurti: Apud Claudium Marnium & Hæredes Ioannis Aubrii 1604, I, prop. XIX, pp. 14-15.

12 Cartesius vide: R. Descartes, *Discours de la méthode...*, Leyde: Ian Maire 1637, Discours second, *La Diotrique* (AT VI, pp. 94-96). **13-14** Ptolomæus ... Larissæus vide: *Claudii Ptolemei de Speculis*, primum editum in *Sphæra cum commentis in hoc volumine contentis. Videlicet. ... Ptolomeus de speculis*, Venetiis: hered. Octauiani Scoti 1518; *Damiani philosophi Heliodori Larissæi de opticis libri II. Nunc primum editi et animadversionibus illustrati ab Erasmo Bartholino*, Parisiis: ex officina Cramosiana 1657. **410.18-542.28** via ... potest. vide vol. I, pp. 440-444.

Que le corps A (figure [19] [p. 467]) vienne heurter le corps CD selon la ligne ${}_1A_2A$ à angle oblique; je dis que, s'il se réfléchit avec toute la force qu'il avait en le choquant, il est réfléchi suivant la ligne ${}_2A_3A$ telle que les angles ${}_1A_2AC$ et ${}_3A_2AD$ soient égaux. Soient les triangles rectangles ${}_1AE_2A$ et ${}_3AE_2A$; le corps A rencontre l'autre selon le mouvement E_2A (par la proposition précédente) et c'est pourquoi, s'il est réfléchi, il le sera suivant la ligne ${}_2AE$, puisqu'il n'y a aucune raison qu'il soit détourné d'un côté ou de l'autre, et il sera réfléchi d'un mouvement aussi qui soit en vitesse comme le mouvement E_2A , autrement il perdrait de sa force; or, il conserve aussi en plus le mouvement ${}_1AE$, c'est-à-dire qu'il poursuit un mouvement E_2A qui lui égal et équidirect; donc, de la composition des mouvements ${}_2AE$ et E_3A il vient le mouvement ${}_2A_3A$, qui fait un angle ${}_3A_2AD$ égal à l'angle ${}_2AC$.

Cette façon de démontrer l'égalité de l'angle d'incidence et de l'angle de réflexion, c'est Kepler qui la découvrit le premier dans ses *Paralipomènes à Vitellion*; ensuite, Descartes la reprit à son compte. Mais la même chose a été démontrée, de façon non moins belle, par des anciens tels que Ptolémée⁴ et Héliodore de Larisse, en supposant dans l'action de la lumière que la Nature agit par la voie la plus simple qu'elle peut. Donc A parvient de ${}_1A$ en ${}_3A$ par réflexion suivant le chemin le plus facile qu'elle a pu prendre. Et comme ici la simplicité peut être conçue comme la seule brièveté du chemin, puisque le milieu est uniforme, il s'ensuit que A parvient de ${}_1A$ à ${}_3A$ en se réfléchissant par le point ${}_2A$, de telle sorte que ${}_1A_2A + {}_2A_3A$ soit le plus court de tous les chemins possible⁵ et même plus court que n'importe quel autre comme ${}_1AH + H_3A$. Mais si les angles ${}_1A_2AC$ et ${}_3A_2AD$ sont égaux, la somme des droites ${}_1A_2A + {}_2A_3A$ est la plus petite de toutes les sommes possibles, comme il est établi selon la géométrie. C'est pourquoi A vient de ${}_1A$ à ${}_3A$ par ${}_2A$. C'est-à-dire que A venant en ${}_2A$, doit s'avancer vers ${}_3A$ de manière à ce qu'il se trouve que le chemin de ${}_1A$ à ${}_3A$ par ${}_2A$ ait été le plus aisé.

⁴Le *De Speculis* attribué à Ptolémée provient en réalité de la Catoptrique de Heron d'Alexandrie. De l'Optique de Ptolémée, il n'existe que de rares copies manuscrites partielles d'une traduction latine du XII^e siècle, réalisée sur une traduction arabe (le texte grec original et cette traduction arabe sont entièrement disparus). La première édition imprimée est celle de Gilberto Govi, Torino, 1885.

⁵Le texte du manuscrit autographe de Leibniz, tel qu'il est classé dans les archives de Hanovre (LH XXXV, 11, 18A, f. 438) et celui de la copie de Bodenheim (LH XXXV, 11, 18B, f. 216) s'arrêtent ici. La suite de l'autographe a été retrouvée et identifiée par les éditeurs de A VIII à un autre emplacement des manuscrits (LH XXXVII, 4, ff. 166-167). Nous donnons ici cette suite en utilisant la transcription de Marco Santi (voir vol. I, p. 440-444), à qui nous adressons nos remerciements.

Habeo et aliam æqualitatis angulorum in corporum concursu demonstrationem non inelegantem ex solis prædemonstratis de conservanda tam via centri gravitatis quam celeritate respectiva sumtam.

Concurrent in B [Fig. 20] æqualia corpora A , E , motibus æqualibus ${}_1A{}_2A$,
 5 ${}_1E{}_2E$ obliquis ad planum contactus RB . Patet centrum gravitatis R , incedere
 re ab ${}_1R$, ad B motu recto ${}_1RB$. Perget ergo eadem celeritate in directam,
 motu $B{}_3R$ (per propositionem 12) sed celeritas respectiva etiam eadem man-
 nere debet, adeoque et distantia ${}_3A{}_3E$ æqualis ipsi ${}_1A{}_1E$, (per propositionem
 10 10)[,] est autem ergo et ${}_3A{}_3R$ æqu. ${}_1A{}_1R$ ergo et triangula ${}_1AB{}_1R$ et ${}_3AB{}_3R$
 congruunt, angulique adeo ad B , æquantur.

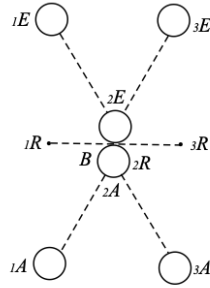


Figure 20

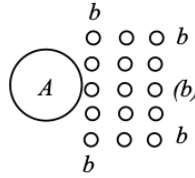


Figure 22

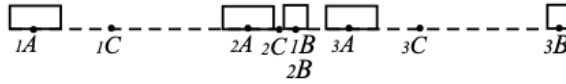


Figure 21

[Propositio 26]

[166v]

Si corpus idem vel æquale successive diversis velocita-
 tibus in diversa corpora inter se æqualia, quiescentia,
 incursu pleno impingat[,] erunt detrimenta velocitatis in
 15 corpore incurrente ipsis velocitatibus proportionalia. Et
 quatenus hoc contingit cum mobile movetur in medio flui-
 do uniformi erunt in æqualibus spatii elementis, decremen-
 ta velocitatis ipsis velocitatibus proportionalia.

Sit enim corpus A [Fig. 21] incurrens in quiescens B in loco ${}_1B$ (qui simul
 20 et ${}_2B$ ob quietem) et primo quidem pleno incursu (hoc est normaliter et

Car quoique la nature corporelle soit dénuée de raison, et que le rayon partant ${}_1A$ ne délibère pas sur la façon la plus facile de parvenir à ${}_3A$, les règles lui sont cependant prescrites par la sagesse. Et puisque ${}_1A_2A$ et ${}_2A_3A$ peuvent être pris d'une petitesse quelconque, on pourra considérer quels sont les chocs dans ce même moment. On ne dira donc pas qu'alors le rayon délibère à distance, mais qu'il trouve l'issue par laquelle il peut agir le plus aisément. Et puisque la nature profonde du lieu des rayons ne nous est pas connue, on pourra du moins admettre à titre d'hypothèse le principe de l'action la plus facile, dont l'acceptation explique heureusement les lois des rayons

J'ai aussi une autre démonstration assez élégante de l'égalité des angles dans la rencontre des corps tirée des seules propositions prédémontrées de la conservation tant du chemin du centre de gravité que de la vitesse relative.

En B [Fig. 20] concourent des corps égaux A, E , avec les mouvement égaux ${}_1A_2A, {}_1E-{}_2E$ obliques au plan de contact RB . On voit que le centre de gravité R va de ${}_1R$ à B avec le mouvement direct ${}_1RB$. Il continue donc d'aller en ligne droite à la même vitesse avec le mouvement ${}_3R$ (d'après la proposition 12), mais la vitesse relative doit aussi rester la même, et donc la distance ${}_3A_3E$ doit rester égale à ${}_1A_1E$, (d'après la proposition 10); ainsi donc ${}_3A_3R$ est aussi égal à ${}_1A_1R$, et donc les triangles ${}_1AB_1R$ et ${}_3AB_3R$ sont congruents, et par suite les angles en B sont égaux.

Propositio 26

Si le même corps ou un corps égal heurte successivement de plein fouet à des vitesses diverses différents corps en repos égaux entre eux, les diminutions de vitesse dans le corps choquant seront proportionnelles à ces vitesses. Et dès lors que cela arrive quand le mobile est mû dans un milieu fluide uniforme, les diminutions de vitesse dans des éléments égaux d'espaces seront proportionnelles à ces vitesses.

Soit en effet le corps A [Fig. 21] heurtant le corps B au repos en ${}_1B$ (qui est aussi ${}_2B$ en raison du repos), et qu'au premier choc de plein fouet (c'est-à-dire qui se fait perpendiculairement et centralement) il soit mû à la vitesse ${}_1A_2A$ et leur centre de gravité à la vitesse ${}_1C_2C$. Après le choc en tout cas le centre de gravité continue d'aller à la vitesse ${}_2C_3C$ égale à ${}_1C_2C$, et A allant à la vitesse ${}_2A_3A$ et B à la vitesse ${}_2B_3B$, ${}_3A_3B$ doit après le choc être égal à ${}_1A_1B$ (pour que soit conservée la même vitesse relative). C'est pourquoi la différence entre ${}_1A_2A$ première vitesse de A et sa vitesse postérieure ${}_1A_3A$ sera trouvée de cette manière : ${}_1C_2C$ égale ${}_1A_1B - {}_1A_1C - {}_2B_2C$ égale ${}_2C_3C$. ${}_2A_3A$ égale ${}_2A_2C + {}_2C_3C_3A_3C$ et ${}_3A_3C$ égale ${}_1A_1C$. Donc ${}_2A_3A = {}_2A_2C + {}_2C_1C - {}_1C_1A$. Donc il vient que ${}_2A_3A$ égale ${}_2A_2C + {}_1A_1B - {}_1A_1C - {}_2B_2C - {}_1A_1C$. Or ${}_1A_2A$

- centraliter) velocitate ${}_1A_2A$ et centrum gravitatis eorum moveatur velocitate ${}_1C_2C$. Utique post concursum perget velocitate ${}_2C_3C$ æquali ipsi ${}_1C_2C$, et A eunte velocitate ${}_2A_3A$, ac B velocitate ${}_2B_3B$ post concursum debet esse ${}_3A_3B$ æqualis ipsi ${}_1A_1B$ (ut eadem servetur celeritas respectiva). Itaque differentia
- 5 inter ipsius A velocitatem priorem ${}_1A_2A$, et posteriorem ${}_1A_3A$ sic indagabitur[.] ${}_1C_2C$ æq. ${}_1A_1B - {}_1A_1C - {}_2B_2C$ æqu. ${}_2C_3C$. ${}_2A_3A$ æqu. ${}_2A_2C + {}_2C_3C - {}_3A_3C$ et ${}_3A_3C$ æqu. ${}_1A_1C$. Ergo ${}_2A_3A = {}_2A_2C + {}_2C_3C - {}_1A_1C$. Ergo fit ${}_2A_3A$ æqu. ${}_2A_2C + {}_1A_1B - {}_1A_1C - {}_2B_2C - {}_1A_1C$ jam ${}_1A_2A$ æqu. ${}_1A_1B - {}_2A_2B$. Ergo fit ${}_1A_2A - {}_2A_3A$ æqu. ${}_1A_1B - {}_2A_2C - {}_2B_2C - {}_2A_2C - {}_1A_1B + {}_1A_1C + {}_2B_2C + {}_1A_1C$. Id
- 10 est demtis utrobique æqualibus fit detrimentum velocitatis seu ${}_1A_2A$ minus ${}_2A_3A$ æqu. bis ${}_1A_1C$ minus bis ${}_2A_2C$. Sed ${}_1A_1C - {}_2A_2C$ est proportionalis ipsi ${}_1A_1B - {}_2A_2B$ (in ratione scilicet ipsius corporis excipientis B ad corporum amborum summam $A + B$) et ${}_1A_1B - {}_2A_2B$, est ${}_1A_2A$ velocitas incurrentis. Habemus ergo detrimentum velocitatis ipsi velocitati proportionale.
- 15 Itaque si mobile A [Fig. 22, p. 548] primum velocitate v corpusculo aliqui [1677] quiescente B plene impingat, et residua velocitate (v) nihilominus pergat, ac mox in novum corpusculum quiescens (B) priori æquale, plene incurrat, iterumque aliquid velocitatis amittat, ita ut residua velocitas sit $((v))$ [.] patet detrimenta velocitatum esse velocitatibus proportionalia[.] seu fore
- 20 $v - (v)$ ad $(v) - ((v))$ ut v ad (v) .
- Et quidem si corpus aliquod solidum A notabilis magnitudinis, potissimum autem regulare et ab utroque latere se eodem modum habens, in primis globus[.] feratur in fluido quiescente (quoad sensum scilicet) quod ex particulis æqualibus et similibus, potissimum globulis $b.b$ compositum
- 25 fingi[.] fas est irregularitates quibus a pleno incursu receditur fere mutuo compensantur. Et ob exiguitatem partium fluidi, quæ quasi ad puncta rediguntur, quilibet incursus in globum summæ parvitatis seu in punctum pro centrali haberi potest.

égale ${}_1A_1B - {}_2A_2B$. Donc il vient que ${}_1A_2A - {}_2A_3A$ égale ${}_1A_1B - {}_2A_2C - {}_2B_2C - {}_2A_2C - {}_1A_1B + {}_1A_1C + {}_2B_2C + {}_1A_1C$. C'est-à-dire qu'en soustrayant de part et d'autre des quantités égales, il vient que la diminution de vitesse ou ${}_1A_2A$ moins ${}_2A_3A$ égale deux fois ${}_1A_1C$ moins deux fois ${}_2A_2C$. Mais ${}_1A_1C - {}_2A_2C$ est proportionnel à ${}_1A_1B - {}_2A_2B$ (en raison en effet du corps B qui reçoit le coup 5 à la somme des deux corps $A + B$) et ${}_1A_1B - {}_2A_2B$ est ${}_1A_2A$ la vitesse du corps heurtant. Nous obtenons donc une diminution de vitesse proportionnelle à la vitesse.

C'est pourquoi si le premier mobile A choque pleinement à la vitesse v un corpuscule au repos B , et s'il continue d'aller néanmoins à la vitesse restante 10 (v) , et ensuite choque pleinement un autre corpuscule au repos (B) égal au premier, et s'il perd de nouveau quelque chose de sa vitesse, de sorte que la vitesse restante soit $((v))$, il est clair que les diminutions des vitesses sont proportionnelles aux vitesses, ou que $v - (v)$ sera à $(v) - ((v))$ comme v à (v) . 15

Et donc si un corps solide A [Fig. 22, p. 547] d'une grandeur notable, mais le plus régulier possible et constitué de la même façon de tout côté, de préférence un globe, est porté dans un fluide au repos (du moins selon la perception sensible), qu'il est permis d'imaginer composé de particules égales et semblables, 20 surtout de petits globes *b.b.*, les irrégularités par lesquelles il s'écarte du choc plein se compensent à peu près mutuellement. Et en raison de la petitesse des parties du fluide, qui sont pour ainsi dire réduites à des points, n'importe quel choc dans un globe de petitesse extrême ou dans un point peut être tenu pour un choc central⁶.

⁶Leibniz ajoute à la fin : « Sur le choc central oblique. Et le calcul relatif au choc des boules du pendule. Cas divers. Examen des expériences de Regnauld ». Cf. François Regnauld, Lettre à Balthasar de Monconys du 21 décembre 1655, dans *Journal des voyages de Monsieur de Monconys*, Troisième Partie, *Lettres écrites à Monsieur de Monconys*, Lyon 1666, p. 52-55 (pagination séparée).

PARS III
VARIA DYNAMICA

TROISIÈME PARTIE
MÉLANGES DYNAMIQUES

Addendum 1 SCHEDIASMA DE RESISTENTIA MEDII, ET MOTU PROJECTORUM GRAVIUM IN MEDIO RESISTENTE

Traditio

- AE* *Schediasma de resistentia medii et motu projectorum gravium in medio resistente*, «Acta eruditorum», jan. 1689, pp. 38-47 (textum propositum)
- L* LH XXXV 9, 6, f. 1 (G.G.L. *Additio ad Schediasma de medii resistentia...*, de manu Leibnitii)
- AE₂* *O.V.E. Additio ad Schediasma de medii resistentia...*, «Acta eruditorum», apr. 1691, pp. 177-178 (textum propositum)
- E* GM 6, pp. 135-143

- 5 Galilæus cum regulas motus projectorum investigavit, resistentiam medii seposuit; facere idem Torricellius, et qui secuti sunt: fatentur tamen aliqui defectum doctrinæ, atque hinc orientes in praxi errores. Blondellus quidem in libro de jactu bomborum putat impune posse negligi hanc considerationem, sed argumenta ejus non sufficiunt, nec experimenta affert in
10 magno sumta. Cæterum difficilior est rei Geometrica investigatio, quam ut ab illis, doctissimis licet viris, expectari facile et sperari potuerit, nondum inventis tunc, aut certe non satis passim notis subsidiis. Et tamen leges projectorum veræ, et calculus experimentis consentiens, magno in balistica et pyrobolicis usui futurus, hinc potissimum pendere videntur.
- 15 Ego jamdudum Inclytæ Academiæ Scientiarum Regiæ Parisinæ, cum apud illos agerem, de hoc argumento ratiocinationes communicavi, et modum æstimandi ex parte tradidi, speciesque distinxi.

- Duplex igitur medii resistentia est, una absoluta, altera respectivaquæ plerumque concurrere solent. Absoluta resistentia est, quæ tantundem vi-
20 rium mobilis absorbet, sive id parva sive magna velocitate moveatur, dum-
5-8 Galilæus ... bomborum *vide*: G. Galilei, *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, Leida: Elsevirii 1638, Giornata quarta; EN VIII, pp. 274-277; E. Torricelli, *De Motu gravium naturaliter descendentium et projectorum*, in *Opera geometrica*, Florentiæ: A. Massa & L. de Landis 1644, l. II, pp. 192-194; F. Blondel, *L'art de jeter les bombes*, Paris: N. Langlois 1683, IV p., cap. II, obj. II, pp. 341 seq.

Addendum 1

ÉTUDE SUR LA RÉSISTANCE DU MILIEU ET LE MOUVEMENT DES CORPS PESANTS PROJETÉS DANS UN MILIEU RÉSISTANT

Galilée, quand il a recherché les règles du mouvement des projectiles, a 5
mis de côté la résistance du milieu ; Torricelli a fait de même ainsi que ceux
qui l'ont suivi : certains cependant ont reconnu le défaut de la théorie et les
erreurs qui en résultent dans la pratique. Blondel, dans son livre sur le jet
des bombes croit qu'on peut sans dommage négliger cette considération,
mais ses arguments ne suffisent pas et il n'apporte pas d'expériences faites à 10
de grandes dimensions. Du reste la recherche géométrique sur ce sujet est
plus difficile que ce qu'ont pu en attendre aisément et espérer ces hommes
pourtant très savants, les soutiens requis n'étant pas encore inventés en ce
temps-là ou en tout cas pas assez largement connus. Et pourtant il apparaît
qu'en dépendent les véritables lois des projectiles et un calcul conforme à 15
l'expérience, qui sera d'un grand usage en balistique et pour les armes à feu.

Quant à moi, voici longtemps que j'ai communiqué à la brillante Acadé-
mie Royale des sciences de Paris, lorsque j'y œuvrais¹, mes raisonnements
en cette matière, et que j'ai exposé en partie la façon de mesurer et et que
j'ai distingué les espèces. 20

La résistance du milieu est donc de deux sortes, l'une absolue, l'autre
relative, qui la plupart du temps se présentent ordinairement ensemble. La
résistance absolue est celle qui absorbe autant des forces du mobile, qu'il soit
mû à une petite ou à une grande vitesse, pourvu qu'il soit mû, et elle dépend
de l'*adhésivité* du milieu ; il en est en effet comme si les parties [du milieu] 25
étaient liées entre elles par des filaments rompus par le mouvement du mo-
bile. La même résistance a lieu dans les *frottements* des surfaces rugueuses
sur lesquelles courent les mobiles ; car les obstacles doivent y être rasés ou
du moins rabaissés, à la manière de poils élastiques se redressant ensuite à
nouveau ; or pour abaisser un corps élastique ou pour rompre un fil, il faut 30

¹ On peut raisonnablement présumer avec les éditeurs de A VIII que les deux morceaux,
datés de fin 1675, intitulés *Du Frottement. Essais Geometriques en fait de Mechanique*, se
rapportent à cette communication (A VIII, 2, pp. 342-363). On notera que les documents
officiels relatifs à l'histoire de l'Académie des sciences de Paris n'en font pas état (*ibid.*, p.
342), sans que cela invalide pour autant le témoignage donné ici par Leibniz.

modo moveatur, et pendet a medii glutinositate; perinde enim est, ac si partes filamentis motu mobilis perrum pendis, connexæ essent inter se. Eadem locum habet in frictionibus superficierum asperarum, in quibus mobilia decurrunt; nam obstacula sunt abradenda vel saltem deprimenda, 5 ad instar pilorum elasticorum sese postea rursus erigentium; ad elastrum autem deprimendum, vel ad filum rumpendum, eadem semper vis impedienda est, nec refert quæ sit agentis velocitas. Resistentia respectiva oritur ex medii densitate, et major est pro majori mobilis velocitate, eo ipso quod partes medii agitandæ sunt a penetrante, movere autem aliquid est vim 10 impendere, et eo majorem, quo major communicatur motus medii partibus, hoc est, quo celerior est motus penetrantis. Est resistentia fluidi quiescentis, erga corpus incurrens, est æqualis vi fluidi incurrentis in corpus quiescens, quæ major est cum celerior est motus fluidi, ut videmus corpora vento et aqua moveri, imo jactu aquæ satis impetuoso gravia sustineri; licet 15 hic quoque sese absoluta resistentia immisceat, a qua tamen abstrahendus est animus, cum respectivam æstimamus, quasi nulla esset medii tenacitas. Hoc quoque interst inter duas resistentiarum species, quod absoluta habet quodammodo rationem superficiei mobilis sive contactus; respectiva vero solididatas. Utrobique paradoxum occurrit, quod mobile penetrans 20 in medium uniforme ubique resistens, nunquam quidem ab eo redigetur ad quietem: a resistentia tamen absoluta corpus quod vi semel concepta movetur, neque aliunde acceleratur, certum habet limitem spatii sive penetrationis in medium, ita ut semper ad ipsum recta accedat, nunquam tamen eo perveniat, quam voco penetrationem maximam exclusivam, seu maxi- 25 mam quæ non; a resistentia vero respectiva corpus uniformiter acceleratum (ut grave descendens) habet certum limitem velocitatis, seu maximam velocitatem exclusivam, ad quam semper accedit, (ut postremo differentia sit insensibilis,) ita tamen ut eam nunquam perfecte attingat. Et hæc velocitas est illa ipsa, qua motum fluidum ad instar jactus aquæ) posset grave 30 sustinere, ne descendere incipiat. Utriusque motus leges primarias hic exponemus, quantum ista brevitatis patitur, nam cuncta distincte tradere res integri tractatus foret.

De resistentia Absoluta

Articulus I

35 Si motus Mobilis sit per se uniformis et a medio æqualiter secundum spatia retardatur.

toujours dépenser la même force, sans qu'y importe quelle est la vitesse de l'agent. La *résistance relative* provient de la densité du milieu, et est plus grande pour une plus grande vitesse du mobile, pour cela même que les parties du milieu doivent être agitées par le corps pénétrant; or mouvoir quelque chose est dépenser de la force, et une force d'autant plus grande 5 qu'un plus grand mouvement est communiqué aux parties du milieu, c'est-à-dire que la vitesse du corps pénétrant est plus rapide. La résistance d'un liquide en repos à l'égard d'un corps qui le heurte est égale à la force du fluide heurtant le corps en repos, qui est plus grande quand le mouvement du fluide est plus grand, comme nous voyons des corps être mus par le vent 10 ou par l'eau, et même que des corps pesants sont soutenus par un jet d'eau assez puissant; quoique ici aussi s'introduise la résistance absolue, dont l'esprit doit pourtant s'abstraire quand nous mesurons la résistance relative, comme si la consistance du milieu était nulle. Il y a aussi cette différence entre les deux espèces de résistances, que la résistance absolue a en quelque 15 sorte rapport à la surface du mobile ou au contact, mais la résistance relative à la solidité. De part et d'autre intervient le paradoxe selon lequel un mobile pénétrant dans un milieu partout uniformément résistant, n'est jamais ramené par lui au repos : toutefois, par la résistance absolue, le corps qui est mû une fois sa force acquise, et sans recevoir d'ailleurs une accélération, 20 a une limite déterminée d'espace ou de pénétration dans le milieu, de sorte qu'il s'en approche toujours en ligne droite, mais n'y parvient pourtant jamais, ce que j'appelle pénétration maximale d'exclusion ou la plus grande insurpassable; mais par la résistance relative, un corps uniformément accéléré (comme un corps pesant qui tombe), a une limite déterminée de 25 vitesse, ou une vitesse maximale d'exclusion, dont il s'approche toujours (pour qu'enfin la différence soit insensible), de sorte pourtant qu'il ne l'atteigne jamais complètement. Et cette vitesse est la vitesse même par laquelle un liquide en mouvement (à la manière d'un jet d'eau) pourrait soutenir un corps pesant, pour qu'il ne commence pas à descendre. Nous exposerons 30 ici les lois premières de ces deux mouvements, autant que le supporte la brièveté, car tout rapporter distinctement serait l'objet d'un traité entier.

De la résistance absolue

Article I

Si le mouvement d'un mobile est par lui-même uniforme et s'il est retardé 35 par le milieu de manière égale selon les espaces :

(1) Decrementa virium sunt proportionalia incrementis spatiorum (quæ est Hypothesis casus præsentis)

(2) Velocitates sunt proportionales spatiis: perditæ, percursis; residuæ, adhuc percurrendis. Ponantur incrementa spatii esse æqualia, erunt decre-
 5 menta virium æqualia (per propositionem 1) jam si ejusdem mobilis decre-
 menta virium sint æqualia, etiam decrementa velocitatum sunt æqua-
 lia (sunt enim vires ut quadrata velocitatum, æqualibus autem existentibus
 quadratis etiam æqualia sunt latera) itaque elementa velocitatum amissa-
 rum sunt ut elementa spatiorum percursorum, residuarum ut adhuc per-
 10 currendorum. Ergo velocitates sunt ut spatia. Nempe si in figura 1 veloci-
 tatis initio sit AE , spatium integrum in medio percurrendum sit recta AB ,
 ejus pars jam percursum AM , adhuc percurrenda MB ; velocitas residua MC
 (vel AF) amissa FE , erit ECB , recta.

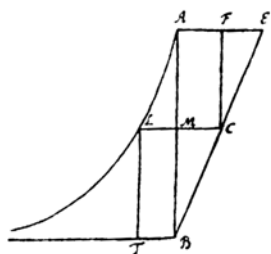


Figura 1

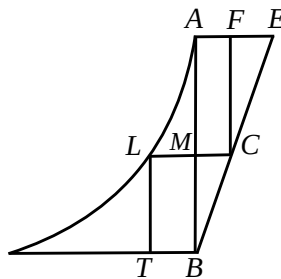


Figure 1

(3) Si spatia residua (MB vel LT) sint ut numeri, tempora insumta (ML
 15 vel BT) erunt ut logarithmi, nam si elementa spatii sint progressionis Geo-
 metricæ, erunt spatia residua ejusdem progressionis Geometricæ, ergo (per
 2) etiam velocitates residuæ, ergo incrementa temporis sunt æqualia, ergo
 tempora ipsa progressionis Arithmeticæ.

(4) Mobile M nunquam absolvit spatium percurrendum integrum (AB)
 20 etsi semper accedat ad limitem (B) patet enim BT esse asymptoton lineæ
 logarithmicæ AL , scilicet ipsius AB logarithmus hic est 0, ipsius 0 logari-
 thmus est infinitus, interim in prarim motus sit tandem insensibilis, et et
 distantia a B , prætera nullibi datur medium perfecte uniforme.

(5) Si mobie moveatur motu composito ex uniformi et æqualiter a me-
 25 dio secundum spatia retardato, seu si mobile (M) feratur in regula rigida
 (AB) secundum Hypothesin præsentem (uti revera sit satis contingit ob

(1) Les diminutions des forces sont proportionnelles aux accroissements des espaces (ce qui est l'*hypothèse* du cas présent).

(2) Les vitesses sont proportionnelles aux espaces : les vitesses perdues, aux espaces parcourus ; les vitesses restantes, aux espaces encore à parcourir. Qu'on pose égaux les accroissements d'espace, les diminutions des forces 5 seront égales (par la proposition 1) ; or si les diminutions des forces d'un même mobile sont égales, les diminutions des vitesses sont aussi égales (en effet les forces sont comme les carrés des vitesses, et si les carrés se trouvent égaux, les côtés sont aussi égaux) ; c'est pourquoi les éléments des vitesses perdues sont comme les éléments des espaces parcourus, et ceux des vitesses 10 restantes comme ceux des espaces encore à parcourir. Les vitesses sont donc comme les espaces. De fait, si sur la figure 1 la vitesse est initialement AE , si l'espace entier à parcourir dans le milieu est la droite AB , sa partie déjà parcourue AM , celle encore à parcourir MB , et si la vitesse restante est MC (ou AF) et la vitesse perdue FE , – alors ECB sera une ligne droite. 15

3) Si les espaces restants (MB ou LT) sont comme les nombres, les temps dépensés (ML ou BT) seront comme les logarithmes, car si les éléments de l'espace sont en progression géométrique, les espaces restants seront dans la même progression géométrique ; donc aussi (par 2) les vitesses restantes ; donc les accroissements du temps sont égaux, et donc les temps mêmes sont 20 en progression arithmétique.

(4) Le mobile M n'achève jamais l'espace à parcourir entier (AB), même s'il s'approche toujours de la limite (B). Il est clair en effet que BT est l'asymptote de la ligne logarithmique AL ; manifestement le logarithme de AB est ici 0, et le logarithme de 0 est infini ; cependant en pratique le mou- 25 vement devient enfin insensible, comme aussi la distance à B ; du reste, il n'existe pas de milieu parfaitement uniforme.

(5) Si un mobile est mû d'un mouvement composé d'un mouvement uniforme et d'un mouvement retardé par le milieu de façon égale suivant les espaces, c'est-à-dire si le mobile (M) est transporté sur une règle rigide 30 (AB) conformément à la présente hypothèse (qu'il en soit réellement ainsi arrive du fait du frottement, si la boule se meut en ligne droite sur une règle rigide horizontale), et si cette règle même, restant pendant ce temps parallèle à elle-même, uniformément mue, rencontre en une extrémité (B) une ligne (BT), le mobile décrira la ligne logarithmique (AL). En effet, 35 *de manière générale*, si un mobile est transporté d'un mouvement composé d'un mouvement uniforme et d'un mouvement sous une autre loi, il décrira une ligne exprimant par ses ordonnées et ses abscisses la relation entre les

friktionem, si globus in regula rigida horizontali recta moveatur) ipsa vero interim regula sibi parallela manens, unifromiter motan uno extremo (B) incedat in aliqua recta (BT) describet lineam logarithmicam (AL). Generaliter enim, si mobile feratur motu composito ex uniformi et alterius
 5 legis, describet lineam ordinatis suis et abscissis relationem inter tempora et spatia dictæ legis exprimentem, quod est memorabile theorema; habemus etiam hinc modum Physicum construendi Logarithmos, quos Geometria communis exacte construere non potest.

Articulus 2

10 Si motus sit a gravitate acceleratus, et a medio æquabiliter secundum loca retardatus.

(1) Est hoc loco Hypothesis prima eadem cum Hypothesi unica præcedenti, nempe decrements virium (id est hoc loco velocitatum) facta a resistentia absoluta, sunt proportionalia incrementis spatiorum.

15 (2) Accessiones velocitatum a gravitate sunt proportionales incrementis temporis, estque Hypothesis altera ex natura motus gravium.

(3) Dantur rectæ proportionales temporibus insumtis, a quarum unaquaque si detrahatur recta æqualis respondentis spatio percurso a puncto mobili, residua recta erit proportionalis velocitati acquisitæ; nam velocitates impressæ sunt proportionales temporibus (per 2) amissæ spatiis percursis
 20 (per 1 hic, ad modum propositionem 2 articuli præcedentis) ergo residua acquisitæ differentiis.

(4) Si velocitatum acquisitarum complementa ad maximam sint ut numeri, tempora insumta erunt ut logarithmi. Nempe retenta figura priore
 25 sit AB velocitas maxima (Quam mox patebit esse talem exclusive) AM acquisita, BM vel TL adhuc acquirend, seu complementum acquisitæ, BT et ML tempus impensum. Ex propositionibus 1 et 2 reperietur temporum BT incrementis sumtis æqualibus, velocitatum AM incrementa esse ipsi BM proportionalia. Ergo si BT logarithmi, erunt BM numeri.

30 (5) Hinc patet (ad modum propositionem 4 Articuli præcedentis) ad velocitatem maximam AB nunquam perveniri, seu esse talem exclusive.

Articulus 3

Si grave projiciatur in medio resistentiam habente absolutam.

35 Hoc est si feratur motu composito, ex motibus duorum articulorum præcedentium. In figura 2 [p. 562] ponatur grave in A positum, conans descen-

temps et les espaces de ladite loi ; ce qui est un *théorème mémorable* ; nous détenons aussi par là un mode physique de *construction des logarithmes*, que la géométrie commune ne peut pas construire de manière exacte.

Article II

Si un mouvement est accéléré par la pesanteur, et retardé par le milieu de manière égale suivant les lieux :

(1) En ce cas, la *première hypothèse* est la même que dans l'hypothèse unique précédente, à savoir que les diminutions des forces (c'est-à-dire ici des vitesses) provoquées par la résistance absolue sont proportionnelles aux accroissements des espaces. 10

(2) Les augmentations des vitesses par la pesanteur sont proportionnelles aux accroissements du temps, et c'est la *seconde hypothèse* tirée de la nature du mouvement des corps pesants.

(3) Étant données des droites proportionnelles aux temps dépensés, dont on retire de chacune une droite égale à l'espace correspondant parcouru par le point mobile, la droite restante sera proportionnelle à la vitesse acquise ; en effet, les vitesses imprimées sont proportionnelles aux temps (par 2), les vitesses perdues sont proportionnelles aux espaces parcourus (par 1 ici, de la même façon qu'à la proposition 2 de l'article précédent), et donc les vitesses acquises restantes sont proportionnelles à leurs différences. 20

(4) Si les compléments à la vitesse maximale des vitesses acquises sont comme les nombres, les temps dépensés seront comme les logarithmes. À savoir, *en conservant la figure précédente*, soient AB la vitesse maximale (qui paraîtra bientôt être telle par exclusion), AM la vitesse acquise, BM ou TL la vitesse encore à acquérir ou complément de la vitesse acquise, BT et ML le temps employé. Par les propositions 1 et 2, on trouve, en prenant égaux les accroissements des temps BT , que les accroissements des vitesses AM sont proportionnels à BM . Donc si BT sont des logarithmes, BM seront des nombres. 25

(5) De là il est manifeste (à la manière de la proposition 4 de l'article précédent), qu'on ne parvient jamais à la vitesse maximale AB , c'est-à-dire qu'elle l'est par exclusion. 30

Article III

Si un corps pesant est projeté dans un milieu ayant une résistance absolue :

C'est-à-dire s'il est transporté d'un mouvement composé des mouvements des deux articles précédents. Sur la figure 2 [p. 562], qu'on suppose 35

dere in AG et parallelis, projici ex A directione AMB , angulo quocunque MAG , et describere lineam AP ; sit AB via maxima exclusiva articuli primi, compleantur parallelogramma $MAGP$, $BAGK$.

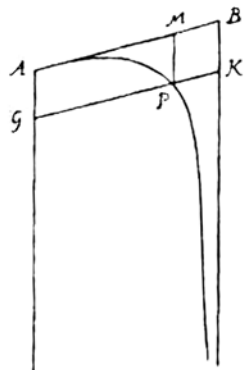


Figura 2

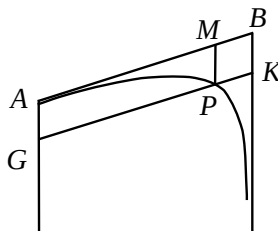


Figure 2

(1) Recta horizonti perpendicularis (BK) per (B) limitem penetrationis
 5 (seu per punctum ad quod mobile motu per se uniformi, in medio uniformi
 et absolute resistente, in recta AM progrediens, penetrare non potest) est li-
 neæ projectionis asymptotos, seu lineæ duæ, videlicet recta BK et curva AP ,
 utunque continuatæ sibi quidem semper accedunt, sese tamen nunquam
 attingunt, quia mobile ad partes B in AB et parallelis eodem modo tendit
 10 motu composito, ac si secundum solius articuli primi leges sine gravitate
 ferretur, nunquam ergo pervenit ad B , vel aliquod ei æquivalens punctum
 in recta BK utcunque producta.

(2) Linea projectionis non est ex numero conicarum; non utique parabola,
 circulus aut ellipsis, hæ enim carent asymptotis. Non hyperbola, neque
 15 enim hic ut in hyperbola per punctum aliquod in recta utrique indefinita
 BK sumtum, duci potest adhuc alia linea asymptotos.

(3) Datur certa quædam linea simplex (hoc est paraboloides aut hyperboloeides)
 cuius abscissæ, si sint proportionales spatiis (BM) residuis ad li-
 mitem penetrationis (AB) projectioni præscriptum: Lineam simplicem hic
 20 intelligo, cujus ordinatæ sunt in ratione quacunque multiplicata aut sub-
 multiplicata abscissarum. Itaque sensus est, velocitates descensui adhuc de-
 ficientes, esse in ratione spatiorum adhuc limiti penetrationis deficientium,
 secundum certum aliquem numerum constantem multiplicata. Hoc ex eo
 demonstratur, quod ambo possunt intelligi progressionis Geometricæ, si

que le corps pesant placé en A , tendant à descendre sur AG et ses parallèles, soit projeté de A dans la direction AMB à un angle quelconque MAG , et qu'il décrive la ligne AP ; soit AB la trajectoire maximale par exclusion de l'article premier, et qu'on complète les parallélogrammes $MAGP$, $BAGK$.

(1) La droite (BK) perpendiculaire à l'horizon passant par la limite de 5
pénétration B (c'est-à-dire par le point auquel ne peut pénétrer le mobile progressant d'un mouvement par lui-même uniforme sur la droite AM dans un milieu uniforme et résistant de façon absolue) est asymptote à la ligne de projection : c'est-à-dire que les deux lignes, visiblement la droite BK et la courbe AP , continuées en quelque façon que ce soit, s'approchent toujours 10
l'une de l'autre mais ne se rejoignent pourtant jamais, parce que le mobile tend d'un mouvement composé du côté de B sur AB et sur les parallèles de la même façon que s'il était transporté sans pesanteur suivant les lois du seul article premier; il ne parvient donc jamais à B , ou à un point équivalent sur la droite BK prolongée autant qu'on veut. 15

(2) La ligne de projection n'est pas du nombre des coniques; elle n'est évidemment pas parabole, cercle ou ellipse, car ces lignes n'ont pas d'asymptotes. Elle n'est pas hyperbole, puisqu'en effet ici on ne peut pas, comme dans l'hyperbole, mener encore par un point pris sur la droite de part et 20
d'autre indéfinie BK une autre ligne asymptote.

(3) Il y a une *ligne simple* déterminée (c'est-à-dire parabolicoïde ou hyperbolicoïde), dont, si les abscisses sont proportionnelles aux espaces (BM) restants jusqu'à la limite de pénétration imposée à la projection (AB), les ordonnées sont proportionnelles aux vitesses encore manquantes pour ac- 25
quérir la limite de vitesse imposée à la chute : j'entends ici par ligne simple une ligne dont les ordonnées sont dans une raison quelconque multiple ou sous-multiple des abscisses. C'est pourquoi il est clair que les vitesses qui manquent encore à la chute sont en raison, multiple selon un nombre déterminé constant, des espaces qui manquent encore à la limite de péné- 30
tration. On le démontre à partir de ce que les deux [variations] peuvent être conçues en progression géométrique, si les temps dépensés sont en progression arithmétique, d'après l'article 1 et la proposition 4 de l'article 2, et si de part et d'autre le logarithme du plus grand nombre est 0, celui du plus petit est infini, d'après la proposition 4 de l'article 1 et la proposition 5 de l'article 2. Comme le nombre multipliant la raison est rationnel, il en ré- 35
sulte une ligne parabolicoïde ou hyperbolicoïde de la géométrie ordinaire. De plus ce nombre peut être trouvé par les expériences.

tempora insumta sint progressionis Arithmeticae per articuli 1 propositionem 3, et articuli 2 propositionem 4, et utrobique numeri maximi logarithmus est 0, minimi infinitus, per articuli 1 propositionem 4, et articuli 2 propositionem 5. Cum numerus rationem multiplicans est rationalis, oritur aliqua linea paraboloides aut Hyperboloeides Geometriae communis. Porro hic numerus quibusdam experimentis inveniri potest.

(4) Inveniri potest linea projectionis AP , seu ratio inter coordinatas AG spatium descensus, et AM spatium progressionis per se uniformis. Nam articuli 2 propositione 3 datur ratio simplex inter tempus insumtum, spatium descensu percursum AG , et velocitatem descensu acquisitam in G . In hac relatione pro tempore substituitur AM , ope relationis inter ipsa datae articuli 1 propositione 3: restat ergo ratio inter AG et AM , quae etsi sit transcendes, tamen nihil aliud supponit quam Logarithmos.

Articulus 4

De Resistencia Medii respectiva, si motus per se uniformis a medio uniformiter [ret]ardatur proportionem velocitatis.

Quemadmodum sit consideratantum medii densitate, nulla habita ratione tenacitatis.

(1) Diminutiones velocitatum sunt in ratione composita velocitatum praesentium et incrementorum spatii. Quae est Hypothesi casus praesentis.

(2) Si velocitates residuae (ut MB seu LT figurae 1 [p. 558]) sint ut numeri, spatia percurra (BT seu ML) sunt ut Logarithmi. Eodem modo demonstratur, ut articuli 1 propositione 3, si pro spatiis illic positos, ponas velocitates, et pro temporibus, spatia.

(3) Si tempora insumta, certa quantitate constanti aucta, sint ut numeri; spatia percurra sunt ut Logarithmi. Nam spatii elementis existentibus aequalibus, temporis elementa sunt reciproce ut velocitates, nec est crescunt progressionem Geometrica (per praecedentem) ergo (ex quadratura logarithmica) tempora constanti quantitate aucta etiam sunt progressionis Geometricae.

(4) Hinc etiam tempora constanti quantitate aucta sunt reciproce ut velocitates residuae. Patet ex consideratione praecedentis. Constans autem illa quantitas est tempus finitum quo spatium infinitum, si prima velocitas ea proportionem cresceret, qua nunc a resistencia medii diminuitur. Et potest in-

(4) On peut trouver la ligne de projection AP ou la relation par elle-même uniforme entre les coordonnées AG , espace de chute, et AM , espace de progression. Car (article 2, proposition 3), il y a une relation simple entre le temps dépensé, l'espace parcouru par la chute AG , et la vitesse acquise par la chute en G . Que dans cette relation on substitue pour le temps AM , 5 à l'aide de la relation donnée entre eux à la proposition 3 de l'article 1, il reste donc la relation entre AG et AM , qui, bien qu'elle soit transcendante, ne suppose rien d'autre que les logarithmes.

Article IV

De la résistance relative du milieu, si le mouvement par lui-même uniforme 10 est retardé par le milieu en proportion de sa vitesse :

Tout comme il arrive quand on ne considère que la densité du milieu, sans tenir aucun compte de sa consistance.

(1) Les diminutions des vitesses sont en raison composée des vitesses présentes et des accroissements de l'espace. Ce qui est l'*hypothèse* du cas 15 présent.

(2) Si les vitesses restantes (comme MB ou LT , *figure 1* [p. 558]) sont comme les nombres, les espaces parcourus (BT ou ML) sont comme les logarithmes. On le démontre de la même manière qu'à la proposition 3 de l'article 1, si au lieu des espaces alors posés on pose les vitesses, et au lieu 20 des temps les espaces.

(3) Si les temps pris ensemble, augmentés d'une quantité déterminée constante, sont comme les nombres, les espaces parcourus sont comme les logarithmes. En effet, les éléments d'espace se trouvant égaux, les éléments 25 de temps sont réciproquement comme les vitesses, c'est-à-dire croissant en progression géométrique (par la proposition précédente), et donc (d'après la quadrature de la courbe logarithmique), les temps augmentés d'une quantité constante sont en progression géométrique.

(4) De là que les temps augmentés d'une quantité constante sont aussi réciproquement comme les vitesses restantes. Cela ressort de la considéra- 30 tion précédente. Car cette quantité constante est le temps fini avec lequel serait parcouru un espace infini, si la première vitesse croissait dans la proportion où elle est maintenant diminuée par la résistance du milieu. Et on peut trouver cette quantité par deux expériences, d'après la comparaison des espaces et des temps, et même par une seule expérience, où on considère le 35 temps et la vitesse.

veniri hæc quantitas duobus experimentis, ex collatis spatiis et temporibus, imo unico experimento, in quo considerantur tempus et velocitas.

Articulus 5

Si motus a gravitate acceleratus a medio uniformi retar-
5 detur proportionem velocitatis.

(1) Est hoc loco hypothesis 1 eadem cum hypothesis unica articuli præcedentis.

(2) Et hypothesis 2 est eadem cum hypothesis 2 articuli secundi.

(3) Resistentia est ad impressionem novam, a gravitate eodem temporis
10 elemento factam (seu diminutio velocitatis ad accessionem) ut quadratum
excessus velocitatis maximæ super acquisitam est ad quadratum maximæ.
Nam ex propositione 1 (hic) sequitur resistentias esse in composita ratione
elementorum temporis et quadratorum velocitatum; at impressiones novæ
sunt ut elementa temporis per propositionem 2, et in casu maximæ veloci-
15 tatis diminutio et accessio velocitatis sunt æquales. Unde facile concluditur
propositum.

(4) Si rationes inter summam et differentiam velocitatis maximæ et mi-
noris assumptæ, sint ut numeri; tempora, quibus assumptæ velocitates sunt
acquisitæ, erunt ut Logarithmi. Cum enim incrementum velocitatis sit dif-
20 ferentia inter impressionem et resistentiam, hinc (ex præcedenti) statim se-
quitur impressionem esse ad incrementum velocitatis, ut quadratum veloci-
tatis maximæ ad excessum hujus quadrati super quadratum præsentis velo-
citatis assumptæ. Ex quo scimus per quadraturas summam impressionum in-
de ab initio, quæ est proportionalis insumto tempori, esse ut Logarithmum,
25 si numerus sit qualem in propositione hac enunciamus.

(5) Velocitas maxima est talis exclusive, seu nunquam attingi potest, etsi
ad eam intervallo inassignabili accedatur. Nam cum ratio est æqualitatis,
seu cum velocitas assumpta est incipiens, sive infinite parva, tempus (adeo-
que logar.) est 0, et proinde cum sit ratio infinita, hoc est, cum veloci-
30 tas assumpta est ipsamet maxima, logarithmus rationis est infinitus. Itaque
ad eam velocitatem acquirendam infinito tempore opus foret. Inveniri au-
tem potest maxima velocitas per duo experimenta, collatis temporibus et
velocitatibus, item per propositionem 3.

(6) Si velocitates acquisitæ (*AV* figuræ 3 [p. 568]) sint ut sinus (arcum *HK*
35 portionum quadrantis circularis *HKB*) erunt spatia percurra (*AS*) ut Loga-
rithmi sinuum complementi (*VK*) posito radium eu sinum totum (*AB*)
esse ut velocitatem maximam. Nam ex hypothesis 2 sequitur incrementa

Article V

Si un mouvement accéléré par la pesanteur est retardé par un milieu uniforme en proportion de la vitesse :

(1) En ce cas l'hypothèse 1 est identique à l'hypothèse unique de l'article précédent.

5

(2) Et l'hypothèse 2 est identique à l'hypothèse 2 de l'article second.

(3) La résistance est à la nouvelle impression produite par la pesanteur pendant le même élément de temps (ou la diminution de la vitesse est à son augmentation) comme le carré de l'excès de la vitesse maximale sur la vitesse acquise est au carré de la vitesse maximale. En effet par la proposition 1 (cet article) il s'ensuit que les résistances sont en raison composée des éléments de temps et des carrés des vitesses ; mais les impressions nouvelles sont comme les éléments de temps par la proposition 2, et dans le cas de la vitesse maximale, la diminution et l'augmentation de vitesse sont égales. D'où l'on conclut aisément ce qui est proposé.

15

(4) Si les raisons entre la somme et la différence de la vitesse maximale et d'une vitesse supposée plus petite, sont comme les nombres, les temps durant lesquels les vitesses supposées sont acquises seront comme les logarithmes. Puisqu'en effet l'accroissement de vitesse est la différence entre les impressions et la résistance, dès lors (par ce qui précède) il s'ensuit aussitôt que l'impression est à l'accroissement de vitesse comme le carré de la vitesse maximale à l'excès de ce carré sur le carré de la présente vitesse supposée. À partir de cela, nous savons par les quadratures que la somme des impressions depuis le commencement [du mouvement], qui est proportionnelle à l'ensemble du temps, est comme un logarithme, si le nombre est tel que nous l'avons énoncé dans cette proposition.

20

25

(5) La vitesse maximale l'est par exclusion, c'est-à-dire qu'elle ne peut jamais être atteinte, même si on s'en approche d'un intervalle inassignable. Car, quand la raison est d'égalité, c'est-à-dire quand la vitesse supposée est la vitesse commençante ou infiniment petite, le temps (et donc le logarithme) est 0, et par conséquent quand la raison devient infinie, c'est-à-dire quand la vitesse supposée est elle aussi la plus grande, le logarithme de la raison est infini. C'est pourquoi il faudrait un temps infini pour acquérir cette vitesse. Mais on peut trouver la vitesse maximale à l'aide de deux expériences, par la comparaison des temps et des vitesses, de même à l'aide de la proposition 3.

30

35

(6) Si les vitesses acquises AV (figure 3 [p. 568]) sont comme les sinus (des portions des arcs HK du quart de cercle HKB), les espaces parcourus (AS) seront comme les logarithmes du complément (VK) des sinus, supposé que

spatii esse in ratione composita velocitatum acquisitarum et impressionum gravitatis, sed impressiones sunt ad incrementa velocitatis, ut enunciatur in demonstratione propositionis 4. Hinc sequitur incrementa spatii esse in ratione composita incrementorum velocitatis et velocitatum directæ, et reciproca ratione excessus quadrati maximæ velocitatis super quadratum assumptæ. Unde scimus per quadraturas sequi propositum. Patet hinc Logarithmum sinus totius esse 0 (cum velocitas est 0) at evanescentis sinus complementi (cum velocitas est maxima) Logarithmum seu spatium esse infinitum, unde rursus patet velocitatem maximam nusquam attingi.

- (7) Si spatia percurra (AS figuræ 3) sunt ut Logarithmi sinum (KV , arcuum BK) tempora insumta sunt, ut logarithmi rationum, quæ sunt inter sinum versum (BV) et (VD) complementum ejus ad (BD) diametrum, seu duplum sinus totius (AB). Patet ex collatis propositionibus 4 et 6.

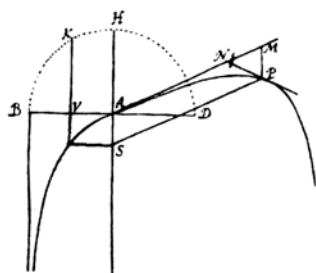


Figura 3

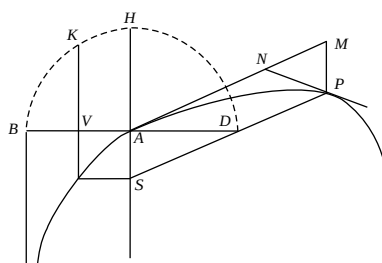


Figure 3

Articulus 6

- Si grave projiciatur in medio uniformi resistentiam habente respectivam.

Seu feratur motu composito ex motibus duorum articulorum præcedentium. Sit (figura 3) projectio in AM et parallelis, descensus in AS et parallelis, angulo MAS quocunque; locus motus compositi P habetur completo parallelogrammo $MASP$.

(1) Inveniri potest lineæ projectionis (seu relatio inter AS et AM). Ex spatio AS datur (per articuli 5 propositionem 6). AV velocitas descendendi in S , seu in P . Ex hac (per propositionem 7) datur tempus insumtum. Ex hoc (per articuli 4 propositionem 3) datur spatium AM seu SP ; ex datis igi-

le rayon ou le sinus total (AB) soit comme la vitesse maximale. En effet, il suit de l'hypothèse 2 que les accroissements de l'espace sont en raison composée des vitesses acquises et des impressions de la gravité, mais les impressions sont aux accroissements de vitesse comme il est énoncé dans la démonstration de la proposition 4. Il s'ensuit que les accroissements de l'espace sont en raison composée directe des accroissements de vitesses et des vitesses, et en raison inverse de l'excès du carré de la vitesse maximale sur le carré de la vitesse supposée. Il en ressort que le logarithme du sinus total est 0 (quand la vitesse est 0), mais que le logarithme du complément de sinus disparaissant (quand la vitesse est maximale), ou l'espace, est infini, d'où il est clair de nouveau que la vitesse maximale n'est jamais atteinte.

(7) Si les espaces parcourus AS (*figure 3*) sont comme les logarithmes des sinus (KV des arcs BK), les temps dépensés sont comme les logarithmes des raisons qui sont entre le sinus versé (BV) et (VD) son complément au diamètre BD , c'est-à-dire le double du sinus total (AB). Cela est clair en comparant les propositions 4 et 6.

Article VI

Si un corps pesant est projeté dans un milieu uniforme ayant une résistance relative :

Ou s'il est transporté d'un mouvement composé des mouvements des deux articles précédents. Soient (*figure 3*) la projection sur AM et sur ses parallèles, la chute sur AS et sur ses parallèles, sous l'angle quelconque MAS ; le lieu du mouvement composé P est obtenu en complétant le parallélogramme $MASP$.

(1) La ligne de projection (ou la relation entre AS et AM) peut être trouvée. D'après l'espace AS est donnée (par la proposition 6 de l'article 5) la vitesse AV de chute jusqu'à S ou à P . D'après celle-ci (par la proposition 7) est donné le temps employé. D'après lui (par la proposition 3 de l'article 4) est donné l'espace AM ou SP . D'après donc les lignes abscisses données AS , sont données les ordonnées SP ; et par conséquent les points de la ligne peuvent être trouvés.

(2) La ligne tangente, ou la direction du mobile sur elle, peut être trouvée. Sur AM qu'on prenne MN , qui soit à MP comme la vitesse en M , trouvée d'après le temps dépensé (proposition 4 de l'article 4), est à la vitesse en S , trouvée d'après le même temps (proposition 4 de l'article 5); la droite joignant NP touche la courbe au point P . Et comme la vitesse de chute est la même en P qu'en S , et que pareillement la vitesse de poursuivre

tur lineis abscissis AS , dantur ordinatæ SP ; ac proinde lineæ puncta inveniri possunt.

(2) Inveniri potest lineæ tangens, seu ipsius mobilis in ea directio. In AM sumatur MN , quæ sit ad MP , ut velocitas in M , inventa per tempus
 5 insumtum (articuli 4 propositione 4) ad velocitatem in S inventam per idem tempus (articuli 5 propositione 4) et juncta NP tanget curvam in puncto P . Et cum eadem sit velocitas descendendi in P , quæ in S , itemque velocitas persequendi projectionis directionem in P , quæ in M , patet qualis illa sit in puncto P ; patet etiam qua vi mobile in ipsa linea projectionis feratur,
 10 velocitas enim in linea est ad velocitatem descensus, ut NP ad MP .

Possemus etiam in unum componere resistantiam absolutam ex articulis 1, 2, 3 et respectivam ex articulis 4, 5, 6, uti certe revera concurrunt in natura, sed prolixitas hic vitanda est. Multa ex his deduci possent praxi accomodata, sed nobis nunc fundamenta Geometrica jecisse suffecerit,
 15 in quibus maxima consistebat difficultas. Et fortassis attente consideranti vias quasdam novas vel certe satis antea impeditas aperuisse videbimur. Omnia autem respondent nostræ Analysisi infinitorum, hoc est calculo summarum et differentiarum (cujus elementa quædam in hic actis dedimus) communibus quoad licuit verbis ex expresso.

20 Occasione eorum quæ de usu pulveris pyrii mechanico in Lipsiensibus pariter Actis, ac Roterodamensibus Novellis vidi, dicam primum celeberrimum Thevenotium, quod mihi constet, de tali re cogitasse, ad Hydraulica negotia, unde et mihi aliqua porro meditandi materia nata est, quam comprehendat περιάνδρου κλεάνθης. Quod obiter hic adjicere volui.

18 elementa quædam vide: G.W. Leibniz, *Nova methodus pro maximis et minimis* ... , «Acta Eruditorum», oct. 1684, pp. 467-473. **20-24** Occasione ... volui. sane e *Dynamica exclusum fore* **20-21** Lipsiensibus ... Novellis vide: D. Papin, *Excerpta ex ... litteris ad — de novo pulveris pyrii usu*, «Acta eruditorum», sept. 1688, pp. 497-501; *Mémoire ... touchant un nouvel usage de la poudre à Canon, où se void la Description d'une Machine inventée pour cet effet*, «Nouvelles de la République des Lettres», sept. 1688, pp. 982-991. **21-22** Thevenotium ... cogitasse ex notis fontis non procedit. **23-24** περιάνδρου κλεάνθης scilicet «Periandri Cleantes», vide Gallicam adnotationem.

la direction de projection est la même en P qu'en M , on voit quelle elle est au point P . On voit aussi avec quelle force le mobile est transporté sur cette même ligne de projection, en effet la vitesse sur cette ligne est à la vitesse de descente comme NP à MP .

Nous aurions pu aussi réunir la résistance absolue d'après les articles 1, 2, 3, et la résistance relative d'après les articles 4, 5, 6, comme elles se rencontrent en réalité dans la nature, mais cette prolixité est ici à éviter. Bien des choses adaptées à la pratique pourraient être déduites de ces propositions, mais il nous a suffi d'avoir jeté maintenant les fondements géométriques, en lesquels consistait la plus grande difficulté. Et peut-être, à qui y regarde attentivement, nous paraîtrons avoir ouvert des voies nouvelles ou du moins auparavant assez embarrassées. Car tous ces résultats s'accordent à notre *Analyse des infinis*, c'est-à-dire au *calcul des sommes et des différences* (dont nous avons donné des éléments dans ces *Acta eruditorum*²) exprimé autant qu'il était possible avec les mots ordinaires.

A l'occasion de ce que j'ai vu à propos de l'usage mécanique de la poudre à canon dans les *Acta* de Leipzig aussi bien que dans les *Nouvelles* de Rotterdam³, je dirais que le premier à avoir réfléchi à ce sujet, en vue des applications hydrauliques, autant que je sache, est le très célèbre Thévenot; de là m'est venue une matière à méditation, que saisisait Περιάνδρου Κλεάνθης⁴. Ce que j'ai voulu ajouter ici au passage.

²Cf. l'Appendice à la Section 1 de la Partie 1, ici pp. 88-103.

³Leibniz commet un lapsus en localisant les «Nouvelles» à Rotterdam alors qu'elles paraissaient à Amsterdam. L'article de Papin cite un autre article anonyme paru sous le titre *Ad Majorem Dei Gloriam*, «Nouvelles de la République des Lettres», juillet 1687, pp. 516-523. Une lettre en français du 24 mai 1686 y est citée (p. 519) sans nom de l'auteur : il s'agit de Christiaan Huygens : cf. OC IX, p. 78-79, avec la note qui confirme que le nom de l'auteur de l'article de juillet 1687 est inconnu. Il sera désigné par Leibniz dans une lettre ultérieure à Papin comme un «Stifts-hauptmann à Zoedtenbourg» (*Leibnizens und Huygens' Briefwechsel mit Papin*, ... hrsg. von Ernst Gerland, Berlin : Ak. der Wiss. 1881 ; Vaduz : Sändig 1996, p. 297).

⁴«Le Cléanthe de Périandre». Huygens note à ce propos : «Je ne comprends pas» («Non intelligo», OC XXII, p. 795 ; A III, 7, p. 132.). Il est possible qu'il y ait une référence à la table d'or de Milet, qui passe d'un sage à un autre plus sage ; voir par exemple la version donnée par Pierre de Besse : «Quin et S. Cyrillus Alexandrinus invectiva in Iulianum apostatam egregiam ... historiam narrat. ... Tum Milesii communi consensu, Thianti mensam dedere, qui tum omnium mortalium habebatur sapientissimus, is eam accipere renuens, Cleanthi cessit, Cleanthes Perianthro, is protinus alii, atque ita in orbem itum est, donec tandem Deo cessit Delphico» (*Conciones sive conceptus theologici... authore Petro Besseo*, Köln : Joh. Kinck 1614, p. 169.)

O. V. E. Additio ad Schediasma de Medii resistentia,
publicatum in Actis mensis Februarii 1689.

Postquam Meditationes quasdam de Medii resistentia in his Actis publi-
cavi, venire in manus meas, quæ Viri in Mathematica naturæ cognitione
5 præcellentissimi Hugenius et Newtonus in novissimis operibus de
eodem argumento sunt commentati. Animadverti autem eos respectivam
tantum (quam voco) resistentiam attigisse, qualem scilicet sentit corpus in
liquido tenacitate notabili carente, velut in aëre; non vero absolutam, quæ
oritur a tenacitate medii, aut asperitate superficiei contactus attritum effi-
10 ciente, inter quas multum interesse jam tum ostendi; cum respectiva habeat
respectum ad celeritatem mobilis, eaque aucta crescat, absoluta non item.
Circa respectivam video nos iisdem fundamentis inædificasse, etsi prima
fronte aliud videri possit. Ipsi enim statuunt resistentias in duplicata ratio-
ne velocitatum; ego vero absolute loquendo resistentias (quas decrementis
15 velocitatis a medii densitate ortis existimo) esse dixi in ratione composita ve-
locitatum et elementorum spatii, quæ scilicet velocitatibus respondentibus
decurri inchoantur, unde jam elementis temporis sumtis æqualibus (quo
casu elementa spatii decurrenda velocitatibus proportionalia sunt) utique
resistentiæ erunt in duplicata ratione velocitatum; quod etiam annotave-
20 ram sub Articulum 5, propositione 3. Nec dissentit conclusio circa relatio-
nem inter tempora et velocitates in gravi per medium descendente. Hanc
enim ad sectorem hyperbolicum reduxit Newtonus, ad seriem infini-
tam Hugenius, quam invenit pendere a quadratura hyperbolæ, nos ad
logarithmos articulo 5., propositione 4, tanquam perfectissimum talia ex-
25 primendi modum præbentes. Nempe sit velocitas maxima a , præsens v ,
tempus t fiet $t = \int, dv. aa : \overline{aa - vv}$ quo posito, t sunt ut Logarithmi
rationum $a + v$ ad $a - v$, fit etiam $t = \frac{1}{1}v + \frac{1}{3}v^3 + \frac{1}{5}v^5 + \frac{1}{7}v^7$ etc. po-
sita a unitate. Circa compositionem motus in medio resistente rectissime
monuit celeberrimus Hugenius, eam non ita simpliciter locum habere,

2 Februarii sic, sed Januarii 25-26 præsens | *b corr. ed.* | ... | *fie corr. ed.* | secundum L
1 O. V. E. pro GO.[tifredi] GV.[uilelmi] LE.[ibnitii] 5 novissimis operibus vide: I.
Newton, *Philosophiæ naturalis Principia mathematica*, l. II, s. II, *De motu corporum quibus
resistitur in duplicata ratione velocitatum*; C. Huygens, *Traité de la lumière ... avec un
Discours de la cause de la pesanteur*, À Leide: P. van der Aa 1690, pp. 173-176; OC XXI,
482-484).

Addition à l'Étude sur la résistance du milieu, publiée
dans les *Acta eruditorum*, de l'année 1689

Après que j'ai publié dans ces Actes quelques méditations sur la résistance du milieu, sont venues entre mes mains les contributions sur le même sujet dans les ouvrages récents des hommes remarquables dans la connaissance mathématique de la nature que sont Huygens et Newton. Mais j'ai remarqué qu'ils ne se sont occupés que de la résistance que j'appelle relative, comme celle donc que ressent un corps dans un liquide dénué de consistance notable, comme dans l'air ; mais non de la résistance absolue, qui provient de la consistance du milieu ou de la rugosité de la surface de contact produisant un frottement. J'ai déjà montré qu'il y a une grande différence entre les deux : alors que la résistance relative a un rapport à la vitesse du mobile, et s'accroît quand la vitesse augmente, il n'en est pas de même pour la résistance absolue. S'agissant de la résistance relative, j'observe que nous avons bâti sur les mêmes fondements, même si de prime
10
abord, on pourrait le voir autrement. Eux en effet estiment les résistances en raison double des vitesses ; quant à moi, j'ai dit qu'absolument parlant les résistances (que je mesure par les décroissances des vitesses venues de la densité du milieu) sont en raison composée des vitesses et des éléments d'espace, lesquels commencent à diminuer aux vitesses correspondantes, d'où
20
dès lors en prenant des éléments de temps égaux (auquel cas les éléments d'espace à diminuer sont proportionnels aux vitesses) les résistances seront bien en raison double des vitesses ; ce que j'avais aussi noté à l'article 5, proposition 3. La conclusion concernant la relation entre les temps et les vitesses dans un corps pesant tombant au travers d'un milieu ne s'en écarte
25
pas non plus. En effet Newton l'a réduite à un secteur hyperbolique, Huygens à une série infinie, dont il a découvert qu'elle dépend de la quadrature de l'hyperbole, et nous aux logarithmes, à l'article 5, proposition 4, pour autant qu'ils offrent la manière la plus parfaite d'exprimer de telles propriétés. Soit donc a la vitesse maximale v la vitesse actuelle, t le temps, il viendra
30
 $t = \int \frac{a^2}{a^2 - v^2} dv$; ceci posé, les t sont comme les logarithmes des raisons de $a + v$ à $a - v$; il vient aussi [la série] $t = \frac{1}{1}v + \frac{1}{3}v^3 + \frac{1}{5}v^5 + \frac{1}{7}v^7$ etc., a posée comme l'unité. Au sujet de la composition du mouvement dans un milieu résistant, le très célèbre Huygens a très justement averti qu'elle n'a

ut in motu libero, itaque ea quam exposui Articulo 3 et 6 ita accipienda est verbi gratia, ac si corpus aliquod moveatur in medio secundum unam legem motus compositi, et huic ipsi corpori (veluti navi) sit inclusum medium ejusdem cum priori naturæ in quo iterum aliud corpus feratur, cujus
5 jam motus ex communi navis motu, et ipsius proprio, velut projectionem faciet, ita se habentem, ut descripsimus.

pas lieu aussi simplement que dans un mouvement libre⁵ ; c'est pourquoi ce que j'ai exposé aux articles 3 et 6 doit être entendu, par exemple, comme si un corps était mû dans un milieu selon une loi du mouvement composé, et que dans ce même corps (comme dans un bateau) soit contenu un milieu de même nature que le premier, dans lequel de nouveau un autre corps 5 soit transporté, dont alors le mouvement issu du mouvement commun du bateau et du sien propre fera pour ainsi dire une projection qui se trouve conforme à ce que nous avons décrit.

⁵ « J'avois crû de pouvoir estimer la resistance par son effect prochain, c'est à dire par la diminution de la vistence du corps, qui la sent, et je m'estois asses expliqué là dessus dans tout mon discours, mais j'advouë qu'il demande de l'attention. Il est tres vray, comme vous avés remarqué, Monsieur, que dans un jet libre par un milieu resistant, la simple composition des deux mouvemens ne peut avoir lieu, et pour que mon article 6 puisse trouver place, il faut une hypothese particuliere », À Huygens, 20 février/2 mars 1691 (A III, 5, p. 59).

Addendum 2 TENTAMEN DE MOTUUM CÆLESTIUM CAUSIS

[82]

Traditio

- AE* *Tentamen de motuum cælestium causis*, «Acta eruditorum», febr. 1689, pp. 82-96 (textum propositum cum emendationibus ex *L*₁, *L*₂ et *C*₂)
- L*₁ LH 35, 9, 2 ff. 54-55, 77-78 (corrigena et addenda manu Leibnitii)
- L*₂ LH 35, 9, 2 ff. 60-61 (Leibnitii emendata transcriptio e ff. 77-78)
- L*₃ LH 35, 9, 2 f. 67^v (instar Appendicis textum propositum)
- C*₁ LH 35, 9, 2 ff. 62-65 (alicuius scribæ partialis transcriptio e f. 55 a Leibnitio emendata)
- C*₂ LH 35, 9, 2 ff. 74-76 (alicuius scribæ transcriptio e *C*₁ a Leibnitio emendata, textum propositum)
- E* GM 6, pp. 161-187

Constat Veteres præsertim qui Aristotelis et Ptolomæi placita secuti sunt, [547]
5 nondum satis agnovisse naturæ majestatem, quæ nostro demum et præcedenti ævo præsentius illuxit, ex quo repertum est Hypothesin quæ primarios planetas circum solem agit, phænomenis pulchre satisfacere. Hæc mirifice illustrata sunt Tychonis observationibus, quibus ille solito accuratioribus animum adjecit primus, et orbium solidorum apparatus minime
10 decorum ex cœlo sustulit. Etsi autem ex Herculeis laboribus suis non satis fructus perceperit, partim præjudiciis quibusdam exclusus, partim mor-

3 TENTAMEN DE MOTUUM CÆLESTIUM causis, auctore G.G.L. *AE* 364.4-366.4 Constat ... mortalibus secundum *L*₁ 5 satis add. *L*₁ 6-9 ex quo (1) Copernicus pulcherrimam Pythagoreorum Hypothesin, quam ipsi fortasse magis suspitione libasse, quam recte constituisse videntur, e tenebris revocatam, summa simplicitate phænomenis satisfacere ostendit. *Tycho* autem Copernicum in summa systematis (excepta Solis Terræque transpositione) secutus, ad observationes solito accuratiores animum adjecit, *AE* (2) repertum ... primus, *L*₁

8 Tychonis observationibus vide: T. Brahe, *Astronomiæ instauratæ progymnasmata* ... primum cæpta Uraniburgi Daniæ, aſt Pragæ Bobemiæ absoluta, Francofurti: apud G. Tampachium 1610; *Opera omnia sive Astronomiæ instauratæ Progymnasmata*, Francofurti: Schönewetter 1648.

Addendum 2

ESSAI SUR LES CAUSES DES MOUVEMENTS CÉLESTES

On sait que les anciens, principalement ceux qui ont suivi les préceptes d'Aristote et de Ptolémée, n'ont jamais assez reconnu la grandeur de la nature, 5 qui a été plus récemment mise en évidence par notre siècle et le précédent, depuis que l'on a trouvé que l'hypothèse qui traite des planètes primaires autour du Soleil satisfait excellemment aux phénomènes⁶. Toutes ces choses ont été merveilleusement éclairées grâce aux observations de Tycho, lequel fut le premier à appliquer habituellement son esprit aux plus précises, et retira du ciel 10 l'appareil si peu approprié des orbes solides. Or bien qu'il n'ait pas suffisamment aperçu le fruit issu de ses travaux herculéens, en partie parce qu'empêché par divers préjugés, en partie par une mort prématurée, il est arrivé pourtant par la divine providence que ses observations et ses contributions parvinrent aux mains d'un homme incomparable, à qui le destin avait réservé d'être le 15 premier à faire connaître aux mortels *les décrets du ciel, avec l'assurance de la réalité et les lois des Dieux*.

