

MARIA GAETANA AGNESI E LA VERSIERA. UNA PROPOSTA LABORATORIALE PER LA SCUOLA SECONDARIA DI PRIMO GRADO

di Elena Scalambro

1. LA STORIA DELLE MATEMATICHE IN CLASSE: PERCHÉ?

L'importanza di progettare, articolare e sviluppare azioni didattiche basate sulla Storia delle Matematiche è ormai consolidata, in diversi contesti e per tutte le fasce scolari. La Storia infatti può contribuire efficacemente alla costruzione del significato di fronte agli allievi, come sottolineato anche nelle Indicazioni Nazionali per i Licei⁽¹⁾. Questa concezione affonda le radici nella visione epistemologica di Felix Klein che, passando attraverso altri celebri matematici come Guido Castelnuovo e Federico Enriques, giunge fino a Emma Castelnuovo. All'interno dell'*Insegnamento Dinamico* (1921), celebre manifesto didattico di Enriques, già si sottolinea l'importanza «che di ogni dottrina si studi le origini, le connessioni, il divenire, non un qualsiasi assetto statico». Fin dal secolo scorso appare inoltre significativo il ruolo della Storia nella formazione dei docenti di matematica, con l'obiettivo di favorire la riflessione sull'origine dei concetti matematici:

La formazione di docenti di matematiche, che siano all'altezza dei loro compiti didattici, richiede, in genere, che la scienza sia da loro appresa non soltanto nell'aspetto statico, ma anche nel suo divenire. E quindi che lo studioso apprenda dalla storia a riflettere sulla genesi delle idee, e d'altro lato partecipi all'interesse per la ricerca. (Enriques, *Le matematiche nella storia e nella cultura*, Zanichelli, 1938, p. 190)

Anche oggi i ricercatori in didattica della matematica concordano su alcuni punti fondamentali che stanno alla base dell'introduzione della componente storica all'interno dell'insegnamento della matematica. Oltre a rendere l'intervento didattico più piacevole e stimolante, la storia diventa funzionale a presentare la matematica come una disciplina viva e in continua evoluzione e a conferirle una forte dimensione interculturale e trans-culturale, favorendo anche l'inclusione degli

⁽¹⁾ Al loro interno, infatti, «Si evidenzia l'importanza di connettere le varie teorie matematiche studiate con le problematiche storiche che le hanno originate e di approfondirne il significato. Lo studente saprà inquadrare le varie teorie matematiche studiate nel contesto storico entro cui si sono sviluppate e ne comprenderà il significato concettuale attraverso una visione storica critica anche in relazione al contesto filosofico, scientifico e tecnologico». Compare inoltre un esplicito invito a far acquisire agli studenti «il senso e la portata dei principali momenti che caratterizzano la formazione del pensiero matematico».

studenti con diversi retroterra. La matematica insegnata corre spesso il rischio di apparire ‘inaridita’, priva di vita: la Storia può invece aiutare a costruire il «Grande racconto» della matematica (Millán Gasca, 2019), creando un percorso coinvolgente e trascinante, al cui interno gli studenti – sin dai primi anni di scuola – possono vedere la matematica come un’avventura che si vive insieme.

Naturalmente, la prospettiva storica è parte integrante di tutte le discipline, andando a costituire un elemento imprescindibile per la riflessione e l’analisi di tutte le forme di espressione del pensiero umano, tra cui i concetti e gli strumenti matematici. Una prospettiva storico-epistemologica permette di trarre informazioni sulla matematica sviluppatasi all’interno di una certa tradizione culturale e sulle fasi di negoziazione che hanno portato alla costruzione dei significati, favorendo una profonda riflessione sia sugli oggetti matematici e sulla loro evoluzione, sia sul modo di presentarli in classe (Furinghetti & Radford, 2002; Jankvist, 2009; Katz *et al.*, 2014). Inoltre, introdurre un ‘fattore di umanesimo’ nella matematica consente di promuovere i collegamenti interdisciplinari con le altre materie di studio, come nel caso della proposta laboratoriale che si illustrerà nel seguito.

Attraverso alcune figure significative di donne matematiche, la Storia può poi fornire interessanti spunti di riflessione e stimoli per intervenire sul divario di genere in matematica, ambito in cui il dibattito è molto attuale. Infine, appaiono particolarmente significative le parole di Mazur che alla domanda sul perché, alla fin fine, sia utile inserire la storia all’interno dell’insegnamento risponde: «The essence of history is story, and a good story is an end in itself» (2013, p. 1).

2. MARIA GAETANA AGNESI: DALLA STORIA ALLA CLASSE

Nel 2018, in occasione dei 300 anni dalla nascita di Maria Gaetana Agnesi, all’interno del gruppo di ricerca di Matematiche complementari dell’Università degli Studi di Torino, è nata l’idea di progettare un’esperienza laboratoriale incentrata su questa matematica del Settecento, con un duplice obiettivo: introdurre in classe in modo didatticamente efficace e storicamente pertinente la versiera, curva per cui Agnesi è ancora oggi ricordata⁽²⁾, e promuovere una riflessione sulle differenze di genere in ambito scientifico, andando a intervenire sul gender gap in matematica.

Se, da una parte, la vita e l’opera di Agnesi erano state ampiamente studiate e analizzate in ambito storico, dall’altra le molteplici potenzialità in campo didattico legate a questa figura non erano ancora state pienamente colte né messe a frutto attraverso attività nelle classi.

Grazie alla collaborazione fra esperte⁽³⁾ di diverso profilo (storico e didattico) è nata così una prima versione dell’attività destinata agli studenti della secondaria

⁽²⁾ Già studiata da Fermat nel 1666 e da Guido Grandi nel 1703, la versiera è associata al nome di Agnesi per la descrizione da lei fornita nelle *Istituzioni*.

