I dibattiti sull'insegnamento della Logica da Peano a Bourbaki

479217
479-21-7

Conferenze e Seminari 2008-2009

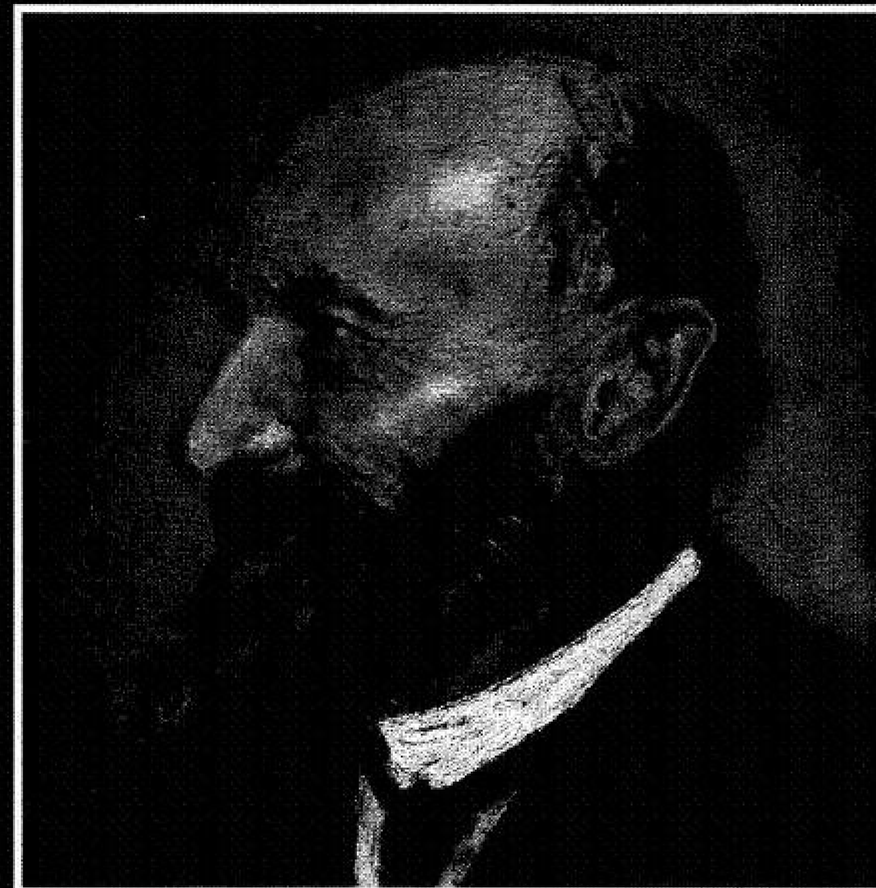
KWB

Associazione Subalpina
Mathesis

Seminario di Storia
delle matematiche
"Tullio Viola"

Conferenze e Seminari

2008-2009



Volume redatto a cura di
F. Ferrara, L. Giacardi, M. Mosca

KWB
KIM WILLIAMS BOOKS

funzione speciale *Gamma*, alla quale Emil Artin ha dedicato un classico libro. Inoltre, questa generalizzazione apre la porta ad altre ulteriori: ad esempio, basta ricordare che la derivata n-esima di x^m è uguale al prodotto da m a $m-n+1$ per x^{m-n}, e dunque a $m!/(m-n)!$ per x^{m-n}, per notare che niente impedisce di considerare iterazioni della derivata reali qualunque, invece che solo intere.

In particolare, una "mezza derivata" di x^m è uguale a $m!/(m + 1/2)!$ per $x^{m+1/2}$: ad esempio, dal risultato di Eulero sul fattoriale di 1/2 segue che una "mezza derivata" di x è uguale a due volte la radice quadrata di x diviso *pi greco*. In generale, invece, due "mezze derivate" equivalgono a una derivata intera.

E poiché l'integrale è l'operazione inversa della derivata, cambiando il segno meno in un più si ottiene una definizione del "mezzo integrale" che è, come si può aspettare, l'inverso di una "mezza derivata". Più esplicitamente, il "mezzo integrale"di x^m è uguale a $m!/(m + 1/2)!$ per $x^{m+1/2}$: ad esempio, un "mezzo integrale" di x è uguale a 4/3 di x per la radice quadrata di x diviso *pi greco*. E, come per le "mezze derivate", anche due "mezzi integrali" equivalgono a un integrale intero.

Estendendo per linearità le definizioni appena date, si possono poi definire le "mezze derivate" e i "mezzi integrali" per tutte le funzioni esprimibili in serie di potenze (le cosiddette funzioni analitiche), in particolare per l'esponenziale. E usando le espressioni delle funzioni trigonometriche in termini dell'esponenziale, la definizione può ulteriormente essere estesa a tutte le funzioni esprimibili in serie trigonometrica o di Fourier, a dimostrazione che i matematici non lasciano a metà neppure le cose che fanno a metà.

Torino, 16 Aprile 2009

I DIBATTITI SULL'INSEGNAMENTO DELLA LOGICA DA PEANO A BOURBAKI

Erika Luciano
Dipartimento di Matematica G. Peano – Università di Torino

Sunto. *Ci si propone di analizzare i cicli di conferenze e di seminari di Logica avviati da G. Peano, C. Burali-Forti, A. Padoa e G. Vacca negli atenei di Torino, Roma, Genova, Bruxelles e Ginevra. Si contestualizzano tali iniziative sotto il profilo istituzionale e scientifico, evidenziando le tappe che portarono all'inserimento della Logica nei curricula di Matematica ed illustrando l'evoluzione dei contenuti, i riflessi sulla manualistica, la metodologia adottata e gli influssi sull'attività di ricerca. Infine ci si sofferma sulle reazioni e sui dibattiti suscitati, individuando il retaggio culturale e i legami con successive esperienze di insegnamento della Logica, come quelle avviate da Bourbaki.* [1]

§1. Il contesto legislativo e la questione delle libere docenze

Nell'ultimo ventennio la Didattica della matematica ha spesso affrontato il tema dell'insegnamento della Logica, il suo inserimento nei diversi livelli scolastici, il coordinamento con l'informatica e con le altre parti della matematica e le strategie migliori per proporne i principali concetti.[2] Da più

---

[1] Ricerca eseguita nell'ambito del Progetto MIUR, Storia delle Matematiche, Unità di Torino. Questa ricerca non avrebbe visto la luce senza la guida preziosa della prof.ssa C.S. Roero, che è stata prodiga di innumerevoli suggerimenti e stimoli. Un cordiale ringraziamento va ai proff. E. Casari, F. Previale e F. Parlamento, con i quali ho discusso alcuni aspetti di questo lavoro. Infine un grazie particolare a L. Morelli per il suo costante sostegno e incoraggiamento. I §§ 1, 2 e 4 riproducono parzialmente stralci dell'articolo di E. Luciano [in corso di stampa], *Sulla didattica della Logica Matematica: dalle conferenze di A. Padoa (1898) all'istituzione dei corsi ufficiali (1960)*, in C.S. Roero (a cura di), *Atti del Congresso internazionale di Studi La Scuola di Peano fra matematica, logica e interlingua*, Centro di Studi per la Storia dell'Università di Torino, Deputazione Subalpina di Storia Patria, Studi e Fonti XVI, pp. 1-41.

[2] Cfr. M. Barra, A. Zanardo (a cura di), *La Logica Matematica nella Didattica*, Atti degli incontri di Logica Matematica 6-9.4.1988, vol. 5, Siena, Università, 1989; C. Bernardi, *The teaching of Logic*, in R. Ferro, C. Bonotto, S. Valentini, A. Zanardo (a cura di), *Logic Colloquium '88*, Amsterdam, North-Holland, 1989, pp. 381-383; F. Arzarello, *Logica e Informatica*, Notiziario U.M.I., 18, suppl. n. 5, 1991, pp. 9-18; Association of Symbolic Logic, *Guidelines for Logic Education*, Bulletin of Symbolic Logic, 1, 1995, pp. 4-7; L. Ciarrapico, D. Mundici (a cura di), *L'insegnamento della Logica*, Roma, Ministero della Pubblica Istruzione, Direzione generale Istruzione Classica, Scientifica e Magistrale (corsi AILA-MPI Lecce, 1993, ed. Otranto, 1994), 1996.

parti sono state sottolineate le lacune nella formazione dei docenti, chiamati ad illustrare nozioni ancora spesso assenti dal panorama dei corsi universitari, la carenza di indicazioni ministeriali, lo scarso aiuto offerto dai libri di testo oltre alla "difficoltà nella trasposizione di una materia priva di una tradizione di insegnamento".[3] In realtà la visione della Logica come di una materia "nuova" e senza radici storiche è fallace. Merita dunque fornire una ricognizione delle iniziative didattiche, assai varie, che dalla fine dell'Ottocento si sono susseguite in questo ambito in Italia e all'estero, ad opera della Scuola di Peano.[4]

Nell'ultimo scorcio del XIX secolo ampi settori della comunità matematica concordano sull'utilità di illustrare i primi elementi di Logica nelle Facoltà scientifiche e nelle Scuole di Magistero. L'obiettivo è duplice: da un lato quello di offrire ai futuri ricercatori gli strumenti del retto ragionare e del corretto argomentare, foggiando quelli che F. Klein definisce i "matematici-logici", dall'altro quello di formare docenti di scuola media e secondaria consci dello spessore delle problematiche fondazionali e dei loro legami con le Matematiche elementari.

L'attenzione si appunta sull'opportunità di istituire un corso ufficiale di Logica, sulle modalità di reclutamento dei docenti incaricati di impartirlo e sui contenuti e i programmi caratterizzanti tale disciplina. La prima proposta organica giunge dalla sessione palermitana della Mathesis: nella seduta del 27 febbraio 1897 L. Certo suggerisce di creare nel secondo biennio delle Facoltà scientifiche una cattedra di Fondamenti delle Matematiche e di illustrare nei Licei, negli Istituti tecnici e nelle Scuole normali le nozioni "più semplici ed essenziali" della Logica, quale introduzione allo studio della Matematica.[5] I colleghi A. Pepoli e G. Rozzolino si dichiarano a favore della proposta e anzi propendono per l'avvio, in sede universitaria, di un suo insegnamento completo.

Il suggerimento è presentato nel primo Congresso dell'associazione, che si svolge a Torino nel 1898.[6] In questa occasione Certo sottolinea nuovamente l'opportunità di istituire un corso organico di Logica, vincolante per il

[3] C. Bonotto, F. Ferronato, *La logica nella scuola secondaria superiore: una proposta*, La matematica e la sua didattica, 2, 2003, pp. 139-172.

[4] Per le fonti d'archivio si adoperano queste abbreviazioni: AVM: Archivio Giovanni Vailati, Biblioteca del Dipartimento di Filosofia dell'Università Statale di Milano; AGM: Archivio Geymonat, Milano, Museo Civico di Storia Naturale, ASUT: Archivio Storico dell'Università di Torino.

[5] Cfr. *Allegato per la questione XIV. Estratto del verbale dell'adunanza tenuta in Palermo nel giorno 27 febbraio 1897, fra i soci di "Mathesis", professori Certo, Pepoli e Rozzolino*, Bollettino dell'Associazione Mathesis fra gli insegnanti di Matematica delle Scuole Medie, II, 1, 1897-98, pp. 9-10.

[6] Cfr. L. Certo, *Relazione sulla quinta questione proposta dal Comitato Mathesis: Modificazioni da introdursi nell'ordinamento degli studi matematici universitari, al fine di ottenere buoni insegnanti secondari*, Periodico di Matematica, XVI, 1899, pp. 107-116.

conseguimento del diploma di Magistero, da affidare ad un chiaro cultore della disciplina. Il contesto è quanto mai propizio: il convegno è infatti ospitato nella "cittadella dove quei metodi sono così pertinacemente e con tanto valore propugnati" e Peano e la sua Scuola ne sono autentici protagonisti. La *Conversazione sul Formulario*, tenuta dal matematico cuneese il 13 settembre, è accolta da vivi applausi, così come il discorso di Certo, pronunciato nella sessione presieduta dallo stesso Peano.[7] Quest'ultimo, a conclusione dell'intervento, non può che asserire che la fede che il collega ha dimostrato "nel trionfo della logica matematica, è per lui una delle più belle soddisfazioni".[8]

La fitta agenda dei lavori costringe a chiudere il congresso con un'approvazione generica delle proposte di Certo, senza che queste vengano discusse in dettaglio. Nei dibattiti successivi, in seno alle sezioni locali della Mathesis emergono però le perplessità di numerosi soci nei confronti dell'istituzionalizzazione dell'insegnamento della Logica, tanto che, all'atto di pubblicare la sua *Relazione*, Certo non nasconde la delusione per il fatto che l'unico fra tutti i suoi suggerimenti che non abbia riscosso consensi da parte di *nessuno* è proprio quello di avviare dei corsi di Logica, la "nuova Cenerentola" della matematica. Forte del convincimento nel "molto bene che i metodi del calcolo logico, dalla maggior parte degli scienziati disprezzato o deriso, son destinati a portare" egli ribadisce comunque l'opportunità didattica e scientifica di tale insegnamento, che anzi dovrebbe essere reso obbligatorio "per ogni sorta di studenti di matematiche pure".[9]

Nonostante queste insistenze, il progetto è affossato nel successivo congresso Mathesis (Livorno, 1901), e non ne è fatta neppure menzione da G. Pittarelli, subentrato a Certo come relatore.[10] I consensi si vanno intanto via via orientando verso la creazione di un corso biennale di Metodologia matematica, che avrebbe potuto includere elementi di Logica, riflessioni sui fondamenti, sulla didattica e sulla storia delle matematiche.[11]

[7] Cfr. *Verbali del I congresso dell'Associazione Mathesis, Torino, 14 settembre 1898*, Bollettino dell'Associazione Mathesis fra gli insegnanti di Matematica delle Scuole Medie, III, 5, 1898-99, pp. 5-20.

[8] *Verbali del I congresso dell'Associazione Mathesis* ..., 1898-99 cit., p. 19.

[9] L. Certo, *Relazione sulla quinta questione proposta* ..., 1899 cit., pp. 107-116.

[10] Cfr. G. Pittarelli, *Modificazioni da introdursi nell'insegnamento matematico superiore per la preparazione degl'insegnanti secondari*, in *Atti del Secondo Congresso dei Professori di Matematica delle scuole secondarie*, Livorno, Giusti, 1902, pp. 137-164.

[11] Cfr. S. Pincherle, *Relazione sul tema "Sulla convenienza di rendere non obbligatoria la laurea in matematica a chi vuol conseguire il diploma di magistero per le Scuole Medie"*, Bollettino di Matematica, II, 2, 1903, pp. 43-49; G. Loria, *Per la preparazione degli insegnanti*, Bollettino di Matematica, V, 1906, pp. 204-208; G. Pittarelli, *Relazione sul tema III: Preparazione degl'insegnanti di Matematica delle Scuole Medie*, in *Atti del I Congresso della Mathesis, Società italiana di matematica*, Firenze, 16-23.10.1908, Padova, Società Cooperativa Tipografica, 1908, pp. 34-40; G.

Da ultimo, l'istituzione nel 1922 delle cattedre di Matematiche complementari fornirà la naturale collocazione per le basilari nozioni di Logica e si cristallizzerà così una situazione di suo insegnamento "ufficioso", con differenze sostanziali da sede a sede, destinata a perdurare fino al 1960, anno in cui fa la sua comparsa per la prima volta all'Università di Pavia un corso ufficiale di tale disciplina presso la Facoltà di Scienze MFN.