Il découvrit donc que chaque planète primaire décrit une orbite elliptique, dans l'un des foyers de laquelle se trouve le Soleil, suivant la loi du mouvement selon laquelle les rayons menés du Soleil à la planète découpent toujours 20 des aires proportionnelles aux temps. Le même homme trouva aussi que plusieurs planètes du même système comportent des temps périodiques en raison sesquipliquée⁷ des distances moyennes au Soleil, ce qui lui aurait valu assurément de triompher s'il avait su que même les satellites de Jupiter et de Saturne

⁶La version corrigée fait disparaître le nom de Copernic, expressément mentionné dans le texte imprimé des «Acta euditorum», p. 82 : «depuis que Copernic a montré que, rappelée de l'obscurité, la très belle hypothèse des pythagoriciens, qu'ils semblent eux-mêmes avoir peut-être plutôt effleurée avec méfiance que véritablement établie, satisfait aux phénomènes avec la plus grande simplicité. Mais Tycho, en suivant Copernic pour l'ensemble du système (sauf l'inversion de situation du Soleil et de la Terre), appliqua son esprit aux observations à son habitude les plus précises». Par cette omission, Leibniz a suivi la recommandation que lui avait donnée Bodenhause, de ne pas insister sur les noms de Kepler, Galilée et Copernic, «à cause de l'Inquisition» (lettre de fin février 1690, A III, 4, p. 469).

⁷On appelle raison sesquipliquée la proportion de trois à deux. D'après la troisième loi de Kepler, le carré de la période orbitale de chaque planète est proportionnel au cube de la distance au Soleil (le demi-grand axe de la trajectoire).

te praeventus; divina tamen providentia factum est, ut observationes ejus et molimina venerint in manus Viri incomparabilis, cui fata servaverant ut jura poli rerumque fidem legesque Deorum primus publicaret mortalibus.

- 5 Hic ergo invenit, quemlibet planetam primarium orbitam describere ellipticam, in cujus altero focorum sit Sol, ea lege motus, ut radiis e Sole ad planetam ductis areae semper abscondantur temporibus proportionales. Idem deprehendit, plures planetas ejusdem systematis habere tempora periodica in sesquuplicata ratione distantiarum mediarum a Sole, mire profecto triumphaturus, si scivisset, (quod praeclare Cassinus notavit) etiam Jovis et Saturni satellites easdem leges servare respectu suorum planetarum primariorum, quas isti erga Solem. Sed tantarum tamque constantium veritatum causas dare nondum potuit, tum quod Intelligentiis, aut sympathiarum radiationibus inexplicatis haberet praepeditam mentem, tum quod
 10 nondum illius tempore Geometria interior, et scientia motuum eo quo nunc, profecissent. Aperuit tamen et rationibus indagandis aditum. Nam ipsi primum indicium debetur usus physici ejus naturae legis, a qua vel pendet gravitas, vel saltem mirifice illustratur quod corpora rotata conantur a centro recedere per tangentem, et ideo si in aqua festucae vel paleae innatent, rotato vase, aqua in vorticem acta, festucas densior atque ideo fortius quam ipsae excussa a medio, festucas versus centrum compellit, quemadmodum ipse diserte duobus et amplius locis, in Epitome Astronomiae exposuit; quamquam adhuc subdubitabundus, et suas ipse opes ignorans, nec satis conscius quanta inde sequerentur, tum in Physica, tum speciatim in Astro-
 15 nomia. Sed his deinde egregie usus est Cartesius, etsi more suo autorem

2 incomparabilis | Johannes Kepleri | *AE, del. L_I* 3-4 ut primus publicaret mortalibus || jura poli, rerumque fidem, legesque Deorum *AE*, p. 82 16-18 aditum. (1) Nam ipsi primum indicium debetur verae causae gravitatis, et hujus naturae legis, a qua gravitas pendet, *AE* (2) Nam ... illustratur *L_I*

3 jura ... Deorum vide: Claudianus, *Carm. min.* 51 (*In sphaeram Archimedis*), 5. 3-4 primus publicaret vide: J. Kepler, *Astronomia nova* Ἀπτολογία, seu physica caelestis, tradita commentariis de motibus stellae Martis, ex observationibus G. V. Tychoonis Brahe, Pragae: sumptibus Rudolphi II Rom. imper. 1609, III, 40 et IV, 58. 10 Cassinus notavit vide: G.D. Cassini, *Ephemerides Bononienses Mediceorum syderum*, Bononiae: de Manolesiis 1668; *Découverte de deux nouvelles planetes autour de Saturne*, Paris: S. Mabre-Cramoisy 1673, p. 6-7. 22 J. Kepler, *Epitome astronomiae Copernicanae*, Lentij ad Danubium: J. Plancus 1618, pp. 95-96. 25 Cartesius vide: R. Descartes, *Principia philosophiae*, pars III, prop. 15-71, 140-157; AT 8, 84-125, 192-202.

observent les mêmes lois à l'égard de leurs planètes primaires que celles-ci à l'égard du Soleil (ce que Cassini a remarquablement noté⁸). Mais il ne put donner les causes de vérités si nombreuses et si constantes, tant parce qu'il avait l'esprit encombré par des Intelligences ou des rayonnements de sympathies inexpliqués, que parce que, à son époque, la géométrie la plus profonde et la science des mouvements n'étaient pas encore parvenues là où elles sont aujourd'hui. Mais il ouvrit cependant la voie à la recherche des causes. Car on lui doit la première indication de l'usage physique de la loi de la nature dont dépend la pesanteur ou par laquelle du moins elle est magnifiquement mise en lumière, selon laquelle les corps en rotation tendent à s'écarter du centre par la tangente, et par conséquent si des fétus ou des brindilles sont plongés dans l'eau, quand le récipient tourne et que l'eau se met en tourbillon, comme elle est plus dense que les fétus et donc expulsée du milieu plus fortement qu'eux, elle repousse les fétus vers le centre : c'est ainsi qu'il l'a exposé clairement en deux endroits et davantage dans son *Abrégé d'astronomie copernicienne*, quoique, encore dubitatif et ignorant lui-même ses ressources, il n'avait pas assez conscience de toutes les conséquences qui en sortiraient tant en physique que spécialement en astronomie. Mais ensuite Descartes s'en est remarquablement servi, même si, à son habitude, il en a dissimulé l'auteur⁹. Car je me suis souvent étonné que Descartes n'ait même pas tenté de rendre raison des lois célestes inventées par Kepler, comme il est établi¹⁰, soit parce qu'il ne pouvait pas les concilier suffisamment avec ses maximes, soit parce qu'il ignorait la fécondité de la découverte et qu'il ne pensait pas qu'elle soit observée avec tant d'exactitude par la nature.

En outre, comme il semble peu conforme à la physique et même indigne de l'admiration due au mécanisme instauré par Dieu, d'attribuer aux étoiles des *Intelligences* particulières directrices de leur trajectoire, comme si manquaient à Dieu les raisons de produire les mêmes effets par les lois des corps ; mais

⁸Giovanni Domenico Cassini a dressé à partir de 1668 les tables des satellites de Jupiter découverts par Galilée. En 1671 et 1672, il a découvert à son tour deux satellites de Saturne, puis encore deux autres en 1684.

⁹« Kepler aussi a remarqué la rejection des mobiles par la tangente de la circulation, et le moyen d'expliquer la gravité par la similitude d'un tourbillon d'eau, dont l'agitation dans un vaisseau fait aller vers le centre les petites raclures de bois et autres particules, qui sont moins solides que l'eau même ; ce qui est le fondement de ce qu'il y a presque de meilleur dans la physique de des Cartes » (A VI, 4, pp. 2049-2050).

¹⁰De fait, dans la III^e Partie des *Principia philosophiae*, où il donne son explication des mouvements célestes, Descartes discute les hypothèses de Ptolémée, de Copernic et de Tycho Brahe (§§ 16-19, 38-41), sans rien dire de Kepler (AT VIII-A, pp. 85-86).

dissimulavit. Miratus autem sæpe sum, quod Cartesius legum cœlestium a Keplero inventarum rationes reddere ne aggressus est quidem, quantum constat; sive quod non satis conciliare posset cum suis placitis, sive quod felicitatem inventi ignoraret, nec putaret tam studiose a natura observari.

- 5 Porro cum minime physicum videatur, imo nec admirandis Dei machinamentis dignum, *Intelligentias* peculiare itineris directrices assignare sideribus, quasi Deo deessent rationes eadem corporeis legibus perficiendi, et vero orbis solidi dudum sint explosi, *sympathiæ* autem et magnetismi, aliæque id genus abstrusæ qualitates aut non intelligantur, aut
 10 ubi intelliguntur, corporearum impressionum effectus apparituræ judicentur; nihil aliud ego quidem superesse judico, quam ut causa motuum cœlestium a motibus ætheris, sive ut astronomice loquar, ab orbibus deferentibus quidem, sed *fluidis*, oriantur. Hæc sententia vetustissima est, etsi neglecta: nam Leucippus eam adeo expressit, ut in systemate formando
 15 ipsum adhibuerit δίνης (*vorticis*) nomen, et audivimus, quomodo Keplerus motu aquæ in vorticem actæ gravitatem adumbraverit. Et ex itinerario Monconisii discimus, jam tum Torricellii fuisse sententiam (et ut suspicor, etiam Galilæi, cujus iste discipulus erat), ut paleas seu festucas aquæ innatantes, sic astra medio propiora celerius circumire. Sed hæc generaliora non
 20 difficulter in mentem veniunt. Nobis vero propositum est, ipsas motuum [84] leges distinctius explicare, quod longe altioris indaginis esse res docebit. Et cum aliqua in eo genere nobis lux affulserit, et inquisitio commode admodum et naturaliter successisse videatur, in eam spem erectus sum, veris motuum cœlestium causis a nobis appropinquatum esse.
- 25 Constat ex egregis Gilberti cogitationibus, omne corpus mondanum [547] majus, quoad nobis cognitum est, Magnetis referre naturam, et præter vim directricem, polos quosdam respicientem, vim habere attrahendi cognata (minimum) corpora, intra sphæram suam, quam in terrestribus vocamus gravitatem, et analogia quadam etiam ad sidera transferemus. Sed non
 30 satis constat quæ sit vera phænomeni tam late patentis causa, et utrum eadem quæ in magnete[,] quanquam autem problema demonstratione solvi

14 Leucippus | Epicuro prior | *AE, del. L1* 18 erat), | totum ætherem cum planetis motu Solis circa suum centrum acti circumagi, ut aqua a baculo in medio vasis quiescentis circa suum axem rotato; et | *AE* 368.25-374.23 Constat ... late add. L1

14 Leucippus vide D. Laërtius, *De vit. philos.* IX, 32. 17 Monconisii vide *Gallicæ versionis adnotationem* 25 Gilberti vide: W. Gilbert, *De magnete, magneticisque corporibus, et de magno magnete tellure*, Londini: Petrus Short 1600, lib. VI, pp. 222, 231 seqq.

comme les *orbes solides* sont désormais rejetés, les *sympathies* et les *magnétismes*, et les autres qualités abstruses de ce genre ou ne sont pas comprises, ou, là où elles le sont, on reconnaîtra qu'elles apparaîtront comme l'effet d'impressions corporelles ; je juge quant à moi qu'il ne reste rien d'autre sinon que les causes des mouvements célestes proviennent des mouvements de l'éther, ou, pour 5 parler en astronome, d'*orbes porteurs* certes, mais *fluides*. C'est là une opinion des plus anciennes, quoique négligée ; car Leucippe l'a exprimée de sorte qu'en construisant son système il a utilisé le mot même de δίνης (*tourbillon*¹¹), et nous avons appris comment Kepler a donné une image de la pesanteur par le mouvement de l'eau agitée dans le tourbillon. Et nous apprenons par le *Jour-* 10 *nal des voyages* de M. de Monconys¹² que ce fut déjà l'opinion de Torricelli (et aussi, comme je le suppose, de Galilée dont il était l'élève), que comme les brindilles ou les fétus immergés dans l'eau, ainsi les astres plus proches du milieu sont en rotation plus rapide. Mais ces plus grandes généralités viennent facilement à l'esprit. Notre dessein est plutôt d'expliquer plus distinctement 15 les lois mêmes du mouvement, ce dont la réalité enseignera que cela relève d'une recherche beaucoup plus élevée. Et puisque quelque lumière nous est apparue dans cette matière, et que la recherche semble avoir trouvé son résultat de façon très favorable et naturelle, je me suis élevé à l'espoir que nous nous sommes approchés des causes véritables des mouvements célestes. 20

Il résulte des réflexions excellentes de Gilbert que tout grand corps dans le monde, autant qu'il nous est connu, présente la nature de l'aimant et possède, outre la force directrice dirigée vers des pôles, une force d'attirer à l'intérieur de sa sphère les corps apparentés (si peu que ce soit), que nous appelons pesanteur dans les corps terrestres, et que nous transposons aussi aux étoiles par 25 une sorte d'analogie. Mais il n'est pas suffisamment établi quelle est la cause véritable d'un phénomène si amplement manifeste et si elle est la même que pour l'aimant. Mais quoique le problème ne puisse jamais être résolu par démonstration, nous possédons cependant des éléments qui s'accordent mer-

¹¹ « Je croy d'avoir remarqué que Leucippe a conçu quelque chose de semblable aux tourbillons de M. des Cartes, il l'appelle δίνην, *vorticem* », Leibniz à Simon Foucher (juillet 1687), A II, 2, p. 218.

¹² « Le dit Torricelli m'expliqua aussi, comme les corps se tournent sur leur centre, comme le [Soleil], la terre et Jup[iter] font tourner tout l'Eter, qui les environne, mais plus viste les parties prochaines que les éloignées, ainsi que l'expérience le montre à une eau où l'on tourne un baton dans le centre, et le mesme en arrive aux planettes au respect du [Soleil] ; à la [lune] au respect de la terre ; aux Médicées au respect de Jup[iter] ». *Journal des Voyages de M. de Monconys ... publié par le Sieur de Liergues, son fils*, Première Partie, Lyon : H. Boissat & G. Remeus 1665, pp. 130-131.

nondum possit, habemus tamen quæ mirifice consentiunt inter se, magna-
que verisimilitudine commendantur. Equidem asserti potest, Attraçtionem
Gravium fieri radiatione quadam corporea, immaterialia enim explicandis
corporeis phænomenis adhiberi non debent. Deinde consentaneum est esse
5 in globi corpore conatum explosivum materiæ inconvenientis sive pertur-
bantis seu non satis apto ad motus liberrime exercendos loco positæ[;] un-
de per circumpulsionem attrahatur alia consentiens, seu motum ejusmodi
habens, ut motum attrahentis intestinum minus perturbet; exemplo flam-
mæ, in qua expulsionem unius et attraçtionem alterius ipsi sensus docent.
10 Quodsi quis jam altius ista repeti desideret is cogitet Globum fluidum fuis-
se, atque adeo in se motum varium intestinum habuisse, motibus ambien-
tium sese accomodantem, et instar guttæ olei in aqua natantis fuisse ro-
tundatum, ut ambientia quam minimum perturbarentur, et tunc quoque
cum paulatim induruit, pervium mansisse et meatus convenientes moti-
15 bus fluidi residui ingredientis retinuisse. Et quidem natura fluidi est motus
intestinos habere varios, qui ubi ab ambientibus coërcentur, ne avolet ma-
teria redeunt in se ipsos, adeoque in circulares abeunt, et circulos magnos
affectant quia ita maximum retinent conatum recedendi. A quo jam de-
truduntur ea corpora quibus minus hujus fluidi includitur seu in quibus
20 minor conatus recedendi. Itaque si vis centrifuga adhibenda est ex Kepleri
invento, non deduci debet non ex motu ætheris in æquatore et parallelis qui
ad axem telluris detruderet, sed ut jam olim annotare memini, in circulis
magnis quorum idem cum globo centrum, quales sunt meridiani exemplo
ejus motus qui in magnetis atmosphæra apparet. Licet enim in fluido mo-
25 tus sit circularis varius in omnes partes in circulis magnis quibuscunque, ni-
hil tamen prohibet esse quosdam polos per quorum meridianos sit validior
materiæ cujusdam cursus ad systematis situm accomodatus. Ita variæ cau-
sæ assignatæ coincident inter se hac explicanda ratione habemusque simul
radiationem sphæricam, Attraçtionem[,] magnetismum, explosionem per-
30 turbantis, fluidi motum intestinum, circulationem atmosphæræ, vim cen-
trifugam conspirantes. Sed quæcunque sit causa gravitatis, sufficere nobis
potest Globum attrahentem radios materiales radiis lucis analogos propel-
lere, seu impulsuum lineas emittere in omnem plagam a centro recedentes;
non quasi partes a tellure ad grave usque pervenire necesse sit, sed quod

21 invento, | non *acc. non del., del. ed.* | L1 29 Attraçtionem (1) magnetismi *corr.* (2)
magnetismum, L1 29 magnetismum, *corr.* E in magnetis

22 jam ... memini *vide*: G.W. Leibniz, *Hypothesis physica nova*, 1671, Theoria motus
concreti, § 34^{bis} (A VI, 2, pp. 238-239).

veilleusement entre eux et se prévalent d'une grande vraisemblance. On peut
 affirmer assurément que l'attraction des corps pesants est produite par un
 rayonnement corporel; en effet, il ne faut pas recourir à des entités immaté-
 rielles pour expliquer les phénomènes corporels. Ensuite, il est conforme à la
 raison qu'il y ait dans le corps d'un globe un *conatus* pour expulser la matière 5
 discordante ou perturbatrice, c'est-à-dire placée dans un lieu insuffisamment
 apte à des mouvements qui doivent s'exercer très librement; de là que par une
 poussée circulaire est attirée une autre matière concordante ou possédant un
 mouvement de même espèce, de sorte qu'elle perturbe moins le mouvement
 intérieur du corps qui l'attire, à l'exemple de la flamme, où les sens mêmes 10
 enseignent l'expulsion d'une matière et l'attraction d'une autre. Que si l'on
 souhaitait tirer ces choses de plus haut, que l'on conçoive qu'il y a eu un globe
 fluide, et qu'il ait donc eu en lui un mouvement interne diversifié s'accom-
 modant aux mouvements des corps environnants, et qu'il ait été arrondi à
 la façon d'une goutte d'huile flottant dans l'eau, pour que les corps environ- 15
 nants soient le moins possible perturbés, et qu'alors aussi lorsqu'il a durcit peu
 à peu, il soit resté pénétrable et ait conservé des conduits propices au mouve-
 ment du reste du fluide qui y entre. Et c'est bien la nature du fluide d'avoir
 des mouvements internes variés, qui là où ils sont contenus par les corps en-
 vironnants de sorte que la matière ne s'envole pas, reviennent sur eux-mêmes 20
 et s'éloignent en mouvements circulaires et parviennent à de grands cercles,
 parce qu'ainsi ils conservent le plus grand *conatus* pour s'écarter. Par là sont
 repoussés les corps dans lesquels est enfermé moins de ce fluide, ou dans les-
 quels le *conatus* pour s'écarter est moindre. C'est pourquoi, s'il faut appliquer
 la force centrifuge suivant la découverte de Kepler, elle ne doit pas être déduite 25
 du mouvement de l'éther sur l'équateur et sur les parallèles, qui pousserait [les
 corps] vers l'axe de la terre, mais comme je me souviens de l'avoir remarqué
 jadis, de grands cercles dont le centre est le même que celui du globe, tels que
 sont les méridiens, à l'exemple du mouvement qui paraît dans l'atmosphère
 de l'aimant; en effet, quoique dans un fluide le mouvement soit circulaire 30
 diversifié de toutes parts en de grands cercles quelconques, rien cependant
 n'empêche qu'il y ait des pôles sur les méridiens desquels le cours de la ma-
 tière approprié à la situation du système soit plus puissant. Ainsi différentes
 causes assignées coïncident entre elles dans cette explication de cette raison, et
 nous obtenons simultanément le rayonnement sphérique, l'attraction de l'ai- 35
 mant, l'expulsion de la matière perturbatrice, le mouvement interne du fluide,
 et le mouvement circulaire de l'atmosphère associés dans la force centrifuge.
 Mais quelle que soit la cause de la pesanteur, il peut nous suffire que le globe

materia materiam contiguam impellente, impetus propagetur, ut in lumine et sono, et liquoribus motis. Quamquam erraverint, quibus persuasum fuit propagationem alicujus effectus sensibilis fieri posse in instanti. Radii autem ut ita dicam Magnetici seu quibus attractio efficitur, consistunt in
 5 conatu recessivo fluidi cujusdam insensibilis, subtilissime quidem divisibilis sed confertissimi, cui cum interponantur corpora porosa, qualia sunt terrestria quæ non tantundem in pari spatio materiæ a centro recedere conantis continent adeoque minore levitate prædita sunt, necesse est fluido emissio prævalente, terrestria versus centrum detrudi. Unde apparet esse deberet aliam Materiam fluidam fluido illo quod gravitatem facere et quod a
 10 centro propelli diximus longe subtiliorem, nec directionem ejus sequentem, sed proprios suos exercentem motus, non minus quam ipsa materia magnetica in aëre aut aqua facit. Nam necesse est ut materia quædam alia transeat per poros corporum terrestrium minores sed creberrimos priorem
 15 excludentes. Et quo major pars corporis terrestris materiæ priori impervia est nec nisi alteram illam longe tenuiorem admittens, eo gravius specie fit corpus seu solidius censi potest. Et fieri potest ut omnia corpora terrestria constarent ex massa homogenea adeoque poros subtiliores ubique æqualiter disseminatos habente, gravitas autem specifica major minorve ex
 20 minore majoreve hiatus ejus et porositas illarum crassiorum seu gravifico fluido perviarum copia oriatur, prorsus ut ex eodem metallo, corpora diversæ gravitatis specificæ formari possunt; quorum alia pro varietate cavitatum in aqua subsident, alia natabunt. Cæteris autem paribus, eademque existente gravitate specifica, sollicitatio tamen ad centrum tendendi major
 25 minorve erit, pro quantitate radiationis quæ æstimanda est ad exemplum lucis. Quemadmodum enim dudum demonstratum est a Viris doctis, corpora illuminari a lucido in ratione reciproca duplicata distantiarum, ita dicendum est corpora quoque attracta gravitare tanto minus, quanto majus est quadratum distantiae ab attrahente. Utriusque eadem, et manifesta ratio est. Nempe circa centrum lucidum vel radians R describantur [*Fig. 1, p. 588*]
 30 superficies sphæricæ concentricæ per A , et per L , vel ductis rectis RAL , RCN abscindatur harum portiones quæ fiunt arcubus similibus et similiter positis ABC , LMN , rotatis circa axem seu radium arcus bisecantem RBM . Porro lux vel vis attractiva per unamquamque superficiem uniformiter est diffusa, seu partes æquales ejusdem superficiei æqualiter illuminantur sive sollicitantur; itaque tota lux vel vis superficiei ABC , est ad lucem vel vim superficiei LMN , in ratione composita intensionis seu illuminationis, et extensionis seu superficierum; sed tantum est lucis seu vis attractivæ in

attractif projette des rayons matériels analogues aux rayons de la lumière ou
 émette des lignes d'impulsion s'éloignant du centre en toute direction ; non
 comme s'il fallait que des parties [de matière] parviennent de la terre jusqu'au
 corps pesant, mais que, la matière poussant la matière contiguë, l'*impetus* soit
 propagé comme dans la lumière et le son, et dans les liquides en mouvement. 5
 Quoique se soient trompés ceux qui ont été persuadés que la propagation
 d'un effet sensible puisse se faire dans l'instant. Mais les rayons pour ainsi
 dire magnétiques, c'est-à-dire par lesquels s'opère l'attraction, consistent dans
 le *conatus* d'éloignement d'un fluide insensible, divisible assurément de façon
 très fine, mais très resserré ; quand s'y interposent des corps poreux, tels que 10
 sont les corps terrestres qui ne contiennent pas dans le même espace autant
 de matière s'efforçant de s'écarter du centre, et qui donc sont doués d'une
 moindre légèreté, il est nécessaire que, du fait de la prévalence de l'émission
 du fluide, les corps terrestres soient rejetés vers le centre. D'où il appert qu'il
 doit y avoir une autre matière fluide que ce fluide que nous avons dit produire 15
 la pesanteur et être repoussé du centre, beaucoup plus subtile et ne suivant pas
 sa direction mais accomplissant ses propres mouvements, non moins que la
 matière magnétique elle-même le fait dans l'air ou dans l'eau. Il est nécessaire
 en effet qu'une autre matière passe au travers des pores plus petits mais plus
 nombreux des corps terrestres, rejetant la première. Et d'autant plus grande 20
 est la partie du corps terrestre impénétrable à la première matière, et n'ac-
 ceptant que cette autre matière beaucoup plus ténue, d'autant plus le corps
 devient spécifiquement plus pesant ou peut être tenu pour plus solide. Et
 il peut arriver que tous les corps terrestres consistent en une masse homo-
 gène et ayant donc des pores plus subtils partout également disséminés, mais 25
 que la pesanteur spécifique se trouve plus grande ou plus petite du fait de
 la plus petite ou plus grande quantité de ses ouvertures et des porosités plus
 épaisses ou perméables au fluide gravifique, tout comme d'un même métal
 peuvent être fabriqués des corps de pesanteur spécifique différente, dont se-
 lon la diversité des parties creuses les uns s'enfoncent dans l'eau, les autres 30
 y flottent. Mais toutes choses égales par ailleurs, et avec la même pesanteur
 spécifique, la sollicitation à tendre vers le centre sera cependant plus grande
 ou moindre en fonction de la quantité de rayonnement, qui doit être esti-
 mée suivant l'exemple de la lumière. Tout comme en effet il a été récemment
 démontré par des hommes savants¹³, les corps sont éclairés par une source 35
 de lumière en raison réciproque double des distances, de même faut-il dire

¹³Allusion à Johannes Kepler, *Ad Vitellionem paralipomena* (1604), ch. I ; *Astronomia nova*
 Αἰτιολόγητος, seu physica cœlestis (1609), p. III, ch. XXXIII.

superficie ABC , quantum in superficie LMN , ergo intensiones sunt reciproce ut extensiones[,] hoc est illuminationes vel gravitatis sollicitationes sunt reciproce ut superficies, sed superficies ABC et LMN sunt ut quadrata diametrorum RA , RL . Itaque illuminationes vel gravitatis sollicitationes
 5 sunt reciproce ut quadrata distantiarum a centro radiante vel attrahente. Hoc autem a priori nobis deprehensum, mox iterum sua sponte a posteriori per calculum analyticum ex phænomenis planetarum communibus ductum nascetur, mirifico consensu rationum et observationum, et insigni confirmatione veritatis. Quæ enim sequuntur non constant Hypothesibus,
 10 sed ex phænomenis per leges motuum concluduntur. Sive enim detur sive non detur attractio planetarum ex sole; sufficit a nobis eum colligi accessum et recessum[,] hoc est distantiae incrementum vel decrementum[,] quem haberet si præscripta lege attraheretur. Et sive circuletur revera circa solem, sive non circuletur, sufficit ita situm mutare respectu soli ac si circulatione
 15 harmonica movetur, et proinde Principia intelligendi mire simplicia et fœcunda reperta esse[,] qualia nescio an olim homines vel sperare ausi fuissent. Quantum autem hinc de ipsis motuum causis sit concludendum, prudentiæ cujusque æstimandum relinquemus. Fortasse enim eo res jam perducta est, ut poëta intelligens non amplius dicere ausit Astronomis:

20 Talia frustra
 Quærite quos agitat mundi labor, at mihi semper
 Tu quæcunque moves tam crebros causa meatus
 Ut superi voluere late[†]

[†] *Hic in margine 54v legitur:* In figura omissa et supplenda est linea $3MG$ parallela ipsi L_2M et ipsi $\odot_2M$ occurrens in puncto G . Linea Recta FQ perpendicularis ad H_3M sic ducenda est, ut appareat punctum Q cadere extra rectam $\odot_1M$.

In figura præstat numeros proponi literis seu pro M_1 , M_2 , poni $1M$, $2M$, nam et ita citantur in discursu.

Pro d_1 in linea $\odot N$ ponatur $2D$.

Ad puncta post Ω dextrorsum lineis carentia ponatur



20 Talia frustra *additamentum Leibnitii versibus Lucani* 21-23 Quærite ... late *vide* Lucanus, *Pharsalia*, I, 407-409

que les corps attirés gravitent d'autant moins que le carré de la distance au corps attractif est plus grand. La raison de l'un et de l'autre est la même et est manifeste. À savoir (Figure 1 [p. 588]) : autour du centre émetteur de lumière ou rayonnant R sont décrites des surfaces sphériques passant par A et par L , ou, en menant les droites RAL et RCN , sont découpées leurs portions qui résultent des arcs semblables et semblablement situés ABC , LMN , qui tournent autour de l'axe ou du rayon RBM divisant les arcs ; en outre la lumière ou la force attractive est diffusée uniformément sur chaque surface, c'est-à-dire que des parties égales de la même surface sont illuminées ou sollicitées de façon égale ; c'est pourquoi toute la lumière ou la force de la surface ABC est à la lumière ou à la force de la surface LMN en raison composée de l'intension ou de l'illumination et de l'extension ou des surfaces ; mais il y a autant de lumière ou de force attractive sur la surface ABC que sur la surface LMN , donc les intensions sont réciproquement comme les extensions, c'est-à-dire que les illuminations ou les sollicitations de la pesanteur sont réciproquement comme les surfaces ; mais les surfaces ABC et LMN sont comme les carrés des diamètres RA et RL . Par conséquent les illuminations ou les sollicitations de la pesanteur sont réciproquement comme les distances au centre de rayonnement ou d'attraction. Mais ce résultat que nous avons appréhendé a priori, reviendra bientôt de lui-même a posteriori par le calcul analytique tiré des phénomènes communs des planètes, par un merveilleux accord des raisons et des observations, et en confirmation remarquable de la vérité. Ce qui suit ne repose pas sur des hypothèses, mais est déduit des phénomènes suivant les lois des mouvements ; car qu'il y ait ou qu'il n'y ait pas d'attraction des planètes par le Soleil, il suffit que nous concluions leur approche et leur éloignement, c'est-à-dire l'augmentation ou la diminution de la distance [de la planète], qu'elle aurait si elle était attirée selon la loi susdite. Et qu'elle tourne réellement ou qu'elle ne tourne pas autour du Soleil, il suffit qu'elle change de situation relativement au Soleil comme si elle était mue par une circulation harmonique, et que soient de la sorte trouvés des *principes d'intelligibilité* admirablement simples et féconds, tels que je ne sais pas si autrefois les hommes auraient même osé en espérer. Mais jusqu'où il faut en conclure quant aux causes mêmes des mouvements, nous laissons à la prudence de chacun d'en juger, car peut-être le sujet est-il arrivé au point où un poète intelligent n'ose pas continuer de dire aux Astronomes :

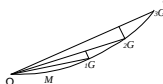
C'est en vain que vous
Sondez ce mystère, vous qu'agite le soin d'observer le travail du monde. Pour moi,
à qui les dieux t'ont cachée, cause puissante de ce grand mouvement,
je veux l'ignorer toujours.

Dans la marge : Sur la figure omise (et à suppléer)¹⁴ la ligne ${}_3MG$ est parallèle à L_2M et rencontre $\odot_2M$ au point G . La ligne droite FQ perpendiculaire à H_3M doit être menée de telle sorte qu'il apparaisse que le point Q tombe en dehors de la droite $\odot_1M$.

Sur la figure, il est préférable que les nombres soient mis avant les lettres, c'est-à-dire qu'au lieu de M_1, M_2 on écrive ${}_1M, {}_2M$, car c'est aussi ainsi qu'ils sont mentionnés dans le texte.

Au lieu de ${}_1d$ sur la ligne $\odot N$, qu'on mette ${}_2D$.

Qu'on ajoute aux points après Ω à droite des lignes [les lettres] qui manquent :



1) Pour nous engager à établir la question d'après les phénomènes, on peut tout d'abord démontrer que, selon les lois de la nature, *tous les corps qui décrivent une ligne courbe dans un fluide sont entraînés par le mouvement de ce fluide*. En effet tous ceux qui décrivent une courbe tendent à s'en écarter suivant la droite tangente (de par la nature du mouvement), il faut donc qu'il y ait quelque chose qui les en empêche ou qui renouvelle la cause de la courbure. Or il n'y a rien qui leur soit contigu sinon le fluide (par hypothèse) et aucun *conatus* n'est empêché si ce n'est par quelque chose de continu et en mouvement (de par la nature du corps), il est donc nécessaire que ce fluide soit en mouvement.

2) Il s'ensuit que *les planètes sont mues par leur éther*, ou qu'elles ont des orbes porteurs ou qui les meuvent qui sont fluides. Car de l'accord unanime, elles décrivent des lignes courbes, et il n'est pas possible d'expliquer les phénomènes si l'on ne suppose que des mouvements rectilignes. C'est pourquoi (par la proposition précédente), elles sont mues par le fluide qui les environne. On peut démontrer autrement la même chose de ce que le mouvement d'une planète n'est pas uniforme, c'est-à-dire décrivant des espaces égaux en des temps égaux. D'où encore il est nécessaire qu'elle soit entraînée par le mouvement de ce qui l'entoure. Et puisque l'expérience nous montre que toutes les planètes sont transportées dans presque la même région du ciel et dans les mêmes di-

¹⁴Les indications fournies dans cette note marginale se réfèrent à la figure qui accompagne l'article paru dans les *Acta eruditorum* de janvier 1689. Le 6 juillet 1690, Leibniz a averti Bodenhause que cette figure est défectueuse et qu'il allait donc la corriger (A III, 4, 527). La lettre d'août 1690 atteste que la figure corrigée a bien été transmise à Bodenhause (553), mais la pièce envoyée a disparu. Il est hautement probable que la page LH 35, 9, 2, f. 67v est la préparation de ce document; on y trouve une figure complète, tenant compte des ajouts de la présente version corrigée et augmentée du *Tentamen*, que Gerhardt a prise pour modèle dans son édition (GM 6, fig. 18, que nous reproduisons à notre tour; cf. ci-après, p. 630).

munem esse communis effectus causam, a motu scilicet ætheris circa solem, adeoque planetas habere orbes fluidos deferentes.

(3) Circulationem voco Harmonicam, si velocitates circulan-
di, quæ sunt in aliquo corpore, sint radiis seu distantis a centro circulationis
5 reciproce proportionales, vel (quod idem) si ea proportionem decrescant velo-
citates circulandi circa centrum, in qua crescunt distantie a centro; vel bre-
vissime, si crescant velocitates circulandi proportionem vicinarum. Ita enim
si radii seu distantie crescunt æquabiliter seu arithmetice, velocitates decre-
scent harmonica progressionem. Itaque non tantum in arcibus circuli, sed et
10 in curva alia quacunque describenda circulatio harmoni-
ca locum invenire potest. Ponamus mobile M [Fig. 3.1, 3.2, p. 588] ferri
in curva quavis ${}_3M_2M_1M$ (vel ${}_1M_2M_3M$) et æqualibus temporis elementis
describere elementa curvæ ${}_3M_2M$, ${}_2M_1M$, intelligi potest motus compo-
situs ex circulari circa centrum aliquod ut $\odot$ (velut ${}_3M_2T$, ${}_2M_1T$) et rec-
15 tilineo velut ${}_2T_2M$, ${}_1T_1M$ (sumtis $\odot_2T$ æqu. $\odot_3M$, et $\odot_1T$ æqu. $\odot_2M$) [85]
qualis motus intelligi etiam potest, dum regula seu recta rigida indefini-
ta $\odot \sqcap$ movetur circa centrum $\odot$, et interim mobile M movetur in recta
 $\odot \sqcap$. Nihil autem refert, quis sit motus rectilineus, quo ad centrum accedi-
tur vel ab ipso receditur (quem voco Motum paracentricum), modo
20 circulatio ipsius mobilis M , ut ${}_3M_2T$ sit ad circulationem aliam ejusdem
mobilis, ${}_2M_1T$, ut $\odot_1M$ ad $\odot_2M$, hoc est si circulationes æqualibus tempo-
rum elementis factæ sint reciproce ut radii. Cum enim arcus isti elementa-
rium circulationum sunt in ratione composita temporum et velocitatum,
tempora autem elementaria assumantur æqualia, erunt circulationes ut ve-
25 locitates, itaque et velocitates reciproce ut radii erunt, adeoque circulatio
dicetur harmonica.

(4) Si mobile feratur circulatione harmonica (quicunque
sit motus Paracentricus), erunt areæ radiis ex centro circulatio-
nis ad mobile ductis abscissæ temporibus insumtis pro-
30 portiones, et vicissim. Cum enim arcus Circulares Elementares,
ut ${}_1T_2M$, ${}_2T_3M$, sint incomparabiliter parvi respectu radiorum $\odot_2M$, $\odot_3M$,
erunt differentie inter arcus et sinus eorum rectos (ut inter ${}_1T_2M$ et ${}_1D_2M$)
ipsismet differentibus incomparabiles, ac proinde (per Analysin no-
stram infinitorum) habentur ea pro nullis, et arcus ac sinus pro coin-
35 cidentibus. Ergo ${}_1D_2M$ ad ${}_2D_3M$ ut $\odot_2M$ ad $\odot_1M$, seu $\odot_1M$ in ${}_1D_2M$ æqu.
 $\odot_2M$ in ${}_2D_3M$, ergo et æquantur horum dimidia triangula nempe ${}_1M_2M\odot$

9-II in ... potest in *AE* hæc verba non extolluntur verba charactere cursivo exprimantur
adeoque lineola subducta notentur *adnotat* L_1

rections, il convient qu'il y ait une cause commune de l'effet commun, issue du mouvement de l'éther autour du Soleil, et que donc les planètes aient des orbes porteurs fluides.

3) J'appelle *harmonique le mouvement de circulation*, si les vitesses de rotation sont réciproquement proportionnelles aux rayons ou aux distances du centre de circulation, ou (ce qui revient au même) si les vitesses de circulation autour du centre décroissent dans la proportion où croissent les distances au centre, ou, de la façon la plus succincte, si les vitesses de circulation croissent en proportion des proximités [par rapport au centre]. Ainsi en effet, si les rayons ou les distances croissent uniformément ou arithmétiquement, les vitesses décroissent en progression harmonique. C'est pourquoi la *circulation harmonique* peut trouver lieu non seulement dans les arcs de cercle, mais aussi en décrivant toute autre courbe quelconque.

Supposons qu'un mobile M (figure 2 [p. 588, 630]) soit transporté sur une courbe ${}_3M_2M_1M$ (ou ${}_1M_2M_3M$) et qu'il décrive en des éléments égaux de temps les éléments de courbe ${}_3M_2M, {}_2M_1M$, on peut concevoir le mouvement composé d'un mouvement circulaire autour d'un centre tel que $\odot$ (comme ${}_3M_2T, {}_2M_1T$) et d'un mouvement rectiligne comme ${}_2TM, {}_1T_1M$ (en prenant $\odot_2T$ égal à $\odot_3M$, et $\odot_1T$ égal à $\odot_2M$), lequel mouvement peut aussi être conçu quand une règle ou une droite rigide indéfinie $\odot$ se meut autour du centre $\odot$, et qu'en même temps le mobile M se meut sur la droite $\odot\Gamma$.

Quel est le mouvement rectiligne par lequel on s'approche du centre ou on s'en écarte (que j'appelle le mouvement paracentrique) n'a aucune importance, pourvu que la circulation du mobile M , comme ${}_3M_2T$, soit à une autre circulation du même mobile, ${}_2M_1T$, comme $\odot_1M$ à $\odot_2M$, c'est-à-dire si les circulations effectuées en des éléments égaux de temps sont réciproquement comme les rayons. En effet, comme ces arcs des circulations élémentaires sont en raison composée des temps et des vitesses, et que les temps élémentaires sont supposés égaux, les circulations seront comme les vitesses, ce pourquoi les vitesses seront aussi réciproquement comme les rayons, et donc la circulation sera appelée harmonique.

4) Si un mobile est transporté par une circulation harmonique (quel que soit le mouvement paracentrique), les aires découpées par les rayons menés du centre de circulation au mobile seront proportionnelles à la somme des temps, et inversement. Puisqu'en effet les arcs circulaires élémentaires, comme ${}_1T_2M, {}_2T_3M$, sont incomparablement petits au regard des rayons $\odot_2M, \odot_3M$, les différences entre les arcs et leurs sinus droits (comme entre ${}_1T_2M$ et ${}_1D_2M$) seront incomparables à leurs propres différences, et par conséquent (selon

et ${}_2M_3M\odot$, quæ cum sint elementa areæ $A\odot MA$, itaque æqualibus ex hypothesi sumtis temporis elementis, etiam areæ elementa sunt æqualia et vicissim, ac proinde areæ $A\odot MA$ sunt temporibus, quibus percursi sunt arcus AM , proportionales.

- 5 (5) Assumsi inter demonstrandum quantitates incomparabiliter parvas, verbi gratia differentiam duarum quantitatum communium ipsis quantitibus incomparabilem. Sic enim talia, ni fallor, lucidissime exponi possunt. Itaque si quis nolit adhibere infinite parvas, potest assumere tam parvas quam sufficere judicat, ut sint incomparabiles, et errorem nullius momenti, imo dato minorem, producant. Quemadmodum
10 terra pro puncto seu diameter terræ pro linea infinite parva habetur, respectu coeli, sic demonstrari potest, si anguli latera habeant basin ipsis incomparabiliter minorem, angulum comprehensum fore recto incomparabiliter minorem, et differentiam laterum fore ipsis differentibus incomparabilem;
15 item differentiam sinus totius, sinus complementi et secantis, fore differentibus incomparabilem; item differentiam sinus chordæ, arcus et tangentis. Unde cum hæ quatuor sint ipsæ infinite parvæ, erunt differentiæ infinities infinite parvæ, et sinus versus etiam erit infinities infinite parvus adeoque recto incomparabilis. Et infiniti sunt gradus tam infinitorum, quam infinite parvorum. Et possunt adhiberi triangula communia inassignabilibus illis similia, quæ in Tangentibus, Maximisque et Minimis, et explicanda curvedine linearum usum habent maximum; item in omni pene translatione Geometriæ ad naturam, nam si motus exponatur per lineam communem, quam dato tempore mobile absolvit, impetus
20 seu velocitas exponetur per lineam infinite parvam, et ipsum elementum velocitatis, quale est gravitatis sollicitatio, vel conatus centrifugus, per lineam infinities infinite parvam. Atque hæc lemmatum loco annotanda duxi, pro Methodo nostra quantitatum incomparabilium et analysi infinitorum, tanquam Doctrinæ hujus novæ Elementa.
- 30 (6) Ex his jam consequens est, planetas moveri circulatione Harmonica, primarios circa Solem, satellites circa suum primarium, tanquam centrum. Radiis enim ex centro circulationis ductis areas describunt temporibus proportionales (per observationes). Ergo temporum elementis positis æqualibus est triangulus ${}_1M_2M\odot$ æqu. triangulo ${}_2M_3M\odot$, et
35 proinde $\odot_1M$ ad $\odot_2M$ est ut ${}_2D_3M$ ad ${}_1D_2M$, quod est circulationem harmonicam esse.

17 quatuor *add.* L_I

notre analyse des infinis) on les tiendra pour nuls et les arcs et les sinus pour coïncidants. Donc ${}_1D_2M$ est à ${}_2D_3M$ comme $\odot_2M$ à $\odot_1M$, ou encore $\odot_1M$ multiplié par ${}_1D_2M$ est égal à $\odot_2M$ multiplié par ${}_2D_3M$; donc leurs demi-triangles, à savoir ${}_1M_2M\odot$ et ${}_2M_3M\odot$, sont aussi égaux, et comme ils sont les éléments de l'aire $A\odot MA$, c'est pourquoi, les éléments de temps pris pour 5 égaux par hypothèse, les éléments des aires sont aussi égaux, et inversement; et par conséquent, les aires $A\odot MA$ sont proportionnelles aux temps dans lesquels sont parcourus les arcs AM .

5) J'ai admis dans le cours de la démonstration des *quantités incomparablement petites*, par exemple la différence de deux quantités communes incom- 10 parables à ces quantités mêmes. Car c'est ainsi, si je ne me trompe, que ces questions peuvent être exposées de la façon la plus lumineuse. C'est pourquoi, si quelqu'un ne veut pas recourir à des quantités *infiniment petites*, il peut en supposer d'aussi petites qu'il le juge suffisant, de manière qu'elles soient incomparables et qu'elles produisent une erreur sans importance, et même plus 15 petite que [toute erreur] donnée. De même qu'au regard du ciel la terre est tenue pour un point et le diamètre de la terre pour une ligne infiniment petite, on peut démontrer ainsi que, si les côtés d'un angle ont une base qui leur est incomparablement plus petite, l'angle qu'ils comprennent sera incomparablement plus petit qu'un angle droit, et la différence des côtés sera incomparable 20 à ces [quantités] différentes; de même la différence du sinus total, du sinus complémentaire et de la sécante sera incomparable aux [quantités] différentes; de même la différence du sinus, de la corde, de l'arc et de la tangente. Dès lors, puisque ces quatre quantités sont elles-mêmes infiniment petites, leurs différences seront *infiniment de fois infiniment petites*, et le sinus verse sera 25 aussi infiniment de fois infiniment petit et donc incomparable au sinus droit. Et il y a des degrés infinis tant des infinis que des infiniment petits. On peut aussi utiliser des triangles communs semblables à ces triangles *inassignables*, qui ont un très grand usage pour les tangentes, les *maxima* et les *minima*, et pour expliquer la courbure des lignes; et de même dans presque toute appli- 30 cation de la géométrie à la nature, car si on représente le mouvement par une ligne commune, que le mobile parcourt en un temps donné, l'*impetus* ou la vitesse sera représenté par une ligne infiniment petite, et l'élément même de la vitesse, tel que l'est la sollicitation de la pesanteur, c'est-à-dire le *conatus* centrifuge, par une ligne infiniment de fois infiniment petite. Et j'ai considé- 35 ré que toutes ces choses devaient être notées à titre de lemmes, en faveur de *notre méthode des quantités incomparables et de notre analyse des infinis*, au titre d'*Éléments* de cette nouvelle théorie.

(7) Consentaneum etiam est, Ætherem seu Orbem fluidum cuiusque planetæ moveri circulatione harmonica; nam supra ostensum est, nullum corpus in fluido sponte moveri linea curva, erit ergo in æthere circulatio, eamque rationis est credere consentientem circulationi planetæ, ita ut sit etiam circulatio ætheris cuiusque planetæ harmonica. Alioqui perturbarent sese mutuo æther et planeta. Credibile enim est planetas in materia aliqua ferri quæ respectu ipsorum notabilis sit crassitie, adeoque motu suo dissentaneo motui ipsorum esset obstitura. Hanc enim dari tanquam orbem communem deferentem liquidum omnium planetarum, commune eorum iter suadet.

(8) Itaque ponemus planetam moveri motu duplici seu composito ex circulatione harmonica, orbis sui fluidi deferentis, et motu paracentrico, quasi cujusdam gravitatis seu attractionis, hoc est impulsus versus Solem seu planetam primum. Facit autem circulatio ætheris, ut planeta circuletur harmonice, non velut motu proprio, sed quasi tranquilla natatione in fluido deferente, cujus motum sequitur, ob perfectum consensum motuum ætheris et planetæ in quos post depositas luctationes conspirarunt.

(9) Explicata circulatione harmonica, veniendum est ad Motum paracentricum planetarium, ortum ex impressione excussoria circulationis et attractione Solari inter se compositis. Liceat autem appellare attractionem, licet revera sit impulsus, utique enim Sol quadam ratione tanquam magnes concipi potest; ipsæ autem actiones magneticæ a fluidorum impulsibus haud dubie derivantur. Unde etiam vocabimus Solicitationem Gravitatis, concipiendo planetam tanquam grave tendens ad centrum, nempe Solem. Pendet autem species orbitæ a speciali lege attractionis. Videamus igitur quæ lex attrahendi lineam ellipticam faciat, idque ut consequamur, in Geometriæ adyta parumper ingrediamur necesse est.

5-10 harmonica (1), hoc est si orbis planetæ fluidus in innumeros orbes circulares concentricos exiguæ crassitudinis cogitatione dividatur, quilibet suam habebit propriam circulationem tanto velociorem proportionem, quanto quisque erit propior Soli. Sed huius motus in æthere alias exactius reddetur ratio. *AE* (2) alioqui ... suadet *L1* **17-18** sequitur, (1) unde nec impetum circulandi velociorem retinet, quem habuerat in orbe inferiore seu propiore, sed eum elanguescentem, dum superiores (majori velocitati quam suæ resistentes) trajicit, continue deponit, et sese orbi quem accedit insensibiliter accommodat. Vicissim dum a superioribus ad inferiores tendit, impetum eorum accipit. Idque eo facilius fit, quia ubi semel consensit planetæ motus cum præsentis orbis motu, postea a proximis parum differt *AE* (2) ob ... conspirarunt *L1*

6) De tout cela vient alors la conséquence que les planètes se meuvent d'une circulation harmonique, les planètes primaires autour du Soleil et les satellites autour de leurs primaires pris comme centres. Car en menant les rayons depuis le centre de circulation, ils décriront des aires proportionnelles aux temps (d'après les observations). Donc en supposant égaux les éléments 5 de temps, le triangle ${}_1M_2M\odot$ est égal au triangle ${}_2M_3M\odot$, et par suite $\odot_1M$ est à $\odot_2M$ comme ${}_2D_3M$ à ${}_1D_2M$, ce qui est être une circulation harmonique.

7) Il faut aussi que l'éther ou l'*orbe fluide de chaque planète soit mû d'une circulation harmonique*; car il a été montré ci-dessus qu'aucun corps ne se meut de lui-même en ligne courbe dans un fluide, il y aura donc une circulation 10 dans l'éther et il est raisonnable de la croire conforme à la circulation de la planète, de sorte que la circulation de l'éther de chaque planète est aussi harmonique, autrement l'éther et la planète se perturberaient mutuellement. Il est à croire en effet que les planètes sont transportées dans une matière qui soit d'une épaisseur notable relativement à elles, et qui par conséquent opposerait 15 une résistance à leur mouvement par son mouvement discordant. Qu'il y ait cette matière comme un orbe porteur liquide commun de toutes les planètes, leur parcours commun en donne l'assurance.

8) C'est pourquoi nous poserons *qu'une planète est mue d'un double mouvement, composé de la circulation harmonique de son orbe porteur fluide et du 20 mouvement paracentrique*, comme si c'était le mouvement d'une pesanteur ou d'une attraction, c'est-à-dire l'impulsion *vers le Soleil ou une vers une planète primaire*. Or la circulation de l'éther fait que la planète circulera harmoniquement, non comme d'un mouvement propre, mais pour ainsi dire par une nage tranquille dans le fluide porteur dont suit le mouvement, en raison de la 25 convenance parfaite des mouvements de l'éther et de la planète, dans lesquels elles se sont accordées après avoir mis fin à leurs conflits.

9) Après avoir expliqué la circulation harmonique, il faut en venir au *mouvement paracentrique des planètes, issu de l'impression expulsive de la circulation et de l'attraction solaire* composées entre elles. Qu'il soit permis de l'appeler at- 30 traction, quoique ce soit en réalité une impulsion, car en tout cas la Soleil peut être conçu d'un certain point de vue comme un aimant; or les actions magnétiques elles-mêmes dérivent sans aucun doute d'impulsions par des fluides. D'où nous l'appellerons aussi la *sollicitation de la pesanteur*, en concevant la planète comme un corps pesant tendant vers le centre, en l'occurrence le So- 35 leil. Or l'espèce de l'orbite dépend d'une loi spéciale d'attraction. Voyons donc quelle loi d'attraction produit la ligne elliptique, et pour y arriver, il est nécessaire que nous entrons pour un moment dans les sanctuaires de la géométrie.

(10) Cum omne mobile a linea curva quam describit recedere conetur per Tangentem, licebit conatum hunc vocare excussorium, ut in motu fundæ, cui æqualis requiritur vis, quæ mobile coerces, ne evagetur. Hunc conatum metiri licebit perpendiculari ex puncto sequenti in tangentem puncti præcedentis inassignabiliter distantis. Et cum linea est circularis, hanc vim celeberrimus Hugenius, qui primus eam Geometrice tractavit., appellavit centrifugam. Omnis autem conatus excussorius est respectu velocitatis seu impetus ex conatu repetito aliquandiutino concepti infinite parvus, quemadmodum et sollicitatio gravitatis, quæ homogeneæ cum ipso est naturæ. Nec proinde mirum est, quod voluit Galilæus, percussionem esse infinitam comparatione gravitatis nudæ seu, ut ego loquor, simplicis conatus, cuius vim ego mortuam vocare soleo, quæ agendo demum concipiens impetum repetitis impressionibus viva redditur.

(11) Conatus centrifugus, seu conatus excussorius circulationis exprimi potest per PN sinum versum anguli circulationis ${}_1M\odot N$ vel per ${}_1D_1T$ [,] nam sinus versus æquatur perpendiculari ex uno extremo arcus circuli puncto, in tangentem alterius ductæ, qua conatum excussorium expressimus in præcedenti. (potest etiam exprimi conatus centrifugus per PV , differentiam radii et secantis ejusdem anguli, cujus differentię discrimen a sinu verso est infinitesies, infinities, infinite parvum, adeoque nullissimum, respectu radii) Hinc porro cum sinus versus sit in duplicata ratione chordæ seu arcus inassignabilis sive velocitatis, sequitur conatus centrifugos mobilium æquales circulos describentium esse in duplicata ratione velocitatum, in æquales describentium esse in ratione composita ex quadrata velocitatum et reciproca radiorum. Pro calculo analytico conatus centrifugus vel sinus versus ${}_2D_2T$ sit x , velocitas circulationis seu sinus rectus ${}_2D_3M$ sit y , radius $\odot_3M$ sit r . Erit ex communi geometria $x = yy : 2r - x$ seu x ad y ut y ad $2r - x$. Sed x est incomparabiliter infra r , ergo evanescit in quantitate $2r - x$ et fit $x = yy : 2r$ seu conatus cen-

10 naturæ | Unde et eadem causa utriusque confirmatur. | AE **17** ${}_1M\odot N$ (1) (vel quod ob differentiam radiorum inassignabilem eodem redit, per ${}_1D_1T$) AE (2) vel ... ${}_1D_1T$ L_I **24** æquales | æquabili motu | AE , del. L_I **592.27-594.3** Pro ... transmittendam add. L_I

6-7 Hugenius, ... tractavit vide: C. Huygens, *Horologium oscillatorium, siue de motu pendulorum ad horologia aptato demonstrationes geometricæ*, Paris: F. Muguet 1673, pars V, pp. 157, 159-161; OC XVI, 315-318 et XVIII, 366-368. **11** Galilæus vide: G. Galilei, *Giornata sesta del Galileo della forza della percossa*, in *Opere*, Firenze: Tartini e Franchi 1718, t. 2, p. 698; EN VIII, 328, l. 33-34.

10) Comme tout mobile tend à s'écarter de la ligne courbe qu'il décrit, il sera loisible d'appeler expulsif ce *conatus*, comme dans le mouvement d'une fronde, auquel est requise une force égale qui contraint le mobile à ne pas s'échapper. Et il sera loisible de mesurer ce *conatus* par la perpendiculaire menée du point suivant sur la tangente au point précédent inassignablement 5 distant. Et puisque la ligne est circulaire, le très célèbre Huygens, qui est le premier à avoir étudié géométriquement cette force, l'a appelée centrifuge. Or tout *conatus* expulsif est infiniment petit au regard de la vitesse ou de l'*impetus* formé par le *conatus* plusieurs fois répété, tout comme l'est aussi la sollicitation de la pesanteur, qui est d'une nature homogène à ce *conatus*. De là que 10 la même cause est confirmée de part et d'autre. Et il n'est donc pas étonnant que Galilée ait voulu que la percussion soit infinie en comparaison de la seule pesanteur, selon mon vocabulaire, du simple *conatus*, dont pour ma part je désigne habituellement la force comme force morte, qui est rendue vive par son action en formant alors un *impetus* par ses impressions répétées. 15

11) Le *conatus* centrifuge ou *conatus* expulsif de la circulation peut être représenté par PN , sinus verse de l'angle de circulation ${}_1M\odot N$ (ou ce qui revient au même du fait de la différence inassignable des rayons, par ${}_1D_1T$) ; en effet le sinus verse est égal à la perpendiculaire menée d'un point extrême de l'arc de cercle sur la tangente à l'autre point extrême, par laquelle nous 20 avons représenté dans la proposition précédente le *conatus* expulsif (le *conatus* centrifuge peut aussi être représenté par PV , différence entre le rayon et la sécante du même angle, différence dont la distinction d'avec le sinus verse est infiniment de fois infiniment de fois infiniment petite, et donc absolument nulle au regard du rayon). C'est pourquoi en outre, puisque le sinus verse est 25 en raison double de la corde ou de l'arc inassignables, c'est-à-dire de la vitesse, il s'ensuit que les *conatus* centrifuges de mobiles décrivant des cercles égaux sont en raison double des vitesses, et pour ceux qui décrivent des cercles inégaux ils sont en raison composée de la raison carrée des vitesses et de la raison inverse des rayons. Selon un calcul analytique : soit x le *conatus* centrifuge ou 30 le sinus verse ${}_2D_2T$, soit y la vitesse de circulation ou le sinus droit ${}_2D_3M$, soit r le rayon $\odot_3M$; selon la géométrie ordinaire, il viendra $x = \frac{y^2}{2r-x}$, c'est-à-dire que x est à y comme y à $2r - x$. Mais x est incomparablement inférieur à r , donc il disparaît dans la quantité $2r - x$ et il vient $x = \frac{y^2}{2r}$, c'est-à-dire que le *conatus* centrifuge ${}_2D_2T$ est à la circulation ${}_2D_2M$ comme la circulation à 35 la vitesse qu'il faudrait transmettre dans le même élément de temps à tout le diamètre ou au double de la distance au centre.

trifugus ${}_2D_2T$ est ad circulationem ${}_2D_3M$ ut circulatio ad velocitatem qua opus esset ad totam diametrum, seu ad duplam a centro distantiam eodem temporis elemento transmittendam.

(12) Conatus centrifugi mobilis harmonice circulantis
 5 sunt in ratione radiorum reciproca triplicata. Sunt enim (per
 præcedentem) in reciproca radiorum, et directæ duplicata velocitatum, id
 est (quia velocitates circulationis harmonicæ sunt reciproce ut radii) du-
 plicata reciproca radiorum; ex simplice autem reciproca et duplicata reci-
 proca fit reciproca triplicata. Pro calculo sit θa planum constans æquale
 10 semper duplo triangulo elementari ${}_2M_3M\odot$ seu rectangulo ${}_2D_3M$ in $\odot_2M$
 radium seu r , ergo ${}_2D_3M$ erit $\theta a : r$ seu θa divis. per r , jam ${}_2D_2T$ conatus
 centrifugus æqu. ${}_2D_3M$ quadr. divis. per bis $\odot_3M$, ergo æqu. $\theta\theta aa : 2r^3$.

(13) Si motus paracentricus (recessus a centro Ω vel ad ipsum ac-
 cessus) sit æquabilis, et circulatio harmonica, linea motus ΩMG
 15 erit spiralis ex centro Ω incipiens, cujus ea est proprietas, ut seg-
 menta $\Omega GM\Omega$ sint proportionalia radiis, id est hoc loco chor-
 dis ΩG ex centro educitis, sunt enim tam areæ, hoc est, segmenta, quam
 (ob æquabilem recessum) radii temporibus proportionales. Multæ sunt aliæ
 notabiles hujus spiralis proprietates, nec difficilis constructio. Imo gene-
 20 ralis datur methodus in circulatione Harmonica, si ex radiis den-
 tur tempora, aut velocitates paracentrici motus, aut saltem elementa im-
 petuum seu sollicitationes gravitatis, construendi lineas saltem suppositis
 quadraturis. [89]

(14) Sollicitatio paracentrica seu gravitatis vel levitatis,
 25 exprimitur recta ${}_3ML$ ex puncto curvæ ${}_3M$ in puncti præcedentis inassigna-
 biliter distantis ${}_2M$ tangentem ${}_2ML$ (productam in L) acta, radio præceden-
 ti $\odot_2M$ (ex centro $\odot$ in punctum præcedens ${}_2M$ ducto) parallela, conci-
 piendo scilicet hanc sollicitationem impedire, quo minus mobile a curva
 recedat.

30 (15) In omni circulatione harmonica elementum impe-
 tus paracentrici (hoc est incrementum aut decrementum velocitatis
 descendendi versus centrum vel ascendendi a centro) est differentia
 vel summa sollicitationis paracentricæ (hoc est impressionis a
 gravitate vel levitate aut causa simili factæ) et dupli conatus centri-
 35 fugi (at ipsa circulatione harmonica orti.) Summa quidem, si levitas adsit;
 differentia, si gravitas: ubi prævalente gravitatis sollicitatione crescit descen-

27-29 concipiendo ... recedat *add.* L_I

12) Les *conatus centrifuges d'un mobile circulant harmoniquement sont en raison inverse triple des rayons*. Ils sont en effet (par la précédente proposition) en raison inverse des rayons et en raison directe double des vitesses, c'est-à-dire (puisque les vitesses de circulation harmonique sont inversement comme les rayons) en raison inverse double des rayons ; or de la raison inverse simple 5 et de la raison inverse double [prises ensemble] vient la raison inverse triple. À titre de calcul : soit θa un plan constant toujours égal au double triangle élémentaire ${}_2M{}_3M\odot$ ou au rectangle ${}_2D{}_3M$ par $\odot{}_2M$, rayon ou r ; donc ${}_2D{}_3M$, sera $\theta a : r$ ou θa divisé par r ; or ${}_2D{}_2T$, *conatus* centrifuge, est égal à ${}_2D{}_3M$ au carré divisé par deux fois $\odot{}_3M$, donc égal à $\theta^2 a^2 : 2r^3$. 10

13) Si le mouvement paracentrique (d'éloignement ou d'approche du centre Ω) est uniforme, et si la circulation est harmonique, la ligne du mouvement $\Omega M \Omega$ sera une spirale commençant au centre Ω , dont la propriété est que les segments $\Omega G M \Omega$ soient proportionnels aux rayons, c'est-à-dire en ce cas aux cordes ΩG menées depuis le centre ; en effet tant les aires, c'est-à-dire 15 les segments, que les rayons (du fait d'un éloignement uniforme) sont proportionnels aux temps. Il y a bien d'autres propriétés notables de cette spirale, et sa construction n'est pas difficile. Il y a même *une méthode générale* dans la circulation harmonique pour construire les lignes en supposant du moins les quadratures, si les temps ou les vitesses du mouvement paracentrique, ou au 20 moins les éléments des *impetus* c'est-à-dire les sollicitations de la pesanteur, sont donnés par les rayons.

14) La *sollicitation paracentrique de la pesanteur ou de la légèreté* est représentée par la droite ${}_3ML$ tracée du point de la courbe ${}_3M$ sur la tangente ${}_2ML$ (prolongée en L) au point précédent inassignablement distant, parallèle 25 au rayon précédent $\odot{}_2M$ (mené du centre $\odot$ au point précédent ${}_2M$), en concevant en effet que cette sollicitation fait d'autant moins obstacle que le mobile s'écarte de la courbe.

15) En toute circulation harmonique, l'élément de l'*impetus* paracentrique (c'est-à-dire l'augmentation ou la diminution de la vitesse de descente vers 30 le centre ou d'ascension depuis le centre) est la différence ou la somme de la sollicitation paracentrique (c'est-à-dire de l'impression de la pesanteur ou de la légèreté ou produite par une cause semblable) et du double du *conatus* centrifuge, – la somme s'il s'agit de légèreté, la différence s'il s'agit de la pesanteur : en quoi quand prévaut la sollicitation de la gravité, la vitesse de 35 descente s'accroît ou la vitesse d'ascension décroît, mais inversement quand prévaut le double *conatus* centrifuge. Soient ${}_1MN$ et ${}_3M{}_2D$ les perpendiculaires à $\odot{}_2M$ à partir de ${}_1M$ et ${}_3M$; donc puisqu'on a montré que les triangles

dendi, vel decrescit ascendendi velocitas, at prævalente duplo conatu centri-
fugo, contra. Ex ${}_1M$ et ${}_3M$ normales in $\odot_2M$ sint ${}_1MN$ et ${}_3M_2D$; cum ergo
triangula ${}_1M_2M\odot$ et ${}_2M_3M\odot$ sint æqualia ostensa ob circulationem har-
monicam, erunt (ob basin communem $\odot_2M$) et altitudines ${}_1MN$ et ${}_3M_2D$
5 æquales. Jam sumta ${}_2MG$ æquali L_3M , jungatur ${}_3MG$ parallela ipsi ${}_2ML$;
igitur congrua erunt triangula ${}_1MN_2M$ et ${}_3M_2DG$, et erit ${}_1M_2M$ æqu. G_1M ,
et N_2M æqu. G_2D . Porro in recta $\odot_2M$ (si opus producta, quod semper sub-
intelligo) sumatur $\odot P$ æqu. $\odot_1M$, et $\odot_2T$ æqu. $\odot_3M$, erit P_2M differentia
inter radios $\odot_1M$, et $\odot_2M$; et ${}_2T_2M$ differentia inter radios $\odot_2M$ et $\odot_3M$.
10 Jam P_2M æqu. (N_2M seu) $G_2D + NP$, et ${}_2T_2M$ æqu. ${}_2MG + G_2D - {}_2D_2T$,
ergo $P_2M - {}_2T_2M$ (differentia differentiarum) erit $NP + {}_2D_2T - {}_2MG$, hoc
est (quia NP et ${}_2D_2T$ sinus versi duorum angulorum et radiorum incompa-
rabiliter differentium coincidunt) bis ${}_2D_2T - {}_2MG$. Jam differentia radio-
rum exprimit velocitatem paracentricam, differentia differentiarum expri-
15 mit elementum velocitatis paracentricæ. Est autem ${}_2D_2T$ vel NP conatus
centrifugus circulationis, quippe sinus versus (per 11) et ${}_2MG$ seu ${}_3ML$ est
solicitatio gravitatis (per præcedentem). Itaque elementum velocitatis para-
centricæ æquatur differentiæ inter duplum conatum centrifugum NP seu
 ${}_2D_2T$ et simplicem solicitationem gravitatis G_2M aut (quod eodem modo [90]
20 concluditur) summæ ex duplo conatu centrifugo, et simplici solicitatione
levitatis.

(16) Datis incrementis aut decrementis velocitatis ascendendi aut de-
scendendi, datur sollicitatio gravitatis levitatisve aut vice versa. Patet ex præ-
cedenti, nam conatus centrifugus semper dari censetur, cum sit in ratione
25 triplicata reciproca radiorum (per 12).

(17) Æqualibus temporum elementis incrementa angulorum circulatio-
nis harmonicæ, sunt in ratione duplicata reciproca radiorum. Nam circu-
lationes sunt in ratione composita angulorum et radiorum, et circulationes
elementares, cum sint harmonicæ, sunt in ratione reciproca radiorum, ergo
30 anguli elementares sunt in ratione radiorum reciproca duplicata. Tales sunt
fere motus apparentes diurni ex Sole spectati (dies enim hic sufficienter ex-
iguæ sunt partes temporis, inprimis pro planetis remotioribus,) qui erunt
circiter in ratione reciproca quadratorum distantia, ita ut in distantia dupla
tantum quarta pars anguli eodem temporis elemento absolvatur, in tripla
35 tantum nona.

(18) Si ellipsis describatur circulatione mobilis circa fo-
cum tanquam circulationis centrum, erunt inter se hæc

36 mobilis | harmonica | AE , del. L_I

${}_1M_2M\odot$ et ${}_2M_3M\odot$ sont égaux en raison de la circulation harmonique, les hauteurs ${}_1MN$ et ${}_3M_2D$ seront aussi égales (en raison de la base commune $\odot_2M$). En prenant alors ${}_2MG$ égale à L_3M , qu'on joigne ${}_3MG$ parallèle à ${}_2ML$; les triangles ${}_1MN_2M$ et ${}_3M_2DG$ seront donc congruents, et ${}_1M_2M$ sera égal à G_1M , et N_2M sera égal à G_2D . En outre, sur la droite $\odot_2M$ (prolongée 5 au besoin, ce que je sous-entend toujours), qu'on prenne $\odot P$ égal à $\odot_1M$, et $\odot_2T$ égal à $\odot_3M$, P_2M sera la différence entre les rayons $\odot_1M$ et $\odot_2M$, et ${}_2T_2M$ la différence entre les rayons $\odot_2M$ et $\odot_3M$. Or P_2M est égal à $(N_2M$ ou $G_2D + NP$, et ${}_2T_3M$ est égal à ${}_2MG + G_2D - {}_2D_2T$; donc $P_2M - {}_2T_2M$ (différence des différences) sera $NP + {}_2D_2T - {}_2MG$, c'est-à-dire deux fois 10 ${}_2D_2T - {}_2MG$ (puisque coïncident NP et ${}_2D_2T$, sinus verses de deux angles et rayons qui diffèrent incomparablement). Car la différence des rayons représente la vitesse paracentrique, et la différence des différences représente l'élément de la vitesse paracentrique. Or ${}_2D_2T$ ou NP est le *conatus* centrifuge de la circulation, alors que le sinus verse (par 11) et ${}_2MG$ ou ${}_3ML$ est la 15 sollicitation de la pesanteur (par la proposition précédente). C'est pourquoi l'élément de la vitesse paracentrique est égal à la différence entre le double du *conatus* centrifuge NP ou ${}_2D_2T$ et la simple sollicitation de la pesanteur G_2M , ou est égal (ce qu'on conclut de la même façon) à la somme du double du *conatus* centrifuge et de la simple sollicitation de la légèreté. 20

16) Les augmentations ou diminutions de la vitesse d'ascension ou de la vitesse de descente étant données, la sollicitation de la pesanteur ou de la légèreté est aussi donnée, et réciproquement. Cela est évident d'après ce qui précède, en effet on admet qu'il y a toujours un *conatus* centrifuge et qu'il est en raison inverse triple des rayons (par 12). 25

17) Pour des éléments de temps égaux, les accroissements des angles de la circulation harmonique sont en raison inverse double des rayons. En effet, les circulations sont en raison composée des angles et des rayons, et les circulations élémentaires, puisqu'elles sont harmoniques, sont en raison inverse des rayons; donc les angles élémentaires sont en raison inverse double des rayons. 30 Tels sont presque les mouvements diurnes apparents vus depuis le Soleil (les jours sont en effet ici des parties du temps suffisamment petites, surtout pour les planètes les plus éloignées), qui seront à peu près en raison inverse des carrés de la distance, de sorte qu'à une distance double n'est parcouru pendant un même élément de temps que le quart de l'angle, et à une distance triple 35 seulement le neuvième.

