



# diritto ed economia dell'impresa

*Diretta da* LUCIANO M. QUATTROCCHIO

3 - 2016

## INTERVENTI di

*L.M. Quattrocchio, M. Cugno, A. Cugno, S. Ruoppolo  
D. Monteleone, A. Franco, L. Caramello, C. Marino, B. Conca, A.F. Morone*

## APPROFONDIMENTI di

*F. Pipicelli, D. Zaniolo, L.M. Quattrocchio*

## SAGGI di

*B. Inzitari, A. Frignani, P. Virano, L.F. Mosca  
L.M. Quattrocchio, V. Bellando, R. Monchiero*



**G. Giappichelli Editore – Torino**

Rivista telematica bimestrale 3 - 2016 • Iscrizione al R.O.C. n. 25223

ISSN 2499-3158

# La teoria delle aste: la matematica delle procedure competitive

L.M. Quattrocchio

## SOMMARIO

1. Premessa. – 2. Fondamenti concettuali della teoria dei giochi. – 2.1. Definizione di gioco. – 2.2. Applicazioni. – 2.3. La rappresentazione grafica. – 2.4. Classificazioni. – 2.4.1. Giochi cooperativi e giochi non cooperativi. – 2.4.2. Giochi simultanei e giochi non simultanei. – 2.4.3. Giochi a informazione completa e giochi a informazione incompleta. – 2.4.4. Giochi finiti e giochi infiniti. – 2.4.5. Giochi a somma zero e giochi a somma diversa da zero. – 2.5. Le strategie. – 3. La teoria delle aste. – 3.1. Inquadramento concettuale. – 3.2. Tipi di aste. – 3.3. *Segue*: L’asta inglese. – 3.4. Classificazioni. – 3.4.1. Modello a valore privato e modello a valore comune. – 3.4.1.1. Modello a valore privato. – 3.4.1.2. Modello a valore privato (generalizzato). – 3.4.1.3. Modello a valore comune. – 3.4.1.4. *Segue*: La maledizione del vincitore. – 3.5. Le aste nelle procedure individuali e collettive. – 3.5.1. La motivazione alla base delle procedure competitive. – 3.5.2. Il modello d’asta utilizzato nelle procedure competitive. – 3.5.3. Un tentativo di sistemazione concettuale. – 3.5.4. Le aste con beni multipli. – 3.6. Il fenomeno della collusione. – 3.6.1. Premessa. – 3.6.2. Gli accordi collusivi forti. – 3.6.2.1. L’ipotesi di asta precedente a quella principale. – 3.6.2.2. Il caso dell’asta interna successiva all’asta principale. – 3.6.3. La collusione debole. – 3.6.4. I fenomeni collusivi in modelli d’asta a valore comune. – 3.6.5. Considerazioni di sintesi. – 4. Conclusioni.

## 1. Premessa

L’utilizzo delle aste ha origini antichissime: la prima testimonianza storica ci è fornita da Erodoto nel primo libro delle Storie, ove si racconta che i Babilonesi cedevano le donne in sposa per mezzo di aste.

Nei secoli seguenti vi fu, poi, un’espansione nell’impiego delle aste, principalmente per la vendita di bottini di guerra, di lotti di merci deperibili sbarcate da navi mercantili, di capi di bestiame e per cedere gli schiavi.

Ed è proprio nella Roma antica che entrò in uso il termine “*hasta*”: infatti, ogni volta che si effettuava una pubblica vendita in cui entrava in gioco l’interesse dello Stato – si trattasse di bottino di guerra o di prigionieri, ovvero di beni di cittadini proscritti e così via –, prima di procedere alle operazioni di vendita si piantava un’asta nel suolo (*vendere, venire sub hasta*), volendosi for-

se con ciò sancire l'autorità dello Stato nella vendita e nell'acquisto (TRECCANI).

Ma le aste ottennero una diffusione più generalizzata soltanto a partire dal secolo XVIII, quando vennero fondate importanti case d'asta (Sotheby's nel 1744 e Christie's nel 1766) e creato l'Istituto dei banditori d'asta e degli agenti immobiliari.

La ragione di tale successo è da ricercarsi nel fatto che i meccanismi d'asta offrono enormi vantaggi per il c.d. "banditore" e possono – in taluni casi – condurre ad un imprevedibile vantaggio per il "vincitore" (la c.d. "benedizione del vincitore").