Parallelamente si innesca il dibattito sulle libere docenze in Logica cui aspirano due allievi di Peano: C. Burali-Forti[12] e A. Padoa. Quest'ultimo, in particolare, intraprende l'*iter* concorsuale ben tre volte, pur essendo conscio, fin dal primo tentativo, delle difficoltà procedurali e sostanziali cui andrà incontro. Da un lato, infatti, il vigente ordinamento Casati prevedeva che si potesse conferire il titolo solo per discipline cui corrispondesse una cattedra effettiva, anche se non mancavano le eccezioni procedurali del Consiglio superiore della Pubblica Istruzione. Assai più seri erano però gli ostacoli "sostanziali", ovvero – per dirla con Padoa – il "giudizio degli autorevoli incompetenti circa la Logica"[13] e cioè l'ostilità di molti matematici italiani per le ricerche fondazionali espresse con il formalismo ideografico, alle quali si negava il marchio dell'originalità costruttiva.[14] Per aggirare tali pregiudizi, nel

Loria, A. Padoa, *Preparazione degli insegnanti di matematica per le scuole medie*, in *Atti del II Congresso della Mathesis, Società italiana di matematica, Padova, 20-23.9.1909*, Padova, Società Cooperativa Tipografica, 1909, pp. 1-10 e *Sulla riforma delle Scuole di Magistero*, Bollettino di matematica, VIII, 1909, pp. 107-111; S. Pincherle, *Sugli studi per la laurea in Matematica e sulla sezione di matematica delle Scuole di Magistero*, Bollettino dell'Associazione Mathesis, suppl. 3, 1911, pp. 1-14 e *Sulla preparazione degli Insegnanti di matematica*, Bollettino di Matematica, XIV, 1919, pp. 141-143. La denominazione di *Metodologia pura* e *applicata* è utilizzata da Padoa anche per indicare l'ultima parte del suo corso di Logica deduttiva, tenuto all'Università di Ginevra nel gennaio del 1911. Cfr. *Programmi e Riassunti di Corsi Universitari. Università di Ginevra. Conferenze tenute dal Prof. Alessandro Padoa nel gennaio 1911*, Bollettino di Bibliografia e Storia delle Scienze Matematiche (G. Loria), XIII, 1, 1911, pp. 37-44 e *Varietà. Conferenze di A. Padoa*, Bollettino di Matematica, IX, 1910, pp. 310-312.

[12] Burali-Forti inoltra la sua domanda nel 1894, ritirandola però subito dopo. Cfr. *Verbale dell'adunanza dei Prof. Ordinari e Straordinari della Fac. di Scienze dell'Univ. di Torino*, 18.6.1894, ASUT VII-81, N. 100 e *Verbale dell'adunanza dei Prof. Ordinari e Straordinari della Fac. di Scienze dell'Univ. di Torino*, 3.7.1894, ASUT VII-81, N. 101.

[13] A. Padoa a G. Vailati, 24.2.1902, in Luciano, Roero 2008, p. 53.

[14] Padoa aveva avuto modo di notare l'"ingiustificata antipatia" contro i Fondamenti e la Logica all'atto dell'assegnazione annuale dei Premi ministeriali dell'Accademia dei Lincei per i docenti della scuola secondaria (cfr. A. Padoa a G. Vailati, 25.8.1902, in Luciano, Roero 2008, pp. 54-55). In quell'occasione, pur sottolineando che i lavori di logica matematica di Padoa e *in primis* quelli sull'irriducibilità dei sistemi di simboli non definiti rivelavano "mente acuta ed atta alla critica", i commissari concludevano: "Ma nessuno dei lavori del Padoa contiene ricerche originali o risultati nuovi; nessuno esce dall'ambito limitato dei fondamenti dell'aritmetica e della geometria." Già nel 1898 L. Certo aveva del resto sottoposto all'approvazione della Mathesis la seguente

1901 Padoa accarezza l'idea di pilotare la composizione della Commissione giudicatrice, affinché entrino a farne parte G. Peano, M. Pieri, G. Vivanti, G. Loria, G. Pittarelli e T. Levi-Civita, "tra i favorevoli o i meno avversi"[15] e discute con G. Vailati l'opportunità di concorrere alla libera docenza in Critica matematica, Pedagogia o Fondamenti della Matematica, tutte discipline che gli avrebbero consentito un'ampia libertà di scelta sui temi da affrontare.

Nonostante la solidarietà e il sostegno di Peano e di Vailati,[16] presumibilmente Padoa rinuncia a inoltrare la domanda – come farà anche nel 1912[17] – e di fatto coronerà il suo desiderio solo nel 1932, conseguendo a Genova la libera docenza in Logica matematica, la prima concessa in Italia in una Facoltà scientifica, da una commissione costituita da Beppo Levi, Michele Cipolla e Giovanni Vacca.

§2. Educare al rigore: la logica nei corsi di Peano

In mancanza di un insegnamento autonomo di Logica, dal 1890 Peano ne inserisce gli elementi in tutti i corsi da lui tenuti: Analisi infinitesimale (1890-1924), Analisi superiore (1908-1910) e Matematiche complementari (1925-1932), utilizzando inoltre dal 1896 il *Formulario di Matematica* come libro di testo. L'adozione del formalismo ideografico nelle lezioni di Calcolo differenziale ed integrale del primo biennio universitario e di Accademia militare è una delle sue scelte metodologiche più 'spregiudicate' e discusse.[18]

Alla Logica egli dedica le prime cinque lezioni, come si desume dai paragrafi delle dispense ad uso degli studenti, e ad essa sono talora destinate delle apposite *Appendici*. I contenuti sono illustrati, come è naturale, limitatamente alle esigenze di sviluppo del programma di Analisi e, anzi, è Peano stesso a raccomandare:

> "... lorsque ces théories sont suffisamment élaborées, on les peut substituer ou partiellement ou en totalité dans l'enseignement à d'autres théories. Mais il ne faut pas, de l'autre coté, exagérer, et croire qu'on puisse tout-de-suite expliquer dans les écoles, les

mozione (1899 cit., p. 109): "Si promuova un mutamento nell'opinione pubblica e specialmente nella opinione degli stessi matematici, perché sieno considerati gli studj sui fondamenti delle matematiche, e in particolare sulle matematiche elementari, come un ramo speciale di studj, che stia alla pari dei rami così detti superiori."

[15] A. Padoa a G. Vailati, 24.2.1902, in Luciano, Roero 2008, p. 53.

[16] Cfr. A. Padoa a G. Vailati, 27.2.1902, in Luciano, Roero 2008, p. 54.

[17] Padoa presenta nel 1912 domanda di libera docenza in Filosofia teoretica, ma la ritira nel 1913: cfr. M. Borga, G. Fenaroli, A.C. Garibaldi, *Ricordo di Alessandro Padoa (1868-1937)*, Epistemologia, XXXI, 2008, p. 139.

[18] Cfr. E. Luciano, *Un sessantennio di ricerca e di insegnamento dell'Analisi infinitesimale* ..., 2008, pp. 65-92.

définitions et les théorèmes, p. ex., sous la forme que j'ai publié. Ils seront simplement *incompréhensibles*."[19]

Egli introduce una ventina di segni ideografici (fra cui $\in$, $\sim$, $\wedge$, $\vee$, V, Λ, $\supset_x$), visualizzandone spesso il significato con i diagrammi di Venn, ma senza commentarne le proprietà. L'ordine espositivo ricalca quello degli articoli di ricerca coevi e, nel corso degli anni, presenta gli stessi ripensamenti e mutamenti della produzione scientifica: ad esempio il calcolo delle proposizioni è sviluppato prima di quello delle classi sia nei *Cenni sulle operazioni della Logica deduttiva* (a.a. 1890-91), sia nelle *Notazioni di Logica Matematica* (a.a. 1898), al contrario di quanto avviene nelle dispense del 1904. Inoltre è costantemente richiamata l'analogia fra le operazioni dell'algebra della logica e quelle dell'algebra tradizionale:

> "Per indicare l'affermazione simultanea delle due proposizioni *a* e *b*, scriveremo *ab*, così per indicare l'affermazione simultanea di *a*, *b* e *c* scriveremo *abc* e così via. A questa operazione si dà in logica il nome di congiunzione, oppure secondo alcuni autori moderni di moltiplicazione logica, nome suggerito dall'analogia di scrittura colla moltiplicazione algebrica e da altre analogie che vedremo in seguito. Cosicché con $ab = ba$ intendiamo dire: «L'affermazione simultanea delle proposizioni *a* e *b* è equivalente all'affermazione simultanea di *b* ed *a*. Questa è l'identità logica, da non confondersi coll'altra algebrica e costituisce la proprietà commutativa, e noi sappiamo che l'addizione e la moltiplicazione algebrica godono di tale proprietà: $a+b=b+a$, $ab=ba$»."[20]

Non è dato spazio a questioni tecniche, come la definibilità, la coerenza, l'indipendenza, la categoricità e la completezza dei sistemi di assiomi, mentre ci si sofferma sulla differenza fra implicazione e biiplicazione e sul passaggio da un enunciato alla sua negazione. Il primo aspetto poteva infatti tornare utile agli studenti nella comprensione dei teoremi del Calcolo infinitesimale: si pensi ai pericoli di invertire con troppa disinvoltura certe condizioni solo sufficienti, affermando ad esempio che "una funzione di una variabile reale è continua in un punto se e solo se è ivi derivabile". Per quanto riguarda la negazione, invece, si può ipotizzare che Peano pensasse al suo ruolo nell'elaborazione dei contro-esempi e, come emerge nei suoi lavori della maturità, alle difficoltà connesse alla negazione di frasi contenenti stringhe di quantificatori.

In relazione allo sviluppo interno delle problematiche della Logica e all'impostazione del suo insegnamento si pongono due interrogativi. Il primo

[19] Cfr. G. Peano a E. Catalan, 25.1.1892 in E. Jongmans, *Quelques pièces choisies dans la correspondance d'Eugène Catalan*, Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège, 50, 9-10, 1981, p. 307.
[20] *Lezioni di Calcolo infinitesimale del Prof. G. Peano*, 1891n, p. 4.

riguarda la supposta mancanza delle tavole di verità, già segnalata da Van Heijenoort:

> "He reads «$a \supset b$» as «from *a* one deduces *b*» («ab *a* deducitur *b*»), which remain vague: truth values are not used at all in the work below [*Arithmetices principia nova methodo exposita*] and only marginally in Peano's subsequent writings."[21]

A questo proposito, occorre però sottolineare che, almeno in sede didattica, le spiegazioni dei simboli $\supset$, $\cap$, ... sono sempre date in termini di valori di verità, non solo da Peano, ma anche da Burali-Forti e da Padoa:

> "$\subset$ indica: «consegue da» oppure «si deduce da»; $\supset$ indica «consegue» oppure «si deduce» [*sic*!] cosicché se *a* e *b* sono due proposizioni qualunque, la scrittura $b \subset a$ significa «La proposizione *b* è conseguenza di *a*» oppure «La proposizione *b* si deduce da *a*» mentre $a \supset b$ significa «La proposizione *a* ha per conseguenza la *b*» od ancora «Se è vera la proposizione *a* è pur vera la proposizione *b*.» [...]. Il segno $\cup$ si leggerà *o* (esso si può considerare come derivato dall'iniziale *v* del vocabolo latino *vel*, che significa o, ovvero). Così scrivendo $a \cup b$ indicheremo che almeno una delle due proposizioni è vera."[22]

Più delicata è la questione delle dimostrazioni delle formule logiche. Anche a questo proposito richiamiamo il giudizio di Van Heijenoort, secondo cui:

> "The formulas are simply listed, not derived; and they could not be derived, because no rules of inference are given."[23]

In effetti, a giudicare dalle dispense per gli studenti finora rinvenute, quest'affermazione trova conferma, quanto meno per quel che riguarda gli a.a. 1890-91, 1898 e 1904. In queste litografie, infatti, le formule logiche non sono ricavate ma piuttosto utilizzate per la traduzione delle proposizioni di matematica, anche se occorre tener presente che le dispense erano associate alla consultazione del *Formulario*, dove il capitolo di Logica, nelle prime quattro edizioni, aveva un'estensione cospicua. Nei corsi di Burali-Forti e Padoa, più aderenti all'impostazione di questo trattato, sono infatti illustrate le dimostrazioni delle formule più importanti e la presentazione della Logica è di tipo assiomatico, ad esempio a partire dalle idee primitive di moltiplicazione logica, implicazione e negazione.

L'impostazione 'formalistica' dei corsi di Calcolo infinitesimale di Peano desta perplessità e, se non mancano le espressioni entusiastiche di alcuni studenti, non scarseggiano neppure le critiche di una cospicua porzione dei

[21] J. Van Heijenoort, *From Frege to Gödel: a source book in mathematical logic: 1879-1931*, Cambridge Mass., Harvard University Press, 1967, p. 84.
[22] *Lezioni di Calcolo infinitesimale del Prof. G. Peano*, 1891n, pp. 3, 15.
[23] J. Van Heijenoort, *From Frege to Gödel ...*, 1967 cit., p. 84.

colleghi. Il timore di molti è che un uso eccessivo del nuovo linguaggio mascheri i procedimenti naturali del Calcolo, induca la meccanizzazione dell'apprendimento e la disaffezione degli studenti più brillanti, oltre ad oscurare i legami con le applicazioni alle scienze.[24] Conseguentemente, i riflessi nell'ambito editoriale sono modesti e, nella manualistica di *Calcolo* apparsa entro il 1930, spicca come un *unicum* il volume di *Analisi algebrica* di M. Cipolla - non a caso un esponente della Scuola di Peano - preceduto da un'introduzione sui principi della Logica e da un corposo capitolo sui fondamenti dell'aritmetica, redatti dal momento che "dopo circa venticinque anni di lavoro intenso e fecondo ... i risultati ottenuti in questo campo non possono essere più trascurati".[25] Certamente tale diagnosi non può essere estesa all'editoria più recente, sebbene la propensione a contemplare nei testi di Analisi per l'Università parti più o meno estese di Logica e di Teoria degli insiemi, con il conseguente utilizzo delle notazioni per i connettivi, i quantificatori ecc., appare maggiormente connessa ai riflessi della corrente bourbakista sugli "analisti appassionati di astrattismo"[26], che non alla tradizione culturale di matrice peaniana.

Altrettanto fragile è il tentativo di Peano di sfruttare la Logica nell'ambito dei corsi di Analisi superiore per il secondo biennio. Infatti, pur in presenza di alcuni risultati di pregio ottenuti con i simboli dagli allievi M. Gramegna, M. Peyroleri e V. Mago, la volontà di concedere ampio spazio alle questioni critiche, commentate a partire dal *Formulario*, e l'uso dell'ideografia portano nel 1910 ad uno scontro in Facoltà, che produce la non riconferma dell'incarico a Peano.[27]

È infine purtroppo assai frammentaria la documentazione sulle lezioni di Matematiche complementari tenute da Peano fra il 1925 e l'anno della morte.[28] Le testimonianze di F. Audisio, C. Boccalatte, A. Ghizzetti e L. Geymonat tratteggiano infatti solo parzialmente i contenuti e la struttura di

[24] Cfr. ad esempio C. Somigliana, *Intorno all'ordinamento degli studi matematici nel primo biennio universitario in Italia*, Bollettino della Mathesis, III, Suppl. Atti della Sottocommissione italiana per l'insegnamento matematico, 1911, p. 21; F. Tricomi, *Matematici torinesi dell'ultimo secolo*, Atti dell'Accademia delle Scienze di Torino, 102, 1967-68, p. 257 e G. Fubini, *Lezioni di analisi matematica*, Torino, STEN, 1913, p. VII.