18) Si une ellipse est décrite par la circulation d'un mobile autour d'un foyer pris comme centre de la circulation, ces trois [grandeurs] : la circulation ${}_2T_3M$

tria: circulatio ${}_2T_3M$ vel ${}_2D_3M$ (hæc enim comparabiliter non differunt)[.] velocitas paracentrica ${}_2D_2M$, et velocitas ipsius mobilis (ex ipsis composita) in ipsa orbita elliptica nempe ${}_2M_3M$, respective ut hæc alia tria: axis transversus BE ; media proportionalis inter differentiam et summam distantiarum focorum inter se $F\odot$ et differentiarum $\odot\phi$ distantiarum puncti orbitæ ${}_3M$ a focus; ac denique dupla media proportionalis inter $\odot_3M$ et F_3M distantias ejusdem puncti a duobus focus. Eadem hæc suo modo et in Hyperbola vera sunt. In Parabola quantitibus quæ ibi infinitæ sunt evanescentibus, fient circulatio, velocitas paracentrica, et velocitas ex ipsis composita, quæ est in ipsa orbita respective, ut latus rectum; media proportionalis inter latus rectum et excessum radii super radium omnium minimum, (qui est quarta pars lateris recti) et denique dupla media proportionalis inter radium et latus rectum. Horum veritas ex communibus conicorum elementis derivari potest, si ponatur rectam ${}_3MH$ curvæ (vel ejus tangenti) perpendicularem in ${}_3M$, axi $A\Omega$ occurrere in R , et in eam ex focus normales agi FQ , $\odot H$; patet ${}_3MH$, $H\odot$, $\odot_3M$, esse ipsis ${}_3M_2D$, ${}_2D_2M$, ${}_2M_3M$, hoc est velocitati circulationis, velocitati paracentricæ, et velocitati toti in ipsa orbita proportionales. Ponatur enim ${}_3MH$ ipsi $\odot_2M$ occurrere in $\beth$, patet ob angulum H_3M_2M rectum (nam arcus inassignabilis ${}_2M_3M$, habetur pro linea recta) esse triangula $\beth H\odot$ et ${}_3M_2D_2M$ similia, angulum ${}_3M_2M_2D$ æqualem esse angulo $\beth\odot H$, id est angulo ${}_3M\odot H$ (quia angulus ${}_3M\odot_2M$ est inassignabilis seu infinite parvus) itaque triangula ${}_3MH\odot$ et ${}_3M_2D_2M$ sunt similia. Unde sequitur proportio assignata. Sed jam ostendendum est rectas ${}_3MH$, $H\odot$, $\odot_3M$ se habere modo dicto: Quia recta ${}_3MH$ (ex constructione) normalis est ad ${}_3M_2M$, arcum Ellipseos (aut sectionis conicæ in genere) ejusve tangentem in puncto ${}_3M$ ideo (primo) æquales sunt (ex conicis) anguli H_3MF et $H_3M\odot$. Similia igitur sunt (2^{do}) triangula angulos ad H et Q rectos habentia ${}_3MH\odot$ et ${}_3MQF$, et posito $F\odot$ a ${}_3MH$ secari in R est (3^{tio}) $\odot R$ ad FR ut ${}_3M\odot$ ad ${}_3MF$, segmenta scilicet baseos $\odot F$ ut latera ${}_3M\odot$, ${}_3MF$ trianguli $\odot_3MF$ cujus quippe angulus ad verticem est bisectus. Præterea (4^{to}) et triangula $\odot HR$, FQR sunt similia, ergo, (5^{to}) latera eorum homologa sunt ut $\odot R$

15 rectam $|{}_3M|AE$, corr. L_1 598.17-604.28 $\odot_3M$, (1) esse ipsis ${}_2M_2D$, ${}_2D_3M$, ${}_3M_2M$, hoc est velocitati paracentricæ, circulationi, et velocitati in ipsa orbita, proportionales. Sufficit igitur ostendi latera trianguli ${}_3MH\odot$ esse inter se, ut enuntiavimus. Quod facilius fiet, considerando triangula ${}_3MQF$, et ${}_3MH\odot$ esse similia, et præterea esse F_3M ad $\odot_3M$ ut FR ad $\odot R$, unde per analysin communem propositum concludetur. Sequitur hinc, permutatis licet focus, ut alter pro altero centrum circulationis harmonicæ attractionisque fiat, eandem quæ ante, manere rationem circulationis et velocitatis paracentricæ in quovis puncto. AE (2) esse ... intelligerentur. C_2

ou ${}_2D_3M$ (en effet elles ne diffèrent pas de façon comparable), la vitesse paracentrique ${}_2D_2M$, et la vitesse du mobile (composée des deux précédentes) sur l'orbite elliptique, à savoir ${}_2D_2M$, seront entre elles respectivement comme ces trois autres [grandeurs] : l'axe transversal BE , - la moyenne proportionnelle entre la différence et la somme de la distance des foyers entre eux $F\odot$ et 5 de la différence $\odot\varphi$ des distances aux foyers du point ${}_3M$ de l'orbite, - et enfin la double moyenne proportionnelle entre ${}_3M$ et F_3M , distances du même point aux deux foyers. Ces mêmes [rapports] sont encore vrais dans le cas de l'hyperbole à sa façon. *Pour la parabole*, quand s'évanouissent les quantités jusque-là infinies, la circulation, la vitesse paracentrique, et la vitesse qu'elles 10 composent, qui se trouve sur l'orbite elle-même, deviendront respectivement comme le côté droit, la moyenne proportionnelle entre le côté droit et l'excès du rayon sur le plus petit de tous les rayons (qui est le quart du côté droit), et enfin le double de la moyenne proportionnelle entre le rayon et le côté droit. La vérité de tout cela peut être déduite des éléments communs des sections 15 coniques, si on pose que la droite ${}_3MR$ perpendiculaire en MR à la courbe (ou à sa tangente) rencontre l'axe $A\Omega$ en R , et que soient menées sur elle à partir des foyers les normales FQ , $\odot H$; il est manifeste que ${}_3MH$, $H\odot$, $\odot_3M$ sont [respectivement] proportionnelles à ${}_3M_2D$, ${}_2D_2M$, ${}_2M_3M$, c'est-à-dire à la vitesse de circulation, à la vitesse paracentrique et à la vitesse du tout 20 sur son orbite. Qu'on suppose en effet que ${}_3MH$ rencontre $\odot_2M$ en $\beth$, il est clair du fait que l'angle H_3M_2M est droit (car l'arc inassignable ${}_2M_3M$ passe pour une ligne droite) que les triangles $\beth H\odot$ et ${}_3M_2D_2M$ sont semblables, que l'angle ${}_3M_2M_2D$ est égal à l'angle $\beth\odot H$, c'est-à-dire à l'angle ${}_3M\odot H$ (puisque l'angle ${}_3M_2M$ est inassignable ou infiniment petit), c'est 25 pourquoi ${}_3MH\odot$ et ${}_3M_2D_2M$ sont semblables. D'où résulte la proposition indiquée. Mais il faut maintenant montrer que les droites ${}_3MH$, $H\odot$, $\odot_3M$ se comportent à la façon qui a été dite : puisque la droite ${}_3MH$ (par construction) est perpendiculaire à l'arc de l'ellipse ${}_3M_2M$ (ou d'une section conique en général) ou à sa tangente au point ${}_3M$, de là résulte : (premièrement) les 30 H_3MF et $H_3M\odot$ sont égaux (d'après les propriétés des sections coniques). Sont donc semblables (2°) les triangles ${}_3MH\odot$ et ${}_3MQF$ ayant leurs angles en H et Q droits; et supposé que $F\odot$ soit coupé en R par ${}_3MH$ (3°) $\odot R$ est à FR comme ${}_3M\odot$ à ${}_3MF$, et du coup les segments de la base $\odot F$ sont comme les côtés ${}_3M\odot$, ${}_3MF$ du triangle $\odot_3MF$, dont en effet l'angle au sommet est divisé en deux. En outre (4°) et les triangles $\odot HR$, FQR aussi sont semblables, donc (5°) leurs côtés sont homologues comme $\odot R$ à ER , c'est-à-dire (par 3) comme ${}_3M\odot$ à ${}_3MF$, et donc comme les côtés homologues des 35

ad ER seu (per 3) ut ${}_3M\odot$ ad ${}_3MF$ adeoque ut latera homologa triangulorum similium ${}_3MH\odot$ et ${}_3MQF$, porro (6^{to}) ${}_3M\odot + {}_3MF$ æq. $A\Omega$, ex natura Ellipseos, et ${}_3M\odot - {}_3MF$ (7^{mo}) vocetur $\odot\phi$, et (8^{vo}) differentia inter quadrata $A\Omega$ axis majoris seu recti (seu distantia verticum) et BE axis transversi
 5 seu conjugati vel minoris seu distantiae mediarum digressionum, æquatur quadrato distantiae focorum seu $A\Omega$ qu. — $\odot F$ qu. æqu. BE qu. seu æqu. rectangulo sub $A\Omega$ latere transverso et XW latere recto (quod latus rectum invenimus æquale duplæ ordinatim applicatæ ad axem in foco)[.] Constat etiam (9^{no}) in omni triangulo, si angulus ad verticem sit bisectus rectam
 10 bisecantem esse ad rectam quæ potest differentiam inter potestates summæ laterum trianguli baseos, ut media proportionalis inter latera est ad laterum summam. Itaque (10^{mo}) MR est ad rectam quæ potest $A\Omega$ qu. — $\odot F$ qu. id est (per 8.) ad BE , ut media proportionalis inter ${}_3M\odot$ et ${}_3MF$ seu (per 6. et 7) ut dimidium latus de $A\Omega$ qu. — $\odot\phi$ qu. est ad $A\Omega$. Rursus (11^{mo})
 15 $MR \cdot \odot H + QF$ æqu. duplo triangulo $\odot {}_3MF$, quod etiam habetur (12^{mo}), si media proportionalis inter summam et differentiam baseos et summæ ex lateribus ducatur in dimidiatam mediam proportionalem inter summam [75r]
 et differentiam baseos et differentiae laterum (per notum canonem investigandi aream trianguli ex datis lateribus). Ergo (per 11 et 12) fiet (13^{mo})
 20 MR in $\odot H + FQ = \sqrt{A\Omega \text{ qu.} - \odot F \text{ qu.}}$ seu (per 8) BE in dimidium $\sqrt{\odot F \text{ qu.} - \odot\phi \text{ qu.}}$ seu fiet MR ad BE ut dimidium $\sqrt{\odot F \text{ qu.} - \odot\phi \text{ qu.}}$ ad $\odot H + FQ$. Ergo (per 10 et 13.) fit (14^{mo}) $\sqrt{A\Omega \text{ qu.} - \odot\phi \text{ qu.}}$ ad $A\Omega$ ut $\sqrt{\odot F \text{ qu.} - \odot\phi \text{ qu.}}$ ad $\sqrt{A\Omega \text{ qu.} - \odot\phi \text{ qu.}}$. Sed (15^{mo}) $\odot H + FQ$ ad ${}_3M\odot + {}_3MF$ seu ad $A\Omega$ est ut $\odot H$ ad ${}_3M\odot$ (per 5). Ergo (per 14. [et] 15)
 25 fit (16^{mo}) $\odot H$ ad ${}_3M\odot$ ut $\sqrt{\odot F \text{ qu.} - \odot\phi \text{ qu.}}$ ad $\sqrt{A\Omega \text{ qu.} - \odot\phi \text{ qu.}}$. Et proinde (17^{mo}) ${}_3M\odot \text{ qu.} - \odot H \text{ qu.}$ id est ${}_3MH \text{ qu.}$ est ad ${}_3M\odot \text{ qu.}$ ut $A\Omega \text{ qu.} - \odot\phi \text{ qu.}$ demto $\odot F \text{ qu.} - \odot\phi \text{ qu.}$ seu ut $A\Omega \text{ qu.} - \odot F \text{ qu.}$ seu ut $BE \text{ qu.}$ est ad $A\Omega \text{ qu.} - \odot\phi \text{ qu.}$ Itaque ex 15 et 17 (18^{mo}) fiunt inter se ${}_3MH$ (quæ ut velocitas circulandi)[,] $H\odot$ (quæ ut velocitas paracentrica) et $\odot {}_3M$
 30 (quæ ut velocitas in orbita) ut sunt inter se BE , $\sqrt{\odot F \text{ qu.} - \odot\phi \text{ qu.}}$ (seu media proportionalis inter $\odot F + \odot\phi$) et $\odot F - \odot\phi$ et $\sqrt{A\Omega \text{ qu.} - \odot\phi \text{ qu.}}$ (seu dupla mediæ proportionalis inter ${}_3M\odot$ et ${}_3MF$) quod asserabatur. Hinc etiam enuntiatio talis fieri potest: Si quid moveatur in Ellipsi, velocitas circulandi circa focum est ad velocitatem paracentricam, nempe descendendi ad focum, vel a
 35 foco recedendi; ut axis minor seu transversus est ad latus differentiae inter potestatem distantiae focorum inter se,
 15 (12^{mo}) *om. C1 et C2, add. ed. secundum L1*

triangles semblables ${}_3MH\odot$ et ${}_3MQF$; de plus (6°) ${}_3M\odot + {}_3MF$ est égal à $A\Omega$ suivant la nature de l'ellipse, et ${}_3M\odot - {}_3MF$ (7°) est nommé $\odot\varphi$ et (8°) la différence entre les carrés de $A\Omega$ du plus grand axe ou axe droit (c'est-à-dire la distance des sommets) et de l'axe transversal BE , c'est-à-dire axe conjugué ou plus petit, ou encore de la distance des digressions moyennes, est égale au 5 carré de la distance des foyers, et donc $A\Omega^2 - \odot F^2 = BE^2$, ou est égal au rectangle compris sous le côté transversal $A\Omega$ et le côté droit XW (côté droit que nous avons trouvé égal au double de l'ordonnée à l'axe dans le foyer). Il est établi aussi (9°) que dans tout triangle, si l'angle au sommet est divisé en deux, la droite bissectrice est à la droite qui est la racine de la différence 10 entre les puissances de la somme des côtés de la base du triangle comme la moyenne proportionnelle entre les côtés est à la somme des côtés. C'est pourquoi (10°) MR est à la droite qui est la racine de $A\Omega^2 - \odot F^2$, c'est-à-dire (par 8) à BE , comme la moyenne proportionnelle entre ${}_3M\odot$ et ${}_3MF$, ou (par 6 et 7) comme la moitié du côté $A\Omega^2 - \odot\varphi^2$ est à Ω . Derechef (11°) 15 $MR \cdot (\odot H + FQ)$ est égal au double du triangle $\odot {}_3MF$, ce qu'on obtient aussi, si la moyenne proportionnelle entre la somme et la différence de la base et de la somme des côtés était multipliée par la moitié de la moyenne proportionnelle entre la somme et la différence de la base et de la différence des 20 côtés (d'après la règle bien connu pour rechercher l'aire d'un triangle à partir des côtés donnés). Par 11 et 12, il viendra donc (13°) MR multiplié par $\odot H + FQ = \sqrt{A\Omega^2 - \odot F^2}$ ou aussi (par 8) DE multiplié par la moitié de $\sqrt{\odot F^2 - \odot\varphi^2}$, c'est-à-dire qu'il viendra que MR est à BE comme la moitié de $\sqrt{\odot F^2 - \odot\varphi^2}$ à $(\odot H + FQ)$. Donc (par 10 et 13) il vient (14°) que $\sqrt{A\Omega^2 - \odot\varphi^2}$ est à $A\Omega$ comme $\sqrt{A\Omega^2 - \odot\varphi^2}$; mais (15°) $\odot H + FQ$ est 25 à ${}_3M\odot + {}_3MF$ ou à $A\Omega$ comme $\odot H$ à ${}_3M\odot$. Donc (par 14 et 15) il vient (16°) que $\odot H$ est à ${}_3M\odot$ comme $\sqrt{\odot F^2 - \odot\varphi^2}$ à $\sqrt{A\Omega^2 - \odot\varphi^2}$. Et par suite (17°) ${}_3M\odot^2 - \odot H^2$, c'est-à-dire ${}_3MH$ est à ${}_3M\odot^2$ comme $A\Omega^2 - \odot\varphi^2$, en soustrayant $\odot F^2 - \odot\varphi^2$, ou aussi comme $A\Omega^2 - \odot F^2$ ou comme BE^2 est à $A\Omega^2 - \odot\varphi^2$. C'est pourquoi, d'après 15 et 17, (18°) ${}_3MH$ (qui est comme 30 la vitesse de circulation), $H\odot$ (qui est comme la vitesse sur la courbe paracentrique) et $\odot {}_3MH$ (qui est comme la vitesse sur l'orbite) se trouvent les unes aux autres comme sont entre elles BE , $\sqrt{\odot F^2 - \odot\varphi^2}$ (ou la moyenne proportionnelle entre $\odot F + \odot\varphi$ et $\odot F - \odot\varphi$ et $\sqrt{A\Omega^2 - \odot\varphi^2}$ (ou le double de la moyenne proportionnelle entre ${}_3M\odot$ et ${}_3MF$), comme il était affirmé. 35 D'où l'on peut former encore cet énoncé : si quelque chose est mû sur une ellipse, la vitesse de circulation autour du foyer est à la vitesse paracentrique, à

et potestatem differentiae distantiarum mobilis a focus. Et quoniam in hac enuntiatione foci indifferenter tractantur, hinc sequitur [75v] permutatis licet focus, ut alter pro altero centrum circulationis attractionisque fiat, eandem in quovis puncto manere rationem circulationis ad descensum seu ad velocitatem paracentricam. Jam ex puncto Ellipseos ${}_3M$, agatur in axem ordinata (normalis scilicet) ${}_3MY$ patet (19^{no}) rectangulum ex ${}_3MY$ in $F\odot$ æquari duplo triangulo ${}_3M\odot F$ adeoque (per 12 vel 13) æquari (20^{mo}) ipsi BE in dimidium $\sqrt{\odot F \text{ qu.} - \odot \phi \text{ qu.}}$ seu bis ${}_3MY$ in $F\odot$ est ad $BE \text{ qu.}$ ut $\sqrt{\odot F \text{ qu.} - \odot \phi \text{ qu.}}$ est ad BE . Sed et (per 18) erat

10 velocitas circulationis ad paracentricam ut $\sqrt{\odot F \text{ qu.} - \odot \phi \text{ qu.}}$ ad BE [,] ideo fiet (21^{mo}) paracentrica velocitas ad circulationem in Ellipse, ut bis ${}_3MY$ in $F\odot$ ad $BE \text{ qu.}$ Seu ut dupla ordinata ad distantiae focorum et axi minori tertiam proportionalem. Et proinde (22^{do}) in Ellipsi rationes velocitatum paracentricarum focus respicientium ad circulatorias respondentes sunt ordinatis proportionales seu

15 quod idem est rationes velocitatis qua planeta accedit ad Solem aut ab eo recedit ad velocitatem ejusdem simul circulandi circa Solem sunt distantis planetæ a linea absidum proportionales. Atque ita si una ratio accessus vel recessus ad

20 coexistentem circulationem sit duplicata vel triplicata (etc.) rationis quam alius accessus vel recessus habet ad circulationem sibi coexistentem; erit logarithmus ordinatæ a priori mobilis loco in axem ductæ duplus vel triplus logarithmi ordinatæ a posteriori mobilis loco in axem ductæ. Rationes scilicet accipio hoc loco tanquam numeros, qui toties contineant unitatem, [76r]

25 quoties antecedens rationis continet consequens. Et dupla vel tripla ratio fit duplo vel triplo facto antecedente vel dimidiato aut tertiato consequente. Sed duplicatam vel triplicatam voco rationem, cujus duplus vel triplus est logarithmus, seu quæ est ut quadratum vel cubus prioris, hoc est quæ est inter quadrata aut cubos terminorum prioris. Similiter etiam (23^{io}) in El-

30 lipsi rationes velocitatum in orbita ad coexistentes velocitates circulandi circa alterutrum focorum sunt inter se ut mediæ proportionales inter distantias mobilis a focus ut patet ex 18; et proinde, in motibus planetarum Ellipticis, si una ratio inter velocitatem planetæ in sua orbita, et velocitatem qua accedit Soli aut

35 ab eo recedit sit alterius hujusmodi rationis duplicata vel triplicata (etc.)[,] erit summa ex logarithmis distantiarum mobilis a focus in priori casu, dupla vel tripla (etc.) summæ similis in posteriori casu. Restat ut motum in

13 (22^{mo}) *corr. ed.* 14 respicientiura *corr. ed.*

savoir de descente vers le foyer ou d'éloignement du foyer, comme le petit axe ou axe transversal est au côté de la différence entre la puissance de la distance des foyers entre eux et la puissance de la différence des distances du mobile aux foyers. Et puisque dans cet énoncé les foyers sont considérés indifféremment, il s'ensuit, tout en permutant les foyers de sorte que l'un devienne à la place de l'autre le centre de circulation et d'attraction, qu'en tout point la raison de la circulation à la descente ou à la vitesse paracentrique reste la même. Or que du point ${}_3M$ de l'ellipse, on mène sur l'axe l'ordonnée (bien sûr perpendiculaire) ${}_3MY$, il est clair (19°) que le rectangle résultant de ${}_3MY$ par $F\odot$ est égal au double du triangle ${}_3M\odot F$, et par conséquent (par 12 et 13) est égal (20°) à BE multiplié par la moitié de $\sqrt{\odot F^2 - \odot \varphi^2}$, c'est-à-dire que deux fois ${}_3MY$ multiplié par $F\odot$ est à BE^2 comme $\sqrt{\odot F^2 - \odot \varphi^2}$ est à BE . D'où il vient (21°) que la vitesse paracentrique est à la circulation sur l'ellipse comme deux fois ${}_3MY$ multiplié par $F\odot$ est à BE^2 , ou comme le double de l'ordonnée est à la troisième proportionnelle entre la distance des foyers et le petit axe. Et par conséquent (22°) *dans une ellipse, les raisons des vitesses paracentriques orientées sur le foyer aux circulations correspondantes sont proportionnelles aux ordonnées, ou, ce qui revient au même, les raisons de la vitesse avec laquelle la planète s'approche du Soleil ou s'en éloigne à sa vitesse de circuler en même temps autour du Soleil sont proportionnelles aux distances de la planète à la ligne des apsides*. Et ainsi, si la raison d'approchement ou d'éloignement avec la circulation qui lui coexiste est double, triple (etc.) de la raison qu'un autre approchement ou éloignement a avec la circulation qui lui coexiste, le logarithme de l'ordonnée menée sur l'axe depuis l'emplacement précédent du mobile double ou triple du logarithme de l'ordonnée menée sur l'axe depuis l'emplacement successif du mobile. Je considère en effet ici les *raisons* comme des nombres, qui contiennent autant d'unités que l'antécédent de la raison contient de fois le conséquent. Et une raison double ou triple résulte de la multiplication de l'antécédent par deux ou par trois, ou de la division du conséquent par deux ou par trois. Mais j'appelle raison double ou triple celle dont le logarithme est double ou triple, ou qui est comme le carré ou le cube de la première, ou encore qui est la raison entre les carrés ou les cubes des termes de la première. Semblablement encore (23°) dans une ellipse les raisons des vitesses sur l'orbite aux vitesses coexistantes de circulation autour de l'un ou l'autre des foyers sont entre elles comme les moyennes proportionnelles des distances du mobile aux foyers, comme il ressort du n° 18 ; et par conséquent, dans les mouvements elliptiques des planètes, si la raison entre la vitesse de la planète sur son orbite et la vitesse avec laquelle elle s'approche

Ellipsi secundum radios ex focus ductos, cum motu secundum axem eique
 parallelas, seu secundum abscissas (ut antea cum ordinatis seu axi transverso
 parallelis) comparemus. Est autem (24^{to}) RY ad YC ut latus rectum (quod
 nos ostendimus esse æqu. XW) ad $A\Omega$ latus transversum seu axem majorem
 5 ut ab aliis jam ostensum est. Jam (25^{to}) BC æqu. $CY - RY$. Ergo (26^{to}) (per
 24 et 25) RC est ad CY ut $A\Omega - XW$ ad $A\Omega$ [:] sed (27^{mo}) RC id est dimidium
 $\odot R - FR$ est ad $F\odot$ (seu $\odot R + FR$) ut dimidium $\odot\phi$ (seu ut dimidium
 ${}_3M\odot - {}_3MF$ est ad $A\Omega$ (seu ${}_3M\odot + {}_3MF$) omnia enim utrobique propor- [76v]
 tionalia per 5. Ergo (per 26 et 27) componendo rationem CY ad RC , et RC
 10 ad $F\odot$ fit (28^{vo}) CY ad $F\odot$ ut dimidium $\odot\phi$ ad $A\Omega - XW$ vel (29^{mo}) quia
 $A\Omega - XW$ (per 8) est ad $F\odot$ ut $F\odot$ ad $A\Omega$ ergo componendo rationem
 posteriorem analogiæ articuli 29 cum ratione priore analogiæ articuli 28 et
 vicissim priorem illius cum posteriore hujus fit (30^{mo}) CY ad $A\Omega$ ut dimi-
 dium $\odot\phi$ ad $F\odot$. Itaque quia $A\Omega$ et $F\odot$ sunt constantes, erunt (31^{mo})
 15 CY abscissæ ex axe inde a centro, ipsis $\odot\phi$ differentiis di-
 stantiarum puncti Ellipseos a duobus focus, proportiona-
 les. Jam (32^{mo}) incrementa vel decrementa differentiarum inter distantias
 a focus, seu ipsarum $\odot\phi$ sunt dupla incrementa ipsarum $\odot{}_3M$ distantiarum
 ab alterutro foco, seu crementa sive velocitates quibus ipsæ $\odot\phi$ magnitu-
 20 dinem mutant sunt duplæ velocitatum quibus eam mutant (hoc est cre-
 scunt vel decrescunt) ipsæ $\odot{}_3M$. Ergo (33^{to}) crementa (hoc est incremen-
 ta vel decrementa) abscissarum CY sunt proportionalia crementis radio-
 rum $\odot{}_3M$ ex foco eduكتور, seu (34^{to}) velocitates quibus punc-
 tum ${}_3M$ in Ellipsi motum distantiam mutat ab axe conju-
 25 gato BE , proportionales sunt velocitatibus quibus distan-
 tiam mutat ab alterutro foco $\odot$. Quæ quidem omnia hoc arti-
 culo fusius exponere placuit, ut motus planetarum Elliptici proprietates
 memorabiles melius intelligerentur.

(19) Si mobile quod gravitatem habet, vel ad centrum ali- [91]
 30 quod trahitur, qualem planetam respectu Solis ponimus, feratur in el-
 lipsi (aut alia sectione conici) circulatione harmonica, sitque in
 foco ellipseos centrum tam attractionis, quam circulatio-
 nis, erunt attractiones seu gravitatis sollicitationes, ut
 quadrata circulationum directe, seu ut quadrata radiorum
 35 sive distantiarum a foco reciproce. Hoc ita invenimus, non ine-
 leganti specimine nostri calculi differentialis, vel analyseos infinitorum. $A\Omega$

du Soleil ou s'en éloigne est double ou triple d'une autre pareille raison, la somme des logarithmes des distances des mobiles aux foyers dans le premier cas sera double ou triple de la somme semblable dans le second cas. Il nous reste à comparer le mouvement sur l'ellipse suivant les rayons menés depuis les foyers avec le mouvement suivant l'axe et ses parallèles ou suivant les abscisses 5 (comme précédemment avec les ordonnées parallèles à l'axe transversal). Or (24°) RY est à YC comme le côté droit (que nous avons montré être égal à XW) au côté transversal $A\Omega$ ou au grand axe, comme il a déjà été montré par d'autres ; or (25°) $BC = CY - RY$, donc (26°) (par 24 et 25) RC est à CY comme $A\Omega - XW$ à $A\Omega$: mais (27°) RC , c'est-à-dire la moitié de $(\odot R - FR)$ 10 est à $F\odot$ (ou $\odot R + FR$) comme la moitié de $\odot\varphi$ (ou comme la moitié de ${}_3M\odot - {}_3MF$ est à $A\Omega$ (ou ${}_3M\odot + {}_3MF$), car tous les termes sont proportionnels de par et d'autre d'après 5. Donc (par 26 et 27) en composant les raisons de CY à RC et de RC à $F\odot$, il vient (28°) que CY est à $F\odot$ comme la moitié de $\odot\varphi$ à $A\Omega - XW$; ou encore (29°) puisque $A\Omega - XW$ (par 8) est à $F\odot$ 15 comme $F\odot$ à $A\Omega$, en composant donc la raison postérieure de la proportion de l'article 29 avec la raison antérieure de la proportion de l'article 28, et inversement la raison antérieure de celle-là avec la raison postérieure de celle-ci, il vient (30°) que CY est à $A\Omega$ comme la moitié de $\odot\varphi$ à $F\odot$. C'est pourquoi, puisque $A\Omega$ et $F\odot$ sont constantes, (31°) les abscisses CY sur l'axe à partir du 20 centre seront proportionnelles aux différences $\odot\varphi$ des distances du point de l'ellipse aux deux foyers. Or (32°) les accroissements ou décroissements des différences entre les distances au foyer ou des grandeurs $\odot\varphi$ sont doubles des accroissements des grandeurs $\odot{}_3M$, distances à l'un ou l'autre foyer, c'est-à-dire que les croissances ou vitesses avec lesquelles ces mêmes $\odot\varphi$ changent 25 de grandeur sont doubles des vitesses avec lesquelles les ${}_3M$ changent (c'est-à-dire croissent ou décroissent). Donc (33°) les croissances (accroissements ou décroissements) des abscisses CY sont proportionnelles aux croissances des rayons $\odot{}_3M$ menés depuis le foyer, ou encore (34°) les vitesses avec lesquelles un point ${}_3M$ mù sur l'ellipse change sa distance à l'axe conjugué BE sont pro- 30 portionnelles aux vitesses avec lesquelles il change sa distance à l'un ou l'autre foyer $\odot$. Toutes choses qu'il convenait d'exposer plus en détail dans cet article pour faire mieux comprendre les propriétés mémorables du mouvement elliptique des planètes.

19) Si un mobile qui a de la pesanteur, ou est attiré vers un centre quel- 35 conque, tel que nous avons supposé la planète vis-à-vis du Soleil, est transporté sur une ellipse (ou une autre section du cône) par une circulation harmonique, et si le centre tant de l'attraction que de la circulation se trouve dans un foyer

sit q ; BF , e ; BE , b (hoc est $\sqrt{qq - ee}$); $\odot_2 M$ radius r ; $\odot\theta$ (seu $\odot_2 M - F_3 M$) $2r - q$ seu per compendium p ; et latus rectum WX sit a , æqu $bb : q$. Duplum elementum areæ seu duplum triangulum ${}_1 M_2 M \odot$ quod semper æquale est, sit θa , posito a latere recto et θ repræsentante elementum tem-
 5 poris semper æquale; et ${}_2 D_3 M$ circulatio erit $\theta a : r$ (videatur jam supra 12). Porro differentia radiorum (${}_2 D_2 M$) vocetur dr , et differentia differentiarum ddr . Per præcedentem autem est dr (seu ${}_2 D_2 M$) ad $\theta a : r$ (seu ad ${}_2 D_3 M$) ut $\sqrt{ee - pp}$ ad b ; ergo $br dr = \theta a \sqrt{ee - pp}$, quæ est æquatio differentialis. Hujus autem æquatio differentio-differentia-
 10 lis (secundum leges calculi a nobis peculiari capite huic [60r] tractatui inserto (supra) explicatas) est $b dr dr + br ddr = -2pa\theta dr : \sqrt{ee - pp}$, quarum duarum æquationum ope tollendo dr , ut restet tantum ddr , fiet $ddr = bbaa\theta\theta - 2aaqr\theta\theta : bbr^3$, unde habetur propositum. Nam ddr , velocitatis paracentricæ elementum, est differentia
 15 inter $bbaa\theta\theta : bbr^3$, hoc est $aa\theta\theta : r^3$ qui est duplus conatus centrifugus (per 12 supra) et inter $2aaqr\theta\theta : bbr^3$, hoc est (quia $bb : q = a$) $2a\theta\theta : rr$: oportet ergo (per 15) ut $2a\theta\theta : rr$ sit sollicitatio gravitatis, quæ ducta in
 20 constantem $a : 2$ dat $aa\theta\theta : rr$, quadratum circulationis. Sunt ergo sollicitationes gravitatis ut quadrata circulationis directæ, et proinde ut quadrata radiorum reciproce. Eadem conclusio et in hyperbola et parabola succedit, maxime autem in circulo, qui est simplicissima ellipsis. Ratio autem discriminis inter has conicas sectiones, et quando circuli et ellipses præ aliis generentur, infra apparebit.

Si quis specimen calculi quod hoc loco edidimus distinctius sibi ex-
 25 plicari desideret, præsertim cum supra differentialem quidem explicuerimus, at differentio-differentialis mentionem fecerimus nullam, tanquam ex priori fluentis, is sic habeto: In æquatione differentiali $br dr \stackrel{(1)}{=} \theta a \sqrt{ee - pp}$ pro dr scribatur m , compendii causa et pro $ee - pp$ scribatur n , fiet $brm = \theta a \sqrt{n}$, cujus æquationis æquatio differentialis (id est absolute differentio-
 30 differentialis) ex novo algorithmo generali a nobis tradito est $br dm + bm dr \stackrel{(2)}{=} \theta a dn : 2\sqrt{n}[\cdot]$ est autem $m = dr$ et dm proinde ddr , et quia $n = ee - pp$ hinc $dn = -2p dp[\cdot]$ at $dp = 2 dr$, quia $p = 2r - q$ (nam ${}_3 M \odot - {}_3 MF =$
9-II differentio-differentialis (1) (secundum leges calculi a nobis in Actis istis explicati) *AE* (2) (secundum ... explicatas) *L2* **606.24-614.3**
 Si ... centro *add.* *L2*
I *BF* sic in *AE*, sed postea corr. *Leibnitius* in *OF*, vide: G.W. Leibniz, *Excerptum ex Epistola G.G.L. quam pro sua Hypothesi physica motus planetarii olim (Febr. 1689) his Actis inserta, ad Amicum scripsit*, «Acta eruditorum», oct. 1706, p. 450. **II** (supra) vide *Appendicem Partis I^æ*, pp. 88-103 hic.

de l'ellipse, alors les attractions ou les sollicitations de la gravité seront directement comme les carrés des circulations, ou encore réciproquement comme les carrés des rayons ou des distances au foyer. Nous avons obtenu ce résultat par un échantillon qui n'est pas sans finesse de notre calcul différentiel ou analyse des infinis. Soit $A\Omega, q; \odot F, e; BE, b$ (c'est-à-dire $\sqrt{q^2 - e^2}$); le rayon $\odot_2 M$, 5
 r ; $\odot\theta$ (ou $\odot_2 M - F_3 M$) est $2r - q$, ou par abréviation p ; et soit le côté droit WX, a égal à $b^2 : q$. Soit θa le double de l'élément d'aire ou le double du triangle $_1 M_2 M \odot$, qui est toujours égal, en posant que a est le côté droit et que θ représente l'élément de temps toujours égal; et la circulation $_2 D_3 M$ sera $\theta a : r$ (voir déjà ci-dessus 12); de plus la différence des rayons $_2 D_2 M$ sera 10
désignée par dr , et la différence des différences ddr . Or par la proposition précédente dr (ou $_2 D_2 M$) est à $\theta a : r$ (ou à $_2 D_3 M$) comme $\sqrt{e^2 - p^2}$ à b , donc $br dr = \theta a \sqrt{e^2 - p^2}$, qui est une équation différentielle. Mais son équation différentio-différentielle, suivant les lois du calcul exposées par nous ailleurs dans un chapitre particulier inséré dans ce Traité (ci-dessus...), est 15
 $b dr dr + br ddr = -2pa\theta dr : \sqrt{e^2 - p^2}$; à l'aide de ces deux équations, en supprimant dr pour qu'il ne reste que $ddr = b^2 a^2 \theta^2 - 2a^2 q r \theta^2 : b^2 r^3$, d'où l'on obtiendra ce qui est proposé. En effet, ddr , élément de la vitesse paracentrique, est la différence entre $b^2 a^2 \theta^2 : b^2 r^3$, c'est-à-dire $a^2 \theta^2 : r^3$, qui est le double du *conatus* centrifuge (par 12 ci-dessus), et entre $2a^2 q r \theta^2 : b^2 r^3$, c'est- 20
à-dire (puisque $b^2 : q = a$) $2a\theta^2 : r^2$; il faut donc (par 15) que $2a\theta^2 : r^2$ soit la sollicitation de la pesanteur, qui multipliée par la constante $a : 2$ donne $a^2 \theta^2 : r^2$, carré de la circulation. La même conclusion a lieu pour l'hyperbole et la parabole, et principalement pour le cercle qui est la plus simple ellipse. Mais la raison de la distinction entre ces sections coniques, et à quel mo- 25
ment sont produits des cercles et des ellipses plutôt que les autres, apparaîtra ci-dessous.

Si l'on souhaitait se faire expliquer plus distinctement un échantillon du calcul que nous avons publié dans cet ouvrage, surtout parce que nous avons expliqué plus haut le calcul différentiel, mais n'avons fait aucune mention 30
du calcul différentio-différentiel comme découlant du premier, on le trouvera dans ce qui suit :

Dans l'équation différentielle $br dr = \theta a \sqrt{e^2 - p^2}$ (1) qu'à la place de dr on écrive par abréviation m , et n à la place de $e^2 - p^2$, il viendra $brm = \theta a \sqrt{n}$, équation dont l'équation différentielle (c'est-à-dire absolument par- 35
lant l'équation différentio-différentielle) est d'après le nouvel algorithme général exposé par nous $br dm + bm dr = \theta a dn : 2\sqrt{n}$ (2); or $m = dr$ et dm par conséquent est égal à ddr , et puisque $n = e^2 - p^2$, alors $dn =$

bis ${}_3M\odot - A\Omega$). Itaque in æquatione 2da nempe differentio-differentiali,
 pro m , dm , n , dn substituendo valores inventos habebimus $br\,ddr + b\,dr\,dr$
 $\stackrel{(3)}{=} -2a\theta p\,dr : \sqrt{ee - pp}$, ubi pro $dr : \sqrt{ee - pp}$ substituendo ex æquatio-
 ne 1 $\theta a : br$ et pro $b\,dr\,dr$ substituendo $\theta\theta aae - pp : brr$, sublatisque
 5 fractionibus, ex æquatione 3 fiet $ddr \stackrel{(4)}{=} \frac{-ee + pp - 2pr\theta\theta aa}{bbr^3}$. Jam
 $ee = qq - bb$ et $p = 2r - q$ itaque $-ee + pp - 2pr \stackrel{(5)}{=} -2rq + bb$. Ergo denique
 ex æquatione 4 fit $ddr \stackrel{(6)}{=} \frac{-2rq\theta\theta aa + bb\theta\theta aa}{bbr^3}$ seu quia $qa = bb$,
 fiet $ddr = \theta\theta aa : r^3, -2\theta\theta a : r^2[;]$ seu ddr est differentia inter quan-
 titates supra dictas $\theta\theta aa : r^3$ duplum conatum centrifugum, et ${}_2a\theta\theta : rr$
 10 sollicitationem gravitatis qua mobile in orbita retinetur. Quanquam autem
 operæ pretium visum fuerit, definire sollicitationis hujus quantitatem hac
 quam aperuimus via ut appareret resolutio elementi paracentrici, seu incre-
 menti decrementive accessus recessusve respectu foci seu solis in duos co-
 natus, quorum unus æqualis sit duplo conatui centrifugo si motus præsens
 15 Ellipticus fieret per circulationem harmonicam paracentrico motui com-
 positam, alter æqualis sit sollicitationi gravitatis qua motus præsens effici
 posset, si hac mobile in orbita retineri poneretur, secundum demonstrata
 articuli 15; quoniam tamen alia via sine calculo ex notatis alibi theorema-
 tibus nostris, et adhibitis Lemmatibus incomparabilium a nobis
 20 introductis inveniri potest sollicitatio gravitatis, eam quoque vel consensus
 gratia annotare placet, præsertim cum sic quoque non spernendæ se ape-
 riant meditationes generales. Igitur rectæ duæ ad curvam perpendiculares
 in punctis ${}_2M$ et ${}_3M$, inassignabiliter distantibus, nempe ${}_2MS$ et ${}_3MS$ con-
 currant in S , id erit centrum circuli curvam in M osculantis hoc est intus
 25 vel extus lineam tangentium circulorum maximi vel minimi, seu eundem
 cum linea angulum contactus ad rectam tangentem facientis, quod
 in circulo tali cum curva contactus communi perfectioris genus, osculi
 nomen a me accepit. Idemque centrum est punctum curvæ cujus evolu-
 tione linea proposita describitur, quod describendi genus primus invenit
 30 Hugenus. Producatur et recta ${}_3MG$ tangenti in ${}_2M$ parallela, donec ip-
 si ${}_2MS$ occurrat ad angulos scilicet rectos in K . Jam ut ${}_2MG$ est sollicita-
 tio gravitatis, quatenus gravitate mobile in orbita retineri concipitur; ita
 ${}_2MK$ est conatus excussorius quo mobile ab orbita recedere tentat ex im-
 petu concepto, per dicta supra articulo 10. qui differt a conatu centrifugo

29-30 invenit Hugenus vide: C. Huygens, *Horologium oscillatorium, siue de motu pendu-
 lorum ad horologia aptato demonstrationes geometricæ*, Paris: F. Muguet 1673, pars III, pp.
 59 seq.; OC XVIII, 188 seq.

$-2p dp$; mais $dp = 2 dr$, puisque $p = 2r - q$ (en effet ${}_3MO - {}_3MF = (2 \cdot {}_3MO) - A\Omega$. C'est pourquoi dans l'équation (2), en fait différentio-différentielle, en substituant à la place de m , dm , n , dn les valeurs trouvées, nous aurons $br ddr + b dr dr = -2a\theta p dr : \sqrt{e^2 - p^2}$ (3), où en substituant à θa : br d'après l'équation $b dr dr$ et en substituant à $\theta^2 a^2 e^2 - p^2$: br^2 , 5 et après avoir supprimé les fractions d'après l'équation 3, il viendra $ddr = \frac{-e^2 + p^2 - 2pr\theta^2 a^2}{b^2 r^3}$ (4). Or $e^2 = q^2 - b^2$ et $p = 2r - q$, et ainsi $-e^2 + p^2 - 2pr = -2rq + b^2$ (5). Donc enfin, par l'équation 4 il vient $ddr = \frac{(-2rq\theta^2 a^2 + b^2\theta^2 a^2)}{b^2 r^3}$ (6), ou puisque $qa = b^2$, il viendra $ddr = \theta^2 a^2 : r^3$, $-2\theta^2 a : r^2$, c'est-à-dire que ddr est la différence entre les 10 quantités mentionnées ci-dessus $\theta^2 a^2 : r^3$, double du *conatus* centrifuge, et $2a\theta^2 : r^2$, sollicitation de la pesanteur par laquelle le mobile est retenu sur son orbite. Il eut paru intéressant de définir la quantité de cette sollicitation par la voie que nous avons ouverte, pour qu'apparût la résolution en deux *conatus* de l'élément paracentrique, c'est-à-dire de l'accroissement ou du dé- 15 croissement de l'approche ou de l'éloignement relativement au foyer ou au Soleil : l'un de ces *conatus* serait égal au double du *conatus* centrifuge, si le mouvement elliptique en cours se faisait suivant la circulation harmonique composée du mouvement paracentrique, et l'autre serait égal à la sollicitation de la pesanteur par laquelle le mouvement en cours pourrait être produit, si 20 le mobile était supposé être retenu par elle sur son orbite, suivant ce qui a été démontré à l'article 15 ; en dépit de cela, puisque l'on peut trouver sans calcul la sollicitation de la pesanteur à partir de nos théorèmes signalés ailleurs et en appliquant les lemmes des incomparables introduits par nous, il convient de la remarquer aussi au moins en raison de l'accord [des définitions], surtout 25 que s'offrent encore ainsi des méditations générales qui ne sont pas à dédaigner. Par conséquent, deux droites perpendiculaires à la courbe en des points ${}_2M$ et ${}_3M$ inassigablement distants, à savoir ${}_2MS$ et ${}_3MS$, se rencontrent en S , [et] ce point sera le centre du cercle osculant la courbe en M , c'est-à-dire du plus grand ou du plus petit des cercles tangents à la ligne de l'intérieur ou de 30 l'extérieur ou faisant avec la ligne le même angle de contact avec la droite tangente ; à ce genre de contact plus parfait que le commun avec la courbe dans un tel cercle j'ai donné le nom d'osculation ; et le même point est le point de la courbe par l'évolution de laquelle est décrite la ligne proposée, genre de description que Huygens a trouvé le premier. Soit aussi menée la droite ${}_3MG$ 35 parallèle à la tangente en ${}_2M$, jusqu'à ce qu'elle rencontre ${}_2MS$ à angles en effet droits en K . Or comme ${}_2MG$ est la sollicitation de la pesanteur, dès lors qu'on conçoit le mobile retenu sur son orbite par la pesanteur, ainsi ${}_2MK$ est le

${}_2T_2D$, quo mobile recedere conatur a centro circulationis $\odot$, nam conatus centrifugus, ut supra diximus, est species tantum simplicissima conatus excussorii, cum scilicet motus est circularis. Ob triangula autem similia ${}_2MKG$, et ${}_3M_2DG$ (primo) in omni linea sollicitatio gravitatis
 ${}_2MG$ est ad conatum excussorium ${}_2MK$ ut ${}_3MG$ id est ${}_2M_3M$
 elementum curvæ, seu velocitas in orbita est ad ${}_3M_2D$ velocitatem circulationis sed porro ob triangula similia SK_3M et ${}_3MK_2M$, ipsa ${}_3MK$ id est ${}_3M_2M$ (2^{do}) velocitas in orbita est media proportionalis inter ${}_2MK$ conatum excussorium et SK , id est S_2M , quæ repræsentat velocitatem
 qua eodem tempore quo percurritur curvæ elementum perveniri posset a curvæ puncto M ad S centrum circuli osculantis, quæ velocitas incomparabiliter major est velocitate circulationis, ut hæc conatu excussorio. Igitur in omni Motus lineæ conatus excussorii ${}_2MK$ sunt in ratione composita ex ratione duplicata directa velocitatum in orbita ${}_3MK$ vel ${}_3M_2M$ et reciproca simplice semidiametrorum osculationis, SM . Sed magnitudinem semidiametri osculationis sic inveniemus; ${}_2MS$ secet $A\Omega$ in ψ . Per ${}_2M$ ducatur axi parallela secans ${}_3MY$ in ω , et ex ψ agatur in ${}_3MS$ normalis $\psi\pi$, patet (tertio) ψR , (differentiam inter $\odot\psi$ et $\odot R$) esse ad ${}_2M_2D$ differentiam inter $\odot_3M$ et $\odot_2M$ ut $\odot R$
 ad $\odot_3M$ seu ut $\odot F$ ad $A\Omega$ (per numerum 5. articulis præcedentis 18). Et per numerum 30 et sequentes ejusdem est (4^{to}) dimidia differentia ipsarum $\odot\varphi$ seu tota differentia ipsarum $\odot M$, seu ${}_2M_2D$ est ad differentiam ipsarum CY seu ad ${}_2M\omega$ etiam ut $\odot F$ ad $A\Omega$. Ergo (per 3 et 4) erit (5^{to}) ψR ad ${}_2M\omega$ ut $\odot F$ quad. ad $A\Omega$ quad. Et (6^{to}) ${}_2M_3M$ ad ${}_2M_2D$ in ratione composita ${}_2M_3M$ ad ${}_2M\omega$ et (${}_2M\omega$ ad ${}_2M_2D$ seu) $A\Omega$ ad $\odot F$. Jam quia recta ${}_2M_3M$ differt incomparabili parvitate a normali ex ${}_2M$ in ${}_3MS$, etiam angulus ${}_2M_3MS$ incomparabili parvitate differt a recto, id est rectus est; itaque triangula S_3M_2M et $S\pi\psi$ similia sunt, estque adeo (7^{mo}) S_3M ad SR ut ${}_2M_3M$ ad $\psi\pi$. Sed ratio ${}_2M_3M$ ad $\psi\pi$ componitur ex rationibus ${}_2M_3M$ ad ${}_2M\omega$, et ${}_2M\omega$ ad ψR (id est per 5. $A\Omega$ quad. ad AF quad.) et ψR ad $\psi\pi$ (id est ob triangula $\psi\pi R$ et ${}_2M\omega_3M$ similia, ${}_2M_3M$ ad ${}_2M\omega$). Itaque erit ${}_2M_3M$ ad $\psi\pi$ seu S_3M ad SR in duplicata ratione composita ex ${}_2M_3M$ ad ${}_2M\omega$, et $A\Omega$ ad $\odot F$ seu (per 6) erit (8^{vo}) S_3M ad SR in duplicata ratione ${}_2M_3M$ ad ${}_2M_2D$ sive velocitatis in orbita ad velocitatem paracentricam, id est (per numerum 18. articuli præcedentis 18) in simplici ratione $A\Omega$ qu. — $\odot F$ qu. ad $\odot F$ qu. — $\odot\varphi$ qu. Ergo $S_3M - SR$ seu ${}_3MR$ est ad S_3M ut $A\Omega$ qu. — $\odot\varphi$ qu. demto $\odot F$ qu. — $\odot\varphi$ qu. (id est ut $A\Omega$ qu. — $\odot F$ qu.)

1 ${}_2T_2D$, | qua corr. ed. |

conatus d'expulsion, par lequel le mobile tente de sortir de son orbite suivant
 l'*impetus* acquis, d'après ce qui a été dit ci-dessus à l'article 10, qui diffère du
conatus centrifuge ${}_2T_2D$, par lequel le mobile s'efforce de s'éloigner du centre
 de circulation $\odot$, car le *conatus* centrifuge, comme nous l'avons dit plus haut,
 est seulement l'espèce la plus simple de *conatus* d'expulsion, dans le cas pré- 5
 cisément où le mouvement est circulaire. Mais en raison de la similitude des
 triangles ${}_2MKG$ et ${}_3M_2DG$ (premièrement) en toute ligne la sollicitation de
 la pesanteur ${}_2MG$ est au *conatus* d'expulsion ${}_2MK$ comme ${}_3MG$, c'est-à-dire
 l'élément ${}_2M_3M$ de la courbe ou la vitesse sur l'orbite, est à la vitesse de cir-
 culation ${}_3M_2D$; mais en outre en raison de la similitude des triangles SK_3M 10
 et ${}_3MK_2M$, ${}_3MK$, c'est-à-dire ${}_3M_2M$ (2°) vitesse sur l'orbite, est la moyenne
 proportionnelle entre le *conatus* d'expulsion ${}_2MK$ et SK , c'est-à-dire S_2M , qui
 représente la vitesse, par laquelle, pendant le même temps qu'est parcouru
 l'élément de la courbe, on peut parvenir d'un point M de la courbe au centre
 S du cercle osculateur, laquelle vitesse est incomparablement plus grande que 15
 la vitesse de circulation, comme celle-ci est incomparablement plus grande
 que le *conatus* d'expulsion. Par conséquent, dans tout mouvement les lignes
 du *conatus* d'expulsion ${}_2MK$ sont en raison composée de la raison double di-
 recte des vitesses sur l'orbite ${}_3MK$ ou ${}_3M_2M$ et de la raison réciproque simple
 des demi-diamètres d'osculation SM . Mais nous trouverons la grandeur du 20
 demi-diamètre d'osculation de cette manière : que ${}_2MS$ coupe $A\Omega$ en ψ ; que
 par ${}_2M$ soit menée la parallèle à l'axe coupant ${}_3MY$ en ω , et que de ψ
 soit abaissée sur ${}_2M$ la perpendiculaire $\psi\pi$, il apparaît que (3°) ψR (différence
 entre $\odot\psi$ et $\odot R$) est à ${}_2M_2D$ différence entre $\odot_3M$ et $\odot_2M$ comme $\odot R$ à
 $\odot_3M$ ou comme $\odot F$ est à $A\Omega$ (par le numéro 5 de l'article 18 précédent). Et 25
 par le numéro 30 et les suivants du même article, (4°) la moitié de la diffé-
 rence des $\odot\varphi$ ou la différence entière des $\odot M$, c'est-à-dire ${}_2M_2D$, est aussi
 à la différence des CY ou à ${}_2M\omega$ comme $\odot F$ à $A\Omega$. Donc (par 3 et 4) (5°)
 ψR sera à ${}_2M\omega$ comme $\odot F$ quad. à $A\Omega$ quad., et (6°) ${}_2M_3M$ sera à ${}_2M_2D$ en
 raison composée de ${}_2M_3M$ à ${}_2M\omega$ et (de ${}_2M\omega$ à ${}_2M_2D$ ou) de $A\Omega$ à $\odot F$. 30

Or puisque la droite ${}_2M_3M$ diffère par une petitesse incomparable de la
 perpendiculaire de ${}_2M$ sur ${}_3MS$, l'angle ${}_2M_3MS$ diffère aussi d'un angle droit
 par une petitesse incomparable, c'est-à-dire qu'il est droit; et ainsi les triangles
 S_3M_2M et $S\pi\psi$ sont semblables, et par conséquent, (7°) S_3M est à SR comme
 ${}_2M_3M$ à $\psi\pi$. Mais la raison de ${}_2M_3M$ à $\psi\pi$ est composée des raisons de ${}_2M_3M$ 35
 à ${}_2M\omega$ et de ${}_2M\omega$ à ψR (c'est-à-dire par 5 de $A\Omega$ quad. à AF quad.) et de ψR
 à $\psi\pi$ (c'est-à-dire en raison de la similitude des triangles $\psi\pi R$ et ${}_2M\omega_3M$, de
 ${}_2M_3M$ à ${}_2M\omega$. Et ainsi ${}_2M_3M$ sera à $\psi\pi$ ou S_3M à SR en raison double com-

id est (9^{no}) ut BE qu. est ad $A\Omega$ qu. — $\odot\phi$ qu. seu in Ellipsi, recta MS semidiameter circuli osculantis seu semidiameter osculationis est ad ${}_3MR$ perpendicularem Ellipsi ductam usque ad axem, scilicet majorem ut quadruplum rectangulum sub distantis a focus seu sub ${}_3M\odot$ et ${}_3MF$ (quod
5 æquari ipsi $A\Omega$ qu. — $\odot\phi$ qu. constat ex articuli præcedentis 18. numeris 6 et 7) ad quadratum sub axe minore vel conjugato. Quod ipsum in transitu annotasse pretium operæ est. Id est (10^{mo}) SM ad ${}_3MR$ (per 9. hic et per 18 articuli præcedentis) in duplicata ratione velocitatis circulandi ad velocita-
tem in orbita, seu quadratum rectæ ${}_2M_3M$ (repræsentantis velocitatem in
10 orbita) applicatum ad ${}_3MR$ æquatur quadrato rectæ ${}_3M_2D$ (repræsentantis velocitatem circulandi) applicato ad SM . Sed (per 2 hic) in omni linea, conatus excussorius fit quadrato velocitatis in orbita applicato ad semidiametrum osculationis. Ergo (11^{mo}) in linea Elliptica conatus excussorius fit quadrato velocitatis circulandi ${}_3M_2D$ applicato ad ${}_3MR$ perpendicularem
15 Ellipsi productam ad axem. Inventa jam lege conatus excussorii in Ellipsi, ita facile absolvetur demonstratio: per numerum 10 articuli 18 præcedentis est ${}_3MR$ ad latus de $A\Omega$ qu. — $\odot\phi$ qu. ut dimidium BE ad totam $A\Omega$ id est (per numerum 8 ejusdem articuli præcedentis) ut semilatus rectum ad BE . Ergo vicissim semilatus rectum est ad ${}_3MR$ ut BE ad latus de
20 $A\Omega$ qu. — $\odot\phi$ qu. id est (per numerum 18 articuli præcedentis) ut ${}_3M_2D$ ad ${}_2M_3M$ seu (per numerum 1 articuli hujus) ut ${}_2MK$ ad ${}_2MG$. Itaque (12^{mo}) ut est semilatus rectum ad ${}_3MR$ (perpendicularem in Ellipsin ab ipsa ad axem pertinentem) ita est ${}_2MK$ (conatus excussorius) ad ${}_2MG$ [(solicitationem gravitatis); seu ${}_2MG$ in semilatus rectum æquatur facto ex ${}_2MK$
25 in ${}_3MR$, id est (per numerum 11 articuli hujus) quadrato de ${}_3M_2D$. Ergo (13^{tio}) ${}_2MG$ (quæ repræsentat sollicitationem gravitatis) ducta in semilatus rectum ($\odot W$) æquatur quadrato ipsius ${}_3M_2D$ repræsentantis velocitatem circulationis, seu in literis exprimendo, quia ${}_3M_2D$ circulatio (per superiora sub initium hujus articuli) est $\theta a : r$ fit ${}_2MG$ sollicitatio gravitatis æqu.
30 $2\theta\theta a : rr$, prorsus ut antea, in hoc ipso præsentate articulo per viam diversam, nempe ope calculi nostri differentialis et theorematis articulo 15 propositi inveneramus. Adeoque sollicitationes gravitatis in Ellipsi sunt quadratis circulationum proportionales et quia harmonicæ circulationes seu circulandi velocitates sunt reciproce proportionales radiis seu
35 ipsi $\odot M$ distantis a centro circulationis, id est a foco Ellipseos, nempe pro planetis Sole, per articulum 3 hujus Tentaminis. Ideo denique (14^{to}) sollicitationes gravitatis in mobili quod harmonica circulatione simulque motu

12 orbita | applicato applicato *corr. ed.* | 16-17 præcedentis | et *corr. ed.* | secundum L_I

posée de ${}_2M_3M$ à ${}_2M\omega$, et de $A\Omega$ à $\odot F$. Ou encore (par 6) (8°) S_3M sera à SR en raison double de ${}_2M_3M$ à ${}_2M_2D$ ou de la vitesse sur l'orbite à la vitesse paracentrique, c'est-à-dire (par le numéro 18 de l'article 18 précédent) en raison simple de $A\Omega^2 - \odot F$ qu. à $\odot F^2 - \odot \varphi^2$. Donc $S_2M - SR$ ou ${}_3MR$ est à S_2M comme $A\Omega^2 - \odot \varphi$ qu. après soustraction de $\odot F^2 - \odot \varphi^2$ (c'est-à-dire 5 comme $A\Omega^2 - \odot F^2$), c'est-à-dire (9°) comme BE qu. est à $A\Omega^2 - \odot \varphi^2$, ce qui veut dire que dans une ellipse la droite MS demi-diamètre du cercle osculateur ou demi-diamètre d'osculon est ${}_3MR$ perpendiculaire à l'ellipse menée jusqu'à l'axe, en l'occurrence le grand axe, comme le quadruple du rectangle pris sous les distances aux foyers ou sous ${}_3M\odot$ et ${}_3MF$ (dont il résulte 10 de l'article 18 précédent aux numéros 6 et 7 qu'il est égal à $A\Omega^2 - \odot \varphi^2$) est au carré sous l'axe plus petit ou conjugué. Ce qui vaut la peine de l'avoir noté en passant. C'est-à-dire (10°) que SM est à ${}_3MR$ (par 9 ici et par l'article 18 précédent) en raison double de la raison de la vitesse de rotation à la vitesse sur l'orbite, ou encore que le carré de la droite ${}_2M_3M$ (représentant la vitesse 15 sur l'orbite) appliqué à ${}_2MR$ est égal au carré de la droite ${}_3M_2D$ (représentant la vitesse de rotation) appliqué à SM . Mais (par 2 ici) dans toute ligne le *conatus* d'expulsion résulte du carré de la vitesse sur l'orbite appliqué au demi-diamètre d'osculon. Donc (11°) dans une ligne elliptique le *conatus* d'expulsion résulte du carré de la vitesse de rotation ${}_3M_2D$ appliqué à ${}_3MR$ 20 perpendiculaire à l'ellipse menée sur l'axe. Une fois trouvée la loi du *conatus* d'expulsion sur une ellipse, la démonstration s'achève aisément de cette façon : d'après le numéro 10 de l'article précédent, ${}_3MR$ est au côté de $A\Omega^2 - \odot \varphi^2$ comme la moitié de BE à $A\Omega$ entière, c'est-à-dire (par le n° 8 du même article précédent) comme le demi-côté droit à BE . Donc inversement, le demi-côté 25 droit est à ${}_3MR$ comme BE au côté de $A\Omega^2 - \odot \varphi^2$, c'est-à-dire (par le n° 18 de l'article précédent.) comme ${}_3M_2D$ à ${}_2M_3M$, ou (par le n° 1 de cet article) comme ${}_2MK$ à ${}_2MG$. Et de la sorte (12°) comme le demi-côté droit est à ${}_3MR$ (perpendiculaire sur l'ellipse depuis elle jusqu'à l'axe concerné), ainsi ${}_2MK$ (*conatus* d'expulsion) est à ${}_2MG$ (sollicitation de la pesanteur), ce qui signifie 30 que ${}_2MG$ sur le demi-côté droit est égal au produit de ${}_2MK$ par ${}_3MR$, c'est-à-dire (par le n° 11 de cet article) au carré de ${}_3M_2D$. Donc (13°) ${}_2MG$ (qui représente la sollicitation de la pesanteur) multiplié par le demi-côté droit ($\odot W$) est égal au carré de ${}_3M_2D$ représentant la vitesse de circulation; ou pour l'exprimer en lettres, puisque la circulation ${}_3M_2D$ (d'après les formules 35 ci-dessus au début de cet article) est $\theta a : r$, il vient que ${}_2MG$, sollicitation de la pesanteur, est égale à $2\theta^2 a : r^2$, tout-à-fait comme nous l'avions trouvé précédemment dans ce présent article par une voie différente, à savoir à l'aide de

paracentrico focum respiciente Ellipsin describit (quales sunt planetæ circa Solem gyranter) sunt in reciproca proportionem duplicata distantiarum a foco, tanquam circulationis et attractionis centro.

(20) Planeta idem attrahitur a Sole diversimode, et quidem in duplicata ratione viciniorum; ita ut idem duplo vicinior quadruplo fortius, triplo vicinior noncuplo fortius ad descendendum versus Solem nova quadam impressione perpetuo sollicitetur. Patet ex præcedenti, posito Planetam ellipsin describere, ac circulari harmonice, ac præterea continuo impelli versus Solem. Video hanc propositionem jam tum innotuisse etiam viro celeberrimo Isaaco Newtono, ut ex relatione Actorum apparet, licet inde non possim judicare, quomodo ad eam pervenerit. Ita habemus [617] consensum pulcherrimum eorum quæ supra a priori conclusimus ex lege radiationis attractoriæ, et eorum quæ nunc ex phænomenis id est natura motus Elliptici planetarum secundum areas ex Sole tanquam foco abscissas æquabilis a Keplero ex Tychois et suis observationibus stabilita, et a posteris comprobata sponte nascuntur.

(21) Patet etiam sollicitationem gravitatis in Planetam esse [92] ad conatum Planetæ centrifugum (seu excussorium ab ipsa circulatione harmonica eum rapiente in orbem atque adeo excutere conante profectum) ut distantia præsens a Sole ad quartam partem lateris recti ellipseos planetariæ, seu ut $rad\ a : 4$, ac proinde rationes ipsæ gravitatis ad conatum centrifugum sunt planetæ distantis a Sole proportionales.

(22) Velocitas planetæ circa Solem ubique major est velocitate paracentrica, hoc est accedendi ad Solem, vel ab eo recedendi. Cum enim sit circulatio ad paracentricam ut b ad $\sqrt{ee - pp}$ (per 18. adde calculum ad 19.) erit major illa quam hæc, si $bb + pp$ major quam ee , quod utique fit, cum bb major quam ee , seu b axis transversus quam e distantia focorum. Id vero in Ellipsis planetariis nobis notis [30] semper contingit, quæ non usque adeo a circulis differunt.

(23) In Aphelio A et Perihelio Ω sola est circulatio sine accessu et recessu, in Perihelio maxima, in Aphelio minima. In media autem planetæ distantia a Sole (quæ est in ipsis extremis axis transversi, B et E) velocitas accessus recessusve est ad circulationem in ratione distantie inter focos, ad axem transversum, seu e ad b . Ibi enim p evanescit.

II-16 ita ... nascuntur *add. L2*

10 relatione Actorum *vide*: C. Pfautz (?), *Isaaci Newton ... Principia Mathematica*, «Acta eruditorum», jun. 1688, pp. 303-315.

notre calcul différentiel et du théorème proposé à l'article 15. Par conséquent les sollicitations de la pesanteur sur une ellipse sont proportionnelles au carré des circulations, et puisque les circulations harmoniques ou les vitesses de rotation sont réciproquement proportionnelles aux rayons ou aux distances $\odot M$ au centre de circulation, c'est-à-dire au foyer de l'ellipse, donc au Soleil 5 pour les planètes, d'après l'article 3 de cet Essai, c'est pourquoi enfin (14°) les sollicitations de la pesanteur dans un mobile qui décrit une ellipse par une circulation harmonique et simultanément par un mouvement paracentrique relatif au foyer (comme le sont les planètes tournant autour du Soleil) sont en proportion réciproque double des distances au foyer pris comme centre de 10 circulation et d'attraction.

20) La même planète est attirée par le Soleil de façon différente, et bien en raison double des voisinages, de sorte qu'elle sera perpétuellement sollicitée par une nouvelle impression à descendre vers le Soleil, quatre fois plus 15 fortement si elle est deux fois plus proche, neuf fois plus fortement si elle est trois fois plus proche. Cela ressort de ce qui précède, en posant que la planète décrit une ellipse et circule de façon harmonique, et est en outre continuellement poussée vers le Soleil. J'observe que cette proposition a déjà aussi été connue du très célèbre Isaac Newton, comme il apparaît d'après le compte-rendu des « Acta eruditorum », quoique je ne puisse juger de là comment il y 20 est parvenu. Nous obtenons ainsi une très belle concordance entre ce que nous avons conclu ci-dessus a priori à partir de la loi du rayonnement d'attraction, et ce qui résulte maintenant de soi-même des phénomènes, c'est-à-dire de la nature du mouvement régulier elliptique des planètes suivant les aires découpées depuis le Soleil pris comme foyer, établie par Kepler d'après Tycho et ses 25 observations et confirmée par leurs successeurs.

21) Il est manifeste aussi que la sollicitation de la gravité sur une planète est au *conatus* centrifuge (c'est-à-dire le *conatus* qui l'expulse de la circulation harmonique qui l'entraîne sur l'orbe et donc qui tend à l'en écarter) comme la distance présente du Soleil au quart du côté droit de l'ellipse planétaire, 30 c'est-à-dire comme r est à $a : 4$, et que par conséquent les raisons de cette gravité au *conatus* centrifuge sont proportionnelles aux distances des planètes au Soleil.

22) La vitesse de la planète autour du Soleil est toujours plus grande que sa vitesse paracentrique, c'est-à-dire de s'approcher du Soleil ou de s'en éloigner. 35 Puisque la circulation est à la paracentrique comme b à $\sqrt{e^2 - p^2}$ (par 18, en ajoutant le calcul donné à 19), celle-là sera plus grande que celle-ci si $b^2 + p^2$ est plus grand que e^2 , ce qui arrive certainement, puisque b^2 est plus grand

(24) Maxima est planetæ velocitas accedendi ad Solem ^[93] vel ab eo recedendi, cum $W\odot$ vel $X\odot$, distantia planetæ a Sole, est æqualis dimidio ellipseos lateri recto, tunc enim (per 19 vel 21) fit $ddr = 0$ cum $r = a : 2$. Itaque si ex Sole tanquam centro, dimidio latere recto $\odot W$,
 5 tanquam radio, describatur circulus, is ellipsin planetæ in duobus punctis maximæ paracentricæ velocitatis W et X secabit; quæ in uno ut W erit accedendi, in altero X recedendi. Minima sive nulla est in Aphelio et Perihelio, sive in ellipsis utroque vertice A et Ω .

(25) Semper in ellipsi, adeoque et semper in planeta conatus
 10 centrifugus recedendi a Sole seu conatus excussorius circulationis harmonicæ, minor est sollicitatione gravitatis seu attractione centrali Solis. Est enim (per 21) attractio ad conatum centrifugum ut distantia a Sole seu foco, ad quartam partem lateris recti, semper autem in Ellipsi distantia a foco major quarta lateris recti parte.

(26) Impetus quos planeta attractione Solis continuata,
 15 durante itinere concepit sunt ut anguli circulationis, seu quos radii ex Sole ad primum et postremum itineris punctum ducti comprehendunt; sive ut motus apparens seu iter spectatum ex Sole. Sic impetus impressus durante itinere A_1M est ad impetum impressum durante itinere
 20 A_3M , ut angulus $A\odot_1M$ ad angulum $A\odot_3M$. Sunt enim angulorum incrementa ut impressiones gravitatis (per 17 et 19) ergo et summæ summis proportionales, nempe anguli circulatione absoluti, summis impressionum seu impetibus inde conceptis. Hinc in puncto W ubi normalis ordinata ex Sole ellipsi occurrit, impetus inde ab Aphelio A conceptus, est dimidia pars
 25 impetus concepti ab Aphelio ad Perihelium; est autem ibi $\odot W$ distantia a Sole, ipsum dimidium latus rectum. Et impetus itinere quovis conceptus est ad conceptum semirevolutione, ut angulus circulationis ad duos rectos. Intellego autem impetus a gravitate vel attractione impressos per se ac solos, non detractis nec computatis impetibus contrariis ab excussorio conatu
 30 impressis.

(27) Sed operæ pretium est distinctius ex causis assignatis explicare totam Planetæ revolutionem gradusque accessus et recessus
 35 et attractorium gravitatis sollicitantis experitur, quam si Soli propior esset. ^[94] Est tamen in ea distantia nempe in vertice remotiore a Sole fortior gravitas, quam duplus conatus centrifugus (per 21) quia $\odot A$ distantia Aphelii

que e^2 , c'est-à-dire que l'axe transverse b est plus grand que la distance e des foyers. Cela en tout cas arrive toujours dans les ellipses planétaires connues de nous, qui ne diffèrent pas beaucoup de cercles.

23) Dans l'aphélie A et dans le périhélie Ω , il y a seulement une circulation sans rapprochement ni éloignement, maximale dans le périhélie et minimale dans l'aphélie. À la distance moyenne de la planète au Soleil (qui se trouve aux extrémités B et E de l'axe transverse), la vitesse d'approche ou d'éloignement est à la circulation en raison de la distance entre les foyers à l'axe transverse, c'est-à-dire de e à b . Là en effet p s'annule.

24) La vitesse de la planète de s'approcher du Soleil ou de s'en éloigner est maximale quand $W\odot$ ou $X\odot$, distance de la planète au Soleil, est égale à la moitié du côté droit de l'ellipse; en effet il vient alors (par 19 ou 21) $ddr = 0$, puisque $r = a : 2$. C'est pourquoi si on décrit un cercle à partir du Soleil comme centre et la moitié du côté droit $\odot W$ comme rayon, ce cercle coupera l'ellipse de la planète aux deux points W et X de la vitesse paracentrique maximale, qui dans l'un comme W sera vitesse de s'approcher et dans l'autre X de s'éloigner. Elle est minimale ou nulle dans l'aphélie et le périhélie, c'est-à-dire dans l'un et l'autre des sommets A et Ω de l'ellipse.

25) Dans l'ellipse toujours et donc aussi toujours dans la planète, le *conatus* centrifuge de s'éloigner du Soleil, ou *conatus* expulsif de la circulation harmonique, est plus petit que la sollicitation de la gravité ou que l'attraction centrale du Soleil. En effet (par 21), l'attraction est au *conatus* centrifuge comme la distance du Soleil ou du foyer au quart du côté droit, or dans une ellipse la distance au foyer est toujours plus grande que le quart du côté droit.

26) Les *impetus* que la planète a acquis sous l'attraction continue du Soleil durant son trajet, sont comme les angles de la circulation, c'est-à-dire ceux que comprennent les rayons menés du Soleil au premier et au dernier point du trajet, ou encore comme le mouvement apparent ou la trajectoire vus depuis le Soleil. Ainsi l'*impetus* imprimé durant le trajet A_1M est à l'*impetus* imprimé durant le trajet A_3M , comme l'angle $A\odot_1M$ à l'angle $A\odot_3M$. En effet les accroissements des angles sont comme les impressions de la gravité (par 17 et 19), et donc leurs sommes sont aussi proportionnelles, autrement dit les angles de circulation parcourus sont proportionnels aux sommes des impressions ou des *impetus* qui en sont issus. Ainsi au point W , où l'ordonnée normale depuis le Soleil rencontre l'ellipse, l'*impetus* qui en est formé depuis l'aphélie A est la moitié de l'*impetus* formé depuis l'aphélie jusqu'au périhélie; car là, $\odot W$ distance au Soleil, est son demi côté droit. Et l'*impetus* formé sur chaque trajet est à celui formé par une demie révolution comme l'angle de circulation à

seu verticis remotioris a Sole seu foco major est dimidio latere recto $\odot W$. Descendit itaque planeta versus Solem itinere $AMEW\Omega$, et continue crescit descendendi impetus, ut in gravibus acceleratis, quamdiu manet nova gravitatis sollicitatio fortior duplo novo conatu centrifugo; tamdiu enim
5 crescit impressio accedendi, super impressionem recedendi, adeoque absolute crescit accedendi velocitas, donec in locum perveniatur, ubi æquantur duæ illæ novæ contrariæ impressiones, id est in locum W , ubi distantia a Sole $\odot W$ æquatur dimidio lateri recto. Ibi ergo velocitas accedendi est maxima, et crescere desinit (per 24). Exinde autem etsi pergat planeta accedere ad Solem, usque ad Ω , velocitas tamen accedendi rursus decrescit,
10 prævalente conatu duplo centrifugo super gravitatis impressionem; idque tamdiu continuatur, donec impressiones centrifugæ in unum collectæ, ab initio A , hucusque, impressiones gravitatis, etiam ab initio hucusque collectas, præcise consumunt, seu quando totus impetus recedendi (conceptus
15 ex singulis impressionibus centrifugis collectis) toti impetui accedendi (ex gravitatis impressionibus continue repetitis concepto) tandem æquatur, ubi cessat omnis accessio; atque is locus ipsum est Perihelium Ω , in quo Planeta est Soli maxime vicinus. Postea autem continuato motu, cum hætenus accesserit, nunc recedere incipit, tenditque ab Ω per X versus A . Nam duplus conatus centrifugus qui prævalere cœperat super gravitatem, inde a
20 W usque ad Ω , adhuc pergit prævalere ab Ω usque ad X ; ac proinde cum ab Ω incipiat planeta quasi de novo moveri, quippe prioribus impetibus contrariis mutuo sublatis, prævalet etiam recessus inde ab Ω , et recedendi velocitas continue crescit usque ad X , sed incrementum tamen ejus seu nova
25 impressio decrescit, donec ista nova impressio ad recedendum, seu duplus conatus centrifugus, novæ impressioni ad accedendum seu gravitati iterum fit æqualis, nempe in X . Itaque in X est maxima recedendi velocitas. Et ex eo prævalet gravitas seu nova impressio accedendi, licet adhuc satis diu prævalet totus recedendi impetus, seu summa omnium impressionum recedendi
30 inde ab Ω acquisitarum, super totum impetum accedendi, inde ab Ω denuo impressum. Sed cum tamen hic magis crescat quam ille, post X ; tandem ei fit æqualis in A , ubi mutuo destruuntur, et recessus cessat, id est reditur ad Aphelium A . Atque ita omnibus impressionibus pristinis contrariarum æqualium compensatione consumtis, res redit ad statum primum; atque
35 omnia de integro perpetuis lusibus repetuntur, donec longa dies perfectio temporis orbe, rerum constitutioni mutationem notabilem afferat.

deux angles droits. J'entends qu'il s'agit des *impetus* imprimés par la gravité ou l'attraction par eux-mêmes et seuls, sans soustraire ni compter les *impetus* contraires imprimés par le *conatus* expulsif.