⁽³⁾ Sono state coinvolte le prof.sse Erika Luciano, Francesca Ferrara e Ornella Robutti, cui desidero esprimere il più vivo ringraziamento per il supporto fornito.

di II grado, di cui è possibile trovare un resoconto dettagliato in (Luciano, Robutti & Scalambro, 2020).

La proposta laboratoriale è stata successivamente inserita all'interno del modulo del Piano Lauree Scientifiche (PLS) «La Storia delle Matematiche in classe» (coord. prof.ssa Luciano), suscitando un vivo interesse da parte dei docenti di diversi istituti scolastici del Piemonte.

In questo ambito, l'anno scolastico 2020-2021 ha presentato una nuova – e 'doppia' – sfida. Da un lato, la situazione pandemica da Covid-19 ha richiesto modifiche e successivi adattamenti della proposta laboratoriale sotto un duplice aspetto: fruibilità ed efficacia dell'attività nella modalità di didattica a distanza; opportuni accorgimenti per evitare l'utilizzo di materiali promiscui durante le fasi di lavoro di gruppo. Dall'altro lato, è emerso l'interesse e il desiderio da parte di alcune docenti della scuola secondaria di I grado di proporre questo percorso didattico all'interno delle loro classi. Accogliendo questa duplice istanza, è stata elaborata una nuova versione del laboratorio con l'obiettivo di renderlo fruibile per gli studenti del secondo e terzo anno della secondaria di I grado, inserendolo in maniera organica e proficua all'interno della programmazione curricolare. Attraverso il dialogo e il confronto con alcune docenti-ricercatrici⁽⁴⁾ e mediante un'opportuna opera di trasposizione didattica, nell'autunno del 2020 è stato messo a punto un percorso interdisciplinare, che sarà approfondito nei paragrafi successivi di questo articolo. Tra l'inverno 2020 e la primavera 2021, quando l'attività didattica era ancora svolta prevalentemente in modalità a distanza, tre classi terze di Torino e provincia hanno avviato una prima sperimentazione dell'attività⁽⁵⁾. Le docenti di matematica delle classi, con il supporto dell'autrice del presente lavoro, hanno così proposto il percorso laboratoriale agli studenti, inserendo questo modulo storico all'interno della propria pianificazione didattica, in dialogo e continuità con altre attività sulle relazioni matematiche e sulle rappresentazioni nel piano cartesiano, inquadrandolo anche all'interno di itinerari più ampi (uno incentrato su donne e scienza, l'altro dedicato ai personaggi di scienza significativi nel corso della storia).

3. L'ESITO DI UNA SFIDA: L'ATTIVITÀ DIDATTICA ALLA SCUOLA SECONDARIA DI PRIMO GRADO

In questa sezione si prendono in considerazione sia le diverse fasi di realizzazione dell'attività laboratoriale – facendo riferimento principalmente a come essa è stata sviluppata presso l'IC «U. Foscolo» di Torino nel 2020-2021 – con i collegamenti

⁽⁴⁾ Ringrazio di cuore le prof.sse Giuseppina D'Alisa, Daniela Favale, Alessandra Messina (IC «U. Foscolo», Torino) e Donatella Garzotto (IC Volpiano) che hanno partecipato con impegno, dedizione e professionalità a questo progetto, fornendo spunti e idee interessanti e sperimentando l'attività nelle loro classi.

⁽⁵⁾ Nell'a.s. 2020-2021 hanno aderito alla proposta le classi 3A dell'IC Volpiano, 3L e 3M dell'IC «U. Foscolo» di Torino. Nell'a.s. 2021-2022 hanno partecipato le classi 3H, 3G e 3L dell'IC «U. Foscolo». Complessivamente la sperimentazione ha coinvolto 145 studenti per un totale – in media – di 12 ore per classe, suddivise in 8 ore curricolari e 4 di lavoro individuale a casa.

interdisciplinari da essa scaturiti, sia il suo inserimento all'interno di un percorso più esteso, incentrato sulle curve in matematica.

3.1. CONOSCIAMO MARIA GAETANA AGNESI

Il primo step della proposta laboratoriale consiste naturalmente nella presentazione di Maria Gaetana Agnesi, con l'obiettivo di fornire agli studenti le coordinate spazio-temporali necessarie per collocarla all'interno del contesto storico, politico e culturale in cui è vissuta. Nel corso del Settecento si assiste all'esclusione delle donne dalla pratica professionale della matematica, basata sulla convinzione che la mente femminile sia diversa da quella maschile e che, nello specifico, sia meno adatta al ragionamento logico-deduttivo tipico della matematica.