[25] M. Cipolla, *Analisi algebrica ed introduzione al calcolo infinitesimale*, Palermo, Capozzi, 1914, p. VIII.

[26] T. Viola, *Il contributo dell'Accademia ai progressi dell'analisi matematica*, in *I due primi secoli dell'Accademia delle Scienze di Torino*, Torino, Accademia delle Scienze, 1986, p. 35.

[27] Cfr. C.S. Roero, *Giuseppe Peano, geniale matematico, amorevole maestro* in R. Allio (a cura di), *Maestri dell'Ateneo torinese dal Settecento al Novecento*, Torino, Stamperia artistica nazionale, 2004, pp. 138-141; E. Luciano, *G. Peano and M. Gramegna on ordinary differential equations*, Revue d'Histoire des Mathématiques, 12, 2006, pp. 33-77.

[28] Cfr. Luciano, Roero 2008, pp. 148-149.

quell'insegnamento, la letteratura scientifica utilizzata e i temi di approfondimento proposti da Peano. È tuttavia indubbio che la Logica, abbinata ai Fondamenti e alla Storia della matematica facesse parte integrante del corso e la conferma di ciò giunge dai titoli e dai brevi prospetti, inviati a *L'Enseignement mathématique* e pubblicati nell'apposita rubrica.[29] Lo stesso accostamento è adottato da U. Cassina all'Università di Milano negli anni Trenta, nei corsi di Matematiche complementari,[30] e sarà riproposto a Torino sia da T. Viola nei corsi di Matematiche complementari sia, seppure in chiave diversa, da E. Carruccio in quelli di Storia delle Matematiche.

Oltre all'insegnamento dell'ideografia sviluppato in margine alle sue lezioni di altre materie, Peano propone anche due corsi liberi di Logica negli a.a. 1906-07 e 1909-10.[31] In questo contesto egli non si limita ad illustrare il significato e l'uso dei simboli, ma sviluppa un percorso didattico organico e strutturato. Adottando un approccio storico, delinea i progressi compiuti dalla disciplina da G.W. Leibniz fino all'Ottocento - senza trascurare cenni sulle sue applicazioni allo studio dei Fondamenti della Geometria e dell'Aritmetica - e affronta temi di avanguardia, fra cui le antinomie della teoria degli insiemi, la natura e l'ammissibilità dell'assioma della scelta e le questioni sulle definizioni matematiche.[32] Si tratta di argomenti al centro del dibattito filosofico e matematico e oggetto dell'attività di ricerca dello stesso Peano che, come in altre occasioni, si dipana in intima connessione con la sua pratica didattica. La bibliografia commentata nel corso è di caratura internazionale e vi spiccano saggi recentissimi come quelli di B. Russell, H. Poincaré e le *Cinq lettres sur la théorie des ensembles* di R. Baire, E. Borel, H. Lebesgue, J. Hadamard.

[29] I titoli sono per l'a.a. 1927-28: *Fondamenti della matematica, Storia, Logica Matematica*, L'Enseignement mathématique, 27, 1928, p. 153; per l'a.a. 1928-29: *Fondamenti della matematica, Logica Matematica, Cenni storici*, L'Enseignement mathématique, 28, 1929, p. 321; per l'a.a. 1929-30: *Fondamenti della Matematica, esame critico*, L'Enseignement mathématique, 29, 1930, p. 169 e per l'a.a. 1930-31: *Fondamenti dell'Aritmetica e della Geometria*, L'Enseignement mathématique, 30, 1931, p. 151.

[30] I titoli sono per l'a.a. 1930-31: *Logica Matematica, Fondamenti dell'Analisi, Il concetto di limite e le sue applicazioni, Evoluzione storica dell'Aritmetica, dell'Algebra e della Geometria*, L'Enseignement mathématique, 29, 1930, p. 168 e per l'a.a. 1932-33: *Logica Matematica, Fondamenti dell'Aritmetica e dell'Analisi, Introduzione alla teoria dei numeri, Storia dell'aritmetica e dell'Algebra, Critica dei principi*, L'Enseignement mathématique, 31, 1932, p. 129.

[31] Il secondo corso è segnalato in L'Enseignement mathématique, 11, 1909, p. 319, tuttavia non è registrato negli Annuari accademici, né è conservato il suo programma in ASUT.

[32] Cfr. G. Peano, *Programma di Logica Matematica, corso libero per l'anno 1906-07 presso la R. Università di Torino*, Torino 20.3.1906, in Luciano, Roero 2008, pp. 133-134. Esso ricalca da vicino i contenuti e la struttura delle note di Peano *Super teorema de Cantor-Bernstein et additione*, 1906b, 1906e.

Il ventaglio di proposte didattiche non si riduce tuttavia alle iniziative del solo Peano, anzi il panorama dei corsi attivati sotto la denominazione Logica, seppure numericamente limitato, presenta una significativa vivacità di approcci. Nell'Ateneo napoletano Alfonso Del Re completa nell'a.a. 1906-07 un ciclo di Lezioni di *Algebra della Logica* per gli studenti di Matematica e di Filosofia che, per il vivo apprezzamento riscosso, è pubblicato dalla locale Accademia delle Scienze.[33] Nell'a.a. 1933-34 Corradino Mineo tiene per incarico a Palermo un corso di Logica matematica,[34] mentre a Genova questo affidamento è riconfermato a Padoa dal 1932 all'anno della morte (1937). Non si può infine tacere il nome di Albino Nagy che tiene, come libero docente, corsi di Logica matematica presso la Facoltà di Filosofia dell'Università di Roma La Sapienza dal 1893 al 1896. Apprezzato da Peano e dai suoi collaboratori, Nagy è ritenuto un pioniere di questa materia ed è autore di apprezzati manuali.[35] A Nagy si deve un deciso rinnovamento della didattica della Logica (intesa come parte della filosofia) per le scuole secondarie, per il suo tentativo di riallacciarsi alle esperienze tentate da J. Venn "sopra due classi parallele di giovani, delle quali una soltanto era addestrata all'uso dei metodi e delle notazioni della logica simbolica".[36]

A livello internazionale, la situazione è particolarmente florida nei paesi di lingua anglosassone, e soprattutto negli Stati Uniti, dove nel 1916 J.W. Young e D.E. Smith segnalano l'attivazione di numerosi corsi, sia propedeutici che avanzati di Logica e Fondamenti della Matematica, presso la Columbia University, la Cornell University, la Pennsylvania University e presso gli atenei di Harvard e di Chicago.[37] Meno ricca è la situazione in Francia e Germania, anche se si può segnalare il corso di *Storia della logica formale moderna* tenuto da Louis Couturat al Collège de France nell'a.a. 1906-07.[38] Come già Peano, egli ravvisa in Leibniz il padre di questa disciplina che, sviluppatasi grazie alle ricerche di impronta algebrica di G. Boole, C.S. Peirce

[33] A. Del Re, *Lezioni di algebra della logica ad uso degli studenti delle Facoltà di matematica e di filosofia e lettere dettate nella R. Università di Napoli*, Napoli, Accademia delle scienze fisiche e matematiche, 1907.

[34] Il corso è segnalato in L'Enseignement mathématique, 32, 1933, p. 95.

[35] A. Nagy, *Principi di logica, esposti secondo le dottrine moderne*, Torino, Loescher, 1892.

[36] G. Vailati, *A. Nagy, Principi di logica esposti secondo le teorie moderne, Torino, Loesher, 1891, p. 219*, Rivista di Matematica, III, 1893, p. 62.

[37] J.W. A. Young, D.E. Smith, *The Training of Teachers of Mathematics in the United States of America*, L'Enseignement mathématique, 18, 1916, pp. 429-439.

[38] Cfr. L. Couturat a G. Peano, 21.11.1905, 3.5.1906 e 9.5.1906 in Luciano, Roero 2005, pp. 93, 106, 109. Il corso di Couturat avrebbe dovuto dar luogo alla pubblicazione di un manualetto di *Histoire de la logistique*, che però non vide mai la luce. Già nel 1904 Couturat aveva tentato senza successo di attirare sulla Logica l'attenzione della cerchia di E. Borel, H. Lebesgue e R. Baire, nella speranza di convincerli ad usare il linguaggio ideografico nelle loro monografie di Analisi per i corsi dell'Ecole Normale Supérieure. Cfr. E. Luciano, *Un sessantennio di ricerca e di insegnamento dell'Analisi infinitesimale* ..., 2008 cit., pp. 73-75.

e E. Schröder, vede il suo compimento nei lavori di G. Frege, B. Russell e dello stesso Peano, cui sono dedicate tre lezioni.

§3. Letture e conferenze di Logica matematica

Il magistero condotto in ambito universitario si accosta a una congerie di iniziative contraddistinte da un taglio anfibio fra la didattica propedeutica e l'alta divulgazione: si tratta dei cicli di conferenze di Logica tenuti da Burali-Forti, Padoa e Vacca in varie sedi italiane ed estere.

Questa tradizione esordisce con il corso di *Letture scientifiche* sulla Logica svolto da Burali-Forti all'Università di Torino nell'a.a 1893-94. Ispirandosi all'attività di G. Halsted, C.S. Peirce e P. Poretsky nelle Università americane e nell'Ateneo russo di Kazan, Burali-Forti elabora la prima accurata e lucida sintesi con intenti spiccatamente didattici delle ricerche condotte dalla Scuola di Peano. Il ciclo porta alla pubblicazione del manuale *Logica matematica*, che costituirà per decenni il sussidiario di riferimento della disciplina.[39] Burali-Forti esordisce deducendo da 11 "ammissioni fondamentali" il calcolo delle proposizioni per poi passare a sviluppare la teoria delle proposizioni condizionali e delle classi da esse determinate. Si sofferma poi con particolare attenzione sul sillogismo, sul metodo di dimostrazione per riduzione all'assurdo e sulle definizioni, di cui distingue quattro specie. La *Logica* conoscerà una seconda edizione nel 1919, interamente riveduta, ma non altrettanto riuscita dal punto di vista scientifico e metodologico. Oggetto di un caustico attacco di F. Enriques,[40] questa riedizione non incontrerà neppure il favore di Peano[41] che, con il suo spirito aperto e cosmopolita, non poteva apprezzare i toni nazionalisti di Burali-Forti e la sua acrimonia verso le "logiche infantili" di Hilbert, i contributi di Poincaré e di Russell.

La figura principale di divulgatore e docente è quella di Padoa che profonde energie e impegno in vari seminari di Logica tenuti a Bruxelles (1898), Pavia (1899), Roma (1900 e 1903), Padova (1905), Cagliari (1907), Ginevra (1911) e Genova (1932-1937).[42] L'azione di Padoa è improntata ad un unico principio

[39] C. Burali Forti, *Logica Matematica*, Milano, Hoepli, 1ª ed. 1894, 2ª ed. 1919.

[40] Sulla polemica sorta fra Burali-Forti ed Enriques cfr. G. Lolli, *I critici italiani di Peano: Beppo Levi e Federigo Enriques*, in AAVV, *Peano e i Fondamenti della Matematica*, Modena, Mucchi, 1993, pp. 51-71.

[41] Cfr. C. Burali-Forti a G. Vacca, [19.6] 1919, in Nastasi e Scimone 1995, p. 24. Questa seconda edizione è invece fortemente apprezzata da A. Reymond, *C. Burali-Forti. Logica matematica ...*, L'Enseignement mathématique, 21, 1920-21, pp. 66-67.

[42] I titoli di questi cicli sono: *Conférences sur la logique mathématique*, Univ. Nouvelle de Bruxelles, 1898; *Algebra elementare logicamente esposta*, Univ. Pavia, 1899; *L'Algebra e la Geometria, quali teorie deduttive*, Univ. Roma, 1900; *Logica Matematica*, Univ. Padova, 1905; *Logica Matematica*, Univ. Cagliari, 1907; *La logique déductive dans sa dernière phase de développement*, Univ. Ginevra, 1911; *Logica Matematica*, Univ. Genova, 1932-1933; *Logica ideografica*, Univ. Genova, 1934-1937. Dopo il collocamento a riposo nel 1935, Padoa si rende disponibile a recarsi in Argentina e Brasile per tenervi corsi sulla *Logique idéographique* o

ispiratore, delineato nella conferenza *Logica matematica e matematica elementare*, ritenuta da Vailati "il manifesto dei logici italiani".[43] Convinto che "soltanto alcuni equivoci contrastino oggi ancora alla Logica matematica il posto eminente che sembra spettarle fra le più importanti manifestazioni dell'umano pensiero" egli intende dimostrare che "l'ideografia logica è più facile ad apprendersi d'ogni altro linguaggio conosciuto"[44] ed identifica dunque l'insegnamento della Logica con quello del formalismo ideografico di Peano. Si tratta, come è facile intuire, di un'"equazione" non priva di limiti ed ambiguità.

Giunto a Bruxelles nell'ottobre del 1898 Padoa tiene, in qualità di *visiting professor* dell'Université Nouvelle[45], undici conferenze che riscuotono ottimo successo di pubblico.[46] L'obiettivo che si prefigge è dichiarato nella lezione di apertura:

> "Je me propose de faire connaître aux étudiants de philosophie et de mathématiques la signification et l'usage des symboles logiques, dans l'espoir de mettre mes auditeurs à même de lire sans difficulté les principaux ouvrages dans lesquels ces signes sont employées et de les encourager à vouloir contribuer au développement de ces études. Les deux exemples que je viens de donner vous ont déjà fait comprendre exactement ce que c'est pour nous la Logique mathématique: un instrument. ... Mais j'espère d'être réussi à vous faire comprendre l'importance et l'utilité de ces études, à vous apprendre la signification et l'usage des symboles, à vous donner la possibilité de lire sans difficulté les ouvrages publiés et de contribuer au développement de la Logique Mathématique."[47]

La struttura di questo ciclo, in due parti, è destinata a influenzare tutti i successivi e ricalca il taglio adottato da Peano in più circostanze, per esempio nella sua *lectio magistralis* al Congresso internazionale dei matematici di

sull'*Arithmétique unifiée déductivement*: cfr. M. Borga, G. Fenaroli, A.C. Garibaldi, *Ricordo di Alessandro Padoa (1868-1937)*, 2008 cit. , pp. 141-142.

43 G. Vailati a G. Vacca, 19.2.1902, AVM, ms. CXLII, c. 1r-v.

44 A. Padoa, *Logica matematica e matematica elementare*, in Atti del Secondo Congresso dei Professori di Matematica delle Scuole Secondarie tenuto in Livorno nei giorni 17, 18, 19, 20, 21 e 22 agosto 1901 ad iniziativa dell'associazione "Mathesis", Livorno, Giusti, 1902, pp. 186-200, citazioni alle pp. 186, 191.

45 Sulla struttura di quest'istituzione cfr. A. Padoa, *Dall'Université Nouvelle di Bruxelles*, La Vita Internazionale, I, 21, 5.11.1898, p. 274 e *L'Université Nouvelle e la libertà della scienza*, La Vita Internazionale, I, 24, 20.12.1898, pp. 362-365.