27) Mais il est d'importance d'expliquer plus distinctement par les causes qui ont été données la révolution entière de la planète et les degrés de son rapprochement et de son éloignement vis-à-vis du Soleil. La planète donc, placée dans son plus grand éloignement A ou dans l'aphélie, reçoit un *conatus* aussi bien centrifuge d'exclusion de la circulation que d'attraction de la sollicitation de la pesanteur, moindre que si elle était plus proche du Soleil. Cependant à cette distance, à savoir dans le sommet le plus éloigné du Soleil, la pesanteur est plus forte que le double du *conatus* centrifuge (par 21), puisque $\odot A$ distance de l'aphélie ou du sommet le plus éloigné au Soleil ou au foyer est plus grande que la moitié du côté droit $\odot W$. La planète descend par conséquent vers le Soleil par le trajet $AMEW\Omega$, et l'*impetus* de descente croît continuellement, comme dans l'accélération des corps pesants, aussi longtemps que la nouvelle sollicitation de la gravité reste plus forte que le double du nouveau *conatus* centrifuge; aussi longtemps en effet l'impression de rapprochement s'accroît au-dessus de l'impression d'éloignement, et donc la vitesse de rapprochement croît absolument jusqu'à ce qu'on parvienne au lieu où les deux impressions nouvelles s'égalent, c'est-à-dire au lieu W , où la distance au Soleil $\odot W$ est égale à la moitié du côté droit. Donc en ce lieu, la vitesse de rapprochement est maximale, et finit de croître (par 24). À partir de là, même si la planète continue de s'approcher du Soleil jusqu'à Ω , sa vitesse d'approche décroît cependant encore, car le double *conatus* centrifuge l'emporte sur l'impression de la pesanteur, et cela continue aussi longtemps que les impressions centrifuges réunies jusque là depuis le début épuisent précisément les impressions de la gravité aussi réunies jusque là depuis le début, c'est-à-dire jusqu'au moment où l'*impetus* d'éloignement tout entier (formé de toutes les impressions centrifuges assemblées) s'égale enfin à l'*impetus* de rapprochement tout entier (formé de toutes les impressions de la pesanteur continuellement répétées), là où cesse toute approche, et ce lieu-même est le périhélie Ω , où la planète est la plus proche du Soleil. Mais ensuite, le mouvement se continuant, alors que jusqu'ici la planète s'approchait [du Soleil], maintenant elle commence à s'en éloigner, et tend de Ω par X vers A . En effet, le double du *conatus* centrifuge, qui commençait à prévaloir sur la pesanteur depuis W jusqu'à Ω , continue encore de prévaloir depuis Ω jusqu'à X ; et par conséquent, quand à partir de Ω , la planète commence à se mouvoir quasiment de nouveau, dès lors que les *impetus* contraires antérieurs s'annulent

Illud autem egregium est, quod ex singulari privilegio circulationis har-
 monicæ compositio motuum physica consentit cum Geometrica, nam si
 planeta cum æthere deferente alia quam harmonica circulatione movere-
 tur, non possent consentire motus planetæ et motus ætheris, sed planeta ex
 5 impetu concepto pristino vel velocius vel tardius ipso æthere ambiente cir-
 cularetur, unde perpetuus esset conflîctus seu motuum perturbatio. Et sup-
 poni potest ita initio contigisse, donec post colluâtationem planeta æther-
 que ambiens in motus conspirantes conserere. Nunc enim, quod mirabile
 est, dum æther circulator harmonice, planeta in eo perinde movetur ac in
 10 vacuo, tanquam solo concepto impetu pristino et superveniente gravitatis
 sollicitatione moveretur nec adesset deferens fluidum, manifestum enim est,
 nihil interesse utrum motum in ${}_2M_3M$ componas ex motu in ${}_2M_2D$ (para-
 centrico) et in ${}_2D_3M$ (circulatorio harmonico) an vero ex conatu in ${}_2MG$
 (gravitatis sollicitantis) et impetu semel concepto in G_3M vel ${}_2ML$ (æquali
 15 pristino impetui ${}_1M_2M$). Et quoniam ipsa vi hujus compositionis impetus
 pristini cum gravitate nascitur talis planetæ velocitas circulatoria, qualem [61r]
 Analysis Geometrica exhibet (nempe harmonica) quam eandem esse con-
 tingit cum velocitate circulatoria ætheris ambientis; vicissim fit ut planeta
 ita circuletur in æthere, quasi ab ipso placidissime deferretur ut infixus in
 20 aliquo solido orbe quantum ad hanc circulationem. Unde etiam analysis
 conatus paracentrici geometrica, in sollicitationem gravitatis et duplum co-
 natum centrifugum id est duplum ejus qui esse debere videretur, nil turbat
 in compositione physica, postquam nunc planeta ob consensum circulandi
 semel acceptum non amplius ab æthere deferente vim recipit, sed movetur
 25 tanquam liber et sui juris, atque ita licet non amplius physice patiatur tamen
 Geometrice exhibet circulationem. Loquor autem de illo æthere deferente
 qui in magno orbe cum planetis fertur in zodiaco circa Solem, analogus
 vento illi constanti apud nos intra Tropicos spiranti circa globum telluris,
 et secum aliquando nubes ferenti. Sed hoc æthere incomparabiliter subtilior
 30 est materia illa quæ ipsam gravitatem et magnetismum sive in tellure sive in
 magno orbe facit, et fortasse non planetarum tantum motus, sed et ipsius
 venti eos deferentis producit. Dum scilicet impetui ab hujus venti mate-
 ria undecunque concepto (cum nihil penitus quiescat in natura) accedens
 a subtilissimo fluido sollicitatio gravitatis harmonicam circulationem efficit
 35 in quovis ventum componente corpore (modo explicato) qui impetus eo
 jam reductus erit, ut motus inde natus ex accedente sollicitatione gravita-
 tis, maxime consentiat motui planetarum. Interim non putandum est, hæc

620.1-622.8 Illud ... redeamus *add.* L_2

mutuellement, l'éloignement prévaut encore depuis Ω , et la vitesse à s'éloigner croît continuellement jusqu'à X ; mais son augmentation ou sa nouvelle impression décroît, jusqu'à ce que la nouvelle impression à s'éloigner, c'est-à-dire le double du *conatus* centrifuge, devienne de nouveau égale à la nouvelle impression à se rapprocher ou à la pesanteur, en l'occurrence en X . C'est pour- 5
quoi, en X la vitesse d'éloignement est maximale. Et à partir de ce point, la gravité ou la nouvelle impression à se rapprocher l'emporte, quoique l'*impetus* entier à s'éloigner, c'est-à-dire la somme de toutes les impressions à s'éloigner acquises depuis Ω , prévale encore assez longtemps sur l'*impetus* entier à se rapprocher imprimé de nouveau à partir de Ω . Mais puisque cependant, celui-ci 10
croît davantage que celui-là après X , il lui devient enfin égal en A , où ils se détruisent mutuellement et où cesse l'éloignement, c'est-à-dire qu'on est revenu à l'aphélie A . Et ainsi, une fois épuisées toutes les impressions précédentes par la compensation des impressions contraires, la chose en revient à son premier état et tout se répète intégralement dans des jeux perpétuels, jusqu'à ce que, 15
une fois accompli l'orbe du temps, la grande journée apporte un changement notable à la constitution des choses.

Mais ce qu'il y a d'important, c'est que par un singulier privilège de la circulation harmonique, la composition physique des mouvements s'accorde 20
avec leur composition géométrique, car si la planète était mue avec l'éther qui la porte par une circulation autre qu'harmonique, le mouvement de la planète et le mouvement de l'éther ne pourraient pas s'accorder, mais la planète par son mouvement précédent acquis circulerait ou plus vite ou plus lentement que l'éther qui l'entoure, d'où viendrait un conflit perpétuel ou une perturbation des mouvements. Et on peut supposer que c'est arrivé ainsi au commen- 25
cement, jusqu'à ce qu'après un affrontement la planète et l'éther qui l'entoure se soient mis d'accord dans des mouvements conspirants. Car maintenant, ce qui est admirable, pendant que l'éther circule de façon harmonique, la planète se meut en lui tout comme dans le vide, comme si elle se mouvait par le seul *impetus* antérieur acquis et avec l'ajout de la sollicitation de la pesanteur et 30
comme s'il n'y avait pas de fluide porteur, car il est manifeste qu'il n'importe en rien qu'on compose le mouvement sur ${}_2M_3M$ du mouvement en ${}_2M_2D$ (paracentrique) et en ${}_2D_3M$ (circulatoire harmonique), ou plutôt du *conatus* en ${}_2MG$ (de la pesanteur sollicitante) et de l'*impetus* déjà acquis en G_3M ou ${}_2ML$ (égal à l'*impetus* antérieur ${}_1M_2M$). Et puisque de la force même de cette 35
composition de l'*impetus* antérieur avec la pesanteur naît la vitesse de circulation de la planète telle que l'établit l'analyse géométrique (savoir la vitesse harmonique), qui se trouve être la même que la vitesse de circulation de l'éther

omnia Geometrica quadam præcisione et absoluta exactitudine fieri, cum ob omnium planetarum, imo corporum universi actionem in se invicem nihil sit tale in natura, quod omnino definitas et a finitæ virtutis mente cogitabiles habeat proprietates ideales geometricas dynamicasque; sufficit
 5 enim aberrationes materiæ ab ideis definitis non esse magnas respectu sentientis. Quousque autem sint notabiles observationibus indagandum est, ut paulatim ipsæ quoque deviationes primariæ repertis causis ad certas leges alligentur. Sed nunc in viam redeamus.

(28) Habemus ergo in Motu planetæ Elliptico sex puncta ^[95]
 10 in primis notabilia: quatuor quidem obvia, A et Ω aphelii et perihelii. Itemque E et B mediæ distantiae, (nam $\odot B$ vel $\odot E$ est dimidius axis major $A\Omega$, adeoque medium arithmeticum inter $\odot A$ maximam et $\odot \Omega$ minimam digressionem) et duo a nobis addita, W et X extrema lateris recti WX ad axem in foco $\odot$ ordinatim applicati, quæ sunt puncta maximæ velocitatis,
 15 illud W recedendi, hoc X accedendi (per 24). Ubi etiam (per 26) impetus a continua gravitatis impressione conceptus ab A usque ad W præcise est dimidius ejus, qui toto descensu ab A usque ad Ω concipitur; similiter conceptus ab Ω usque ad X , dimidius ejus qui concipitur ab Ω usque ad A : et omnino impetus a gravitate concepti per AW , $W\Omega$, ΩX , XA sunt æquales.

20 (29) Tempus jam est, ut tradamus causas, quæ speciem ellipseos Planetariæ definiunt. Datur focus ellipseos $\odot$, qui est locus Solis. Dato jam loco A ubi planetam Sol trahere incipit, velut maxima planetæ distantia, datur remotior ab hoc foco ellipseos vertex. Data porro ratione gravitatis seu virtutis, qua Sol planetam trahere incipit, ad conatum
 25 centrifugum, qua ibi circulatio planetam excutere et a Sole repellere nititur, hinc datur et latus rectum ellipseos principale WX , seu ordinatim applicata in foco $\odot$. Nam $\odot A$ data, est ad $\odot W$ semilatus rectum, in ratione data attractionis Solaris ad duplum conatum centrifugum. Quod si jam quarta pars lateris recti detrahatur a maxima digressionem data $A\odot$, erit residuum
 30 ad $A\odot$, ut $A\odot$ ad $A\Omega$: datur ergo $A\Omega$ major axis ellipseos, seu latus transversum. Datis ergo punctis $\odot$, A , W vel X datur et Ω , atque hinc porro et C centrum ellipseos, et alter focus F , et axis transversus BE , adeoque ellipsis. Nec minus dantur omnia, si pro A initio daretur Ω .

(30) Ex his simul patet, quomodo Ellipsis vel qui sub ea conti- ^[96]
 35 netur circulus, non alia conica sectio, a planetis describitur. Et circulus quidem oritur, cum attractio gravitatis et dupla vis centrifuga a circulatione orta ab initio attractionis sunt æquales; ita enim

ambiant, inversement il se fait que la planète circule ainsi dans l'éther comme si elle était portée très paisiblement par lui comme insérée dans un orbe solide pour ce qui concerne cette circulation. D'où aussi que l'analyse géométrique du *conatus* paracentrique en sollicitation de la pesanteur et double du *conatus* centrifuge, c'est-à-dire double de celui qui semblerait devoir être, ne perturbe 5 rien dans la composition physique, dès lors ensuite que la planète, du fait de l'accord de circulation un fois accepté, ne reçoit plus de l'éther porteur davantage de force, mais se meut comme libre et d'elle-même, et ainsi bien qu'elle ne subisse rien de plus du point de vue physique, produit cependant géométriquement sa circulation. Mais je parle de cet éther porteur qui est transporté 10 dans le grand orbe avec les planètes sur le zodiaque autour du Soleil, analogue à ce vent constant chez nous entre les tropiques, soufflant autour du globe de la terre et emportant parfois des nuages avec lui. Mais la matière qui cause la pesanteur même et le magnétisme soit sur la terre soit dans le grand orbe est incomparablement plus subtile que cet éther, et produit peut-être non 15 seulement le mouvement des planètes mais aussi celui du vent qui les porte, lorsqu'en effet s'ajoutant à l'*impetus* formé quelque part par la matière de ce vent (puisque rien n'est complètement au repos dans la nature) la sollicitation de la pesanteur venant d'un fluide le plus subtil produit la circulation harmonique dans quelque corps composant le vent (de la manière qui a été 20 expliquée), lequel *impetus* sera alors réduit à ce que le mouvement qui en résulte par l'ajout de la sollicitation de la pesanteur s'accorde au plus haut point au mouvement des planètes. Cependant il ne faut pas penser que tout cela arrive avec une précision géométrique et une exactitude absolue, puisqu'en raison de l'action réciproque de toutes les planètes et même de tous les corps 25 de l'univers, il n'y a rien dans la nature qui soit tel qu'il possède des propriétés idéales, géométriques et dynamiques, complètement définies et concevables par un esprit de capacité finie; il suffit en effet que les écarts de la matière par rapport aux idées définies ne soit pas grands du point de vue de la perception sensible. Mais il faut poursuivre la recherche jusqu'à ce qu'ils puissent 30 être distingués par les observations, pour que peu à peu les déviations les plus importantes soient rattachées à des lois déterminées par la découverte de leurs causes. Mais reprenons maintenant notre chemin.

28) Nous possédons donc trois points principalement remarquables dans le mouvement elliptique de la planète : quatre sont évidents, A et Ω , points de 35 l'aphélie et du périhélie. De même E et B , moitiés de la distance (car $\odot B$ ou $\odot E$ est la moitié du plus grand axe $A\Omega$, et donc la moyenne arithmétique entre $\odot A$, le plus grand éloignement, et $\odot \Omega$ le plus petit). Et deux sont ajoutés par

æquales manebunt, nulla existente causa accessus aut recessus, sed cum initio (vel in statu destructorum priorum impetuum contrariorum accedendi recedendive, qui initio æquivalet, hoc est in Aphelio vel Perihelio) attractio et duplus conatus centrifugus sunt inæquales, modo (per 25) conatus centrifugus simplex sit minor attractione, describitur ellipsis; et prævalente attractione, initium est Aphelium, sin prævaleat duplus conatus centrifugus, est Perihelium. Si conatus centrifugus simplex attractioni sit æqualis, parabola; si major, hyperbola orietur, cujus focus intra ipsam sit Sol. Quod si Planeta non gravitate sed levitate esset præditus, nec traheretur, sed
 10 repelleretur a Sole, hyperbolæ opposita orietur, cujus nempe focus extra ipsam Sol esset.

Manifestum autem est ideo planetas nostros non ferri in Parabola aut Hyperbola, quia si qui unquam sic moti fuere, dudum in mundana spatia abscessere[,] neque enim tales lineæ redeant in se. An Cometæ in parabolis hyperbolisve aut similibus ferantur, an potius ipsorum quoque motus
 15 post longa intervalla ad priora vestigia revertantur, observationibus relinquendum est. Porro Planetariæ Ellipses vel ideo non admodum a circulis abeunt, quod ita minus pugnant inter se, nec circuli tamen perfecti evasere, quod alii planetæ aliis soliditate adeoque potentia prævaluere, quæ res
 20 et distantias eorum definivit. Cæterum superesset ut distinctius exponeremus motum vorticis solaris, ut in eo gravitatis atque magnetismi causæ legesque melius intelligi possent perfectiusque a priori explicaretur radiatio cujus naturæ jam tum convenire ostendimus gravitatis sollicitationes esse in duplicata ratione viciniarum; et præterea opus esset diversorum ejusdem
 25 systematis planetarum motus comparari, quo causa intelligatur cur ex miranda Kepleri observatione tempora periodica sint in sesquuplicata ratione distantiarum. Sed hæc peculiarem operam merentur omnia, ut pro dignitate tractari possint nec commode Schediasmati ab hac tractatione alieno et ideo tantum in specimen apposito, quo melius meditationum nostrarum
 30 dynamicarum usus appareret, nec proinde nimis extendendo, includi possunt.

624.0-626.31 (1) Duo jam in hoc argumento potissimum præstanda supersunt, unum, ut explicemus quis motus ætheris planetas graves faciat, seu versus Solem pellat, et quidem in duplicata ratione viciniarum; deinde quæ sit causa comparisonis motuum inter diversos planetas systematis ejusdem, ita ut tempora periodica sint in sesquuplicata ratione mediarum distantiarum, seu quod eodem redit, axium majorum ellipticorum: id est, distinctius explicari debet motus vorticis Solaris, seu ætheris, systema unumquodque constituentis. Sed hæc cum altius repetenda sint, brevitati hujus Schediasmatis includi non possunt, et quid nobis consentaneum visum sit, rectius separatim exponetur. AE (2) Manifestum ... possunt L₂

nous, W et X , extrémités du côté droit WX ordonné à l'axe au foyer $\odot$, qui sont les points de vitesse maximale, W de vitesse à s'éloigner, X de vitesse à s'approcher (par 24). Où aussi (par 26) l'*impetus* issu de l'impression continue de la gravité depuis A jusqu'à W est précisément la moitié de celui qui est issu de toute la descente depuis A jusqu'à Ω ; semblablement, l'*impetus* formé 5 depuis Ω jusqu'à X est la moitié de celui qui est formé depuis Ω jusqu'à A : et au total les *impetus* issus de la gravité suivant AW , $W\Omega$, ΩX , XA sont égaux.

29) Il est temps maintenant que nous examinions les causes qui déterminent l'espèce de l'ellipse planétaire. Est donné le foyer de l'ellipse $\odot$, qui est le lieu du Soleil. Étant donné alors le lieu A , où le Soleil commence à atti- 10 rer la planète, comme distance la plus grande de la planète, le sommet le plus éloigné de ce foyer de l'ellipse est donné. Étant donnée en outre la raison de la pesanteur, ou de la force avec laquelle le Soleil commence à tirer la planète, au *conatus* centrifuge, par lequel la circulation y commence à agir sur la planète et à la repousser du Soleil, de là vient encore le côté droit principal de l'ellipse 15 WX , c'est-à-dire l'ordonnée appliquée au foyer $\odot$. Car la ligne donnée $\odot A$ est au demi-côté droit $\odot W$ dans la raison donnée de l'attraction solaire au double du *conatus* centrifuge. Que si le quart du côté droit est soustrait du plus grand éloignement donné $A\odot$, le reste sera à $A\odot$ comme $A\odot$ à $A\Omega$: est donc donné $A\Omega$ le plus grand axe de l'ellipse ou son côté transverse. Étant 20 donc donnés les points $\odot$, A , W ou X , est aussi donné Ω , et de là en outre aussi le centre C de l'ellipse et l'autre foyer F , et l'axe transverse BE , et par conséquent l'ellipse est donnée. Et toutes ces déterminations n'auraient pas moins été données si, au commencement, Ω était donné plutôt que A .

30) De cela il apparaît en même temps clairement comment c'est une el- 25 lipse, ou un cercle (qui en est un cas particulier), et non une autre section conique, qui est décrite par les planètes. Et c'est bien un cercle qui est obtenu, quand l'attraction de la pesanteur et le double de la force centrifuge issue de la circulation sont égaux au début de l'attraction ; en effet ils resteront ainsi égaux, aucune cause de rapprochement ou d'éloignement ne se présentant. 30 Mais quand au commencement (c'est-à-dire dans l'état de la destruction des *impetus* antérieurs contraires à s'approcher ou à s'éloigner, qui est équivalent au commencement, c'est-à-dire dans l'aphélie ou le périhélie) l'attraction et le double du *conatus* centrifuge sont égaux, pourvu que (par 25) le *conatus* centrifuge simple soit plus petit que l'attraction, c'est [alors] une ellipse qui est 35 décrite. Et quand l'attraction prévaut, l'état initial est l'aphélie, et si le double du *conatus* centrifuge prévaut, c'est le périhélie. Si le *conatus* centrifuge simple est égal à l'attraction, il vient une parabole, s'il est plus grand une hyperbole,

Appendix

Figura exprimit Ellipsin planetariam. Sol $\odot$, Foci $F \odot$. Centrum C . Puncta sex primaria Ellipseos, nempe duo puncta extremæ digressionis Aphelium A , Perihelium Ω . Duo puncta distantiae mediæ B et E . Duo puncta maximæ velocitatis recedendi a Sole vel ad eum accedendi X et W . num 28.

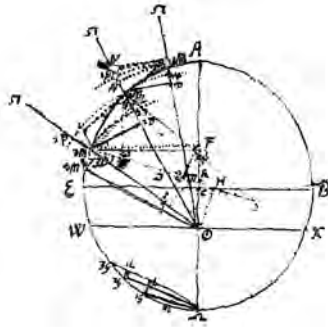


Figura 2.2 (L_3)

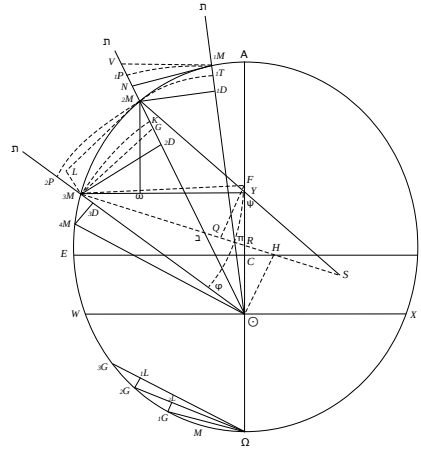


Figure 2 (E)

Est autem XW (ordinatim applicata per focum) latus rectum, $A\Omega$ distantia inter se extremarum digressionum est latus transversum seu Axis major; et BE distantia inter se mediarum digressionum seu distantiarum est Axis minor, nam $\odot B$ vel $\odot E$ æqualis est ipsi CA , adeoque est medium Arithmeticum inter $\odot A$ maximam et $\odot \Omega$ minimam Solis digressionem.

Velocitas planetæ paracentrica est ad velocitatem planetæ circulatoriam in composita ex ratione distantiae Solis a centro Ellipseos ad axem Ellipseos minorem, et ordinatis Ellipseos seu distantia planetæ a linea absidum ad eundem axem minorem, seu rationes velocitatis planetariæ paracentricæ ad circulatoriam; sunt distantis planetæ a linea absidum, seu majori axe Ellipseos, seu ordinatis Ellipticis proportionales.

dont le foyer à son intérieur est le Soleil. Que si la planète n'était pas pourvue de pesanteur, mais de légèreté, et n'était pas attirée mais repoussée par le Soleil, il viendrait une hyperbole opposée, dont le foyer à l'extérieur serait le Soleil.¹⁵

Mais il est manifeste par là que nos planètes ne sont pas transportées sur 5 une parabole ou sur une hyperbole, parce que si jamais elles étaient mues ainsi, elles se seraient déjà échappées dans les espaces du monde, car de telles lignes ne reviennent pas sur elles-mêmes. Que les comètes soient portées sur des paraboles ou des hyperboles ou des courbes semblables, ou que plutôt leurs mouvements aussi reviennent après de longs intervalles sur leurs traces antérieures, 10 il faut le laisser aux observations. En outre les ellipses planétaires ne s'écartent pas tellement des cercles, de sorte qu'ainsi elles s'opposent moins entre elles, mais néanmoins elles n'atteignent pas des cercles parfaits, de sorte que les planètes l'emportent les unes sur les autres en solidité et donc en puissance, chose qui détermine aussi leur distance. En outre, il nous resterait à exposer plus dis- 15 tinctement le mouvement du tourbillon solaire pour que puissent mieux être comprises en lui les causes et les lois de la pesanteur et du magnétisme, et que soit plus parfaitement expliqué a priori le rayonnement dont nous avons déjà montré qu'il s'accorde à sa nature que les sollicitations de la pesanteur soient en raison double des proximités; et il faudrait en outre comparer les 20 mouvements de différentes planètes du même système, par où serait rendue intelligible la cause pour laquelle d'après l'observation admirable de Kepler les temps périodiques sont en raison sesquimultiple des distances. Mais toutes ces questions mériteraient un ouvrage particulier pour pouvoir être traitées selon leur importance, et ne peuvent être comprises commodément que dans une 25 étude extérieure à ce traité et donc ajoutée seulement en échantillon pour qu'apparaisse mieux l'application de nos pensées sur la dynamique, et qui de ce fait ne doit pas être trop étendue.

¹⁵Fin du texte dans la version imprimée des *Acta eruditorum* : « Deux choses restent principalement à faire dans cette matière : d'abord, que nous expliquions quel mouvement de l'éther rend les planètes pesantes, c'est-à-dire les pousse vers le Soleil, et bien en raison double des proximités; ensuite quelle est la cause de la comparaison des mouvements entre diverses planètes du même système, de sorte que les temps périodiques soient en raison sesquipliquée des distances moyennes, ou, ce qui revient au même, des plus grands axes elliptiques : c'est-à-dire qu'on doit expliquer plus distinctement le mouvement du tourbillon solaire ou de l'éther constituant chaque système. Mais comme ces explications doivent être cherchées plus haut, elle ne peuvent pas entrer dans la brièveté de cette esquisse, et ce qui nous en semble véritable sera plus exactement exposé à part ».

Solicitatio gravitatis in planetam est ad conatum planetæ centrifugum, ut distantia planetæ a sole ad quartam partem lateris recti Ellipseos planetariæ, (videatur numerus 2) seu rationes sollicitationis ad vim centrifugam sunt distantis a Sole proportionales.

- 5 Velocitas circulandi circa solem semper major est velocitate paracentrica seu accedendi ad solem vel ab eo recedendi. Contra attractio Solaris seu Elementum paracentricum semper superat conatum centrifugum a circulatione ortum[;] videantur numeri 22. 25.

Impetus a gravitate planetæ seu attractione solari continuata impressi
10 durante per orbitæ partes itinere sunt angulis qui illis orbitæ partibus insistent proportionales. Itaque impetus conceptus a gravitate durante motu per AW , est dimidius impetus qui toto per semiellipsin motu acquiritur.

Pono Planetam a suo orbe fluido deferri (numerus 1. 2)
Circulatione Harmonica (numerus 6. 7) id est (numero 3) velocitatem
15 tatem circulationis æthereæ partium orbis planetarii, adeoque ipsius planetæ, quatenus ab orbe suo fluido defertur, esse reciprocā distantiam a sole. Et ideo cum Motus Planetæ ut ${}_1M_2M$ possit intelligi compositus ex duplici, uno ${}_1M_1T$ circulatorio seu circa centrum $\odot$ altero paracentrico ${}_1M_1T$ seu recto ad centrum, erit circulandi velocitas (seu arcus diurnus
20 circiter) ${}_1M_1P$ temporum elementis sumptis æqualibus, ad aliam ${}_2M_2P$, reciproce ut radii seu distantiam a sole, hoc est ${}_1M_1P$ ad ${}_2M_2P$ ut $\odot_2M$ ad $\odot_1M$. Unde colligitur porro areas lineæ ex sole abscissas esse temporibus proportionales, seu sectorem $A\odot_2M$ et sectorem $A\odot_4M$, ut tempora quibus planeta percurrit arcus A_2M et A_4M . Quia enim ${}_1D_2M$ (hoc est
25 ${}_1T_2M$) ad ${}_2D_3M$ (seu ${}_2T_3M$) ut $\odot_1M$ ad $\odot_2M$, erit $\odot_1M$ in ${}_1D_2M$ æqu. $\odot_2M$ in ${}_2D_3M$, seu (æqualibus positis temporum elementis) erunt triangula $\odot_1M_2M$ et $\odot_2M_3M$ (elementa arearum) æqualia (numero 14). Sequitur etiam, posito lineam esse Ellipticam, sollicitationes seu impressiones
gravitatis sive magnetici ad solem trahentis impulsus (id est rectas qua-
30 lis est L_3M seu ${}_2M.G$) fore in ratione duplicata reciproca radiorum: invenio enim N_1P conatus centrifugos mobilis harmonice circulantis esse in ratione radiorum $\odot_1M$ reciproca triplicata (numero 12). Et cum velocitas paracentrica (accedendi ad
35 solem, vel etiam recedendi,) in Ellipsi cujus focus sol sit ad velocitatem circulandi circa solem ut latus differentiam inter potestatem distantiam fororum et potestatem differentiam distantiarum planetæ a focus est ad axem
13-14 (numerus ... 3) *add. () ed.* 26 elementis erunt) *corr. ed.* 27 (numero 14) *add. () ed.* 33 () *add. ed.*

Appendice

La figure [p. 630] représente une ellipse planétaire. Le Soleil : $\odot$, les foyers : $F\odot$. Six points primaires de l'ellipse, à savoir : deux points d'écart extrême, l'aphélie A , le périhélie Ω , deux points de distance moyenne B et E , deux points de vitesse maximale de s'éloigner du Soleil ou de s'en rapprocher X et W (art. 28).

XW (ordonnée passant par le foyer) est le côté droit. $A\Omega$ distance entre eux des écarts extrêmes est le côté transverse ou grand axe; et BE distance entre eux des écarts moyens ou des distances moyennes est le petit axe, car $B\odot$ ou $\odot E$ est égal à CA , et donc est la moyenne arithmétique entre $\odot A$, le plus grand écart par rapport au soleil, et $\odot\Omega$, le plus petit écart.

La vitesse paracentrique de la planète est à la vitesse de circulation de la planète en raison composée de la raison de la distance entre le soleil et le centre de l'ellipse au petit axe de l'ellipse, et de la raison de l'ordonnée de l'ellipse, c'est-à-dire de la distance entre la planète et la ligne des apsides, au même petit axe; autrement dit, les raisons de la vitesse planétaire paracentrique sont proportionnelles aux distances entre la planète et la ligne des apsides ou le grand axe, c'est-à-dire aux ordonnées elliptiques.

La sollicitation de la pesanteur dans la planète est au *conatus* centrifuge de la planète comme la distance entre la planète et le soleil au quart du côté droit de l'ellipse planétaire (voir art. 2), ou encore les raisons de la sollicitation à la force centrifuge sont proportionnelles aux distances au soleil.

La vitesse de circulation autour du soleil est toujours plus grande que la vitesse paracentrique ou vitesse pour se rapprocher ou s'éloigner du soleil; au contraire l'attraction solaire ou l'élément paracentrique surpasse toujours le *conatus* centrifuge issu de la circulation (voir art. 22 et 25).

Les *impetus* imprimés par la pesanteur de la planète ou par l'attraction solaire continuée durant le trajet par les parties de l'orbite sont proportionnels aux angles qui tombent sur ces parties de l'orbite, c'est pourquoi l'*impetus* né de la pesanteur durant le mouvement par AW est la moitié de l'*impetus* qui est acquis durant tout le mouvement sur la demie-ellipse.

Je soutiens que la planète est portée par son orbe fluide (art. 1, 2) dans une circulation harmonique (art. 6, 7), c'est-à-dire que (art. 3) la vitesse de circulation des parties de l'éther de l'orbe planétaire, et donc de la planète même

minorem (numero 18); in universum autem elementum velocitatis paracentricæ, hoc est differentia ipsarum ${}_1M_1D$ et ${}_2M_2D$, sit differentia inter duplum conatum centrifugum seu duplam N_1P vel ${}_2D_2T$ et simplicem sollicitationem gravitatis G_2M (numero 15); hinc sequitur sollicitationes
 5 gravitatis vel conatus ad solem in planeta fore in duplicata reciproca distantiarum a sole, uti calculo analytico inveni (numero 19).

pour autant qu'elle est portée par son orbe fluide, est réciproque à la distance au soleil. Et donc, puisque le mouvement de la planète par exemple ${}_1M_2M$ peut être entendu comme composé de deux mouvements, l'un ${}_2M_1T$ mouvement circulaire ou autour du centre $\odot$, l'autre paracentrique ${}_1M_1T$ ou dirigé vers le centre, une vitesse de circulation ${}_1M_1P$ (ou environ l'arc diurne), 5 en prenant des éléments de temps égaux, sera à une autre ${}_2M_2P$ réciproquement comme les rayons ou les distances au soleil, c'est-à-dire que ${}_1M_1P$ sera à ${}_2M_2P$ comme $\odot_2M$ à $\odot_1M$. D'où l'on conclut en outre que les aires découpées par la ligne tirée depuis le soleil sont proportionnelles aux temps, ou que le secteur $A\odot_2M$ et le secteur $A\odot_4M$ sont comme les temps pendant lesquels 10 la planète parcourt les arcs A_2M et A_4M ; en effet, puisque ${}_1D_2M$ (c'est-à-dire ${}_1T_2M$) est ${}_2D_3M$ (ou ${}_2T_3M$) comme $\odot_1M$ à $\odot_2M$, $\odot_1M$ multiplié par ${}_1D_2M$ sera égal à $\odot_2M$ multiplié par ${}_2D_3M$, ou encore (en supposant égaux les éléments de temps) les triangles $\odot_1M_2M$ et $\odot_2M_3M$ (éléments des aires) seront égaux (art. 14). Il s'ensuit aussi qu'en supposant que la ligne soit elliptique, les sollicitations ou les impressions de la pesanteur ou de l'impulsion magnétique attirant vers le soleil (c'est-à-dire les droites telles que L_3M ou ${}_2MG$) seront en raison double réciproque des rayons; car j'ai découvert que les *conatus* centrifuges N_1P d'un mobile circulant de façon harmonique sont en raisons réciproque triple des rayons $\odot_1M$ (art. 12). Et puisque la vitesse pa- 20 racentrique (de se rapprocher du soleil ou aussi de s'en éloigner) sur l'ellipse, dont un foyer est le soleil, est à la vitesse de circuler autour du soleil comme la racine de la différence entre la puissance de la distance des foyers et la puissance de la différence des distances entre la planète et les foyers est au petit axe (art. 18), – et qu'encore de façon générale l'élément de vitesse paracentrique, 25 est la différence entre le double du *conatus* centrifuge ou le double de N_1P ou de ${}_2D_2T$ et la sollicitation simple de la pesanteur G_2M (art. 15) –, de là s'ensuit que les sollicitations de la pesanteur ou les *conatus* vers le soleil dans la planète seront en raison double réciproque des distances au soleil, comme je l'ai trouvé par le calcul analytique (art. 19). 30

Annexum 1. Soni propagatio

G.G.L. COGITATIONES NOVÆ, QUOMODO FORMETUR SONUS, ET PER ÆREM PROPAGETUR, ATQUE IN ORGANO AUDITUS EXPRIMATUR

5 A VIII, 3, N 12₃, pp. 112-146 (1682-1685)

Sæpe mecum cogitavi quonam arcano artificio natura id assequatur ut multiplex soni varietas et quod potissimum est ipse ejus gradus quem tonum aliqui vocant, per medium aerem propagetur, et in organo exprimatur. Et venit in mentem corpus sonorum comparari posse cum chorda pulsata, organon vero auditus cum chorda alia priori unisona quæ etiam non
10 tacta prioris pulsatæ vibrationem exprimit, adeo ut aliquando et sonum imitetur. Verum explicandum erat, tum quæ sit causa hujus sympathiæ unisonorum (quam vir clarissimus Henricus Morus in Epistola ad Cartesium explicationem ejus flagitans, sed cui Cartesius morte præventus non
15 respondit, difficillimam habet, nec ullam sympathiam magis rationes mechanicas fugere sibi visam ait) tum vero ostendendum est, quia una chorda non potest omnibus aliis unisona esse, quomodo effecerit natura, ut idem organon auditus possit esse tot rebus diversissimos tonos edentibus homotonum. Utriusque modum atque adeo subtilissimum
20 naturæ inventum satis distincte mihi assecutus videor. Itaque deprehendi, quamvis in sono distingui possint, origo, propagatio et expressio in organo, tamen hæc tria fieri eodem fere modo, scilicet per Tensi cujusdam corporis tremorem, nec aliis speciebus propagatis opus esse quas in schola advocant Philosophi: Circulos vero qui in superficie aquæ lapillo injecto
25 nascuntur, (quos vulgo huc accommodant) nihil distincti exhibere, et longe hinc abesse, quid aliud enim sunt quam fluctus orbiculares locum lapilli circumdantes, ubi (quemadmodum et in aliis fluctibus fit) humilior et remotior nascitur ex majori et propiori, unde cum circulus loco remotior, necessario major circuitu sit, patet cur circuli illi crescant amplitudine
30 donec evanescant humilitate; sed quid hæc ad sonum, tonum, isochroni-

13-14 vir ... flagitans *vide*: Henry More, epist. ad Cartesium, 23 jul. 1649 (AT V, p. 389); R. Descartes, *Principia philosophiæ*, pars IV, art. 187 (AT VIII-1, pp. 314-315).

1. La propagation du son

PENSÉES NOUVELLES SUR LA FORMATION DU SON, SA PROPAGATION DANS L'AIR ET SON EXPRESSION DANS L'ORGANE DE L'OUÏE

J'ai souvent réfléchi à l'artifice par lequel la nature fait en sorte qu'une 5
grande diversité du son et, ce qui est le plus important, de son degré, que d'au-
cuns appellent le ton, se propage dans le milieu aérien et est exprimée dans
l'organe. Et il m'est venu à l'esprit que le corps des sons peut être comparé
avec une corde ébranlée et l'organe de l'ouïe avec une autre corde à l'unisson
de la première, qui, même sans être ébranlée, exprime la vibration de la pre- 10
mière corde frappée de sorte qu'elle reproduise toujours aussi le son. Mais il
fallait expliquer d'abord quelle est la cause de cette sympathie entre les corps
à l'unisson (que le célèbre Henry More, réclamant son explication dans une
lettre à Descartes, mais à laquelle Descartes surpris par la mort ne répon-
dit pas, tient pour très difficile, et en dit qu'il lui paraît qu'*aucune sympathie* 15
n'échappe davantage aux raisons mécaniques) ; et il faut tout aussi bien mon-
trer, puisqu'une corde ne peut être à l'unisson de toutes les autres, comment
ferait la nature pour que le même organe de l'ouïe puisse être homotone à
tant de choses émettant les sons les plus divers. Il me semble avoir assez dis-
tinctement atteint la manière d'opérer dans les deux cas et donc l'invention 20
très subtile de la nature. C'est ainsi que j'ai compris que bien que l'on puisse
distinguer dans le son l'origine, la propagation et l'expression dans l'organe,
ces trois choses se produisent pourtant toujours de la même manière, à sa-
voir par un ébranlement d'un corps tendu, et qu'on n'a pas besoin d'autres
espèces voyageuses auxquelles les Philosophes ont recours dans l'École : car les 25
cercles qui naissent à la surface de l'eau quand on y jette une pierre (que l'on
invoque ordinairement ici), ne font rien voir de distinct, et s'en éloignent de
beaucoup : que sont-ils d'autre en effet que des vagues arrondies entourant le
lieu d'impact de la pierre, où (comme il arrive aussi pour les autres vagues)
une vague plus faible et plus éloignée naît d'une plus grande et plus proche ; 30
de là, puisque le cercle plus éloigné du lieu d'impact est nécessairement d'une
plus grande circonférence, il appert pourquoi les cercles croissent en ampleur
jusqu'à disparaître par exténuation ; mais on ne voit pas ce que cela apporte

smos, Elastrum aliaque huc pertinentia distincte explicanda faciant, non apparet: praesertim cum fluctus sint æctiões magnarum partium aquæ, soni exiguarum atque adeo insensibilium aeris, ac proinde fluctus cum vento melius quam sono conferantur. Exponam igitur ego primum omnia
 5 quæ sonant Tremere, deinde quæ tremunt aeri corporibusque tensis, sed maxime unisonis seu ejusdem toni capacibus easdem reciprocationum tremularum periodos communicare, denique aures nostras eo naturæ artificio conditas esse, ut sint omnibus corporibus, quorum sonos percipimus homotonæ.

10 Origo soni petenda est a corporis sonori ab aliquo percussi tremore qualem notamus itionis et reditionis, flexionis et rectitudinis, figuræ et voluminis, mutati ac restituti, reciprocationem, sæpe repetitam, in chordis, tensis quidem nonnihil, sed satis tamen longis laxisque, ubi motus ipsis oculis patent. Nec dubitandum est quin idem fiat in chorda brevior
 15 et magis tensa, etsi non æque sit visibile. Constat tamen oculo, chordam pulsatam, cujus vibrationes videri satis non possunt, durante sono apparere solito majorem, nam omne spatium quod celerrimis reciprocationibus successive obtinet, hoc implere videtur, quia successio ob velocitatem notari nequit, quemadmodum rotatus celeriter in tenebris baculus in cujus
 20 extremo est carbo accensus, circulum ignitum quasi partes habentem simul existentes, optica deceptione exhibet.

Posito jam sonum esse a tremore qui a percussi restitutione oritur, hinc causa patet cur campanæ sonantes, vitra, fictilia vasa, aliaque id genus, mollis inprimis corporis contactu velut obmutescant, aut certe inconditum
 25 quid sonant, nam mollia percussionem acceptam non reperiendo aut se restituendo reddunt sed absorbent, quemadmodum nec lapillus molli et laxo corpori illapsus resiliet, vibrationes quoque corporis duri percussi cum apprehenditur a molli utique impediuntur ne libere exerceri queant. His consideratis, causa reperiri poterit cur carbones tinniant instar frag-
 30 minum ex metallis, lignum vero non tinniat, sed surdum magis sonum edat, quoniam aquositas quæ in ligno est, partibus durioribus mixta, considerari potest instar stuppæ quæ campanis circumponeretur, aut quæ testudinis fidibus circumvolveretur tremorem enim chordarum impediret nec acciperet. Sed cum lignum in carbones redigitur, satis quidem uritur quantum
 35 opus ad aquosas partes expellendas, quia vero id fit in occluso loco, calor non satis est validus ad humorem magis fixum aut viscosum aut si ita vocare libet, sulphureum, eliciendum, quo nempe partes solidiores connectuntur, itaque perinde est ac si igne immisso stuppæ circa campanas conflagraret,

pour expliquer distinctement ce qui concerne ici le son, le ton, les isochronismes, le ressort, etc. : d'autant que les vagues sont des actions des grandes parties de l'eau, alors que les sons sont des actions des parties toutes petites et donc insensibles de l'air, et par suite les vagues se comparent mieux au vent qu'au son. J'exposerai donc *d'abord* que tout ce qui produit du son vibre, 5 *ensuite* que ce qui vibre communique à l'air et aux corps tendus, mais principalement à ceux qui sont à l'unisson ou capables du même ton, les mêmes périodes d'alternances de vibrations, *enfin* que nos oreilles sont formées par un artifice de la nature qui fait qu'elles sont homotones à tous les corps dont nous percevons les sons. 10

L'*origine du son* doit être tirée de la *vibration* d'un corps sonore heurté par un autre corps, vibration dont nous remarquons l'alternance souvent répétée de va-et-vient, de flexion et de rectitude, de figure et de volume, de changement et de restitution, dans des cordes quelque peu tendues mais pourtant assez longues et larges, où les mouvements paraissent aux yeux mêmes. Et il 15 n'y a pas à mettre en doute que la même chose arrive dans une corde plus courte et moins tendue, même si cela n'est pas aussi visible. Il tombe sous l'œil cependant qu'une corde frappée, dont les vibrations ne peuvent pas être vues de façon suffisante, apparaît durant le son plus grande qu'à l'ordinaire, car elle semble emplir tout l'espace occupé successivement par ces alternances 20 très rapides, parce que la succession ne peut pas être remarquée du fait de la vitesse : c'est ainsi qu'un bâton, à une extrémité duquel se trouve un morceau de charbon ardent, tournoyant dans l'obscurité, fait voir par une illusion optique un cercle de feu comme s'il avait des parties simultanément existantes.

Étant dès lors posé que le son vient de la vibration qui naît de la restitution 25 d'un corps frappé, la cause est donc manifeste pour laquelle les cloches qui sonnent, les vitres, les pots de terre et les choses de ce genre deviennent au contact de corps principalement mous pour ainsi dire muettes, ou du moins produisent un son brouillé : en effet les corps mous ne rendent pas la percussion reçue en se restituant mais ils l'absorbent ; c'est ainsi qu'une pierre 30 qui tombe sur un corps mou et étendu ne rebondira pas, et qu'aussi les vibrations d'un corps dur, quand il est pris dans un corps mou, sont complètement empêchées et ne peuvent s'exercer librement. Tout ceci considéré, on pourra trouver la cause pour laquelle les *charbons résonnent* à la manière de fragments de métaux, alors que le bois ne résonne pas mais émet un son 35 plus sourd, puisque l'humeur aqueuse qui est dans le bois mêlée aux parties plus dures peut être considérée comme de l'étaupe qui serait mise autour des cloches, ou qui serait enroulée autour des cordes d'un luth (elle empêche-

ipsis campanis igne mediocri non læsis, inde impedimento molli quod in ligno fuerat ustione sublato, corpus carbonis fit tinnulum; licet fatendum sit, in carbone non parum etiam viscositatis perdi cum aquositate, unde fit fragilis. Addantur quæ infra de sono Atono notabimus.

- 5 Objiciat nobis aliquis forte, soni originem a tremore repetentibus, etiam mollia satis fortiter percussa validum sonum edere, et mollia tamen non videri tensa, quicquid autem tremit tensus esse debere. Deinde objiciat quædam tam dura tam solida, tam magna esse ut cum sonant, tremor ipsis apte ascribi non posse videatur. Verum ut posteriori primum occurram
10 jam ab aliis plurimis agnitum est, etiam corpora magna et solida ab ictu tremere; ipsa terra equorum satis adhuc distantium ungulis percussa applicatæ propius auri adventum nondum adhuc visibilem nuntiat. Sola voce in Alpibus ingentes nivium cumulos commoveri atque corruere constat. Vitrum quod proprio sono tremit, acutiore satis forti et continuato etiam
15 rumpi vulgato jam experimento scimus quod doctissimus Morhofius primus descripsit et erudite illustravit, de cujus causa ac modo plura infra. Magnis muris aut rupibus si vas aqua plenum imponas, superficiem aquæ ictus in murum loco satis remoto impactus, faciet crispari. Et qui sciunt nullum corpus tam solidum nostri comparatione esse quin habeat in se
20 aliquem flexilitatis gradum, et nullum impetum tam exiguum esse, quin propagetur in infinitum, et maximum a minimo aliquid pati, hæc non mirantur. Præterea certum est et demonstrabile (licet hoc Cartesio in Epistola ad Mersennum pro falso habitum fuerit) corporum reflexiones non aliam habere causam, quam quod collisa corpora ob ictum nonnihil cedunt, mox
25 vero se restituentia sese mutuo si possint iterum rejiciunt atque dissiliunt, ut oculis ipsis manifestum est, si pilæ inflatæ lapillus incidat; de quo jam olim in Hypothesi nostra. Hæc de solidissimis quorum quo major est durities, eo celerior restitutio acutiorque sonus. Quod vero mollia attinet, sciendum est nihil tam molle esse quin aliquo sit opus nisu ad partes ejus
30 divellendas. Quicquid autem rumpitur, id antequam rumpatur tenditur, potest ergo ictus ita esse temperatus, ut tendat quidem sed non rumpat; ita cum culcitra baculo percussa sonat, dubium nullum est fila ejus ictu ipso nonnihil tendi. Ita ipsa aqua sonum edit, quid ni? cum tanta sit ejus soliditas ut corpora sufficiente celeritate, obliquitate, latitudine, impacta,
35 etiam repercutere possit. Imo quo celerior est ictus dividendis, hoc major
- 5 Objiciat ... forte *vide*: G.C. Schelhammer, epist. ad Leibnitium, 13(23) apr. 1681 (A III, 3, N. 206, pp. 395-396). 22-23 Cartesio ... Mersennum *vide*: R. Descartes, epist. ad Mersenne, 18 mar. 1641 (AT III, pp. 338 seq.). 26-27 jam ... nostra *vide*: G.W. Leibniz, *Hypothesis physica nova*, 1671, § 22 (A VI, 2, pp. 230 seq.).

rait et n'admettrait pas la vibration des cordes). Mais quand le bois est réduit en charbons, il est assez consumé autant qu'il faut pour éliminer les parties aqueuses, mais puisque cela se fait dans un lieu clos, la chaleur n'est pas assez forte pour extraire l'humeur plus fixée ou visqueuse ou, si on peut l'appeler ainsi, sulfureuse, par laquelle en effet les parties plus solides sont attachées : 5 c'est pourquoi tout se passe comme si par la venue du feu l'étope autour des cloches se consumait, alors que les cloches mêmes ne seraient pas atteintes par un feu médiocre : d'où vient qu'une fois que l'empêchement du corps mou qui était dans le bois a été supprimé par la combustion, le corps du charbon devient sonore; quoiqu'il faille avouer qu'il se perde aussi dans le charbon un 10 peu de l'humeur visqueuse, ce qui le rend cassant. Qu'on ajoute ce que nous remarquerons plus bas au sujet du son atone.

On nous objectera peut-être à nous qui cherchons l'origine du son dans la vibration, que même les corps mous frappés assez fortement émettent un son intense, alors que pourtant les corps mous ne semblent pas tendus, et que 15 pourtant tout ce qui vibre doit être tendu. On nous objectera ensuite qu'il y a des corps si durs, si solides, si grands, que quand ils sonnent, il semble qu'on ne puisse par leur attribuer proprement de vibration. Mais pour en venir d'abord à la deuxième objection, il est déjà admis par de très nombreux autres savants que même les corps de grande dimension et solides vibrent sous le choc; la 20 terre elle-même, frappée par les sabots de chevaux encore assez distants, en y appliquant de plus près l'oreille, annonce une arrivée qui n'est pas encore visible. Il est connu que dans les Alpes, sous l'effet de la seule voix, de gros tas de neige sont ébranlés et s'écroulent. Du verre qui vibre par son propre son, d'une intensité assez aigüe et continuée, peut même se rompre : nous le 25 savons par une expérience déjà publiée, que le très savant Morhof a le premier décrite et savamment mise en évidence; on en dira plus ci-dessous de sa cause et de sa manière. Si on pose un vase plein d'eau sur des murs ou des rochers de grande dimension, un choc frappé contre le mur en un lieu assez éloigné fera se rider la surface de l'eau. Et ne s'en étonneront pas ceux qui savent qu'il n'y 30 a aucun corps si solide en comparaison du nôtre qu'il n'aie en lui un certain degré de flexibilité, et qu'il n'y a aucun *impetus* si faible qu'il ne se propage à l'infini, et que le plus grand reçoit quelque chose du plus petit. En outre il est certain et démontrable (quoique Descartes dans une lettre à Mersenne l'ait tenu pour faux) que les réflexions des corps n'ont d'autre cause que le fait 35 que des corps qui se heurtent cèdent quelque chose en raison du choc, mais aussitôt en se restituant se rejettent s'ils le peuvent de nouveau l'un de l'autre et s'écartent, comme il saute aux yeux si une pierre heurte un ballon gonflé;

est dividendi resistentia, et licet vincatur, tamen divisio non sine magna partium concussione ac tremore fit. Si tubulum aere exhaustum et sigillatum in quo aliquid aquæ inest fortiter moveas, aquæ partes subita divulsione et collisione magnum edunt sonum. De aere aeri concurrente dicam postea.

5 Porro cum omnia percussa sint tensa, hinc sequitur tremor, seu restitutio et exorbitatio, aliquoties reciprocatæ; omne enim tensum, si pulsetur tremit aliquoties quia quæ semel impetum concepere etsi sese restituant in statum ad quem tendunt, tamen non confestim in eo quiescere possunt, sed ultra tendunt et paulatim demum ad quietem propius accedunt, etsi fortasse eam
10 nunquam omnino assequantur et vibrationes in infinitum continent, quæ tamen insensibiles redduntur aliisque supervenientibus confunduntur.

Hæc omnia ex chordarum vibrationibus et funependulorum oscillationibus, aliisque exemplis patent, videnturque et ad memoriam seu conservationem specierum impressarum explicandam conferre posse. Notandum
15 quoque corpora quo sunt purius et in partibus quoque minoribus uniformius elastica minusque heterogeneorum, imprimis mollium, admixtum habent, hoc ad sonum esse aptiora: nam alioqui magnam impetus portionem in partium suarum insensilium motus internos dispersam absumunt nec impingenti vel aeri totam simul una totius restitutione reddunt. Cæterum
20 si quis causam Elastri seu restitutionis huiusmodi in rebus tensis quaerat, is sciat nullam aliam esse quam quod subita mutatio quæ percussione fit præsentem rerum statum ac fluidorum invisibilium motum turbat ut vias quas in corporibus crassioribus vix sibi paulatim magno temporis tractu fecerant, flexu corporis facto non æque faciles sed impeditas invenient, unde
25 obstacula remove, cunctaque eo nisu restituere in priorem statum nituntur, quali aqua in aggeres objectos agit: ubi vero pori satis ampli sunt pro subtilitate fluidi permeantis aut paulatim tales redduntur, elastrum cessat. Sed hæc alias distinctius. Ex his autem omnibus intelligi potest percussione esse causam soni remotam tantum, propinquam vero esse percussi restitutionem tremulam, hæc enim semper æquidiuturna est, adeoque æque
30 acuta, aut æque gravis, quamdiu corpus æque tensum manet, sive fortis sive debilis sit percussio; quod nisi esset, nullus in sono esset tonus, nec explicari posset, quomodo chorda eadem, sive fortius sive debilius pulsata, eundem tamen tonum ederet. Nam Elastica sive celeriter sive tarde pressa et tensa,
35 æquali tamen celeritate restituuntur, quod alibi demonstrabitur accurate, 28 alias distinctius forsitan Leibnitii *Explicatio Mechanica Elastri seu causa cur corpora per vim tensa sponte restitui videantur* (1683, A VIII, 3, N. 143, pp. 204-213. 35 alibi *de chordæ tensæ restitutione omnimoda isochrona vide*: A VIII, 3, N. 85, p. 63, et N. 9, p. 74-76 (dec. 1680); A VIII, 3, N. 321 et N. 322 (1690-1695?), maxime pp. 357-358.

dont il a déjà été question jadis dans notre *Hypothèse*. Cela pour les corps les plus solides, où plus grande est la dureté, et plus rapide est la restitution et plus aigu le son. Mais en ce qui concerne les corps mous, il faut savoir que rien n'est si mou qu'il ne soit besoin de quelque effort pour séparer ses parties. Or tout ce qui se rompt a été tendu avant de rompre ; le choc peut donc être 5 assez modéré pour provoquer une tension mais non une rupture ; ainsi quand un coussin frappé par un bâton résonne, il n'y a aucun doute que ses fils sont quelque peu tendus par le choc même. L'eau même émet un son ; pourquoi non ? puisque sa solidité est suffisante pour pouvoir aussi répercuter les corps qui la heurtent avec une vitesse, une obliquité et une largeur suffisantes. Bien 10 plus, d'autant plus rapide est le choc du corps diviseur, d'autant plus grande est la résistance de ce qui est à diviser, et quoiqu'elle soit vaincue, la division cependant ne se fait pas sans une grande secousse et vibration des parties. Si on déplace vivement un tube vidé d'air et scellé dans lequel il y a un peu d'eau, les parties de l'eau émettent un son intense par leur séparation et leur 15 collision soudaines. Je parlerai plus tard de l'air qui se choque avec de l'air. En outre comme tous les corps percutés sont tendus, de là s'ensuit la vibration, ou la restitution et la déviation, à chaque fois réciproques ; car tout corps tendu, s'il est heurté vibre toujours, parce que tout ce qui a conçu une fois un *impetus*, même s'il se restitue à l'état vers lequel il tend, néanmoins ne peut 20 pas tout aussitôt y être en repos, mais tend au-delà, et arrive peu à peu enfin plus près du repos, même si peut-être il n'y parvient jamais complètement et si les vibrations continuent à l'infini, qui cependant deviennent insensibles et se confondent avec d'autres événements.

Tout cela est patent d'après les vibrations des cordes et les oscillations des 25 pendules et d'autres exemples, et cela paraît aussi contribuer à l'explication de la mémoire et de la conservation des espèces empreintes [dans le cerveau]. Il faut aussi remarquer que les corps pour autant qu'ils sont plus purement et, dans leurs parties plus petites, plus uniformément élastiques et qu'ils sont moins mêlés de corps hétérogènes, surtout mous, sont par là plus aptes au son ; 30 car d'ailleurs ils absorbent une grande portion d'*impetus* dans les mouvements internes de leurs parties insensibles et ils ne la rendent pas simultanément tout entière au corps qui les heurte ou à l'air par une unique restitution du tout. En outre si on cherche la cause du Ressort ou de cette sorte de restitution dans les choses sous tension, qu'on sache qu'il n'y en a pas d'autre que le fait que 35 le changement soudain qui résulte de la percussion trouble l'état présent des choses ainsi que le mouvement des fluides invisibles, de sorte que, dans les corps plus gros, ces choses sous tension, une fois le corps fléchi, ne trouvent

multæque singulares hujus motus proprietates ex intima Geometria proferrentur, neque enim hæcenus causa satis reddita est. Hinc autem nascitur usus elastri duplex ad Chronometrum, unus ad instar pendulorum, quia vibrationes magnæ et parvæ sunt æquidiuturnæ; alter adhuc absolutior si
 5 ad eundem semper gradum tensionis restituatur unum Elastrum, dum adhuc vibrat alterum, quod Chronometrum a me aliquando adhibitum et publicatum est.

Sequitur quomodo Sonantia tremorem aliis tensis sed maxime unisonis communicent, hoc autem satis apte non fieret, nisi
 10 natura excogitasset fluidum aliquod, sed tensum tamen sive Elasticum quale est aer; nam experimento Gerikii habemus tinnitum non æque produci in loco ab aere communi vacuo; considerandum tamen præterea est, dum latera vasis exhausti intus ictum excipiunt, eum eo ipso ad aerem externum propagari; deinde aerem nunquam perfecte exhauriri sed tantum dilatari,
 15 aquæ quoque et aliis fluidis multum aeris inesse: denique et aquam ipsam et omnia fluida, aliquo elastri gradu aerem imitari, et esse aliquod fluidum aere communi subtilius et penetrantius experimentis evictum est. Itaque quæ de aere dicemus, de aliis aliqua proportionem intelligentur. Modus quo sonus in aere propagetur nunquam quod sciam satis explicatus est. Circulos
 20 aqueis similes, supra rejecimus, nec putandum est opus esse ut quasi sagittulæ quædam aereæ a sonante spargantur, itaque utile erit aliquam figuram adhibere ad faciliorem rei novæ intellectu.

Sit chorda *LAM* [*Fig. 1*, p. 648] tensa per se, inque duobus extremis fixis *LM* firmata, ea in medio puncto *A* apprehensa pulsetur, seu ex linea recta
 25 *LM* producat in arcum *L(A)M*, et ultra; inde dimissa sibi relinquatur, ut redire ad priorem statum, quin et in contrariam partem versus *F* deinde evagari atque aliquamdiu motum reciprocare possit. Cum igitur durante hac reciprocatione sonoque inde orto, rursus excurrit ab *A* in (*A*), tum ponamus facilioris ratiocinationis causa in puncto *A* alligatum vel affixum
 30 chordæ esse corpus *AB* (: quale corpus ipsa chordæ materia ad punctum *A* ab uno latere chordæ existens intelligi potest:) quod per vibrationem ex loco *AB*, transferatur in locum (*A*)(*B*), itaque aerem expellet ex loco *B*(*B*) quem corpus *AB* nunc nove ingreditur, et contra aerem alium faciet succedere in locum *A*(*A*) quem deserit. Sed cum vibratio sit celerrima nec satis
 35 celeriter circulus aeris absolvi, aerque ex *B*(*B*) expulsus in spatio circumfu-
 6-7 aliquando ... est vide: G.W. Leibniz, *Extrait d'une lettre de M. Leibniz ... touchant le principe de justesse des Horloges portatives de son invention*, «Journal des Sçavans», 1675, pp. 94-99 (A III, 1, pp. 192-201). II Gerikii vide: O. Guericke, *Experimenta nova (ut vocantur) Magdeburgica de Vacuo*, Amsterdam: Ap. J. Janssonium 1672, lib. III, cap. 15 (pp. 91 seq.)

pas aussi faciles mais empêchées les trajectoires qu'elles s'étaient peu à peu tracées en un grand laps de temps ; de là qu'elles s'efforcent d'écarter les obstacles et de tout ramener par cet effort à l'état premier, à la manière dont l'eau agit contre les digues ; mais là où les pores sont assez larges en comparaison de la subtilité du fluide qui y pénètre ou sont peu à peu rendus tels, le Ressort cesse. 5 Mais il en sera question ailleurs plus distinctement. A partir de tout cela on peut comprendre que la percussion est seulement la cause éloignée du son, mais que la cause prochaine est la restitution vibrante du corps percuté, car celle-ci reste toujours de même durée, et donc également aigüe ou également grave tant que le corps reste également tendu, que la percussion soit forte ou 10 faible ; si cela n'était pas, il n'y aurait pas de ton dans le son, et on ne pourrait expliquer comment la même corde, frappée ou plus fortement ou plus faiblement émettrait pourtant le même ton. Car les corps élastiques, pressés et tendus soit rapidement soit lentement, se restituent cependant à la même vitesse, ce qui sera démontré ailleurs de façon exacte, et beaucoup de propriétés 15 singulières de ce mouvement sont révélées par la géométrie la plus profonde, et en effet la cause n'en a pas encore été suffisamment établie. Or c'est de là que procèdent les deux applications du ressort au chronomètre, l'une à l'instar des pendules, parce que les vibrations grandes et petites sont de même durée ; l'autre encore plus perfectionnée si un des Ressorts se restitue toujours 20 au même degré de tension pendant que l'autre vibre encore ; ce chronomètre a été naguères mis au point et exposé au public par moi.

Il s'ensuit la manière dont *les corps qui produisent un son communiqueront la vibration à d'autres corps tendus mais maximalement à l'unisson* ; or cela ne se ferait pas assez convenablement si la nature n'avait pas inventé quelque fluide, 25 mais cependant tendu ou élastique, comme l'est l'air ; car d'après l'expérience de Guericke, nous savons que le tintement ne se produit pas de la même manière dans un lieu vidé de l'air commun ; il faut cependant considérer en outre que lorsque les côtés du récipient vidé reçoivent un choc à l'intérieur, celui-ci se propage par là même vers l'air extérieur ; ensuite que l'air n'est jamais par- 30 faitement évacué, mais seulement dilaté, et qu'il y a aussi beaucoup d'air dans l'eau et dans d'autres fluides ; enfin aussi que l'eau même et tous les fluides sont semblables à l'air par un certain degré d'élasticité, et que la présence de quelque fluide plus subtil et plus pénétrant que l'air commun est éliminée par les expériences. C'est pourquoi ce que nous dirons de l'air s'entendra des 35 autres fluides à proportion. On n'a jamais suffisamment expliqué que je sache comment le son se propage dans l'air. Nous avons rejeté ci-dessus les cercles semblables à ceux de l'eau, et il ne faut pas penser qu'il faille que des sortes de

so æqualiter distribui possit; hinc fit ut aer $(B)C$, anterior corpore moto, per istum impetum nonnihil comprimatur, seu plus aeris expulsi accipiat quam alius remotior CD . Et contra, cum aeri AF qui posterior est corpore moto, non tantum novi aeris statim subministratur quantum opus esset
5 ad locum vacuum $A(A)$ a corpore desertum, sine rarefactione implendum, ideo ipse aer AF nonnihil dilatatur, eoque magis quo ipsi A est propior; itaque necesse est aerem sonanti propinquum comprimi ac dilatari, sive (quia Tensionis nomine omnem corporis Elastici a naturali statu dimotionem intelligo) præter solitum tendi. Habet autem aer suum jam Elastrum
10 naturale determinatumque compressionis gradum, quem partim a sua natura partim ab incumbentis aeris pondere accepit; et omne elasticum sive tensum corpus, cum maiorem solito tensionem accipit sive cum pulsatur, tremit; aeris ergo portio chordæ propinqua, ipsamet instar chordæ alicujus tremit. Et hunc tremorem continuaret aliquandiu etsi non alius aer ipsi
15 esset vicinus. Veruntamen adhuc præterea accedit nova causa ab aere quoque vicino, quæ continuationem auget. Nam ut aer $(B)C$ justo compressior sese exonerare conatur in ambientem, ita contra ambiens aer magna vi irruit in locum aeris $F(A)$ justo dilatatoris: sed aer se exonerans, sese justo amplius exonerat; et contra, aer irruens, justo largius irruit; uti pendulum
20 descendendo exorbitat, justoque longius movetur atque iterum ascendit; unde vibratio nascitur aliquandiu duratura. Aer jam vibrans $(B)C$ vicinum quoque sibi aerem, sed a corpore sonante longius remotum, commovet ad vibrandum, non tantum cum in ipsum irruit et exonerare se conatur, sed etiam cum justo amplius dilatatus iterum redit ad se et sese contrahens
25 ab altero distrahitur. Quod et de aere AF dicendum est, qui dum locum $A(A)$ corporis AB transitu in $(A)(B)$ vacuefactum, replere conatur, ut supra diximus, et versus $A(A)$ tendit, quodammodo distrahitur a vicino GH , unde aer interceptus FG tenditur ac dilatatur; quam dilatationem sequitur restitutio nimia seu compressio, et utriusque reciprocatio seu vibratio.
30 Habemus ergo quomodo aer $(B)C$ vel AF tam dilatans sese seu exonerans in vicinum (: postquam a corpore vibrante propulsus aut propriæ restitutionis nisu nimium compressus est :) quam contrahens sese seu distrahens a vicino (: postquam a corpore vibrante attractus aut propriæ restitutionis nisu nimium dilatatus est :) vicinum (: ut aer $(B)C$ ipsum CD et aer AF ipsum FG :) comprimat vel diducat, adeoque pulset vel tendat et ad similiter vibrandum commoveat.

Atque ita propagatur et vibratio ab aere AF ad vicinum FG , et ab hoc similiter ad vicinum GH et ita porro; perinde ac si imaginaremur plures chor-

fléchettes d'airain soient dispersées par le corps sonore ; c'est pourquoi il sera utile d'employer une figure pour une compréhension plus aisée d'une chose nouvelle.

Soit la corde LAM [Fig. 1, p. 648] tendue par elle-même, et attachée aux deux extrémités fixes LM ; saisie au point médian A elle est frappée, c'est-à- 5 dire que de la ligne droite LM elle est entraînée jusqu'à l'arc $L(A)M$ et plus loin ; de là relâchée elle est laissée à elle-même de manière à pouvoir revenir à son état premier, et plus encore être portée du côté contraire vers F et alterner ce mouvement pendant un certain temps. Comme donc durant cette alternance et le son qui en résulte, elle s'étend de nouveau de A à (A) , posons alors 10 pour faciliter le raisonnement que le corps AB soit attaché ou fixé à la corde au point A (lequel corps peut être conçu comme la matière même de la corde existante au point A d'un côté de la corde), qui sous l'effet de la vibration soit porté du lieu AB au lieu $(A)(B)$, et chassera ainsi l'air du lieu $B(B)$ dans lequel maintenant vient rentrer le corps AB , et inversement fera s'introduire 15 d'autre air dans le lieu $A(A)$ qu'il abandonne. Mais comme la vibration est très rapide alors que le cercle de l'air ne peut pas être assez rapidement parcouru, et que l'air expulsé de $B(B)$ peut être distribué de manière égale dans l'espace environnant, de là vient que l'air $(B)C$, antérieur au corps en mouvement, est quelque peu comprimé par cet *impetus*, ou reçoit davantage d'air 20 expulsé qu'un autre plus éloigné CD . Et inversement comme à l'air qui est postérieur au corps en mouvement autant d'air nouveau est aussitôt substitué qu'il en était besoin pour remplir sans raréfaction le lieu vide $A(A)$ déserté par le corps, de ce fait l'air même AF est quelque peu dilaté, et d'autant plus qu'il est plus près de A ; c'est pourquoi il est nécessaire que l'air proche du corps 25 sonore soit comprimé et dilaté, ou soit tendu plus que d'ordinaire (parce que j'entends par le mot tension tout écart d'un corps élastique d'avec son état naturel). Or l'air a bien son ressort naturel et son degré déterminé de compression, qu'il tient en partie de sa nature, en partie du poids de l'air pesant ; et tout corps élastique ou tendu vibre, quand il reçoit une tension plus grande 30 que d'habitude ou quand il est frappé ; donc la portion d'air proche de la corde vibre elle-même à l'instar d'une corde. Et cette vibration continuerait assez longtemps si d'autre air n'était pas voisin. Mais cependant à partir de l'air voisin aussi s'ajoute encore maintenant une nouvelle cause qui augmente la continuation. En effet comme l'air $(B)C$ d'autant plus comprimé tend à 35 se répandre dans l'air environnant, ainsi inversement l'air ambiant envahit avec une grande force la place du l'air $F(A)$ d'autant plus dilaté : mais l'air se répandant se répand d'autant plus amplement ; et inversement l'air envahis-

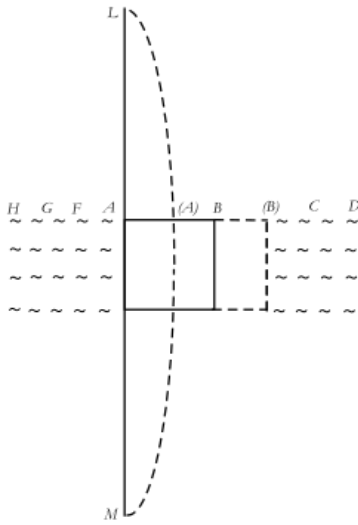


Figura 1

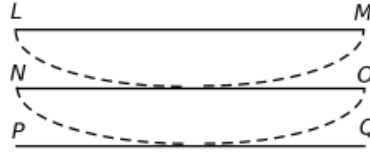


Figura 2

das LM , NO , PQ sibi vicinas esse [Fig. 2, p. 648]; unamque LM pulsatam vibrare usque ad sequentem NO , quæ hoc modo etiam pulsata pulset rursus sequentem PQ atque ita porro, quousque continuantur chordæ, donec paulatim in postremis chordis frangatur pulsandi impetus excursionesque
 5 minuantur, ut chorda licet vibrata sequentem non amplius attingat; quod licet in aere non fiat quia continuum est corpus, vibrationes tamen postremæ imperceptibiles fient exiguosque nimis habebunt excursus, ac proinde cum idem fere tempus semper etiam parvo excursu insument, motum habebunt tardissimum.

