Sensori di moto e didattica della matematica: Esperienze dalle classi

(Article begins on next page)

Sensori di moto e didattica della matematica: Esperienze dalle classi

Francesca Ferrara

Dipartimento di Matematica "Giuseppe Peano", Università degli Studi di Torino

francesca.ferrara@unito.it

Sensori e didattica della matematica

In questo articolo vengono presentate esperienze con i sensori di moto nella scuola primaria e nella scuola secondaria di secondo grado. Tali esperienze sono state progettate per un approccio ad alcuni concetti matematici fondamentali: l'avvio al senso del grafico e al pensiero funzionale, nel caso della scuola primaria; lo studio di concetti dell'analisi elementare, nel caso della scuola secondaria di secondo grado.

Pur molto noti e diffusi nell'ambito della didattica della fisica, i sensori di moto lo sono forse in misura minore per un loro utilizzo per l'insegnamento e l'apprendimento della matematica. Eppure possono essere annoverati tra gli strumenti atti a integrare matematica e fisica, sostenendo attività che svelano il legame esistente tra fenomeni del mondo reale e la loro descrizione matematica. Ciò è vero in generale per i cosiddetti MBL (da *Microcomputer Based Laboratory*), ovvero quei laboratori che utilizzano il computer come strumento di misura mediante opportune interfacce e permettono di misurare grandezze fisiche (come temperatura, pressione, forza) e di visualizzare per via grafica, in tempo reale, i dati raccolti.

Gli MBL erano conosciuti già negli anni ’80, in particolar modo all’estero. È solo nell’ultimo decennio che si sono diffuse anche in Italia tecnologie informatiche simili ma più sofisticate, spesso incorporate in calcolatrici grafiche o grafico-simboliche (come i CBL e i CBR, da *Calculator Based Laboratory* e *Calculator Based Ranger* rispettivamente). Oltre alla grande quantità di dati raccoglibili e analizzabili, tali dispositivi permettono una serie di vantaggi logistici ed economici, legati alla loro portabilità e al costo maggiormente contenuto rispetto a quello dei classici computer. Soprattutto, non richiedono necessariamente l’aula informatizzata permettendo il loro utilizzo in una comune aula scolastica e ampliando la flessibilità dell’insegnamento. Caratteristica questa non di secondo piano, poiché riduce quella distanza che spesso si viene a creare nelle scuole tra attività pratiche di laboratorio e la teoria propria della nostra disciplina. È in tal senso che le esperienze con i sensori di moto CBR – oggetto delle situazioni qui presentate – entrano a pieno titolo in quella didattica laboratoriale cui fanno appello le indicazioni nazionali vigenti per il primo e per il secondo ciclo di istruzione. Il laboratorio diviene più un habitus cognitivo nel quale si impara facendo e vedendo fare e nelle attività divengono essenziali le interazioni tra i soggetti e con gli strumenti utilizzati.

I rilevatori sonici di movimento, ad esempio, presentano la possibilità di osservare in tempo reale le conseguenze che le proprie azioni determinano sulla forma dei grafici associati ai moti. Essi si affiancano in tale prospettiva ad altri tipi di strumenti, più o meno noti, come i fogli elettronici, i CAS (*Computer Algebra Systems*) e i software di geometria dinamica, da Cabri al giovane e open-source GeoGebra (di cui riportano in questo volume i lavori di M. F. Mammana, M. Maschietto e A. Montone) o le più recenti LIM, entrate in moltissime scuole nell’era del cosiddetto apprendimento 2.0. I nostri studenti sono a tutti gli effetti nativi digitali: nascono e crescono immersi in una società che da sempre li mette a confronto con le più moderne *infrastrutture di comunicazione e di rappresentazione*, vale a dire le TIC (Tecnologie dell’Informazione e della Comunicazione).

