Indici per comparazioni temporali e territoriali

Indici per comparazioni temporali e territoriali

Paolo Chirico

ottobre 2011

Indice

Capitolo 1

I Numeri Indice Temporali

1.1 Definizioni

Data una serie storica $v_1, v_2, ..., v_T$ di valori relativi ad un singolo fenomeno V, viene detto *numero indice semplice* di V tra il tempo h e il tempo k il rapporto:

$$_hv_k = v_k/v_h \tag{1.1}$$

Esempio: Si considerino i dati della tabella 1.1 relativi alle vendite di Gasolio di una stazione di servizio nel 2010.

$$_{01/10}v_{04/10} = 75.079/69.253 = 1,084$$

Spesso i numeri indici sono riportati in termini percentuali:

$$_hV_k =_h v_k \cdot 100$$

$$_{01/10}V_{04/10} = 108,4$$

Da quest'ultimo si ricava immediatamente la variazione percentuale di V tra il tempo h e il tempo k

$$_h\Delta V_k =_h V_k - 100$$

$$_{01/10}\Delta V_{04/10} = 8,4$$

Tabella 1.1: Vendite di Gasolio nel 2010

t (mese)	Q (litri)	P (euro)	V (euro)
gen-10	60.220	1,15	69.253
feb-10	58.750	1,14	66.975
mar-10	62.800	1,19	74.732
apr-10	61.540	1,22	75.079
mag-10	59.870	1,24	74.239
giu-10	64.380	1,23	79.187
lug-10	65.350	1,21	79.074
ago-10	52.680	1,21	63.743
set-10	58.790	1,22	71.724
ott-10	60.360	1,24	74.846
nov-10	58.660	1,26	73.912
dic-10	57.500	1,29	74.175

1.2 Proprietà fondamentali dei numeri indici semplici

Una prima caratteristica che emerge circa i numeri indice è che non hanno unità di misura, ovvero sono dei numeri puri. Non dipendono quindi dall'unità di misura del fenomeno su cui sono calcolati e non dipendono neppure dalla scala di misura di tale fenomeno. In altre parole, un indice relativo a quantità espresse in chilogrammi non è espresso in chili, né il suo valore cambia se le quantità anzichè in chili vengono misurate in quintali.

Inoltre è abbastanza semplice dimostrare, che per gli indici semplici valgono le seguenti proprietà:

- **Reversibilità delle basi**:
$$_hv_k = 1/_kv_h \tag{1.2}$$
- **Circolarità delle basi**:
$$_hv_k =_h v_t \cdot_t v_k \tag{1.3}$$
- **Decomponibilità in fattori**:
Se ad esempio $V = P \cdot Q$, allora:
$$_hv_k =_h p_k \cdot_h q_k \tag{1.4}$$

Dalle proprietà fondamentali si evince che i numeri indice seguono una logica moltiplicativa e non additiva, come evidenziato nei seguenti due esempi:

Esempio 1: Relativamente ai dati i tabella 1.1, risulta che:

$$_{01/10}\Delta V_{02/10} = -3,3\% \qquad \text{e} \qquad _{02/10}\Delta V_{04/10} = +12,1\%$$

ma:

$$\begin{aligned} _{01/10}\Delta V_{04/10} &= 8,4\% \\ &\neq \; _{01/10}\Delta V_{02/10} + {}_{02/10}\Delta V_{04/10} \\ &\neq -3,3\% + 12,1\% = 8,8\% \end{aligned} \tag{1.5}$$

Tuttavia:

$$\begin{aligned} _{01/10}v_{04/10} &= \; _{01/10}v_{02/10} \cdot {}_{02/10}v_{04/10} \\ &= 0,967 \cdot 1,121 = 1,084 \end{aligned} \tag{1.6}$$

Pertanto per fare il calcolo della variazione di una grandezza in un periodo, non si fa la somma delle variazioni della stessa grandezza avvenute nei sottoperiodi.

Esempio 2: Inoltre:

$$_{01/10}\Delta Q_{04/10} = 2,2\% \qquad \text{e} \qquad _{01/10}\Delta P_{04/10} = 6,1\%$$

ma:

$$\begin{aligned} _{01/10}\Delta V_{04/10} &= 8,4\% \\ &\neq \; _{01/10}\Delta Q_{04/10} + {}_{01/10}\Delta P_{04/10} \\ &\neq 2,1\% + 6,1\% = 8,3\% \end{aligned} \tag{1.7}$$

Tuttavia:

$$\begin{aligned} _{01/10}v_{04/10} &= \; _{01/10}q_{04/10} \cdot {}_{01/10}p_{04/10} \\ &= 1,022 \cdot 1,061 = 1,084 \end{aligned} \tag{1.8}$$

Pertanto per fare il calcolo della variazione del fatturato di un prodotto in un periodo, non si fa la somma delle variazioni della quantità venduta e del prezzo di vendita del prodotto avvenute nello stesso periodo.

1.3 Indici a base mobile e a base fissa

Data una serie storica $v_1, v_2, ..., v_T$ di valori è possibile ricavare due serie di indici:

- a base fissa:

  $$_b v_1, _b v_2, \cdots, _b v_T$$

  ed indicano ognuno la variazione rispetto ad un medesimo periodo b.

- a base mobile:

  $$_1 v_2, _2 v_3, \cdots, _{T-1} v_T$$

  ed indicano ognuno la variazione rispetto al periodo precedente. In questo caso gli indici vengono anche detti *concatenati*.

E' facile vedere come da una serie si possa passare all'altra, facendo ricorso alle proprietà fondamentali degli indici semplici:

$$_{t-1}v_t = _b v_t / _b v_{t-1}$$

$$_b v_t = _b v_{b+1} \cdot _{b+1} v_{b+2} \cdot \cdots \cdot _{t-1} v_t$$

1.4 Indici medi di prezzi e quantità

Con gli indici semplici si possono calcolare le variazioni di prezzi e quantità di un singolo prodotto/servizio. Con la stessa logica è possibile calcolare di quanto sono variati in media i prezzi e le quantità di un insieme di prodotti e servizi? Per rispondere a questa domanda occorre considerare due casi concettualmente ben distinti:

a) i prodotti/servizi sono omogenei (lo stesso tipo di prodotto/servizio);

b) i prodotti sono eterogenei.

1.4.1 Indici medi per serie omogenee

Consideriamo i dati in tabella 2.1. In essa sono riportati i prezzi delle tariffe di una mensa scolastica e il numero in migliaia di pasti erogati per ogni tariffa negli anni 2001, 2002 e 2003.