10 Hæc autem quæ diximus de aere aerem pulsante illustrantur non parum experimento vacui ab aere ordinario loci. Nam quemadmodum si duo hemisphaeria exhausta subito distraherentur aerque ab omni parte magna vi irruat, duo aeres concurrentes ingentem instar sclopeti fragorem edent, seu in partibus suis vicinisque tremorem efficient; ita hic quoque cum, dilata-
 15 to partim, partim compresso aere per sonori corporis vibrationem, etiam oriatur aliquid vacui id est loci aere valde exhausti, hinc etiam ex collisione aeris irruentis in locum vacuum, seu sese exonerantis ex compresso, rudimentum aliquod soni seu tremorem et hujus aeris et vicini, consequi necesse est. Hactenus porro unam tantum corporis sonori AB itionem spec-
 20 tavimus ab AB in $(A)(B)$, quæ si prompta sit, aerem modo explicato pulsabit.

sant envahit d'autant plus largement ; comme un pendule qui en descendant s'écarte [de la verticale] va d'autant plus loin et remonte de nouveau ; de là naît une vibration qui durera un certain temps. L'air dès lors vibrant $(B)C$ incite aussi à vibrer l'air voisin de lui mais plus éloigné du corps sonore, non seulement quand il l'envahit et tend à se répandre, mais aussi quand d'autant 5 plus amplement dilaté il revient de nouveau à lui-même et, en se contractant, se détache de l'autre. Ce qu'il faut dire aussi de l'air AF qui, quand il tend à remplir la place $A(A)$ du corps AB rendu vide par le passage en $(A)(B)$, comme nous l'avons dit plus haut, et qu'il tend vers $A(A)$, il est en quelque sorte détaché du voisin GH , d'où vient que l'air retiré se tend et se dilate, dilatation que 10 suit une restitution ou une compression extrêmes et l'alternance des deux ou la vibration. Nous obtenons donc la manière dont l'air $(B)C$ ou AF aussi bien en se dilatant ou en se répandant dans le voisin (après avoir été poussé par le corps vibrant ou extrêmement comprimé par l'effort de sa propre restitution) qu'en se contractant ou s'écartant du voisin (après avoir été attiré par le corps 15 vibrant ou extrêmement dilaté par l'effort de sa propre restitution), comprime ou dilate le voisin (comme l'air $(B)C$ le fait à CD et l'air AF à FG) et donc le frappera ou le mettra sous tension et l'incitera à vibrer de façon semblable.

Et ainsi la vibration se propage aussi de l'air AF au voisin FG , et pareillement de celui-ci au voisin GH , et ainsi de suite ; tout comme si nous imagi- 20 nions que plusieurs cordes LM , NO , PQ soient voisines les unes des autres [Fig. 2], et que l'une LM ayant été ébranlée vibre jusqu'à la suivante NO , qui ébranlée aussi de cette façon ébranlera de nouveau la suivante PQ et ainsi de suite, tant que les cordes sont continuées, jusqu'à ce que l'*impetus* d'ébranlement s'atténue peu à peu dans les dernières cordes et que les écartements 25 soient diminués, de sorte qu'une corde pourtant vibrante n'atteigne plus la suivante ; bien que cela n'arrive pas dans l'air parce que c'est un corps continu, cependant les dernières vibrations deviendront imperceptibles et auront un écartement très petit, et par conséquent puisqu'elles emploient toujours presque le même temps aussi pour un faible écartement, elles auront un mou- 30 vement très lent.

Ce que nous avons dit de l'air ébranlant l'air est suffisamment mis en lumière par l'expérience du lieu vidé d'air ordinaire. En effet si deux hémisphères vidés sont soudainement séparés et si l'air y fait irruption avec une grande force, deux [masses d']air en se rencontrant émettent une grande dé- 35 tonation comme une arme à feu, ou produisent une vibration dans leurs parties et les parties voisines : de la même manière ici aussi, puisque l'air étant en partie dilaté, en partie comprimé par la vibration du corps sonore, il en

Atque aer quidem semel in motu reciproco positus aliquandiu vibrationes continuaret ut ostendimus, etsi chordam tensam statim post primam vibrationem requiescere fingeremus; tametsi hinc nullus fortasse oriturus esset sonus, quemadmodum pauciores justo radii non faciunt visum. Verum
5 nunc considerandum est corpus AB cum excurrit in $(A)(B)$, rursus regredi in locum AB , imo transgredi in alteram partem versus F , idque facere aliquoties; semper ergo novos vibrandi conatus aeri ambienti imprimet. Sed cum aer ille retineat adhuc vibrationes a præcedentibus ejusdem chordæ impressionibus acceptas, hinc sequetur aliqua perturbatio: continget enim
10 sæpe ut vibrationes inter se non consentiant, dum enim nova chordæ impressio aerem forte sollicitabit ad compressionem, ipse ex prioris vibrationis reliquiis tendet ad dilatationem vel contra. Sed hæc cum magnam factura sint motuum perturbationem et chorda fortior præsentī vibratione reliquiis prioris vibrationis prævaleat, sintque chordæ vibrationes semper æquabiles et æquiditurnæ, hinc aer se paulatim ita chordæ accommodat ut mox vibrationes aeris vibrationibus chordæ consentiant, et nisi hoc fieret non propagaretur sonus sed mox ob perturbationem destrueretur. Verum ista continuatione atque consensu et communicatur longius et repetitione ipsa fortior fit, ac denique sensibilis redditur.

20 Sed quaeret aliquis quomodo evitetur perturbatio ista soni propagationem impeditura, neque enim in aere intelligi potest prudentia aliqua qua se chordæ vibranti accommodet, cum determinatum sit ejus elastrum ac proinde et determinata vibrationum periodus, celeritas enim vibrationis non a quantitate pulsationis, sed constitutione pulsati pendet, ut supra
25 monuimus. Hic ergo distinctius explicari meretur admirandæ creatoris sapientiæ specimen quo consensus sive isochronismus vibrationum chordæ vel corporis sonantis et aeris obtinetur. Constat ex sectione Monochordi (cujus ratio vera alias reddetur) idem corpus sonorum quo est minus, eadem manente tensione, eo sonare acutius, id est vibrationes absolvere celerius;
30 qua occasione notavi cum chorda fit nimis brevis sonum quoque fieri nimis acutum, qui degenerat in sonum quendam atonum quem clappantem dicere possis, ubi scilicet tonus non distinguitur; unde soni quoque hujus atoni natura illustratur. Certe sonus corporum percussorum sed apprehensorum similiter fit atonus, quia impeditis vibrationibus totius, impetus
35 conceptus qui perire non potest, consumit sese in vibrationes exiguarum partium adeoque nimis brevium, quæ vibrationes sunt nimis celeres, quam ut distingui possint: unde sonus Atonus. Hinc et corpora valde heterogenea, in quibus scilicet ad exiguas nimis partes vibratio reducta est, sonum

provient aussi quelque peu de vide, c'est-à-dire de lieu vidé d'air, il est de là
 aussi nécessaire qu'il suive de la collision de l'air s'engouffrant dans le lieu
 vide ou s'échappant du corps comprimé un premier début de son ou de vi-
 bration de cet air ainsi que du voisin. En outre jusqu'à présent nous n'avons
 considéré qu'un seul aller du corps sonore AB de AB à $(A)(B)$, qui, s'il est
 prompt, ébranlera l'air de la manière qui a été expliquée. Et l'air une fois mis
 en mouvement réciproque continuerait quelque temps les vibrations comme
 nous l'avons montré, même si nous imaginions que la corde tendue revienne
 aussitôt au repos après la première vibration ; quoique peut-être il n'en résul-
 terait aucun son, tout comme une très petite quantité de rayons ne fait pas
 une perception visuelle. Mais il faut maintenant considérer que le corps AB ,
 quand il s'échappe vers $(A)(B)$, revient de nouveau à la place AB , et même la
 dépasse de l'autre côté vers F , et qu'il le fait plusieurs fois ; il imprimera donc
 toujours à l'air environnant de nouveaux *conatus* à vibrer. Mais comme cet air
 conserve encore les vibrations reçues des ébranlements précédents de la même
 corde, il s'ensuivra quelque perturbation : il arrivera en effet souvent que les
 vibrations ne s'accordent pas entre elles, car tant qu'un nouvel ébranlement de
 la corde provoquera fortement l'air à la compression, celui-ci de par les restes
 de la vibration antérieure tendra à la dilatation ou inversement. Mais comme
 tout cela se fera avec une grande perturbation des mouvements et que la corde
 plus forte prévaudra par sa vibration présente sur les restes de la précédente,
 et comme les vibrations de la corde sont toujours égales à elles-mêmes et de
 même durée, de là vient que l'air s'accommode peu à peu à la corde de sorte
 que bientôt les vibrations de l'air s'accordent avec les vibrations de la corde ;
 et si cela n'arrivait pas le son ne se propagerait pas mais serait bientôt détruit
 du fait de la perturbation. Mais par cette continuation et cet accord il se com-
 munique aussi plus loin et il devient plus fort par cette répétition, et est enfin
 rendu sensible.

Mais on demandera comment est évitée cette perturbation qui empêche-
 ra la propagation du son, car on ne peut pas concevoir dans l'air quelque
 savoir-faire par lequel il s'accommodera à la corde vibrante, puisque son res-
 sort est déterminé et que par conséquent la période des vibrations est aussi
 déterminée, car la vitesse de la vibration ne dépend pas de la quantité de
 l'impulsion mais de la constitution du corps impulsé, comme nous en avons
 fait état ci-dessus. Il vaudrait donc la peine d'expliquer ici plus distinctement
 l'échantillon admirable de la sagesse du créateur par lequel est obtenu l'accord
 ou l'isochronisme entre les vibrations de la corde ou du corps produisant le
 son et celles de l'air. Il résulte de la section du Monocorde (dont la véritable

quendam inconditum edunt; quæ vero partes habent magis unitas et a sulphure fortasse quodam sive glutine tenaci æquabiliter diffuso connexas, aut quæ alioqui homogenea sunt, sonant cum tono, ut æs, vitrum, ingens tabula ex alabastro rupe excisa. Addi possunt quæ supra de tinnitu carbonum
 5 et sono ligni diximus, sed hæc obiter. Jam vero redeundo ad figuram nostram consideremus nihil adhuc a nobis allatum esse, quo quantæ debeant esse portiones aeris *AF*, *FG*, *GH* item *(B)C*, *CD* in quas, velut in totidem elastra, aerem chordæ sonantis vibratione divelli diximus. Et quidem initio magnitudo portionum hujusmodi a quibusdam casibus ac circumstantiis
 10 valde variantibus pendere potest, non tantum prout corpus *AB* majus minusve est, sed et prout multas habet cavernas in quas aer penetrat, quibus velut totidem filis corpus aerem ambientem magis trahit (quanquam omnis tractionis ultimam causam esse pulsionem non negem, est enim et in aere tenacitas quædam et adhæsiō;) accedit quod corpora heterogenea in
 15 diversis aeris portionibus diversimode reperiuntur, ergo pro magnitudine aeris puri existentis in partibus *AF*, *FG* vibrationes diversarum portionum erunt inter se et cum chorda inæquales. Verum inde oritur perturbatio, et impeditis ipso conflictu atque destructis vel in exiguum atque insensibile redactis et coercitis vibrationibus tum partium justo majorum (aut saltem
 20 partis earum excedentis) tum justo minorum quarum illæ justo tardius, hæc justo celerius vibrant, solæ denique partium justæ magnitudinis vibrationes servabuntur, et ceteræ quoque in partes justæ magnitudinis abibunt, nempe dissilient majores, coalescent minores; ipsa necessitate naturæ motum earum quoad licet servare quaerentis. Præsertim cum idem corpus li-
 25 quidum continuum varias simul vibrationes habere possit: unam propriam adæquatam, alias communes cum aliis corporibus majoribus quorum pars esse intelligi potest, alias denique suarum partium ipsi toti inadæquatas, quæ variæ imo infinitæ esse possunt pro variis velut plicis quæ pro variis externorum impulsibus in eo factæ intelligi possunt, itaque ad hoc ut ju-
 30 stæ vibrationes prævaleant justæque magnitudinis partes intelligantur, non opus est novis divisionibus sive plicis (tametsi et ipsæ fiant subinde) sed sufficit ex his vibrationibus quæ jam factæ sunt eas quæ aptæ sunt, et quibus perturbatio evitatur, irrefractas servari, cæteris magis coercitis; quæ amplius illustrabuntur ex afferendo mox experimento de diversis ejusdem chordæ
 35 vibrationibus secundum diversas suas partes. Hoc igitur modo paulatim aer ita se componet ut evitetur hæc perturbatio, et in partes sese mox accommodabit tantæ magnitudinis quanta cum data aeris tensione naturali datum exhibeat tonum seu desideratam vibrandi periodum, ut scilicet vi-

raison est donnée ailleurs¹⁶), que le même corps sonore, d'autant il est plus petit, la tension restant la même, sonne de façon d'autant plus aigüe, c'est-à-dire accomplit ses vibrations plus rapidement; à cette occasion, j'ai remarqué que quand la corde devient trop courte, le son aussi devient trop aigu, qui dégénère en un son atone, qu'on pourrait appeler «clappant»¹⁷, où en fait 5 le ton n'est pas distingué; d'où est aussi mise en lumière la nature de ce son *atone*. Assurément le son des corps ébranlés mais retenus devient pareillement atone, parce que, les vibrations du tout étant empêchées, l'*impetus* formé qui ne peut disparaître se consume en vibration des parties toutes petites et donc trop courtes, vibrations qui sont trop rapides pour pouvoir être distinguées : 10 de là le son *Atone*. De là aussi que les corps très hétérogènes, dans lesquels en effet la vibration est réduite à des parties trop minimes, émettent une sorte de son brouillé; mais ceux qui ont des parties plus unies et conjointes, peut-être par une sorte de souffre ou une colle puissante répandue de manière égale, ou qui autrement sont homogènes, produisent un son avec un ton, comme 15 le bronze, le verre, une vaste table taillée dans un bloc d'albâtre. On peut ajouter ce que nous avons dit plus haut du tintement des charbons et du son du bois, mais cela en passant. Mais en revenant maintenant à notre figure, nous considérerons que nous n'avons encore rien rapporté relativement à la quantité que doivent avoir les portions de l'air *AB*, *FG*, *GH* ainsi que *(B)C*, 20 *CD*, dans lesquelles nous avons dit que, comme dans autant de ressorts, l'air est agité par la vibration de la corde sonnante. Et bien sûr au début la grandeur des portions de ce genre peut dépendre des cas et des circonstances très variables, non seulement selon que le corps *AB* est plus grand ou plus petit, mais aussi selon qu'il comporte de nombreuses cavités dans lesquelles l'air pé- 25 nètre, par lesquelles comme par autant de fils le corps attire davantage l'air environnant (bien que je ne nie pas que la cause dernière de toute traction soit une poussée, car il y a aussi dans l'air une sorte de consistance et d'adhérence); il s'ajoute que les corps hétérogènes se trouvent de diverses manières dans les diverses portions de l'air, et donc que selon la grandeur de l'air pur 30 existant dans les parties *AF*, *FG*, les vibrations des diverses portions seront

¹⁶Cf. le texte *Chordæ æquabiles æqualiter tensæ habent sonos longitudinibud reciproce proportionales* [fin 1680 (?)–1685 (?)], A VIII, 3, N. 11, pp. 88–89, et plus largement les textes donnés en référence par les éditeurs pour justifier la datation (p. 88).

¹⁷Leibniz forme en latin le néologisme *clappans* en le démarquant du français «clappant», pour désigner un son trop élevé et affaibli. «Clapper» signifie proprement émettre le bruit de la langue lorsqu'on la détache brusquement du palais, mais aurait été utilisé au XVI^e siècle pour «aboyer». Leibniz a employé la première fois ce mot dans la lettre à Schelhammer du 13 (23) janvier 1682, A III, 3, N. 311, 547₂₃.

brationes chordæ et partium aeris fiant Isochronæ ictusque habeant consentientes. Itaque etsi aer apud nos instar chordæ tensæ suam habeat certam naturalemque tensionem, a pondere aeris incumbentis quo comprimitur natam, tamen datum quemlibet tonum accipere potest, prout portio assumitur major et minor, quemadmodum et chorda acutius graviusque sonat prout major minorve fit, dum ponticulus huc illucve ducitur. Atque ita fecit natura ut quemlibet aer soni gradum accipere ac propagare posset, quod quomodo fieret, hæcenus quod sciam explicatum non habebatur.

Hinc etiam explicari potest quod Academici Florentini cum Gassendo egregie observarunt, velocitatem soni propagati esse uniformem seu spatiis percursis proportionalem seu si sonus uno subscrupulo temporis mille passus conficiat, duobus (tribus) etc. subscrupulis duo (tria) etc. passuum millia conficere circiter solere atque ideo, quod paradoxum videri possit, sonum æque velocem esse in fine itineris ac in initio licet factus sit debiliior, quemadmodum et viri clarissimi Heigeliuss et Schelhammerus, me hunc monente, Helmæstadii observarunt. Nam vibrationes sive debiles sive fortes, sunt isochronæ; et vibrationes unius particulæ aeris, sunt simul percussiones particulæ sequentis; percussio autem hæc, et soni propagatio, idem sunt; ergo et soni propagationes sunt isochronæ, et proinde si uno tempusculo aer *AF* accipiat vibrationem, proximo æquali tempusculo accipiet eam proximus aer *FG*, et tertio tempusculo aer *GH*, ergo insumentur tot tempuscula quot aeris portiunculæ, posito autem aeris portiunculas esse inter se magnitudine sive spatio circiter æquales (quoniam aer ipse æqualis fere tensionis apud nos est et ideo ad easdem vibrationum periodos, eadem magnitudo requiritur) sequitur spatia quoque cum portionibus aeris æqualiter crescere ac proinde spatia temporibus propagationum soni proportionalia esse. Fallere tamen hoc debet nonnihil cum sonus ascendit multum aut descendit, vel inter loca calore et frigore, aut etiam heterogeneis in aere contentis valde diversa, com meat.

His ita positis vibratio aeris perveniens ad portionem aeris aliud corpus tensum attingentem, exempli causa chordam novam a prima chorda sonante non nimis remotam, infligit illi ictum aliquem, unde vibrationes; sed si illæ non consentiant vibrationibus aeris aut chordæ prioris

9 Academici ... Gassendo vide: L. Magalotti, *Saggi di naturali esperienze, fatte nell'Accademia del Cimento ... e descritte dal Segretario di essa Accademia*, Firenze: G. Cocchini 1667, pp. 242 seq.; P. Gassendi, *Syntagma philosophicum*, pars II, sect. I, l. VI, cap. 10 *De sono* (*Opera omnia*, Lyon: Anison & Devenet 1658, I, pp. 417-418. 15-16 Heigeliuss ... Helmæstadii vide: G.C. Schelhammer, *De auditu liber unus*, Lugduni Batavorum: P. de Graaf 1684 (pp. 127-128 de P. Heigeliuss experientia refertur); A VIII, 3, 124, pp. 149-150.

inégales entre elles et avec la corde. Mais il en provient une perturbation : les vibrations sont empêchées par ce conflit et détruites ou réduites à quelque chose de minuscule et insensible, — c'est-à-dire les vibrations tant des parties juste plus grandes (ou du moins de la partie qui y est en excédent) que des parties juste plus petites, dont celles-là vibrent d'autant plus lentement, 5 celles-ci d'autant plus rapidement ; dans ces conditions sont enfin conservées les seules vibrations des parties de la juste grandeur, et les autres deviendront aussi des parties de la juste grandeur, puisqu'en effet les plus grandes sont morcelées et que les plus petites s'agrègent ; cela par la nécessité même de la nature qui cherche à conserver leur mouvement autant que possible. Surtout lorsque 10 le même corps liquide peut recevoir simultanément des vibrations diverses ; l'une propre et qui lui convient, d'autres communes avec d'autres corps plus grands, dont il peut être conçu comme une partie, d'autres enfin de ses parties inappropriées au tout, qui peuvent de plus être infiniment variées selon les différents replis pour ainsi dire que l'on peut concevoir se former en lui se- 15 lon les impulsions extérieures ; c'est pourquoi, pour que l'emportent les justes vibrations et pour que les parties soient conçues de la juste grandeur, il n'est pas besoin de nouvelles divisions ou de nouveaux replis (même s'il en survient aussitôt), mais il suffit que de ces vibrations déjà formées soient conservées intactes celles qui sont adaptées et par lesquelles la perturbation est évitée, les 20 autres étant davantage empêchées ; ce qui sera mis davantage en lumière par l'expérience à invoquer bientôt sur les diverses vibrations de la même corde selon ses diverses parties. Ceci donc à condition que l'air se disposera peu à peu de manière à éviter cette perturbation, et qu'il s'adaptera bientôt à des parties d'une grandeur suffisante pour qu'avec une tension naturelle donnée 25 il rende le ton donné ou la période de vibration désirée, de sorte qu'en effet les vibrations de la corde et des parties de l'air deviennent isochrones et offrent des battements concordants. C'est pourquoi bien que l'air chez nous, à l'instar d'une corde tendue, possède une tension déterminée et naturelle, résultant de l'air environnant qui le comprime, il peut néanmoins recevoir n'importe 30 quel ton donné, selon qu'on en prend une portion plus grande et plus petite, de la même façon qu'une corde sonne de façon plus aigüe et plus grave selon qu'elle est rendue plus grande ou plus petite, quand le chevalet est appliqué ici ou là. Et c'est ainsi qu'a procédé la nature pour que l'air puisse recevoir et propager n'importe quel degré du son ; jusqu'à présent, autant que je sache, 35 on n'avait pas d'explication de la manière dont cela se fait.

Par là peut aussi s'expliquer ce que les Académiciens florentins ont remarquablement observé avec Gassendi, que la vitesse du son propagé est uniforme

tunc nova chorda vibrationem in se tota satis sensibilem non accipit, novæ enim vibrationes in ea nascentes mox contrariis aeris vibrationibus a quibus ortæ sunt, rursus suffocantur, sed si chorda nova priori sit unisona, seu vibrationes habeat isochronas tunc eæ sequentibus aeris vibrationibus
5 a chorda priore venientibus, non tantum non destruuntur sed et potius augentur, novis semper ictibus inter se conspirantibus sive eodem tendentibus, inflit; unde tandem sensibilis satis vibratio imo sonus chordæ novæ priori unisonæ nasci solet, ut pila in planitie decurrens repetitis ictibus eorum quos currendo præterit magnam satis celeritatem acquirit. Et
10 tale quid, licet ob non satis cognitam potentiæ Elasticæ naturam, obscure et per nebulam vidit olim Fracastorius, cuius locum mihi indicavit et postea eleganti atque erudito libro de organo auditus inseruit Clarissimus Schelhammerus. Tria tamen adhuc notanda. Primo quod de unisono diximus aliquo modo porrigi ad intervalla concinniora, ut octavæ, duplicis
15 octavæ et quintæ, in quibus non quidem omnes tamen alterni aut tertii quique ictus conveniunt. Secundo, etiam chordam non unisonam ex toto, tamen intelligi posse unisonam pro parte; unde observatum audio a viris ingeniosis chordam *TZ* duplo longiorem altera *RS* sed alias æque tensam crassamque, non totam quidem attamen duabus suis medietatibus *TV*,
20 *VZ* singulatim, priori *RS* nonnihil (quod pennulis in locis *X*, *X* adhaerentibus apparuit præsertim si chorda *RS* plectro moderate pulsetur) contremuisse, nam revera singulæ partes *TV*, *VZ* ipsi *RS* sunt unisonæ, et putem determinari quoque posse, quid in aliis chordarum duarum proportionibus sit futurum; quæ res iterum nostram explicationem egregie illustrat,
25 nam ut hic in chorda percipimus, ita in aere colligimus, partes sponte naturæ assignari tales, ut vibrationum isochronismus servetur. Quibus consentiunt egregie, quæ habet Chalesius in *Musica*, ad explicandos Tubæ et fistularum saltus a Mersenno propositos: dum enim vehementius inspiratur tubæ, cogitur aer ad celeriores motum, cumque in tota tuba vibratio
30 sit per modum unius chordæ, chorda autem tantæ longitudinis tantum motum facile præstare non possit, dividitur tota hæc quasi chorda per medium et bifariam, ut ita dividatur in partes consonas (ne vibrationes se mu-
11 Fracastorius *vide*: G. Fracastoro, *De sympathia et antipathia rerum*, Venetia: Heredes L. Giunta 1546, cap. 4, f. A3r-A3v (*Operum pars prior*, Lugduni: F. Fabrum 1591, pp. 9 seq.).
13 Schelhammerus *vide*: G.C. Schelhammer, epist. ad Leibnitium, 13(23) apr. 1681 (A III, 3, p. 398); *De auditu liber unus*, Lugduni Batavorum: P. de Graaf 1684, pp. 125 seq.
27 Chalesius *vide*: C.-F. Milliet Dechaies, *Cursus seu mundus mathematicus*, Tomus III, Lugduni: Off. Anissoniana 1674, *Tractatus XXII. Musica*, pp. 23-25. **28** a Mersenno *vide*: M. Mersenne, *Harmonie universelle*, Paris: P. Ballard 1636, II, *Livre Cinquiesme des instrumens a vent*, prop. XVI, Pourquoi la Trompette & les autres Instrumens a vent..., pp. 257-258.

ou proportionnelle aux espaces parcourus, c'est-à-dire que si le son effectue mille pas en une unité minuscule de temps, en deux (trois), etc. unités il parcourra d'ordinaire à peu près deux (trois), etc. milles pas, et ainsi, ce qui peut paraître paradoxal, que le son a la même vitesse à la fin du parcours qu'au commencement, bien qu'il devienne plus faible, ainsi que les très illustres Heigel 5 et Schelhammer, en m'en informant, l'ont observé à Helmstedt. En effet les vibrations, soit faibles, soit fortes, sont isochrones ; et les vibrations d'une particule de l'air sont simultanées avec les percussions de la particule suivante ; or cette percussioin et la propagation du son sont la même chose ; donc les propagations du son sont aussi isochrones, et par conséquent si, dans un temps 10 infime, l'air AF reçoit une vibration, dans le prochain temps égal l'air voisin FG la recevra, et l'air GH dans un troisième : autant de temps infimes seront donc consommés qu'il y a de minuscules portions de l'air, en supposant cependant que les portions de l'air sont à peu près égales entre elles en grandeur ou en espace (puisque l'air même est chez nous presque de tension égale et 15 que par suite la même grandeur est requise pour les mêmes périodes des vibrations) : il s'ensuit que les espaces aussi croissent également avec les portions de l'air et par conséquent que les espaces sont proportionnels aux temps des propagations du son. Cependant cela doit quelque peu manquer quand le son monte ou baisse beaucoup, ou quand il circule entre des lieux très différents 20 par le chaud et le froid, ou même par les contenus hétérogènes de l'air.

Tout ceci posé, la vibration de l'air parvenant à la portion de l'air au contact d'un autre corps tendu, par exemple une seconde corde pas trop éloignée d'une première corde produisant du son, lui inflige un choc, d'où viennent des vibrations ; mais si elles ne s'accordent pas aux vibrations de l'air ou de la 25 première corde, alors la seconde corde ne reçoit pas en elle tout entière une vibration suffisamment sensible, car les nouvelles vibrations qui naissent en elle sont bientôt étouffées par les vibrations contraires de l'air dont elles sont issues ; mais si la seconde corde est à l'unisson de la première, ou si elle a des vibrations isochrones, alors non seulement elles ne sont pas détruites par les 30 vibrations suivantes de l'air qui viennent de la première corde, mais elles sont plutôt accrues par la frappe de chocs toujours nouveaux conspirant entre eux ou tendant au même effet ; d'où enfin naît ordinairement une vibration suffisamment sensible ou même un son de la seconde corde à l'unisson de la première, comme une boule qui roule sur une plaine acquiert, par les coups 35 répétés de ceux qu'elle dépasse dans sa course, une vitesse assez grande. Fracastor a vu jadis quelque chose de semblable obscurément et dans un brouillard du fait d'une connaissance insuffisante de la nature de la puissance élastique ;

tuo perturbent). Atque hoc se quoque expertum refert Galilæus, cum enim laminam aeream aut ferream aliquando ita tereret, ut ejus etiam vibrationes animadverteret, quotiescunque motus ejus erat concitator, non tota lamina per
5 modum unius vibrabatur, sed dividebatur vibratio in duas, et tonus ascendebat per octavam. Ita dum scyphi aqua pleni labra digito teruntur si vehementior sit motus ascendit sonus ad octavam. Hinc etiam ut obiter dicam, veram, ni fallor, rationem inveni, cur is qui vitrum soni vehementia rumpere conatur ascendat ad octavam ejus soni quem in vitro pulsatione explorato comperit, nam ita et vibrationes fient tanto velociores, et cum totum vitrum, nec consentienter vibretur, nec tam vehementem agitationem facile recipiat, potius dividetur bifariam, nam quælibet pars facilius agitatur, et (cum dimidium ad octavam ascendat respectu totius) eo ipso
15 cum eo qui sonum edit, perfecte consonat, non minus quam una pars alteri; vibrationesque non sese mutuo confundunt, sed juvant, atque magis magisque intendunt. Cum vero sonus et valde sit vehemens, et satis diu continuatus, (quæ duo ad rumpenda sono vitra requiruntur) continuatis semper novis impulsibus, motum continuo acceleratum tantumque denique impetum concipiunt partes duæ vitri separatim (licet consentienter)
20 vibrantes, ut tandem vis vibrandi et conatus excurrendi, major fiat vitri firmitate; quo facto ruptura sequetur. Si enim vitrum concipiamus per modum lineæ seu chordæ *TZ* [*Fig. 3*, p. 660], divisum in duas partes *TV*, *VZ*, separatim vibrantes, in *TPV*, *VQZ* eodem tempore; et rursus eodem
25 tempore transferendas in *TNV*, *VOZ*, patet punctum *V* quod eas connectit, atque earum libertatem coercet, magnam vim sentire debere inter tot flexuum commutationes, et conceptos a reliquis partibus longius excurrere conantibus impetus quibus ipsum, solum immotum manens, resistit. Unde firmitas ejus, vi vibrationum atque celerrimorum excursuum nimis aucta et
30 distrahente, tandem superabitur. Idem est si utrum non ex statu *TPVQZ* in statum *TNVOZ*, sed ex statu *TPVOZ* in statum *TNVQZ* transferatur. Sed multo adhuc magis locum habebit si puncta *T*, *Z* a connexionione duarum partium vitri maxime remota, non immota sed libere vibrantia, ut revera sunt, concipiamus, ita ut *TVZ* translatum in *WVY* redeat in ${}_3V_4$, ita enim
35 facile (ad baculi instar hoc modo flexi) frangetur vitrum in *V*. Tertium
1-8 Atque ... octavam. vide: C.-F. Milliet Dechales, *Cursus seu mundus mathematicus*, Tomus III, Lugduni: Off. Anissoniana 1674, *Tractatus XXII. Musica*, p. 25. Item: G. Galilei, *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, Leida: Elsevirii 1638, Giornata seconda; EN VIII, pp. 141-145.

le fameux Schellhammer m'en a indiqué le lieu et l'a cité ensuite dans son livre élégant et savant *Sur l'organe de l'ouïe*. Trois choses doivent cependant être encore remarquées. *Premièrement* ce que nous avons dit de l'unisson peut en quelque façon être étendu aux intervalles plus accordés, comme ceux de l'octave, du double octave, de la quinte, dans lesquels toutes les mesures 5 sans doute ne conviennent pas mais cependant les mesures alternes ou tierces conviennent chacune. *Deuxièmement* on peut concevoir qu'une corde qui n'est pas à l'unisson en totalité le soit dans une partie; j'apprends à cette occasion que des hommes très sagaces ont observé qu'une corde *TZ*, deux fois plus longue qu'une autre *RS* mais par ailleurs de tension et d'épaisseur égales, 10 a vibré non certes en totalité mais cependant par ses deux médiétés *TV*, *VZ* isolément, et quelque peu par la première *RS* (ce qui est apparu par les ailettes attachées aux emplacements *X*, *X* surtout si la corde *RS* est modérément ébranlée par la baguette); et j'aurais pensé qu'on peut aussi déterminer ce qui arrivera pour d'autres proportions de deux cordes; ce fait illustre de nouveau 15 remarquablement notre explication, car comme nous le percevons ici sur la corde, ainsi nous concluons pour l'air que ses parties sont spontanément réparties par la nature de manière à ce que soit conservé l'isochronisme des vibrations. À quoi s'accorde très bien ce que soutient Dechales dans sa *Musica*, pour expliquer le problème des écarts de la trompette et des flûtes posé 20 par Mersenne : car quand on souffle plus fortement dans la trompette, l'air est forcé à un mouvement plus rapide, et puisque dans la trompette entière la vibration se fait à la manière d'une seule corde, mais qu'une corde d'une telle longueur ne peut pas aisément produire tant de mouvement, cette quasi-corde toute entière est divisée au milieu et en deux parties, pour être ainsi divisée en 25 parties consonantes (pour que les vibrations ne soient pas perturbées l'une par l'autre). « Et Galilée rapporte en avoir lui aussi fait l'expérience, quand en effet il frottait une lame d'airain ou de fer de sorte qu'il observait encore ses vibrations; chaque fois que son mouvement était plus rapide, la lame tout entière ne vibrait pas à la manière d'une seule, mais la vibration était divisée en deux, 30 et le ton s'élevait d'une octave. Ainsi lorsque les bords de coupes pleines d'eau sont frottés du doigt, si le mouvement est plus énergique, le son monte à l'octave ». De là aussi, comme je l'ai dit plus haut, que j'ai découvert, si je ne me trompe, la véritable raison *pour laquelle celui qui s'efforce de briser un verre par la puissance du son monte à l'octave* du son qu'il a constaté sur le verre observé 35 sous la frappe; en effet les vibrations deviennent ainsi d'autant plus rapides, et puisque le verre tout entier ne vibre pas de façon concordante ni ne reçoit facilement une agitation si forte, il est plutôt divisé en deux, car chaque partie

quod hic notandum videbatur, hoc erat quod chorda chordam unisonam melius imitatur si in eadem sint tabula, lignum enim velut corpus solidius sonum fortius propagat, et hanc in rem notari potest experimentum in diario eruditorum Gallico aliquando relatum de duobus horologiis ab eodem
 5 ligneo sustentaculo suspensis, quorum vibrationes perfecte congruebant aut ex composito turbatæ ad concordiam redibant; quod sola aeris connexio non effecisset, cessavit enim consensus, ubi a communi sustentaculo sunt amota: patet autem ex his quomodo chorda quælibet ipsumque adeo lignum pro diversis suis partibus cuilibet alteri corpori unisonum intelligi
 10 possit, unum tamen corpus alio aptius et aptissime omnium aer et organon auditus in hoc a natura destinata.

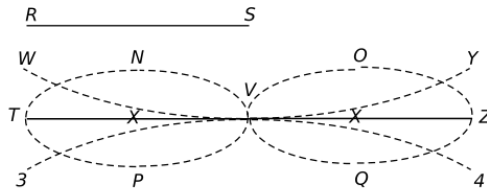


Figura 3

His jam explicatis facilius intelligetur quomodo organon auditus sit cuilibet corpori sonoro unisonum. Et sane possumus enumerare omnes modos possibiles quibus id consequi licet. Est autem unum corpus diversis aliis (inter se non unisonis) unisonum vel actu vel potentia, actu secundum diversas
 15 suas partes easque rursus vel discretas vel continuas. Discretæ sunt in lyra, quæ potest diversis aliis chordis esse consona, secundum diversas suas chordas. Aliquando continuæ sunt partes; ita paulo ante ostendimus aerem, imo et chordam proxime propositam sponte quadam in partes abire magnitudi-
 20 nis tantæ, ut cum data tensione sua fiant dato corpori unisonæ, ita in chorda TZ ipso consonandi opere partes assignantur TV, VZ, singulæ, ipsi RS unisonæ. Potentia denique consonum intelligi potest unum aliis diversis, si scilicet prout opus est plus minusve tendatur aut laxetur. Naturam autem
 25 cuius inimitabilis est sagacitas, arbitror omnes modos possibiles in organo auditus conjunxisse. Nam et cavitates aere implevit et membranam tetendit, quam tympani vocant, et trans tympanum (in ossis petrosi labyrintho) variæ magnitudinis partes conjunxit: minores celerioribus seu acutioribus,
 3-4 experimentum ... Gallico vide: [C. Huygens], *Extrait d'une lettre de la Haye le 26 Février, 1665*, «Journal des Sçavans», 16 mar. 1665 (ed. Paris., pp. 148-150; ed. Amstel., pp. 144-146).

est plus facilement mise en mouvement, et (puisque la moitié monte à l'octave relativement au tout) elle est par là même parfaitement consonante avec ce qui émet le son, non moins que chaque partie avec l'autre ; les vibrations ne se brouillent pas les unes les autres mais se prêtent assistance et se renforcent de plus en plus. Mais si le son est très puissant et continué assez longtemps (ce 5 sont les deux conditions pour casser les verres par le son), par la continuation d'impulsions toujours nouvelles, deux parties vibrantes du verre forment séparément (quoique de façon concordante) un mouvement continuellement accéléré et une quantité d'*impetus* de sorte que la force de vibration et l'effort d'échappement deviennent plus grands que la solidité du verre ; cela fait, la 10 cassure suivra. Si en effet nous concevons le verre à la manière d'une ligne ou d'une corde *TZ* [Fig. 3], divisé en deux parties *TV*, *VZ*, vibrant séparément en *TPV*, *VQZ* pendant le même temps, et allant se porter pendant le même temps en *TNV*, *VOZ*, il est clair que le point *V* qui les joint et retient leur liberté doit ressentir une grande force parmi tant d'alternances de flexions et 15 d'*impetus* formés par les autres parties qui s'efforcent de s'écarter plus loin, auxquels il résiste lui même en restant seul immobile. De là que sa solidité, sous la force trop augmentée et séparatrice des vibrations et des écartements très rapides, sera enfin surmontée. Il en va de même si l'un des deux n'est pas porté de l'état *TPVQZ* à l'état *TNVOZ*, mais de l'état *TPVOZ* à l'état 20 *TNVQZ*. Mais cela se trouvera encore beaucoup plus, si nous concevons les points *T*, *Z* les plus éloignés de la liaison des deux parties du verre, qui ne sont pas immobiles mais vibrent librement, comme ils le sont en réalité, de sorte que *TVZ* porté en *WVY* revienne en $3V4$, car il est facile ainsi que le verre (à l'instar d'un bâton plié de cette façon) se casse en *V*. Le troisième point qui 25 semblait à remarquer ici, était qu'une corde imite mieux une corde à l'unisson si elles sont sur la même table, car le bois comme un corps plus solide propage plus fortement le son, et à ce sujet on peut relever l'expérience rapportée une fois dans le *Journal des Savants* français, celle de deux horloges suspendues au même support de bois, dont les vibrations étaient parfaitement congruentes 30 ou, troublées par une opposition, revenaient à l'accord¹⁸ ; ce que la seule liaison de l'air n'aurait pas fait, car l'accord cessait là où les horloges sont écartées

¹⁸ « deux Horloges estant suspenduës l'une à côté de l'autre, à la distance d'un ou deux pieds ; gardent entre elles une justesse si exacte, que les deux Pendules battent toujours ensemble, sans jamais varier. Ce qu'ayant fort admiré quelque temps ; j'ai enfin trouvé que cela arrivoit par une espèce de sympathie : en sorte que faisant battre les Pendules par des coups entremeslez ; j'ai trouvé que dans une demi heure de temps, elles se remettaient toujours à la consonance, et la gardoient après constamment ». L'auteur est Christiaan Huygens (cf. OC V, p. 244).

majores gravioribus sonis seu vibrationibus exprimendis aptas. Cum igitur
 sonus incidit in cavitatem auris, primum ab aere immisso exprimitur modo
 dicto, deinde tympanum pulsatum tenditur ut oportet, et accommodat sese
 ut ejus vibrationes fiant vibrationibus aeris impingentis isochronæ, eo na-
 5 turæ consilio quo et humores et partes oculi foramenque pupillæ a musculis
 ita formari possunt prout objectorum distantia aut lux exigat. Propagatur
 simul eadem vibratio tum in aerem trans membranam tympani, tum in
 ossicula multiplicia trans eandem membranam in tympano posita, mem-
 branæ ipsi connexa; malleum, incudem et stapedem. Inde denique pervenit
 10 vibratio in labyrinthum in osse petroso excavatum, idque tum per tremores
 ipsius ossis petrosi, tum per foramina in osse petroso. Ipsum os petro-
 sum tremit ad imitationem membranæ tympani, tum ob vibrationes aeris
 inter ipsum et membranam hanc positi a membranæ pulsatione per æ-
 rem externum facta, incitati; tum ob tremores ossiculorum dictorum inter
 15 membranam et os petrosum interjectorum, nam malleus membranæ tym-
 pani, stapes ossi petroso connectitur, incus eos jungit, unde communicatio.
 Foramina in osse petroso qua tympanum respicit sunt ovale et rotun-
 dum. Ovale clauditur a stapede cujus basis membrana adnata jungitur oræ
 foraminis. Rotundum clauditur propria membrana quæ membranæ tym-
 20 pani similis est. Labyrinthus intra os petrosum undique conclusus constat
 potissimum tribus canalibus in semicirculum inflexis, et cochlea. Cochleæ
 autem canalis a lamina quadam (axem cochleæ spiraliter circumeunte at-
 que interiore sua acie, ut ita dicam, ad axem cochleæ annata, exteriori vero
 per membranam quandam parieti canalis, in quo excavata cochlea est, ad-
 25 haerente) dividitur in duas quasi scalas (seu duplicem ascensum) quarum
 una cum altera non communicat etsi una super alia sit, solaque lamina
 dividantur. Horum ascensuum superior communicat cum aere canalium
 semicircularium, qui vibrationem recepere, tum ab ipso tremore ossis pe-
 troso, tum a stapede per foramen ovale. At inferioris ascensus sive meatus
 30 aer, cum nullo alio immediate communicat, vibrationem vero accepit tum a
 dicto tremore ossis petrosi, tum a membrana foraminis rotundi, quam aeris
 intra tympanum et os petrosum positi vibratio, ad imitationem membra-
 næ tympani in tremorem concitavit. Lamina autem cochleæ inter hos duos
 ascensus seu meatus intercepta, tum a superioris tum ab inferioris meatus
 35 aere pulsatur. Unde patet quoque cur dentibus manubrium barbiti appre-
 hendentes sonum percipiamus, etiam auribus obturatis, quod per mandi-
 bulæ et temporum ossa tremor ossiculis supradiçtis et ita per stapedem ossi
 petroso communicatur. Cæterum cum canales semicirculares, tum cochleæ

du support commun : on voit donc par là comment une corde quelconque et le bois même peuvent être conçus à l'unisson d'un autre corps quelconque suivant leurs diverses parties; un corps cependant y est plus approprié que l'autre et les plus appropriés de tous sont l'air et l'organe de l'ouïe destinés à cela par la nature.

Après ces explications, on comprendra plus facilement comment l'organe de l'ouïe est à l'unisson de n'importe quel corps sonore. Et nous pouvons complètement énumérer toutes les manières possibles dont cela peut être atteint. Car un corps unique est à l'unisson de plusieurs autres (qui ne sont pas à l'unisson entre eux) ou en acte ou en puissance : en acte selon ses différentes parties, et elles sont à leur tour ou discrètes ou continues. Elles sont discrètes dans une lyre, qui peut selon ses diverses cordes être consonante à plusieurs autres cordes. D'autres fois les parties sont continues : c'est ainsi que nous venons de montrer que l'air, et même aussi la corde mentionnée à l'instant se ramènent par une sorte de spontanéité à des parties d'une grandeur telle qu'avec leur tension donnée elles se mettent à l'unisson d'un corps donné; ainsi dans la corde *TZ*, par l'œuvre même de la consonance sont assignées des parties distinctes *TV*, *VZ*, à l'unisson de *RS*. J'entends enfin qu'une seule chose peut être consonante en puissance à plusieurs autres, si de fait elle est au besoin plus ou moins tendue ou relâchée. Or je soutiens que la nature, dont le raffinement est inimitable, a réuni dans l'organe de l'ouïe toutes les manières possibles de procéder. Car elle a rempli d'air les cavités et tendu la membrane, qu'on appelle le tympan, et réuni au-delà du tympan (dans le labyrinthe de l'os pierreux) des parties de diverses grandeurs : les plus petites sont disposées pour exprimer les sons plus rapides ou plus aigus, les plus grandes pour exprimer les sons ou vibrations plus graves. Donc quand le son entre dans la cavité de l'oreille, il est d'abord exprimé par l'air transmis de la manière qui a été dite, ensuite le tympan ébranlé est tendu comme il convient et il s'accommode à ce que ses vibrations deviennent isochrones aux vibrations de l'air qui le frappe, de par cette sagesse de la nature par laquelle aussi les humeurs et les parties de l'œil et l'ouverture de la pupille peuvent être modelées par les muscles comme le demandent la distance des objets ou la lumière. La même vibration se propage simultanément tant dans l'air au travers de la membrane du tympan que dans les multiples osselets placés dans le tympan au-delà de la même membrane et attachés à cette membrane : le marteau, l'enclume et l'étrier. De là enfin la vibration parvient au labyrinthe creusé dans l'os pierreux, et ce tant par les tremblements de cet os que par les ouvertures qui sont dans cet os. Cet os pierreux tremble à l'imitation de la membrane du tympan

meatus et lamina, coeunt ex amplo in arctum instar tubarum, unde partes sive gyri minores facilius exprimunt sonos acutiores, ampliores vero gyri exprimunt sonos graviores, atque ita organon diversis corporibus sonoris unisonum fit, accedentibus diversis pro re nata accommodatis tensionibus

5 membranarum (tympano, foramini rotundo et ovali, laminæ annexarum,) diversaque (supra explicata) divulsione particularum aeris acustici non tantum in externo meatu auditorio citra tympanum, et spatio trans tympani membranam, contenti, (qui ambo cum aere libero communicant) sed et labyrintho inclusi, quem veteres vocabant implantatum, qui cum externo

10 non nisi insensibiliter communicare potest. Omnes autem particulæ et aeris et organi quæ debitæ sunt magnitudinis, atque inter se et sonoro corpori unisonæ, sive jam præexistentes, sive (explicata superius ratione) in ipso exprimendi soni opere commoditatis causa factæ atque a natura assignatæ, easdem accipiunt vibrationes, easque mutuo juvant, et propagant. Accedit

15 que officium cavitatum organi quibus fit quasi Echo multiplex, sonusque velut stentoreæ tubæ reflexionibus multiplicatur, et fortior redditur. Quod ad ultimum sensorium attinet, observatum est duas esse partes nervi auditorii: unam duram, alteram molliorem et ad usum sentiendi magis, ut videtur, comparatam, quæ consumitur in partes Labyrinthi (immediati auditus organi) interiores, laminam scilicet cochleæ, et canales semicirculares,

20 et amborum membranas. Unde suspicari licet, comparando sensum visus cum sensu auditus ut jam aliquoties feci, partem duram respondere nervo optico, at partem molliorem ejusque propagines magis respondere choroïdi tunicæ, propagini piæ matris, quam (præ retina et nervo optico,) visus

25 organon ultimum dicendam satis mea sententia ostendit Mariottus.

25 Mariottus vide: E. Mariotte, *Nouvelle découverte touchant la vue*, Paris: F. Leonard 1668; *Lettres écrites sur le sujet d'une nouvelle Découverte touchant la vue*, Paris: J. Cusson 1682; *Œuvres*, A la Haye: J. Neaulme 1740, Tome second, *Seconde lettre à M. Pequet pour montrer que la Choroïde est le principal organe de veüe* (1671), pp. 507-516.

du fait des vibrations de l'air placé entre lui et cette membrane par la poussée de la membrane produite par l'air extérieur, et tout autant du fait des tremblements desdits osselets localisés entre la membrane et l'os pierreux, car le marteau est attaché à la membrane du tympan et l'étrier à l'os pierreux, et l'enclume les joint, d'où la communication. Les fenêtres dans l'os pierreux du côté du tympan sont l'une ovale et l'autre ronde. L'ovale est fermée par l'étrier dont la base à côté de la membrane est jointe à la fenêtre de l'oreille. La ronde est fermée par sa propre membrane qui est semblable à la membrane du tympan. Le labyrinthe à l'intérieur de l'os pierreux, clos de toute part, consiste principalement en trois canaux courbés en demi-cercles et le limaçon. Une lame entoure en spirale l'axe du limaçon et est par son regard intérieur, pour ainsi dire, du côté de l'axe du limaçon, mais par l'extérieur, adhère par une membrane à la paroi du canal en lequel est creusé le limaçon ; cette lame divise le canal du limaçon comme en deux escaliers (ou une double rampe), dont l'un ne communique pas avec l'autre quoiqu'ils soient l'un sur l'autre, et ne soient séparés que par la lame. De ces deux rampes, la supérieure communique avec l'air des canaux semicirculaires, qui reçoivent la vibration tant dudit tremblement de l'os pierreux que de l'étrier par sa fenêtre ovale. Mais l'air de la rampe ou du conduit inférieurs, comme il ne communique immédiatement à rien d'autre, reçoit la vibration tant du tremblement mentionné de l'os pierreux que de la membrane de la fenêtre ronde dont la vibration de l'air placé entre le tympan et l'os pierreux excite le tremblement, à l'imitation de la membrane du tympan. Or la lame du limaçon prise entre ces deux rampes ou ces deux conduits est ébranlée par l'air tant du conduit supérieur que du conduit inférieur. D'où l'on voit aussi pourquoi lorsque nous saisissons par les dents la poignée d'une lyre nous percevons le son, même avec les oreilles bouchées, parce que le tremblement est communiqué aux susdits osselets à travers les os de la mâchoire et des tempes, et ainsi au travers de l'étrier à l'os pierreux. En outre comme les canaux semi-circulaires ainsi que le conduit et la lame du limaçon se rejoignent d'un vaste dans un petit espace comme des trompettes, de là vient que les parties ou les détours plus petits expriment plus facilement les sons plus aigus, alors que les détours plus amples expriment les sons plus graves, et c'est ainsi que l'organe est rendu à l'unisson de différents corps sonores ; au moyen des diverses tensions des membranes (attachées au tympan, aux fenêtres ronde et ovale, à la lame) qui arrivent selon le besoin, et au moyen la division diverse (expliquée ci-dessus) des particules de l'air acoustique, non seulement de celui qui est contenu dans le conduit auditif externe en-deça du tympan et dans l'espace au-delà de la membrane

Cæterum de partibus organi auditus earumque usu duo nuper egregii libri prodire clarissimorum virorum, primum Schelhammeri professoris Medici Helmæstadiensis, deinde novissime Duverneji Anatomici Regii Parisini, quorum hic quibusdam Mariotti, (viri certe in his studiis egregii, et
 5 magna naturalis scientiæ jactura nuper extincti,) ille meis nonnullis sententiis, uti sese pro sua humanitate profitetur. Mirus autem Mariotti measque sententias quoad summa capita in hoc argumento fuit consensus, quod ipse mihi indicavit Epistola explicationi meæ sibi transmissæ reposita. Et his vero congruenter Duvernejus generaliora hæc cogitata ad partes organi auditorii applicat, ex quo plurimum profeci, atque ita confirmatus sum ut jam
 10 noster explicandi modus, rationibus, atque observationibus in solido collocatus et recipiendus videatur. Idem Duvernejus cogitationum Clarissimi Perralti ad hoc argumentum pertinentium meminit, quas non vidi, egregias tamen esse apud me cui perspectum est viri ingenium, dubitatio nulla est.

2 Schelhammeri *vide*: G.C. Schelhammer, *De auditu liber unus*, Lugduni Batavorum: P. de Graaf 1684. 3 Duverneji *vide*: J.-G. Duverney, *Traité de l'organe de l'ouïe; contenant la Structure, les Usages et les Maladies de toutes les parties de l'Oreille*, Paris: E. Michallet 1683; *Traçtatus de organo auditus, continens structuram, usum et morbos omnium auris partium*, Norimbergæ: J. Zieger 1684; Leibnitii excerpta apud A VIII 3, N. 125, 151-158. 4 hic ... Mariotti non reperitur; fortasse se decipit, *vide infra de Perralto*. 5 meis *vide*: Schelhammer, *De auditu*, p. 125. 6 Mariotti measque *vide*: Leibnitii epist. ad E. Mariotte, aug. 1681 (A III, 3 N. 269, 478-482); resp. Mariotte, 29 nov. 1681 (A III, 3 N. 297, 518). 12-13 Duvernejus ... meminit *vide*: J.-G. Duverney, *Traité*, f. â2v; *Traçtatus*, f. a2r (vide supra); C. Perrault, *Essais de physique, ou Recueil de plusieurs traitez touchant les choses naturelles*, Paris: J.-B. Coignard 1680, tome II, *Du bruit*.

du tympan (qui tous deux communiquent avec l'air libre), mais aussi de l'air contenu dans le labyrinthe, que les anciens appelaient air implanté, qui ne peut communiquer avec l'air extérieur que de façon insensible. Mais toutes les particules et de l'air et de l'organe qui sont de la grandeur requise, et à l'unisson entre elles et avec le corps sonore, soit déjà préexistantes, soit (à la 5 manière expliquée plus haut) formées en vue de la commodité de cet ouvrage d'expression du son, et assignées par la nature, reçoivent les mêmes vibrations, les favorisent les unes les autres et les propagent. A quoi s'ajoute la fonction des cavités de l'organe par lesquelles se produit un écho multiplié, et le son est amplifié comme par les réflexions d'un porte-voix, et est rendu plus fort. En 10 ce qui concerne les dernières parties de l'organe sensitif, on observe qu'il y a deux parties du nerf auditif : une dure, l'autre plus molle et mieux appropriée à l'usage de la sensation, comme il semble, qui est absorbée dans les parties internes du labyrinthe (organe immédiat de l'ouïe), à savoir la lame du limaçon et les canaux semi-circulaires ainsi que les membranes des deux. D'où il 15 est permis de soupçonner, en comparant le sens de la vue au sens de l'ouïe, comme je l'ai déjà fait quelquefois, que la partie dure correspond au nerf optique, mais que la partie plus molle et ses prolongements correspondent plutôt à la choroïde, prolongement de la pie-mère, que l'on doit dire (par rapport à la rétine et au nerf optique) l'organe dernier de la vue, ce que Mariotte, à 20 mon avis, a suffisamment établi.

En outre, sur les parties de l'organe de l'ouïe et leur usage, deux remarquables livres d'auteurs renommés sont parus il y a quelque temps : le premier de Schelhammer, professeur de Médecine à Helmstedt, puis plus récemment celui de Duverney, Anatomiste du Roi à Paris ; par leur bienveillance, 25 le second d'entre eux reconnaît s'être servi de certaines choses venant de Mariotte (un homme vraiment remarquable dans ces études et récemment disparu pour la plus grande perte de la science naturelle), et le premier l'avoir fait de quelques-unes de mes idées. L'accord des idées de Mariotte et des miennes quant aux points principaux sur ce sujet fut merveilleux, ce que lui-même m'a 30 indiqué par une lettre en réponse à mon explication que je lui avais transmise. Et conformément à ces idées, Duverney applique ces pensées plus générales aux parties de l'organe auditif, à partir de quoi j'ai fait de grandes avancées, et ainsi je suis conforté dans l'assurance que notre façon d'expliquer semble solidement établie par les raisons et les observations et doit être acceptée. Le 35 même Duverney rappelle les pensées du célèbre Perrault relatives à ce sujet, que je n'ai pas vues, mais, pour moi, à qui l'intelligence de l'homme est bien connue, il n'y a pas de doute qu'elles sont cependant excellentes.

Annexum 2. De elastico

DE VI ELASTICA AD RATIONES GEOMETRICAS REVOCANDA TENTAMEN

A VIII, 3, n. 27₂, pp. 311-319

5 27 Aug. 1689

(Hæc accurate constituta Jul. 1686)

Ponamus vasi $ABCD$ [Fig. 1] cujus latera AB , DC horizonti parallela
inclusum esse aerem, et operculo EF vas exacte claudi, ita tamen ut opercu-
lum sit mobile faciatque officium emboli, atque vi externa ad comprimen-
10 dum aerem in vas intrudi possit. Esto jam globus H determinati ponderis,
qui certa velocitate veniens in linea horizonti parallela ${}_0H_1H$ directe incur-
rat in embolum, eumque adigat in vas ab ${}_1E_1F$ ad ${}_2E_2F$ atque ita aerem
comprimat, ex spatio ${}_1E_1FCB$ in spatium ${}_2E_2FCB$.

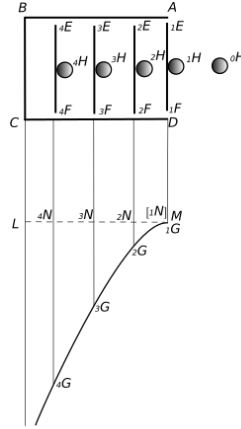


Figura 1

Certum est corpus tantum suæ potentiae amisisse quanta est potentia
15 quam tribuit aeri compresso. Ponamus ergo corpus continuando impetum,
licet paulatim debilitatum adigere Embolum ${}_1E_1F$ primum in ${}_2E_2F$ ut di-
xi, deinde in ${}_3E_3F$, ac denique in ${}_4E_4F$, atque ibi omni vi sua consumpta

Annexe 2. Sur l'élasticité

ESSAI DE GÉOMÉTRISATION DE LA FORCE ÉLASTIQUE

27 août 1689

(Tout ceci a été établi soigneusement en juillet 1686)¹

Supposons que de l'air soit contenu dans un vase $ABCD$ [Fig. 1] dont 5
les côtés AB , DC sont parallèles à l'horizon, et que le vase soit exactement
fermé par le couvercle EF , de manière toutefois que le couvercle soit mobile
et fasse fonction de piston, et qu'il puisse entrer dans le vase par une force
extérieure pour comprimer l'air. Soit alors une boule H d'un poids déter-
miné, qui en arrivant à une certaine vitesse sur la ligne parallèle à l'horizon 10
 ${}_0H_1H$ choque directement le piston, et le pousse dans le vase de ${}_1E_1F$ à ${}_2E_2F$
et ainsi comprime l'air de l'espace ${}_1E_1FCB$ dans l'espace ${}_2E_2FCB$.

Il est certain que le corps a perdu autant de sa puissance qu'il en a com-
munié à l'air comprimé. Posons donc que le corps en continuant son
impetus, quoique peu à peu affaibli, pousse le piston ${}_1E_1F$ d'abord en ${}_2E_2F$ 15
comme j'ai dit, puis en ${}_3E_3F$, et enfin en ${}_4E_4F$, et qu'une fois toute sa force
dépensée il y reste au repos, et ne puisse pas introduire le piston plus pro-
fondément dans le vase. Donc la force du ressort de l'air élastique dont
l'espace naturel était ${}_1E_1FCB$, comprimé dans l'espace ${}_4E_4FCB$, sera égale à
la puissance du corps H , qu'il possédait initialement quand il percutait en 20
 ${}_0H$ ou ${}_1H$, et sera mesurée par le produit de la grandeur du corps H multi-
pliée par le carré de la vitesse du choc. Et inversement, la vitesse du corps
pourra être obtenue suivant le Ressort de l'air qui l'a produite.

En outre les puissances du même air plus ou moins comprimé sont entre
elles en raison réciproque des espaces où elles sont enfermées. Et sans doute 25
la puissance élastique de l'air à l'état naturel, si on soustrait le poids de l'air
qui s'y applique, vaut tout autant que le poids même de l'air appliqué, que
nous représentons par DM ou par ${}_1F_1G$; et nous exprimons la puissance de

¹D'après les éditeurs de A VIII, 3 (306), cette indication est très probablement un
renvoi à la pièce datée par Leibniz de juillet 1686 (A VIII, 3, N. 271, 307-310), sans qu'on
puisse complètement exclure que la feuille datée du 27 août 1689 ait été déjà rédigée dès
juillet 1686; en ce cas, Leibniz l'aurait emportée avec lui à Rome, où il l'aurait retravaillée.

quiescere, nec embolum profundius in vas intrudere posse. Vis ergo Elastri aeris cujus spatium naturale erat ${}_1E_1FCB$, compressi intra spatium ${}_4E_4FCB$ æquabitur potentia corporis H quam habebat cum initio impingeret, in ${}_0H$ seu ${}_1H$, et mensurabitur per factum ex magnitudine corporis H , ducta in
 5 quadratum celeritatis, qua impingebat. Et vicissim velocitas corporis haberi poterit per Elastrum aeris quod effecit.

Porro potentia ejusdem aeris plus minusve compressi sunt inter se, in reciproca ratione spatiorum in quibus continentur. Et quidem potentia æris Elastica in statu naturali, si cogitatione auferatur pondus aeris incumbentis,
 10 est tanta quanta est ipsum pondus aeris incumbentis, quod repræsentemus per DM vel per ${}_1F_1G$; potentiam aeris compressi in ${}_2E_2FBC$ exprimamus per ${}_2F_2G$, compressi in ${}_3E_3FBC$ repræsentemus per ${}_3F_3G$ et ita porro; ita ut semper sit FG ad DM ut CD ad CF , seu sint ipsæ FG ipsis CF reciproce proportionales, verbi gratia ${}_2F_2G$ ad ${}_1F_1G$ ut ${}_1CF$ ad ${}_2CF$; erit ergo linea GG
 15 Hyperbola, cujus centrum C , asymptota una CD , altera BC vel CL .

Cum ergo potentia corporis H durante emboli intrusionem jam amissa præcise tanta sit, quanta est vis Elastri aerei in illo loco, erit ergo et in restitutione, qua corpus H rursus exploditur, vis corporis H in ${}_2H$ ad vim corporis H in ${}_1H$, ut ${}_2F_2G$ ad ${}_1F_1G$ seu ad DM , si scilicet pondus aeris externi amotum, ac res in vacuo acta intelligatur, obice forte opposito ne aer
 20 inclusus in ${}_1E_1FCB$ embolum plane extrudat.[†]

Sed in aere libero ubique detrahenda est vis aeris incumbentis repræsentata per DM , ducatur ergo recta ML parallela ipsi CD , seu normalis ad BCL ,

[†]*In margine* Videtur error subesse, compressiones quidem sunt reciproce proportionales spatiis, adeoque et vires quæ in ea compressione tenere possunt. Sed aliæ sunt vires quæ in ea compressione tenere possunt, aliæ vero sunt vires jam assumptæ ad producendam illam compressionem, seu quæ tota illa restitutione possunt recuperari. Et dubium est finiri compressionem, quando vis globi impingentis exhausta, videtur enim finiri, quando illa vis ei adhuc residua in æquilibrio est cum ipsa vi compressioni resistente.

Jam videtur id rectum esse, nam non apparet, ubi vis ejus sit cum utique quiescat, nisi translata sit tota in aerem comprimendum, posito compressionem nullam esse in ipso corpore H , quod fingimus rigidissimum.

NB: Videndum an non dicendum sit potius ipsas NG non esse ut vires totas, sed ut crementa, spatia vero seu summas eorum esse ut vires totas, ita ut corpus H impetu suo comprimens in ${}_2H$ perdat vim ut ${}_2N_2G$. Et ita esse video ponendo infinita quasi Elastra inæqualia, in ratione compressionum, sed tendenda per æquale spatium infinite parvum impetu illapsus. Ergo totæ vires amissæ sunt ut spatia seu ut logarithmi et celeritates ut radices logarithmorum.

l'air comprimé en ${}_2E_2FBC$ par ${}_2F_2G$, nous représentons celle de l'air comprimé en ${}_3E_3FBC$ par ${}_3F_3G$, et ainsi de suite ; de sorte que FG soit toujours à DM comme CD à CF , c'est-à-dire que les FG soient réciproquement proportionnelles aux CF , par exemple ${}_2F_2G$ à ${}_1F_1G$ comme C_1F à C_2F ; la ligne GG sera donc une hyperbole, dont le centre est C , une asymptote est CD ,
5 et l'autre BC ou CL .

Comme la puissance du corps H déjà perdue pendant la pénétration du piston est égale à la force du Ressort de l'air dans le même lieu, dans la restitution par laquelle le corps H explose de nouveau, la force du corps H en ${}_2H$ sera donc aussi à la force du corps H en ${}_1H$ comme ${}_2F_2G$ à ${}_1F_1G$ ou à DM , si du moins une fois mis de côté le poids de l'air extérieur, on conçoit
10 que la chose se produise dans le vide, en y opposant peut-être un couvercle pour que l'air enfermé dans ${}_1E_1FCB$ n'expulse pas complètement le piston.[†]

Mais dans l'air libre, et quand il faut soustraire la force de l'air qui fait pression représentée par DM , qu'on mène donc la droite ML parallèle à CD ,
15 ou normale à BCL , coupant les FG aux points N . Et les forces du Ressort de l'air en n'importe quel état de compression seront représentées par les droites NG ; par exemple dans l'état naturel ${}_1E_1F$ cette puissance sera nulle, parce qu'il n'y a non plus aucune compression ; dans l'état ${}_2E_2FCB$ la force

[†] *En marge* Il semble qu'il subsiste une erreur, car les compressions sont réciproquement proportionnelles aux espaces, et donc aussi les forces qui peuvent être contenues dans cette compression. Mais autres sont les forces qui peuvent être contenues dans la compression, et autres sont les forces déjà employées pour produire cette compression, ou qui peuvent être récupérées par la restitution totale. Et il est douteux que la compression s'achève quand la force de la boule qui heurte est épuisée, elle semble en effet s'achever quand la force qui lui reste encore est en équilibre avec la force qui résiste à la compression.

Cela semble alors être correct, car on ne voit pas où serait sa force quand elle serait en tout cas en repos, sans qu'elle soit transférée tout entière pour comprimer l'air, en supposant qu'il n'y ait aucune compression dans le corps H , que nous imaginons absolument rigide.

NB : Il faudrait voir s'il ne faudrait pas dire plutôt que les NG ne sont pas comme les forces totales, mais comme leurs accroissements, alors que que les espaces ou leurs sommes sont comme les forces totales, de sorte que le corps H faisant pression en ${}_2H$ par son *impetus* perde une force comme ${}_2N_2G$. Et je vois qu'il en est ainsi en supposant comme une infinité de Ressorts inégaux, en raison des compressions, mais se déployant au travers d'un espace égal infiniment petit sous l'*impetus* de pénétration. Toutes les forces perdues sont donc comme les espaces ou comme les logarithmes, et les vitesses comme les racines des logarithmes.

secans ipsas FG in punctis N . Et vires Elastri aerei in quolibet compressionis statu repræsentabuntur per rectas NG , exempli gratia in ${}_1E_1F$ statu naturali, potentia hæc erit nulla, quia et nulla compressio; in statu ${}_2E_2FCB$ repræsentabitur per ${}_2N_2G$, seu erit ad vim aeris incumbentis (quæ determinata
5 habetur aliunde) ut ${}_2N_2G$ ad DM . Et ita porro.

Vis ergo corporis H tota quam initio in ${}_0H$ vel ${}_1H$ habuit, repræsentabitur per ultimam ${}_4N_4G$, seu erit ad vim quam aeris Elastrum naturale apud nos habet, ut ${}_4N_4G$ ad DM , quia scilicet ultima ${}_4N_4G$ exprimit vim Elasticam aeris, quam tota vi corporis H exhausta accepit, quæ proinde ipsi vi
10 corporis quam initio integram habuit, æqualis est, quia ipsam totam aeri compresso communicasse suppono.

Hinc jam facile est definire quam corpus H in quolibet loco residuam habeat celeritatem. Sit enim velocitas ejus prima v , pondus autem ejus h , erit vis ejus prima hvv . Jam ponatur et nota vis Elastri naturalis aeris; quæ
15 si ad idem corpus H esset accommodanda, deberet corpus H habere velocitatem e , itaque erit ea vis hee eritque ${}_4N_4G$ ad DM ut hvv ad hee seu ut vv ad ee . Sit DM æqu. m et C_4F seu L_4N æqu. t et ${}_4N_4G$ vocemus θ . Fiet t in $\overbrace{m+\theta}^{m+\theta}$ ${}_4F_4G$ æqu. CD in DM seu mm si ponamus CD et DM esse æquales, fiet: t in $\theta + m$ æqu. mm , seu $\theta + m$ æqu. $\frac{mm}{t}$. Est autem θ ad m ut vv ad ee . Ergo
20 rursus θ æqu. $\frac{mmv}{ee}$ æqu. $\frac{mm}{t} - m$. Ergo $vv : ee$ æqu. $\overline{m - t} : t$.

Itaque $m - t$ seu M_4F spatium aeri compresso ademtum, est ad t seu CM spatium totum, in duplicata ratione celeritatum v ad e , quarum illa v est quam habere deberet corpus H , si tota vis Elastri naturalis aeris in ipsum esset translata, hæc est illa quam actu ante impulsu emboli habuit.

25 Idem calculus locum habet et in alio spatii puncto ut in ${}_3F$, nempe erit s seu M_3F seu spatium aeri a corporis impulsu ademtum, ad t seu CM spatium totum, in duplicata ratione celeritatis v , quæ qualis sit jam determinavimus, ad celeritatem c quam corpus H cum eo venisse amisit. Seu erit $s : t$ æqu. $vv : cc$ seu s æqu. tvv : cc cumque tvv sit constans, erunt spatia
30 MF seu s percursa a corpore H dum embolum intrudit, seu amissa ab aere compresso, in duplicata ratione reciproca celeritatum. Nempe s ad (s) ut tvv : cc ad tvv : $(c)(c)$ seu ut $(c)(c)$ ad cc .

Hinc jam facile colligitur quam vim aer compressus ac sese restituens corpori projiciendo communicet. Ponamus enim aerem compressum corpus H quod vim comprimendi jam omnem amisit iterum rejicere ac se restituere, tum (si ab impedimentis quibusdam externis animum abstra-

sera représentée par ${}_2N_2G$, ou elle sera à la force de l'air faisant pression (qui se trouve déterminée ailleurs) comme ${}_2N_2G$ à DM . Et ainsi de suite.

La force totale du corps H qui s'est trouvée initialement en ${}_0H$ ou en ${}_1H$ sera représentée par la dernière ligne ${}_4N_4G$, ou sera à la force que possède chez nous l'air naturel comme ${}_4N_4G$ à DM , parce qu'en fait la dernière ligne ${}_4N_4G$ exprime la force élastique de l'air, qu'il reçoit une fois toute la force du corps A dépensée, et qui par conséquent est égale à toute la force que le corps a possédée initialement, parce que je suppose qu'il a communiqué toute cette force à l'air comprimé.

D'où il est aussi facile de déterminer quelle vitesse résiduelle possède le corps H en n'importe quel lieu. Soit en effet sa première vitesse v , et son poids h , sa première force sera hv^2 . Est déjà supposée connue la force du Ressort naturel de l'air; laquelle si elle devait être appliquée au même corps H , le corps H devrait avoir la vitesse e , ce pourquoi cette force sera he^2 , et ${}_4N_4G$ sera à DM comme hv^2 à he^2 ou comme v^2 à e^2 . Soit DM égal à m , et C_4F ou L_4N égal à t , et désignons ${}_4N_4G$ par θ ; t par $\widehat{{}_4F_4G}^{m+\theta}$ sera égal à CD par DM ou m^2 . Si nous posons que CD et DM sont égaux, il viendra : t par $\theta + m$ est égal à m^2 , ou $\theta + m = \frac{m^2}{t}$. Or $\theta : m = v^2 : e^2$. Donc derechef $\theta = \frac{m^2v}{e^2} = \frac{m^2}{t} - m$. Donc $v^2 : e^2 = (m - t) : t$.

C'est pourquoi $m - t$ ou M_4F , espace soustrait à l'air comprimé, est à t ou CM , espace total, en raison double des vitesses v à e , desquelles l'une v est celle que devrait avoir le corps H , si toute la force du Ressort naturel de l'air y était transférée, l'autre est celle qu'il a possédée en acte avant la poussée du piston.