46 Cfr. A. Padoa a G. Vailati, 5.10.1898, AVM, ms. CCCXXXVI; 9.10.1898, AVM, ms. CCCXXXIII; 25.10.1898, AVM, ms. CCCXXX; 4.12.1898, AVM, ms. CCCXVII e 31.12.1898, AVM, ms. CCCXXXIV.

47 A. Padoa, *Conférences sur la Logique Mathématique*, Bruxelles, Université Nouvelle, Institut des Hautes Études, Bruxelles, Imprimerie Veuve Ferdinand Larcier, 1898, pp. 1-80, cit. a p. 1.

Zurigo (1897), o nella conferenza plenaria sul *Formulario* tenuta al convegno Mathesis di Torino (1898). Nella prima *tranche* di lezioni, Padoa compendia la storia della logica, definita "microscopio e telescopio della matematica", evidenziandone l'utilità per la ricerca, e introduce significato e sintassi dei principali segni ideografici: P, Pp, Df, le lettere, i punti, le parentesi, Ks, $\supset$, $\cap$, ε, $\sim$, $\ni$ e così via. Nella seconda parte 'legge' insieme agli uditori alcuni paragrafi del *Formulaire mathématique §1, Logique Mathématique* e *§ 2, Arithmétique*, dato alle stampe proprio mentre egli si accingeva a raggiungere il Belgio, commentando infine una *selecta* degli scritti di Peano e di alcuni suoi collaboratori, per esempio gli opuscoli *Arithmetices principia* e *Il metodo deduttivo come strumento di ricerca* di Vailati.

Nonostante il forte retaggio del *Formulaire*, nelle conferenze di Padoa si registrano elementi di originalità e scelte autonome: le formule di logica sono ad esempio enunciate per proposizioni (condizionali) e non per classi; è adottata una presentazione assiomatica della Logica e vengono sistematicamente usati il simbolo di esistenza $\exists$ e il segno "$\rightarrow$" per denotare "il successivo di".

La stessa struttura delle conferenze di Bruxelles è riproposta da Padoa nei seminari di Pavia (1899) e Ginevra (1911), mentre hanno un taglio maggiormente avanzato le *Conferenze su l'Algebra e la Geometria quali teorie deduttive* svolte a Roma nel 1900.[48] Sono infatti esaminate qui con una certa raffinatezza di dettaglio le caratteristiche di una teoria deduttiva e viene sviluppato il problema dell'irriducibilità (indipendenza) del sistema dei simboli primitivi di una teoria assiomatica, un tema che appena pochi mesi dopo, nell'Agosto del 1900, costituirà l'oggetto della sua celebre conferenza al Congresso Internazionale di Filosofia di Parigi.[49]

48 A. Padoa, *Riassunto delle Conferenze su l'Algebra e la Geometria quali teorie deduttive*, Roma, Università, 1900, Parte I, pp. 1-60, Fondo Padoa, Biblioteca del Dip. di Matematica dell'Università di Genova. Cfr. anche A. Padoa a G. Vailati, 12.1.1901, AVM, ms. CCCXXV e 27.3.1901, AVM, ms. CCCXX. Si noti che il nome "Logica" è scomparso dal titolo. Spiega infatti Padoa a G. Vailati (4.12.1899, AVM, ms. CCCXVII): "Ho chiesto di tenere un Corso di Conferenze all'Università su "I principi fondamentali dell'Algebra e della Geometria". Della Logica Matematica mi varrò come stromento, ma non l'ho messa in vista nel titolo del Corso."

49 A. Padoa, *Essai d'une théorie algébrique des nombres entiers, précédé d'une introduction logique à une théorie déductive quelconque*, Paris 1900, vol. III, *Logique et Histoire des Sciences*, Paris, Colin, 1901, pp. 309-365. I contenuti di questo lavoro sono ripresi nella conferenza di Padoa *Un nouveau système irréductible de postulats pour l'algèbre* presentata al Congresso Internazionale dei Matematici (Parigi, 6-12 agosto 1900), dopo la celebre relazione di D. Hilbert sui 23 problemi futuri della matematica. Al termine della relazione di Hilbert, Peano intervenne sostenendo che il problema della non contraddittorietà dei reali era già stato risolto dal suo collaboratore Padoa. Hilbert non replicò, né presenziò alla conferenza di Padoa. Da ciò scaturirà un certo attrito fra quest'ultimo e il collega tedesco.

In quest'epoca, dunque, la ricerca e l'insegnamento della logica procedono ancora su binari paralleli e i frutti migliori sono anticipati o ripresi in sede didattica. Purtroppo questo "circolo virtuoso" si allenterà progressivamente, fino a interrompersi a partire dal 1910.

Un'altra figura essenziale nel contesto dell'insegnamento della Logica è quella di G. Vacca, che nell'a.a. 1902-03 tiene un ciclo di *Letture* presso l'Ateneo di Genova. L'obiettivo dell'iniziativa è ancora quello di facilitare l'acquisizione dei lavori scritti in linguaggio logico-simbolico e innanzitutto del *Formulario*, opera che "servirà di guida nelle conferenze".[50] Dietro sollecitazione di G. Loria, cui Vacca anticipa il prospetto delle *Letture*, è però dedicata maggiore attenzione alle applicazioni della Logica nel settore dell'Analisi, al Calcolo geometrico e al suo uso nella Meccanica, alle nozioni sui numeri cardinali e all'uso di tali enti in questioni analitiche.[51] Ciò non stupisce eccessivamente se si tiene conto del fatto che Vacca proveniva da cinque anni di assistentato sulla cattedra di Peano di Calcolo infinitesimale e proprio su questi temi aveva dovuto collaborare con il titolare in più occasioni. A differenza di Peano e di Padoa, Vacca anticipa la teoria delle classi a quella delle proposizioni, non fa cenni ai valori di verità delle costanti logiche e ricorre più diffusamente alla rappresentazione grafica con i diagrammi di Venn, come metodo 'illustrativo' della lettura delle formule logiche.

Il buon successo di pubblico riscosso da queste iniziative conferma la fiducia dei collaboratori di Peano nel rapido affermarsi della loro impostazione di ricerca. Alle lezioni romane di Padoa presenziano infatti studenti, insegnanti, semplici cultori della materia, accanto a esponenti di prestigio della matematica italiana come Severi che "si rammenta della Logica Matematica", D'Arcais "che approva e si compiace" e Levi-Civita "che era un po' diffidente ed incomincia ad interessarsi."[52]

Le conferenze di Padoa a Bruxelles e Ginevra vengono pubblicizzate anche in alcuni quotidiani ad ampia tiratura, come il *Journal de Genève* che il 10 gennaio 1911 riporta:

> "dans sa très captivante leçon de lundi soir, qui a été suivie avec une attention soutenue par une assistance forcément composée de personnes plus ou moins préparées par leurs études à en profiter, M. Alexandre Padoa, de l'Institut technique de Gênes, a très bien présenté le sujet dont il allait avoir à s'occuper. [...] M. Padoa avait été introduit auprès de ses très nombreux auditeurs par M. le recteur Montet. Il parle facilement et avec beaucoup d'entrain. Son exposé lucide et ardent a été extrêmement apprécié. Quand la série de sept leçons sera terminée, nous n'aurons très certainement qu'à en enregistrer le plein succès."

[50] G. Vacca, *Elementi di Logica Matematica, Estratto dalle Letture sulla Logica Matematica, fatte nella Università di Genova nel 1903*, Genova, s.e., 1903, p. 1.
[51] Cfr. G. Loria a G. Vacca, 24.9.1902, in Nastasi e Scimone 1995, pp. 102-103 e G. Vacca a G. Vailati, [settembre 1902], AVM, ms. senza coll.
[52] A. Padoa a G. Vacca, 28.3.1906, in Nastasi e Scimone 1995, p. 131. Cfr. anche A. Padoa a G. Vailati, 31.1.1900, AVM, ms. CCCXL.

Un'eco altrettanto positiva ricevono le *Letture* di Vacca, il cui riassunto è pubblicato sulla rivista *Bibliotheca Mathematica* di G. Eneström.[53]

Tutte queste esperienze didattiche sono accomunate dall'obiettivo di produrre materiali per l'insegnamento/apprendimento della Logica, al punto che si può affermare che in esse si situi l'esordio dell'editoria specialistica di questo settore. Le *Letture* di Burali-Forti sfociano nella redazione dei già menzionati volumetti Hoepli, mentre scaturisce dal corso tenuto da Padoa all'Università di Ginevra nel 1911 la *Logique déductive dans sa dernière phase de développement* (Paris, Gauthier-Villars, 1912), che riceverà unanimi consensi per la chiarezza e la limpidezza dell'esposizione.[54] Si arresta invece purtroppo prematuramente la redazione delle dispense di Vacca, di cui resta solo una litografia parziale, che copre i contenuti della prima conferenza, tracciando un affresco della "Preistoria" della Logica.[55] Apprezzate da Peano, Vailati e Padoa, le dispense di Vacca dovettero avere però una circolazione piuttosto ampia.[56] Vailati, ad esempio, discute con l'amico alcuni loro punti specifici e ne propone la lettura a un collega:

> "grazie dell'estratto e della prima dispensa di logica matematica, che mi interessarono molto ambedue. Sulla seconda avrei un monte di cose da dire, che male si prestano a *non* essere dette a voce. L'ho *esperimentata* facendola leggere al mio collega di matematica, persona molto intelligente e affatto nuova della materia, per quanto s'interessi molto di questioni filosofiche (è già di una *certa* età); egli l'ha gustata molto e ha trovato solo qualche punto oscuro a pagina 13, dove si parla delle definizioni. Anche a me pare che dire che le «*definizioni sono proposizioni vere come le altre*» sia una frase non completamente esatta. Non

[53] G. Vacca a G. Eneström, [1902] in Nastasi e Scimone 1995, pp. 65, 67. Il programma del corso di Logica tenuto nel 1903 è conservato nell'archivio Vacca, nella busta contenente la corrispondenza con G. Eneström. Esso è edito in Nastasi e Scimone 1995, p. 68.
[54] Cfr. A. Reymond, L'Enseignement Mathématique, 15, 1913, p. 184; J. Byrnie Shaw, Bulletin of the American Mathematical Society, 20, 2, 1913, pp. 97-99; P. Jourdain, The Mathematical Gazette, 7, 102, 1913, pp. 20-21; S. Catania, Il Bollettino di Matematica, XIII, 1914, pp. 103-108.
[55] G. Vacca, *Elementi di Logica Matematica*, 1903 cit., pp. 1-24. Il loro mancato sviluppo rende purtroppo impossibile interrogarsi su altri aspetti significativi dell'insegnamento di Vacca, per esempio sull'influenza del volume di B. Russell, *The Principles of Mathematics*, dato alle stampe proprio in quei mesi. Vacca aveva certamente una conoscenza approfondita di tale opera, essendo stato incaricato da Peano di recensirla per la *Rivista di Matematica*, tuttavia non si può desumere se pensasse di commentarla nelle sue *Letture di logica*.
[56] In considerazione della loro rilevanza storica, la rivista *Modern Logic* (IV, 4, 1994, p. 466) ne auspicava addirittura una riedizione nel 1994.

sarebbe meglio dire che, come ci sono delle proposizioni che sono delle *definizioni possibili*, così ci sono delle definizioni che sono delle *proposizioni possibili* (tutte anzi lo sono). Ma dire che sono *proposizioni possibili* non vuol dire che sono *proposizioni*, ma bensì che sono atte a *diventare* proposizioni *allorquando alcuno dei segni che esse contengono si ritenga definito mediante qualche altra definizione* (allorquando, cioè, si faccia fungere da *definizione* qualche altra formula che era prima solamente una *definizione possibile*). Non dico che il modo suddetto sia il più chiaro per esprimere ciò di cui si tratta, ma forse esso può suggerire qualche modo di correggere la suaccennata imperfezione del modo d'esposizione tradizionale (peaniano) della teoria delle definizioni, teoria pur tanto superiore della teoria ordinaria … che non esiste."[57]

La scoperta della Biblioteca personale di Peano ha del resto reso possibile l'individuazione di uno zibaldone assai vasto ed eterogeneo di materiali per l'insegnamento e la divulgazione della Logica. Accanto ai compendi,[58] indirizzati a collane o a periodici, figurano le esposizioni comparative dei vari sistemi simbolici,[59] alcune monografie e persino una rivista interamente dedicata all'*Idéographie mathématique*.[60] La presenza di questi testi nelle biblioteche personali di Vacca e Vailati lascia intendere che, a partire dalla fine dell'Ottocento e fino alla morte di Peano, si sia creato un meccanismo di circolazione del sapere logico-matematico, fondato su un patrimonio comune di letture considerate da quell'*entourage* come normative e "di riferimento".

§4. La "fase catacombale" della Logica

A fronte del fervore di attività che abbiamo descritto, la Scuola di Peano patisce un progressivo isolamento, che si accentua negli anni in cui giungono i primi riconoscimenti oggettivi del suo impegno, con il conferimento a Padoa della libera docenza in Logica matematica nel 1932.[61]

[57] G. Vailati a G. Vacca, 12.2.1903, AVM, ms. senza coll.

[58] Citiamo ad esempio il capitolo *Logica* curato da A. Padoa per l'*Enciclopedia delle Matematiche Elementari* (a cura di L. Berzolari, G. Vivanti, D. Gigli), I, 1, Milano, Hoepli, 1930, pp. 5-79 e le monografie di L. Couturat, *L'algèbre de la logique*, Paris, Gauthier-Villars, 1905; W. Kozlowski, *Podstawy logiki czyli zasady nauk*, Warszawa, Wydawnictwo M. Arcta, 1917 ed E.B. Smith, *Symbolic Logic*, New York, Crofts, 1927.

[59] P. Buffa, *Principii di Logica, Parte I. – Principii di logica espressi in linguaggio comune. Parte II. Gli stessi espressi in simboli, e seguendo la via tracciata dalla Rivista di Matematica*, Periodico di Matematica, 2, 3, 1901, pp. 295-303; 2, 4, 1902, pp. 292-300.

[60] J. Linzbach (a cura di), *Idéographie mathématique: étude du langage philosophique*, Parigi, 1930-1933, Lascito Peano, Biblioteca Civica di Cuneo, Fondo Santa Croce.

[61] Nella relazione della Commissione giudicatrice (*Bollettino del Ministero dell'Educazione Nazionale*, 1933, 3, parte II, vol. II, p. 2348) si sottolinea così

Il declino nasce dalla volontà, più volte ribadita, di limitarsi a considerare la Logica uno strumento al servizio della matematica, rifiutando di impegnarsi nello sviluppo delle sue implicazioni filosofiche e delle sue parti più tecniche. Peano stesso è un araldo della visione della logica 'ancella della matematica', ripetendo più volte che essa si impara in un'ora, che servono poche pagine per illustrarla e così via. Tale concezione, che implica un graduale ma inesorabile scollamento fra l'attività di ricerca e l'insegnamento, si rivelerà controproducente, sulla lunga durata. I logici puri, infatti, vi ravviseranno un che di rinunciatario e, al contrario, i matematici puri denunceranno l'indebita intrusione della 'critica' nei settori di loro competenza.