Se volessimo calcolare un indice che ci dica di quanto mediamente sono variati i prezzi dei pasti dal 2001 al 2003, potremmo in maniera intuitiva calcolarci il prezzo medio del pasto nel 2003 e dividerlo per il prezzo medio del 2001:

Tabella 1.2: Tariffe di una mensa scolastica

	tariffa A		tariffa B		tariffa C	
anno	prezzo	pasti	prezzo	pasti	prezzo	pasti
2001	1,7	50	2,4	80	3,5	30
2002	1,8	50	2,5	70	3,5	40
2003	2	48	2,5	75	3,6	40

$$_{01}\overline{p}_{03} = \frac{\overline{p}_{03}}{\overline{p}_{01}}$$

Tale operazione è del tutto logica, in quanto i pasti sono gli stessi a prescindere dalla tariffa pagata. Il prezzo medio rappresenta quanto costa in media un pasto. Sempre per logica, la media andrebbe ponderata con il numero di pasti erogati per tariffa.

Nel caso delle quantità la logica suggerirebbe di fare il rapporto tra il totale dei pasti erogati nel 2003 e il totale dei pasti del 2001:

$$_{01}\overline{q}_{03} = \frac{\sum_i q_{03,i}}{\sum_i q_{01,i}}$$

essendo i il contatore/indicatore dei prodotti e servizi.
Pertanto il calcolo degli indici è così generalizzabile:

$$_{h}\overline{p}_{k} = \frac{\sum_i p_{k,i}q_{k,i} / \sum_i q_{k,i}}{\sum_i p_{h,i}q_{h,i} / \sum_i q_{h,i}} \quad (1.9)$$

$$_{h}\overline{q}_{k} = \frac{\sum_i q_{k,i}}{\sum_i q_{h,i}} \quad (1.10)$$

Non è difficile immaginare che se nella formula 1.10 per le quantità dividessimo sia la somma al numeratore che quella al denominatore per il numero n di prodotti/servizi, la formula diverrebbe il rapporto di medie (semplici) di quantità. Pertanto, quando i prodotti/servizi sono omogenei, l'indice medio si costruisce facendo l'indice (rapporto) di medie.
Con qualche passaggio algebrico si dimostra facilmente che gli indici medi 1.9 e 1.10 rispettano tutte e tre le proprietà fondamentali.

Tabella 1.3: Vendite di un'azienda avicola

	uova		**pollame**	
anno	**dozzine**	**prezzo**	**quintali**	**prezzo**
2005	1000	1,50	7800	2,10
2006	1200	1,50	8500	2,20
2007	1200	1,60	8000	2,30

1.4.2 Indici medi per serie eterogenee

Come cambiano le cose, se i prodotti o servizi sono eterogenei? Consideriamo la tabella 1.3 dove sono riportate le vendite di uova e polli di un'azienda avicola.

E' evidente che nel calcolare l'indice medio delle quantità non avrebbe senso fare la somma di dozzine di uova e quintali di pollame, così come non avrebbe senso calcolare un prezzo medio di vendita tra prodotti di natura differente. In questo caso si potrebbe pensare di calcolare gli indici semplici per ogni prodotto (uova e polli) e poi farne un'opportuna media. In questo caso verrebbero meno i limiti concettuali legati all'unità di misura, in quanto gli indici su cui calcolare la media non hanno unità di misura!

Per tener comunque conto del peso diverso che possono avere i prodotti nel contesto d'analisi, è bene che la media sia una media ponderata, del tipo:

$$ {}_h\overline{p}_k = \frac{\sum_i [p_{k,i}/p_{h,i}]\pi_i}{\sum_i \pi_i} \qquad {}_h\overline{q}_k = \frac{\sum_i [q_{k,i}/q_{h,i}]\pi_i}{\sum_i \pi_i} \tag{1.11} $$

A seconda del tipo di ponderazione (π_i) adottata si possono ottenere diverse formule. Tra queste le due più diffuse e note definiscono gli indici secondo *Laspeyres* e secondo *Paasche*[1].

1.5 Indici secondo Laspeyres e Paasche

1.5.1 Indici di Laspeyres

Gli indici secondo Laspeyres dei prezzi e delle quantità si calcolano con le seguenti formule:

[1]Ernst Louis Étienne Laspeyres è stato un economista e statistico tedesco, nato in Germania da famiglia di origine francese. Coerentemente alla consuetudine francese di francesizzare i cognomi dei loro concittadini di origine straniera (in molti casi italiana), propenderei per la pronuncia alla tedesca, ovvero così come si scrive! Per Paasche invece non vi sono dubbi, era tedesco di Germania e si pronuncia Paasce!

$$ {}_h p_k^L = \frac{\sum_i p_{k,i} q_{h,i}}{\sum_i p_{h,i} q_{h,i}} \tag{1.12} $$

$$ {}_h q_k^L = \frac{\sum_i q_{k,i} p_{h,i}}{\sum_i q_{h,i} p_{h,i}} \tag{1.13} $$

Non è difficile verificare che tali formule possono essere derivate dalle formule 1.11 se poniamo $\pi_i = p_{h,i} q_{h,i}$, ovvero se ponderiamo ogni indice semplice con il valore del corrispondente venduto al tempo base. Per altro le formule semplificate 1.12 e 1.13 evidenziano loro stesse una logica. Infatti l'indice 1.12, è il rapporto tra due aggregati aventi un significato preciso: al denominatore c'è il valore del venduto al tempo base e al numeratore il valore delle stesse quantità ai prezzi del tempo corrente; a variare sono solo i prezzi e quindi tale rapporto *sintetizza* la variazione media dei prezzi. Un ragionamento simile può essere fatto anche per l'indice delle quantità; in quel caso a variare sono solo le quantità e non i prezzi che rimangono fissi al tempo base.

In pratica, negli indici secondo Laspeyres si calcolano rapporti di aggregati monetari in cui a variare sono solo i prezzi o solo le quantità, le grandezze che non variano rimangono fisse al tempo base.

Gli indici secondo Laspeyres sono la formula base per il calcolo degli indici dei prezzi al consumo (Paragrafo 2.3) e per diversi indici di borsa (che sono appunto indici dei prezzi dei titoli scambiati).

Per altro, con qualche passaggio algebrico, si verifica che tali indici non rispettano le proprietà fondamentali degli indici semplici. Inoltre quando la formulazione secondo Laspeyres viene utilizzata per il calcono dell'*indice generale dei prezzi al consumo*, tale indice tende a sovrastimare l'erosione del potere d'acquisto dei consumatori. Infatti quando i prezzi aumentano, i consumatori tendono a sostituire i beni che sono diventati più cari con quelli che sono cresciuti meno o che non sono cresciuti affatto. Tale comportamento è ben noto nella teoria economica e i suoi effetti su potere d'acquisto ed utilità del consumatore vanno sotto il nome di *effetto sostituzione*. L'indice dei prezzi secondo Laspeyres non tiene conto di tale effetto, perchè al tempo corrente considera i consumi (quantità) invariati rispetto al tempo base. Questo significa che i beni i cui prezzi sono cresciuti di più, mantengono il loro peso nel computo dell'indice, nonostante siano stati ridimensionati nella spesa. Questo comporta una sovrastima della crescita dei prezzi. Con ragionamenti analoghi si evince che, in presenza di diminuzione media dei prezzi, l'indice di Laspeyres tende a sottostimare la diminuzione dei prezzi. In generale l'indice di laspeyres è numericamente maggiore dell'indice teoricamente più corretto.