Rimandando all'ampia letteratura su questo tema per ulteriori approfondimenti⁽⁶⁾, ricordiamo qui soltanto i tratti essenziali della sua biografia. Agnesi nasce a Milano il 16 maggio 1718, in una famiglia dell'agiata borghesia dell'epoca. Terza dei ventuno figli di Pietro Agnesi, noto commerciante di seta milanese, fin da piccola Maria Gaetana è incoraggiata proprio dal padre a dedicarsi agli studi superiori. Intraprende così gli studi prima di lettere e lingue, che le procureranno il soprannome di 'oracolo sette lingue' per il suo poliglottismo, e successivamente di filosofia e matematica, appassionandosi in particolare a quest'ultima. Coltissima in ambito letterario tanto quanto in ambito scientifico e vera *enfant prodige*, Agnesi si forma con i migliori precettori per lei reclutati dal padre, fra cui il monaco olivetano Ramiro Rampinelli per la matematica. Grazie alla presenza di Maria Gaetana, il salotto di casa Agnesi diventa ben presto un salotto illuminista molto rinomato, attirando intellettuali e studiosi da ogni parte d'Europa. Dall'esperienza di insegnamento ai fratelli più piccoli e dal desiderio di essere utile ai giovani che vogliono intraprendere gli studi di matematica scaturisce il trattato che darà maggior notorietà ad Agnesi, le *Instituzioni Analitiche ad uso della gioventù italiana* (1748). Gli studi di Maria Gaetana proseguono fino al 1752, anno della morte del padre, quando sceglie di abbandonare la matematica per dedicarsi interamente alle opere di carità. È poi nominata direttrice del reparto femminile del Pio Albergo Trivulzio (1771), dove si spegnerà oltre vent'anni dopo, il 9 gennaio 1799.

Pur tralasciando quei contenuti matematici delle *Instituzioni* troppo 'avanzati' per essere proposti a dei ragazzi di 12-13 anni, emerge la necessità di presentare questo trattato agli studenti per la novità che storicamente esso ha rappresentato sulla scena italiana e internazionale. Composte da più di mille pagine e suddivise in due volumi, le *Instituzioni Analitiche* rappresentano infatti il primo trattato di Analisi in italiano. Realizzato in soli otto anni, il trattato di Agnesi gode di un'ottima ricezione in Italia e all'estero ed è elogiato da grandi personalità: la fisica Laura Bassi, il papa Benedetto XIV, l'imperatrice Maria Teresa d'Austria e il com-

⁽⁶⁾ Cfr., *inter alia*, Babini & Simili, 2007; Roero, 2015; Mazzotti, 2019.

mediografo Carlo Goldoni⁽⁷⁾. Le *Instituzioni* sono anche valorizzate con le due traduzioni edite in Francia e in Inghilterra. Particolarmente significativa è la vicenda legata alla traduzione in lingua inglese. John Colson, Lucasian professor di matematica all'Università di Cambridge, esprime grande entusiasmo per il dono delle *Instituzioni*. Con l'obiettivo di incuriosire e incoraggiare il pubblico femminile allo studio della matematica, prendendo Agnesi come modello, Colson dedica gli ultimi dieci anni di vita a questa traduzione (pubblicata postuma nel 1801), rivestendo un ruolo decisivo nella nascita dell'appellativo 'strega di Agnesi' per la versiera, con cui sarà introdotta questa curva nel corso dell'attività. Secondo un'ormai consolidata ricostruzione storica, sembra che Colson al posto di tradurre il nome 'versiera' con un termine inglese che indicasse la sua forma (cioè un cambio di 'verso' o concavità, dal latino *cum sinus verso*), lo tradusse con il corrispettivo inglese di 'adversaria', appellativo all'epoca attribuito alle streghe: da allora la versiera è nota come '*witch of Agnesi*', cioè 'la strega di Agnesi'.

3.2. LA VERSIERA: DALLE RIME ALLA COSTRUZIONE PER PUNTI

Dopo il momento introduttivo su Maria Gaetana Agnesi e il suo impegno in ambito matematico, l'attività laboratoriale si apre con la visione di un video⁽⁸⁾ che si conclude con Agnesi che invita i ragazzi a costruire la curva versiera seguendo alcune istruzioni in rima. Nella versione pre-Covid del laboratorio, la classe era divisa in piccoli gruppi ed era richiesto agli studenti di ottenere alcuni punti della curva (avendo a disposizione un hula hop, una striscia di carta, dello spago e le squadrette) e poi unirli, in modo da tracciare l'andamento complessivo della versiera, sia promuovendo un approccio *embodied* alla matematica (Arzarello & Robutti, 2008) sia favorendo il coinvolgimento e la partecipazione attiva degli studenti.

A causa delle normative sanitarie, questa fase dell'attività è stata trasformata in un lavoro individuale. Le docenti coinvolte hanno però sottolineato l'importanza dell'aspetto linguistico all'interno delle loro classi; è stata quindi elaborata una nuova versione in rima delle istruzioni per la costruzione della versiera:

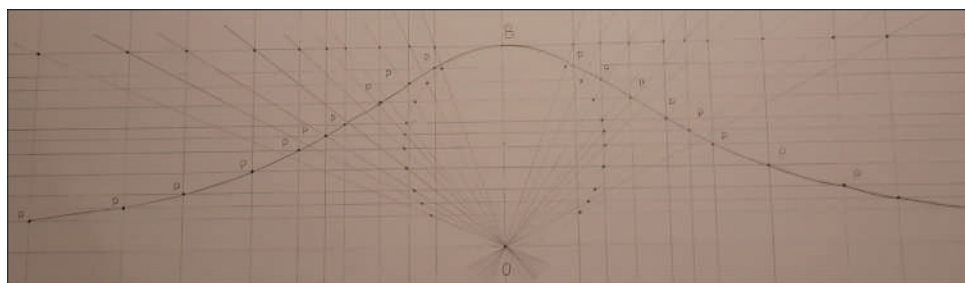
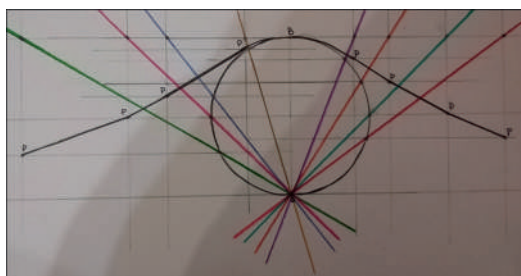
Una coppia di rette parallele, x e l , e un cerchio tangente a entrambe nei punti O e B rispettivamente, disegnerete.
 La retta per i punti O e B tracerete
 e infine una retta per il punto O , che interseca la circonferenza in un punto M , creerete.
 N il punto di intersezione tra questa retta e la retta l sarà

⁽⁷⁾ Per un'analisi approfondita di questo aspetto cfr. Roero, 2016. In particolare, Goldoni cita Agnesi all'interno de *Il medico olandese*: «Voi vi meravigliate che la padrona mia inclini al dolce studio della Geometria? Stupitevi piuttosto che con saper profondo prodotto abbia una donna sì gran libro al mondo. È italiana l'autrice, signor, non olandese, Donna illustre, sapiente, che onora il suo paese» (Goldoni, 1756, atto I, scena II).