Le novità degli scritti di Hilbert e in parte anche dell'opera di Russell non sembrano destare l'interesse di Peano, che bolla come "un gran pasticcio"[62] i *Die logischen Grundlagen der Mathematik*.[63] Desta certamente stupore il fatto che debba essere un analista come S. Pincherle a richiamare l'attenzione della Scuola torinese sulla metamatematica, scrivendo a Vacca:

> "io non so se Ella abbia avuto notizie della Meta-matematica che sta elaborando l'Hilbert. … Nel caso che Ella ne prenda cognizione, mi piacerebbe sentire da Lei, che conosce bene la Logica Matematica, in che rapporto stia con questa il nuovo tentativo d'Hilbert. Mi pare che vi sia una stretta parentela fra l'uno e l'altra. Sarebbe il caso di informarne Peano?"[64]

Negli anni seguenti la situazione non migliora, al punto che, nel capitolo *Logica* dell'*Enciclopedia* di L. Berzolari, G. Vivanti e D. Gigli, Padoa si limita a citare in una nota conclusiva a piè di pagina i *Grundzüge der theoretischen Logik* di Hilbert e Ackermann, osservando che in essi "quantunque siano citati G. Peano ed il suo *Formulaire de Mathématiques* (p. 2) le medesime idee sono indicate con simboli diversi, che non sembrano preferibili".[65] Nessun cenno è fatto alla Scuola polacca o all'intuizionismo di L.E.J. Brouwer.

l'importanza culturale della circostanza: "La Commissione ritiene che, consentendo al prof. Padoa il titolo di libero docente in logica matematica non si dia soltanto un meritato riconoscimento alla lunga operosità del candidato in questo ramo scientifico, ma pure si colga l'opportunità di dar cittadinanza a questo ramo di scienza nel nostro insegnamento matematico superiore."

[62] G. Peano ad A. Natucci, 8.5.1926, in Luciano, Roero 2008, p. 36. Commenti assai negativi si trovano in C. Burali-Forti, *Logica matematica*, 1919 cit., pp. XXXII, 358-359 e, seppure più mitigati, in M. Cipolla, *Sui fondamenti logici della Matematica secondo le recenti vedute di Hilbert*, Annali di Matematica Pura ed Applicata, s. IV, t. 1, f. 1, 1923, pp. 19, 28. Manifestano invece interesse per questi studi B. Levi, A. Terracini e F. Enriques.

[63] D. Hilbert, *Die logischen Grundlagen der Mathematik*, Mathematische Annalen, 88, 1922, pp. 151-165.

[64] S. Pincherle a G. Vacca, 28.3.1923, in Nastasi e Scimone 1995, p. 144.

[65] A. Padoa, *Logica*, in *Enciclopedia delle Matematiche Elementari*, 1930 cit., p. 78.

Le iniziative didattiche vanno di pari passo perdendo di smalto. Nei corsi tenuti a Genova fra il 1932 e il 1937 Padoa ripete a tratti pedissequamente gli stessi contenuti delle sue conferenze del 1911 e di quelle di Bruxelles del 1898.[66] Rispetto al suo magistero non può allora non spiccare la modernità delle lezioni del filosofo polacco J. M. Bochenski all'Angelicum di Roma (1938) in cui, fra l'altro, sono per la prima volta illustrati in Italia i risultati di J. Lukasiewicz. Non a caso, i futuri logici italiani, da Geymonat a Casari, ravviseranno proprio nel manuale di Bochenski,[67] e non nella *Logica* di Padoa, il sussidiario adeguato per il primo approccio a questa disciplina.

Alla spiegazione storiografica del declino della Scuola italiana di Logica concorrono numerosi fattori e, in primo luogo, l'esaurimento di un programma di ricerca che, coniato intorno al 1890, non era più stato aggiornato e rinnovato in profondità, e aveva perciò perduto pregnanza e attualità. Non si possono poi tacere le concause socio-culturali, fra cui l'affermarsi del neo-idealismo, la morte di Peano, il mancato ricambio generazionale della sua Scuola, la complessiva decadenza della matematica italiana conseguente all'ascesa del fascismo e al conflitto mondiale. Infine, occorre rilevare che il forte senso di appartenenza ad una celebre Scuola e il legittimo orgoglio di pionieri nella creazione della logica assume gradualmente le fogge dell'autarchia culturale. Quest'ultima, che nulla ha a che spartire con il nazionalismo più o meno acceso di alcuni esponenti della cerchia di Peano, come Burali-Forti e Padoa, si trasforma da ultimo in autentica miopia. L'ostilità è rivolta soprattutto contro i "nuovi" simbolismi della Scuola tedesca e polacca e contro le logiche a più valori: entrambi aspetti certo non secondari, ma neppure essenziali al punto da oscurare il confronto e il dialogo a livello internazionale.[68]

La sopravvivenza della tradizione italiana, negli anni trenta e quaranta, è affidata all'iniziativa volenterosa, ma a tratti ingenua, di U. Cassina e di O. Chisini a Milano, all'attività del Centro di Studi Metodologici di Torino, alle reminescenze nostalgiche degli epigoni della Scuola di Peano e agli interessi sporadici di pochi matematici come L. Lombardo-Radice. Vacca manifesta, ad esempio, cenni di apertura verso i nuovi indirizzi in una conferenza tenuta a Roma nel 1946, ma al contempo bolla indistintamente come "astrusi" e

[66] Cfr. A. Padoa, *Logica ideografica*, Rivista di Filosofia Neo-Scolastica, 25, 1933, pp. 75-90, 188-190 e 26, 1934, pp. 277-284.

[67] M. Bochenski, *Nove lezioni di logica simbolica*, Roma, Angelicum, 1938.

[68] Cfr. ad esempio U. Cassina, *Su l'opera filosofica e didattica di G. Peano*, 1953, p. 11: "Alcuni cultori della logica simbolica moderna e delle cosiddette logiche nuove, ritengono che l'opera di Peano nel campo della logica abbia ormai solo un valore storico, ma tale affermazione è fondata soltanto sulla poca conoscenza di detti autori dell'opera vera di Peano. Così … si esaltano i moderni negatori della logica classica, che pretendono di ragionare privandosi degli strumenti della ragione e che si trincerano dietro un linguaggio simbolico prolisso, impreciso ed incompleto, che – colle debite proporzioni – sta a quello di Peano come un quadro cubista o surrealista di Picasso, intitolato donna sdraiata, ma in cui l'uomo comune non riesce a vedere che delle macchie di colore, sta alla donna sdraiata di Tiziano, o alla Danae di Correggio!"

"intricati" gli sviluppi di T. Skolem, K. Gödel, R. Carnap, L. Wittgenstein, F. Waismann ed E. Bell. Di essi mostra peraltro di avere una conoscenza superficiale, tanto da equipararli alle "originali continuazioni" di A. Pastore e P. Mosso.[69]

Nell'ambito delle Facoltà sia scientifiche che filosofiche l'inclinazione ad acquisire una formazione specifica di Logica non incontra approvazioni, per cui i giovani che intendono perfezionarsi si recano all'estero: L. Geymonat a Vienna e E. Casari a Münster.

Come è noto, il protagonista della ripresa della Logica in Italia è Ludovico Geymonat. Forte della convinzione che la rinascita di questo settore passi necessariamente attraverso il canale dell'insegnamento, egli conduce una mirata battaglia culturale per reintrodurlo nelle Università.[70] In primo luogo egli tiene personalmente, e in collaborazione con E. Casari, i primi corsi di Logica "della seconda generazione": nel 1957-58 alla Scuola degli Idrocarburi dell'ENI di San Donato Milanese e nel 1960 all'Università di Pavia. In preparazione a questi incarichi appronta un'ampia e aggiornata bibliografia, oggi custodita in AGM, insieme alla traccia delle sue lezioni, ai programmi d'esame, ai testi delle prove scritte assegnate e alla restante documentazione.[71] La struttura di questi corsi è già spiccatamente moderna: è sottolineata la funzione dei simboli, la distinzione fra aspetti semantici e sintattici, i rapporti fra l'implicazione rigida e quella materiale, e sono affrontate questioni tipiche della ricerca fondazionale e logico-matematica, quali i teoremi fondamentali di completezza e di validità, desunti dall'opera di D. Hilbert e P. Bernays.

I corsi di Geymonat e di Casari destano interesse, anche se C. Mangione ricorda "con un po' di nostalgia quelle aule semideserte, eravamo al massimo in cinque o sei, dove Geymonat ci intratteneva sui primi rudimenti di logica o sulla teoria degli insiemi".[72] Il percorso non è privo di battute di arresto e sintomatica del clima di arretratezza culturale e di ostilità a livello politico-istituzionale è ad esempio questa vicenda rievocata da Geymonat:

> "Se ci si deve attenere ad alcuni giudizi di carattere ufficiale sulla logica moderna, bisogna purtroppo concludere che i teoremi ormai classici dimostrati dai cultori di questa disciplina sono

[69] G. Vacca, *Origini della Scienza*, Roma, Partenia, 1946, pp. 32-33. Vacca inserisce però in bibliografia testi assai recenti, quali quelli di P. Gentzen (1936), J. Herbrand (1931), F. Waismann (1939) e P. Bochenski (1938).

[70] Cfr. AGM, cart. 2-3, fasc. 5-8, *Appunti*; cart. 26, fasc. 3, sf. 80, *Peano e le sorti della Logica in Italia*; cart. 28, fasc. 5, sf. 95, *La Logica matematica di Giuseppe Peano*; cart. 36, fasc. 1, *Rapporti con il CNR. Consiglio Nazionale delle Ricerche*; cart. 39, fasc. 1, *Società Italiana di Logica e Filosofia delle Scienze, Roma*; cart. 46, fasc. 21, *Unione Italiana di Metodologia, Logica e Filosofia delle Scienze, Roma*.

[71] AGM, *Appunti di Geymonat 1946-1978. Logica – Corso 1960*, mss., cc. 1-81; cart. 42, fasc. 4, *ENI 1957-58*; cart. 46, fasc. 19.

[72] C. Mangione, *Ricordo di Ludovico Geymonat*, Lettera Matematica Pristem, 4, 1992, p. 5.

ancor oggi poco noti in Italia ... A riprova di ciò mi permetto rinviare al parere espresso dalla Sezione Prima del Consiglio Superiore nell'adunanza del 1° ottobre 1957 avente per oggetto "Riordinamento didattico della Facoltà di Scienze statistiche, demografiche e attuariali". Nel testo di tale parere il lettore vedrà che, dichiarandosi contraria al corso di Istituzioni di logica formale proposto da tale Facoltà, la predetta Sezione sembra convinta che la logica non possa essere altro fuorché: "o l'antica sillogistica di veneranda memoria" o "un complesso di indagini di natura speculativa, che richiedono una specialissima preparazione, raramente in atto ..."[73]

L'aspetto più significativo è comunque l'acquisizione e il consolidamento di una nuova fisionomia disciplinare per la Logica matematica. Da un lato, infatti, Geymonat, Casari, E. Agazzi, R. Magari avvertono l'esigenza di tracciare un primo bilancio, condotto 'dall'interno', dell'esperienza peaniana, nel tentativo di combattere i toni agiografici della storiografia dell'epoca. D'altro canto essi sentono giunto il momento di ridisegnare i loro rapporti nei confronti della comunità matematica, interagendo con essa ma mantenendo una specificità degli ambiti di indagine e rivendicando pari dignità nella 'geografia' della ricerca scientifica. Ecco allora che si cerca il coinvolgimento nei seminari, nei corsi e nei convegni di Logica, di E. Magenes, G. Stampacchia e E. De Giorgi e il gruppo di Geymonat si prodiga per creare una rete di relazioni internazionali con le scuole americane e canadesi di A. Appert, M. Venne, M. L'Abbé, P.R. Halmos, L. Henkin.

All'interno di questa cerchia fervono i dibattiti sulla "ricetta" per uscire dalla "fase catacombale" della Logica italiana.[74] Ci si interroga *in primis* sulla scelta dei temi e sulla produzione editoriale da prediligere. Le linee guida, dettate inizialmente da Geymonat, permeano nel 1962 la costituzione del Gruppo CNR 37, il primo in Italia dedicato alla Logica Matematica. Le iniziative didattiche patrocinate in quest'ambito sono articolate su più fronti: studiosi di levatura internazionale come A. Robinson assicurano la loro disponibilità a tenere cicli di lezioni; sono organizzate scuole estive, come quella del C.I.M.E. a Varenna nel 1968, ed alcune case editrici accettano di ospitare nelle proprie collane manuali e traduzioni di testi classici e recenti di Logica, arginando la domanda crescente di manuali elementari aggiornati su queste teorie.[75]

Se il Gruppo stretto intorno a Geymonat punta sulla specializzazione, il tratto distintivo del Centro di Studi Metodologici (CSM), sorto a Torino nel 1948, può essere invece ravvisato nell'approccio interdisciplinare.[76] In questo caso il contesto culturale è reso più spinoso dal clima di ostilità che Tricomi e Somigliana avevano creato nei confronti della Scuola di Peano. Fra le proposte del Centro spiccano l'organizzazione del primo convegno italiano dedicato alla Logica (1961) e l'invito a Casari, nel 1957, a tenere un breve corso sulla Logica dei Predicati, che vedrà una "grande e imprevista" affluenza di giovani matematici.

Fra queste varie componenti dei cultori di Logica non mancano i tentativi di interazione: la cerchia di Geymonat dialoga con B. Segre e L. Lombardo-Radice, con il CSM e con T. Viola, anche se il tentativo di quest'ultimo di unificare il Gruppo CNR di Logica e quello di 'Filosofia, pedagogia e storia della matematica', da lui diretto, non va a buon fine per la netta opposizione di alcuni, fra cui Geymonat.[77] In realtà nel volgere di una quindicina di anni, la logica ha definitivamente acquisito una sua specifica collocazione scientifica e accademica. Parallelamente si va aprendo un ventaglio di possibili modi di declinare il suo insegnamento, con l'avvio dei corsi propedeutici e monografici di Logica, Fondamenti della matematica, Teoria dei modelli e Teoria degli insiemi.

§5. La Logica nell'insegnamento secondario

L'obiettivo di includere la Logica nel processo formativo dei docenti di matematica delle scuole secondarie è funzionale, nelle intenzioni della Scuola di Peano, al coronamento di un progetto più ambizioso: quello di addestrare gli alunni all'uso del formalismo ideografico e al metodo assiomatico il più precocemente possibile.

A differenza di quanto visto in precedenza, il dibattito istituzionale sull'introduzione della Logica nelle scuole è solo saltuario, con pochi cenni nel 1897-98 e nel 1904. Particolarmente ampie e articolate sono invece le discussioni metodologiche che coinvolgono, tra la fine dell'Ottocento e il

[73] L. Geymonat, *Peano e le sorti della logica in Italia*, 1959, p. 118. Sul parere del Consiglio Superiore cfr. le lettere di A. Terracini a L. Geymonat del 14, 26 e 31.3.1959, AGM, cart. 26, fasc. 3, sf. 80. Sull'arretratezza della situazione italiana relativamente alla Logica cfr. anche L. Geymonat, *Memoriale ai Chiarissimi Professori della Reale Accademia d'Italia*, 14.11.1942, AGM, cc. 1r-4r: "Nella primavera 1942 venivo invitato da un nostro editore a consigliargli alcuni testi italiani e stranieri per una collezione di Filosofia. ... Ecco invece che, con mia sorpresa, il Ministero della Cultura Popolare, sentito il parere della R. Accademia d'Italia, sconsigliò la traduzione dell'opera di Frege come di lavoro ormai di molto superato dalla moderna assiomatica, ed in particolare dalle ricerche degli studiosi italiani."