1.5.2 Indici di Paasche

Non essendo gli indici di Laspeyres ottimali, Paasche (che di Laspeyres fu allievo) propose in alternativa i seguenti indici:

$$ {}_hp_k^P = \frac{\sum_i p_{k,i}q_{k,i}}{\sum_i p_{h,i}q_{k,i}} \tag{1.14} $$

$$ {}_hq_k^P = \frac{\sum_i q_{k,i}p_{k,i}}{\sum_i q_{h,i}p_{k,i}} \tag{1.15} $$

E' facile notare che questi indici seguono una logica apparentemente antitetica (ma in realtà simile) a quella degli indici di Laspeyres: in questo caso le grandezze che non variano sono fisse al tempo corrente!

In presenza di effetto sostituzione nei consumi l'indice dei prezzi di Paasche tende a sottostimare gli aumenti medi dei prezzi al consumo e a sovrastimare le diminuzioni medie dei prezzi. Inoltre neppure gli indici di Paasche rispettano le proprietà fondamentali, anche se emerge una curiosa ed utile particolarità:

$$ {}_hv_k = {}_h p_k^L \cdot {}_h q_k^P = {}_h q_k^L \cdot {}_h p_k^P \tag{1.16} $$

In ragione di questa caratteristica, se l'indice medio dei prezzi è calcolato secondo Laspeyres, l'indice medio delle quantità è calcolato con la formula di Paasche, così che il loro prodotto dia l'indice del venduto.

1.6 Indici ottimali di Fisher

L'economista e statistico statunitense, Irving Fisher, contribuì in modo determinante alla teoria dei Numeri Indice analizzandone le proprietà teoriche e statistiche. Fu lui che propose le proprietà fondamentali, come elementi di valutazione di un indice. Osservando come gli indici secondo Laspeyres e Paasche avessero caratteristiche in se non ottimali, ma complementari, propose come indice ottimale la media geometrica dei due:

$$ \begin{aligned} {}_hp_k^F &= \sqrt{{}_hp_k^L \cdot {}_h p_k^P} & (1.17) \\ &= \sqrt{\frac{\sum_i p_{k,i}q_{h,i}}{\sum_i p_{h,i}q_{h,i}} \cdot \frac{\sum_i p_{k,i}q_{k,i}}{\sum_i p_{h,i}q_{k,i}}} \end{aligned} $$

$$ {}_hq_k^F = \sqrt{{}_hq_k^L \cdot {}_h q_k^P} \tag{1.18} $$

$$= \sqrt{\frac{\sum_i q_{k,i} p_{h,i}}{\sum_i q_{h,i} p_{h,i}} \cdot \frac{\sum_i q_{k,i} p_{k,i}}{\sum_i q_{h,i} p_{k,i}}}$$

Non è complicato dimostrare che tali indici godono della *reversibilità delle basi* e della *decomponibilità in fattori*. Inoltre, relativamente al calcolo di un indice generale dei prezzi al consumo, tale indice, essendo una media tra indici che sottostimano e sovrastimano il fenomeno, dovrebbe produrre una stima più corretta. Gli indici di Fisher non godono, però, della *transitività temporale*

1.7 Indici Indiretti

Finora sono state proposte delle formule per calcolare direttamente degli indici temporali partendo dai dati disaggregati (singoli prezzi e quantità nei peiodi di riferimento). In molti casi, tuttavia, i dati disagregati non sono disponibili, mentre sono disponibili serie di numeri indici calcolate su quei dati da enti preposti a farlo. E' il caso, ad esempio, della serie di numeri indice dei prezzi al consumo (vedi Paragrafo 2.2), che mensilmente viene aggionata dall'ISTAT. In questi casi, facendo ricorso alle proprietà fondamentali dei numeri indice, è possibile calcolare indirettamente l'indice che interessa derivandolo dalla serie disponibile.

Esempio Si consideri la tabella 1.4, che riporta il NIC (Numero Indice dei prezzi al consumo per l'intera Collettività) dal Gennaio 2009 al Dicembre 2010. Tale indice è calcolato mensilmente dall'ISTAT secondo la formula di Laspeyres e indica nei mesi il costo di un paniere di beni (rappresentativo dei consumi della collettività), che nel 1995 costava idealmente 100.

L'indice tra il giugno 2009 e giugno 2010, può essere pertanto calcolato come:

$$_{06/09}NIC_{06/10} =_{95} NIC_{06/10}/_{95}NIC_{06/10}3 = 139.6/139 = 1,013$$

che significa che tra il giugno 2009 e giugno 2010 i prezzi al consumo sono aumentati (inflazione) del $1,3\%$.

Tale indice non è più un indice secondo Laspeyres, perchè il rapporto tra due indici di Laspeyres non da un indice di Laspeyres!
Ovviamente indici indiretti si possono derivare anche per concatenamento di indici a base mobile.

Tabella 1.4: NIC dal Gen-2009 al Dic-2010

mese	${}_{95}NIC_t$	*mese*	${}_{95}NIC_t$
Gen-2009	136.7	Gen-2010	138.5
Feb-2009	137	Feb-2010	138.6
Mar-2009	137.1	Mar-2010	139
Apr-2009	137.4	Apr-2010	139.5
Mag-2009	137.7	Mag-2010	139.6
Giu-2009	137.8	Giu-2010	139.6
Lug-2009	137.8	Lug-2010	140.1
Ago-2009	138.2	Ago-2010	140.4
Set-2009	137.9	Set-2010	140.1
Ott-2009	138	Ott-2010	140.4
Nov-2009	138	Nov-2010	140.4
Dic-2009	138.3	Dic-2010	140.9

Capitolo 2

L'inflazione e il valore della moneta

2.1 L'inflazione

L'inflazione al consumo è un processo di aumento del livello generale dei prezzi dei beni e dei servizi destinati al consumo delle famiglie. L'inflazione misura quindi di quanto il potere di acquisto delle famiglie si va deteriorando nel tempo. In tal senso, l'inflazione è sicuramente un'informazione d'interesse per le famiglie e, di riflesso, per le associazioni sindacali dei lavoratori: quando un contratto di lavoro viene rinegoziato (individualmente o collettivamente), il dato sull'inflazione occorsa dalla stipula del contratto è sicuramente una delle basi della nuova contrattazione. Ma conoscere correttamente ed in maniera aggiornata l'inflazione preme anche alle autorità di politica economica e al Governo a cui fanno capo: l'inflazione è una misura di quanto il benessere dei cittadini, e la loro soddisfazione, vengono minacciati dall'aumento dei prezzi al consumo. Inoltre, le previsioni circa l'inflazione futura sono alla base di tutte le previsioni di spesa pubblica e delle conseguenti previsioni di bilancio pubblico.