Le même calcul s'applique dans un autre point de l'espace comme en ${}_3F$, à savoir que s ou M_3F ou l'espace soustrait à l'air par la poussée du corps, sera à t ou CM , espace total, en raison double de la vitesse v , telle que nous avons déjà déterminé ce qu'elle est, à la vitesse c que le corps H a perdu quand il y arrivait. Ou encore $s : t = v^2 : c^2$, ou $s = tv^2 : c^2$, et comme tv^2 est constant, les espaces MF ou s parcourus par le corps H quand le piston s'enfonce, ou perdus par l'air comprimé, seront en raison double réciproque des vitesses. Ainsi s est à (s) comme $tv^2 : c^2$ à $tv^2 : (c)(c)$ ou comme $(c)(c)$ à c^2 .

D'où l'on conclut aisément quelle force l'air comprimé et se restituant communiquera pour projeter le corps. Posons en effet que l'air comprimé du corps H qui a déjà perdu toute force de compression rejaillisse à nouveau et se restitue, alors (si nous faisons abstraction des empêchements

mus) ipsi corpori H amissas celeritates eodem plane modo quo eas ab eo accepit, iisdemque plane in locis reddet.[†]

Quod si ergo aliud corpus sumamus, quod ab aeris elastro projicitur, ipsi corpori H æquale, res eodem redibit. Quod si corpus projiciendum sit
 5 corpore H majus vel minus, tantum celeritas pro majori corpore minor, pro minore major erit. Sit enim celeritas quæ ipsi H in spatio s (ab aere amisso) communicatur c , erit cc æqu. $tvv : s$. Est autem tota vis corpori H communicata quadratum ipsius c in h , seu $tvvh : s$. Eadem vis etiam corpori alteri ut p communicatur, et celeritas quam corpus p accipere debet
 10 quaeritur. Esto illa K fiet pKK æqu. $htvv : s$ seu fiet KK ad cc ut h ad p , et KK æqu. $htvv : ps$. Erunt ipsæ K in subduplicata ratione reciproca ipsorum s .

Cumque $htvv : p$ sit quantitas constans, erunt celeritates corporis H vel alterius ab aere in vase prismiformi $ABCD$ compresso ac se restituente projecti, in quolibet loco spatii ut F , acquisitæ, in subduplicata ratione reci-
 15 proca spatiorum aeri adhuc ademptorum seu adhuc ab eo recuperandorum DF .

Sequitur et hinc pondus comparari posse cum impetu percussione, nam certo pondere aer in aliquo determinato compressionis gradu contineri potest, pondus ergo ibi potentia æquale est impetui corporis quod percussione
 20 sua illuc usque comprimere aerem potuisset. Quanquam subtiliter omnia rimando et ad insensibilia respiciendo fieri possit, ut Elastrum illud non sit unquam cum pondere in æquilibrio, nec ab eo in quiete teneatur, sed exiguo ponderis delapsu comprimatur, ac sese restituat alternis, atque ita in perpetua oscillatione versetur, quia vis gravitatis non agit continue, etsi
 25 ita sensu videatur.

A consideratione compressionis veniamus ad casum tensionis ubi contrarium evenit, cum enim potentia semper æstimanda sit ab effectu, patet in compressione eo majorem esse effectum, quo minus est spatium in quod aer est inclusus; contra in tensione, eo major est potentia quo majus est
 30 spatium in quod corpus est vi extensum; quemadmodum alibi a me demonstratum est accuratius. Sunt scilicet potentiæ tendentes ut spatia quæ tensione accessere. Itaque [Fig. 2, p. 676] corpus H horizontaliter motum atque incurrens in $1Q$ extremum chordæ $P1Q$, tendit ipsum ab $1Q$ in $2Q$, inde in $3Q$, denique in $4Q$, ubi quiescat vi sua exhausta. Cum ergo vires tensionis seu vires tendentes sint ut rectæ $1Q2Q, 1Q3Q, 1Q4Q$, ergo vires quas
 35 corpus H amisit cum est in $2Q, 3Q, 4Q$ sunt similiter ut $1Q2Q, 1Q3Q, 1Q4Q$.

[†]In margine  Hic videtur subesse error, vide finem schedæ.

extérieurs) il rendra à ce corps H les vitesses perdues de la même façon qu'il les avait reçues de lui, et exactement dans les mêmes lieux.[†]

Mais si nous choisissons un autre corps, qui est projeté par le ressort de l'air, égal à ce même corps H , cela reviendra au même. Que si le corps à projeter était plus grand ou plus petit que le corps H , la vitesse sera d'autant 5 plus petite pour le corps plus grand et plus grande pour le plus petit. En effet soit c la vitesse qui est communiquée à H dans l'espace s (perdu par l'air), on aura $c^2 = tv^2 : s$. Or la force totale communiquée au corps H est le carré de c multiplié par h , ou $tv^2h : s$. Que la même force soit communiquée encore à un autre corps comme p , et on cherche la vitesse 10 que le corps p doit recevoir. Qu'elle soit K , il viendra pK^2 égale $htv^2 : s$, ou il viendra K^2 à c^2 comme h à p , et $K^2 = htv^2 : ps$. Les K seront en raison sous-double réciproque des s .

Et puisque $htv^2 : p$ est une quantité constante, les vitesses du corps H ou d'un autre projeté par l'air comprimé dans un vase de forme prismatique 15 $ABCD$ et qui se restitue, acquises en un lieu quelconque de l'espace comme F , seront en raison sous-double réciproque des espaces DF jusqu'alors soustraits à l'air ou encore à récupérer par lui.

Il s'ensuit encore de là que le poids peut être comparé avec l'*impetus* de la percussion, car l'air peut être contenu dans un degré défini de compression 20 par un poids déterminé; la puissance du poids est donc ici égale à l'*impetus* du corps qui aurait pu par sa percussion comprimer l'air jusque là. Quoique en scrutant subtilement tout cela et en ayant égard aux choses insensibles, il puisse arriver que ce Ressort ne soit jamais en équilibre avec le poids, ni maintenu au repos par lui, mais soit comprimé par une petite chute 25 du poids, et se restitue alors de façon alternée, et ainsi soit mis dans une oscillation perpétuelle, parce que la force de la pesanteur n'agit pas de façon continue, même si elle apparaît ainsi à nos sens.

De l'examen de la compression venons-en au cas de la tension, où arrive le contraire, puisqu'en effet la puissance doit toujours être mesurée par l'ef- 30 fet; il apparaît dans la compression que l'effet est d'autant plus grand qu'est plus petit l'espace dans lequel l'air est contenu; au contraire dans la tension, la puissance est d'autant plus grande qu'est plus grand l'espace dans lequel le corps est étendu par la force; comme je l'ai démontré ailleurs de façon 35 plus exacte². Les puissances qui causent la tension sont en effet comme les

²Selon les éditeurs de A, on peut se rapporter ici aux textes *Explicatio mechanica elāstri*,

[†]En marge  Il semble ici subsister une erreur, voir la fin de la feuille.

Celeritates autem quas amisit, sunt in subduplicata virium ratione, ergo celeritas quam corpus H amisit cum est in ${}_2H$, est ad celeritatem quam amisit cum est in ${}_3H$, ut in subduplicata ratione ${}_1Q_2Q$ ad ${}_1Q_3Q$. Hinc eodem modo argumentando ut supra, si chorda dimissa et a ${}_4Q$ ad ${}_1Q$ rediens corpus H impellere intelligatur, erunt celeritates corporis H adhuc acquirendæ cum est in ${}_3H$ vel ${}_2H$, seu differentiæ inter ibi quæsitæ et summam quam habebit in ${}_1H$, in subduplicata ratione spatiorum adhuc percurrendorum ${}_1Q_3Q$, ${}_1Q_2Q$. Unde æstimari potest vis arcus tensi.[‡]

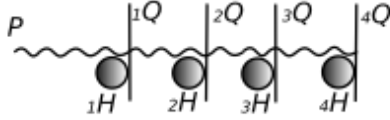


Figura 2

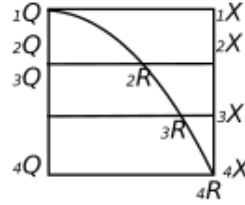


Figura 3

Videamus jam hinc quæ sit inter tempora et spatia relatio, seu celeritates adhuc deficientes cum corpus H est in ${}_3Q$ vel ${}_2Q$ si repræsententur per rectas ${}_3Q_3R$, ${}_2Q_2R$, erunt ut ordinatæ parabolæ cujus vertex ${}_1Q$, Axis ${}_1Q_4Q$, basis ${}_4Q_4R$ axi, si placet altitudini, æqualis, nam is pro arbitrio sumi potest. Quod si ergo [Fig. 3] parabolico Trilineo convexo ${}_1Q_4Q_4R_1Q$ circumscribatur quadratum ${}_1Q_4Q_4R_1X$ et sit latus XX oppositum lateri QQ , erunt ipsæ RX celeritates a corpore projiciendo quæsitæ. Porro generaliter scimus Temporibus existentibus t , locis seu spatiis l , celeritatibus quæsitis c , fore l æqu. $\int \frac{c}{a} dt$. Ergo dla æqu. $c dt$ ergo t æqu. $\int a dl : c$. Sunt autem hoc loco ${}_3R_3X$ seu c æqu. $QX - {}_3Q_3R$ seu $QX - \sqrt{QX \cdot {}_1Q_3Q}$ seu c æqu. $a - \sqrt{al}$ ergo fiet: t æqu. $\int a dl : a - \sqrt{al}$ cujus ineunda est summa: $a - \sqrt{al}$ æqu. c et $cc - 2ca + aa$ æqu. al . Ergo $a dl$ æqu. $2c dc - 2a dc$ et fiet: t æqu. $\int 2\phi dc : \phi - \int 2a dc : c$ seu fiet: t æqu. $2c - 2a \int \frac{dc}{c}$ seu $2c - 2a \log .c$, æqu. t . Erunt ergo tempora proportionalia quantitibus compositis ex differentiis inter celeritates, et celeritatum logarithmos Hyperbolicos Unitatem primariam habentes maximam celeritatem. Re autem ad spatia seu lo-

[‡]In margine $\mathfrak{S}$ (Videtur hic ut supra subesse error. Vide finem schedæ)

espaces atteints par la tension. C'est pourquoi [Fig. 2] le corps H mû horizontalement et arrivant à l'extrémité ${}_1Q$ de la corde P_1Q , tend ${}_1Q$ en ${}_2Q$, de là en ${}_3Q$, enfin en ${}_4Q$, où il s'arrête une fois sa force épuisée. Donc comme les forces de la tension sont comme les droites ${}_1Q_2Q$, ${}_1Q_3Q$, ${}_1Q_4Q$, les forces que le corps H a perdues quand il est en ${}_2Q$, ${}_3Q$, ${}_4Q$ sont semblablement 5 comme ${}_1Q_2Q$, ${}_1Q_3Q$, ${}_1Q_4Q$. Or les vitesses qu'il a perdues sont en raison sous-double des forces, donc la vitesse que le corps H a perdue quand il est en ${}_2H$, est à la vitesse qu'il a perdue quand il est en ${}_3H$, comme en raison sous-double de ${}_1Q_2Q$ à ${}_1Q_3Q$. De là, en argumentant de la même façon que précédemment, si on conçoit que la corde relâchée et retournant de ${}_4Q$ à 10 ${}_1Q$ heurte le corps H , les vitesses encore à acquérir du corps H quand il est en ${}_3H$ ou ${}_2H$, ou les différences entre celles qu'on cherche à cet endroit et la somme que le corps aura en ${}_1H$, seront en raison sous-double des espaces encore à parcourir ${}_1Q_3Q$, ${}_1Q_2Q$. D'où l'on peut mesurer la force d'un arc tendu.[‡] 15

Nous voyons dès lors quelle est la relation entre les temps et les espaces ; ou si on représente les vitesses encore manquantes quand le corps H est en ${}_3Q$ ou en ${}_2Q$ par les droites ${}_3Q_3R$, ${}_2Q_2R$, elles seront comme les ordonnées de la parabole dont le sommet est ${}_1Q$, l'axe ${}_1Q_4Q$, la base ${}_4Q_4R$ égale à l'axe ou si on veut à la hauteur, car elle peut être prise à volon- 20 té. Que si donc [Fig. 3] on circonscrit à la figure trilinéaire parabolique convexe ${}_1Q_4Q_4R_1Q$ le carré ${}_1Q_4Q_4R_1X$, et que XX soit le côté opposé au côté QQ , les lignes RX seront les vitesses cherchées résultant la projection du corps. Nous savons en outre que de façon générale, dans des temps donnés t , avec les lieux ou espaces l , les vitesses cherchées c , on aura $l = \int_a^c \frac{c}{a} dt$. 25 Donc $dla = c dt$ donc $t = \int a dl : c$. Or en cet endroit ${}_3R_3X$ ou c sont égaux à $QX - {}_3Q_3R$ ou $QX - \sqrt{QX} \cdot {}_1Q_3Q$, ou c est égal à $a - \sqrt{al}$; il viendra donc : t égale $\int a dl : a - \sqrt{al}$ dont la somme à intégrer est : $a - \sqrt{al} = c$ et $c^2 - 2ca + a^2 = al$. Donc $a dl = 2c dc - 2a dc$ et on aura : $\int (2c dc : c) - \int (2a dc : c)$; ou il viendra : $t = 2c - 2a \int dc : c$ 30 ou $2c - 2a \log c = t$. Les temps seront donc proportionnels aux quantités composées par les différences entre les vitesses et les logarithmes hyperboliques des vitesses qui ont l'unité primitive comme plus grande vi-

A VIII, 3, N. 143, pp. 212-213, et *Demonstratio quod extensiones elasticorum sint viribus tendentibus proportionales*, N. 147, pp. 241-243.

[‡]En marge $\mathfrak{S}$ (Il semble qu'ici comme plus haut il subsiste une erreur. Voir la fin de la feuille)

ca sive l revocata, erunt t æqu. $a - \sqrt{al} - 2a \int -\frac{1}{2} \frac{dl}{\sqrt{al}} : a - \sqrt{al}$ seu t æqu.
 $a - \sqrt{al} - a \int dl : \sqrt{al} - 1$. Sed de signis accuratius constituendam.

Hinc patet variantibus spatiis l tempora quoque t variari, adeoque ad restitutionem corporis tensi, corporis tendentis rejectione oneratam, alio
 5 atque alio tempore opus fore, prout magis minusve ab eo tensum est. Sed tamen alias si bene memini demonstravi corpus tensum si inter restituendum nullo modo oneratum intelligatur, seu si abstrahatur animus a pondere naturaliter ei adhærente, sese eodem semper tempore restitutum.

Cæterum video tamen hic magnam esse difficultatem. Nam cum semper
 10 per mole suæ materiæ oneratum sit, videtur perinde esse ac si eam rejicere conaretur. Itaque perinde est ac si fingatur ab ejus incursu fuisse tensum. Et licet exiguum admodum ponatur pondus, tamen res eodem redit, quia tanto majore celeritate fingi debet tetendisse. Ergo tanto majorem celeritatem ei communicabit.

15 Itaque re recte considerata, in eo a me peccatum videtur quod supposui Elastrum se restituens vim eodem modo reddere corpori cujus impulsu tensum fuerat, quo eam ab eo accepit. Ita enim sequetur arcum (si is illapsu sagittæ tensus ponatur) quolibet momento impulsus totam vim quam Elastrum perdidit, accipere, cum tamen ipsa materia arcus etiam plurimum de
 20 impetu concepto retineat; eoque ipso ad celeritatem mox secuturæ residuæ detensionis seu restitutionis augendam contribuat. In quo interest inter sagittam et onus naturaliter adhærens ipsi elastro, seu materiam chordæ, hoc onus enim impetu concepto quem elastrum perdidit, restitutionem tamen adhuc promovet. At sagitta hoc non facit, nisi arcui alligata ponatur, et im-
 25 petum acceperit majorem eundi, quam ipsæ partes arcus vel chordæ quibus alligata est; nam si minorem, ut solet, potius retardat. Absolute tamen loquendo semper tardat, quicquid arcum onerat magis. At materia ipsa ex qua arcus componitur tanto minus onerat, quanto purius elastica est.

tesse [?]. En rapportant la question aux espaces ou lieux ou aux l , on aura $t = a - \sqrt{al} - 2a \int (-\frac{1}{2} \frac{dl}{\sqrt{al}} : a - \sqrt{al})$ ou $t = a - \sqrt{al} - a \int (dl : \sqrt{al} - 1)$. Mais il faut y regarder de plus près pour les signes.

D'où il paraît que quand les espaces l varient, les temps t varient aussi, et par suite pour la restitution du corps tendu, empêchée par le rejet du 5 corps exerçant la tension, il faudra tel et tel temps selon qu'il est plus ou moins tendu par lui. Mais cependant, si je me souviens bien, j'ai démontré ailleurs³ qu'un corps tendu, si on conçoit qu'il n'est aucunement empêché dans sa restitution, ou si on fait abstraction du poids qui y est naturellement attaché, se restituera toujours dans le même temps. 10

Du reste, je vois pourtant qu'il y a ici une grande difficulté. Car comme le corps est toujours empêché par la masse de sa matière, il semble qu'il en est tout comme s'il s'efforçait de la rejeter. C'est pourquoi tout se passe comme si on imaginait qu'il a été tendu par son choc. Et si minime que l'on suppose son poids, cela revient cependant au même, parce qu'on doit 15 l'imaginer avoir été tendu à une vitesse d'autant plus grande. Donc il lui communiquera une vitesse d'autant plus grande.

C'est pourquoi, tout bien considéré, il me semble que je me suis trompé en ce que j'ai supposé que le Ressort se restituant rend au corps par l'impulsion duquel il avait été tendu une force de la même façon qu'il l'en avait 20 reçue. Ainsi en effet il suivrait qu'un arc (si on le suppose tendu par l'introduction de la flèche) reçoit, à n'importe quel moment de l'impulsion, toute la force que le Ressort a perdu, alors que pourtant la matière même de l'arc retient beaucoup de l'*impetus* accumulé; et par là même il contribue à augmenter la vitesse de la détente ou restitution restante qui suivra bientôt. En 25 quoi il y a de la différence entre la flèche et la charge naturellement attachée à ce ressort, ou la matière de la corde, car cette charge, sous l'*impetus* accumulé que le ressort a perdu, augmente encore pourtant la restitution. Mais la flèche ne le fait pas, sauf si on la suppose liée à l'arc et qu'elle ait reçue un plus grand *impetus* à se mouvoir que les parties mêmes de l'arc ou 30 de la corde auxquels elle est liée; car s'il est plus petit, comme d'habitude, elle ralentit plutôt. Mais absolument parlant, elle ralentit toujours, quel que soit l'empêchement de l'arc. Mais la matière même dont l'arc est composé fait d'autant moins d'empêchement qu'elle est plus purement élastique.

³Selon les éditeurs de A, souvenir possible d'essais tels que *Tentaminum de chordarum tensione scheda quinta*, A VIII, 3, N. 8₅, 63 et *Motuum restitutionis regula*, N. 9, 74-76, où Leibniz avait tenté en décembre 1680 de démontrer géométriquement la *restitutio omni-moda* d'une corde vibrante.

Annexum 3. De motu terræ

DE PRÆSTANTIA SYSTEMATIS COPERNICANI

A VI 4, N. 377₁, pp. 2070-2075

Præclarum Ciceronis dictum est, opinionum commenta delet dies, naturæ 5
judicia confirmat. Id nos circa optimam mundani systematis explicandi rationem experimur, quæ novis quotidie inventis eo jam pervenit, ut vix quisquam sit insignium Mathematicorum, qui non præferendam fateatur, si per superiorum decreta censurasque liceret. Unde jam olim Christophorus Clavius Societatis Jesu Mathematicus Celebris, cum senex nova per
10 Telescopium inventa cœlestia, et inprimis Lunulas joviales detectas intellexisset, actum esse exclamavit de recepta Astronomia. Videbat enim vim maximam Analogiæ, quam postea nova Reperta annuli et comitum Saturni tam manifestam reddidere, ut vix ei amplius resisti possit. Et Claudius des Chales ex eadem Societate Jesu vir in his studiis versatissimus, ingenue
15 fassus est vix aliam Hypothesin sperari posse quæ phænomenis tam pulchre pleneque satisfaciat. Absurdam quidem in philosophia non esse Hypothesin Copernicanam, ut olim credebatur; concedent hodie plerique omnes. Ricciolus ipse omnia argumenta vulgaria contra eam allata rejecit, excepto uno quod sumitur a motu gravium aut projectorum. Sed hoc quoque

4 Ciceronis dictum vide: Cic., *De nat. deor.* II, 2, 5. 11 actum ... Astronomia forsitan: J. Wilkins, *A Discovery of a New World, or, a Discourse Tending to Prove, that 'tis Probable there May Be Another Habitable World in the Moon*, London: J. Gellibrand 1684, p. 16. 13-15 Claudius ... est vide: C.-F. Milliet Dechaies, *Cursus seu mundus mathematicus*, Tomus III, Lugduni: Off. Anissoniana 1674, *Astronomia*, lib. I, prop. VII (*Explicatio systematis terræ motæ*), p. 288 seq. 18 Ricciolus ipse vide: G.B. Riccioli, *Almagestum novum, astronomiam veterem novamque complectens*, Bononiæ: Hær. V. Benatii 1651, I, lib. IX, sect. iv *De systemate terræ motæ*, p. 290 seq.

Annexe 3. Du mouvement de la terre

DE LA SUPÉRIORITÉ DU SYSTÈME COPERNICIEN

C'est un mot remarquable de Cicéron que « la durée détruit les fictions des opinions et confirme les jugements naturels »¹. Nous en faisons l'expérience à propos de la meilleure manière d'expliquer le système du monde, 5 qui par des découvertes chaque jour nouvelles est déjà parvenue au point où il n'y ait presque aucun des mathématiciens de renom qui ne reconnaisse qu'il faut la préférer, si elle est autorisée par des décrets et les censures des autorités. C'est pourquoi jadis déjà Christophe Clavius, célèbre mathématicien de la Société de Jésus, quand déjà âgé il prit connaissance des nouveaux 10 trouvés grâce au télescope, et surtout de la découverte des petites lunes de Jupiter, proclama que c'en était fait de l'astronomie traditionnelle². Il voyait en effet la très grande force de l'analogie, que par la suite les nouvelles découvertes de l'anneau et des satellites de Saturne allaient rendre si manifeste qu'il serait à peine possible d'y résister davantage. Et Claude de Chales, 15 de la même Société de Jésus, homme très compétent dans ces recherches, reconnu ingénûment qu'on pouvait à peine espérer une autre hypothèse qui satisfasse aux phénomènes d'une manière aussi belle et complète. Car que l'hypothèse copernicienne n'est pas absurde du point de vue philosophique, comme on l'avait cru jadis, aujourd'hui presque tout le monde l'accorde. 20 Riccioli même a réfuté tous les arguments vulgaires allégués contre elle, à l'exception d'un seul qui est tiré du mouvement des corps pesants ou des projectiles. Mais que celui-là aussi n'ait aucune force, Gassendi, le Père Stefano de Angelis³, et Giovanni Alfonso Borelli l'ont prouvé.

¹Traduction d'Émile Bréhier revue par Pierre Aubenque, dans *Les Stoïciens*, Paris : Gallimard 1962, p. 410.

²La découverte au moyen du télescope des quatre satellites de Jupiter a été faite en 1610 par Galilée et publiée par lui dans son *Sidereus Nuncius* (1610). Clavius l'évoque tout à la fin de son *In Sphaeram Ioannis de Sacro Bosco Commentarius* (*Opera Mathematica*, Moguntiae : A. Hierat & R. Eltz 1611, III, p. 75).

³Dans une lettre à Fardella de sept.-oct. 1693 Leibniz rapporte qu'il a eu à Padoue des entretiens avec Stefano Degli Angeli, et que celui-ci lui a donné plusieurs de ses ouvrages (A II, 2, p. 731). Ceux ci-dessus mentionnés se trouvent encore à la G.-W. Leibniz-Bibliothek de Hanovre. Leurs longs titres complets sont donnés dans la Bibliographie.

nullam vim habere Gassendus, P. Stephanus de Angelis, et Joh. Alphonsus Borellus evicerunt.

Quod attinet ad argumenta Theologica ab autoritate Scripturæ Sacræ sumta, fassi sunt P. Mersennus Ordinis Minimorum, et P. Honoratus Fabrius e Societate Jesu, nihil prohibere, quin Ecclesia, post agnitam aliquando ab eruditis rationum naturalium efficaciam pondusque maximum, declararet verba autorum sacrorum sic posse accipi ut accipiuntur verba omnium Mathematicorum, qui licet novum systema sequantur, semper tamen dicent et dicere debent, solem moveri, occidere et oriri, quoties theoriam planetarum non ex professo tractant.

Interim merito censuræ subjecta est eorum audacia, qui minus reverenter de Scriptura Sacra sentire visi sunt, quasi scilicet non satis accurate sit locuta, quoniam finis ejus non sit docere philosophiam sed viam salutis. Honorificentius enim et verius est agnoscere in sacris libris omnes scientiarum quoque thesauros reconditos latere, et de rebus non minus Astronomicis quam aliis omnibus rectissima dici. Quod salvo etiam novo systemate asseri potest. Nam autores sacri aliter sine absurditate non poterant sensa animi exprimere, etiamsi millies verum ponatur systema novum. Et ridiculus foret Historicus, quamcunque demum in Mathematicis opinionem secutus, qui non solem sed terram oriri et occidere dicat.

Sed operæ pretium est admonere hoc loco aliquid nondum satis adhuc vulgo animadversum, et ad tollendam tamen omnem difficultatem negotii, Copernicanumque systema ab omni censura vindicandum plane suffecturum. Nempe concedunt omnes Systema Copernicanum posse doceri tanquam Hypothesin, intelligentes etiam fatentur ex omnibus Hypothesibus nullam esse Copernicana simpliciore atque intelligibiliorem. Verum sciendum est (quanquam multis paradoxum appariturum sit) nullam aliam

1-2 Gassendus, ... Borellus vide: P. Gassendi, *De proportionibus qua gravia decidentia accelerantur, epistole tres...*, Paris: L. De Heuqueville 1646; *Opera Omnia*, Lyon: Anison & Devenet 1658, III, pp. 564-650. S. Degli Angeli, *Considerationi sopra la forza di alcune ragioni fisicomatematiche, adotte dal M.R.P. Gio. Battista Riccioli ... contro il Sistema Copernicano*, Venetia: B. Bruni 1667; *Seconde Considerationi sopra la forza dell'argomento fisicomatematico del M. Rev. P. Gio. Battista Riccioli ... contro il Moto Diurno della Terra*, Padova: M. Bolzetta 1668; *Terze Considerationi sopra una lettera del molto illustre, & eccellentissimo signor Gio. Alfonso Borelli...*, Venetia: Heredi Leni 1668; *Quarte Considerationi sopra la confermatione d'una sentenza del Sig. Gio. Alfonso Borelli... a favore d'un suo argomento detto fisico-matematico contro il sistema copernicano*. Padova: M. Bolzetta 1669. G.B. Borelli, *De Vi percussionis et motionibus naturalibus a gravitate pendentibus*, Lugduni Batavorum: P. van der Aa 1686. 4-5 fassi ... Jesu vide: M. Mersenne, *Quæstiones celeberrimæ in Genesim*, Paris: S. Cramoisy 1623, Quæstio IX *De Terra*, Art. IV, col. 879-894; Art. VI, col. 901-910. H. Fabri, *Eustachii de divinis septempedani brevis annotatio in systema Saturnium Christiani Hugenii*, Hagæ Comitum: A. 1660; *Dialogi Physici in quibus de Motu Terræ disputatur*, Lyon: C. Fourmy 1665.

Pour ce qui est des arguments théologiques tirés de l'autorité de l'Écriture Sainte, le Père Mersenne, de l'Ordre des Minimes, et le Père Honoré Fabri, de la Société de Jésus, ont admis que rien n'empêche que l'Église, une fois reconnus par les savants l'efficacité et le très grand poids des raisons naturelles, ne déclare que les mots des auteurs sacrés puissent être re- 5 çus comme sont reçus les mots de tous les mathématiciens, qui, quoiqu'ils suivent le nouveau système, diront pourtant toujours et devront dire que le soleil se meut, se lève et se couche, tant qu'ils ne traitent pas *ex professo* de la théorie.

Cependant, c'est à juste titre qu'est soumise à la censure l'audace de ceux 10 qui paraissent avoir un sentiment moins respectueux à l'égard de la Sainte Écriture, comme si en fait elle ne s'exprimait pas de façon assez exacte, puisque sa fin n'est pas d'enseigner la philosophie, mais la voie du salut. C'est plus rendre honneur et il est plus vrai de reconnaître que sont cachés aussi dans les livres sacrés les trésors de toutes les sciences, et qu'y sont dites 15 les choses les plus justes non moins sur les sujets astronomiques que sur tous les autres. Car les auteurs sacrés ne pouvaient autrement sans absurdité exprimer les sentiments de l'âme, même si le nouveau système était supposé mille fois vrai. Et un historien, quelque opinion enfin qu'il suive en mathématiques, qui dirait à tort et à travers que ce n'est pas le soleil mais 20 la terre qui se lève et qui se couche, serait ridicule.

Mais il est important de rappeler en ce point quelque chose qui n'est pas encore suffisamment reconnu généralement, et qui suffira pourtant complètement à supprimer toute difficulté de l'affaire et à dégager de toute censure le système copernicien. En effet, tout le monde accorde que le système 25 copernicien peut être enseigné comme une hypothèse, et les gens compétents reconnaissent aussi que de toutes les hypothèses, aucune n'est plus simple et plus intelligible que celle de Copernic. Car il faut savoir (quoique cela paraîtra un paradoxe à beaucoup) qu'il n'y a pas d'autre réalité dans les mouvements qu'hypothétique et qu'il n'y a dans la nature pas d'autre 30 marque d'un système véritable que le fait que tout s'explique par lui de la façon la plus convenable. En admettant donc que l'hypothèse copernicienne est la plus simple, on admet par là même qu'elle est vraie. Pour le comprendre plus exactement, il faut savoir que le mouvement est nécessairement pris de telle sorte qu'il enveloppe quelque chose de relatif, et qu'il ne 35 peut y avoir de phénomènes par lesquels seraient absolument déterminés le mouvement ou le repos. En effet le mouvement consiste en un changement de situation ou de lieu, et le lieu même enveloppe à son tour quelque chose

esse in Motibus realitatem quam Hypotheticam nec aliam in rerum natura dari notam veri systematis, quam ut per ipsum omnia aptissime explicentur. Concesso ergo Hypothesin Copernicanam esse simplicissimam, eo ipso conceditur esse veram. Quod ut intelligatur exactius, sciendum est, Motum
 5 necessario ita sumi ut involvat aliquid respectivum, et non posse dari phænomena, ex quibus absolute determinetur motus aut quies. Consistit enim motus in mutatione situs seu loci; et ipse locus rursus aliquid relativum involvit, etiam ex Aristotelis sententia, qui definivit superficie ambientis. Hinc in rigore omne Systema defendi potest, ita ut nec ab Angelo qui-
 10 dem Metaphysica certitudine aliquid absolute determinari queat; quoniam ea ipsa conditio est legum motus generalium, ut omnia eodem modo in phænomenis eveniant, nec dijudicari possit utrum et quatenus corpus aliquod datum quiescat vel moveatur, nisi rationem majoris explicabilitatis habendo. Idque adeo verum est, ut ne vis quidem agendi certum sit motus
 15 absoluti indicium. Ut si globus in navi manu impulsus procurrat per lineam rectam horizontalem a prora versus puppim, et navis interim æquali celeritate moveatur directione contraria quippe quæ est a puppi ad proram; nullus erit motus globi absolute loquendo, absolute enim globus in eodem manet loco spatii ut apparet spectanti ex ripa quæ supponitur immota. Et
 20 tamen globus habet motum respectivum scilicet respectu eorum quæ sunt in navi; et licet (ex Hypothesi) quiescat absolute et in rigore, tamen aliquid in navi oppositum frangere potest.

Itaque quemadmodum quoties de navi et his quæ in ea fiunt, velut de impressione manus in globum, aut de ruptura alicujus vasis vitrei, quod in
 25 navi forte globo obstiterat, agitur, omnes vere et recte dicemus globum moveri; respectu vero ripæ rursus vere et recte dicemus globum quiescere, cum semper eundem situm ad omnia puncta immota in ripa assumpta servet. Et tam errabit, qui ex ripa motum globo tribuet; quam qui in navi ei ascribet quietem; ita eodem modo dicemus veram esse suo modo ac respectu
 30 non minus doctrinam Sphæricam Ptolemæi, quam Theoricam Copernici, et tam ineptum esse, motum terræ infercire explicationi Sphæricæ primi mobilis, quam ineptum est per innumeros Epicyclos et Eccentricos Theoriam Planetarum tradere velle, quam Hypothesis nova, vel potius antiqua renovata mira simplicitate intellectui exhibet. Unde patet qui Hypothe-
 35 sin Copernici veram esse dicunt, sic sentire vel intelligi debere, ut sit optima, hoc est ad explicanda phænomena aptissima, neque aliam in re quæ sua natura respectum involvit, veritatem locum habere. His recte perceptis,

8 Aristotelis sententia *vide*: Arist., *Phys.* IV, 2, 209a32-b2.

de relatif, même selon la formule d'Aristote, qui l'a défini par la surface du corps environnant. C'est pourquoi selon la rigueur, tout système peut être soutenu, de sorte qu'il est impossible, même pour un ange, de déterminer absolument quelque chose avec une certitude métaphysique ; puisque c'est la condition même de lois générales du mouvement que tout arrive 5 de la même façon dans les phénomènes sans que l'on puisse décider si et dans quelle mesure un corps donné est en repos ou est mû, sinon par la possession d'une raison de plus grande intelligibilité. Et cela est si vrai que même la force d'agir n'est pas un indice certain d'un mouvement absolu. Par exemple si une boule poussée par la main sur un bateau se déplace de 10 la proue vers la poupe, et qu'en même temps le bateau est mû d'un mouvement dans la direction contraire, qui est donc de la poupe vers la proue, il n'y aura absolument parlant aucun mouvement de la boule, car la boule reste absolument dans le même lieu de l'espace comme cela apparaît à un spectateur depuis la rive qu'on suppose immobile. Et pourtant la boule a un 15 mouvement relatif à savoir relativement à ce qui se trouve sur le bateau ; et quoique (par hypothèse) elle soit absolument et en toute rigueur au repos, cependant elle peut briser un obstacle sur le bateau.

C'est pourquoi de même que chaque fois qu'il s'agit du bateau et de ce qui s'y passe, comme de la poussée de la main sur une boule ou de la 20 brisure d'un verre, nous disons tous en vérité et justement que la boule est en mouvement, relativement cependant à la rive nous disons derechef en vérité et justement que la boule est au repos, puisqu'elle garde toujours la même situation à l'égard de tous les points de la rive. Et celui qui attribuera depuis la rive du mouvement à la boule se trompera tout autant que celui 25 qui lui attribuera du repos sur le bateau ; ainsi nous dirons de la même façon que la doctrine des sphères de Ptolémée est à sa manière et sous son rapport non moins vraie que la théorie de Copernic et qu'il est aussi absurde d'introduire le mouvement de la terre dans l'explication du premier mobile selon la spère, qu'il est absurde de vouloir enseigner avec d'innom- 30 brables épicycles et excentriques la théorie que la nouvelle hypothèse, ou plutôt l'hypothèse ancienne renouvelée, présente à l'entendement avec une remarquable simplicité. D'où il est clair que ceux qui disent que l'hypothèse de Copernic est vraie doivent le prendre et l'entendre en ce sens qu'elle est la meilleure, c'est-à-dire la plus capable d'expliquer les phénomènes, et que, 35 dans une question qui par sa nature enveloppe la relativité, une autre vérité n'a pas de place. Tout ceci bien compris, chacun peut être copernicien en respectant les censures. Et nous maintiendrons aussi ce que les censeurs

quilibet salvis censuris Copernicanus esse potest. Et sic quoque salvabimus, quod dixerunt censores Hypothesin Copernicanam absurdam esse in philosophia, si scilicet perverse applicetur ad ea explicanda, quorum intelligentia per ipsam adhibitam potius turbaretur.

5 Hæc vero agnosci tandem aliquando non parum interest et pietatis et scientiarum.

Ut illis os obturetur, qui fidem et rationem non sine alterutrius injuria inter se committunt; quibus obsistendum esse merito decrevit postremum Concilium Lateranense. Sufficit igitur eorum damnari audaciam, qui
10 scripturam sacram minus accurate de rebus Astrorum locutam dicere non verentur. Aliis autem salva de cætero relinqui potest libertas statuendi de veriore hypothesi; ex quo res ipsa ostendit, systema novum uti hodie explicatur neque absurdum esse, neque temere defendi, sed maximis niti argumentis, et salva fide catholica multos viros magnæ doctrinæ et pietatis ad
15 ejus defensionem inclinare. Atque hac sane censuræ pristinæ explicatione tollitur scrupulus qui multos male habet, et prævenient Censores revocandi aliquando decreti necessitatem, neque sese torrenti proficientis seculi ac publicæ eruditorum voci frustra opponent. Quin et falsis eorum improprietatibus occuretur, qui veritatem apud Catholicos opprimi jactant, et
20 erectas mentes ab Ecclesiæ communione avertunt. Idem honoris Italiæ interest, ita enim præstantia ingenia non ibi minus quam apud alias gentes frui poterunt luce seculi et præclaris inventis incumbere, quæ nunc sæpe ab aliis præripiuntur. Neque aliam ego summorum virorum mentem esse puto, penes quos censuræ jus est.

25 Et vero tanta est Copernicani Systematis præstantia ad explicanda Phænomena planetarum, ut fatendum sit Astronomum qui id non intelligeret in meris tenebris versaturum. Tantaque indies nova inventa ejus harmoniam et simplicitatem confirmant, ut verendum sit, ne qui ipso uti nolunt, ipsius Dei gloriam obscurent, adempta agnoscendæ in tantis operibus admirabilis ejus sapientiæ occasione. Id vero nunc maxime (si unquam) dici
30 posse videtur ex quo nova quædam nuperrime lux exorta est de Physicis motus Planetarii causis, cujus leges universales mira felicitate explicantur circulatione harmonica circa solem materiæ æthereæ planetam deferentis, et sollicitatione quadam velut magnetica planetæ ad solem, tanquam gravis
35 ad centrum; quæ non tam supponendo assumuntur, quam per regressum

8-9 decrevit ... Lateranense vide: *Canones, et decreta sacrosancti œcumenici, et generalis concilii Tridentini*, Romæ: P. Manuzio 1564, sessio IV, *Decretum de canonicis Scripturis*, pp. 20-21. **31-32** nova ... causis vide: G.W. Leibniz, *Tentamen de motuum cælestium causis*, «Acta eruditorum», febr. 1689, pp. 82-96.

diront de l'hypothèse copernicienne, qu'elle est absurde en philosophie, si en fait elle est appliquée à expliquer des choses dont la compréhension est plutôt obscurcie par son usage.

Que cela soit enfin reconnu n'est pas de peu d'importance et pour la piété et pour les sciences.

Pour que soit fermée la bouche de ceux qui unissent entre elles la foi et la raison non sans dommage pour l'une et l'autre, le dernier Concile de Latran a décrété qu'il faut les combattre. Il suffit donc de condamner l'audace de ceux qui ne craignent pas de dire que l'écriture sacrée parle moins exactement de ce qui touche aux astres. Mais aux autres peut être préservée pour le reste la liberté de décider quelle est l'hypothèse plus vraie ; d'après quoi la réalité montre que le nouveau système tel qu'il est aujourd'hui expliqué n'est pas absurde et n'est pas défendu à la légère, mais s'appuie sur les arguments les plus forts, et que, la foi catholique préservée, de nombreux hommes de grand savoir et de grande piété inclinent à sa défense. Et par cette explication de l'ancienne censure sera vraiment écarté le scrupule qui retient à tort beaucoup de gens, et les censeurs prendront les devants de révoquer une bonne fois la nécessité du décret, et ne s'opposeront pas en vain au flot du siècle qui s'avance et à l'opinion publique des savants. Ce qui de plus ripostera aux faux reproches de ceux qui prétendent que la vérité est opprimée chez les catholiques et détournent des esprits élevés de la communion de l'Église. La même chose importe à l'honneur de l'Italie, car ainsi des intelligences de premier plan pourront ici non moins que chez d'autres peuples jouir de la lumière du siècle et s'appliquer à de brillantes découvertes, qui maintenant sont souvent confisquées par d'autres. Et je pense pour ma part qu'il n'y a pas d'autre disposition d'esprit chez les hommes supérieurs, entre les mains de qui se trouve le droit de censure.

Et en vérité la supériorité du système copernicien pour expliquer les phénomènes des planètes est si grande qu'il faut admettre qu'un astronome qui ne le comprendrait pas tomberait dans de pures ténèbres. Tant de nouvelles découvertes chaque jour confirment son harmonie et sa simplicité qu'il faut croire que ceux qui ne veulent pas en faire usage obscurciront la gloire de Dieu même, en perdant l'occasion de reconnaître sa sagesse admirable dans de telles œuvres. Cela surtout semble pouvoir désormais être affirmé le plus fortement (*si unquam*) du fait que tout récemment une nouvelle lumière s'est faite quant aux causes physiques du mouvement planétaire dont les lois universelles sont expliquées avec un bonheur admirable par la circulation harmonique autour du soleil de la matière de l'éther porteur de la planète

geometricum ex phænomenis demonstrantur. Ut jam de optimo Systemate
vix amplius dubitandi locus aliquis relictus videatur.

et par une sollicitation pour ainsi dire magnétique de la planète vers le soleil, comme d'un corps pesant vers le centre ; propositions qui ne sont pas admises par supposition, mais sont démontrées par analyse géométrique à partir des phénomènes⁴. De sorte que désormais il semble presque ne plus rester le moindre autre motif à douter du meilleur système. 5

⁴Leibniz fait ici référence à la théorie exposée dans son *Tentamen de motuum cœlestium causis*, paru dans les « Acta eruditorum » de février 1689, et dont il a rédigé une nouvelle version destinée à la publication du Traité des *Dynamica* (cf. ci-dessus, Addenda, N. 1).

Annexum 4. De vi absoluta

APPENDIX DE VI ABSOLUTA

A VIII, 3, N. 31₂, pp. 334-340.

†Clarissimus quidam Mathematicus in libro quem molitur de Conatu
5 Mechanico, optime asserit, non magis tendi chordam a duobus ponderibus
æqualibus in diversa trahentibus, quam ab uno eorum solo eandem chor-
dam muro affixam trahente. Et sane (mea sententia) pondus oppositum
vicem muri subit; sufficit enim tantam id vim habere, ut a pondere priore
chorda non trahi patiatur, seu ut chorda integra moveri non possit, alioqui
10 tensio eluderetur. Et ex pondere illo retinente, murum facere, nihil aliud
est quam in ipso potentiam resistendi augere, non aucta ipsius potentia tra-
hendi. Quod idem est ac si pondus fieret immensum, sed ei supponeretur
sufficiens sustentaculum, ut infinite quidem resistere possit elevanti, seu
chordam trahenti, sed descendere non possit. Ita quantacunque ponderis
15 retinentis magnitudo sit, superfluum est, quicquid trahentis vim excedit.
Tenduntur autem ipsæ fibræ muri vel obstaculi resistentis, pro vi ponderis
oppositi trahentis, idque perinde est ac si chorda in tantundem esset con-
tinuata. Sed hæc distinctius explicare operæ pretium est, ne quis inde error
oboriatur.

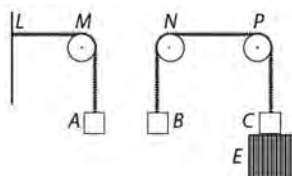


Figura 1

20 Verissimum quidem est [*Fig. 1*] chordam LM , muro L affixam tantum-
dem tendi a pondere A , unius (si placet) libræ, quantum chorda similis

[†]*In margine* So kan es abgeschrieben werden als appendix de vi absoluta

4-5 Clarissimus ... Mechanico *vide adnotationem ad Gallicam versionem.*

Annexe 4. De la force absolue

DE LA FORCE ABSOLUE

[†]Un mathématicien de renom¹, dans le livre qu'il a entrepris sur le *Conatus* mécanique affirme excellemment qu'une corde n'est pas plus tendue par deux poids égaux tirant en sens opposés, que par un seul d'entre eux 5 tirant la corde attachée à un mur. Et assurément (à mon avis) le poids opposé supporte en retour le mur; il suffit en effet qu'il ait une force suffisante pour que la corde ne se laisse pas tirer par le premier poids, ou pour que la corde entière ne puisse être mue, autrement la tension serait abolie. Et remplacer par un mur ce poids rétenteur n'est rien d'autre qu'augmenter 10 en lui la puissance de résister, sans augmenter sa puissance de tirer. Ce qui est la même chose que si le corps devenait immense, mais qu'on lui suppose un soutien suffisant pour pouvoir résister infiniment à ce qui le fait s'élever ou ce qui tire la corde, mais sans pouvoir descendre. Ainsi si grand que soit le corps qui retient, n'importe quoi excède la force du corps qui 15 exerce la traction. Car les fibres mêmes du mur ou de l'obstacle résistant sont tendues selon la force du poids opposé qui tire, et il en est exactement de même que si la corde était prolongée dans la même mesure. Mais il faut expliquer tout cela plus distinctement pour que ne survienne pas d'erreur.

Il est très vrai [*Fig. 1*] qu'une corde *LM*, fixée au mur *L*, est tendue par un 20 poids *A* d'une livre (par exemple) tout autant qu'une corde *NP* semblable à la première est tendue par deux poids *B* et *C*, dont chacun est aussi d'une livre, et cela se démontre facilement de cette façon : posons que le corps *C* soit accolé à un tabouret placé en dessous *E*; la tension n'en sera sûrement pas modifiée. 25

Or il en sera alors exactement comme si la corde *BNPC* était fixée à un mur *E* à son extrémité *C*. Donc le premier cas (deux poids) se ramène à

¹Il s'agit de Gian Battista Boccabadati (1635-1696), personnage à multiples facettes de la cour ducal de Modène, juriste, mathématicien, ingénieur, poète et auteur dramatique. Il préparait un ouvrage jamais publié *De conatu mechanico* quand Leibniz l'a rencontré et a eu des discussions avec lui lors de son séjour à Modène en janvier 1690.

[†]En haut de la première page de *L*¹, Leibniz a noté en allemand : Peut être ainsi recopié comme Appendice *Sur la force absolue*

priori, *NP* tenditur a duobus ponderibus *B* et *C*, quorum quodlibet etiam est unius libræ [idque sic facile demonstratur: ponamus pondus *C* aggelascere scabello supposito, *E*; utique inde non mutatur tensio. Jam perinde tunc erit, ac si chorda *BNPC* esset uno extremo *C* affixa muro *E*. Unus ergo
 5 casus (duorum ponderum) ad alterum (unius ponderis et muri) tanquam æquivalentem reducitur.] Sed hinc non sequitur (meo iudicio) vim quam patitur chorda *LMA*, vel *BNPC* esse duplam potentiæ ponderis *A*, seu esse æqualem simul potentiæ ponderum *B* et *C*. Sed potius esse æqualem uni soli ponderi ut *B*, cum alterutrum ponderum ut *C*, considerari possit tanquam muri vicem subiens, ut non aliud præstet, quam impedire motum
 10 totius chordæ, quod ad tensionem necesse est. Quod si officia inter duo pondera *B* et *C* partiri volumus, utrumquodque pro parte muri resistentis, pro parte potentiæ tendentis officium faciet. Quod ut appareat clarius, ostendam casum, quo plura [duobus] pondera æqualia simul eodem modo
 15 eidem tendibili immediate appenduntur, unde sequeretur tunc tensionem non tantum duplam, sed triplam quadruplamve aut magis adhuc pro arbitrio multiplam esse ejus potentiæ quam unum pondus exercet, adeoque nullius esse ad eam proportionis determinatæ, quod absurdum foret. Nam qua ratione proportio dupla tensionis chordæ ad unum ex ponderibus concludi posset, eo argumento et alia quævis concludi potest, cum multiplicatis
 20 ponderibus tensio non augeatur, ut jam patebit.

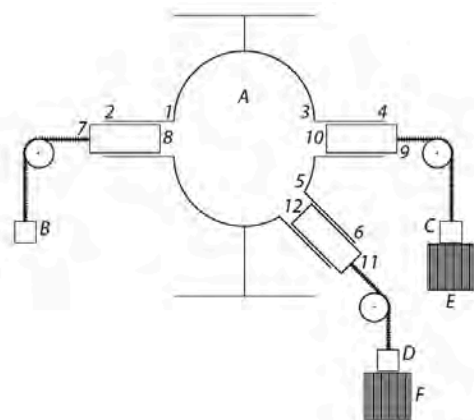


Figura 2

2-6 [idque ... reducitur.] | [] add. L|

l'autre (un seul poids et le mur) comme lui étant équivalent. Mais il ne s'ensuit pas (selon mon jugement) que la force que subit la *LMA* ou *BNPC* soit double de la puissance du corps *A*, c'est-à-dire soit égale à la puissance des corps *B* et *C* ensemble. Mais elle est plutôt égale à un seul poids comme *B*, alors que l'un ou l'autre des poids comme *C* peut être considéré 5 comme prenant la place du mur, pour ne rien produire d'autre qu'empêcher le mouvement de la corde entière, ce qui est nécessaire pour la tension. Mais si nous voulions répartir les charges entre les deux poids *B* et *C*, l'un jouera le rôle de la part du mur résistant et l'autre la part de la puissance qui exerce la tension. Pour que cela apparaisse plus clairement, j'avancerai 10 le cas où plus de deux corps égaux sont simultanément suspendus de la même manière au même corps à tendre, d'où il s'ensuivrait qu'alors la tension serait non seulement double, mais triple ou quadruple, ou un multiple encore arbitrairement plus grand de la puissance qu'exerce un seul corps, et elle ne serait donc dans aucune proportion déterminée avec cette dernière, 15 ce qui serait absurde. Car par quelque raison que l'on puisse conclure la proportion double de la tension de la corde à un seul des poids, par cet argument on pourrait aussi conclure à n'importe quelle autre proportion, alors que la multiplication des poids n'augmente pas la tension, comme on l'a déjà vu. 20

Or le cas de plus de deux corps simultanément suspendus peut être réalisé au moyen d'un fluide extensible, qui, même s'il n'existe peut-être pas dans notre monde, peut cependant être imaginé. S'imaginant que c'est le cas de l'air, ceux qui, n'admettant pas sa pression et son élasticité, pensent que le mercure dans le tube de Torricelli est suspendu par l'air raréfié qui 25 y est enfermé, comme par un fil. Bien que cela soit faux, cette fiction non impossible sert à l'exposition de mon raisonnement. Imaginons donc [*Fig. 2*] le récipient *A*, fixé pour ne pas pouvoir se déplacer, rempli d'un fluide extensible, soigneusement fermé sauf qu'il a trois ou plusieurs sorties égales 30 en forme de tubes 1.2 et 3.4 et 5.6, etc. que remplissent exactement les pistons 7.8, 9.10, 11.12, etc. et de plus tant les tubes que les pistons parfaitement ajustés pour que les pistons se déplacent sans aucun obstacle dans les tuyaux en maintenant leur fermeture. Ces pistons sont tirés par les poids *B*, *C*, *D* égaux entre eux, jusqu'à ce que le fluide extensible contenu dans le récipient *A* parvienne à un certain degré de tension ou de dilatation, que les 35 poids ne puissent surmonter ou augmenter et qu'ils restent ainsi suspendus, et qu'ils soient en équilibre tant entre eux qu'avec la *force tonique* du fluide. Imaginons alors que tous ces poids (comme *C*, *D* etc.), à l'exception du seul

Casus autem plurium duobus ponderum simul appensorum obtineri potest ope fluidi tendibilis, quod etsi fortasse non detur apud nos, fingi tamen potest. Et talem esse ærem sibi fingunt, qui ejus pressionem et Elastrum non admittentes, putant Mercurium in Tubo Torricelliano suspendi
 5 ab ære incluso rarefacto, velut a funiculo. Quod quamvis falsum sit, servit tandem hæc fictio non impossibilis declarandæ ratiocinationi meæ. Fingamus ergo [*Fig. 2*] vas *A*, firmum ut loco moveri nequeat, fluido tendibili plenum, accurate clausum nisi quod habet tres vel plures exitus tubiformes æquales 1.2; et 3.4; et 5.6, etc. quos accurate impleant emboli 7.8; 9.10;
 10 11.12; etc. nempe tam tubis quam embolis ita perfectè tornatis, ut emboli sine ullo obstaculo intra tubos salva obturatione moveantur. Hi emboli trahantur a ponderibus *B*, *C*, *D* inter se æqualibus, donec fluidum tendibile vasi *A* inclusum ad certum tensionis vel dilatationis gradum perveniat, quem pondera vincere vel augere non possint atque ita suspensa maneant,
 15 et tam inter se, quam cum fluidi *vis tonica* æquilibrentur. Jam fingamus omnia hæc pondera (ut *C*, *D* etc.) demto uno *B*, aggelascere suppedaneis seu sustentaculis (*E*, *F*, etc.); patet non ideo mutari tensionem fluidi, et perinde tunc esse, ac si unum solum fuisset pondus *B*, reliquis (ut *C* et *D*) subeuntibus vicem muri. Itaque si supra dici jure potuisset, vim quam chorda
 20 a duobus ponderibus æqualibus tensa patitur, æquari potentiæ amborum; sequeretur etiam nunc, vim quam fluidum tendibile patitur æquari potentiæ ponderum appensorum quocunque adeoque tensionis vim esse indefinitam. Quod est absurdum. Erit enim (in hypothesi figuræ) æqualis ponderi *B* triplo, et eadem si plures fuissent exitus cum suis ponderibus, æquata
 25 fuisset ponderi eidem *B* pluries adhuc sumto. Neque enim augebitur tensio, licet numerus exituum cum ponderibus augeatur; uti manifestum est nec eam minui minuto exituum numero. Utique enim perinde est aggelascere pondera *C* et *D* suppedaneis *E* et *F*, ac exitus plane obturari, adeoque reduci omnia ad casum ponderis unius; ipsa firmitate materiæ vasis, simulque
 30 vinculorum vas immotum tenentium, locum muri subeunte. Dicendum est ergo semper tensionis vim (quæ utique species est *vis mortuæ*) esse non nisi uni soli ex potentiis tendentibus pluribus inter se æqualibus, æqualem, et reliquas præstare vicem muri; efficiendo sua æquilibratione ut totum tendibile moveri non possit. Idem est si pro fluido tendibili comprimibile,
 35 quale revera est ær, adhibeamus, et embolos non extrahi a ponderibus vel

3-5 qui ... funiculo *vide*: F. Line, *Traçtatus de corporum inseparabilitate, in quo experimenta de vacuo ... examinantur, veraque eorum causa detecta, ostenditur, vacuum naturaliter dari non posse*, Londini: T. Roycroft 1661.

B , s'accolent à des marchepieds ou des supports (E , F , etc.) ; il est clair que la tension du fluide n'en est pas changée et qu'il en est alors tout comme si il n'y avait qu'un seul poids B , les autres (comme C et D) faisant office d'un mur. C'est pourquoi si ci-dessus on pouvait dire justement que si la force que supporte la corde tendue par deux corps égaux s'égale à la puissance 5 des deux, il s'ensuivrait maintenant aussi que la force que subit le fluide extensible s'égale à la puissance d'un nombre quelconque de poids suspendus et par suite que la force de tension est indéfinie. Ce qui est absurde. Elle sera en effet (dans l'hypothèse de la figure) égale à trois fois le poids B et, s'il y avait davantage de sorties avec leurs poids, la même force s'égalerait 10 au même poids B pris encore plus de fois. Car la tension n'augmentera pas quoique le nombre des sorties avec leurs poids augmente ; d'où il est manifeste qu'elle ne diminue pas non plus si le nombre des sorties diminue. Ainsi en effet accoler les poids C et D aux marchepieds E et F équivaut à fermer complètement les sorties, et donc à tout ramener au cas d'un seul poids ; 15 dès lors la solidité de la matière du récipient et en même temps celle des liens qui tiennent le récipient immobile, prennent la place du mur. Il faut donc dire que la force de tension (qui est bien une espèce de la *force morte*) n'est égale qu'à une seule des multiples puissances exerçant la tension égales 20 entre elles, et que les autres interviennent à la place du mur, en faisant par leur mise en équilibre que tout le corps extensible ne puisse être en mouvement. Il en est de même si au lieu d'un fluide extensible, comme l'est l'air, nous utilisons un fluide compressible et si nous supposons que les pistons ne sont pas tirés au dehors par les poids ou les puissances, mais agissent vers l'intérieur. En effet la puissance du ressort résultant de la compression sera 25 égale à une seule des puissances égales qui font la compression.

Du reste nous avons jusqu'à présent supposé que les tubes sont égaux en diamètre, mais s'ils sont inégaux, les poids ne seront pas égaux non plus, mais réciproquement proportionnels aux capacités des tubes (c'est-à-dire 30 aux carrés de leurs diamètres. A ce sujet, il suffit de considérer deux poids B et C avec leurs tubes 1.2 et 3.4, où si les tubes sont inégaux en diamètres et que 1.2 soit plus grand et 3.4 plus petit, alors avec corps B descendant et tirant le poids C sans dilatation du fluide par son seul mouvement (comme si le fluide n'était pas de l'air mais de l'eau, en imaginant une attraction, même si celle-ci en réalité vient de la pression du milieu), le poids 35 C monte plus que B ne descend d'autant que le tube 3.4 a une capacité moindre que le tube 1.2. C'est pourquoi il y aura équilibre si les poids sont réciproquement comme les capacités des tubes. D'où nous connaissons que

potentiis, sed introrsum agi ponamus. Erit enim Elastri a compressione orti potentia æqualis uni potentiæ æqualium comprimentium.

Cæterum supposuimus hætenus tubos esse diametris æquales, sed si inæquales sint, etiam pondera non erunt æqualia, sed capacitatibus tuborum (id est quadratis ab eorum diametris) reciproce proportionalia. Hanc enim in rem sufficit considerari pondera duo *B* et *C*, cum suis tubis 1.2 et 3.4, ubi si tubi sint inæquales diametris, et 1.2 major, ac 3.4 minor, tunc descendente pondere *B* et attrahente pondus *C* sine fluidi dilatatione per solum ejus motum (ut si fluidum esset non ær sed aqua, fingendo attractionem, etsi ea revera a circumpulsione oriatur) pondus *C* ascendit tanto magis quam *B* descenderat, quanto tubus 3.4 est minus capax tubo 1.2. Itaque æquilibrium erit si pondera sint reciproce ut capacitates tuborum. Unde cognoscimus tensiones non tantum ponderibus sed et ponderum in rem tendibilem effectibus esse æstimandas.

Sed quod de duobus tubis inæqualibus ejusdem vasis diximus, non potest applicari ad chordam duas extremitates inæqualis crassitie habentem. Nam utcunque se habeat chorda, non potest moveri sine tensione, quin unum pondus tantum ascendat, quantum descendit alterum; quod secus erat in tubis inæqualibus, ubi pondus tubi amplioris embolum trahens minus descendit, quam alterum ascendere necesse est. Interim verum est chordam pluribus filis constantem ab eodem pondere minus tendi, et duplicata chorda fore dimidiam in singulis tensionem. Itaque verum est hic quoque [*Fig. 3*] pondera, sed æque ambo, minus descendere ad eandem vim tonicam in chorda multiplicata, efficiendam. Et tensiones in eadem chorda diversæ multiplicatis seu crassitie esse crassitiebus seu numeris filorum reciproce proportionales, vi tonica (quæ in ratione est composita numeri repetitionum, et tensionis in quavis chorda simplice) semper æquali existente, et per alterutrum ponderum (utique æqualium) æstimanda.

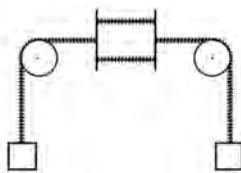


Figura 3

les tensions ne doivent pas être mesurées seulement par les poids, mais aussi par les effets des poids sur la chose extensible.

Mais ce que nous avons dit de deux tubes inégaux du même récipient ne peut être appliqué à une corde ayant deux extrémités d'inégale épaisseur. Car de quelque façon que soit disposée la corde, elle ne peut être mue sans 5 tension à moins qu'un poids ne s'élève autant que l'autre descend ; ce qui était l'inverse avec les tubes inégaux, où le poids tirant le piston du tube plus ouvert descend moins qu'il n'est nécessaire que l'autre ne s'élève. Il est vrai cependant que la corde consistant en davantage de fils est moins tendue par le même poids et que, si la corde est doublée, la tension dans les 10 parties sera divisée par deux. C'est pourquoi il est encore vrai ici [*Fig. 3*] que les poids, mais tous les deux de manière égale, descendent moins pour produire la même force tonique dans la corde multipliée. Et les tensions sur la même corde de multiplicité ou d'épaisseur diverses sont réciproquement proportionnelles aux épaisseurs ou aux nombres des fils, pour une 15 force tonique restant toujours égale (force qui est en raison composée du nombre des répétitions et de la tension dans chaque corde simple), et elle est à mesurer par l'un ou l'autre des poids (en tout cas égaux).

APPENDICES

Glossaire

Une grande partie de l'effort doctrinal investi par Leibniz dans son traité porte sur la constitution d'un lexique spécial, établi sur des définitions précises et fixes. Les mots définis peuvent, pour certains d'entre eux, être portés au concept à partir de leur signification concrète dans la langue latine (*conatus*, *impetus*, *tractus*, *via*, etc.), d'autres sont des concepts philosophiques ou mathématiques déjà élaborés transposés à la dynamique (*actio*, *potentia*, *ductus*, etc.).

Ce glossaire ne porte que sur le vocabulaire des *Dynamica*, sans intégrer celui des *Addenda* et *Annexes*. Les citations tirées des *Dynamica* sont données seulement en traduction, le lecteur pouvant retrouver en son lieu le texte latin. Pour les autres citations traduites, le texte latin est reproduit à leur suite ou en note.

ABSTRACTUS, CONCRETUS, *abstrait*, *concret*

La distinction de l'abstrait et du concret joue un rôle central chez Leibniz en métaphysique, en logique et en grammaire rationnelle. Abstraction doit s'entendre au sens de *faire abstraction de...* ou *se placer en dehors de...* De façon générale on dira que «l'abstraction de la matière sensible et intelligible est métaphysique, du particulier elle est logique, de la matière sensible elle est mathématique, de la matière singulière ou désignée individuellement elle est physique¹» (A VI, 4, p. 1149).

Leibniz a introduit la division de son *Traité de dynamique* en deux parties à un moment où la rédaction en était déjà bien avancée: «Je pense que l'on peut diviser toute l'œuvre en deux parties, contenant d'une part les Dynamiques simples ou abstraites des choses et d'autre part les Dynamiques concrètes, qui concernent ce qui arrive dans le système des choses» (pp. 6-7)². Dans ce contexte, l'opposition fait référence au *système*, entendu au sens de système du monde ou de l'ensemble des choses existantes: est abstraite la considération du mouvement *en dehors du système*, comme mouvement à l'état pur d'un mobile soustrait à tout obstacle, résistance ou interaction; on y fait aussi abstraction des propriétés proprement physiques de la pesanteur et de l'élasticité; est concrète l'étude du mouvement tel qu'il a effectivement lieu dans la nature, selon l'intégration des corps à un ensemble d'où ils reçoivent ces propriétés, qui sont requises par la cohésion du système.

¹ «[A]bstractio, metaphysica a materia sensili et intelligibili, logica a particulari, mathematica a materia sensibili, physica a singulari seu signata».

² Voir aussi le Plan d'ensemble de l'ouvrage, dans l'Introduction au Vol. 2, et Vol. 1, Introduction.

Historique. Les premières théories physiques de Leibniz ont été exposées en 1671 suivant cette distinction entre une «théorie du mouvement abstrait» traitant des «Raisons universelles du mouvement, indépendantes des sens et des phénomènes (*Rationes Motuum universales, à sensu & Phenomenis independentes*)» (A VI, 2, p. 259), et une Théorie du mouvement concret qui s'expose dans une «Nouvelle Hypothèse physique, par laquelle les causes de la plupart des phénomènes de la Nature sont tirées d'un mouvement universel unique, supposé dans notre globe (*Hypothesis physica nova, qua phenomenorum natura plerorumque causæ ab unico quodam universali motu, in globo nostro supposito, ... repetuntur*)», *ibid.*, p. 221). Plus tard, Leibniz commentera: «j'avois fait deux petits discours il y a vingt ans, l'un de la Theorie du mouvement abstrait, où je l'avois considéré hors du systeme comme si c'estoit une chose purement mathématique, l'autre de l'Hypothese du mouvement concret et systematique, tel qu'il se rencontre effectivement dans la nature» (Lettre à Foucher, fin juin 1693, A II, 1, p. 711). Si les termes par lesquels cette distinction est formulée en 1689 semblent formellement les mêmes que ceux de 1671, les moyens conceptuels par lesquels elle est mise en œuvre sont tout autres et on ne peut accuser Leibniz d'être revenu à cet égard en arrière (cf. vol. 1, Introduction).

ACTIO, ACTIO FORMALIS, *action*, *action formelle*

Avec *Potentia*, puissance, l'un des deux concepts fondamentaux qui définissent proprement la *Dynamica* comme «science nouvelle de la puissance et de l'action» (pp. 10-11). La nouveauté fondamentale en 1689 est de donner un nouveau sens, proprement dynamique, à ce concept originellement métaphysique, issu de la liste des catégories ou des prédicaments (où l'action est corrélée à la passion): «*La quantité d'action formelle dans le mouvement est ce dont la mesure est le fait qu'une matière d'une quantité déterminée est mue sur une distance déterminée (d'un mouvement équidistribué) en un temps déterminé*» (P. I, Sect. III, chap. 1, déf. 3).

En ce sens, l'action est le produit de l'«effet formel», ou espace parcouru par un mobile d'un mouvement rectiligne uniforme, par la vitesse du parcours (s'agissant d'un corps donné isolé, la grandeur ou masse peut être traitée comme unité n'affectant pas le produit). Soit $A = mve$ (*Échantillon de calcul analytique*, P. II, Sect. V, chap. 4, n. 14). L'équation fondamentale que Leibniz établit est que «si les quantités de matière sont égales, et que les temps des actions sont égaux, les actions formelles des mouvements sont en raison double des vitesses ou des longueurs du mouvement» (P. I, Sect. III, prop. 18). Ainsi, pour un même mobile, dans des temps égaux, si sa vitesse est doublée, triplée, etc., son action formelle est quadruple, nonuple, etc.

Dans la définition $A = mve$, l'espace parcouru e est mathématiquement le produit de la vitesse v par le temps t . On obtient donc $A = mvvt$ ou mv^2t (*Échantillon de calcul analytique*, P. II, Sect. V, chap. 4, n. 15).

Le concept ainsi formé *a priori* relève de la dynamique *abstraite*, et c'est pourquoi l'action est ici dite *formelle*, tout comme l'effet, en ce que, selon leur définition «ils sont essentiels au mouvement; il en va autrement d'autres effets ou d'autres actions, issus de quelque obstacle particulier, comme de la force de la *gravité* qui presse les corps vers le centre de la terre, ou de la résistance du milieu ou du contact, ou encore de quelque ressort à vaincre, et d'autres accidents semblables de la matière concrète» (P. I, Sect. III, chap. 1, def. 3).

La *conservation de l'action en des temps égaux*, qui est un nouveau principe de la dynamique venant dédoubler celui de la conservation de la puissance ou force, relève au contraire, selon la structure discursive du traité des *Dynamica*, de la dynamique *concrète*, puisqu'il fait référence au système des choses (voir *ABSTRACTUS*, *CONCRETUS* et *Systema*). La conservation de la quantité d'action dans l'Univers est alors un corollaire de la conservation de la puissance, «puisque la puissance agit toujours autant qu'il est possible de sorte qu'elle agit également en des temps égaux» (P. II, Sect. I, prop. 8). Voir *Potentia*, puissance.

Historique. Aristote, dans le traité des *Catégories*, dénombrait dix concepts primitifs de tout être en général, dits «prédicaments» par la Scolastique (AVI, 4, 1005). Leibniz en fournit plusieurs listes, mais où figure toujours l'action. Par exemple, il y a «six prédicaments utiles, substance, quantité, qualité, action-passion, relation» (*ibid.*, 1143). De façon générale, l'action est «principe de changement» (153), ou «un état qui est la cause prochaine du changement» (1411), ou encore l'état d'une chose d'où l'on peut rendre raison d'un changement présent» (1412).

Métaphysiquement, l'action a sa source dans la substance, en vertu de l'axiome constamment invoqué *actiones sunt suppositorum*, selon lequel «les actions et passions appartiennent proprement aux substances individuelles» (*Discours de métaphysique*, art. VIII, A VI, 4, p. 1540). Leibniz soutient «que la réciproque est aussi vraie, de sorte que non seulement tout ce qui agit est une substance singulière, mais aussi que toute substance singulière agit sans interruption, sans excepter le corps même, où l'on ne trouve jamais de repos absolu» (*De Ipsa Natura*, 1698, GP4, 509). Au «tout ce qui est proprement une substance ne fait qu'agir» (*Nouveaux Essais sur l'entendement humain*, II, 21, §72) répond le «ce qui n'agit point ne mérite point le nom de substance» (*Essais de Théodicée*, §393).

Le transfert au champ proprement dynamique peut être observé dans un ensemble de manuscrits qui s'insèrent entre le *Phoronomus* et les premières rédactions des *Dynamica* (ils se trouvent en LH 35, 10, 11). On y lit ainsi: «L'action est l'état de la substance d'où suit immédiatement un changement si rien ne l'empêche³» f. 71r). Le changement est fait de deux états contradictoires immédiats; Leibniz en donne comme exemple le passage du vivant au mort et de la chose en mouvement

³ «Actio est status substantiæ ex quo immediate sequitur mutatio aliqua si nihil impediatur».

à la chose en repos. La discussion conduit à poser la question: «Est-ce que le changement est plus grand quant le même effet se produit en un temps plus bref? [...] Ou faut-il plutôt dire que le changement est le même, mais que l'action est plus grande? Cela convient ainsi⁴» (f. 71v). Extension de l'action au mouvement, dissociation de l'action du changement qui est son effet, inscription du temps dans la quantification de l'action, les éléments du concept dynamique sont alors acquis. D'où Leibniz peut écrire: «Les actions sont en effet en raison composée des vitesses et des espaces parcourus⁵» (f. 50r). Leibniz arrive alors aux relations métriques fondamentales de l'action, dont l'équation principale: «En des temps égaux, les actions sont en raison double des vitesses, ainsi agir dans le même temps à une vitesse triple est nonuple⁶» (f. 59v).

En fin de compte, c'est la précision définitionnelle et la valeur opératoire du concept ainsi formé qui en justifient la désignation: «Si toutefois on supporte mal un *vocabulaire métaphysique* dans une matière mathématique, on s'avisera de ce qu'aucun autre n'était plus commodément disponible, et que toute ambiguïté est levée par la définition assignée» (P. I, Sect. III, chap. 1, def. 3).

ACTIVUS, *actif*

Terme fondamental de la dynamique concrète. Par opposition à l'action *formelle* et à l'effet *formel*, se dit de la cause et de l'effet quand la force ou puissance doit surmonter l'obstacle de l'inertie (voir INERTIA) et se dépenser dans un effet, tel que l'ascension d'un corps pesant à une certaine hauteur ou la détente d'un ressort (P. II, Sect. I, déf. 1).

CAUSA, *cause*

Est cause le «thème» (voir THEMA) ou état de choses possédant une puissance déterminée, dont la seule action, sans apport d'une autre puissance, entraîne un autre «thème». Ce dernier est dit «*effet actif*» ou «*absolu*» (par opposition à l'effet *formel*, voir ACTIVUS). Si en outre aucun autre effet coexistant n'en résulte, la cause est dite «pleine» (*causa plena*), et l'effet «entier» (*effectus integer*) (P. II, Sect. I, déf. 2).

CAUSÆ PLENÆ ET EFFECTUS INTEGRI (ÆQUALITAS), ... *la cause pleine et l'effet entier (égalité de...)*

Le principe de l'égalité (ou équivalence) de la cause pleine et de l'effet entier

⁴«An major est mutatio cum idem effectus fit a breviori tempore, [...]. An potius dicemus eandem esse mutationem, sed majorem esse actionem. Et ita placet».