[74] Cfr. E. Casari, *Congedo*, 2007, p. 563: "Alcuni di noi pensavano che a tal fine bisognasse privilegiare l'attività volta a diffondere e stabilizzare le conoscenze, bisognasse cioè creare quella base culturale su cui soltanto avrebbe potuto innestarsi e crescere un'attività di ricerca non peregrina. Altri di noi pensavano che invece solo la manifestata capacità di inserire davvero la nostra produzione scientifica nel discorso internazionale avrebbe potuto costituire lo strumento capace di vincere le resistenze e le diffidenze che formavano il vero sostegno alla mancata diffusione delle conoscenze logiche."

[75] Fra questi spiccano l'*Introduzione alla logica simbolica* (Torino, Boringhieri, 1957) di A. Pasquinelli e i *Lineamenti di logica matematica* (Milano, Feltrinelli, 1960) di E. Casari, i primi testi italiani di questa materia posteriori a quelli della Scuola di Peano.

[76] Sulla storia del Centro cfr. L. Giacardi, C.S. Roero, *L'eredità del Centro di Studi metodologici sulla matematica torinese*, 1998, pp. 289-356.

[77] Cfr. L. Geymonat a T. Viola, [febbraio 1968], AGM, cart. 39, fasc. 1, cc. 1r-2v.

primo conflitto mondiale, matematici e pedagogisti italiani ed esteri, dando luogo a centinaia di saggi, articoli, recensioni e rapporti. Il ventaglio delle questioni affrontate include 1) la dialettica fra "rigore" ed "intuizione", 2) il problema dei criteri di scelta degli enti e delle proposizioni primitive, 3) le riflessioni sulla loro indipendenza, 4) la maggiore o minore preoccupazione di evitare ammissioni sottintese, 5) la "diversa cura nello schematizzare il linguaggio fra gli opposti poli dell'espressione corrente e del simbolismo della logica matematica", 6) l'importanza dell'aderenza alla realtà fisica o psicologica in opposizione allo scheletrico formalismo dell'impalcatura logico-deduttiva, 7) l'opportunità di non ricorrere al principio del terzo escluso e di rinunciare all'uso delle dimostrazioni per assurdo e 8) le questioni critiche suggerite dalla teoria degli insiemi.[78]

Le proposte culturali di Peano per la scuola media-secondaria, che dopo il 1896 danno luogo a interessanti sperimentazioni, si possono compendiare nella volontà di illustrare quei simboli e quei processi della Logica che meglio si prestano a rendere rigorosi i comuni procedimenti dimostrativi ed argomentativi, senza addentrarsi in questioni astratte, ma senza banalizzare l'ufficio dell'ideografia, svilendola a mera tachigrafia. La linea di azione mira a rinnovare soprattutto l'insegnamento dell'aritmetica, della geometria e dei primi elementi del calcolo differenziale ed integrale, dopo il loro inserimento nei programmi ministeriali del 1912.[79]

Forte della persuasione che è soprattutto "nel campo dell'insegnamento che questa scienza può dimostrare la sua fulgida semplicità",[80] Peano ribadisce in più circostanze l'invito:

> "Se l'insegnante delle scuole medie impiega la sua prima lezione a sviluppare tutto il formalismo della logica matematica, avrà uno strumento per spiegare in modo semplicissimo queste complicazioni [i concetti di limite, derivata e integrale]. Altrimenti io temo che l'introduzione del limite delle funzioni (invece di quello delle classi) riproduca nelle scuole medie quella

[78] L. Brusotti, *Questioni didattiche* in L. Berzolari, D. Gigli, G. Vivanti, (a cura di), *Enciclopedia delle Matematiche Elementari*, III, Milano, Hoepli, 1950, pp. 900-902 e 924.

[79] Chiamato da Castelnuovo a partecipare ai lavori dell'International Commission on Mathematical Instruction (ICMI), Padoa si farà portavoce delle istanze della scuola di Peano battendosi contro il ricorso all'"intuizione pseudo-infinitesimale". Cfr. ICMI, *Présentation des publications* ..., L'Enseignement Mathématique, 1912, p. 48: "M. Padoa, n'appartient pas à la Sous-commission italienne. On lui a cependant demandé un rapport, car il est l'un des meilleurs représentants de l'école de logique-mathématique, et il a eu là chance d'expérimenter avec succès quelques-uns des préceptes de celle-ci dans tous les ordres d'écoles moyennes" e E. Beke, *Les résultats obtenus dans l'introduction du calcul différentiel et intégral dans les classes supérieures des établissements secondaires*, L'Enseignement Mathématique, 15, 1914, pp. 255, 299, 301.

[80] G. Peano, *Logica matematica*, 1919e, p. 960.

> serie di confusioni, da cui si è a stento (e non completamente) liberato il Calcolo infinitesimale odierno."[81]

È tuttavia Padoa, nel 1901, a precisare meglio la portata, l'estensione e i limiti dell'insegnamento della logica nelle scuole secondarie:

> "l'*Introduzione logica* del nostro trattato scientifico di Matematica elementare dovrebbe esser formata dagli elenchi dei *simboli logici* e delle *proposizioni logiche* di cui vi sarà fatto uso. Questi due elenchi, forniti rispettivamente dall'*Ideografia logica* e dalla *Logica matematica*, si completano a vicenda: l'uno è il *vocabolario*, l'altro è la *grammatica* ... E soggiungo ... che, mentre gli elenchi dei simboli logici e delle proposizioni logiche costituiscono l'*Introduzione logica* del trattato, gli elenchi dei simboli matematici non definiti e delle proposizioni matematiche non dimostrate ne formano il Primo capitolo, la premessa dell'intera teoria deduttiva. ... Sicché, riassumendo, per fare un trattato didatticamente opportuno basterebbe soltanto rivedere, con la guida dei criteri pratici enunciati, un trattato logicamente perfetto. Da questo dunque bisogna incominciare per giungere ad una risoluzione completa del problema logico-didattico."[82]

Per contribuire ad un ripensamento globale della didattica secondo questa direttiva Peano e i suoi collaboratori desiderano agire, oltre che sul piano della formazione dei docenti, anche su quello del loro aggiornamento *in itinere*,[83] e si impegnano nella redazione di numerosi manuali in cui ampio spazio è attribuito agli studi sui fondamenti, agli insiemi e alla logica ideografica.

Il progetto di applicare le teorie logiche, ormai sufficientemente mature, per redigere un testo scolastico modellato sul *Formulario* e contraddistinto dalla stessa impostazione nasce nel 1898[84] e si concretizza quattro anni più tardi, con la pubblicazione dell'*Aritmetica generale ed Algebra elementare* (1902b). Nonostante Peano sottolinei l'aderenza di questo manuale ai contenuti previsti nei programmi ministeriali, suggerendone anche possibili percorsi di lettura,[85] si tratta di un libro di rottura nel panorama editoriale per l'uso massiccio del simbolismo, per l'estrema condensazione dei contenuti, oltre che per la veste tipografica stessa. L'*Aritmetica* di Peano presenta infatti la struttura editoriale

[81] G. Peano, *Sulla definizione di limite*, 1913a, p. 772.

[82] A. Padoa, *Logica matematica e matematica elementare*, 1902 cit., pp. 194, 195, 199.

[83] I cicli di seminari di logica tenuti da Padoa, di cui abbiamo precedentemente detto, sono rivolti anche agli insegnanti di scuola secondaria. Anzi, è lui stesso a consigliare il confronto fra le sue conferenze sull'*Algebra elementare logicamente esposta* tenute all'Università di Pavia nel 1899 e il manuale scolastico di P. Gazzaniga *Libro di aritmetica e di algebra elementare* (Padova, Prosperini, 1897). Cfr. A. Padoa, *Note critiche al libro di aritmetica e di algebra elementare di P. Gazzaniga*, Pinerolo, Chiantore-Mascarelli, 1899, pp. 3, 4.

[84] G. Peano, *Sul § 2 del Formulario* ..., 1898e, pp. 83-84, 86.

[85] Cfr. G. Peano, *Aritmetica* ..., 1902b, pp. VI-VII.

'a madre e figlia', all'epoca poco diffusa ma prediletta dal matematico cuneese e da lui già adottata in altri volumi per l'insegnamento, come ad esempio nel *Genocchi-Peano* (1884c). La parte di testo rivolta al discente è stampata in corpo usuale, mentre sono in corpo minore le osservazioni metodologiche e i commenti destinati al docente, nonché le osservazioni indirizzate agli studenti desiderosi di approfondire le proprie conoscenze. Il manuale si apre con il capitolo *Principii di Logica* che, come già avveniva nelle dispense universitarie dei corsi di Peano, illustra le modalità di "lettura" dei principali segni ideografici, per giungere all'esposizione degli assiomi per i naturali.

L'uso costante dell'ideografia in sede didattica desta - come è prevedibile - dubbi e ritardi nella ricezione di questo testo.[86] M. Pieri, incaricato di recensirlo per il *Periodico di Matematica*, non si esime dal sottolineare alcuni pericoli insiti non nel manuale in sé, ma nell'utilizzo acritico che se ne può fare, concludendo:

> "Non dirò che sia questa un'opera da porre alle mani dei giovanetti, così come sta, senza un commento adeguato (a motivo di certa durezza nascente più che altro dalla straordinaria condensazione del testo, che per sé solo non occupa forse cento pagine in tutto), né senza una guida intelligente ed esperta, che ne appiani le difficoltà, facendone emergere i pregi. Ma ciò non dovrebb'essere grave difetto in libri scolastici; almeno finché il Libro e la Scuola non saranno precisamente la stessa cosa."[87]

Peano stesso, del resto, incoraggiando S. Catania a redigere un manuale scolastico informato alla Logica, affermerà qualche anno più tardi:

> "La mia Aritmetica aveva per scopo di provare che *si può* fare l'Aritmetica in simboli nelle scuole. Non mi illudo sulla praticità del libro, come è stampato. Quindi appoggio vivamente la sua proposta, di stampare un libro più adatto per la scuola."[88]

Il problema principale è in realtà legato al fatto che, rivolgendosi non all'allievo, bensì al docente, l'*Aritmetica* di Peano richiede di operare una costante e impegnativa attività di mediazione epistemologico-cognitiva, che non può essere lasciata alla buona volontà del singolo insegnante, ma richiede una sua adeguata formazione. Occorre infatti sottolineare che, nei casi di uso concreto di questo testo, le testimonianze raccolte descrivono un panorama di comportamenti assai differenziato. Vi è infatti chi adotta 'fittiziamente' il testo di Peano, utilizzandolo come base teorica di riferimento, i cui contenuti sono proposti agli allievi solo con adattamenti e semplificazioni apportate

[86] Cfr. G. Vacca a G. Vailati, [30.9.1902-6.11.1902]; G. Vailati a G. Vacca, 7.11.1902 e G. Vacca a G. Vailati, [8.11.1902], AVM.

[87] M. Pieri, *G. Peano, Aritmetica generale ed algebra elementare*, Periodico di Matematica, s. 2, 5, 1903, p. 293.

[88] G. Peano a S. Catania, [1903], in S. Catania, *Risposta all'articolo del prof. G. Scorza ...*, Catania, Giannotta, 1908, p. 4.

autonomamente e di cui è impossibile valutare la correttezza.[89] Altri, invece, lo adoperano in senso tradizionale, travisando però ingenuamente il senso più autentico dei suggerimenti di Peano. È questo il caso di G. Sforza che afferma:

> "Ho adottato quest'anno nella 1ª classe dell'Istituto tecnico la predetta opera insigne, soprattutto perché *ho ritenuto estremamente didattica l'ideografia logico-matematica, con la quale si ottiene* brevità, precisione e *possibilità di buone ripetizioni anche da parte di alunni meno che mediocri.* Naturalmente in un primo insegnamento bisogna contentarsi di considerare i simboli della logica come abbreviature del linguaggio comune e tralasciare quelle parti del libro che si riferiscono alla logica pura. In questo modo la difficoltà della diffusione nelle scuole medie superiori dell'uso dell'ideografia logico-matematica è addirittura nulla, come mi risulta da ben due anni di esperienze"[90]

e di Catania, che ribadisce:

> "l'esperienza mi ha insegnato che la mente dei giovani, *anche dei mediocri*, riposa e si diletta quando l'insegnante, muovendo dalle idee primitive e dai postulati costruisce con procedimento logico l'edificio aritmetico e geometrico."[91]

Fra queste posizioni vi è l'ulteriore alternativa tentata da Catania e da N.M. Leoncini che, pur mantenendosi fedeli in linea di principio all'approccio simbolico, "rigettano l'ideografia logico-matematica ritenendola un impaccio didattico" e ri-traducono in linguaggio naturale i contenuti dell'*Aritmetica* di Peano del 1902, rinunciando così, secondo Sforza, "alla [sua] parte didatticamente migliore."[92] Per quanto lodevole, il tentativo di Catania di

[89] Cfr. E. Nannei, *Studiare le cause del poco profitto, che fanno, nello studio della matematica, i giovani delle nostre scuole medie, e proporre i mezzi per ovviarvi* in *Atti del III Congresso fra i professori di matematica delle scuole medie italiane*, Napoli 14-17.9.1903, Torino, Artigianelli, 1904, p. 24: "Mi fu detto una volta, per es., che un collega di una scuola tecnica italiana spiegava l'aritmetica e la geometria usando i simboli logici del Peano. Io non discuto il metodo, benché, per quanto ammiratore del professore dell'Università torinese e dell'opera sua ... dubito che i futuri commercianti, futuri commessi, o anche futuri studenti d'istituto che saranno usciti da quella scuola, abbiano potuto trarne molto profitto. Ma mi si disse anche che quel professore non adoprava libro di testo. E io sento un brivido di compassione a pensare alle benedizioni che avran mandato da casa gli alunni a quel povero insegnante, quando non riuscivano a raccapezzarsi fra tutti quei simboli!"

[90] G. Sforza, *L'aritmetica generale ed algebra elementare di G. Peano come libro di testo nelle scuole secondarie superiori*, Bollettino della Mathesis, 1904-05, p. 30. Il corsivo nel testo è mio.

[91] S. Catania, *Sui metodi di insegnamento della matematica nelle scuole medie*, Bollettino della Mathesis, 5, 1913, p. 142.

[92] G. Sforza, *L'aritmetica generale ed algebra elementare di G. Peano ...*, 1904-05, p. 30.

"volgarizzare in pro' della Scuola secondaria l'opera benefica dell'Insigne Professore dell'Ateneo torinese"[93] appare però votato all'insuccesso, dal momento che la logica appare in tal caso un'appendice estranea e posticcia nella costruzione dell'aritmetica e nel suo insegnamento, tanto più che i simboli spiegati nel primo capitolo non vengono poi effettivamente utilizzati nel seguito del volume e non si comprende quindi l'esigenza di impararne il significato e l'utilizzo.