L'inflazione interessa anche alle autorità di politica monetaria (ad es. la Banca d'Italia): un aumento del tasso di sconto (il tasso con cui la banca centrale presta moneta alle banche) determina un aumento del costo del denaro a prestito per aziende e famiglie. Tale operazione, è noto, ha effetto calmierante sull'inflazione, ma frenante sulla crescita economica e quindi risulta opportuna solo in caso di inflazione elevata. Inoltre, se è prevista un'inflazione alta, le banche dovranno accordare tassi d'interesse elevati sui depositi (ad es. conti correnti) per raccogliere denaro dal pubblico. Ovviamente questo porterà ad applicare tassi d'interesse più elevati sui prestiti erogati.

Quelle riportate, sono solo alcune delle ragioni per le quali, in uno stato è opportuno rilevare in maniera corretta ed aggiornata l'inflazione.

In Italia, il calcolo dell'inflazione, come di altri indici di prezzi e produzione, è funzione di un ente pubblico (sotto la Presidenza del Consiglio dei Ministri): l'Istituto centrale di Statistica, ISTAT, che adempie mensilmente a tale compito secondo direttive stabilite a livello internazionale.

2.2 Gli indici dei prezzi al consumo

I numeri indici dei prezzi al consumo misurano le variazioni nel tempo dei prezzi di un insieme di prodotti (paniere) rappresentativo di tutti i beni e i servizi destinati al consumo finale delle famiglie, acquistabili sul mercato attraverso transazioni monetarie (sono escluse, quindi, le transazioni a titolo gratuito, gli autoconsumi, i fitti figurativi, ecc.).
In particolare, l'Istat produce tre diversi indici dei prezzi al consumo:

1. l'indice dei prezzi al consumo per l'intera collettività (NIC);
2. l'indice dei prezzi al consumo per le famiglie di operai e impiegati (FOI);
3. l'indice dei prezzi al consumo armonizzato per i paesi dell'Unione europea (IPCA).

I tre indici hanno finalità differenti:
Il NIC è utilizzato come misura dell'inflazione a livello dell'intero sistema economico, in altre parole considera l'Italia come se fosse un'unica grande famiglia di consumatori, all'interno della quale le abitudini di spesa sono ovviamente molto differenziate.

Il FOI si riferisce ai consumi dell'insieme delle famiglie che fanno capo a un lavoratore dipendente (operaio o impiegato). E' l'indice usato per adeguare periodicamente i valori monetari, ad esempio gli affitti o gli assegni dovuti al coniuge separato.

L'IPCA è stato sviluppato per assicurare una misura dell'inflazione comparabile a livello europeo. Infatti, viene assunto come indicatore per verificare la convergenza delle economie dei paesi membri dell'Unione Europea. Tale indice viene calcolato e pubblicato dall'Istat e inviato all'Eurostat mensilmente secondo un calendario prefissato. L'Eurostat, a sua volta, diffonde gli indici armonizzati dei singoli paesi dell'UE ed elabora e diffonde l'indice sintetico europeo, calcolato sulla base dei primi.

Il NIC e il FOI vengono calcolati anche nella versione che esclude il consumo dei tabacchi. I tre indici hanno in comune, oltre che la metodologia di calcolo e la classificazione del paniere, anche la raccolta dei dati sui singoli prezzi.

2.3 Alcune note metodologiche

La procedura di rilevazione dei prezzi al consumo prevede due diverse modalità:

la rilevazione territoriale condotta dagli Uffici Comunali di Statistica;

la rilevazione centralizzata effettuata dall'Istat.

La rilevazione territoriale, coinvolge 20 capoluoghi di regione e 64 capoluoghi di provincia, per più di 40.000 punti vendita e riguarda la maggior parte dei beni e dei servizi inseriti nel paniere. La rilevazione centralizzata, invece, si riferisce a beni e servizi che hanno prezzi uniformi su tutto il territorio nazionale o soggetti a normative nazionali o regionali (i tabacchi, i servizi telefonici, ...)

Gli indici dei prezzi al consumo sono calcolati mensilmente utilizzando l'indice a catena del tipo Laspeyres (formula 2.1) in cui sia il paniere sia il sistema dei pesi vengono aggiornati annualmente. Più precisamente, a dicembre di ogni anno, vengono aggiornati sia il paniere di prodotti sia la struttura di ponderazione, che costituiscono la base per il calcolo degli indici a partire da gennaio dell'anno successivo. Quindi, a partire da gennaio di ogni anno, il NIC è calcolato come:

$$_{base}NIC_{mese/anno} =_{base} NIC_{12/anno-1} \cdot \frac{\sum p_{mese.anno} q_{12/anno-1}}{\sum p_{12/anno-1} q_{12/anno-1}} \tag{2.1}$$

Fino al dicembre 2010 gli indici dei prezzi erano calcolati con base 1995 (quindi, indicano la variazione generale dei prezzi rispetto alla media del 1995, non rispetto al dicembre 1995!), mentre dal gennaio 2011 gli indici sono calcolati con base 2010. Il cambiamento di base, ha comportato la seguente operazione di ribasamento:

$$_{10}NIC_{mese/11} = \frac{100 \cdot_{95} NIC_{12/10}}{Media[_{95}NIC_{mesi/10}]} \cdot \frac{\sum p_{mese.11} q_{12/10}}{\sum p_{12/10} q_{12/10}} \tag{2.2}$$

Per quanto riguarda i prodotti e servizi del paniere, questi sono aggregati in livelli merceologici secondo la COICOP95 (Classification of Individual Consumption by Purpose) nella versione Rev.1.
Il primo livello della classificazione dei prodotti considera 12 capitoli di spesa; il secondo è quello costituito da 38 categorie e il terzo è formato da 108 gruppi di prodotto. Nella classificazione nazionale i 108 gruppi di prodotto si suddividono, poi, in 207 voci di prodotto che descrivono in maniera esaustiva l'insieme dei consumi considerati e rappresentano il massimo dettaglio di classi di consumo omogeneo.
Per ogni voce di prodotto viene calcolato un'indice provinciale il quale costituisce l'aggregato elementare per le successive sintesi, basate sulla formula di Laspeyres, che danno luogo a quattro distinte aggregazioni territoriali:

- l'indice nazionale;
- l'indice generale regionale;
- l'indice generale per capoluogo di provincia;
- l'indice generale per ripartizione geografica (Italia nord-occidentale, nord-orientale, centrale, meridionale, insulare).