⁽⁸⁾ Tale video, da noi appositamente realizzato, è attualmente disponibile sul canale YouTube *Didattica della matematica Ornella Robutti* al link <https://www.youtube.com/watch?v=bFqXbF1JM0Y&t=4s>.

e da lì una perpendicolare alla retta x cadrà.
 Il momento di tracciare la parallela alla retta l passante per M è arrivato,
 il punto P di intersezione tra le ultime due rette avete trovato.
 P è uno dei punti della mia versiera,
 al variare di M sulla circonferenza troverete la sua forma vera!

Queste rime sono state commentate durante la lezione con l'insegnante e agli studenti è stato poi assegnato il compito di costruire la versiera per punti. Ciascun ragazzo ha quindi provato a disegnare alcuni punti della curva sul proprio foglio per poi dedurne l'andamento generale. In questo tipo di attività sono state così attivate diverse abilità, da quelle di analisi e comprensione del testo a quelle maggiormente legate al disegno tecnico. Se, da un lato, è necessariamente venuto meno l'aspetto del lavoro di gruppo, dall'altro è emerso il vantaggio per gli studenti di avere a disposizione tutto il tempo di cui necessitavano per completare la costruzione della loro curva. Gli elaborati ottenuti al termine di questa fase dell'attività sono diversi sia in termini di precisione sia per quanto riguarda l'aspetto creativo che ha seguito la parte dedicata alla costruzione e su cui gli studenti erano stati lasciati completamente liberi: alcuni lavori risultano più colorati, altri più dettagliati e precisi dal punto di vista tecnico. Durante la lezione successiva, l'insegnante ha condotto un momento di discussione collettiva sulla forma della curva ottenuta, cercando di coinvolgere tutti gli allievi. Gli studenti si sono dunque confrontati tra loro sull'andamento globale della curva, osservandone alcune proprietà come il fatto di essere simmetrica rispetto all'asse verticale. È stato poi messo in luce il legame tra la forma della curva e il cerchio generatore, rilevando, in particolare, che nel punto di massimo la curva è – nelle parole degli studenti – «alta quanto il diametro del cerchio» o, ancora, il fatto che la curva è limitata.



3.3. LA VERSIERA: COSTRUZIONE DINAMICA CON GEOGEBRA

Fino a questo momento, non è ancora entrato in gioco il piano cartesiano. Ciò avviene nella fase successiva del laboratorio, in cui si passa alla costruzione dinamica della curva attraverso il software di geometria dinamica GeoGebra. Questa fase dell'attività porta quindi ad affrontare due importanti nodi concettuali: il passaggio dal discreto al continuo, il passaggio dal piano euclideo ad un sistema di riferimento cartesiano⁽⁹⁾.

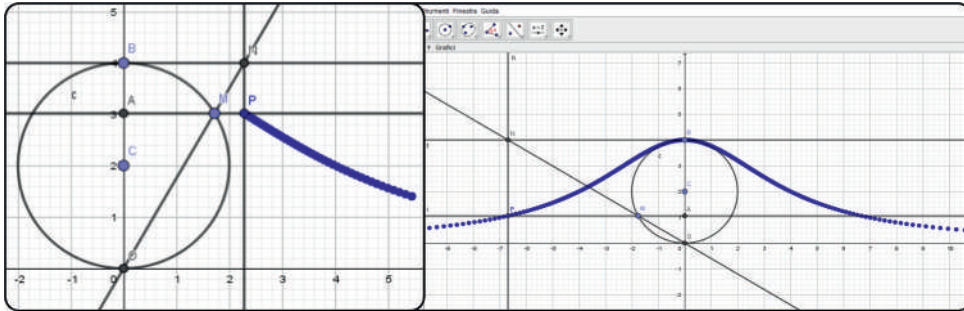
Nel caso della scuola secondaria di I grado, è stato scelto di ripercorrere collettivamente i passaggi delle istruzioni in rima e di costruire con GeoGebra, passo per passo, i vari elementi necessari: l'insegnante ha così realizzato la costruzione dinamica della versiera condividendo lo schermo del proprio computer con gli studenti. In un secondo momento, sono state fornite le istruzioni ai ragazzi in modo da provare in prima persona a costruire la curva con GeoGebra. Tale costruzione può essere sintetizzata nei seguenti passaggi⁽¹⁰⁾.