Vi sono infine numerose *Aritmetiche* scritte dagli allievi di Peano - per esempio quella di Burali-Forti e A. Ramorino e quella di M. Nassò - che si collocano in una posizione intermedia, inserendo i risultati degli studi fondazionali e i segni logici, ma in misura limitata. Nonostante le cautele, tuttavia, neppure la loro ricezione è scevra di problemi, come dimostra la vicenda raccontata da Burali-Forti a Vailati nell'inverno del 1907:

> "Il prof. Buffa fu mandato l'anno scorso (1905-1906) nella scuola *Tecnica* di Alessandria, ove fece adottare la mia aritmetica *che adottava da nove anni* nelle altre scuole. Il prof. Amaldi di Bologna, mandato ad Alessandria come ispettore, *vietò* al Buffa l'uso del mio libro!!!! Al principio dell'anno scolastico 1906-1907 il Buffa ripropose il mio libro, ma il direttore e i 4 colleghi di matematica delle classi aggiunte si opposero … Ti mando copia dei cinque capi d'accusa, con le mie osservazioni in rosso. […] 2° È poco accessibile alla mente degli alunni perché fa inutile ed eccessivo sfoggio di simbolismo, presuppone noti e familiari agli alunni concetti, operazioni e teorie che essi non possono sapere, ed il frasario stesso è artificioso ed oscuro."[94]

L'impostazione dell'insegnamento dell'aritmetica sostenuta dalla Scuola di Peano suscita un'ampia serie di dibattiti, mai sterilmente eruditi o cristici. L'*Aritmetica* di Catania, che peraltro riscuote successo, confermato dalle numerose ristampe ed edizioni successive, è ad esempio al centro di un vivace scambio di opinioni, che coinvolge pesantemente la Mathesis. La polemica nasce nel 1913 allorché il socio P. Ricaldone, in una conferenza alla sezione piemontese *Su alcuni libri di testo di algebra nelle scuole medie* afferma:

> "Alcuni libri sono informati ai principii della logica pura. Pur ammettendo che la logica matematica abbia in certi casi

[93] S. Catania, *Aritmetica razionale* …, 1904, p. IX. Il testo è fortemente apprezzato dall'entourage di Peano. Cfr. M. Pieri, *S. Catania, Aritmetica razionale per le scuole secondarie superiori*, s. 3, 2, 1905, pp. 47-48 e T. Boggio, *Algebra elementare: Sebastiano Catania. Grandezze e numeri* …, Bollettino di Bibliografia e Storia delle Scienze Matematiche, XVII, 4, 1915, pp. 1-8.

[94] C. Burali-Forti a G. Vailati, 6 gennaio 1907, in E. Luciano, *Aritmetica e Storia nei libri di testo della scuola di Peano*, in L. Giacardi (a cura di), *La matematica nella scuola italiana da metà '800 a fine '900: problemi, metodi, libri di testo e riforme*, Pubblicazioni del Centro Studi Enriques, n. 6, Livorno, Agorà, 2006, p. 296.

> un'azione benefica, il conferenziere, prof. Ricaldone, è contrario ad adottare nelle scuole medie libri ad essa informati."[95]

Catania risponde poco dopo, con toni risentiti, sia sul *Bollettino di Matematica* che su quello della Mathesis, denunciando l'ostracismo nei confronti dei testi che accolgono le più moderne istanze della ricerca fondazionale e giungendo ad asserire che:

> "Una dichiarazione di questo genere non si discute; solo ci è da osservare se valga la pena di mantenere in piedi la Mathesis, che simili giudizii lascia passare, ammenoché Mathesis non abbia come fine l'uccisione della logica!"[96]

Questo attacco suscita a sua volta la dura reazione del comitato di redazione del *Bollettino di Matematica*[97] e del presidente nazionale della Mathesis Guido Castelnuovo, che implicitamente sposta l'attenzione sull'*Aritmetica* dello stesso Catania.[98] Questo manuale finisce dunque per fungere da capro espiatorio dei dibattiti su tre aspetti: 1) la dialettica fra rigore ed intuizione; 2) i rischi dell'automatismo e del meccanicismo ingenerati da un insegnamento troppo rigidamente formalista e 3) il compito del docente il quale, se da un lato può essere facilitato, sviluppando un insegnamento rigorosamente assiomatico-deduttivo, dall'altro si espone maggiormente ai rischi della noia, dell'artificiosità, dell'ovvietà e dell'aridità.[99]

[95] Bollettino della Mathesis, V, 1913, p. 49.

[96] S. Catania, *Sull'equivalenza delle equazioni*, Bollettino di Matematica, XII, 1913, pp. 138-140. Cfr. ance S. Catania, *Sui metodi di insegnamento della matematica nelle scuole medie*, 1913 cit., pp. 142-143 e *A. Padoa, La logique déductive dans sa dernière phase de développement* …, Bollettino di Matematica, XIII, 1914, p. 104. Più pacata è invece la risposta di G. Peano (*Verbali della sezione piemontese*, 13.4.1913, Bollettino della Mathesis, 5, 1913, pp. 49-50): "Aggiunge qualche osservazione il prof. Peano. Il prof. Catania, nei suoi trattati scolastici, non fa uso dei simboli di logica-matematica. Egli ha udito molti professori di scuole medie dichiarare che adottarono questi trattati con notevole profitto della scolaresca. Questi libri del Catania hanno la proprietà di contenere solo definizioni e dimostrazioni esatte. Non vi sono circoli viziosi, né ragionamenti apparenti come ancora si trovano in qualche trattato. L'insegnante farà bene a saltare quelle dimostrazioni che poco o nulla aggiungono all'evidenza della proposizione, e che presentano difficoltà alla maggioranza degli studenti. Ma non si debbono sostituire con dimostrazioni fallaci. […] Gl'insegnanti possono scegliere, fra i tanti buoni, i trattati che meglio si confanno al loro gusto."

[97] N.d.D. a S. Catania, *Sull'equivalenza delle equazioni*, 1913 cit., pp. 138-139.

[98] G. Castelnuovo, *Risposta ad un'osservazione del Prof. Catania*, Bollettino della Mathesis, 5, 1913, pp. 119-120.

[99] Cfr. ad esempio S. Catania, *Risposta all'articolo del prof. G. Scorza* …, 1908 cit., p. 11: "«Ora io [Scorza] non voglio entrare in alcuna discussione di metodo, per quanto pensi, per molte e varie ragioni, che certo eccessivo formalismo sia dannoso assai e non soltanto didatticamente inopportuno.» Per molti il formalismo, il simbolo è la bestia nera. Qualcuno ha scritto che il simbolo uccide l'idea!". Analoghe critiche si ritrovano in molti autori, ad esempio in G. Castelnuovo, *Osservazioni all'articolo*

Si tratta, a ben vedere, di critiche del tutto simili a quelle che saranno rivolte negli anni Sessanta ai testi per la scuola media e secondaria redatti secondo le vedute delle cosiddette Matematiche moderne e improntati alla concezione insiemistico-bourbakista.

I dibattiti non sono del resto solo interni alla matematica italiana, ma coinvolgono personalità del calibro di E. Borel e A.N. Whitehead.[100] Nonostante la molteplicità di interventi a sostegno dell'impostazione logico-assiomatica, il giudizio emerso dall'inchiesta sul rigore nell'insegnamento secondario, commissionata dall'ICMI, sarà deludente e, nel suo rapporto conclusivo, H. Fehr asserirà in modo lapidario:

> "Voici alors comment on peut classer les différents degrés de rigueur; pour rendre la classification plus claire, nous ferons suivre le numéro de la classe du nom de quelques auteurs qui emploient dans leurs traités la méthode indiquée. A) Méthode entièrement logique (Peano, Hilbert, Halsted). Tous les axiomes sont posés; on discute leur indépendance; le développement ultérieur est rigoureusement logique. On ne fait aucun appel à l'intuition; les notions primitives (point, etc.) sont assujetties à la seule condition de satisfaire aux axiomes. ... Si l'on examine maintenant quelles méthodes sont adoptées par les différents pays dans les écoles nommées, on arrive aux conclusions suivantes: Aucun pays n'adopte d'une façon systématique ni la méthode A ni la méthode D, excepté naturellement quelques professeurs isolés qui ont fait des tentatives dans l'un ou l'autre sens."[101]

§6. Un problema storiografico aperto: Peano e Bourbaki

Alla luce della ricostruzione delle attività proposte dalla Scuola di Peano appare interessante soffermarsi, seppure brevemente, sul loro retaggio sulle successive esperienze di insegnamento della Logica, prefiggendosi l'obiettivo di approfondire una tesi storiografica in voga negli anni Cinquanta e Sessanta

precedente [S. Catania, *Sui metodi di insegnamento della matematica nelle scuole medie*], Bollettino della Mathesis, 5, 1913, p. 144 e C. Segre, [*Appunti relativi alle lezioni tenute per la Scuola di Magistero*], pp. 11, 13-14.

[100] E. Borel, *La logique et l'intuition en mathématiques*, Revue de Métaphysique et de Morale, XV, 1907, pp. 273-283; A.N. Whitehead, *The Principles of Mathematics in Relation to Elementary Teaching*, L'Enseignement mathématique, 15, 1913, pp. 105-112.

[101] H. Fehr, *La rigueur dans l'enseignement mathématique dans les écoles moyennes*, L'Enseignement mathématique, 13, 1911, pp. 462-463. Cfr. anche R. Suppantschitsch, *Le raisonnement logique dans l'enseignement mathématique secondaire et universitaire*, Atti del V Congresso Internazionale dei Matematici, Cambridge, 1913, pp. 455-458.

del Novecento, e cioè l'analogia fra la Scuola di Peano e il gruppo Bourbaki, sottolineata sia da F.G. Tricomi[102] che da B. Segre.[103]

Le evidenze documentali a sostegno di questa interpretazione non mancano. L'accento posto sull'assiomatizzazione delle matematiche e sulla loro struttura gerarchica, l'obiettivo della generalità, la genesi e la struttura degli *Eléments des mathématiques* e del *Formulario*, ma soprattutto le dinamiche di costruzione, trasmissione e condivisione del sapere matematico interne alle due Scuole sono sicuri elementi di continuità.[104] Vi sono poi le dichiarazioni dirette dei Bourbakisti che, per bocca di J. Dieudonné, confrontano l'impresa editoriale del *Formulario* e degli *Elementi*, concludendo:

> "L'obiettivo di Peano era al tempo stesso più vasto e più elementare; si trattava di pubblicare un *Formulario di matematica*, scritto completamente in linguaggio formalizzato, che contenesse non solo la logica matematica, ma tutti i risultati dei più importanti settori della matematica. La rapidità con cui egli riuscì a realizzare questo progetto ambizioso, affiancato da una pleiade di collaboratori entusiasti, testimonia l'eccellenza del simbolismo da lui adottato: seguendo da vicino la pratica quotidiana dell'attività matematica, e introducendo numerosi simboli d'abbreviazione ben scelti, egli ottiene un linguaggio abbastanza facilmente leggibile, grazie soprattutto ad un ingegnoso sistema di sostituzione delle parentesi con punti di separazione. ... Inoltre lo zelo quasi fanatico di certi suoi discepoli prestava facilmente il fianco al ridicolo; la critica, spesso ingiusta, in particolare quella di Poincaré, diede una

[102] F.G. Tricomi, *Matematici italiani del primo secolo dello Stato unitario*, Memorie dell'Accademia delle Scienze di Torino, 4, 1962: "Tuttavia la sua [di Peano] opera non fu sempre accettata con generale consenso, ciò che forse si spiega tenendo conto che il P. fu un precursore di certi moderni sviluppi della matematica (Bourbakismo) che, anche pel loro spirito spesso aggressivo e iconoclastico, incontrano tuttora vivaci resistenze. In P. però non c'è traccia di certo moderno malcostume di rendere le cose artificialmente difficili e complicate, anzi uno dei suoi lineamenti migliori fu lo spirito semplificatore ..."

[103] B. Segre, *Peano e il Bourbakismo* in A. Terracini (a cura di), *In memoria di Giuseppe Peano*, Cuneo, Liceo scientifico statale, 1955, pp. 31-39, citazione a p. 32: "... non è universalmente noto e riconosciuto quale decisivo effetto orientatore abbiano avuto le vedute filosofiche e logiche-matematiche di Peano, il suo spirito critico estremamente sottile e l'attività da lui svolta con la stampa del *Formulario Mathematico*: mentre invece - come vedremo - il Nostro può a tale riguardo venir considerato come un antesignano dell'odierno movimento scientifico vivo ed operante sotto il nome del Bourbakismo."

[104] Cfr. N. Bourbaki, *Les méthodes axiomatiques modernes et les fondements des mathématiques*, Revue Scientifique, 77, 1939, pp. 224-232; N. Bourbaki, *The architecture of Mathematics*, American Mathematical Monthly, 57, 1950, pp. 221-232 e J. Dieudonné, *L'axiomatique dans les mathématiques modernes* in Actualité Scientifiques et Industrielles 1137, Paris, Hermann, 1951, pp. 47-53.

sensibile scossa alla scuola di Peano e fu d'ostacolo alla diffusione della sua dottrina nel mondo matematico"[105]

Anche laddove manca il riferimento esplicito al nome di Peano è forte la suggestione della sua concezione epistemologica e didattica, come quando Bourbaki affronta il tema del ruolo e della natura della Logica e della sua utilità per il matematico:

> "In other words, logic, so far as we mathematicians are concerned, is no more and no less than the grammar of the language which we use, a language which had to exist before the grammar could be constructed. ... The primary task of logician is thus the analysis of the body of existing mathematical texts, particularly of those which by common agreement are regarded as the most correct ones, or, as one formerly used to say, the most "rigorous". ... After the logician has properly discharged such duties, and helped the mathematician to lay suitable foundations for his science, he may then set himself further objectives; and you know, better than I do myself, the brilliant successes that have been so achieved during the last fifty years."[106]

L'impostazione scientifica di Bourbaki si traduce, come è noto, in una rete di proposte didattiche, sintetizzate sotto la categoria delle "matematiche moderne", nello slogan "Abas Euclide", nell'accento posto sull'introduzione precoce dell'algebra lineare, in sostituzione della geometria euclidea, e così via.[107] Contemporaneamente torna di attualità anche il tema dell'insegnamento della Logica, per lo più in connessione allo sviluppo delle nozioni elementari della teoria degli insiemi: la famigerata insiemistica.[108] L'architettura degli *Elementi* riserva alla logica un ruolo subalterno, per cui non stupisce che anche al suo insegnamento sia data una posizione strumentale e meramente propedeutica, in perfetta analogia con quanto avveniva nelle lezioni di Analisi di Peano o nelle *Aritmetiche* redatte dalla sua Scuola. I limiti entro cui deve essere confinato l'insegnamento di questa disciplina e del suo formalismo sono espressamente dettati da J. Dieudonné, che afferma:

[105] N. Bourbaki, *Elementi di Storia delle Matematiche*, 1963, pp. 20-21, 39.

[106] N. Bourbaki [J. Dieudonné], *Foundations of Mathematics for the working mathematician*, The Journal of Symbolic Logic, 14, 1, 1949, pp. 1, 2.

[107] Cfr. ad esempio *Mathématiques nouvelles* e *Un programme moderne de mathématique pour l'enseignement secondaire*, O.E.C.E., Bureau du personnel scientifique et technique, Parigi, 1961.

[108] La logica farà però la sua comparsa nei programmi per le scuole medie solo nel 1979 e, in ambito secondario, nel 1973 per i licei linguistici, nel 1974-75 per il primo biennio unitario sperimentale, nel 1981 per alcuni ITIS e a partire dal 1985 in tutti i bienni, anche in relazione all'avvio del PNI e del Progetto Brocca. Cfr. V. Vita, *I programmi di matematica per le scuole secondarie dall'unità d'Italia al 1986*, Bologna, Pitagora, 1986 e L. Ciarrapico, *L'insegnamento della matematica dal passato recente all'attualità*, Archimede, 3, 2002.