Tuttavia, le aste espongono – talvolta – i partecipanti anche a qualche rischio, di cui il principale è noto come "maledizione del vincitore" (*winner's curse*) (su cui v. *infra*). Una versione drammatica della maledizione del vincitore la sperimentò il senatore Dido Giuliano, il quale – nel 193 d.C. – dopo l'assassinio di Pertinace, si aggiudicò all'asta il titolo di Imperatore di Roma, superando l'offerta di Flavio Sulpiciano. Peccato per lui che Settimio Severo, uno dei tanti generali sparsi per le province dell'Impero, si diresse immediatamente dalla Pannonia verso Roma: gli stessi pretoriani, che avevano organizzato l'asta, uccisero Dido Giuliano per ingraziarsi il generale in arrivo ... (F. PATRONE).

L'inquadramento concettuale della teoria delle aste, presuppone una breve introduzione alla teoria dei giochi, di cui costituisce una branca, perché dovunque ci siano persone che interagiscono e decisioni da assumere, i matematici affermano che è possibile prevedere e razionalizzare le scelte e i risultati.

La teoria dei giochi è la scienza matematica che studia e analizza le decisioni individuali di un soggetto in situazioni di conflitto o interazione strategica con altri soggetti rivali (due o più), finalizzate al massimo guadagno di ciascun giocatore; in tale contesto, le decisioni di un giocatore possono influire sui risultati conseguibili dagli altri e viceversa, secondo un meccanismo di retroazione. La teoria dei giochi si propone di ricercare le soluzioni competitive – o cooperative (v. *infra*) – dei giochi, tramite modelli matematici (WIKIPEDIA).

La nascita della moderna teoria dei giochi può essere fatta coincidere con la pubblicazione – nel 1944 – del libro "Theory of Games and Economic Behavior" di John von Neumann (un matematico) e Oskar Morgenstern (un economista). Il più famoso studioso a essersi occupato successivamente della teoria dei giochi, e in particolare dei c.d. "giochi non cooperativi" (v. *infra*), è il matematico John Forbes Nash jr., protagonista del film di Ron Howard "A Beautiful Mind".

Come si è detto, la teoria delle aste è un ramo applicato della teoria dei giochi, che si occupa di studiare come i partecipanti si comportano nei mercati d'asta e ne ricerca le proprietà teoriche.

Ci sono molti disegni possibili (o insiemi di regole) per un'asta e gli argomenti studiati dai teorici includono l'efficienza in un certo tipo di asta, le strategie e gli equilibri ottimi, e la comparazione dei risultati. La teoria delle aste è, tra l'altro, usata come strumento per progettare le aste reali: i più importanti esempi riguardano la privatizzazione delle aziende del settore pubblico o la vendita delle autorizzazioni governative (WIKIPEDIA).

Ma per collocare correttamente la teoria delle aste nel contesto della teoria dei giochi occorre prendere le mosse da un dialogo del famoso film sopra citato: "Adam Smith va rivisto! ... Se tutti ci proviamo con la bionda, ci blocciamo a vicenda. E alla fine ... nessuno di noi se la prende. Allora ci proviamo con le sue amiche, e tutte loro ci voltano le spalle, perché a nessuno piace essere un ripiego. Ma se invece nessuno ci prova con la bionda, non ci ostacoliamo a vicenda, e non offendiamo le altre ragazze. È l'unico modo per vincere... Adam Smith ha detto che il miglior risultato si ottiene quando ogni componente del gruppo fa ciò che è meglio per sé, giusto? Incompleto. Incompleto! Perché il miglior risultato si ottiene... quando ogni componente del gruppo farà ciò che è meglio per sé e per il gruppo! Dinamiche dominanti, signori. Dinamiche dominanti! Adam Smith ... si sbagliava!"

Per contro, come si evince dal dialogo, nei giochi non cooperativi il criterio di comportamento razionale – cioè la strategia dominante – è di carattere individuale: il comportamento di ogni giocatore è tale da perseguire sempre la strategia più vantaggiosa per sé stesso e, solo qualora nel gioco esista una strategia che presenta il massimo guadagno per tutti i giocatori (anche se non il risultato ottimo, ma v. *infra*), si parla di punto di equilibrio. Ed è proprio nell'ambito dei giochi non cooperativi che John Nash ha ottenuto i risultati più innovativi (c.d. "*Equilibrio di Nash*"), grazie ai quali nel 1994 ha conseguito il Premio Nobel.

La teoria delle aste appartiene alla categoria dei giochi non-cooperativi, con i quali – come si avrà modo di constatare – ha molte affinità.

## 2. *Fondamenti concettuali della teoria dei giochi*

### 2.1. *Definizione di gioco*

Nella teoria dei giochi l'obiettivo di ciascun giocatore (o agente) è vincere; inoltre, tutti i giocatori devono essere a conoscenza delle regole del gioco ed essere consapevoli delle conseguenze di ogni singola mossa.