- Costruzione di una retta l parallela all'asse delle ascisse con il comando *Retta parallela*. Siano B il punto di intersezione tra questa retta e l'asse delle ordinate e O l'origine degli assi.
- Individuazione di C, punto medio del segmento OB, con il comando *Punto medio o centro*.
- Costruzione di una circonferenza avente centro in C e raggio CB con il comando *Circonferenza – dati centro e raggio*.
- Creazione di un punto arbitrario M sulla circonferenza con il comando *Punto*.
- Costruzione della retta passante per M e per l'origine degli assi cartesiani O con il comando *Retta*.
- Individuazione di N, il punto di intersezione tra la retta OM e la retta l , con il comando *Intersezione*.
- Costruzione della retta perpendicolare all'asse delle ascisse passante per N con il comando *Retta perpendicolare*.
- Costruzione della retta parallela all'asse delle ascisse e passante per M con il comando *Retta parallela*.
- Individuazione di P, punto di intersezione tra quest'ultima retta e quella passante per N e perpendicolare all'asse delle ascisse, con il comando *Intersezione*.
- Cliccando con il tasto destro, attivazione della funzione *Mostra traccia* per P e *Animazione* per M.

⁽⁹⁾ In questa fase dell'attività si può utilizzare il 'foglio bianco' di GeoGebra, privo di assi cartesiani, e, nel caso della scuola secondaria di II grado, introdurre tale sistema solo nel momento in cui si ricava l'equazione cartesiana della curva. In questo caso, le docenti della secondaria di I grado hanno scelto di presentare la costruzione dinamica utilizzando il piano cartesiano per mostrare agli studenti come un oggetto (prima costruito 'a mano' sul foglio e, quindi, sul piano euclideo) si possa rappresentare su quello cartesiano. Tale scelta è scaturita dalla volontà di ricollegarsi agli argomenti di geometria analitica (rette e triangoli nel piano cartesiano) precedentemente affrontati con gli studenti.

⁽¹⁰⁾ Per una versione estesa di tale costruzione, corredata dalle illustrazioni di ogni passaggio, cfr. Luciano, Robutti & Scalambro, 2020, pp. 387-389.

In questo modo ogni studente ha realizzato individualmente la costruzione dinamica vista durante la lezione e ha avuto la possibilità di impraticarsi nell'utilizzo di questo strumento informatico con cui non tutti i ragazzi di questa fascia scolare hanno già dimestichezza ma che, con ogni probabilità, incontreranno sempre più spesso nel prosieguo degli studi.



3.4. UNO SGUARDO ALLE FONTI: LA LETTURA GUIDATA DELLA PREFAZIONE DELLE *ISTITUZIONI*

Nella prima versione di questo laboratorio, concepita per la scuola secondaria di II grado, l'ultima parte dell'attività è destinata a ricavare l'equazione cartesiana della versiera e a riflettere sul concetto di variabile dipendente/indipendente. Naturalmente un'attività di questo tipo non si presta ad essere adattata per il livello inferiore. La proposta laboratoriale è stata però ampliata in collegamento con altre due discipline: lettere e arte.

Cogliendo il suggerimento di Radford (2014, p. 97) di introdurre in classe lo studio delle fonti originali, in collaborazione con il docente di italiano sono stati presentati ai ragazzi alcuni passi delle *Istituzioni Analitiche* di Agnesi. Ritenendo troppo complesso per gli studenti di questa età il Problema III del trattato in cui compare la curva versiera, la scelta è ricaduta sulla dedica e sulla prefazione *Al lettore* delle *Istituzioni*. Sono quindi stati selezionati alcuni passi della prefazione – dei quali si riportano alcuni stralci nel seguito – da proporre agli studenti. I testi sono stati poi letti e commentati insieme in classe, prestando attenzione ad alcuni punti fondamentali.

Per prima cosa, le *Istituzioni Analitiche* rappresentano una sorta di atto di rivendicazione del diritto delle donne ad avere accesso pieno e paritario al mondo dell'istruzione, della ricerca e dell'insegnamento della matematica. Emblematica di ciò è la scelta di Agnesi di dedicarle a un'altra donna, la colta e 'illuminata' imperatrice Maria Teresa d'Austria:

la considerazione del Vostro Sesso, che da VOI illustrato per bella sorte è pur mio.
Questo pensiero mi â [ha] sostenuta nella fatica, e non mi â [ha] lasciato sentire il

rischio dell'impresa. [...] debbano le Donne tutte servire alla gloria del loro sesso, e ciascuna, per quanto le può venir fatto, contribuire all'accrescimento dello Splendore, nel quale VOI lo avvolgete. (Agnesi, 1748, p. III)

Dalla prefazione *Al lettore* ben emerge anche come Agnesi segua per tutta la vita un progetto coerente caratterizzato dalla coesistenza di tre elementi fondamentali: gli interessi scientifici, la pratica religiosa e l'impegno sociale. Mettendo a disposizione dei giovani i propri talenti umani e intellettuali, Agnesi desidera quindi essere utile alla società:

Mi sembravano utilissime, e necessarie nuove *Instituzioni* di Analisi. [...] quanto sia difficile il ritrovare quella [esposizione], che sia dotata della dovuta chiarezza, e semplicità, omettendo tutto il superfluo, senza lasciare cosa alcuna, che esser possa utile o necessaria, e che proceda con quell'ordine naturale, in cui forse consiste la miglior istruzione, ed il maggior lume. (Ivi, p. 3 n.n.)

Gli ostacoli incontrati in prima persona durante gli studi, dovuti a diversi fattori (dispersione degli articoli su varie riviste, mancanza di chiarezza nei testi, prolissità di alcuni autori, ...), la conducono a redigere questi appunti, in un primo momento per uso personale e poi organizzati in modo sistematico, con l'obiettivo di guidare i giovani nell'apprendimento dei metodi algebrici, geometrici e analitici come dichiara in questi termini:

quantunque le cose Analitiche sieno tutte pubblicate con le stampe, pure perché esse sono scollegate, senz'ordine, e sparse qua e là nell'opere di molti Autori [...] cosicché non potrebbe certamente un Principiante ridurre a metodo le materie, quando anche egli fosse di tutti i libri fornito. (Ivi, p. 2 n.n.)