2.4 Quattro concetti distinti di inflazione

Si riconsiderino i dati della Tabella 1.4 relativi al NIC negli anni 2009 e 2010. Partendo dall'indice dei prezzi si possono definire quattro distinti concetti di inflazione:

Inflazione mensile Indica la variazione dei prezzi nell'ultimo mese:

$$\begin{aligned} {}_{07.04}inf_{08.04} &= NIC_{08.04}/NIC_{07.04} \cdot 100 - 100 = \\ &= 125.2/124.9 \cdot 100 - 100 = 0,24\% \end{aligned} \tag{2.3}$$

Inflazione mensile su base annua Indica come sarebbe l'inflazione nei prossimi dodici mesi, se rimanesse quella registrata nell'ultimo mese:

$$\begin{aligned} {}_{07.04}inf12_{08.04} &= (NIC_{08.04}/NIC_{07.04})^{12} \cdot 100 - 100 = \\ &= (125.2/124.9)^{12} \cdot 100 - 100 = 2,9\% \end{aligned} \tag{2.4}$$

Inflazione tendenziale Indica la variazione dei prezzi negli ultimi dodici mesi:

$$\begin{aligned} {}_{08.03}inf_{08.04} &= NIC_{08.04}/NIC_{08.03} \cdot 100 - 100 = \\ &= 125.2/122.1 * 100 - 100 = 2.5\% \end{aligned} \tag{2.5}$$

N.B. Mentre l'inflazione mensile su base annua fornisce una proiezione dell'inflazione nei prossimi dodici mesi sulla base di quanto reistrato nell'ultimo mese, l'inflazione tendenziale fornisce una proiezione sulla base della tendenza degli ultimi dodici mesi.

Inflazione media annua Indica la variazione media prezzi da un anno all'altro:

$$ {}_{03}inf_{04} = \frac{\sum_{mm} NIC_{mm.04}}{\sum_{mm} NIC_{mm.03}} \cdot 100 - 100 = \tag{2.6}$$

$$\tag{2.7}$$

$$ = 124.76/121.97 * 100 - 100 = 2.3\% $$

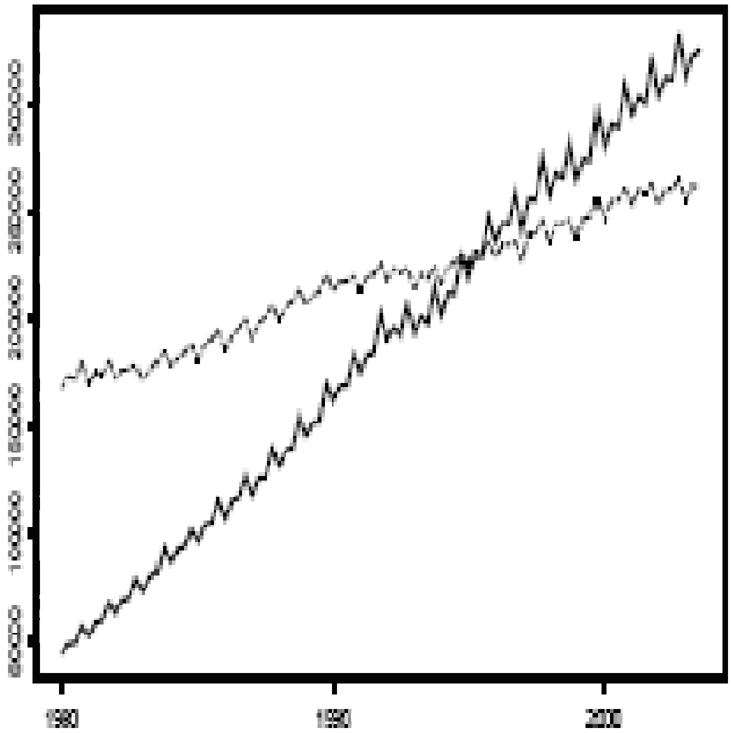

Figura 2.1: **PIL Italiano**

2.5 La deflazione

L'inflazione è un fattore che determina la non omogeneità dell'unità di misura nel tempo e che rende impossibile l'analisi di un insieme storico di valori misurati a prezzi correnti.

Si considei ad esempio il PIL dell'Italia: come in tutti i paesi in cui vi è una contabilità nazionale regolare, il PIL viene annualmente calcolato (dall'ISTAT) con i prezzi con cui si è creato (prezzi correnti). Tale dato è rappresentato in figura 2.1 dalla linea più incliata e, sulla base di quella rappresentazione, il PIL in venticinque anni è cresciuto sette volte tanto! Ma è cresciuto veramente ad un ritmo così eccezionale? Il PIL del 1980 è veramente un settimo di quello del 2005, oppure la differenza è in buona parte dovuta al fatto che i prezzi del 2005 sono circa 4 volte quelli del 1980? Per cogliere l'effettiva crescita reale del PIL in quei venticinque anni, occorrerebbe confrontare i PIL a prezzi costanti di un anno di riferimento. Nella figura 2.1 tale dato è rappresentato dalla linea meno inclinata, i prezzi sono quelli del 1995 (per questo le due linee si intersecano nel 1995) e la crescita del PIL, in questo caso, non sempre si è manifestata con chiarezza: nei primi anni ottanta e novanta (tangentopoli!) il trend è quasi stazionario.

L'operazione con la quale si passa da valori monetari a prezzi correnti a valori monetari a prezzi costanti è detta deflazione e può essere di due tipi:

- deflazione diretta
- deflazione indiretta

La deflazione diretta consiste nel ricostruire il valore monetario di ogni periodo t utilizzando i prezzi di un periodo base b. Nel caso di un aggregato si tratta di passare dal valore 2.8 al valore 2.9:

$$v_t = \sum q_t p_t \tag{2.8}$$
$$v_t^b = \sum q_t p_b \tag{2.9}$$

Tale operazione spesso non è praticabile perchè comporta calcoli molto complessi (si pensi al PIL), che richiedono molti dati, difficilmente reperibili e non di rado inesistenti. Si pensi infatti al PIL del 2005: in esso vi sono molti prodotti (modelli di automobile, fotocamere digitali,...) che nel 1995 non esistevano e quindi non potevano avere un prezzo.
Per tali ragioni, si procede più spesso alla deflazione indiretta, ovvero al riproporzionamento del valore monetario del periodo t secondo la proporzione tra livello dei prezzi del periodo t e livello dei prezzi del periodo base b:

$$v_t^b : v_t = liv.prezzi_b : liv.prezzi_t \tag{2.10}$$

da cui:

$$\begin{aligned} v_t^b &= v_t \cdot liv.prezzi_b : liv.prezzi_t \\ &= v_t / {}_b m_t \end{aligned} \tag{2.11}$$

dove l'indice ${}_b m_t = liv.prezzi_t / liv.prezzi_b$ è detto *deflattore* al tempo base b e può essere visto come un indice dei prezzi tra il tempo b e il tempo t.