Come scrive Ubiratan D’Ambrosio, grande nome dell’etnomatematica, nella prefazione a un interessante libro uscito nel 2005 su *Humans-with-Media e la riorganizzazione del pensiero matematico*: “Vi è stata un’interazione tra gli esseri umani e la tecnologia che essi hanno creato e l’evoluzione della specie umana risulta da tale interazione, al punto di un vero e proprio amalgama delle tecnologie con la vita quotidiana e, rimarcabilmente, con il modo in cui pensiamo e agiamo". E continua dicendo: "È responsabilità dell'educazione guidare questo amalgama verso l'obiettivo ultimo dell'umanità. Ciò è assolutamente necessario per la sopravvivenza, dignitosa, della civilizzazione". Insomma, se da un lato la tecnologia non è di per sé garanzia di una buona didattica, dall'altro lato la sua mancanza può celare progressi nell'educazione. È dunque importante riflettere, come Paul Drijvers ha sottolineato nella sua plenaria al convegno ICME di Seoul dello scorso luglio 2012, sul "perché le TIC funzionano o meno nella didattica della matematica" e su "quali sono i fattori decisivi affinché funzionino" (aspetti ripresi anche nel lavoro di E. Faggiano in questo stesso numero).

La diretta connessione che il CBR fornisce tra un movimento e la sua modellizzazione matematica è sicuramente un fattore significativo, poiché rende dinamica l'interazione tra il soggetto che apprende e il grafico di una funzione che si vede originarsi dal *vivo*. Con i sensori di moto, la visualizzazione regna sovrana e l'approccio al concetto di funzione e al suo significato avviene in modo più intuitivo, concreto e stimolante, implicando un coinvolgimento corporeo e consapevole degli studenti e momenti di indagine e scoperta che rendono possibile superare un atteggiamento passivo tipico della pura manipolazione, spesso associata ai simboli e allo studio della matematica. Inoltre, oltre a offrire opportunità per un apprendimento che gli psicologi direbbero di tipo *percettivo-motorio*, i sensori permettono di recuperare le radici storico-epistemologiche legate al movimento e al cambiamento che stanno a fondamento, dai tempi degli studiosi del Merton College a quelli di Isaac Newton, dello sviluppo del concetto di funzione.

Esempi di esperienze dalle classi

Movimento e Senso del Grafico nella Scuola Primaria

La prima esperienza è parte di una sperimentazione a lungo termine sviluppata e attuata tra il 2006 e il 2010 in una scuola primaria della periferia di Torino, la Direzione Didattica Chieri III Circolo. A tale sperimentazione ha preso parte una classe di 16 bambini la cui maestra è da anni insegnante-ricercatore e collabora con il nostro gruppo di ricerca. L'obiettivo nel lungo periodo era di avviare i bambini al senso del grafico e al pensiero funzionale, utilizzando come punto di partenza esperienze di movimento mediante l'utilizzo di un sensore di moto CBR (Figura 1).

Siamo al primo anno scolastico, nel 2006/2007, al mese di aprile, e i bambini frequentano la seconda classe (hanno 7 anni). Muovendosi di fronte al sensore, i bambini potevano osservare in tempo reale la proiezione, su una parete della classe, del grafico della loro posizione (distanza dal sonar) in funzione del tempo (grafico fornito da una calcolatrice collegata al sensore e da un'apposita lavagna che ne permetteva la proiezione, Figura 1).