È quindi esplicito l'intento didattico di Agnesi, scaturito anche dall'esperienza personale di insegnamento ai fratelli minori, che la porta a pubblicare questo trattato in lingua italiana anziché in latino come era in uso all'epoca per le opere scientifiche:

siccome non è stata mia mente da principio il publicar colle stampe la presente opera da me cominciata, e proseguita in Lingua Italiana, per mio particular divertimento, o al più per istruzione d'alcuno de' miei minori fratelli [...] mi sono dispensata dal tradurla in Latino Idioma [...]. Né intendo però farmi carico di quella purità di lingua [...] avendo io avuto in mira più, che ogni altra cosa, la necessaria possibile chiarezza. (Ivi, pp. 4-5 n.n.)

Scopo precipuo di Maria Gaetana è rendere accessibile e comprensibile il sapere matematico; questo è probabilmente uno dei motivi per cui le *Instituzioni* furono largamente apprezzate, venendo citate e utilizzate, fra gli altri, dal giovane Lagrange.

Al termine di questa parte dell'attività, gli studenti hanno scritto dei pensieri relativi agli elementi che avevano particolarmente colpito la loro attenzione e sensibilità, attualizzando anche quanto letto. Tra gli aspetti sottolineati compaiono l'intraprendenza di Agnesi, il ruolo della matematica nella vita di tutti, l'importanza di avere delle 'grandi donne' come esempi. A tal proposito, i ragazzi scrivono:

Secondo me Agnesi fu una donna intraprendente. [...] Scrisse la sua opera con un linguaggio semplice e comprensibile perché voleva che fosse compresa da un pubblico più ampio. Quindi per lei la matematica era importante nella vita di tutti. (Andrea)

Maria Teresa d'Austria è stata un'imperatrice austriaca. [...] Maria Gaetana Agnesi dedicherà a lei il trattato *Istituzioni Analitiche ad uso della gioventù italiana* perché riconosceva nella sua persona una donna forte che regnava ammirata dal mondo, cosa più unica che rara all'epoca. La matematica dirà anche che il pensiero stesso dell'imperatrice l'aveva aiutata ad andare avanti nella ricerca e che tutte le donne dovrebbero fare grandi cose prendendo esempio da Maria Teresa d'Austria. (Ludovica)

Maria Gaetana Agnesi scrisse che le donne devono farsi valere. [...] Anche nei momenti più difficili non mollò e si fece valere; come sappiamo, all'epoca il ruolo delle donne era sottovalutato ma l'Agnesi è diventata una donna importante che ricordiamo anche oggi. (Elena)

Il commento di Goldoni fa molto pensare perché in poche righe ha fatto capire quanto l'uomo avesse una bassa considerazione della donna. [Agnesi] è una donna da cui prendere ispirazione sia per quello che ha fatto ma anche per il suo coraggio e la sua forza di andare avanti nonostante tutti i pregiudizi di quel tempo sul ruolo della donna. Secondo me Goldoni ha voluto sottolineare quanto fosse fiero del lavoro dell'autrice, sottolineando anche il fatto che fosse italiana e non olandese esaltando le sue origini e la sua patria. (Matilde)

Si insiste così sul ruolo della donna nella società, sintomo di come anche delle studentesse della scuola secondaria di I grado possano essere particolarmente sensibili su questa tematica. Dalla maggior parte dei commenti è emerso come Maria Gaetana Agnesi possa rappresentare ancora oggi un modello da seguire, nella sua anti-convenzionalità e nel suo coraggio per superare i pregiudizi. Questo elemento può rappresentare un ulteriore fattore di interesse nel momento in cui si introduce questa attività in classe, permettendo di lavorare e intervenire sul gender gap.

3.5. DALLA MATEMATICA ALL'ARTE

Il legame tra la matematica e l'arte costituisce la seconda direzione in cui è stato espanso questo laboratorio per la scuola secondaria di I grado. A partire dal doodle del 16 maggio 2014, che Google aveva dedicato a Maria Gaetana Agnesi in occasione del 296° anniversario della sua nascita⁽¹¹⁾, gli studenti sono stati invitati a produrre un elaborato artistico, supportati anche dal docente di arte. Alcuni hanno scelto di creare una sorta di logo o una pubblicità per Agnesi, con l'obiettivo di promuovere e far conoscere questa brillante matematica del Settecento. Vi sono poi dei disegni che, a partire dalla forma della versiera, desiderano trasmettere diversi messaggi: dalla pace, raffigurata dai cerchi olimpici, all'armonia tra uomo e natura. O ancora, diverse idee sono scaturite a partire dal legame tra la matematica e la realtà: sostituire il cerchio della costruzione della versiera con il pianeta Terra; in-

⁽¹¹⁾ Cfr. <https://www.google.com/doodles/maria-gaetana-agnesis-296th-birthday>.

serire il profilo di Agnesi con in testa degli ingranaggi al lavoro che la fanno riflettere sui collegamenti tra matematica e mondo reale; trasformare il cerchio sottostante alla versiera in una lente di ingrandimento sul mondo della matematica.

Degno di nota è infine il disegno di una studentessa che, come dichiarato, «rappresenta la matematica vista con gli occhi di una donna e si può intravedere un riflesso che rappresenta il mistero della matematica». Come sottolineato dai docenti, oltre a stimolare la creatività dei ragazzi, questi elaborati artistici, caricati mano mano sulla piattaforma online della classe, hanno anche contribuito a far sentire gli studenti più vicini e a condividere e apprezzare ‘qualcosa di bello’ in un periodo difficile come quello della pandemia.