Da un punto di vista formale il deflattore dovrebbe essere l'inverso di un indice dei prezzi secondo Paasche:

$$\begin{aligned} {}_b m_t &= v_t / v_t^b \\ &= \sum p_t q_t / \sum p_b q_t \\ &= b p_t^P \end{aligned}$$

tuttavia, per ragioni pratiche, si prende spesso l'inverso dell'indice dei prezzi disponibile più coerente con l'operazione di deflazione che si vuole fare.

Tabella 2.1: Tariffe di una mensa scolastica

		tariffa A		tariffa B		tariffa C	
anno	${}_{95}NIC_t$	prezzo	pasti	prezzo	pasti	prezzo	pasti
2001	107,6	1,7	50	2,4	80	3,5	30
2002	109,3	1,8	50	2,5	70	3,5	40
2003	112,1	2	48	2,5	75	3,6	40

2.6 Effetto prezzi assoluti e relativi

Come noto la variazione di un aggregato monetario può essere scomposta in una variazione delle quantità e in una variazione dei prezzi:

$$ {}_hv_k = {}_h q_k \cdot {}_h p_k \tag{2.12} $$

Se l'aggregato è un aggregato microeconomico (ad es. il fatturato di un azienda), allora può essere interessante determinare se i prezzi sono variati più o meno rispetto al livello generale dei prezzi.
Tale effetto viene detto *effetto prezzi relativi* e si determina come:

$$ {}_hp^r_k = {}_h p_k / {}_hm_k \tag{2.13} $$

Pertanto la variazione dell'aggregato può essere scomposta in: *effetto quantità* + *effetto prezzi relativi* + *inflazione* secondo la seguente formula:

$$ {}_hv_k = {}_h q_k \cdot {}_h p^r_k \cdot {}_h m_k \tag{2.14} $$

Esempio: Riconsideriamo la tabella 2.1 con l'aggiunta dei dati relativi al NIC. Sulla base di quei dati è possibile individuare i seguenti effetti:

efetto venduto: ${}_{98}v_{00} = 1,119$

effetto quantità: ${}_{98}q_{00} = 1,019$

effetto prezzi assoluti: ${}_{98}p_{00} = 1,099$

effetto inflazione: ${}_{98}m_{00} = 1,042$

effetto prezzi relativi: ${}_{98}p^r_{00} = 1,054$

Capitolo 3

La comparazione territoriale di valori monetari

3.1 Tassi di cambio ufficiali

Un modo molto semplice per comparare valori monetari di paesi con valute differenti è convertire tali valori, denominati in valute nazionali, in valori denominati in un'unica moneta di riferimento (tipicamente il Dollaro USA). Tale operazione di conversione viene fatta dividento ogni importo, denominato in moneta nazionale, per il cambio ufficiale del dollaro nella corrispondente valuta, cioè:

$$\text{importo paese X in dollari } = \frac{\text{importo in valuta del paese X}}{_{US}C_X} \tag{3.1}$$

dove con $_{US}C_X$ si intende il tasso di cambio ufficiale del dollaro nella valuta del paese X.

Tale scrittura non collima con quella finanziaria, più diffusa soprattutto dai media[1], ma è del tutto equivalente a quella ed è molto utile nell'evidenziare l'analogia tra tassi di cambio e numeri indici.

3.1.1 Tassi di cambio come indici territoriali della moneta

Si consideri la Tabella 3.1 riportante i tassi di cambio incrociati tra alcune valute al 7 ottobre 2011.

E facile constare che i tassi di cambio ufficiali sono indici che rispettano la reversibilità e circolarità delle basi:

[1]In ambito finanziario il cambio tra l'euro è il dollaro è definito come EURO/DOLLARO e segue una logica tipicamente matematica. Infatti, come in una frazione matematica EURO/DOLLARO = 1,34 implica che 1 EURO = 1,34 DOLLARI

Tabella 3.1: Tassi di cambio tra alcune valute al 07/10/2011

	1 EUR	1 USD	1 GBP	1 CHF	1 CNY	1 JPY	1 CAD
1 EUR	1	1,3447	0,8664	1,2373	8,5863	103,0818	1,3969
1 USD	0,7436	1	0,6443	0,9201	6,3850	76,6550	1,0388
1 GBP	1,1542	1,5522	1	1,4282	9,9106	118,9807	1,6123
1 CHF	0,8082	1,0868	0,7002	1	6,9393	83,3089	1,1289
1 CNY	0,1165	0,1566	0,1009	0,1441	1	12,0054	0,1627
1 JPY	0,0097	0,0130	0,0084	0,0120	0,0833	1	0,0136
1 CAD	0,7159	0,9627	0,6202	0,8858	6,1469	73,7954	1

$$
\begin{aligned}
{}_{USD}C_{EUR} &= 1/{}_{EUR}C_{USD} \\
{}_{USD}C_{EUR} &= {}_{USD}C_{GBP} \cdot {}_{GBP}C_{EUR}
\end{aligned}
$$

Esercizio: Sapendo che il cambio dell'Euro nel Nuovo Leu Rumeno (RON) è ${}_{EUR}C_{RON} = 4$, calcolare quanti Yen giapponesi si ottengono in cambio di un RON.

$$
\begin{aligned}
{}_{RON}C_{JPY} &= {}_{RON}C_{EUR} \cdot {}_{EUR}C_{JPY} \\
&= 1/{}_{EUR}C_{RON} \cdot {}_{EUR}C_{JPY} \\
&= 1/4 \cdot 103,08 = 25,77
\end{aligned}
$$

3.2 Tassi di cambio reali

Consideriamo, ora, la tabella 3.2 riportante il reddito pro-capite (PIL/ab) in quattro paesi occidentali nel 2007. Poichè solo i dati relativi all'Italia e alla Germania sono espressi nella stessa valuta, per comparare i redditi occorre convertirli tutti in USD. Utilizzando il cambio ufficilale (fonte OCSE) i britannici hanno il reddito più alto. Questo significa che sulla base del solo reddito (escludendo quindi il patrimonio medio personale) sono quelli più benestanti? Per poterlo affermare bisognerebbe vedere quanto ognuno di quei cittadini riesce a comperare nel suo paese con il suo reddito medio annuo, ovvero qual'è il suo potere d'acquisto.