> "Of course one may contend that training in logical thought has some usefulness. ... But ludicrous examples that Thom stigmatizes at length should convince educators to limit Boolean algebra strictly to where it belongs, namely mathematics and science in general. Even within those limits, educators should beware of mistaking it for a panacea instead of a tool. Logic is no more mathematics than atom smashers are nuclear physics: if you are clever enough to imagine a proof, it will help you carry it through, just as the nuclear physicist needs complex and costly apparatus to show that his insight into the nature of atomic forces is correct. In both cases, imagination always is the irreplaceable initial spark."[109]

Pur con queste precisazioni, non vengono comunque lesinate le critiche, anche feroci all'introduzione del linguaggio della teoria degli insiemi e dei simboli logici. Gli interventi pro e contro si susseguono nei congressi di Royamont (1959), Dubrovnik (1960), Bologna (1961) e Frascati (1966-67) e nei periodici per gli insegnanti.[110] Fra questi spicca l'articolo di R. Thom *Les mathématiques "modernes": une erreur pédagogique et philosophique?*, dove si trova affermato:

> "L'optimisme excessif engendré par l'usage des symboles de la théorie des ensembles repose, à tout prendre, sur une erreur philosophique. On a cru, en enseignant l'usage des symboles $\in$, $\subset$, $\cap$, $\cup$ expliciter les mécanismes sous-jacents à tout raisonnement, à toute déduction. ... La croyance naïve que toute déduction trouvait son modèle dans une manipulation ensembliste a été partagée par des philosophes modernes, comme les néo-positivistes. ... Les protagonistes modernes de la théorie des ensembles devraient se rendre compte que cette théorie est insuffisante à rendre compte des démarches déductives les plus élémentaires de la pensée usuelle."[111]

In realtà, nelle posizioni dei nuovi fautori e detrattori dell'insegnamento della Logica matematica occorre a mio parere distinguere tre differenti 'piani': filosofico-matematico, psicologico e didattico. Il primo aspetto ha a che vedere

[109] J. Dieudonné, *Should we teach «Modern Mathematics»* ?, American Scientist, 61, 1973, pp. 16-19, citazione a p. 19. Cfr. anche J. Piaget, E.W. Beth, J. Dieudonné, A. Lichnerowicz, G. Choquet, C. Gattegno, *L'enseignement des mathématiques*, Neuchatel, Delachaux, 1955.

[110] Cfr. ad esempio H. Freudenthal, *Algèbre linéaire et géométrie élémentaire* ..., The American Mathematical Monthly, 74, 6, 1967, pp. 744-748; J. Dieudonné, *Algebra lineare e geometria elementare*, trad. it., Milano, Feltrinelli, 1970; V.I. Arnold, *On teaching mathematics*, Paris, Palais de Découverte, 1997 e S.H. Lui, *An interview with Vladimir Arnold*, Notices of AMS, 44, 4, 1997, pp. 432-438.

[111] R. Thom, *Les mathématiques "modernes": une erreur pédagogique et philosophique?*, L'Age de la science, 3, 1970, pp. 225-242.

con l'essenza della logica e il suo rapporto con la matematica, la metafisica e la scienza del linguaggio. Il secondo, indagato già a inizio Novecento da A. Nagy, G. Vailati, F. Enriques, G. Vidari, C. Leoni e poi molto maggiormente approfondito da J. Piaget e E.W. Beth, è legato allo studio dei processi cognitivi e alla loro eventuale analogia con quelli logico-deduttivi. La terza componente è quella didattica, concernente l'insegnamento effettivo della Logica e dei Fondamenti della Matematica. Ora, se per i primi due aspetti si registra una certa soluzione di continuità fra la Scuola di Peano e il gruppo Bourbaki, ciò non avviene a proposito del terzo e anzi occorre sottolineare che per Peano e per i suoi collaboratori l'insegnamento della Logica (declinato nel senso di 'insegnamento dei suoi simboli') e il metodo assiomatico-deduttivo sono fasi concomitanti e intimamente connesse dello sviluppo didattico dell'aritmetica, della geometria e dell'analisi, mentre ciò non vale per i Bourbakisti.

L'eco dei dibattiti sulle Matematiche moderne raggiunge anche l'Italia: gli anni dell'affermazione dell'approccio bourbakista nelle Università e nelle scuole medie-secondarie sono - non a caso - gli stessi che segnano l'avvio dei corsi di Logica e dei primi manuali che contemplano un capitolo ad essa dedicato, dopo quelli della Scuola di Peano. Fra i protagonisti di questa svolta metodologica spicca in ambito torinese Tullio Viola. Formatosi a contatto con Maestri come F. Enriques e B. Levi,[112] Viola ha salde competenze di teoria degli insiemi ed è uno dei non molti matematici dell'epoca interessati alle componenti psicologiche e pedagogiche della Logica. Dal punto di vista storico, egli ravvisa una delle cause di decadenza di questo settore di studi in Italia nella mancata collaborazione fra Peano e Enriques, e ne tenta il superamento attraverso un'originale sintesi. Desideroso di salvaguardare i legami - già cari a Peano, Vacca e Vailati - fra logica, storia, epistemologia, critica dei fondamenti e questioni metodologiche, Viola costella i suoi lavori di riflessioni sui rapporti fra la logica di Frege e quella di Peano, sulle problematiche legate alle definizioni degli enti matematici, sui fondamenti logici e cognitivi dei concetti primitivi di numero e spazio, sulla struttura logica degli *Elementi* di Euclide e così via.[113] La personale sensibilità per queste problematiche, maturata anche a seguito della frequentazione degli

[112] Sulla biografia scientifica di Viola cfr. L. Giacardi, C.S. Roero (a cura di), *Matematica, arte e tecnica nella Storia in memoria di T. Viola*, Torino, Kim Williams Books, 2006.

[113] Cfr. ad esempio T. Viola, *Sull'evoluzione e la crisi attuale del pensiero filosofico intorno al concetto di numero naturale*, Giornale Critico della Filosofia Italiana, III-IV, 1948, pp. 336-351; *Gli insiemi astratti e i fondamenti dell'analisi matematica*, Archimede, VI, 6, 1954, pp. 219-228 e VII, 4-5, 1955, pp. 150-164; *Il problema della formazione dei concetti fondamentali della geometria*, Scienza e Tecnica, n.s., I, 1, 1956, pp. 1-11; *Verso nuovi indirizzi dell'insegnamento della matematica*, Archimede, VIII, 1, 1956, pp. 154-163; *Lineamenti e Problemi della Pedagogia matematica*, I problemi della Pedagogia, 2-3, 1959, pp. 3-20; *Il valore della nuova didattica della matematica nell'educazione dei giovani*, Archimede, XXXIII, 1-2, 1971, pp. 75-82.

scritti di J. Piaget, J.G. Kemeny, J.L. Snell, G.L. Thompson e A. Borgers[114] si riverbera nella sua attività didattica e di ricerca relativa al corso di Matematiche Complementari e nella direzione dell'omonimo Istituto. Negli anni di discussioni sulle matematiche moderne, Viola intrattiene interessanti scambi di opinione su temi già cari a Peano, quali il problema dell'insegnamento della matematica in relazione a quello dell'algebra della logica e a quello della grammatica, le strategie per bilanciare i pericoli della "mortifera aridità e meccanicità del formalismo" e i supposti vantaggi dell'educazione puramente logico-deduttiva nei confronti degli studenti eccezionalmente acuti o scadenti. Nello stesso tempo partecipa alla fase concreta di sperimentazione dell'insegnamento della logica e della teoria degli insiemi nelle *classi pilota*, cura il capitolo *Logica matematica* per il volume di M. Villa, *Matematica moderna nelle Scuole secondarie superiori*[115] e difende con tenacia l'inserimento dei suoi primi elementi nella scuola secondaria, affermando:

> "A ce sujet, je voudrais dire au professeur Choquet que, sincèrement, je ne me sentirais pas de le suivre dans une révolution si radicale, si Bourbakiste, telle que celle qu'il souhaite dans sa brillante conférence de Lausanne. ... Par contre, je n'aurais aucun doute sur un réel progrès de l'enseignement de la géométrie rationnelle, si on réussissait à y introduire, amplement, l'usage de la logique symbolique dans le sens si cher à Peano et qui, avec des moyens modernes, a été précisé par le professeur Hans Freudenthal (aussi dans sa conférence d'*Aarhus*), c'est-à-dire comme un instrument en mesure de mettre en évidence aux élèves chaque passage logique."[116]

§7. Conclusioni

L'importanza e il successo delle iniziative avviate da Peano e da alcuni esponenti della sua Scuola per diffondere su vasta scala le ricerche logico-matematiche appaiono innegabili.

L'analisi dei contenuti di quei primi corsi di Logica, la concezione di quest'ultima come una disciplina di supporto per la matematica, l'impostazione metodologica del suo insegnamento identificato con quello dell'ideografia ci induce però a ritenere che si possa parlare di un retaggio

[114] Si tratta dei volumi *Logique et connaissance scientifique*, sous la direction de J. Piaget, Enc. de la Pléiade, Dijon, Gallimard, 1967 e dei lavori di J.G. Kemeny, J.L. Snell, G.L. Thompson, *Algèbre moderne et activité humaines*, Paris, Dunod, 1960 e A. Borgers, *Le lois et les règles de la logique symbolique élémentaire des propositions et des prédicats*, Secrétariat générale à la réforme de l'enseignement secondaire, Ministero belga dell'educazione nazionale, Bruxelles, n. 2, 1961.

[115] M. Villa, *Matematica moderna nelle Scuole secondarie superiori*, Bologna, Patron, 1966, pp. 201-240.

[116] T. Viola, *Didactique sans Euclide et pédagogie euclidienne*, L'Enseignement mathématique, 2, X, 1964, pp. 24-25.

"spirituale", ma non "tecnico", sui successivi sviluppi di questo settore in Italia. La forte analogia di queste esperienze e della concezione epistemologica ad esse soggiacente fornisce d'altro canto un 'ambiente' ideale per lo studio delle dinamiche di appartenenza e di confronto interne alla "Scuola" di Peano, uno studio che meriterebbe di essere approfondito nella sua completezza. L'esame dei limiti di queste iniziative, delle possibili cause della differente "velocità" di sviluppo della ricerca e della didattica in logica e della chiusura della Scuola di Peano nei confronti dei più recenti sviluppi della disciplina ci sembra fornire infine un ulteriore tassello a quel progetto di ri-esame dell'attività di Peano già considerato da E. Agazzi di vitale importanza per poter compiere il "trapasso da uno stato di vaga percezione mitica ad uno di oggettiva ed equilibrata conoscenza."[117]

BIBLIOGRAFIA

BOLONDI G. 2007, *La Francia del Novecento: il fenomeno Bourbaki* in C. Bartocci, P.G. Odifreddi, *La Matematica*, vol. 1, Torino, Einaudi, pp. 625-650.

BORGA M., FREGUGLIA P., PALLADINO D. 1985 (a cura di), *I contributi fondazionali della scuola di Peano*, Milano, Angeli.

BOURBAKI N. 1963, *Elementi di Storia delle Matematiche*, ed. it., Milano, Feltrinelli.

CASARI E. 2007, *Congedo*, Rivista di storia della filosofia, 3, pp. 559-567.

CASSINA U. 1953, *Su l'opera filosofica e didattica di Giuseppe Peano*, in *Celebrazioni per l'intitolazione a Giuseppe Peano del Liceo Scientifico Statale di Cuneo*, Cuneo, Saste, pp. 7-19.

CHURCH A. 1936, *A bibliography of symbolic logic*, The journal of symbolic logic, 1, 4, pp. 121-216.

DALLA CHIARA M.L., MUNDICI D. 1999, *Preface to the special issue of Studia Logica devoted to Ettore Casari*, Studia Logica, 62, pp. 117-120.

DE PAOLI S. 2002, *La logica in Italia. A ricominciare fu Geymonat*, Lettera Matematica Pristem, 44, pp. 49-54.

DIEUDONNÉ J. 1970, *The work of Nicholas Bourbaki*, The American Mathematical Monthly, 77, 2, pp. 134-145.

FREUDENTHAL H. 1994, *Ripensando l'educazione matematica*, Brescia, La Scuola.

GEYMONAT L. 1959, *Peano e le sorti della Logica in Italia*, Bollettino dell'UMI, 3, 14, pp. 109-118.

GEYMONAT L. 2008, *Storia e filosofia dell'analisi infinitesimale*, Torino, Boringhieri.

GIACARDI L., ROERO C.S. 1998, *L'eredità del Centro di Studi metodologici sulla matematica torinese*, Quaderni di Storia dell'Università di Torino, II-II, n. 2, pp. 289-356.

[117] E. Agazzi, *Prefazione* in M. Borga, P. Freguglia, D. Palladino (a cura di), *I contributi fondazionali della scuola di Peano*, 1985, p. 10.

HALL J.P. 1960, *N. Bourbaki*, The Mathematical Gazette, 44, 350, pp. 250-253.

HOUZEL C. 2004, *Le rôle de Bourbaki dans les mathématiques du vingtième siècle*, SMF Gazette, 100, pp. 52-63.

LE LIONNAIS F. 1962, *Les grands courants de la pensée mathématique*, Paris, Blanchard.

LUCIANO E., ROERO C.S. (a cura di) 2008, *Giuseppe Peano. Matematico e Maestro*, Torino, Dipartimento di Matematica.

LUCIANO E. 2008, *Un sessantennio di ricerca e di insegnamento dell'Analisi infinitesimale a Torino: da Genocchi a Peano*, Quaderni di Storia dell'Università di Torino, 9, pp. 27-150.

LUCIANO E. [in corso di stampa], *Sulla didattica della Logica Matematica: dalle conferenze di A. Padoa (1898) all'istituzione dei corsi ufficiali (1960)*, in C.S. Roero (a cura di), *Atti del Congresso internazionale di Studi "La Scuola di Peano fra matematica, logica e interlingua"*, Centro di Studi per la Storia dell'Università di Torino, Deputazione Subalpina di Storia Patria, Studi e Fonti, XVI, pp. 1-41.

MANGIONE C. 1992, *Ludovico Geymonat e la rinascita della logica in Italia*, Lettera Matematica Pristem, 4, pp. 4-6.

MANGIONE C. 1993, *Storia della logica da Boole ai nostri giorni*, Milano, Garzanti.

MASHAAL M. 2003, *Bourbaki. Una società segreta di matematici*, Le Scienze, I Grandi della scienza, VI, 32.

NASTASI P., SCIMONE A. (a cura di) 1995, *Lettere a Giovanni Vacca*, Quaderni PRISTEM, n. 5, Palermo.

OSIMO G. (a cura di) 1992, *Lettere di Giuseppe Peano a Giovanni Vacca*, Quaderni PRISTEM, n. 3, Milano.

PARRINI P. 2004, *Filosofia e Scienza nell'Italia del Novecento. Figure, correnti, battaglie*, Milano, Guerini.

PELLEREY M. 1989, *Oltre gli insiemi: nascita, crescita e crisi dell'insiemistica. Nuovi orientamenti nella didattica dell'aritmetica*, Napoli, Tecnodid.

ROERO C.S. (a cura di) 2002, *L'Opera Omnia di Giuseppe Peano*, Torino, Dipartimento di Matematica.

Torino, 23 Aprile 2009