⁵«sunt enim actiones in ratione composita velocitatum et spatiorum percursorum».

⁶«Æqualibus temporibus actiones sunt in duplicata ratione velocitatum, seu eodem tempore agere tripla velocitate est nonupla».

est le principe fondamental à la découverte duquel Leibniz attribue l'origine et le fondement de toute la dynamique (*Échantillon de démonstration* placé en tête du *Traité*). C'est un principe *métaphysique*, en ce qu'il relève des propriétés universelles des choses en général (P. II, Sect. I, Axiome et déf. 3).

Historique. Le principe de l'égalité de la cause pleine et de l'effet entier a été formulé en 1676, et on en trouve la discussion détaillée dans le *De Arcanis motus et Mechanica ad puram Geometriam reducenda*, à un moment où Leibniz cherchait encore à concilier les lois du choc avec le principe de la conservation de la quantité de mouvement au sens cartésien: «Cette identité [entre la cause et l'effet] ne peut consister en rien d'autre qu'en ce en quoi ils conviennent; or ils conviennent en ce que tant la cause que l'effet possèdent une certaine puissance, c'est-à-dire la capacité de produire un autre effet, mais ils diffèrent seulement par la variété d'application et de situation, comme la même ligne, pliée de manière quelconque, garde la même longueur. D'où il est nécessaire que la cause puisse autant que l'effet, et inversement⁷» (A VIII, 2, p. 136).

En janvier 1678, l'adoption la mesure de la force en mv^2 permettra de traduire correctement la métrique de la cause et de l'effet (*De Corporum concursu*, A VIII, 3, N. 58. Cf. Vol. I, *Introduction*). Leibniz, dans le *Phoronomus*, présentera cette issue en ces termes: «Pour me sortir enfin de ce labyrinthe, je n'ai pas trouvé d'autre fil d'Ariane que l'estimation des puissances sur la base de ce principe métaphysique: *L'effet entier est toujours égal à sa cause pleine*. Comme je découvrais qu'il s'accordait parfaitement avec les expériences et satisfaisait à tous mes doutes, j'en fus d'autant plus confirmé dans l'opinion [...] que les causes des choses ne sont pas pour ainsi dire aveugles et purement mathématiques, comme le sont les chocs des atomes ou une force aveugle de la nature, mais procèdent d'une intelligence qui use de raisons métaphysiques⁸» (*Phoronomus*, éd. cit., p. 802).

On rappellera que Descartes, la cause contient *pour le moins autant* de réalité que son effet (*Méditation Troisième*, AT IX, p. 32), proposition dont l'axiome *Qui peut le plus peut le moins* est un corollaire (AT IX, p. 38). Ces formules intervien-

⁷ «identitas illa non nisi in eo consistere potest, in quo conveniunt; conveniunt autem, in eo quod tam causa quam effectus habet potentiam quandam, id est capacitatem producendi alium effectum, differunt tantum in varia applicatione et situ, quemadmodum linea eadem utcunque flexa, eandem longitudinem retinet. Hinc necessarium est tantum posse causam quantum effectum et contra».

⁸ «Ut igitur ex illo Labyrintho me tandem expedirem, non aliud filum Ariadnæum reperi, quam æstimationem potentiarum assumendo Principium hoc Metaphysicum Quod Effectus integer sit semper æqualis causae suae plenae. Id vero cum experimentis perfecte consentire et omnibus dubitationibus satisfacere deprehenderem eo magis confirmatus sum in ea [...] sententia, causas rerum non esse surdas ut ita dicam et pure Mathematicas, ut sunt concursus Atomorum aut caeca quaedam vis naturæ, sed ab intelligentia quadam proficisci, quae metaphysicis rationibus uteretur».

nent dans le contexte métaphysique des preuves de l'existence de Dieu par les effets, distinct de celui de la physique où Descartes s'en tient à la règle de «n'attribuer jamais à une cause aucun effet qui surpasse son pouvoir» (*Principes de la Philosophie*, II, art. 60). Le *Traité de Mécanique* énonce d'autre part: «L'effet doit être toujours proportionné à l'action qui est nécessaire pour le produire» (*AT* I, p. 436). Pour Wallis, «les effets sont proportionnels à leurs causes adéquates (*effectus sunt causis suis adaequatis proportionales*)», proposition qui fait le lien entre la théorie mathématique et la physique (Wallis, *Mechanica: sive de Motu, Tractatus geometricus*, 1679-1671, in: *Opera Mathematica*, Oxford 1695, vol. 1, la Pars, prop. 7, p. 584).

Or, pour Leibniz, la proportionnalité ne suffit pas, et seule l'égalité ou équivalence stricte permet d'assurer la mathématisation des énoncés fondamentaux de la Mécanique: «Au lieu du Principe Cartésien, on pourrait établir une autre *Loy de la Nature* que je tiens la plus universelle et la plus inviolable, sçavoir qu'*il y a toujours une parfaite Equation entre la cause pleine et l'effet entier*. Elle ne dit pas seulement que les Effects sont proportionnels aux causes, mais de plus que chaque effet entier est équivalent à sa cause Et quoyque cet Axiome soit tout à fait Metaphysique, il ne laisse pas d'estre des plus utiles qu'on puisse employer en Physique, et il donne moyen de reduire les forces à un calcul de Geometrie.» (GP 3, pp. 45-46).

Dans le contexte des *Dynamica*, le principe de l'égalité de la cause pleine et de l'effet entier vaut pour les causes et les effets *actifs* (voir *ACTIVUS*), et s'applique donc au domaine de la dynamique *concrète*. Plus tard, Leibniz admettra que le principe se vérifie aussi dans le cas de l'action formelle, en concevant le mobile comme «agissant sur lui-même (*agens in se ipsum*)» et produisant un effet réel (*Effectus realis*), qui n'est pas la translation (ou l'effet formel) mais «le mobile lui-même qui s'avancera à une vitesse donnée au moment suivant, provenant de lui-même s'avançant à la même vitesse au moment antécédent⁹» (à de Volder, 11 septembre 1699, A II, 3, p. 596).

CONATUS, conatus

De façon générale, «tout conatus est commencement d'action (*initium actionis*, A VI, 4, p. 1977), dans toute l'étendue d'application du concept d'action. Dans le domaine de la dynamique, le *conatus* désigne la quantité de mouvement dans l'instant (P I, Sect. V, chap. 1, déf. 1), ou aussi la «vitesse prise avec la direction» (*velocitas sumta cum directione*, *Specimen dynamicum*, GM 6, p. 237).

En français, Leibniz emploie le plus souvent pour rendre le terme de *conatus* celui d'«effort». A VI, 2, p. 508. Le sens technique particulier qu'il a dans le contexte de la dynamique nous amène, selon l'usage, à conserver *conatus* dans la traduction.

⁹«*ipsum mobile velocitate data processurum momento sequenti, ortum ex seipso eadem velocitate procedente momento antecedenti*».

Historique. Le concept de *conatus* joue un rôle capital dans les premières théories physiques exposées en 1671. Il est admis que Leibniz a emprunté le terme à Hobbes, qui, dans le *De Corpore* (1655) définit le *conatus* comme «le mouvement dans un espace et un temps moindres qu'il n'en peut être donné, c'est-à-dire être déterminé ou assigné par exposition ou nombre, c'est-à-dire un mouvement en un point¹⁰» (Partie III, chap. XV, 2).

Leibniz reprend le terme à son compte dans le cadre de la théorie du mouvement abstrait, qui considère «les raisons du mouvement, indépendantes des sens et des phénomènes». Le *conatus* y est défini comme «mouvement en un temps plus petit que tout temps donné, dans un espace plus petit que tout espace donné (*motus in tempore minori quolibet dato, intra spatium minus quolibet dato est conatus*)» (A VI, 2, p. 171), c'est-à-dire en un point: «le *conatus* est au mouvement comme le point à l'espace, ou l'un à l'infini, il est en effet le commencement et le terme du mouvement (*conatus est ad motum, ut punctum ad spatium, seu ut unum ad infinitum, est enim initium finisque motus*)» (1671, *Theoria motus abstracti*, *ibid.*, p. 265). Selon la théorie abstraite les règles de la communication du mouvement, à l'encontre des faits observables, se ramènent à la composition géométrique des *conatus*, comme Leibniz le rappellera plus tard pour le rejeter: «Au commencement de mes études mathématiques, je me fis une theorie du mouvement absolu, où supposant qu'il n'y avoit rien dans le corps que l'étendue et l'impenetrabilité, je fis des règles du mouvement absolu que je croyois veritables, et j'esperois de les pouvoir concilier avec les phenomenes par le moyen du systeme des choses [...] Suivant cette theorie, il se feroit seulement une composition de l'effort (*conatus*) que le corps a déjà, avec celui qu'un autre tache de luy imprimer de plus, en sorte que chaque effort se conserve, mais deux efforts égaux contraires dans un même sujet degenerent en repos» (à Malebranche, 1694, GP I, pp. 350-351).

CONATUS CENTRIFUGUS, *conatus centrifuge*

Concept de la dynamique *concrète*, puisqu'il implique la formation du *système*: «Tout ce qui se meut sur une ligne circulaire tend à s'éloigner du centre du cercle, et la force d'éloignement est appelée *conatus centrifuge*» (P. II, Sect. I, prop. 27.déf. 4). – Le concept joue un rôle essentiel dans le modèle astronomique exposé dans le *Tentamen de motuum cœlestium causis* (cf. Addenda N. 2).

CONCURSUS, *choc, rencontre, concours*

Concept de la dynamique *concrète*. Désigne de façon générale le choc de deux ou plusieurs mobiles et les modifications d'état de mouvement qui en résultent.

¹⁰ «*motum per spatium et tempus minus quam quod datur, id est, determinatur, sive expositione vel numero assignatur, id est, per punctum*».

Historique. L'étude des lois du choc des corps est l'origine première des élaborations qui ont conduit Leibniz au Traité des Dynamiques (cf. Vol. I, *Introduction*). Le manuscrit de travail très élaboré qui permet d'identifier en janvier 1678 l'adhésion de Leibniz à la définition de la *force* par mv^2 est intitulé *De corporum concursu* (A VIII, 3, N. 58, 527-660).

DIFFUSIO, *diffusion*

Synonyme d'*Extensio*, voir ce mot.

DIRECTIO, *direction*

«La *direction* est la ligne droite sur laquelle se déplace un point mobile partant du point initial de cette droite vers un autre point de cette même ligne, s'il n'en est pas empêché par une cause supplémentaire» (P. II, Sect. II, chap. 2, déf.).

Dans le cas d'un mouvement curviligne, «la *direction d'un point* est la droite tangente à la ligne décrite par ce point, tirée du lieu de ce point vers le côté vers lequel le point tend plus avant» (P. I, Sect. 2, chap. 5, prop. 5.déf. 4. – Cf. P. II, Sect. I, prop. 26).

DIRECTIVUS, *directif*

Se dit de la force directive (*vis directiva*) appelée aussi force de direction (*vis directionis*) (P. II, Sect. III, prop. 11 et 12). Voir ces termes.

DUCTUS, ducere in, *multiplication, multiplier par, application, appliquer, parfois produit*

«L'*application* (*Ductus*) ou le *produit* (*factum*) de plusieurs éléments d'une série appliqués en ordre sur plusieurs éléments d'une autre série est la quantité qu'on obtient en associant (*accommodando*) à chacun des termes qui sont dans une série un terme correspondant de ceux qui sont dans l'autre» (P. I, Sect. I, chap. 3, déf. 1).

Le sens général de *ducere*, dans l'emploi mathématique qu'en fait Leibniz, est *multiplier*. *Ductus* signifie donc la multiplication ou son résultat, le produit. *Factum* désigne seulement le produit multiplicatif, ou le résultat de la multiplication. Leibniz définit rigoureusement la multiplication comme une application qui compose chaque élément d'une multiplicité ou série avec chaque élément d'une autre multiplicité ou série. Autrement dit, si $E = (a_1 + a_2 + \dots + a_n)$ et $F = (b_1 + b_2 + \dots + b_p)$, le *factum* ou *ductus* $E \times F$ est $= (a_1 b_1 + a_1 b_2 + \dots + a_1 b_p + \dots + a_2 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_2 b_p + \dots + a_n b_1 + a_n b_2 + \dots + a_n b_p)$. L'ensemble F est dit recevoir (*recipere*) les éléments de E , ou en réunir les récepteurs (*recipientia*). E et F peuvent comporter une infinité ou un nombre fini d'éléments, ou aussi, à l'occasion, n'en comporter qu'un seul. L'opération ainsi définie en général comprend aussi bien

la multiplication entre nombres quelconques que la production de figures planes ou solides, ou de grandeurs plus que solides (de plus de trois dimensions), ou la composition de grandeurs physiques (poids, densités, vitesses, etc.), représentées soit par des nombres, soit par des figures.

Initialement, Leibniz avait utilisé le verbe *applicare* dans la définition du *Ductus*: «Le produit est la quantité qu'on obtient en appliquant à n'importe quel [des termes] qui sont dans une série un [terme] correspondant parmi ceux qui sont dans l'autre série (*Ductus [...] est quantitas, quæ fit cuilibet eorum quæ insunt uni seriei applicando unum respondens ex his quæ insunt alteri*)» (18 A, f. 33r). Sur la copie B, Leibniz a, de sa propre main, corrigé en substituant «accommodando» à «applicando» (18 B, f. 5r). Enfin, sur la copie C, Bodenhause n a d'abord recopié «applicando» d'après A, puis sur une feuille jointe l'a remplacé par «accommodando» quand il a eu connaissance de B corrigé par Leibniz.

Les associations lexicales ainsi établies permettent de traduire *ducere in* aussi bien par *multiplier par* que par *appliquer sur* et *ductus* par *application*, *multiplication* ou *produit*. En principe, mais avec des adaptations locales, on réservera *multiplier* à l'opération entre nombres ou entre grandeurs mesurées, et *appliquer* à l'opération conçue en général entre éléments quelconques.

DYNAMICA, les dynamiques, la dynamique

Historique. Leibniz est l'inventeur de l'emploi des mots *dynamica*, *dynamique*, comme appellation de la science du mouvement, comme partie la plus générale de la physique ou science de la «nature corporelle». Il s'agit ainsi d'«une science nouvelle de la puissance et de l'action, que l'on pourrait appeler la Dynamique (*Dynamicen*)» (Échantillon de démonstration, pp. 10-11). On remarquera qu'ici, la graphie leibnizienne reproduit la déclinaison grecque du mot tiré de *dynamis*. Le terme latinisé *dynamica* s'établit dans la correspondance avec Bodenhause n, où il oscille d'abord entre le neutre pluriel (*les dynamiques*) et le féminin singulier (*la dynamique*). À terme, c'est la forme du féminin qui l'emportera.

EFFECTUS, effet

Effectus formalis, effet formel. La dynamique abstraite définit l'action (voir ACTIO) à partir d'un effet *formel*, mesuré par la «quantité de translation», qui est «la quantité dont la mesure est le parcours d'une longueur déterminée accompli par le mouvement d'un mobile d'une certaine masse mû de manière équidistribuée, autrement dit c'est le produit des longueurs parcourues multipliées en ordre par la masse» (P. I, Sect. 3, chap. 2, déf. 1). Il est dit *formel* en ce que le seul déplacement est l'effet essentiel du mouvement abstraction faite de toute autre considération (de vitesse, de variation de vitesse ou de direction). En composant cet effet avec le temps ou la vitesse du déplacement, on obtient l'action (voir ACTIO), tout aussi formelle que l'effet qu'elle enveloppe.

Effectus activus, effet actif. La dynamique concrète considère un effet *actif* (voir *ACTIVUS*). C'est une disposition ou situation de corps (voir *THEMA*) possédant une certaine puissance, qui succède à une autre disposition ou situation sous la seule action de celle-ci: «Nous entendons par *effet actif* ou *absolu* un thème produit dans la matière qui possède quelque force d'agir, comme qu'un corps pesant se trouve élevé à tant de pieds au-dessus de l'horizon: en redescendant dès qu'est écarté ce qui l'en empêche, il agira; il en est de même d'un arc tendu» (P. II, Sect. I, déf. 2). – Cet effet est dit *entier* ou *absolu* (*effectus integer, absolutus*), si aucun autre effet simultané ne peut suivre de la même cause, qui est alors une cause *pleine* (*causa plena*). Voir *Causa*.

ELASTRUM, ELASTICUS, *ressort, élasticité, [corps] élastique*

Dans le langage du XII^e siècle, «Ressort» peut désigner aussi bien l'objet concret que nous nommons encore ainsi que la propriété générale des corps «élastiques», qui, après déformation due à une compression ou une dilatation, se restituent dans leur configuration initiale quand cesse la cause de déformation. A ce titre, le ressort ou élasticité joue un rôle central dans le phénomène du choc, puisque c'est de cette propriété que procède la répercussion ou réflexion par laquelle les mobiles se séparent après leur rencontre. Dans les *Dynamica*, le second théorème de la doctrine du choc est que «Si un ressort, en se restituant, agit sur deux corps, il leur imprimera des *conatus* réciproquement proportionnels aux corps» (P. II, Sect. III, prop. 2). Des propriétés de l'élasticité se déduit qu'«il n'y a pas de corps parfaitement inflexibles» (prop. 5). Il en résulte que «les *atomes* ne s'accordent pas aux lois de la nature» et contreviendraient au principe de continuité (ibid.).

Historique. Très tôt Leibniz a posé que c'est «ce grand principe du Ressort, qui est la cause véritable de tous les phénomènes du choc de corps» (Leibniz à Mariotte, juillet 1673, A II, 1, p. 370). D'où l'adoption des lois du choc initialement publiées par Huygens et par Wren en 1669. C'est fondamentalement un concept de la dynamique concrète puisque «tant la gravité que le ressort ne sont dans la matière que par la structure du système» (à Burnett, 2/12 février 1700 A I, 18, p. 375); dans le cas de l'élasticité, elle résulte de la circulation dans tous les corps d'un fluide interne subtil. Dès lors la validité universelle des lois du choc impose que tous les corps soient dotés de ressort, ce qui entraîne aussi le rejet d'atomes qui seraient des corpuscules absolument durs et non-élastiques: «Il est vrai que cette conservation de la force ne se peut obtenir qu'en mettant par tout du ressort dans la matière, et qu'il s'ensuit une conclusion qui paroîtra étrange à ceux qui ne conçoivent pas assez les merveilles des choses; c'est qu'il y a pour ainsi dire des mondes dans les moindres corps, puisque tout corps quelque petit qu'il soit, a ressort, et par conséquent est environné et pénétré par un fluide aussi subtil à son égard que celui qui fait le ressort des corps sensibles le peut être à notre égard, et qu'ainsi il n'y a point de premiers Elements, puisqu'il en faut dire autant de la

moindre portion du plus subtile fluide qu'on peut supposer» (à Bayle, 27 déc. 1698 A II, 3, p. 521).

EXALTATUS, *exhaussé*¹¹

Se dit de l'espace parcouru, de la longueur de translation et de la vitesse quand ils sont composés avec la masse (*moles*) dans l'effet formel du mouvement (P. I, Sect. V, chap. 2, déf. 1).

EXTENSIO, INTENSIO, *extension, intension*

De la façon la plus générale, «nous appelons extension ce que nous observons être commun à toutes les choses perçues simultanément (*extensionem vocamus quod omnibus simul perceptis commune observamus*)» (A VI, 4, p. 393 et 565). – Plus spécifiquement, «l'extension [étendue] est la grandeur de l'espace (*extensio est spatii magnitudo*)», qui est lui-même «l'ordre de coexister, ou l'ordre d'exister entre les choses simultanées (*ordo coexistendi seu ordo existendi inter ea quæ sunt simul*)» (GM, 7, 18).

«L'intension est la quantité de choses inétendues (*intensio est quantitas inextensorum*)» (A VI, 2, p. 505), ou «la quantité de la qualité (*quantitas qualitatis*)» (ibid., p. 508). La qualité est elle-même «ce qui peut être connu dans les choses quand elles sont observées isolément, sans qu'il soit besoin de coprésence (*qualitas est quod in rebus cognosci potest cum singulatim observantur, neque opus est compræsentia*)» (GM 7, p. 19). Enfin, «le degré est une intension déterminée (*gradus est intensio determinata*)» (ibid., p. 505).

Ainsi, «il y a extension ou si vous voulés diffusion ou ce que l'école appelle *partes extra partes*, [...] dans le temps et dans le lieu», et «il y a intension ou degrés, par exemple à l'égard de la vitesse» (*Nouveaux Essais*, II, 18, § 6, A VI, 6, p. 159).

Le couple intension-extension intervient de façon constitutive dans des définitions fondamentales des *Dynamica*.

La *matière* a pour extension le volume et pour intension la densité (P. I, Sect. I, chap. 2, déf. 1 et 2). La masse (*moles*) ou quantité de matière est le produit des deux (P. I, Sect. V, chap. 3, déf. 1).

L'extension ou la diffusion de l'*action* est la quantité de l'effet formel dans le mouvement (l'espace parcouru), et l'intension de l'*action* est la quantité de vitesse (P. I, Sect. III, chap. 1, déf. 4).

L'intension du mouvement (*Intensio motus*), voir VIGOR

FACTUM, *produit*

Résultat d'une multiplication, ou plus généralement d'une application. Voir DUCTUS.

¹¹ On pourrait aussi traduire: surélevé(e), rehaussé(e).

INERTIA, inertus, *inertie*, *inerte*

C'est par référence à l'inertie des obstacles que la cause et l'effet actifs (voir ces mots) se distinguent de l'action et de l'effet formels (P. II, Sect. I, déf. 1).

L'inertie telle que l'entend Leibniz est toute différente du concept de la mécanique classique, qui désigne la tendance d'un mobile à rester de lui-même dans son état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme en l'absence de toute cause externe. Au sens où l'entend Leibniz, elle est la force passive de résister inhérente à la masse: «Il faut convenir que l'étendue ou ce qui est géométrique dans le corps, si on le prend simplement, n'a rien en soi d'où provienne l'action et le mouvement: bien plutôt la matière résiste au mouvement par sa sorte d'*inertie naturelle*, bien nommée ainsi par Kepler, de sorte qu'elle n'est pas indifférente au mouvement et au repos, comme on le croit communément, mais a besoin pour le mouvement d'une force active d'autant plus élevée à raison de sa grandeur¹²» (*De Ipsa Natura sive de vi insita actionibusque Creaturarum, pro Dynamicis suis confirmandis illustrandisque*, 1698, GP 4, p. 510).

IMPETUS, impetus

L'*impetus*, dit aussi Quantité de mouvement (*Quantitas motus*) est le produit des vitesses par la quantité de matière ou masse (*moles*) (P. I, Sect. V, chap. 1, déf. 1). Au sens strict, l'*impetus* devrait désigner proprement la quantité du mouvement instantané, ou quantité du *conatus*. Mais l'usage reçu permet de l'appliquer à la quantité du mouvement dans le temps, c'est-à-dire à «ce qui provient de l'agrégat des *conatus* répartis sur le temps tout entier» (ibid.). – En français, Leibniz utilise le plus souvent le terme d'«impétuosité»; mais comme pour *conatus*, le sens technique particulier que le terme reçoit dans le contexte de la dynamique nous amène, selon l'usage, à conserver *impetus* dans la traduction.

Historique. Jean Buridan (1300-1358) a introduit le terme d'*impetus* pour rendre compte du mouvement des projectiles qui, une fois lancés, n'ont pas de cause coexistante apparente de mouvement, à l'encontre du principe aristotélicien selon lequel le mouvement est l'acte conjoint du mobile et d'un moteur externe (Aristote, *Physique*, III, 3). L'*impetus* est alors conçu comme une qualité réelle communiquée au mobile par la projection, proportionnelle à son poids et à sa vitesse, et qui s'épuise par la résistance du milieu et de la pesanteur (*Quaestiones super octo physicorum libris Aristotelis*). Galilée, dans ses œuvres de maturité, conçoit l'*impeto* (assimilé à la vitesse) comme la capacité acquise de lui-même par le

¹² «Fatendum est, extensionem, sive quod in corpore est geometricum, si nude sumatur, nihil in se habere, unde actio et motus proficiscatur: imo potius materiam resistere motui per quandam suam inertiam naturalem a Keplero pulchre sic denominatam, ita ut non sit indifferens ad motum et quietem, uti vulgo rem aestimari solent, sed ad motum pro magnitudine sua vi tanto majore activa indigeat».

mouvement de se poursuivre, soit à vitesse constante sur un plan horizontal, soit à vitesse uniformément variée dans la descente ou la montée (*Discours et démonstrations mathématiques*, 1638, *EN* VIII, 205-208 et 280-291). C'est Descartes qui introduit le nom de «quantité de mouvement» (*motus quantitas*), notamment à l'article 36 de la Seconde Partie des *Principia philosophiæ* (1644), en en donnant une définition implicite: «lorsqu'une partie de la matière se meut deux fois plus vite qu'une autre, et que cette autre est deux fois plus grande que la première, nous devons penser qu'il y a tout autant de mouvement dans la plus petite que dans la plus grande», ce qui revient à ce que la quantité de mouvement est le produit de la grandeur du corps (qui pour Descartes est son étendue) par la vitesse. La matière et le mouvement ayant Dieu pour cause première, et Dieu étant immuable dans son action, il s'ensuit qu'il conserve incessamment en cette matière une égale quantité de mouvement». Le concept leibnizien d'*impetus* ou de quantité de mouvement s'en distingue en ce que, d'une part, il fait intervenir la masse(*moles*) du corps et non sa seule extension, et que, d'autre part, la somme totale ne s'en conserve pas dans l'univers.

IMPETUS ABSOLUTUS, RESTRICTUS, *impetus absolu*, *impetus restreint*

Ces deux modalités de l'*impetus* se distinguent en ce que l'*impetus* absolu fait intervenir la masse (*moles*) et donc aussi la densité du mobile, et l'*impetus* restreint ne considère que l'extension ou volume du corps: «j'appelle aussi la protraction [voir PROTRACTIO] l'*extension de la vitesse*, à savoir son extension dans le volume, et encore *impetus restreint*, en retirant de l'*impetus* absolu la considération de la densité. Il pourrait aussi être appelé *impetus* du volume, comme l'*impetus* absolu pourrait être appelé *impetus* de la masse; mais il suffira d'appeler restreint l'*impetus* du volume, mais d'appeler *impetus absolu* l'*impetus* de la masse» (P. I, Sect. V, chap. 2, prop. 9). En ce sens, la quantité de mouvement au sens de Descartes se confond avec l'*impetus* restreint.

MASSA, *masse*

Il s'agit d'un concept descriptif et non quantitatif (voir MOLES). La masse désigne un corps consistant, qui agglomère et unit une matière homogène ou bien plusieurs matières distinctes dans un mélange (cf. l'expression *faire masse*).

MOLES, *masse*

Concept quantitatif de la dynamique abstraite: «La *masse* est la quantité de matière contenue dans un mobile (et dans les corps pesants, elle est appelée *poids*), c'est pourquoi les masses sont entre elles comme les mobiles» (P. I, Sect. I, chap. 1, déf. 3). – Leibniz, au contraire des Cartésiens, n'identifie pas la masse au seul

volume ou à l'étendue: «La *masse* ou *quantité de matière* est le résultat du produit du volume ou extension de la matière par la densité ou intension de la matière» (P. I, Sect. V, chap. 3, déf. 1).

Il n'a pas paru possible de distinguer dans la traduction française le sens descriptif de *massa* du sens quantitatif de *moles*. Le contexte doit permettre de lever l'ambiguïté.

MOTUS, *mouvement*

Certainement le nom le plus utilisé dans les *Dynamica*. Leibniz s'efforce d'en donner une définition précise, au travers des termes «se mouvoir» (*moveri*) et «être en mouvement» (*in motu esse*): «A *se meut* ou *est en mouvement*, si tout B, homogène ou comparable, contenu en lui possède un point comme E, qui en une partie quelconque d'un seul et même temps ne reste dans le même point du lieu» (P. I, Sect. II, chap. 1, déf. 1). Le mouvement se divise en plusieurs espèces soigneusement distinguées:

MOTUS ÆQUIDIRECTUS, *mouvement équidirect*

«Un *mouvement* est *équidirect*, si les directions que prennent deux points quelconques du mobile en un même temps sont parallèles et vont du même côté» (P. I, Sect. II, chap. 5, prop. 5. déf. 4). Voir *Directio*

MOTUS ÆQUIDISTRIBUTUS, *mouvement équidistribué*

«*Est dit se mouvoir d'un mouvement équidistribué*, ce dont chaque point décrit une ligne égale à la ligne décrite dans le même temps par n'importe quel point du même mobile. Nous dirons aussi qu'un tel *mouvement* est *équidistribué*» (P. I, Sect. II, chap. 3, déf. 1).

MOTUS CONSENTIENS, *mouvement concordant*

«Un mouvement est *concordant* dans lequel les points du mobile conservent entre eux les mêmes distances, autrement dit se meuvent à la manière des corps rigides (P. I, Sect. II, chap. 5, prop. 3. déf. 3).

5 MOTUS RECTILINEUS, *mouvement rectiligne*

«Est *rectiligne* le mouvement dans lequel chaque point du mobile décrit une ligne droite» (P. I, Sect. II, chap. 5, prop. 2. déf. 2).

MOTUS UNIFORMIS, DIFFORMIS, *mouvement uniforme, mouvement difforme*

«*Est mû d'un mouvement uniforme*, ce dont tout point décrit des espaces égaux en des temps égaux» (P. I, Sect. II, chap. 2, déf.). – Est dit «difforme» ou non-

uniforme le mouvement uniformément accéléré ou retardé, soit relativement au le temps, soit relativement à l'espace (P. I, Sect. IV, chap. 3, déf. 1 et 2). Le terme de *difformis* encore utilisé par Galilée, provient des théories médiévales (14ème siècle) de l'intension et de la rémission des formes, c'est-à-dire des variations de degrés des qualités, et principalement de la vitesse.

MOTUS (SIMPLICITER) SIMPLEX, *mouvement (simplement) simple*

«Il y a *mouvement* simplement *simple* lorsque les mouvements des points d'un mobile donné conviennent complètement avec eux-mêmes et entre eux, de sorte qu'ils ne puissent le faire davantage. Cela a lieu lorsqu'on ne peut ni distinguer un état d'un point d'un autre état antérieur ou postérieur, ni discerner un point d'un autre, pour autant qu'est seulement considéré leur mouvement» (P. I, Sect. II, chap. 5, déf. 1). Le mouvement simplement simple est uniforme, rectiligne, concordant, équidistribué et équidirect. Il est à noter que Leibniz a lui-même inséré dans la copie de Bodenhause le redoublement de l'adverbe *simplement*, qui ne figurait pas sur les manuscrits antérieurs.

NISUS, *effort*

Cas particulier du *conatus*: «Nous appellerons aussi *effort* (*Nisus*) la direction, jointe à la vitesse, multipliée par la quantité de matière, mais quand nous désignerons en même temps la courbure, nous l'appellerons du terme plus général de *conatus*. Ainsi tous les efforts sont rectilignes, mais les *conatus* peuvent être aussi bien rectilignes que circulaires ou autrement curvilignes» (P. II, Sect. II, chap. 3, prop. 2 et déf.). En outre «il demeure dans l'ensemble la même quantité d'effort, ou de conatus dans une direction donnée, ou encore la même force directrice» (ibid., Prop. 40).

PERCUSSIO (VIS PERCUSSIONIS), *percussion, force de percussion*

Leibniz évoque (P. II, Sect. I, prop. 28, déf. 5) la proposition de Galilée selon laquelle la force de percussion est en raison infinie de la force de gravité.

Historique. Dans les *Discorsi e dimostrazioni matematiche* (1638) de Galilée, l'un des interlocuteurs du dialogue évoque «l'énergie et la force immense qui semble résider dans la percussion» (*Quatrième journée, EN, VIII, p. 292*), en ajoutant cependant: «Je n'en pense pas pourtant qu'elle soit infinie». Galilée, dans le personnage de Salviati, se borne alors à indiquer qu'il a trouvé une solution «éloignée de nos premières conceptions», dont il renvoie l'exposé à plus tard. Cet exposé a été donné dans ce qu'il est convenu d'appeler la «Sixième journée» des *Discorsi e dimostrazione matematiche*, dictée à la fin de sa vie par Galilée devenu aveugle. On y trouve l'affirmation explicite et réitérée de l'infinité de la force de percus-

sion. Mais ce texte n'a été publié qu'en 1718 dans la seconde édition des *Opere* de Galilée (T. 2, p. 693sq. – EN VIII, p. 321sq.), et donc après la mort de Leibniz. Toutefois l'idée s'était répandue par les mentions précises faites par les élèves et successeurs de Galilée. Elle avait été enseignée par Torricelli, dont cependant les *Lezioni accademiche* ne seront imprimées qu'en 1715 (*Lezione Seconda, Terza, Quarta*, pp. 3-29).

Viviani a retracé l'histoire des manuscrits inédits de son maître dans son *Quinto libro degli elementi d'Euclide ovvero Scienza Universale delle Proporzioni spiegata colla dottrina del Galileo* (1674, pp. 86-107). Il y mentionne les textes que Vincenzo Galilei, après la mort de son père, lui aurait permis de copier et lui aurait même dicté personnellement. On y lit : «Le troisième écrit qui m'a été dicté est un autre début d'une nouvelle conférence, intitulé *Ultimo* ... Ce début est exposé dans un dialogue en six pages en colonnes, qui explique certaines des expériences de Galilée du temps où il y était lecteur, lorsqu'il étudiait la mesure de la force de la percussion (qu'il considérait finalement comme infinie)¹³» (p. 103).

On pouvait aussi trouver un historique précis de la transmission de cette proposition de Galilée dans la Préface du livre de Giovanni Alfonso Borelli, *De vi percussionis* (1667), que Leibniz connaissait puisqu'il le mentionne dans les brouillons des *Dynamica* (LH 35, 10, 18A, f. 239; cf. Vol. 1, p. 6). Par ailleurs, il est établi à un haut degré de vraisemblance que Leibniz avait pu consulter à Florence, par l'entremise de Viviani, certains papiers inédits de Galilée, et donc éventuellement y prendre connaissance directement de la *Sixième journée* (It, p. 230). Enfin, Leibniz s'est prévalu ultérieurement de détenir des inédits de Galilée (lettre à Placcius, 27 mars-6 avril 1696, A II, 3, p. 149).

POTENTIA, *puissance*

Avec celui d'action, le concept de puissance est le second concept fondamental de la «nouvelle science» de la Dynamique. «La *puissance absolue de ce qui se meut* est son affection proportionnelle à la quantité d'action résultant par elle-même en un temps déterminé de l'état de ce qui a du mouvement, ou à la quantité de l'action formelle qu'exercerait le mobile, si son mouvement se prolongeait uniformément pendant une grandeur de temps donnée. Par conséquent, en des temps d'action égaux, et les actions formelles supposées uniformes, les puissances motrices absolues sont comme les actions formelles» (P. I, Sect. III, Chap. 2, déf.). La puissance est dite «absolue» en ce qu'elle est considérée dans le corps en mouvement en de-

¹³ «La terza scrittura dettatami, è un altro principio di nuovo congresso, intitolato *Ultimo*, ... Tale principio è disteso in Dialogo in sei fogli in crica, dove si spiegano alcune sperienze fatte dal Galileo fin nei tempi, che egli era colà Lettore, allora che andava investigando la misura della forza della percossa (che in ultimo egli considerò come infinita)».

hors de toute intervention externe et de toute propriété du système, comme la pesanteur ou l'élasticité.

La puissance est ainsi l'action exercée dans le temps, ou «est momentané dans la puissance ce qui, dans l'action successive, est diffusé uniformément dans le temps» (ibid., prop. 4). On a donc $A = pt$ (ibid., prop. 7, et P. I, Sect. V, chap. 4, n. 17). La dynamique *abstraite* peut donc construire *a priori*, à partir de la définition de l'action, la mesure de la puissance comme proportionnelle, à masse égale, au carré de la vitesse (prop. 4), là où, avant la dynamique, la même mesure de la force (*Vis*, voir ce mot) était établie *a posteriori*.

Inversement, la dynamique *concrète* établit d'abord la conservation de la puissance dans tout système isolé de mobiles et donc dans l'Univers (P. II, Sect. I, prop. 7 et 8). Elle en déduit la conservation des actions dans des temps égaux (ibid., prop. 8), comme déjà annoncé dès la proposition 8, P. I, Sect. III, chap. 2. Dans le choc des corps, quelle qu'en soit la modalité, «leur puissance absolue est toujours la même» (P. II, Sect. III, prop. 1). En ce sens elle est composée de leur force respectue et de leur force progressive (ibid., prop. 2, voir *vis*).

POTESTATIVUS, *potestatif*

Se dit de la vitesse, de la vigueur, de l'*impetus* (P. I, Sect. V, chap. 3, déf. 13): est dite *potestative* (de *potestas*) une quantité pour autant qu'elle intervient dans à la mesure de la puissance (*potentia*). Ainsi, la vitesse v est dite potestative dès lors que, élevée au carré, et multipliée avec la masse, elle entre en compte dans la puissance, suivant l'équation $p = mv^2$. En latin *potestas* désigne aussi la puissance d'un nombre, – ici la vitesse est élevée à la puissance 2. – Potestatif est un terme juridique (une clause d'un contrat est potestative si sa réalisation dépend de la volonté des parties, ou est en leur pouvoir). On le trouve anciennement au sens de «investi d'un pouvoir» (Montaigne), qui se rapproche de l'usage qu'en fait Leibniz dans son vocabulaire dynamique: la vitesse, pour ainsi dire, *a le pouvoir* de contribuer à la mesure de la puissance. La vitesse potestative ne constitue pas un second concept de vitesse, en sus du concept purement phorométrique, $v = e/t$: c'est le même concept, mais envisagé *dans son usage dynamique*, en tant que la vitesse contribue à la puissance par son élévation au carré. Par extension, la vitesse potestative contribue à l'action motrice en étant composée avec la masse et le temps, $A = mv^2t$.

PROGRESSUS, *progrès*

«Si nous appelons *progrès* le produit du chemin (*via*, voir ce mot) d'un point par son poids, alors le progrès du poids total rapporté à son centre de gravité sera la somme des progrès de chacun des points, ou leur différence» (P. II, Sect. II, chap. 1, prop. 12). La quantité de progrès (*quantitas progressus*) est mesurée comme «le

produit de la vitesse de progression par la masse totale ou le poids du corps» (P. II, Sect. I, prop. 12). Dans un ensemble isolé de mobiles interagissant les uns sur les autres, le progrès total (*progressus totalis*) est le progrès de leur centre de gravité commun.

PROTRACTIO, *protraction*

De *protrahere*, prolonger. La protraction est l'élément du trajet (*tractus*): «la *protraction* (ou élément du trajet) du même mobile» est «la somme des vitesses multipliées par le volume» (P. I, Sect. V, chap. 1, déf. 2. – Cf. P. I, Sect. V, chap. 4, n. 11). Voir *Tractus*

QUANTITAS, *quantité*

«La Quantité est exprimée par un nombre (de parties) congruentes et disjointes, qui constituent une chose pourvue de quantité» (P. I, Sect. I, chap. 1, def. 1). – «La Quantité est le nombre des parties, quand la mesure est posée comme unité» (P. I, Sect. III, chap. 1, déf. 1).

QUANTITAS MATERIE, *quantité de matière*. Voir Moles, *masse*

QUANTITAS MOTUS, *quantité de mouvement*. Voir Impetus.

5

QUANTITAS PROGRESSUS. Voir Progressus

QUANTITAS TRANSLATIONIS, *quantité de translation*. Voir Effectus formalis, *effet formel*

SIGNUM, *marque ponctuelle*

Expression rare, qui intervient dans la définition de la valeur moyenne de la densité d'un corps: «Nous divisons le volume en points, le temps en instants, la masse en de quasi-points ou *marques ponctuelles*, en concevant dans un point des marques ponctuelles indéfinies ou en concevant les quantités des points qui varient comme des lignes selon le degré de densité. Et ainsi nous affirmons de manière absolue que la densité du mobile est la moyenne arithmétique entre la densité de tous les points du mobile» (P. I, Sect. V, chap. 2, prop. 7). Ces quasi-points de densité sont des éléments mathématiques, au même titre que le point géométrique ou l'instant, et non des atomes physiques composant les corps, que Leibniz rejette catégoriquement (P. II, Sect. III, prop. 5).

Historique. Euclide, dans la définition du point comme «ce qui n'a pas de parties» emploie le mot grec σημειον (signe) pour nommer le point géométrique (*Éléments*, I, déf. 1). Les médiévaux le traduiront donc par *signum*. – Dans la *Theoria motus abstracti* (1671), où il expose une curieuse doctrine du point indivisible comme ayant cependant des parties «mais indistantes», Leibniz désigne les parties de

l'instant par le terme de *signa*: «Il ne manque pas à l'instant ses parties, mais indistantes (comme les angles dans le point), que les Scolastiques, je ne sais si c'est à l'exemple d'Euclide, appellent signes (*signa*), comme il apparaît dans ce qui est simultané quant au temps mais n'est pas simultané par nature, parce que l'un est la cause de l'autre: par exemple dans le mouvement accéléré qui croît en chaque instant, mais ainsi dès le commencement, – or croître suppose un avant et un après: il est nécessaire en ce cas que dans un instant donné, un signe précède l'autre¹⁴» (*Theoria Motus abstracti*, § 18, A VI, 2, p. 266. Cf. à Arnauld, novembre 1671, A II, 1, p. 275).

SYSTEMA, système

Un système est un ensemble de corps isolés, sans communication de mouvement avec d'autres et interagissants par le choc. Il conserve toujours la même puissance (*potentia*) totale (P. II, Sect. I, prop. 7). D'où se déduit la conservation de la même puissance dans l'univers: «En effet les corps de l'univers ne peuvent pas communiquer avec d'autres corps qui ne seraient pas contenus dans l'univers. C'est pourquoi l'univers est un système de corps ne communiquant pas avec d'autres. Et par conséquent (d'après la proposition précédente) il a toujours la même puissance» (ibid., prop. 8). Voir *abstractus, concretus*.

THEMA, thème

Terme issu du vocabulaire de la rhétorique (chez Quintilien, *thema* désigne le sujet d'un développement oratoire), puis transposé à la grammaire et à la logique. Ainsi Leibniz divise le *thema* en terme, proposition, argument, discours, pour autant que ces éléments sont susceptibles d'une analyse coordonnée de leurs enchaînement (A VI, 4, p. 12).

Dans la Dynamique, *thema* apparaît comme équivalent d'«état de choses» (*status rerum*), par où il faut entendre une disposition ou situation physique caractérisée par une certaine puissance (*potentia*), de sorte la consécution de deux «thèmes» permet de lier l'antécédent comme *cause* et le conséquent comme *effet* (P. II, Sect. I, déf. 1).

TRACTUS, trajet

De *trahere*, tirer, traîner, entraîner. «Le *trajet* du mobile, ou l'espace accompli ou parcouru, est le produit des chemins des points singuliers du mobile décrits

¹⁴ «non desint instanti partes suae, sed indistantes (ut Anguli in puncto) quas Scholastici, nescio an Euclidis exemplo, vocant signa, ut in iis apparet, quae sunt simul tempore, sed non simul natura, quia alterum alterius causa est: item in motu accelerato, qui cum quolibet instanti, atque ita statim ab initio crescat, crescere autem supponat prius et posterius; necesse est eo casu in instanti dato signum unum alio prius esse».

simultanément, multipliés en ordre par le mobile» (P I, Sect. IV, chap. 1, déf. 1). Littéralement, ce serait le *trait*, au sens où on dit un cheval de trait, c'est-à-dire qui déplace des charges pesantes. Le trajet se distingue du chemin (*via*) par sa multiplication avec le mobile et sa quantité de matière. Voir *Protractio*, *Via*.

TRANSLATIO, *translation*

Comme parcours du mobile d'une longueur déterminée, synonyme d'effet formel du mouvement (voir *EFFECTUS*). Dans la mesure où la translation ainsi définie implique la masse (*moles*) du corps, sa longueur (*longitudo*) est dite «longueur parcourue exhaussée (*longitudo percursa exaltata*)» (ibid., déf. 2, voir *EXALTATUS*).

VELOCITAS, *vitesse*

Selon sa définition la plus générale recouvrant toutes les espèces de mouvements, «La *vitesse dans un mouvement quelconque* est l'affection du mobile qui est proportionnelle à la longueur qu'il parcourrait, si le mouvement, durant un temps de grandeur donnée, se continuait en retenant la même affection du mobile» (P I, Sect. IV, chap. 2, déf. 1). Cette affection est dite «formelle» en ce qu'elle «est dans le mobile en tant que mobile» (P I, Sect. V, chap. 3, déf. 6). En tant qu'«affection», la vitesse est une «intension» (voir *INTENSIO*), dont la grandeur peut être mesurée par sa proportionnalité à la longueur qui serait parcourue en un temps donné.

VIA, *chemin, trajectoire*

«Le lieu du *mouvement*, ou le *chemin*, ou l'*espace décrit par le mouvement*, ou encore la *trace* (vestigium) *du mouvement*, est le lieu commun de tous les lieux du mobile, et le lieu propre d'eux seuls, dans lesquels il a été durant le temps du mouvement; j'entends de ceux qui sont congruents au mobile ou en sont les *traces*» (P I, Sect. II, chap. 1, déf. 3). Dans l'usage, c'est le terme de *via* qui s'impose dans le texte des *Dynamica*

VIGOR, *vigueur*

«L'*intension du mouvement*, ou la *vigueur dans le mobile*, est la vitesse d'un mobile mû de manière équidistribuée, qui est égal en masse et en *impetus* au mobile proposé, autrement dit c'est la vitesse qui multipliée par la masse (*moles*) donne l'*impetus*» (P I, Sect. V, chap. 1). La vigueur n'est rien d'autre que la vitesse, mais considérée sous la rapport de sa contribution à l'*impetus*. En ce sens elle est aussi «la vitesse exhaussée» (*velocitas exaltata*) (P I, Sect. V, chap. 2, prop. 7). C'est pourquoi, si dans le mobile, la densité des matières est partout identique, l'intension du mouvement ou vigueur coïncident avec la vitesse du mobile (P I, Sect. V, prop. 2).

VIS (*cf. Potentia*), *force*VIS ABSOLUTA, *mortua, viva, force absolue, morte, vive*

Ces termes figurent dans l'ajout au titre de la Section I de la Partie II dans le *Conspectus Operis*. Ils sont très inégalement utilisés dans le texte des *Dynamica*. Plus précisément, la partie concrète des dynamiques est ordonnée selon par la considération successive de la force absolue, morte ou vive, dans la cause et l'effet actifs (Section I), de la force directive (*vis directiva*) dans la direction du mouvement rapporté au centre de gravité d'un corps ou au centre de gravité commun d'un ensemble de corps (Section II), de la force respectue (*vis respectiva*) dans le choc des corps, où elle se combine avec les deux autres (Section III).

La *force absolue* et la *puissance absolue* s'identifient par leur même formule métrique mv^2 . En réintroduisant le terme de *vis*, Leibniz revient à ce qui était sa terminologie la plus habituelle durant la période précédente.

La *force morte* est celle d'un premier *conatus* (voir ce terme), comme par exemple, dans un mouvement circulaire, le *conatus* centrifuge (P. II, Section I, prop. 27, déf. 4): «La force qui se rapporte de cette manière à la vitesse, c'est-à-dire infiniment moindre qu'une vitesse, je l'appelle *morte*; tandis que j'appelle *vive* la force de ce qui a une vitesse ou qui lui est comparable» (ibid., prop. 28, déf. 5). Ainsi, «la force de la gravité et celle de l'élasticité sont des forces mortes, c'est-à-dire qu'elles sont à la puissance de la vitesse, comme le fini à l'infini» (ibid., prop. 30). La force vive résulte de la continuation des forces mortes dans un temps déterminé (P. II, Sect. I, prop. 30), ce qui fait de la force vive l'équivalent de l'*impetus* (*impetus seu vis viva*, ibid., prop. 36).

VIS DIRECTIVA, VIS DIRECTIONIS, *vis directrice, vis progressiva, force directive, force de direction, force directrice force progressive*

Le texte des *Dynamica* utilise ici un vocabulaire souple pour désigner la force liée à la vitesse ou le *conatus* d'un corps dans une direction déterminée (P. II, Sect. I, prop. 40). Elle est mesurée par la quantité de progrès (*quantitas progressus*) ou produit du poids par la vitesse (orientée). Cette quantité est conservée avant et après le choc de deux ou plusieurs corps (P. II, Sect. III, prop. 12). Elle se distingue de la quantité de mouvement au sens de Descartes en ce que la vitesse y est considérée avec sa direction. Pour un ensemble de corps, leur direction totale ou progrès total équivaut au mouvement de leur centre commun de gravité multiplié par leurs masses.

VIS RESPECTIVA, *force respectue*

«La *force respectue* est celle par laquelle deux corps agissent l'un sur l'autre» (P. II, Sect. I, déf. 7). Elle peut être dite aussi force du choc (*vis ictus*) ou force de

percussion (*vis percussiois*). Sa quantité avant et après le choc de deux ou plusieurs corps (élastiques) est constante, ce qui équivaut à la conservation de leur vitesse relative d'approche et d'éloignement avant et après la rencontre (P. II, Sect. III, prop. 9 et 10).

Pour plusieurs corps pris ensemble, la composition de la force respectve et de la force directive donne la force ou puissance absolue: «La puissance absolue d'un ensemble de plusieurs corps, engendrée par leur mouvement, est composée de leur force respectve d'agir l'un sur l'autre, et de la force progressive (d'agir sur un troisième corps) à la manière d'un seul ou selon la direction» (P. II, Sect. III, prop. 11).

L'ordre de ces différents niveaux d'analyse de la force est clairement exposé dans le *Specimen Dynamicum* de 1695:

«La force est double: l'une élémentaire, que j'appelle *morte*, parce que le mouvement n'y existe pas encore, mais seulement une sollicitation au mouvement [...]; mais l'autre force ordinaire est conjointe au mouvement actuel, force que j'appelle *vive* [...] Or bien que l'*impetus* (voir ce terme) soit toujours joint à la force vive, on montrera cependant que les deux diffèrent¹⁵».

«La *force vive* dans un agrégat de corps peut à son tour être comprise de deux façons, car elle est force *totale* ou *partielle*; et de nouveau la force partielle est ou respectve ou directive, c'est-à-dire ou propre aux parties ou commune. *Respective* ou *propre* est celle par laquelle les corps compris dans l'agrégat peuvent agir les uns sur les autres; *directive* ou *commune* est celle par laquelle l'agrégat lui-même peut en outre agir en-dehors de soi. Et je l'appelle directive parce que la force entière de la direction totale est conservée dans cette force partielle [...] De là que la *force totale absolue* est composée de la force respectve et de la force directive prises ensemble¹⁶» (GM 6, pp. 238-239).

Cette dernière observation ne signifie rien d'autre que, si la force directive est mesurée par mv et la force directive par v , leur combinaison donne mv^2 , mesure de la force absolue. Selon «les règles de la percussion que l'expérience a justifiées», ces trois forces se conservent, conformément aux trois équations (pour le choc direct de deux corps), où, suivant l'*Essay de Dynamique sur les loix du mouvement* (c.

¹⁵ «Vis [...] duplex: alia elementaris, quam mortuam appello, quia in ea nondum existit motus, sed tantum sollicitatio ad motum [...]; alia vero vis ordinaria est, cum motu actuali conjuncta, quam voco vivam. [...]. Etsi autem impetus cum vi viva semper sit conjunctus, differre tamen haec duo [...] ostendetur».

¹⁶ «Vis *viva* in aliquo corporum aggregato rursus duplex intelligi potest, *totalis* scilicet, vel partialis; et partialis iterum vel respectiva vel directive, id est vel propria partibus vel communis. *Respectiva* sive *propria* est, qua corpora aggregato comprehensa possunt agere in se invicem; *directive* seu *communis* est, qua praeter ipsum aggregatum extra se agere potest. Voco autem *directivam*, quia directionis totalis vis integra in hac vi partiali conservatur. [...]. Unde ex vi respectiva et directive simul sumtis componitur *vis totalis absoluta*».

1700), on désignera par a et b les deux corps (leurs masses), par v et x les vitesses de a avant et après le choc, par y et z les vitesses de b avant et après le choc:

1. Équation à une dimension $vy = zx$, ou conservation de la vitesse respective.
2. Équation à deux dimensions $av + by = ax + bz$, ou conservation de la quantité de progrès, ou «quantité de mouvement qui va du costé du centre de gravité», que l'on obtient par la somme ou la différence des quantités de mouvement des deux corps, suivant que leurs mouvements sont de même sens ou de sens contraires.
3. Équation à trois dimensions $av^2 + by^2 = ax^2 + bz^2$, conservation de la force totale ou absolue, indépendante «des vitesses respectives ou des progrès d'un certain costé» (*Essay de dynamique*, GM 6, pp. 226-228).

On pourra enfin citer ce résumé elliptique de Leibniz, à un moment où il travaille encore à la composition des *Dynamica*:

«J'ay prouvé dans mes Dynamiques que les forces absolues d'un corps sont comme les quarrés de ses vitesses, [...] que la force respective avec laquelle des corps agissent l'un sur l'autre, et leur force commune directive prises ensemble font la force totale absolue, et que ces trois forces conservent tousjours la même quantité. Mais que la même quantité de mouvement ne se conserve point. Je demonstre aussi [...] que la force vive est à la force que j'appelle morte, comme l'infini au fini» (à Alberti, de Modène, janvier 1690, GP 7, p. 445).

VIS ICTUS, *force de choc*

«Lorsque deux mobiles qui se rencontrent se font mutuellement obstacle, ils sont dits avoir une force respective égale. On pourra aussi parler de force de *choc* ou de force de *percussion*» (P. II, Sect. I, déf. 7).



Bibliographie

Bibliographie primaire¹

«ACTA ERUDITORUM». *Isaaci Newton, ... Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica...*, «Acta eruditorum», jun. 1688, pp. 303-315 [Article de Christoph Pfautz (1645-1711), professeur de mathématiques à Leipzig, publié sans nom d'auteur].

ARCHIMEDES. *Planorum æquiponderantium inventa, vel centra gravitatis planorum*, dans: *Archimedis Syracusani [...] Opera quæ quidem extant omnia ... nuncque primum et Græce et Latine in lucem edita*, Basileæ: Joannes Hervagius 1544.

— *Archimedis Opera methodo nova illustrata ... per I. Barrow*, Londini: Godbid 1675

BLONDEL, FRANÇOIS (1618-1686). *L'art de jetter les bombes*, Paris: l'auteur et N. Langlois 1683.

BORELLI, GIOVANNI ALFONSO (1608-1679). *De vi percussionis liber*, Bononiæ: I. Monti 1667.

— *De Motionibus naturalibus a gravitate pendentibus Liber*, Regio Iulio: in officina D. Ferri 1670.

— *De Vi Percussionis et Motionibus naturalibus a gravitate pendentibus, sive Introductiones et Illustrationes Physico-Mathematicæ apprime necessariae ad opus ejus intelligendum de Motu Animalium. Una cum ejusdem auctoris Responsionibus in animadversiones ... Viri D. Stephani de Angelis ad Librum de Vi percussionis*. Editio prima Belgica, priori Italica multo correctior et auctior. Lugduni Batavorum: apud P. Vander Aa 1686.

CASSINI, GIOVANNI DOMENICO (1625-1712). *Ephemerides Bononienses Mediceorum syderum ex hypothesibus, et tabulis Io. Dominici Cassini...*, Bononiæ: typis E. Mariæ et fratrum de Manolesiis 1668.

— *Découverte de deux nouvelles planètes autour de Saturne*, Paris: Mabre-Cramoisy 1673.

— *Histoire de la découverte de deux planètes autour de Saturne*, «Journal des sçavans», 15 mars 1677, pp. 88-93.

— *Nouvelle découverte de deux satellites de Saturne les plus proches*, «Journal des sçavans», 22 avril 1686, pp. 139-154.

¹ Voir aussi la Liste des abréviations (p. XX).

- *Novæ observationes c. systema Saturni, habitæ in Observatorio regio Parisiis*, «Acta eruditorum», Mensis Septembrii 1686, pp. 469-470.
- CATELAN, FRANÇOIS (? - APRÈS 1719). *Courte remarque de M. l'Abbé D. C. où l'on montre à Mr. G. G. Leibnits le paralogisme contenu dans l'objection precedente*, «Nouvelles de la Republique des Lettres», Amsterdam, septembre 1686, pp. 999-1003.
- CAZRÉ, PIERRE DE (? - 1664). *Physica demonstratio, qua ratio, mensura, modus ac potentia accelerationis motus in naturali descensu gravium determinantur adversus nuper excogitatam a Galileo Galilei Florentino Philosopho ac Mathematico de eodem Motu Pseudo-scientiam*, Parisiis: J. Du Brueil 1645.
- CLAVIUS, CHRISTOPHORUS (1538-1612). *Operum mathematicorum tomus tertius complectens Commentarium in Sphæram Ioannis de Sacro Bosco et Astrolabium*, Moguntia: sumptibus A. Hierat 1611.
- COPERNICUS, NICOLAUS (KOPERNIK, MIKOŁAJ, 1473-1543). *De revolutionibus orbium cælestium, libri VI*, Nurembergæ: apud Joh. Petreium 1543.
- DECHALES, CLAUDE-FRANÇOIS MILLIET (1621-1678). *Cursus seu mundus mathematicus. Tomus Tertius complectens Musicam, Pyrotechniam, Astrolabia, Gnomonicam, Astronomicam, Kalendarium, Astrologiam, Algebram, Indivisibilium methodum, aliasque*, Lugduni: ex Officina Anissoniana 1674.
- DEGLI ANGELI, STEFANO (1623-1697). *Considerationi sopra la forza di alcune ragioni fisicomatematiche, adotte dal M.R.P. Gio. Battista Riccioli ... nel suo Almagesto nuovo, et Astronomia reformata contro il sistema copernicano*, Venetia: Brunì 1667.
- *Seconde Considerationi sopra la forza dell'argomento fisicomatematico del M. Rev. P. Gio. Battista Riccioli ... contro il moto diurno della terra, spiegato dal Sig. Michiel Manfredi nelle sue Riposte e Riflessioni sopra le prime Considerationi di F. Stefano de Gl'Angeli*, Padova: M. Bolzetta de Cadorini 1668.
- *Terze Considerationi sopra una lettera del molto illustre, et eccellentissimo Signor Gio. Alfonso Borelli, ... scritta da questi in replica di alcune dottrine incidentemente tocche da Fra Stefano De Gl'Angeli ... Nelle sue prime Considerationi sopra la forza di certo Argumento contro il moto diurno della Terra*, In Venetia: appresso li Heredi Leni 1668.
- *Quarte Considerationi sopra la confermatone d'una sentenza del Sig. Gio. Alfonso Borelli prodotta da Diego Zerilli contro le Terze Considerationi di Stefano degli Angeli e sopra l'Apologia del M.R.P. Gio. Battista Riccioli ... a favore d'un suo argomento detto fisico-matematico contro il sistema copernicano*, In Padoua: per Matteo Cadorin detto Bolzetta 1669.
- DESCARTES, RENÉ (1596-1650). *La Dioptrique, Discours de la méthode pour bien conduire sa raison, et chercher la verité dans les sciences. Plus la dioptrique. Les meteores. Et la geometrie. Qui sont des essais de cette Methode*, Leyde: de l'imprimerie de Jan Maire 1637 (AT VI).

- *Meditationes de prima philosophia in quibus Dei existentia, et animæ humanæ a corpore distinctio demonstrantur. His adjunctæ sunt variæ objectiones doctorum virorum in istas de Deo et anima demonstrationes; cum responsionibus authoris. Secunda editio septimis objectionibus antehac non visis aucta*, Amstelodami: apud L. Elzevirium 1642 - Tertia editio, Amstelodami 1650 [marginalia de Leibniz] (AT VII).
- *Principia philosophiæ*, Amstelodami 1644. [Trad. française: *Les principes de la philosophie*, écrits en latin par R. Descartes et traduits en françois par un de ses amis [Cl. Picot]. Paris 1647 (AT VIII-IX).
- *Traité de la Méchanique composé par Monsieur Descartes De plus l'Abrégé de musique du mesme auteur mis en François avec les éclaircissemens nécessaires par N.P.P.D.L.* [Nicolas Poisson, prêtre de l'Oratoire], Paris 1668 (AT I, pp. 435-447).
- *Lettres de M^r Descartes Où il répond à plusieurs difficultez qui luy ont esté proposées sur la Dioptrique, la Geometrie, et sur plusieurs autres sujets*, éd. C. Clerselier, Tome Troisième et dernier, Paris 1667.
- DUVERNEY, JOSEPH-GUICHARD (1648-1730). *Traité de l'organe de l'ouïe; contenant la structure, les usages et les maladies de toutes les parties de l'oreille*, Paris: Estienne Michallet 1683.
- *Tractatus de organo auditus, continens structuram, usum et morbos omnium auris partium ... e Gallico Latine versus*, Norimbergæ: impensis J. Ziegeri 1684.
- EUCLIDES. *Opus Elementorum Euclidis Megarensis in geometriam artem. In id quoque Campani perspicacissimi commentationes finiunt*, Venetiis: impressit Erhardus Ratdolt Augustensis impressor solertissimus 1482.
- *Elementorum libri XV*, Auctore Christophoro Clavio, 4^e éd. Francofurti: Ex officina typographica Nicolai Hoffmanni, sumptibus Ionæ Rhodij 1607 [marginalia de Leibniz].
- FABRI, HONORÉ (1607-1688). *Eustachii de divinis septempedani brevis annotatio in systema Saturnium Christiani Hugonii*, Hagæ Comitum: ex Typographia Adriani Vlacq 1660.
- *Dialogi physici in quibus de Motu Terræ disputatur*, Hagæ Comitum: ex Typographia Adriani Vlacq 1665.
- FERMAT, PIERRE DE (1607-1665). *Varia Opera Mathematica D. Petri de Fermat, Senatoris Tolosani*, Tolosæ: apud Joannem Pech 1679.
- *Œuvres*, éd. Paul Tannery et Charles Henry, Paris: Gauthier-Villars 1891-1894.
- FRACASTORO, GIROLAMO (1478-1553). *Hieronimi Fracastorii Veronensis De sympathia et antipathia rerum liber unus. De contagione et contagiosis morbis et curatione libri tres*, Venetiis: apud heredes L. Iuntæ Florentini 1546.
- *Operum pars prior, philosophica et medica continens*, Lugduni: apud F. Fabrum 1591.

- GALILEI, GALILEO (1564-1642). *Sidereus Nuncius, magna longeque admirabilia spectacula pendens...*, Venetiis: Apud Thomam Bagliolum 1610 (OG III/1).
- *Discorsi e dimostrazioni matematiche, intorno a due nuove scienze attenenti alla meccanica e i movimenti locali*, Leida: Appresso gli Elsevirii 1638 (OG VIII).
- *Opere di Galileo Galilei Linceo ... In questa nuova editione insieme raccolte, e di varii trattati dell'istesso autore non più stampate accresciute*, Bologna: per gli heredi del Dozza 1656.
- *Opere di Galileo Galilei Nobile Fiorentino Accademico Linceo ... Coll'aggiunta di vari Trattati dell'istesso Autore non più date alle stampe*, Firenze: nelle Stamp. di S.A.R. per Gio. Gætano Tartini, e Santi Franchi 1718.
- GASSENDI, PIERRE (1592-1655). *De proportionibus qua gravia decedentia accelerantur, epistolæ tres quibus ad totidem Epistolæ R.P. Petri Cazzæi Societatis Iesu respondetur*, Parisiis: L. de Heuqueville 1646.
- *Opera Omnia in sex Tomos divisa, Epistolæ quibus accesserunt clarissimorum quorundam ad ipsum Epistolæ et Responsa...*, Lugduni: L. Anisson et J.-B. Devenet 1658.
- GILBERT, WILLIAM (1544-1603). *De Magnete, magneticisque corporibus, et de magno magnete tellure; Physiologia nova, plurimis et argumentis, et experimentis demonstrata*, Londini: Petrus Short 1600.
- GUERICKE, OTTO VON (1602-1686). *Experimenta nova (ut vocantur) Magdeburgica de vacuo spatio*. Amstelodami: apud J. Janssonium a Wæsberge 1672.
- GULDIN, PAUL (1577-1643). *Centrobaryca seu de centro gravitatis trium specierum quantitatis continuæ libri quatuor*, Viennæ: Formis Gregorii Gelbhaar 1635-1641.
- HELIODORUS LARISSÆUS. *Damiani philosophi Heliodori Larissæi de optica libri II. Nunc primum editi et animadversionibus illustrati ab Erasmo Bartholino*, Parisiis: ex officina Cramosiana 1657.
- HOBBS, THOMAS (1599-1679). *Elementorum philosophiæ Sectio Prima de corpore*, Londini: sumptibus Andrea Crook 1655.
- HUYGENS, CHRISTIAAN (1629-1695). *Horologium oscillatorium sive de Motu pendulorum ad horologia aptato demonstrationes geometricæ*, Parisiis : apud F. Muguet 1673 (OC, Tome XVIII).
- *Traité de la Lumière. Où sont expliquées les causes de ce qui lui arrive dans la Reflexion, et dans la Réfraction. Et particulièrement dans l'étrange réfraction du cristal d'Islande ... avec un Discours de la cause de la pesanteur*, A Leide: chez Pierre Van der Aa 1690 (OC, Tome XXI).
- JORDANUS NEMORARIUS (13^e SIÈCLE). *Liber de ratione ponderis*, éd. Niccolò Tartaglia: *Jordani opusculum de ponderositate, Nicolai Tartaleæ studio correctum*, Venetiis: apud Curtium Trojanum 1565.
- KEPLER, JOHANNES (1571-1630). *Ad Vitellionem Paralipomena, quibus Astronomiæ pars optica traditur; potissimum de artificiosa observatione et æstimatione*

- diametrorum deliquiorumque Solis et Lunæ Cum exemplis insignium eclipsium*, Francofurti: apud C. Marnium et hæredes J. Aubrii 1604.
- *Αstronomia nova Αιτιολόγητος, seu physica cœlestis, tradita commentariis de motibus stellæ Martis, ex observationibus G. V. Tychonis Brahe*, Pragæ: jussu et sumptibus Rudolphi Romanorum Imperatoris 1609.
- *Epitome astronomiæ Copernicanæ, usitata forma quæstionum et responsionum scripta, inque VII libros digesta, quorum tres his priores sint De Doctrina Sphærica*, Francofurti: J. Plancus 1618.
- *Harmonices mundi libri V*, Lincii Austriae: Tampach; Francofurti: Planck 1619.
- LA LOUBÈRE, ANTOINE DE (1600-1664). *Propositiones geometricæ sex, quibus ostenditur ex cazreiana hypothesi c. proportionem qua gravia decidentia accelerantur, non recte inferri a Gassendo motum fore in instanti*. Tolosæ: s.n. 1658.
- LEIBNIZ, GOTTFRIED WILHELM (1646-1716). — *De corporum concursu* [janvier 1678] = G.W. Leibniz: *La Réforme de la Dynamique. De Corporum concursu* (1678), *et autres textes inédits*, éd. par Michel Fichant, Paris: Vrin, 1994.
- *Phoronomus seu de Potentia et Legibus naturæ* [1689], édité par Gianfranco Mormino G.W. Leibniz, *Dialoghi filosofici e scientifici*, a cura di Francesco Piro, in collaborazione con Gianfranco Mormino e Enrico Pasini, Milano, Bompiani, 2007, pp. 679-885.
- MAGALOTTI, LORENZO (1637-1712). *Saggi di naturali esperienze, fatte nell'Accademia del Cimento ... e descritte dal Segretario di essa Accademia*, Firenze: per G. Cochini all'insegna della stella 1667, p. 242 sq.
- MARIOTTE, EDME (c. 1620-1684). *Œuvres, comprenant tous le Traitez de cet Auteur, tant ceux qui avoient déjà paru séparément, que ceux qui n'avoient pas encore été publiez*, 2 Tomes, Leide: P. Vander Aa 1717.
- MERSENNE, MARIN (1588-1648). *Quæstiones celeberrimæ in Genesim, cum accurata textus explicatione...*, Lutetiæ Parisiorum: Sumptibus Sebastiani Cramoisy 1623.
- *Harmonie universelle, contenant la théorie et la pratique de la musique*, 2 vol., Paris: S. Cramoisy 1636-1637.
- MORHOF, DANIEL GEORG (1639-1691). *Stentor ὑαλοκλαστής sive de Scypho vitreo per certum humanæ vocis sonum fracto ... dissertatio, qua soni natura non parum illustratur*, Editio altera priori longe auctior, Kiloni: sumptibus J. Reumanni 1682.
- MONCONYS, BALTHASAR DE (1611-1665). *Journal des voyages de M. de Monconys ... Où les sçavants trouveront un nombre infini de nouveautez, en machines de mathématique, expériences physiques, raisonnemens de la belle philosophie, curiositez de chymie, et conversations des illustres de ce siècle*, Lyon: H. Boissart et G. Remeys 1666.
- NEWTON, ISAAC (1643-1727). *Philosophiæ naturalis principia mathematica*, Londini: jussu Societatis Regiæ 1687.

- PAPPUS (4^e SIÈCLE). *Pappi Alexandrini Mathematicæ Collectiones. A Federico Commandino Urbinate, in Latinum conversæ, et commentarii illustratæ*, Venetiis: apud F. de Franciscis 1589.
- PERRAULT, CLAUDE (1613-1688). *Essais de physique ou Recueil de plusieurs Traitez touchant les choses naturelles*, Tomes I et II, Paris: Jean-Baptiste Coignard 1680.
- PTOLOMÆUS, CLAUDIUS (C. 100-160). *Claudii Ptolemei de Speculis*, imprimé dans une collection d'écrits astronomiques éditée par Geronimo Nucerello: *Sphæra cum commentis in hoc volumine contentis. Videlicet. ... Ptolemeus de speculis*, Venetiis: impensa heredum ... Octauiani Scoti 1518.
- RICCIOLI, GIOVANNI BATTISTA (1598-1671). *Almagestum novum, astronomiam veterem novamque complectens*, Bononiæ: ex typographia hæredis V. Benatii 1651.
- SAINT-VINCENT, GRÉGOIRE DE (1584-1667). *Opus geometricum quadraturæ circuli et sectionum conii*, Antverp: Jo. et Jac. van Meurs 1647.
- SCHELHAMMER, GÜNTHER CHRISTOPH (1649-1716). *De auditu Liber singularis*, Lugduni Batavorum: apud Petrum de Graaf 1684.
- TORRICELLI, EVANGELISTA (1608-1647). *Opera geometrica*, Florentiæ: typis A. Massæ et L. de Landis 1644.
- *Lezioni accademiche*, Firenze: J. Guiducci e S. Franchi 1715.
- TYCHO BRAHE (1546-1601). *Astronomia inſtaurata Mechanica*, Wandesburgi: propria authoris typographia opera Philippi de Ohr 1598.
- *Opera omnia sive Astronomiæ inſtaurata Progymnasmata. In duas partes diſtributa, quorum prima de reſtitutione motuum Solis et Lunæ, Stellarumque inerrantium tractat. Secunda autem de Mundi et Ætherei Recentioribus Phenomenis agit*, Francofurti: impensis J. G. Schönwetteri 1648.
- VIVIANI, VINCENZO (1622-1703). *Quinto libro degli elementi d'Euclide ouvero Scienza universale delle proporzioni spiegata colla dottrina del Galileo*, Firenze: alla Condotta, 1674.

Bibliographie secondaire

- AITON, ERIC J. *The Celestial Mechanics of Leibniz*, «Annals of Science», 18, 1960, pp. 65-82.
- *The Celestial Mechanics of Leibniz: a New Interpretation*, «Annals of Science», 20, 1964, pp. 111-123.
- *Leibniz on Motion in a Resisting Medium*, «Archive for History of Exact Sciences», 9/3, 1972, pp. 257-274.
- *The Mathematical Basis of Leibniz's Theory of Planetary Motion, Leibniz' Dynamica* (Studia Leibnitiana Sonderheft 13), Stuttgart: Franz Steiner 1984, pp. 209-225.