Tabella 3.2: PIL pro-capite in 4 paesi

Paese	PIL/ab.	${}_{USD}C_X$	PIL/ab. in USD
Italia	23.239	0,731	31.791
Germania	29.543	0,731	40.415
UK	22.788	0,5	45.575
USA	45.345	1	45.345

Tabella 3.3: Redditi a parità di BigMac

stato	PIL/ab in valuta naz.	Prezzo naz. BigMac	PIL/ab in BigMac	PIL/ab in USD a PPA	BMI
Italia	23.239	3,00	7.746	24.014	0,97
Germania	29.543	3,20	9.232	28.620	1,03
UK	22.788	1,94	11.746	36.414	0,63
USA	45.845	3,10	14.789	45.845	1,00

3.2.1 Il BigMac Index

Per capire comparare in termini reali (cioè di potere d'acquisto) redditi prodotti in luoghi diversi, bisognerebbe vedere quanto in ogni luogo si riesce ad acquistare con quei redditi. Tuttavia, prima di vedere quanto si riesce ad acquistare, bisogna stabilire cosa acquistare. Bisognerebbe stabilire un insieme di beni acquistabili in ogni paese e che siano rappresentativi in buona misura dei consumi di ogni paese. L'individuazione di tali beni non è semplice e richiede degli inevitabili compromessi. Un compromesso abbastanza semplice è quello adottato dalla prestigiosa rivista economica The Economist: prendere come criterio di comparazione il menù BigMac della Mc Donald's. Tale menù, consistente nella sua versione standard in un panino BigMac, in una porzione standard (o media) di patatine fritte e in una bibita gassata di dimensioni standard (o media), viene venduto in moltissimi paesi del mondo ad un prezzo che varia da paese a paese, ma che è generalmente fisso (fanno eccezione le promozioni temporanee) in ogni paese.
Secondo tale criterio di comparazione, ognuno dei redditi in Tabella 3.2 potrebbe essere diviso per il prezzo nazionale del menù BigMac, ottenendo così il numero di menù acquistabili in ogni paese. Questo dato sarebbe già sufficiente per permettere una comparazione in termini reali (colonna 4 di Tabella 3.3).

Tuttavia, volendo ricondurre l'analisi in termini monetari, ovvero volendo esprimere i dati in un'unica moneta e non in menù acquistabili, si potrebbe molti-

plicare ognuno di questi risultati per il prezzo del BigMac negli USA. Gli importi monetari, così ottenuti, diventerebbero i redditi nazionali espresi in *USD* a *Parità di Potere d'Acquisto*, perchè con quei dollari, negli Stati Uniti, si acquistano lo stesso numero di menù che si acquistano in patria con il reddito medio del paese (colonna 5 di Tabella 3.3).
Le operazioni descritte sono così generalizzabili:

importo paese X / prezzo X BigMac · prezzo USA BigMac =
= importo paese X / ${}_{US}BMI_X$ =
= importo paese X in USD a parità di potere d'acquisto

dove il rapporto:

$$ {}_{US}BMI_X = \text{Prezzo X BigMac / Prezzo USA BigMac} \tag{3.2}$$

è detto **BigMac Index** ed indica quanta moneta nazionale occorre per acquistare un dollaro di BigMac. Poichè McDonald's segue la politica di offrire in ogni paese (nei limiti del possibile) hamburger, patatine, bibite, etc. che sono prodotte in quel paese con materie prime (carne, patate, etc.) nazionali, il BigMac Index può essere visto come un cambio del dollaro a parità di potere d'acquisto!

3.2.2 I cambi reali EKS

Se vediamo il menù BigMac come un paniere di consumi (molto elementare: panino, bibita e patatine) americano, allora il *BMI* dagli USA all'Italia, può essere visto come un indice dei prezzi di Laspeyre dagli USA all'Italia:

$$\begin{aligned} {}_{US}BMI_{IT} &= \frac{\text{paniere US ai prezzi IT}}{\text{paniere US ai prezzi US}} \\ &= \frac{\sum p_{IT}q_{US}}{\sum p_{US}q_{US}} = {}_{US}\, p^L_{IT} \end{aligned}$$

Se invece del paniere americano, avessimo considerato un paniere italiano (ad es. pizza, acqua minerale, caffè espresso), il cambio reale dagli USA all'Italia sarebbe stato un indice dei prezzi di Paasche:

$$\frac{\text{paniere IT ai prezzi IT}}{\text{paniere IT ai prezzi US}} = \frac{\sum p_{IT}q_{IT}}{\sum p_{US}q_{IT}} = {}_{US}\, p^P_{IT}$$

Come è evidente, ognuno dei due indici ha un punto di vista che non è imparziale, oltre che ristretto (nel senso del paniere). Pertanto, se si vuole calcolare un cambio reale tra il paese X e il paese Y, che sia significativo, occorre prima di tutto:

- considerare panieri rappresentativi dei consumi in X e Y;
- calcolare un indice dei prezzi di Fisher tra X e Y:

$$ {}_XF_Y = \sqrt{\frac{\sum p_Y q_X}{\sum p_X q_X} \cdot \frac{\sum p_Y q_Y}{\sum p_X q_Y}} \tag{3.3} $$

Tuttavia, gli indici secondo Fisher non rispettano la cirolarità delle basi (così come avviene, invece, nei cambi ufficiali) e quindi si avrebbe che: ${}_XF_Y \neq_X F_Z \cdot_Z F_Y$. Pertanto la formula è valida solo per comparazioni bilaterali.

Nel tentativo di recuperare la circolarità delle basi, Elteto, Koves, Szulc, proposero una procedua che, partendo dai cambi bilaterali secondo Fisher, fornisse, con buona approssimazione, cambi reali circolari tra un insieme di n paesi. Il passaggio dai cambi bilaterali di Fisher a quelli da loro proposti avviene con la formula:

$$ {}_XEKS_Y = \sqrt[n]{\prod_J ({}_XF_J \cdot_J F_Y)} \tag{3.4} $$

con J indicatore di ogni paese del sistema, per il quale vale la circolarità.

Esempio: Dati i cambi bilaterali di Fisher riportati nella tabella 3.4, il cambio reale IT_EKS_{GB} si calcola nel seguente modo:

$$ \begin{aligned} IT_EKS_{GB} &= \sqrt[3]{({}_{IT}F_{IT} \cdot_{IT} F_{GB}) \cdot ({}_{IT}F_{GB} \cdot_{GB} F_{GB}) \cdot ({}_{IT}F_{US} \cdot_{US} F_{GB})} \\ &= \sqrt[3]{(1 \cdot 0,771) \cdot (0,771 \cdot 1) \cdot (1,028 \cdot 0,814} \\ &= 1,000 \end{aligned} \tag{3.5} $$

E' facile verificare che la circolarità delle basi è verificata (Tabella 3.4, parte destra). Tuttavia è bene riflettere che il cambio EKS tra due paesi è calcolato non solo tenendo conto dei consumi e dei prezzi dei due paesi, ma anche dei consumi e dei prezzi di tutti i paesi per i quali si vuole che valga la circolarità. Tale caratteristica comporta il rischio di avere cambi formalmente ottimali (in quanto circolari), ma talvolta poco rappresentativi.