3.6. IN UN PERCORSO PIÙ AMPIO TRA CURVE INTERESSANTI

Nel caso delle classi dell'IC «U. Foscolo», questa proposta laboratoriale è stata inserita in un percorso più ampio dedicato alle curve interessanti, all'interno del quale la versiera è stata affiancata da cerchio ed ellisse. In particolare, il percorso è stato utile per riprendere e consolidare alcuni concetti legati alla geometria del piano cartesiano, a partire dallo studio più approfondito delle rette nel piano. In un'ottica di sperimentazione, ricerca ed esperienza concreta, si è tentato di dare una visione unitaria e globale del piano cartesiano come strumento per rappresentare diverse curve. Le docenti coinvolte hanno cercato di coniugare sempre tre elementi fondamentali: aspetti linguistici, realizzazione della curva con materiali poveri, costruzione dinamica con GeoGebra.

Per il cerchio, la filastrocca *Il mercante di diametri* di Gianni Rodari (*Filastrocche in cielo e in terra*, Einaudi, 1972, p. 153) ha rappresentato l'espedito linguistico adottato per introdurre l'attività didattica.

Un cerchio ragionò:
con tanti diametri che ho
perché non ne vendo un po'?

Così si fece mercante
e andava per i mercati
a vendere diametri sigillati.
A chi ne comprava tre
dava in omaggio
un raggio.

Tutto questo succedeva
in un paese nebbioso,
dove anche un raggio di cerchio
sembra tanto luminoso.

A partire da questo testo, è stata avviata una riflessione relativa al fatto che il cerchio può essere visto come un poligono di infiniti lati e, come suggerito dalle rime di Rodari, ha infiniti diametri – per cui il cerchio trasformatosi in mercante può andare avanti a venderli all'infinito – e, naturalmente, ha anche infiniti raggi.



Ciò ha promosso una discussione sul concetto di infinito, con cui si inizia a entrare in contatto nella scuola secondaria di I grado. Passando alla definizione di circonferenza come luogo geometrico dei punti del piano equidistanti da un punto fisso (il centro), gli studenti hanno prima provato a tracciare una circonferenza di raggio a piacere utilizzando una puntina, una matita e uno spago e sono poi passati alla costruzione dinamica con GeoGebra⁽¹²⁾.

L'ellisse, invece, è stata introdotta in stretto collegamento con lo studio delle leggi di Keplero in scienze. Mantenendo il filo conduttore dei testi in rima, è stata proposta una parte della canzone *Le leggi di Keplero* di L. Baglioni (2018, in *Bella, Prof!*, Sony Music):

La prima legge dice che l'orbita descritta
Da un pianeta attorno al sole è proprio ellittica
E il sole splende proprio in uno dei due fuochi
Situati sopra al piano dell'eclittica.

In un'ottica sempre più interdisciplinare, gli studenti hanno portato avanti alcuni lavori collettivi di scienze: i diversi argomenti legati all'Universo, al Sistema Solare e alle tre leggi di Keplero sono stati suddivisi tra i gruppi e successivamente presentati al resto della classe.

Sul versante matematico, si è introdotta la definizione di ellisse come luogo geometrico dei punti del piano per i quali è costante la somma delle distanze da due punti fissi detti fuochi. Gli studenti hanno poi realizzato sia la sua costruzione 'meccanica' (con spago, matita e due puntine da disegno) sia quella dinamica con GeoGebra⁽¹³⁾.

4. PER CONCLUDERE

Attraverso questa proposta laboratoriale basata sull'utilizzo della Storia delle Matematiche in classe, sono emersi alcuni aspetti significativi, al di là di quelli

⁽¹²⁾ Tale costruzione può essere facilmente realizzata seguendo i seguenti passaggi.

- Con il comando *Punto* disegnare un punto A qualsiasi che sarà il centro della circonferenza.
- Con il comando *Segmento – lunghezza fissa*, tracciare un segmento di lunghezza fissa con un estremo in A e lunghezza a piacere. Rinominare P il secondo estremo del segmento.
- Cliccando con il tasto destro, attivare le funzioni *Mostra traccia* e *Animazione* per P.

⁽¹³⁾ Si riportano i passaggi essenziali di tale costruzione con GeoGebra.

- Presa una retta, con il comando *Punto* individuare su di essa due punti A, B che saranno i fuochi dell'ellisse.
- Per definire la costante che rappresenta la somma delle distanze dai due fuochi, costruire una circonferenza con centro in A e raggio maggiore della distanza AB con il comando *Circonferenza – Centro e punto* o *Circonferenza – Centro e raggio*.
- Con il comando *Punto*, individuare un generico punto D sulla circonferenza.
- Con il comando *Segmento*, tracciare i due segmenti AD, BD.
- Con il comando *Asse del segmento*, tracciare l'asse del segmento BD.
- Con il comando *Intersezione*, individuare P, il punto di intersezione tra l'asse appena tracciato e il segmento AD, che rappresenta uno dei punti dell'ellisse.
- Cliccando con il tasto destro, attivare le funzioni *Mostra traccia* per P e *Animazione* per D.

già consolidati nella letteratura cui abbiamo fatto riferimento in apertura. Innanzitutto, l'importanza di promuovere un approccio narrativo anche in una disciplina 'astratta' come la matematica che, oltre a favorire un maggiore coinvolgimento degli studenti, può facilitare la comprensione del significato concettuale delle teorie.