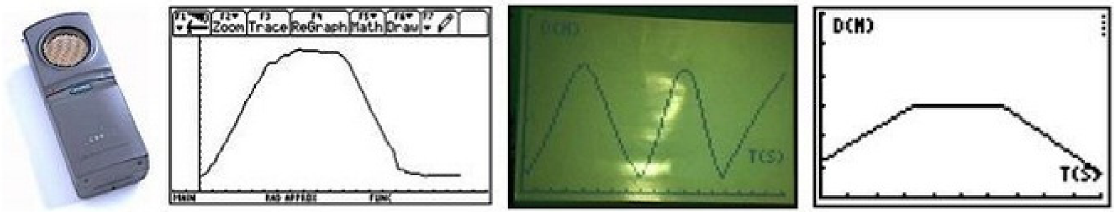

Fig. 1 – Il CBR ed esempi di grafici distanza-tempo

Per i movimenti iniziali, liberi e volontari, il punto cardine delle esperienze erano l'osservazione di ciò che avveniva e prime congetture sulle relazioni esistenti tra un movimento e il "disegno" proiettato, relazioni discusse insieme nel gruppo classe. In questa fase, l'attenzione è posta sull'interpretazione del grafico e sulla scoperta di come la sua forma possa cambiare secondo il modo in cui ci si muove: "Ho capito che le linee sono diverse a seconda del movimento del bambino e alla posizione del CBR" (dal protocollo di Enrico). Si tratta di una primissima fase di esplorazione e di familiarizzazione con lo strumento. Quando il movimento di Beniamino, avanti e indietro di fronte al sonar, ha prodotto in mezzo allo stupore generale delle "montagne" (per usare le parole dei bambini) nuovi quesiti più specifici domandavano:

Come possiamo avere un disegno con più montagne? E uno con meno montagne? Come possiamo ottenere montagne più strette? Più alte? Più basse? Da che cosa dipende l'altezza delle montagne?

Tali richieste sono legate al passaggio inverso, anziché dal movimento al grafico, dal grafico al movimento e inducono una nuova fase di previsione, che permette di ragionare sul tipo di movimento che rende ottenibile un dato grafico. Le due fasi sono entrambe essenziali per iniziare a costruire competenze sul senso del grafico e sul pensiero relazionale sulle variabili in gioco (posizione e tempo). Ad esempio, Beniamino, ottenute due “montagne” di quasi uguale altezza con il suo movimento, risponde al *Perché le due montagne sono di altezza uguale o quasi di altezza uguale?*, argomentando così la duplice possibilità di fronte al resto della classe:

- “Se è uguale è perché sono arrivato fino a qua tutte le due volte, poi sono tornato lì” [indicando la posizione iniziale del suo movimento vicina al CBR prima, poi avvicinandosi a toccare con il piede il capo finale della striscia rossa posta sul pavimento per indicare lo spazio percorribile].
- “E invece se non è uguale è perché non me ne sono accorto e sono arrivato fino qua” [indicando un punto appena vicino alla fine della striscia rossa].

È sulle variazioni delle forme del modello che si predispone il terreno per la comparsa della velocità: per avere più “montagne” e più strette bisogna muoversi avanti e indietro più velocemente. In modo analogo, diviene facile comprendere che per ottenere ipoteticamente il grafico di una retta verticale bisognerebbe poter “andare veloce come Flash” (supereroe dei fumetti, famoso per la sua velocità straordinaria), così come per avere montagne sempre più ripide. La tecnologia a disposizione, insomma, non solo affascina e conferisce una punta di magia al fare *questa* matematica, ma lascia intravedere spiegazioni in essere dei legami esistenti tra la ripidità di una curva e la velocità del movimento da essa descritto.

Questi legami appaiono esplicitamente in una delle ultime attività, nelle quali la forma dei grafici è legata alla velocità del moto mediante la scelta di opportuni soggetti in movimento. La scheda forniva ai bambini il disegno di due grafici (due spezzate, formate da un tratto obliquo crescente e da uno orizzontale, che differiscono leggermente per la pendenza del tratto obliquo e per la lunghezza del tratto orizzontale). Era data la seguente consegna da affrontare individualmente:

Scegli due animali da associare ai due disegni. Spiega il tuo ragionamento e il motivo delle tue scelte.

Ripeti il ragionamento usando, invece degli animali, due personaggi dei cartoni animati e due veicoli.

Dal protocollo scritto di Elisa si vede la competenza di tipo relazionale che i bambini possono costruire. Elisa, per giustificare la sua scelta di una lumaca e di un unicorno, scriveva: "Ho messo l'unicorno in quel disegno lì perché era una linea più stretta dell'altra e allora l'unicorno è un animale che va più veloce della lumaca. Invece la lumaca lo messa lì perché è una linea più larga e la lumaca va più piano dell'unicorno" ("lo" va inteso "l'ho").

Funzione e Derivata nella Scuola Secondaria di Secondo Grado

La seconda esperienza è parte di un percorso di potenziamento condotto nell'anno scolastico 2011/2012 all'Istituto comprensivo Edoardo Agnelli di Torino. A esso hanno preso parte studenti sia di istituto tecnico sia di liceo scientifico, del quarto e del quinto anno.