Tabella 3.4: Cambi di Fisher ed EKS tra Italia, Regno Unito e USA

	Cambi bilaterali diFisher			*Cambi reali EKS*		
	IT	GB	USA	IT	GB	USA
IT	1	0,771	1,028	1	0,793	1
GB	1,297	1	1,229	1,262	1	1,262
US	0,973	0,814	1	1	0,792	1

3.3 Le Parità di Potere d'Acquisto dell'OCSE

L'Organizzazione per la Cooperazione e lo Sviluppo Economico (OCSE in Italiano, OECD in Inglese) calcola mensilmente per i paesi membri e per le principali altre economie degli indicatori di comparazione economica noti come Parità di Potere d'Acqisto (PPA o PPP secondo l'acronimo inglese). Le PPA indicano, per ogni paese, quanta valuta nazionale occorre per acquistare nel paese un paniere di beni che negli USA costa un dollaro. In tal senso le PPA sono dei cambi reali del dollaro nei vari paesi.
L'OCSE calcola tali PPA utilizzando i dati forniti dagli istituti di statistica dei vari paesi e adottando la metodologia EKS[2]; pertanto la PPA del paese X risulta:

$$PPA_X =_{US} EKS_X$$

Poiché gli indici EKS rispettano la circolarità delle basi, è possibile utilizzare le PPP-OCSE per:

- calcolare cambi reali tra paesi:

$$_{I}PPA^{R}_{UK} = PPA_{UK}/PPA_{I}$$

- rendere comparabili importi monetari quali salari, PIL, PIL pro capite, etc. (Tabella 3.5)

3.3.1 Livelli Comparati di Prezzi

Il rapporto tra PPA-OCSE ed il corrispondente tasso di cambio ufficiale del dollaro fornisce un indice che viene detto livello comparato dei prezzi (CPL) ed indica

[2]Propriamente viene adottata una variante della metodologia base illustrata; inoltre vengono calcolate più PPA per ogni paese, a seconda che l'obbiettivo di comparazione sia il PIL, i consumi privati o i consumi individuali; ogni versione utilizza panieri differenti.

Tabella 3.5: Redditi a PPA

stato	PIL/ab	${}_{USD}C_X$	PIL/ab in USD	PPA	PIL/ab a PPA	CPL
Italia	23.239	0,731	31.791	0,896	25.940	122,6
Germania	29.543	0,731	40.415	0,889	33.233	121,6
UK	22.788	0,5	45.575	0,651	34.999	130,2
USA	45.845	1	45.845	1	45.845	100,0

quanto il costo della vita in quel paese è più o meno caro rispetto agli USA.
I CPL-OCSE, derivando dalle PPA-Ocse e dai cambi ufficiali, godono della transitività e quindi possono essere calcolati tra coppie di paesi, indicando il livello dei prezzi di un paese rispetto ad un altro.
Prendendo a riferimento i dati della Tabella 3.5, risulta che nel 2007 il costo della vita dei britannici è stato del $6,25\%$ più alto rispetto a quello degli italiani:

$$\begin{aligned} {}_{IT}CPL_{GB} &= CPL_{GB}/CPL_{IT} \\ &= 130,22/122,56 \cdot 100 \\ &= 106,25 \end{aligned}$$

3.4 I cambi di Gerardi

I cambi EKS richiedono il calcolo dei cambi bilaterali di Fisher tra tutte le coppie di paesi. E' molto complesso. Una procedura decisamente più semplice è stato proposta da Gerardi ed è anche nota come metodo UCW (*Unit-Country Weight*). Tale procedura, dato un paniere di beni rappresentativo dei consumi in tutti i paesi del sistema di calcolo (ovviamente con proporzioni variabili da paese a paese), si sviluppa in tre fasi:

1. Calcolo dei prezzi medi per ogni bene i del paniere:

$$\overline{p}_i = \sqrt[n]{\prod_J p_{i,J}} \tag{3.6}$$

2. Calcolo per ogni paese J delle PPA:

$$PPA_J = \frac{\sum p_{i,J} q_{i,J}}{\sum \overline{p}_i q_{i,J}} \tag{3.7}$$

Tabella 3.6: Costi di Autobus e Taxi in tre città italiane

	biglietto autobus		corsa 15 min. in taxi	
Località	p	q	p	q
Torino	1,00	1.000	8,00	200
Roma	1,00	4.000	10,00	1.000
Napoli	0,90	2.000	7,50	200

3. Calcolo dei cambi reali:

$$ {}_XG_Y = PPA_X/PPA_Y \tag{3.8} $$

I prezzi medi (3.6) non hanno ovviamente una loro unità di misura, ma idealmente possono essere intesi come i prezzi di un paese virtuale di riferimento la cui valuta è l'unità standard. Le parità dei singoli paesi (3.7) sono le parità rispetto al paese/valuta standard; non sono circolari come le parità-EKS, anche perchè ognuma di esse va intesa semplicemente in relazione bilaterale con il paese/valuta standard. Tuttavia i cambi che ne derivano (3.9) godono della circolarità, infatti:

$$
\begin{aligned}
{}_XG_Y &= {}_XG_Z \cdot {}_ZG_Y \\
&= \frac{PPA_Z}{PPA_X} \cdot \frac{PPA_Y}{PPA_Z} \\
&= \frac{PPA_Y}{PPA_X}
\end{aligned}
$$

La procedura di Gerardi può essere calcolata anche fra località, all'interno di uno stesso stato. In tal caso le parità indicano il livello dei prezzi delle località rispetto alla media nazionale e il cambio/indice tra la località X e la località Y indica il livello dei prezzi di Y rispetto a X.

Esempio: Si consideri, a titolo di esercizio, la tabella 3.6 relativa ai consumi di un paniere molto semplice (biglietto autobus urbano e corsa di 15 min. in taxi) in tre località italiane.
Sulla base di questi dati, i prezzi medi (3.6) risultano essere:

- $\overline{p}_{autobus} = 0,97$
- $\overline{p}_{taxi} = 8,24$

e le Parità (3.7):

- $PPA_{TO} = 0,99$
- $PPA_{RM} = 1,16$
- $PPA_{NA} = 0.89$

Da cui si evince, ad esempio, che a Roma il costo dei trasporti urbani (nei limiti dell'esempio, ovviamente!) è maggiore del 16% rispetto alla media, mentre a Napoli è inferiore dell'11%. Pertanto il costo dei mezzi urbani a Roma, rispetto a Napoli è:

$$_{NA}G_{RM} = 1,16/0,89 = 1.294 \tag{3.9}$$

ovvero maggiore del $29,4\%$.

Bibliografia

[1] The Economist. *The Big Mac Index*, 2011. www.economist.com; http://bigmacindex.org.

[2] EUROSTAT-OECD. *Methodological Manual on Purchasing Power Parities*, 2006. www.oecd.org.

[3] F. Guarini. *Statistica Economica*. il Mulino, Bologna, 2000.

[4] A. Predetti. *I numeri indici. Teoria e pratica dei confronti temporali e spaziali*. Giuffrè, Milano, 2006.