- *Leibniz. A Biography*. Bristol and Boston: Adam Hilger 1985.
- ANTOGNAZZA, MARIA ROSA. *Leibniz: an Intellectual Biography*, Cambridge: Cambridge University Press 2009.
- BERTOLONI MELI, DOMENICO. *Leibniz's Excerpts from the Principia mathematica*, «Annals of Science», 45, 1988, pp. 477-504.
- *Public Claims, Private Worries: Newton's Principia and Leibniz's Theory of Planetary Motion*, «Studies in History and Philosophy of Science», 22, 1991, pp. 415-449.
- *Equivalence and Priority: Newton versus Leibniz. Including Leibniz's Unpublished Manuscripts on the Principia*, Oxford: Clarendon Press 1993.
- BUSSOTTI, PAOLO. *The Complex Itinerary of Leibniz's Planetary Theory: Physical Convictions, Metaphysical Principles and Keplerian Inspiration*, Basel: Birkhäuser 2015.
- COSTABEL, PIERRE. *Leibniz et la dynamique. Les textes de 1692*, Paris: Hermann, 1960 [Seconde édition corrigée: *Leibniz et la dynamique en 1692*, Paris: Vrin-Reprises 1981].
- COSTA, ANDREA. *G.W. Leibniz. Dynamica de potentia et legibus naturæ corporeæ. Matériaux pour une édition*, thèse d'archiviste paléographe de l'École Nationale des Chartes (Paris), 2011.
- COSTA, ANDREA - PASINI, ENRICO. *L'édition critique de la Dynamica de Potentia seu de Legibus Naturæ corporeæ de G.W. Leibniz*, «Revue d'histoire des sciences», 72/1, 2019, pp. 137-161.
- DUCHESNEAU, FRANÇOIS. *La Dynamique de Leibniz*, Paris: Vrin, 1994.
- *Leibniz's Theoretical Shift in the Phoronomus and Dynamica de Potentia*, «Perspectives on Science», 6, 1998, pp. 77-109.
- FICHANT, MICHEL. *De la puissance à l'action: la singularité stylistique de la Dynamique*, «Revue de Métaphysique et de Morale», 100/1, 1995, pp. 48-81.
- *Les dualités de la dynamique leibnizienne*, *Lexicon Philosophicum*, 4, 2016, pp. 11-41.
- *Les étapes de la dynamique leibnizienne: de la réforme à la fondation*, «Für unser Glück oder das Glück anderer». *Vorträge des X. Internationalen Leibniz-Kongresses*, Band VI, Hildesheim: Olms, 2017, pp. 109-128.
- GIBIER, MATTHIEU. *La fondation des lois du mouvement dans la Dynamica de Potentia de G.W. Leibniz*. Mémoire en vue de l'obtention du grade de Docteur de l'Université de Nantes. Édition électronique 2016.
- GUEROULT, MARTIAL. *Dynamique et métaphysique leibniziennes*, suivi d'une *Note sur le principe de moindre action chez Maupertuis*, Publications de la Faculté des Lettres de l'Université de Strasbourg, Paris: Les Belles Lettres, 1934 (réédition: *Leibniz. Dynamique et Métaphysique*, Paris: Aubier-Montaigne 1967).
- HANNEQUIN, ARTHUR. *Quæ fuerit prior Leibnitii philosophia, seu, de motu, de mente, de Deo doctrina ante anno 1672*, dissertation, Paris: G. Masson 1895 (version

- française: *La première philosophie de Leibnitz, Études d'Histoire des sciences et d'Histoire de la philosophie*, Tome second, Paris: Félix Alcan 1908).
- HESS, HEINZ-JÜRGEN. *Zur Vorgeschichte der «Nova Methodus» (1676-1684), 300 Jahre «Nova Methodus» von G. W. Leibniz (1684-1984)*, Symposion der Leibniz-Gesellschaft, 28. Bis 30. August 1984 (Studia Leibnitiana Sonderheft 14), Stuttgart: Franz Steiner 1986.
- Leibniz' Dynamica*, Symposion der Leibniz-Gesellschaft, 2. bis 4. Juli 1982, (Studia Leibnitiana Sonderheft 13), Stuttgart: Franz Steiner 1984.
- ROBINET, ANDRÉ. *Les surprises du Phoronomus: l'art d'inventer, le principe d'action, et la dynamique*, «Les Études philosophiques», 2, 1989, pp. 171-185.
- *G. W. Leibniz. Phoronomus seu de Potentia et Legibus Naturæ, Rome, juillet 1689* [texte et commentaire], «Physis», n.s., 27/2-3, 1991.

#

Prop. 7

Actioes uniformes in illis
formales (uniformes in illis)
sunt in ratione composita potentiarum
et temporum.

Actioes sunt in ratione
composita nobilitum et temporum
simpliciter, et velocitatum agendi
multiplicata (per prop. 17. capitis
precedentis) et potentia sunt
in ratione composita nobilitum
simpliciter et velocitatum agendi
multiplicata (per prop. 5. hic)

Ergo Actioes sunt in ratione
composita potentiarum et temporum

Hanc propositionem praecepsit primo
rationem loco sponi cum ex definitione
potentia equiscentur in actione
uniformibus aequalium durationum
potentia de se in unum esse ut actiones

etiam sunt aequales eadem uniformiter
protracta multiplicatur in ratione
temporis. Itaque si actio A tempore
eodem cum actione B absolutum

est ad actionem potentia p ad potentiam
(p) et actio H ad actionem potentia
uniformis in A. sed duplo triplo
duple duratione ad A. duplo vel triplo
ipsius A. et potentia duple ad B actionem

et (A) in ratione composita avel
2 ad 1 [scilicet H ad A] et p ad (p)
[scilicet A ad (A)] id est in ratione
composita avel 4 ad 2. ratione com-
posita temporum [scilicet 2 ad 1] et
et potentiarum [p ad (p)]

sint mobilibus reciproce propor-
tionalia, potentia motrices ab-
solutae sunt aequales; et vicisim
si potentia sint aequales, quadra-
ta dicta sunt mobilibus recipro-
ce proportionalia.

Retenta figura propositio-
nis praeced. sit mobile AC ad mo-
bile LM ut quadratum MNP
ad quadratum DE, manifestum
ergo est (ex elementis) factum ex
extremis aequari factum ex mediis.
Sive rectangulum solidum ACE
potentiam mobilis AC aequari
rectangulo LMP potentia mo-
bilis LM. unde et conversa ma-
nifesta est.

Nimirum ejusdem poten-
tia est ~~velocitas~~ motu unifor-
(horizontali) aequali tempore tran-
ferre novem Libras per unum
pedem & unam Libram per tres
pedes; sive corpus unius Librae
& velocitatis trium graduum,
tantumdem habet potentia &
quantum corpus novem Libra-
rum velocitatem habens unius
gradus.

#

144

Sect. II. Cap. 5. De Motu simpl.

74. Dine temporis, lineæ descriptæ et hujus speciei et directione, ipse motus puncti dati est datus; Lineæ vero convenient in his quibus datis dantur, non magis convenire possunt, nisi prorsus coincident; quod fieri, est contra hypothesein.

Horum quatuor motus ^{simplificatus} requisitorum unumquodque sine reliquis stare potest, et velocitatem quidem uniformem, aut non uniformem fieri posse constat eadem manente lineæ motus. Et lineæ motus à diversis punctis simul descriptæ magnitudo manere potest, mutata licet directione et flexu lineæ. Ut cum mobile aliquod concipitur velut compositum ex pluribus globis disjunctis in liquore natantibus, aut ad instar gregis vel exercitus ex militibus compositi, quorum alibi in diversam ab alijs plagam tendunt. Potest etiam mobile dari rigidum seu ad rigidi instar sive consentienter motum, et quidem motu rectilinetico ita ut quodvis punctum describat rectam, motus tamen non sit simplex; fieri enim potest, ut non sit æquidirectus, nec recte à punctis descriptæ sint parallelæ.

75.

Prop. 7. simpliciter
Quicquid est in motu motu simplici, id ipsum mo-
vetur motu simplici.

Quicquid enim verum est de omnibus punctis contentis, id etiam verum est de omnibus punctis contenti, quippe quæ sub illorum numero continentur. Motus autem simplex (per def. 1.) ex illis cognoscitur, quæ de omnibus mobilis punctis vera sunt.

Prop. 8. simpliciter
Omnis motus per se est simplex.
Omnia enim per se omnino manent qualia sunt; per se

MANUSCRITS DES *DYNAMICA*: TABLEAU SYNOPTIQUE

La cote¹ se réfère au manuscrit contenant le début du texte indiqué dans la première colonne. Le tableau explicite la localisation de chaque partie du texte des *Dynamica*: dans la prima redactio (L α , cinquième colonne), dans la *transcriptio media* (COP, quatrième colonne), dans la copie de Bodenhau-
sen (BH, troisième colonne), et enfin dans l'édition Gerhardt de 1860 (GM 6, deuxième colonne).

TEXTE	GM 6	BH	COP	L α
Épître Cosimo III	283	—	—	C f. 25
SPECIMEN PRÆLIMINARE	286	C f. 28r	—	LH 35, 10, 2 f. 1
DE LEGE NATURÆ CIRCA CORPORUM POTENTIAM				
Propositio (Si omnis potentia corporis quatuor librarum...)	288	C f. 28v	—	—
Demonstratio prima (Axioma: Ejusdem est potentiæ attollere...)	288	C f. 29r	—	—
Demonstratio secunda (Axioma: Non datur motus perpetuus mechanicus...)	289	C f. 29v	—	—
Demonstratio tertia (Axioma: fieri non potest, ut centrum gravitatis...)	290	C f. 30r	—	—
Demonstratio quarta (Ex abstractis a materia sensibili motuum rationibus...)	291	C f. 30v	—	—
PARS PRIMA				
SECTIO PRIMA	293	C f. 36r	—	A p. 7
DE QUANTITATE MATERIÆ ET DE ÆSTI- MATIONE IN UNIVERSUM				
Cap. 1. De rerum æstimatione in univer- sum	293	C f. 36r	—	A p. 7
Definitio 1 (Quantitas exprimitur numero...)	293	C f. 36r	—	A p. 7
Definitio 2 (Mensura est, cujus numerus...)	294	C f. 36r	—	A p. 7
Definitio 3 (Homogenea sunt, quæ per ean- dem...)	294	C f. 36v	—	A p. 8
Definitio 4 (Æqualia sunt, quorum eadem...)	294	C f. 36v	—	A p. 9
Definitio 5 (Minus est, quod alterius...)	294	C f. 36v	—	A p. 9

¹A = LH 35, 18A; B = LH 35, 18B; C = LH 35, 18C. L'astérisque indique les pages de la transcription qui ne sont pas rangées sous B.

TEXTE	GM 6	BH	COP	LA
Definitio 6 (Relatio Quantitatum est modus...)	295	C f. 36v	—	A p. 10
Definitio 7 (Ratio seu Proportio est relatio-num...)	295	C f. 36v	—	A p. 10
<i>Cap. 2. De quantitate materiae seu volumine et densitate</i>	296	C f. 37v	—	A p. 12
Definitio 1 (Volumen seu Extensio Materiae...)	296	C f. 37v	—	A p. 12
Definitio 2 (Densitas seu Intensio Materiae...)	296	C f. 37v	—	A p. 13
Definitio 3 (Moles est quantitas materiae...)	297	C f. 38r	—	A p. 14
Propositio 1 (Moles ejusdem densitatis, seu quarum...)	298	C f. 38v	—	A p. 14
Propositio 2 (Moles æqualis voluminis sunt...)	298	C f. 38v	—	A p. 14
Propositio 3 (Moles mobilium, seu ipsa mobilia...)	298	C f. 38v	—	A p. 15
Propositio 4 (Si plures sint moles...)	299	C f. 39r	—	A p. 16
Propositio 5 (Si moles sint ut densitates...)	300	C f. 39v	—	A p. 17
Propositio 6 (Si moles sint æquales...)	300	C f. 39v	—	A p. 17
Propositio 7. Problema (Data proportione voluminum...)	300	C f. 40r	—	A p. 18
Propositio 8. Problema (Data proportione molium...)	301	C f. 40v	—	A p. 19
Propositio 9. Problema (Data gravitate specifica...)	302	C f. 40v	—	A p. 19 (in-tégr. 27)
Propositio 10. Problema (Datis densitatibus duorum...)	305	C f. 42v	—	A p. 25 (in-tégr. 29)
<i>Cap. 3. De Ductibus seu de æstimationum compositione</i>	307	C f. 45r	B p. 5	A p. 33
Definitio 1 (Ductus seu Factum ex pluribus...)	307	C f. 45r	B p. 5	A p. 33
Definitio 2 (Unum in alium ducitur...)	308	C f. 45v	B p. 6	A p. 34
Definitio 3 (Plura in unum ordinatim...)	308	C f. 45v	B p. 7	A p. 37
Propositio 1 (Si mobilia sint proportionalia...)	308	C f. 46r	B p. 7	A p. 38
Propositio 2 (Si absolute ducantur duo in se invicem, quantitas...)	309	C f. 46r	B p. 8	A p. 41
Propositio 3 (Si absolute ducantur duo in se invicem, ductu...s)	309	C f. 46r	B p. 9	A p. 41
Propositio 4 (Si duo quæ in se invicem...)	309	C f. 46v	B p. 9	A p. 41
Propositio 5 (Si duorum quæ invicem...)	309	C f. 46v	B p. 9	A p. 43
Propositio 6 (Si plurium series in unum...)	310	C f. 46v	B p. 10	A p. 43
Propositio 7 (Iisdem positis, si nulla sit...)	310	C f. 47r	B p. 11	A p. 45
Propositio 8 (Serie in seriem ordinatim...)	311	C f. 47v	B p. 13	A p. 46
Propositio 9 (Ductus est factum ex...)	312	C f. 48r	B p. 15	A p. 49
Propositio 10 (Si plurium series in unum...)	312	C f. 48v	B p. 16	A p. 50
Definitio 4 (Si uni comparabilia infinita...)	313	C f. 48v	B p. 18	A p. 53
Propositio 11 (Itaque id quod secundum...)	313	C f. 49r	B p. 19	A p. 53

TEXTE	GM 6	BH	COP	LA
Propositio 12 (Si unum in aliud ducatur...)	314	C f. 49r	B p. 19	A p. 53
Propositio 13. Problema 1 (Exhibere quantitatem plus...)	314	C f. 49v	B p. 20	A p. 55
Propositio 14 (Fieri non potest, ut diversorum...)	314	C f. 49v	B p. 21	A p. 57
Propositio 15 (Iisdem positis, corporis puncta...)	315	C f. 50r	B p. 23	A p. 58
Propositio 16. Problema 2 (Quantitati dimensionum plurium...)	316	C f. 51r	B p. 25	A p. 55
Definitio 5 (Applicatum totius ex ejusdem...)	317	C f. 51v	B p. 28	A p. 59
Propositio 17 (Si facum ex applicatis...)	318	C f. 52r	B p. 29	A p. 59
Definitio 6 (Medium arithmeticum est summa...)	318	C f. 52r	B p. 30	A p. 60
Propositio 18 (Applicatum totius resultans...)	319	C f. 52r	B p. 31	A p. 60
Propositio 19. Problema (Medium arithmeticum invenire...)	319	C f. 52v	B p. 32	A p. 61
SECTIO SECUNDA	320	C f. 55r	B p. 37	A p. 61
DE MOTU ET VELOCITATE				
Cap. 1. De Motu	320	C f. 55r	B p. 37	A p. 63
Definitio 1 (Movetur vel in motu est...)	320	C f. 55r	B p. 37	A p. 67
Consectarium 1 (Punctum quod per cujusdam...)	321	C f. 56r	B p. 38	A p. 68
Consectarium 2 (Punctum quod movetur...)	321	C f. 56r	B p. 38	A p. 68
Consectarium 3 (Extensi moti quævis...)	322	C f. 56r	B p. 39	A p. 69
Consectarium 4 (Quicquid movetur, locum...)	322	C f. 56v	B p. 41	A p. 69
Definitio 2 (Tempus motus est tempus cujus pars...)	323	C f. 57r	B p. 39	A p. 70
Consectarium (Quod movetur id per temporis...)	323	C f. 57v	B p. 40	A p. 70
Definitio 3 (Locus motus vel via...)	324	C f. 57v	B p. 45	A p. 71
Consectarium 1 (Quicquid movetur, describit...)	325	C f. 59r	B p. 47	A p. 73
Consectarium 2 (<i>Si qua via per partem temporis</i>)	325	C f. 59r	B p. 47	A p. 73
Consectarium 3 (<i>Parte temporis impensi</i>)	326	C f. 59r	B p. 48	A p. 73
Consectarium 4. Problema (<i>Motum exhibere, in quo</i>)	326	C f. 59v	B p. 48	A p. 73
Cap. 2. De Motu uniformi	326	C f. 59v	B p. 53	A p. 75
Definitio (Motu uniformi movetur...)	326	C f. 59v	B p. 53	A p. 75
Propositio 1 (In motu uniformi si spatia...)	326	C f. 59v	B p. 53	A p. 75
Propositio 2 (Omne punctum mobilis...)	327	C f. 60r	B p. 54	A p. 75
Propositio 3 (Omne mobile cujus...)	327	C f. 60r	B p. 54	A p. 75
Propositio 4 (In motu uniformi multiplis...)	327	C f. 60r	B p. 55	A p. 76
Propositio 5 (In motu uniformi spatia...)	328	C f. 60v	B p. 55	A p. 76
Propositio 6 (Si spatia a quovis...)	328	C f. 60v	B p. 56	A p. 77

TEXTE	GM 6	BH	COP	LA
Propositio 7 (Si diversa mobilia moveantur...)	328	C f. 61r	B p. 57	A p. 77
Propositio 8 (Si spatia æqualibus...)	329	C f. 61r	B p. 57	A p. 78
Propositio 9 (Mobilis uniformiter moti puncta...)	329	C f. 61v	B p. 58	A p. 78
Propositio 10. Problema (Exhibere mobilia, unumquodque...)	329	C f. 61v	B p. 59	A p. 78
<i>Cap. 3. De Velocitate in motu æquidistribuito</i>	330	C f. 62r	B p. 59	A p. 79
Definitio 1 (Motu æqualiter distributo...)	330	C f. 62r	B p. 61	A p. 79
Definitio 2 (Velocitas in motu æqualiter distributo...)	330	C f. 62r	B p. 61	A p. 79
Definitio 3 (Longitudo motus æqualiter distributi...)	331	C f. 62v	B p. 63	A p. 81
Propositio 1 (Quidquid est in mobili...)	331	C f. 62v	B p. 63	A p. 81
Propositio 2 (Quæ insunt mobili motum...)	331	C f. 63r	B p. 64	A p. 81
Propositio 3 (Æqualis est velocitas...)	332	C f. 63r	B p. 65	A p. 82
Propositio 4 (In motibus æquidistributis, si...)	332	C f. 63v	B p. 65	A p. 82
Propositio 5 (Quæ de motu æquidistributo...)	333	C f. 63v	B p. 66	A p. 84
Propositio 6 (Totum et quicquid ei inest...)	333	C f. 64r	B p. 67	—
<i>Cap. 4. De Velocitate in Motu simul æquidistribuito et uniformi</i>	334	C f. 64r	B p. 67	A p. 84
Propositio 1 (Si motus puncti...)	334	C f. 64r	B p. 67	A p. 84
Propositio 2 (Si eadem manet puncti...)	335	C f. 64v	B p. 67	A p. 84
Propositio 3 (In eo quod motu æquidistributo...)	335	C f. 64v	B p. 70	A p. 85
Propositio 4 (In motibus uniformibus punctorum...)	336	C f. 65r	B p. 71	A p. 86
Propositio 5 (In motu uniformi punctorum...)	336	C f. 65v	B p. 73	A p. 87
Propositio 6 (In motibus uniformibus punctorum vel æquidistribute...)	338	C f. 66v	B p. 75	A p. 88
Propositio 7 (Quandocunque percurta a mobilibus...)	339	C f. 67v	B p. 77	A p. 90
Propositio 8 (In prædictis mobilibus...)	339	C f. 67v	B p. 78	A p. 91
Propositio 9 (In iisdem mobilibus...)	340	C f. 68r	B p. 79	A p. 91
Propositio 10 (In iisdem mobilibus uniformiter moti coinciditur...)	340	C f. 68r	B p. 80	A p. 92
<i>Cap. 5. De Motu simpliciter simplice</i>	341	C f. 69r	B p. 85	A p. 95
Definitio 1 (Motus simpliciter simplex est, cum motus...)	341	C f. 69v	B p. 85	A p. 95
Propositio 1 (Motus simpliciter simplex est uniformis...)	342	C f. 69v	B p. 85	A p. 95
Propositio 2. Definitio 2 (Motus simpliciter simplex est rectilineus...)	342	C f. 69v	B p. 86	A p. 95
Propositio 3. Definitio 3 (Motus simpliciter simplex est consentiens...)	343	C f. 70v	B p. 88	A p. 96

TEXTE	GM 6	BH	COP	LA
Propositio 4 (Motus simpliciter simplex est æquidistributus...)	343	C f. 70v	B p. 88	A p. 96
Propositio 5. Definitio 4 (Motus simpliciter simplex est æquidirectus...)	343	C f. 70v	B p. 88	A p. 97
Propositio 6 (Si motus sit uniformis...)	344	C f. 71r	B p. 90	A p. 97
Propositio 7 (Quicquid est in moto motu...)	345	C f. 71v	B p. 92	A p. 98
Propositio 8 (Omnis motus per se est simpliciter...)	345	C f. 71v	B p. 92	—
SECTIO TERTIA	345	C f. 73r	B p. 93	A p. 99
DE ACTIONE ET POTENTIA				
Cap. I. De Actione Motus formali ejusque Effectu	345	C f. 73r	B p. 93	A p. 99
Definitio 1 (Quantitas est numerus...)	345	C f. 73r	B p. 93	A p. 99
Definitio 2 (Quantitas effectus formalis...)	345	C f. 73r	B p. 93	A p. 99
Definitio 3 (Quantitas actionis formalis...)	346	C f. 73r	B p. 94	A p. 99
Cautio (Sequentes Propositiones circa...)	346	C f. 73v	B p. 95	—
Propositio 1 (Si eandem quantitas materiæ per...)	346	C f. 73v	B p. 95	A p. 100
Propositio 2 (Si diversa mobilia moveantur...)	347	C f. 74v	B p. 99	A p. 102
Propositio 3 (Effectus motuum formales...)	348	C f. 75r	B p. 100	A p. 103
Propositio 4 (Si eandem materiæ quantitas...)	349	C f. 75v	B p. 103	A p. 104
Propositio 5 (Si velocitates in eadem materiæ...)	350	C f. 76r	B p. 105	A p. 105
Propositio 6. Lemma (Si duæ sint progression- es...)	351	C f. 76v	B p. 106	A p. 106
Propositio 7 (Si eadem materiæ quantitas...)	352	C f. 77v	B p. 108	A p. 109
Propositio 8 (Si æquales sunt effectus...)	353	C f. 78r	B p. 111	A p. 111
Propositio 9 (Si eadem sit quantitas...)	353	C f. 78v	B p. 113	A p. 112
Propositio 10 (Actiones formales motuum...)	354	C f. 79r	B p. 115	A p. 110
Definitio 4 (Diffusio actionis in motu...)	355	C f. 79v	B p. 116	A p. 113
Propositio 11 (Actiones motuum formales...)	355	C f. 79v	B p. 116	A p. 113
Propositio 12 (Si effectus formales intelligo...)	355	C f. 79v	B p. 117	A p. 117
Propositio 13 (Si eadem sit quantitas materiæ motæ...)	355	C f. 80r	B p. 118	A p. 117
Propositio 14 (Si actiones sint æquales...)	356	C f. 80r	B p. 119	A p. 117
Propositio 15 (Si velocitates sint æquales...)	356	C f. 80r	B p. 119	A p. 118
Propositio 16 (Effectus motuum formales sunt in ratione...)	356	C f. 80v	B p. 119	A p. 118
Propositio 17 (Actiones motuum formales sunt in ratione...)	356	C f. 80v	B p. 120	A p. 118
Propositio 18 (Si æquales sint materiæ...)	357	C f. 80v	B p. 120	A p. 118
Propositio 19 (Si æquales sint quantitates materiæ...)	357	C f. 81r	B p. 122	—
Propositio 20 (Si æquales sint materiæ mobi- lium quantitates...)	357	C f. 81r	B p. 122	—

TEXTE	GM 6	BH	COP	LA
<i>Cap. 2. De Potentia Motrice absoluta demonstrata a priori</i>	359	C f. 81v	B p. 127	A p. 119
Definitio (Potentia absoluta ejus...)	359	C f. 81v	B p. 127	A p. 119
Propositio 1 (Si duo mobilia eandem habeant...)	360	C f. 82r	B p. 129	A p. 120
Propositio 2 (Si duorum mobiliorum velocitates...)	360	C f. 82r	B p. 129	A p. 120
Propositio 3 (Æquales potentiae possunt...)	361	C f. 82v	B p. 132	A p. 121
Propositio 4 (Si mobilia æqualem contineant...)	362	C f. 83r	B p. 134	A p. 125
Propositio 5 (Potentiae motrices absolutae sunt...)	365	C f. 85r	B p. 142	A p. 127
Propositio 6 (Si quadrata velocitatum...)	365	C f. 85v	B p. 143	A p. 128
Propositio 7 (Actiones sunt in ratione compositae...)	366	C f. 86r	B p. 144	A p. 128
Propositio 8 (Potentiis existentibus æqualibus...)	366	C f. 86r	—	—
Admonitio 1 (Corpora consideramus...)	366	C f. 87r	B p. 145	A p. 129
Admonitio 2 (Propositiones præcedentes circa...)	367	C f. 87v	B p. 145	A p. 129
SECTIO QUARTA	368	C f. 92r	B p. 147	A p. 131
DE VELOCITATE DIFFORMI				
<i>Cap. 1. De Tractu seu spatio per motum absoluto</i>	368	C f. 92r	B p. 147	A p. 131
Definitio 1 (Tractus ipsius mobilis...)	368	C f. 92r	B p. 147	A p. 131
Propositio 1 (Si mobilis gravitas specifica...)	369	C f. 93r	B p. 150	A p. 133
Propositio 2 (Si mobile sit punctum...)	369	C f. 93r	B p. 150	A p. 133
Propositio 3 (Si mobile sit linea...)	369	C f. 93r	B p. 151	A p. 133
Propositio 4 (Si mobile sit superficies...)	370	C f. 93v	B p. 152	A p. 134
Propositio 5 (Omnis superficies mota...)	370	C f. 93v	B p. 153	A p. 137
Propositio 6. Problema 1 (Exhibere figuram planam...)	371	C f. 94r	B p. 153	A p. 137
Propositio 7 (Spatium absolutum motu...)	371	C f. 94v	B p. 155	A p. 138
Propositio 8 (Tractus rectorum circa...)	372	C f. 94v	B p. 155	A p. 139
Propositio 9 (Circulorum aut cylindrorum...)	372	C f. 94v	B p. 155	A p. 139
Propositio 10 (Tractus spherarum rigidarum...)	373	C f. 95r	B p. 156	A p. 140
Definitio 2 (Longitudo percursa vel spatii...)	373	C f. 95r	B p. 157	A p. 140
Propositio 11 (Longitudo tractus in motu uniformiter...)	373	C f. 95v	B p. 158	A p. 140
Propositio 12 (Longitudo tractus in motu dato...)	373	C f. 95v	B p. 158	A p. 140
Propositio 13. Problema 2 (Exhibere figuram planam mobili...)	374	C f. 95v	B p. 159	A p. 140
Propositio 14. Problema 3 (Exhibere figuram tractui mobili...)	374	C f. 96r	B p. 160	A p. 141

TEXTE	GM 6	BH	COP	LA
Propositio 15. Problema 4 (Motum rectilineum adeoque...)	374	C f. 96r	B p. 160	A p. 141
<i>Cap. 2. De Velocitate in universum</i>	375	C f. 96v	B p. 163	A p. 157
Definitio 1 (Velocitas in motu quocunque est...)	375	C f. 96v	B p. 163	A p. 157
Propositio 1 (Velocitas mobilium, quorum...)	376	C f. 97v	B p. 165	A p. 158
Propositio 2 (Coincidit velocitas motus...)	376	C f. 97v	B p. 165	A p. 158
Propositio 3 (Velocitas quæcunque æqualis est...)	376	C f. 98r	B p. 166	A p. 158
Propositio 4 (Spatia a mobilibus suam...)	378	C f. 98v	B p. 169	A p. 160
Propositio 5 (In motu ejusdem mobilis...)	378	C f. 99r	B p. 170	A p. 161
Propositio 6 (Si diversa mobilia moveantur...)	379	C f. 99v	B p. 171	A p. 162
Propositio 7 (Spatia percursa a mobilibus suam...)	379	C f. 100r	B p. 173	A p. 163
Propositio 8 (In motu utcunque accelerato...)	380	C f. 100r	B p. 174	A p. 163
Propositio 9. Definitio 4 (Idem est factum ex velocitatibus...)	416	C f. 132v	—	B p. 215
Propositio 10 (Ex impetibus restrictis seu elementis...)	417	C f. 133v	—	B p. 215
Definitio 3 (Velocitas media temporis est...)	418	C f. 133r	—	B p. 216
Propositio 11 (Velocitas media, item impetus...)	418	C f. 134r	—	B p. 217
Propositio 12 (Longitudines percursæ sunt in ratione...)	419	C f. 134v	—	B p. 217
<i>Cap. 3. De Gradibus velocitatis in Motu varie difformi</i>	381	C f. 104r	—	A p. 165
Definitio 1 (Motus uniformiter secundum tempora...)	381	C f. 104r	—	A p. 165
Definitio 2 (Motus uniformiter secundum spatia...)	381	C f. 104r	—	A p. 165
Propositio 1 (In motu inde a quiete...)	381	C f. 104r	—	A p. 165
Propositio 2 (Iisdem positis longitudines percursæ...)	381	C f. 104r	—	A p. 166
Propositio 3 (Spatia motu uniformiter)	382	C f. 104r	—	A p. 166
Propositio 4 (Media temporis velocitas...)	382	C f. 104v	—	A p. 166
Propositio 5 (Si media acquisitæ velocitates...)	382	C f. 104v	—	A p. 167
Propositio 6 (Iisdem positis, spatia temporibus...)	383	C f. 105r	—	A p. 167
Propositio 7 (Iisdem positis, media arithmetica...)	384	C f. 105v	—	A p. 168
Propositio 8. Problema (Si ex tribus: tempora impensa...)	385	C f. 106v	—	A p. 169
Propositio 9 (Fieri non potest, ut temporibus...)	394	C f. 111r	—	A p. 177
Propositio 10 (Fieri non potest, ut velocitatum dignitates...)	396	C f. 112v	—	A p. 178

TEXTE	GM 6	BH	COP	LA
Propositio 11. Problema (Si velocitates decrescant...)	398	C f. 113v	—	A p. 180
SECTIO QUINTA PHOROMETRICA DIFFORMIUM	398	C f. 118r	B p. 179	A p. 183
Cap. 1. De Quantitate Motus seu impetu	398	C f. 118r	B p. 179	A p. 183
Definitio 1 (Quantitas motus seu impetus...)	398	C f. 118r	B p. 179	A p. 183
Definitio 2 (Intensitas motus seu vigor...)	399	C f. 118v	B p. 181	A p. 184
Propositio 1 (Si nullum sit discrimen in materiis...)	400	C f. 119v	B p. 183	A p. 185
Propositio 2 (Si nullum sit discrimen densitatis...)	401	C f. 119v	B p. 185	A p. 186
Propositio 3 (Impetus sunt in ratione composita mobilium...)	402	C f. 120v	B p. 187	A p. 187
Propositio 4 (Impetus sunt in ratione composita voluminum...)	402	C f. 120v	B p. 187	A p. 187
Propositio 5 (Si densitates sint æquales...)	402	C f. 121r	B p. 189	A p. 188
Cap. 2. De Quantitate Translationis seu Effectu motus formalis	405	C f. 125r	—	B p. 195
Definitio 1 (Translationis seu Effectus formalis...)	405	C f. 125r	—	B p. 195
Definitio 2 (Longitudo translationis seu longitudo percursa...)	406	C f. 125v	—	B p. 195
Propositio 1 (Si motibus æquidistribuitis...)	407	C f. 126v	—	B p. 195
Propositio 2 (In motibus æquidistribuitis æqualia...)	407	C f. 126v	—	B p. 200
Propositio 3 (Translationes vel effectus formales...)	408	C f. 127r	—	B p. 200
Propositio 4 (Translationes seu effectus formales...)	408	C f. 127v	—	B p. 203
Propositio 5 (In motibus æqualium densitatum...)	409	C f. 128r	—	B p. 205
Propositio 6 (Si intensiones motuum temporis...)	410	C f. 128v	—	B p. 207
Definitio 3 (Vigor medius temporis...)	411	C f. 129r	—	B p. 208
Propositio 7 (Media arithmetica sunt...)	411	C f. 129r	—	B p. 208
Propositio 8 (Cessante densitatis consideratione...)	413	C f. 130v	—	B p. 210
Cap. 3. Conspectus phorometricus	419	C f. 135r	B p. 219	A p. 194
Definitio 1 (Moles seu quantitas materiæ...)	419	C f. 135r	B p. 219	A p. 194
Definitio 2 (Densitas mobilis est media...)	419	C f. 135r	B p. 220	A p. 194
Definitio 3 (Medium arithmeticum inter plura...)	419	C f. 135r	B p. 220	A p. 195
Definitio 4 (Longitudo percursa a mobili est...)	420	C f. 135v	B p. 221	A p. 195
Definitio 5 (Spatium a mobili percursum seu...)	420	C f. 135v	B p. 222	A p. 196
Definitio 6 (Velocitas est formalis affectio...)	421	C f. 136r	B p. 223	A p. 196

TEXTE	GM 6	BH	COP	LA
Definitio 7 (Longitudo translationis est medium...)	421	C f. 136r	B p. 224	A p. 196
Definitio 8 (Intensio motus seu vigor...)	421	C f. 136v	B p. 225	A p. 197
Definitio 9 (Impetu est factum ex...)	422	C f. 136v	B p. 226	A p. 197
Definitio 10 (Translatio seu effectus formalis...)	422	C f. 137r	B p. 226	A p. 197
Definitio 11 (Si ratio habeatur densitatis...)	422	C f. 137r	B p. 227	A p. 198
Definitio 12 (Media temporis velocitas...)	423	C f. 137r	B p. 228	A p. 198
Conclusio prima	423	C f. 137v	B p. 228	A p. 199
Definitio 13 (Velocitas, intensio motus seu vigor...)	423	C f. 138r	B p. 230	A p. 200
Conclusio secunda	424	C f. 138r	B p. 231	A p. 200
<i>Cap. 4. Specimen calculi analytici pro phorometria dinamica</i>	425	C f. 140r	B p. 235	—
<i>Pars prior: De calculo quantitatum</i>	425	C f. 140r	B p. 235	—
<i>Pars posterior: De calculo per quantitates</i>	426	C f. 140v	B p. 236	—
PARS SECUNDA				
SECTIO PRIMA	435	C f. 157r	A p. 287*	A p. 245, f. 287*
DE CAUSA ET EFFECTUS ACTIVIS				
Definitio 1 (Activum vel Potentia præditum est...)	435	C f. 157r	A p. 287*	A p. 245
Definitio 2 (Si duo sint Themata potentiam...)	435	C f. 157r	A p. 288*	A p. 245
Axioma et Definitio 3 (Effectus integer æquivalet causæ...)	437	C f. 158r	A p. 291*	A p. 247
Propositio 1 (Si quoddam Thema Activum constituatur...)	437	C f. 158v	A p. 292*	A p. 248
Propositio 2 (Si duo sint Themata Activa, quorum...)	437	C f. 158v	A p. 293*	A p. 248
Propositio 3 (Fieri non potest, ut ex causa...)	438	C f. 159r	A p. 294*	A p. 249
Propositio 4 (Si effectus integer sit Causæ similis...)	439	C f. 159v	A p. 295*	A p. 250
Propositio 5 (Effectus integer causam plenam...)	439	C f. 160r	A p. 296*	A p. 250
Propositio 6 (Nihil refert quoad magnitudinem...)	440	C f. 160r	A p. 297*	A p. 251
Propositio 7 (Eadem est semper potentia...)	440	C f. 160v	A p. 298*	A p. 252
Propositio 8 (Eadem semper potentia est...)	440	C f. 160v	A p. 299*	A p. 252
Propositio 9 (Quæ eundem integrum effectum...)	441	C f. 161r	A p. 300*	A p. 253
Propositio 10 (Quæ a gemellis causis...)	441	C f. 161r	A p. 301*	A p. 253
Propositio 11 (Causæ plenæ sunt Effectibus...)	442	C f. 161v	A p. 302*	A p. 254
Propositio 12 (Duorum ponderum æqualium...)	442	C f. 162r	A p. 303*	A p. 254
Propositio 13 (Ponderum ad eandem altitudinem...)	443	C f. 162r	A p. 304*	A p. 255

TEXTE	GM 6	BH	COP	LA
Propositio 14 (Ponderum æqualium potentia...) (Ponderum æqualium potentia...)	443	C f. 162v	A p. 305*	A p. 255
Propositio 15 (Potentia ponderum elevatorum...)	444	C f. 163r	A p. 306*	A p. 259
Propositio 16 (Si... pondera elevata sunt)	444	C f. 163v	A p. 308*	A p. 260
Propositio 17 (Æqualis potentia est elevare unam...)	445	C f. 163v	A p. 309*	A p. 261
Propositio 18 (In libra rectilinea si distantia...)	445	C f. 164r	A p. 310*	A p. 261
Propositio 19 (Si duorum vasorum inter se...)	446	C f. 164r	A p. 312*	A p. 263
Propositio 20 (Si pondus in plano inclinato...)	447	C f. 165r	A p. 313*	A p. 263
Propositio 21 (Si solidum grave natet in liquido...)	447	C f. 165v	A p. 315*	A p. 264
Propositio 22 (Duo Elastica homogenea licet...)	448	C f. 165v	A p. 315*	A p. 265
Propositio 23 (Posito calorem habere eandem...)	449	C f. 166v	A p. 319*	A p. 267
Propositio 24 (Eodem posito pondera coercentia...)	449	C f. 166v	A p. 319*	A p. 267
Propositio 25 (In eadem hypothesi calores...)	450	C f. 167r	A p. 320*	A p. 267
Propositio 26 (Quicquid movetur in linea curva...)	450	C f. 167r	A p. 321*	A p. 268
Propositio 27. Definitio 4 (Quicquid movetur in linea circulari...)	451	C f. 167v	A p. 322*	A p. 268
Propositio 28. Definitio 5 (Continuato per aliquod tempus...)	451	C f. 167v	A p. 322*	A p. 269
Propositio 29 (Gravitas et conatus centrifugus...)	452	C f. 168r	A p. 324*	A p. 270
Propositio 30 (Gravitatis vel Elastri vis mortua est...)	452	C f. 168v	A p. 325*	A p. 271
Propositio 31 (Si duo pondera per easdem...)	453	C f. 169r	A p. 326*	A p. 271
Propositio 32 (Altitudines perpendiculares, ex quibus...)	453	C f. 169v	A p. 327*	A p. 271
Propositio 33 (Gravia easdem acquirunt celeritates...)	454	C f. 170r	A p. 330*	A p. 273
Propositio 34 (Celeritates, quibus aqua erumpit...)	455	C f. 170v	A p. 331*	A p. 274
Propositio 35 (Nullum est Elastrum tam intensum...)	456	C f. 171r	A p. 333*	A p. 274
Propositio 36 (Nulla Chorda vel catena gravis...)	456	C f. 171r	A p. 333*	A p. 275
Definitio 6 (Impetus vel quantitas motus...)	457	C f. 171v	A p. 335*	A p. 278
Propositio 37 (Duæ inæquales materiae...)	457	C f. 171v	A p. 335*	A p. 278
Propositio 38 (Effici potest, ut corpus quodlibet...)	457	C f. 172r	A p. 336*	A p. 279
Propositio 39 (Si corpus in libræ rigidæ...)	460	C f. 173v	A p. 341*	A p. 280
Propositio 40 (Non eadem in corporibus se invicem...)	460	C f. 174r	A p. 342*	A p. 281

TEXTE	GM 6	BH	COP	lα
Definitio 7 (Vis respectiva est qua duo...)	462	C f. 175r	A p. 346*	A p. 282
Propositio 41 (Si duo mobilia æquali quantitate...)	462	C f. 175r	A p. 346*	A p. 283
Propositio 42 (Si duo corpora inæqualia eandem...)	463	C f. 176r	A p. 349*	A p. 284
SECTIO SECUNDA	464	C f. 177r	—	A p. 353
DE CENTRO GRAVITATIS ET DIRECTIONE MOTUS				
<i>Cap. 1. De Centro gravitatis et Directione motus</i>	464	C f. 177r	—	A p. 353
Definitio 1 (Centrum gravitatis est punctum...)	464	C f. 177r	—	A p. 353
Definitio 2 (Centrum magnitudinis est per quod...)	465	C f. 177v	—	A p. 355
Propositio 1 (Punctum quod est centrum...)	466	C f. 177v	—	A p. 355
Propositio 2 (Dantur figuræ quæ nullum...)	466	C f. 177v	—	A p. 356
Propositio 3 (Sustentans eodem modo premittur...)	466	C f. 178v	—	A p. 357
Propositio 4 (Gravia quotcunque positione...)	467	C f. 178v	—	A p. 357
Propositio 5 (Omne extensum grave...)	468	C f. 179v	—	A p. 359
Propositio 6 (Si in gravibus sola agat...)	469	C f. 180r	—	A p. 360
<i>Cap. 2. De Motus Directione et figura</i>	469	C f. 180v	—	A p. 361
Definitio (Directio est linea recta...)	469	C f. 180v	—	A p. 361
Propositio 1 (Quotcunque motus et qualescunque...)	470	C f. 180v	—	A p. 361
Propositio 2 et Definitio (Si duo motus rectilinei...)	470	C f. 181r	—	A p. 362
Propositio 3 (Quotcunque motus uniformes vel...)	471	C f. 182r	—	A p. 362
Propositio 4 (Mobile quod fertur in linea...)	472	C f. 182r	—	A p. 364
Propositio 5 (Omnis motus curvilineus...)	472	C f. 182r	—	A p. 364
Propositio 6 (Si mobile feratur motu composito...)	472	C f. 182v	—	A p. 364
Propositio 7 (Quævis linea curva motu...)	473	C f. 182v	—	A p. 365
Propositio 8 et Definitio (Velocitas circulantium sunt...)	473	C f. 183r	—	A p. 365
Propositio 9 (Si eadem recta rigida...)	474	C f. 183v	—	A p. 367
Propositio 10 (Rigidi motus magneticus...)	476	C f. 185r	—	A p. 370
Propositio 11 (Si puncta quotcunque...)	477	C f. 186r	—	A p. 371
Propositio 12 (Si puncta gravitatis quotcunque...)	478	C f. 186v	—	A p. 373
Propositio 13 (Si puncta quotcunque moventur...)	480	C f. 187v	—	A p. 377
Propositio 14 (Si mobile quotcunque rigidum vel...)	480	C f. 187v	—	A p. 378
Propositio 15 (Si mobile moveatur motu...)	481	C f. 188v	—	A p. 379

TEXTE	GM 6	BH	COP	Lα
Propositio 16 (Eadem corporum Phænomena...)	484	C f. 190r	—	A p. 383
Propositio 17 (Si puncta quotcunque...)	486	C f. 191v	—	A p. 387
Propositio 18 (Si conatum quantitates et directione...)	487	C f. 192v	—	A p. 389
Propositio 19 (Si puncta conatuum...)	488	C f. 193r	—	A p. 390
SECTIO TERTIA	488	C f. 193v	—	A p. 393
DE CONCURSU CORPORUM				
Propositio 1 (Si corpora quotcunque...)	488	C f. 193v	—	A p. 394
Propositio 2 (Si Elastrum, quatenus...)	489	C f. 198r	—	A p. 396
Propositio 3 (Iisdem positis, etiamsi plura...)	490	C f. 198r	—	A p. 397
Propositio 4 (Si duo globi gemelli...)	490	C f. 198v	—	A p. 399
Propositio 5 (Nulla dantur corpora...)	491	C f. 199r	—	A p. 399
Propositio 6 (Corpora non agunt...)	492	C f. 199v	—	A p. 400
Propositio 7 (Si duo corpora in se invicem...)	492	C f. 200r	—	A p. 401
Propositio 8 (Duo corpora directe concurrentia...)	493	f. 200v	—	A p. 402
Propositio 9 (Vis respectiva qua duo...)	493	C f. 200v	—	A p. 403
Propositio 10 (Vis agendi corporum...)	494	C f. 201r	—	A p. 403
Propositio 11 (Potentia absoluta aggregati...)	495	C f. 202r	—	A p. 404
Propositio 12 (Non mutatur per concursum...)	496	C f. 202r	—	A p. 404
Propositio 13 (Tum demum eadem manet...)	499	C f. 205r	—	A p. 413
Propositio 14 (Si corpora suo impetu...)	500	C f. 205v	—	A p. 414
Propositio 15 (Si motus communis rectilineus...)	501	C f. 206r	—	A p. 417
Propositio 16	—	—	—	A p. 433
Propositio 17 (Omnes motus sunt compositi...)	502	C f. 206v	—	A p. 419
Propositio 18 (Si in corporum concurrentium...)	503	C f. 207v	—	A p. 420
Propositio 19 (Non tantum in motibus...)	507	C f. 210v	—	A p. 428
Propositio 20 (Corporum firmitas seu partium...)	508	C f. 211r	—	A p. 429
Propositio 21 (Corpus omne aliquem...)	511	C f. 214r	—	A p. 435
Propositio 22 (Vacuum dari Legibus Naturæ...)	511	C f. 214r	—	A p. 435
Propositio 23 (In motu composito ex duobus...)	512	C f. 214v	—	A p. 436
Propositio 24 (Ictus corporum concurrentium...)	512	C f. 215r	—	A p. 437
Propositio 25 (Si corpus incurrens totam vim...)	513	C f. 215v	—	A p. 438
Propositio 26	—	—	—	LH 37, 4 f. 166

ERRATA CORRIGE IN VOLUME PRIMO

p. XIV	Erika Freiin von Bodenhausen <i>corrige:</i> Erika née von Bodenhausen
p. XVI adn. 26	Franz Wilke <i>corrige:</i> Wilke
p. XVIII	à partir du catalogue ACF-Cat. 2 <i>corrige:</i> catalogue 82, carte n.n., s.v.
p. XXIV	Hyeronmius <i>corrige:</i> Hieronymus
p. XLII	se compose de 562 pièces <i>corrige:</i> se compose de 898 pièces
p. 22	5-7, 9-10, 10, 11, 14-15, 16 <i>loco</i> <i>L semper</i> <i>L</i> ₂ † In margine <i>L</i> ₂ : <i>In not. marg. : ...</i> <i>L</i> ₂
p. 23	2 <i>A</i> in <i>del.</i> <i>L</i> et <i>B add.</i> <i>L</i> ₂ 4 ... <i>L</i> ₂
p. 24	2-5 ... <i>L</i> ₂ 4 ... <i>L</i> ₂ <i>et addatur</i> 6 ÆQUALE est <i>part. corr. et del.</i> <i>L</i> ₁
p. 416	<i>in fine</i> pp. 21-34. <i>corrige:</i> pp. 14-34.
p. 440	13 via ... potest. <i>corrige:</i> 440.13-444.5 via ... potest.

INDEX DES NOMS

- Alembert (d'), Jean le Rond **I** xxv.
 Andreini, Pietro Andrea **I** LI.
 Anison, Laurent **2** 518, 654, 682.
 Apian, Petrus **I** 326.
 Archimedes **2** 52-53, 54-57, 188-189, 578.
 Aristarcus **2** XIII.
 Aristoteles **2** 576-577, 684-685.
 Arnauld, Antoine **I** VIII, XII.
 Aubenque, Pierre **2** 681.
 Aubry, Jean **2** 546.
 Augsbourg (d'), Frederic II **I** X.
 Augustinus (St Augustin) **2** XIV, 398.
 Avemann, Heinrich **I** X.
 Aventinus, Johannes **I** VIII, IX.
 Averani, Giuseppe **I** XIX.
 Baccini, Giuseppe **I** XIX, XX.
 Ballard, Pierre **2** 656.
 Baroni, Giovanni **I** XVII.
 Barrow, Isaac **2** 52.
 Bartholin, Erasmus **2** 546.
 Bavière (de), Violante-Béatrice **I** XX.
 Beaune (de), Florimond **2** 102-103.
 Benati, Vittorio **2** 680.
 Benucci, Elisabetta **I** XVIII.
 Bernoulli, Jacob **I** XLI.
 Bernoulli, Johann (Jean) **I** XXIX, XLI.
 Besse (de), Pierre **2** 571.
 Bianchini, Francesco **I** XV.
 Biringucci, Pietro **I** XIX.
 Block, Magnus Gabriel **I** XXII-XXIV, LI, LII.
 Blondel, François **2** 554-555.
 Boccabadati, Giovan Battista **2** xv, 691.
 Bodenhause (von), Anna Magdalene **I** XVI.
 Bodenhause (von), Anna Magdalene (2) **I** XVI.
 Bodenhause (von), Elisabeth Sophie **I** XVI.
 Bodenhause (von), Erika (épouse von Selle) **I** XIV.
 Bodenhause (von), Franz Wilke **I** XVI, XVII.
 Bodenhause (von), Melchior Otto **I** XVI.
 Bodenhause (von), Rudolph Christian **I** XIII-XXV, XXIX, XXXVII, XXXIX-XLIV, XLV-LVI; **2** V-VIII, X-XIII, XVI, XVIII-XIX, 27, 143, 251, 349, 547, 577, 589.
 Bodenhause (von), Sophie Magdalene (épouse von Münchause) **I** XXIV.
 Bodenhause (von), Teginhaurdus **I** XVI.
 Bodenhause (von), Wilke **I** XVI, XVIII.
 Boissat, Horace **2** 581.
 Bolzetta, Matteo, dit Cadorino **2** 682.
 Borelli, Giovanni Alfonso **I** 6; **2** 681-682.
 Brahe, Tycho **2** 576-577, 578, 579, 618-619.
 Braunschweig-Lüneburg (von), Charlotte Félicitas **I** XII.
 Bréhier, Emile **2** 681.
 Bresciani, Benedetto **I** XIX.
 Briasson, Antoine-Claude **I** xxv.
 Brugmans, Anton **I** LIV; **2** 105.
 Bruni, Bruno **I** 2 682.
 Bussche (von dem), Philipp Wilhelm **I** IX.
 Buttlar Elberberg (von), Rudolf **I** XVI.
 Casati, Ludovico **I** XXIII.
 Cassini, Giovanni Domenico **2** 578-579.
 Castelli, Benedetto **I** XX; **2** 413.
 Catelan (de), François **I** XL.
 Cazré, Pierre **I** 216, 217; **2** 288-289, 290-291.

- Ciampini, Giovanni Giustino **I** XII-XIII, XLIII, XLIX.
 Cicero, Marcus Tullius **2** 680-681.
 Claudianus, Claudius **2** 578.
 Clavius Christophorus **2** 680-681.
 Cocchini, Giuseppe **2** 654.
 Coignard, Jean-Baptiste **2** 666.
 Commandino, Federico **2** 476.
 Copernicus, Nicolaus (Kopernik, Mikołaj) **I** XII, XXII, XLVII, 301; **2** X, XII-XIII, XIV, 576-577, 579, 683, 684-685.
 Costabel, Pierre **I** XLI.
 Crozier, Jean **I** XXIII.
 Cusson, Jean **2** 664.
 Cyrillus Alexandrinus **2** 571.
 De Graaf, Petrum **2** 654, 656, 666.
 De l'Hospital, Guillaume François Antoine, marquis de Sainte-Mesme et du Montellier **I** XI, LIII.
 De Landis, Lorenzo **2** 554.
 Degli Angeli, Stefano **I** 6; **2** 681-682.
 del Pelagio, Giovanni Battista **I** XXIII.
 Della Renna, Cosimo **I** LI.
 Descartes, René **I** XXX, XXXII, 406, 429, 440; **2** I4, 34, 102-103, 379, 529, 540, 546-547, 578-579, 580-581, 636-637, 640-641.
 Deseine, François **I** XXIII.
 Devenet, Jean-Baptiste **2** 518, 654, 682.
 Diderot, Denis **I** XXV.
 Diogenes Laërtius **2** 580.
 Dozza, d'Evangelista **2** 412.
 Dragoni, Francesco (conte) **I** X.
 Duverney, Joseph-Guichard **2** 666-667.
 Elsevier, Abraham **I** 326.
 Elsevier, Bonaventura **I** 326.
 Elsevier, Lodewijk III **I** 429.
 Eltz, Reinh **2** 681.
 Epicurus **2** 580.
 Ernst (von), Gerland **2** 571.
 Eschinardi, Francesco **I** XII.
 Este (d'), Borso **I** X.
 Este (d'), Cesare **I** X.
 Este (d'), Cunegonda (Kunigunde von Altdorf, Cunizza) **I** XI.
 Este (d'), Federico II **I** X.
 Euclides **2** 42, 126-127, 190, 196.
 Fabre, François **2** 656.
 Fabri, Agostino **I** XII.
 Fabri, Honoré **2** XIII, 682-683.
 Fermat (de), Pierre **I** 197, 216, 217; **2** 262-263; 288-289.
 Floramonti (de), Francesco **I** IX, X, .
 Foucher, Simon **I** XXVI, XXVII, XI; **2** 581.
 Fourmy, Christofle **I** 2 682.
 Fracastoro, Girolamo **2** 656-657.
 Franchi, Santi **2** 596.
 Frieze, Detlev Marcus **I** XXI.
 Gädeke, Nora **I** XLIV.
 Galilei, Galileo **I** XII, XXII, XXXI-XXXII, XLVII, 12, 13, 16, 17, 20, 193, 197, 216, 332, 336, 337, 338, 348, 364, 540, 574, 576, 577, 578, 584; **2** XII, XIII, 2-3, 12-15, 14-15, 16-17, 22-23, 250-251, 262-263, 288-289, 403-404, 408-409, 410-409, 412-413, 450-451, 555-556, 577, 580-581, 596-597, 658-659, 680.
 Gassendi, Pierre **I** 217, 416; **2** 288-289, 290-291, 518-519, 654-655, 681-682.
 Gellibrand, John **2** 680.
 Gerhard, Carl Immanuel **I** XXIV, XLII; **2** V, VIII, XI-XII, XVII, XIX, 56, 251, 589.
 Ghetaldi, Marino **I** 25.
 Gibier, Mathieu **2** 251.
 Gilbert, William **2** 580-581.
 Giraud, Alain **I** XVI.
 Girolamo degli Albizzi (di), Luca **I** XIX.
 Giunta, Lucantonio **2** 656.
 Govi, Gilberto **2** 547.
 Guericke (von), Otto **2** 644-645.
 Guerrini, Giovanni **I** XIX.
 Guglielmi, Domenico **2** 413.
 Guldin, Paul **I** 270, 382 ; **2** 475-476, 478-479.
 Heigel, Paul **2** 654-657.
 Heliodorus Larissensis **2** 546-547.
 Héron d'Alexandrie **2** 547.
 Heuqueville (de), Ludovico **2** 518, 682 .
 Hierat, Anton **2** 681.
 Hobbes, Thomas **2** 31.
 Huberty, Michel **I** XVI.
 Hultsch, Friedrich **2** 476.

- Huygens, Christiaan **1** xxvi-xxix, lv;
2 xi, 18, 476-477, 571-573, 575, 596-597,
612-613, 660-661.
Imperiali, Giuseppe Renato **1** xxiii.
Jansson, Johann **2** 644.
Jordanus de Nemore **1** 326, 569; **2** 392-
393.
Jungius, Joachim **2** xvii.
Kepler, Johannes **1** xlvii, 440; **2** xii, xiii,
546-547, 577, 578, 579-580-581, 582-583,
585, 618-619, 628-631.
Kinck, Johannes **2** 571.
König, Samuel **1** xliv.
Laloubère (de), Antoine **1** 217; **2** 52,
288-291.
Landini, Gian Battista **2** 408.
Langlois, Nicolas **2** 554.
Lantin, Jean Baptiste **1** xxvi.
Leni, Matteo **1** 2 682.
Leonard, Frédéric **2** 664.
Leopold I^{er}, roi des Belges **1** x.
Leucippus **2** 580-581.
Li, Wenchao **1** xliv.
Line, Francis **2** 694.
Lucanus **2** 586.
Mabillon, Jean **1** xi.
Mabre-Cramoisy, Sébastien **2** 578, 682.
Magalotti, Lorenzo **2** 654.
Magdelaine, Bruno **1** xvi.
Magdelaine, François **1** xvi.
Magliabechi, Antonio **1** xix-xxi.
Magnelli, Giovan Battista **1** xix.
Maire, Ian **2** 546.
Malebranche, Nicolas **1** xxix, xl, 399;
2 496.
Manuzio, Paolo **1** 2 686.
Mariotte, Edme **2** xv, 664-667, 666-667.
Marnium, Claudium **2** 546.
Massa, Amadoro **2** 554.
Medici (de'), Cosimo III **1** xvi, xix-xxi,
xxiii, xliv, li.
Medici (de'), Ferdinando **1** xix-xxi.
Medici (de'), Gian Gastone **1** xix.
Meibom, Henri **1** viii.
Mendlin, Pandolfe **1** lii.
Mersenne, Marin **2** xiii, 640-641, 656-
659, 682-683.
Michallet, Estienne **2** 666.
Middleton, William Edgard Knowles
1 xiii.
Milliet De Chales, Claude-François
2 xiii, 656-659, 680-681.
Monconys (de), Balthasar **1** 444, **2** 551,
580-581.
More, Henry **2** 636-637.
Morhof, Daniel Georg **2** 640-641.
Morigia, Giacomo Antonio **1** xix.
Mormino, Gianfranco **1** xxvii, xlix.
Muguet, François **2** 476, 596, 612.
Münchhausen (von), Börries **1** xxiv.
Münchhausen (von), Hilmar **1** xxiv.
Münchhausen (von), Hilmar (II) **1** xxiv.
Münchhausen (von), Karl Anton Philipp
1 xxiv-xxv.
Münchhausen (von), Karl Hyeronimus
1 xxiv-xxv.
Münchhausen (von), Philipp Adolph
1 xxiv.
Muratori, Ludovico Antonio **1** xi.
Neaulmes, Jean **2** 664.
Newton, Isaac **1** lv; **2** xi, 532, 572-573,
618-619.
Noris, Enrico (cardinal) **1** xix-xx.
Oldenburg, Heinrich **1** xxxiv.
Orlando, Filippo **1** xix-xx.
Orléans (d'), Margherita Louise **1** xix.
Papebroch, Daniel (SJ) **1** viii.
Papin, Denis **1** xli, liii; **2** 570-571.
Pappus Alexandriae **1** 270, 382; **2** 475-
476.
Pecquet, Jean **2** 664.
Pellisson-Fontanier, Paul **1** xl.
Perrault, Claude **1** 218; **2** 290-293, 666-
667.
Pfautz, Christoph **2** 618.
Piro, Francesco **1** xxvii.
Plancus, Johannes **2** 578.
Plantin, Christophe **1** 326.
Platon **2** 5.
Procaccio (Bote, Cristini) **1** l.

- Ptolomæus, Claudius **1** 440; **2** 546-547, 576-577, 579, 684-685.
 Quarteroni, Domenico **1** XXIII.
 Raspe, Rudolf Erich **1** XIII-XIV, XXV.
 Reden (von), Magdalene Agnese **1** XVI.
 Redi, Francesco **1** XIX-XX.
 Regius, Henricus **1** 429.
 Regnauld, François de, seigneur du Buisson **1** 444, **2** 551.
 Remeus, Georgii **1** 2 581.
 Rémond de Montfort, Nicolas-François **1** LIII.
 Reumont, Alfred **1** xv.
 Ricci, Michelangelo (cardinal) **1** xv, XX-XXI.
 Riccioli, Giovanni Battista **2** 680-681, 682.
 Richter (von), Carl Hermann **1** XVI.
 Robinet, André **1** IX-X, XX, XXIV, XXXV, XLIII, LII; **2** XII-XIII.
 Roycroft, Thomas **2** 684.
 Rubini, Paolo **2** XVI.
 Rudolph II, Kaiser **2** 578.
 Saint-Vincent (de), Grégoire **1** 56, 455; **2** 68-69.
 Salvini, Anton Maria **1** XIX.
 Santi, Marco **1** 440; **2** 547.
 Schelhammer, Gunther Christoph **2** 640, 653-656, 659, 666-667.
 Schönwetter, Johann Theobald **2** 576.
 Scoto, Ottaviano (eredi) **2** 546.
 Segni, Alessandro **1** XVII.
 Selle (von), Götz **1** XIV, XVI-XVII, XIX.
 Short, Petrus **2** 580.
 Socrates **1** 13; **2** 4-5.
 Souvey, Barthélemy **1** 444.
 Spinoza, Baruch **1** 429.
 Stevin, Simon **1** 326.
 Streater, John **2** 532.
 Tampach, Gottfried **2** 576.
 Tartini, Gaetano **2** 596.
 Thévenot, Melchisédech **2** 570-571.
 Thomas Aquinas **2** 398.
 Torricelli, Evangelista **1** XX, **2** : 554-555, 580-581, 694-693.
 Turreil (de), Amable **1** XXIII.
 Tschirnhaus (von), Ehrenfried Walther **2** XVII.
 van der Aa, Pieter **2** 572, 682.
 Vitelo (Erazmus Witelo) **2** 546-547, 585.
 Vitruvius **2** 52.
 Viviani, Vincenzo **1** XIX, XXII.
 Volder (de), Burchard **1** XLI.
 Wahl, Charlotte **1** XIV, XVII, XLIV.
 Walther, baron **1** XLVII, LV.
 Wilkins, John **2** 680.
 Wolff, Christian **1** XLI; **2** XVII.
 Wren, Christopher **1** XXVII-XXVIII.
 Zieger, Johann **2** 666.

TABLE DES MATIÈRES DU VOLUME I

Remerciements	V
Introduction	VII
I. Deux contingences pour un seul voyage.	VII
II. Le Baron inexistant	XIII
III. Brève histoire des « méditations dynamiques » de Leibniz	XXV
IV. Brève histoire codicologique des manuscrits des <i>Dynamica</i>	XLII
V. L'édition	LIII
Liste des abréviations	LVII

DYNAMICA

De Potentia et Legibus naturæ corporeæ Tentamen scientiæ novæ

DYNAMICORUM PRIMA REDACTIO

[Tabula]	3
[Tabula quam maxime completa]	4
[Alia tabula cum accurata ratione 5. sectionis]	8
Epistola dedicatoria	12
De Lege Naturæ circa corporum Potentiam Demonstrationum specimen	14
<i>Pars I Sectio 1</i>	
1. De rerum æstimatione in universum	22
2. De quantitate materiæ seu volumine et densitate	27
3. De ductibus et dimensionibus, seu de rationibus ordinatim compositis	50
De motu textum deperditum	70
<i>Pars I Sectio 2</i>	
1. De motu	75
2. De motu uniformi	84
3. De velocitate in motu æquidistributo	90
4. De velocitate in motu uniformi	96
De velocitate in motu uniformi	96
De velocitate in motu æqualiter distributo et uniformi	103

5. De motu simplice	114
<i>Pars I Sectio 3</i>	
1. De actione motus formali et potentia absoluta	121
Trium propositionum prima versio	121
De actione motus formali et potentia absoluta	123
2. De potentia motrice absoluta demonstrata a priori	150
<i>Pars I Sectio 4</i>	
1. De tractu seu spatio per motum absoluto	164
De spatio percurso et ejus longitudine	164
De tractu seu spatio per motum absoluto	168
2. De velocitate in universum	184
De velocitate	184
De velocitate in universum	191
3. De Motu difformi, seu accelerato vel retardato	201
<i>Pars I Sectio 5</i>	
1. De quantitate motus seu impetu	227
2. De translatione seu effectu motus formali	237
3. Initia phorometrica per compendium	266
4. Specimen calculi analytici pro phorometria dinamica	280
Specimen calculi analytici pro phorometria dinamica (I)	280
Specimen calculi analytici pro phorometria dinamica (II)	282
<i>Pars 2 Sectio 1</i>	
1. De quantitate actionis in motu et potentia absoluta	291
De quantitate actionis in motu et potentia absoluta	291
De quantitate actionis in motu et potentia absoluta	300
2. De causa et effectu et potentia eorum motrice absoluta	315
<i>Pars I Sectio 2</i>	
1. De centro gravitatis et quod omni mobili tale centrum attribui possit	364
2. De motus directione et figura	372
<i>Pars I Sectio 3</i>	
De concursu corporum	404
DYNAMICORUM TRANSCRIPTIO MEDIA	
<i>Pars I Sectio 1</i>	
3. De Ductibus et dimensionibus, seu de Rationibus ordinatim compositis	449
<i>Pars I Sectio 2</i>	
1. De motu	465
2. De motu uniformi	476

3. De velocitate in motu æqualiter distributo	480
4. De motu simplice, seu de velocitate in motu simul æqualiter distributo et uniformi	485
5. De motu simpliciter simplice	495
<i>Pars I Sectio 3</i>	
1. De actione motus formali ejusque effectu	500
2. De potentia motrice absoluta demonstrata a priori	518
<i>Pars I Sectio 4</i>	
1. De tractu seu spatio per motum absoluto	528
2. De velocitate in universum	537
<i>Pars I Sectio 5</i>	
1. De quantitate motus seu impetu	544
3. Conspectus phorometricus	552
<i>Pars 2 Sectio 1</i>	
2. De causa et effectu et potentia eorum motrice absoluta	559

TABLE DES MATIÈRES DU VOLUME 2

Introduction	V
I. Le <i>Conspectus operis</i>	VI
II. Mélanges dynamiques (<i>Miscellanea</i> ou <i>Varia dynamica</i>)	X
II. 1. <i>Addenda</i>	XI
II. 2. Appendices	XIII
Liste des abréviations	XX

VERSIO ULTIMA SECUNDUM LEIBNITII CONSPECTUM COMPLETA DERNIER ÉTAT DU TRAITÉ COMPLÉTÉ SUIVANT LE PLAN ÉDITORIAL DE LEIBNIZ

Epistola dedicatoria	2
Épître dédicatoire	3
Conspectus operis	6
Plan d'ensemble de l'ouvrage	7
De lege naturæ circa corporum potentiam Demonstrationum specimen	10
Échantillon de démonstrations sur la loi de la nature concernant la Puissance des Corps	11
PARS 1. CONTINENS DYNAMICA SIMPLICIA SEU A REBUS ABSTRACTA PREMIÈRE PARTIE. CONTENANT LES DYNAMIQUES SIMPLES OU ABSTRAITES DES CHOSES	
<i>Sectio prima. De quantitate materiæ, et de æstimatione in universum</i> <i>Première section. De la quantité de matière et de l'estimation en général</i>	
1. De rerum æstimatione in universum	26
1. De l'estimation des choses en général	27
2. De quantitate materiæ seu volumine et densitate	34
2. De la quantité de matière ou du volume et de la densité	35
3. De ductibus et dimensionibus seu de rationibus ordinatim compositis	58
3. Des produits et des dimensions, ou de la composition en ordre des raisons	59

Appendix. Specimen pro Analysi infinitorum	88
Appendice. Échantillon en faveur de l'analyse des infinis	89
<i>Seçtio secunda. De motu et velocitate</i>	
<i>Deuxième section. Du mouvement et de la vitesse</i>	
1. De motu	104
1. Du mouvement	105
2. De motu uniformi	122
2. Du mouvement uniforme	123
3. De velocitate in motu æquidistributo	132
3. De la vitesse dans le mouvement équidistribué	133
4. De velocitate in motu simul æquidistributo et uniformi	142
4. De la vitesse dans un mouvement à la fois équidistribué et uniforme	143
5. De motu simpliciter simplice	162
5. Du mouvement simplement simple	163
<i>Seçtio tertia. De actione et potentia</i>	
<i>Troisième section. De l'action et de la puissance</i>	
1. De actione motus formali ejusque effectû	172
1. De l'action formelle du mouvement et de son effet	173
2. De potentia motrice absoluta demonstrata a priori	200
2. Démonstration <i>a priori</i> de la puissance motrice absolue	201
<i>Seçtio 4. De velocitate difformi</i>	
<i>Section 4. De la vitesse difforme</i>	
1. De tractu seu spatio per motum absoluto	220
1. Du trajet ou de l'espace accompli par le mouvement	221
2. De velocitate in universum	238
2. De la vitesse en général	239
3. De motu difformi, seu accelerato vel retardato	258
3. Du mouvement difforme, c'est-à-dire accéléré ou retardé	259
<i>Seçtio 5. Phorometrica difformium</i>	
<i>Section 5. Phorométrie des mouvements difformes</i>	
1. De quantitate motus seu impetu	294
1. De la quantité du mouvement ou <i>impetus</i>	295
2. De translatione seu effectû motus formali	310
2. De la translation ou effet formel du mouvement	311
3. Conspectus Phorometricus	336
3. Abrégé Phorométrique	337

Specimen calculi analytici pro phorometria dinamica	348
Échantillon de calcul analytique pour la phorométrie dynamique	349
Pars prior : De calculo quantitatum ordinarium	348
Première Partie : du calcul des quantités ordinaires	349
Pars posterior : De calculo per quantitates inassignabiles, seu de Analysisi infinitorum nova ad Phorometriam adhibita	350
Seconde partie : Du calcul par les quantités inassignables, ou de l'application à la phorométrie de la nouvelle Analyse des infinis	351
PARS 2. CONTINENS DYNAMICA CONCRETA CIRCA EA QUÆ IN SYSTEMATE RERUM CONTINGUNT	
DEUXIÈME PARTIE. CONTENANT LES DYNAMIQUES CONCRÈTES PORTANT SUR CE QUI SE PASSE DANS LE SYSTÈME DES CHOSES	
<i>Sectio 1. De causa et effectu activis seu de vi absoluta mortua et viva</i>	
<i>Section 1. De la cause et de l'effet actifs ou de la force absolue, morte et vive</i>	
De causa et effectu activis	183
De la cause et de l'effet actifs	367
<i>Sectio 2. De centro gravitatis et directione motus</i>	
<i>Section 2. Du centre de gravité et de la direction du mouvement</i>	
1. De centro gravitatis et quod omni mobili tale centrum attribui possit	432
1. Du centre de gravité et qu'un tel centre peut être attribué à tout mobile	433
2. De motus directione	444
2. De la direction du mouvement	445
<i>Sectio 3. De Concursu Corporum; seu de vi respectiva cum absolutæ ac directivæ considerationibus combinata</i>	
<i>Section 3. Du concours de corps; ou de la force respectve combinée avec la considération de la force absolue e de la force directrice</i>	
De concursu corporum	490
Du concours de corps	491
PARS 3. VARIA DYNAMICA	
TROISIÈME PARTIE. MÉLANGES DYNAMIQUES	
Addendum 1. Schediasma de resistentia medii, et motu projectorum gra- vium in medio resistente	554
Addendum 1. Étude sur la résistance du milieu	555
Additio ad Schediasma de Medii resistentia 572 Addition à l'Étude sur la résistance du milieu, publiée dans les <i>Acta eruditorum</i> , de l'année 1689	573

Addendum 2. Tentamen de motuum coelestium causis	576
Addendum 2. Essai sur les causes des mouvements célestes	577
Appendix	630
Appendice	633
Annexum 1. Soni propagatio	636
Annexe 1. La propagation du son	637
G.G.L. Cogitationes novæ, quomodo formetur sonus, et per ærem propagetur, atque in organo auditus exprimatur	636
Pensées nouvelles sur la formation du son, sa propagation dans l'air et son expression dans l'organe de l'ouïe	637
Annexum 2. De elastico	668
Annexe 2. Sur l'élasticité	669
De vi elastica ad rationes geometricas revocanda tentamen	668
Essai de géométrisation de la force élastique	670
Annexum 3. De motu terræ	680
Annexe 3. Du mouvement de la terre	681
De præstantia systematis Copernicani	680
De la supériorité du système copernicien	681
Annexum 4. De vi absoluta	690
Annexe 4. De la force absolue	691
Appendix de vi absoluta	690
De la force absolue	691
<i>APPENDICES</i>	
Glossaire	701
<i>Figure</i> : LH 35, 18A, p. 163	724
Bibliographie	725
Bibliographie primaire	725
Bibliographie secondaire	730
<i>Figure</i> : LH 35, 18B, p. 144	745
<i>Figure</i> : LH 35, 18C, f. 71v	746
Errata corrige	747
Index des noms	748