Appare poi rilevante il ruolo di «ponte» assunto dalla Storia delle Matematiche, su due livelli distinti. Su un primo piano, la comprensione dei concetti può essere agevolata dalla conoscenza storica (seppur semplificata, ma sempre storicamente coerente e priva di forzature e distorsioni) della loro scoperta e successiva sistematizzazione e/o assiomatizzazione. Nella pratica didattica si corre spesso il rischio, soprattutto a livello elementare e medio, di sottovalutare il ruolo della Storia: ripercorrere e far 'rivivere' agli studenti alcune tappe significative della formazione ed evoluzione del pensiero matematico può invece favorire l'apprendimento e l'interiorizzazione dei concetti.

Su un secondo livello, una proposta laboratoriale di questo tipo ha promosso l'interazione e lo scambio tra le diverse comunità coinvolte nel processo di insegnamento-apprendimento della matematica: si sono così intrecciate le diverse abilità, conoscenze e competenze messe in campo dai ricercatori in didattica e dagli specialisti di storia, dai docenti coinvolti e dagli stessi studenti, che con impegno, fantasia e creatività hanno apportato contributi originali, ben al di là della nostra immaginazione.

Sembra doveroso concludere con alcune osservazioni relative ad aspetti peculiari dell'insegnamento nella scuola secondaria di I grado, cui questa rielaborazione del laboratorio era specificamente destinata, emerse anche dal confronto con le docenti-ricercatrici coinvolte.

Un primo punto rilevato è l'importanza, soprattutto con gli studenti di questa fascia d'età, di 'puntare in alto' qualche volta per sviluppare la curiosità e l'interesse verso la materia, affrontando degli argomenti che potrebbero sembrare difficili (e quindi questo può essere anche fatto in modo parziale, come nel caso della versiera, di cui non è stata ricavata l'equazione né è stata affrontata una trattazione completa). Un secondo aspetto emerso consiste nel rischio, che spesso si corre nella pratica didattica quotidiana, di spronare i ragazzi allo studio della matematica esclusivamente in funzione della sua utilità. Le insegnanti coinvolte hanno invece sottolineato che un approccio storico di questo tipo è servito sia a contestualizzare gli argomenti di studio sia a scardinare, almeno in parte, questa idea della matematica legata principalmente alle sue implicazioni pratiche. Richiamando infine la concezione della matematica come un'attività che può essere descritta come un'unica lunga conversazione nel corso dei millenni (Mazur, 2013, p. 2), anche l'aspetto di immedesimazione nel personaggio presentato appare rilevante. A maggior ragione, poi, il fatto che Agnesi sia una donna e, in un certo senso, una precorritrice dei tempi è stato segnalato come elemento di spicco, anche nell'ottica di un percorso di orientamento in uscita dalla scuola secondaria di I grado: chi può, meglio di Maria

Gaetana, trasmettere alle studentesse – ma anche, naturalmente, ai coetanei maschi – l'amore e la dedizione per la matematica, indicando la via verso lo studio delle discipline scientifiche?

Elena Scalambro

Dipartimento di Matematica «G. Peano»
Università degli Studi di Torino
elena.scalambro@unito.it

Bibliografia

- Agnesi, M.G. (1748). *Instituzioni Analitiche ad uso della Gioventù Italiana*. Regia Ducal Corte.
- Agnesi, M.G. (1801). *Analytical Institutions* (J. Colson, Ed.). Taylor & Wilks.
- Arzarello, F., & Robutti, O. (2008). Framing the embodied mind approach within a multi-modal paradigm. In L. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 720-749). Taylor & Francis.
- Babini, V.P., & Simili, R. (2007). *More than pupils. Italian women in science of the turn of the 20th century*. Olschki.
- Furinghetti, F., & Radford, L. (2002). Historical conceptual developments and the teaching of mathematics: from philogenesis and ontogenesis theory to classroom practice. In L. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 631-654). Hillsdale.
- Jankvist, U.T. (2009). A categorization of the «whys» and «hows» of using history in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 71(3), 235-261.
- Katz, V.J., Jankvist, U.T., Fried, M.N., & Rowlands, S. (2014). Special Issue on History and Philosophy of Mathematics in Mathematics Education. *Science & Education*, 23(1), 1-6.
- Luciano, E., Robutti, O. & Scalambro, E. (2020). La 'strega' di Agnesi. In R. Bonino, D. Marocchi, M. Rinaudo, & M. Serio (Eds.), *Atti del IX Convegno Nazionale di Didattica della Fisica e della Matematica DI.FI.MA. 2019* (pp. 385-393). Università degli Studi di Torino.
- Mazur, B. (2013, 17 febbraio). *History of Mathematics as a tool* [Paper presentation]. History of Mathematics seminar of Harvard University, Cambridge, MA, USA.
- Mazzotti, M. (2019). *Maria Gaetana Agnesi e il suo mondo. Una vita tra scienza e carità*. Carocci.
- Millán Gasca, A. (2019, 5 ottobre). *Il Grande Racconto della Matematica. Trama, mimesis e storia in aula con i bambini* [Paper presentation]. Convegno Mateinitaly: Tra scuola e società, la sfida di insegnare matematica. Bologna, Italia.
- Radford, L. (2014). Reflections on History of Mathematics. In M. N. Fried & T. Dreyfus (Eds.), *Mathematics & Mathematics Education: Searching for Common Ground* (pp. 89-109). Springer.
- Roero, C.S. (2015). M.G. Agnesi, R. Rampinelli and the Riccati family: A cultural fellowship formed for an important scientific purpose, the *Instituzioni Analitiche*. *Historia Mathematica*, 42, 296-314.
- Roero, C.S. (2016). Giornali, accademie e traduzioni: il successo europeo delle *Instituzioni Analitiche* di Maria Gaetana Agnesi. *Physis*, 41, 145-162.