Il potenziamento è offerto dalla scuola come possibilità di approfondimento di alcune discipline, tra cui la matematica, ed è proposto due volte l'anno. Lo scorso anno uno dei due corsi si è focalizzato, con la collaborazione dell'università, sullo studio per via grafica della derivata e dei suoi legami con la funzione mediante l'utilizzo di un CBR. Il corso è stato tenuto da un docente di matematica della scuola, assieme al quale sono state progettate le attività. È durato dieci ore, suddivise in cinque incontri da due ore ciascuno. Gli studenti hanno sempre lavorato in modo misto, individualmente e in gruppo, e partecipato a discussioni collettive orchestrate dal docente. Pur trattandosi di studenti grandi, che già possiedono competenze sulla funzione e di cinematica, anche in questo caso i primi esperimenti sono serviti alla scoperta dello strumento e del modo in cui lavora, con il grafico proiettato su una parete dell'aula. Il punto di partenza è stato, nel primo incontro, un movimento effettuato dal docente, per il quale è stata richiesta intanto una riflessione individuale, poi una condivisione in piccolo gruppo sui legami esistenti tra moto e grafico. Per verificare le prime congetture prodotte si è chiesto di procedere secondo due passaggi: 1) descrivendo un nuovo movimento e il grafico associato; 2) producendo il moto con il sensore e apportando eventuali modifiche alla descrizione originaria.

Il secondo incontro è stato dedicato in prima battuta al significato da attribuire a una retta orizzontale in termini di movimento e ai possibili modi in cui essa può essere ottenuta utilizzando il CBR (ve ne sono di diversi: ad esempio, un modo non usuale di ottenere una retta orizzontale è quello di puntare il sensore verso una parete, stando fermi in tale posizione per tutta la durata della raccolta dati). In un secondo momento agli studenti, divisi a gruppi, è stato chiesto di fare congetture su una retta verticale in termini di movimento, invitando a spiegare i ragionamenti seguiti e a testare le congetture con il sensore.

Nel terzo incontro, si passa alla previsione del modello a partire da un movimento che uno degli studenti compie di fronte alla classe intera ma con la lavagna di proiezione spenta. Solo in seguito viene chiesto di mettere a confronto il grafico davvero ottenuto con quello previsto. In questa fase fa la sua comparsa la velocità del moto, rendendo l'ultima parte della giornata più intrigante con la consegna seguente:

Fornite le istruzioni di un movimento 'semplice' davanti al sensore e prevedete il grafico della velocità in funzione del tempo che secondo voi gli è associato. Motivate la vostra scelta.

Il quarto e il quinto incontro sono centrati sulle relazioni tra una funzione e la sua funzione derivata. Prima si lavora su dati grafici di distanza in funzione del tempo, dai quali si chiede di capire come siano fatti i grafici corrispondenti della velocità in funzione del tempo. Poi si passa al passaggio inverso, vale a dire, fornito un grafico di velocità-tempo (Figura 2), agli studenti divisi a gruppi viene data questa consegna:

Quali considerazioni potete fare rispetto al movimento che potrebbe generarlo? Quali considerazioni potete fare rispetto al corrispondente grafico di D(t)?

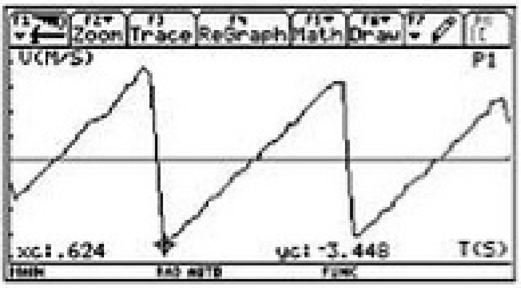

Fig. 2 – Il grafico fornito

Infine si passa alla ricerca della forma del grafico accelerazione-tempo per un dato movimento, a partire dai due grafici di *D(t)* e di *V(t)*. Una discussione finale tira le fila dei legami scoperti durante gli esperimenti svolti, matematizzando la situazione grazie ai significati geometrici che spiegano il legame tra una funzione e la sua derivata.