La mossa, o l'insieme delle mosse, che un individuo intende fare viene chiamata "*strategia*". All'esito delle strategie adottate da tutti i giocatori, ciascun agente riceve una vincita (o perdita) chiamata "*pay-off*".

Un gioco, pertanto, è descritto da quattro elementi:

- l'insieme dei giocatori (o agenti):  $N = \{1, 2, \dots, n\}$ ;
- l'insieme delle (m) strategie poste in atto dai giocatori:

$$S_1 = \{S_{11}, S_{12}, \dots, S_{1m}\};$$

$$S_2 = \{S_{21}, S_{22}, \dots, S_{2m}\};$$

...

$$S_n = \{S_{n1}, S_{n2}, \dots, S_{nm}\};$$

- i *pay-off* del gioco per ciascun giocatore (espresse in termini di utilità):

$$U_1 = \{u_{11}, u_{12}, \dots, u_{1m}\};$$

$$U_2 = \{u_{21}, u_{22}, \dots, u_{2m}\};$$

...

$$U_n = \{u_{n1}, u_{n2}, \dots, u_{nm}\};$$

- l'insieme delle regole del gioco (ovvero il criterio con cui le strategie sono messe in relazione con gli esiti).

Quindi, il gioco si può esprimere come una funzione vettoriale delle strategie e delle vincite:

$$\text{Gioco} = \{S_{i1}, S_{i2}, \dots, S_{im}; u_{i1}, u_{i2}, \dots, u_{im}\}$$

ove "i" indica il generico giocatore.

## 2.2. Applicazioni

Le applicazioni e le interazioni della teoria dei giochi sono molteplici: dal campo economico e finanziario a quello strategico-militare, dalla politica alla sociologia, dalla psicologia all'informatica, dalla biologia allo sport.

Così, ad esempio, se il giocatore è un venditore, le sue mosse possono essere: aumentare, diminuire o lasciare invariati i prezzi delle sue merci. Le mosse di un acquirente possono invece essere: cambiare fornitore, restare fedeli a un prodotto o a un fornitore. Ancora, le mosse di un responsabile di logistica militare possono essere: inviare un convoglio lungo un certo percorso piuttosto che lungo un altro.

L'esempio di gioco più noto è il celebre "*dilemma del prigioniero*": si tratta di un gioco non cooperativo, a informazione completa, proposto negli anni cinquanta del XX secolo da Albert Tucker; il dilemma del prigioniero è anche noto al pubblico come classico esempio di paradosso e può essere descritto come segue.

Due criminali vengono accusati di aver commesso un omicidio. Gli investigatori li arrestano entrambi e li chiudono in due celle diverse, impedendo loro di comunicare. Ad ognuno di loro vengono concesse due scelte alternative: confessare l'accaduto oppure non confessare. Viene inoltre spiegato loro che:

- se solo uno dei due confessa, chi confessa evita la pena, mentre l'altro viene condannato a 10 anni di carcere;
- se entrambi confessano, vengono entrambi condannati a 6 anni;
- se nessuno dei due confessa, entrambi vengono condannati a 1 anno, perché comunque colpevoli di porto abusivo di armi.

Il gioco può essere raffigurato con la rappresentazione in forma strategica:

Prigioniero 2 Prigioniero 1	Confessa	Non confessa
Confessa	6, 6	0, 10
Non confessa	10, 0	1, 1

Dai *pay-off* mostrati nella tabella appare chiaro che per entrambi i prigionieri sarebbe meglio non confessare e scontare soltanto un anno di carcere.

È opportuno, tuttavia, individuare quale sia il comportamento ottimo di uno dei due prigionieri, giacché l'altro si comporterà in modo identico, essendo il gioco simmetrico.

La miglior strategia è confessare, perché non si conosce cosa sceglierà l'altro prigioniero. Per entrambi l'obiettivo è, infatti, minimizzare la propria condanna e ciascun prigioniero:

- confessando: rischia 0 o 6 anni
- non confessando: rischia 1 o 10 anni.

La strategia “*non confessa*” è, dunque, strettamente dominata dalla strategia “*confessa*”; eliminando le strategie strettamente dominate si arriva all'equilibrio di Nash, in cui i due prigionieri confessano e hanno 6 anni di carcere.

Ma la strategia dominante non massimizza l'utilità per i giocatori: infatti, il risultato migliore per i due (c.d. “*ottimo paretiano*”) è di non confessare (1 anno di carcere invece di 6); ma il risultato raggiunto, in tal caso, non corrisponde ad un punto di equilibrio.

Si supponga, ora, che i due criminali si siano promessi di non confessare in caso di arresto. Una volta arrestati, e messi in due celle diverse, ciascun prigioniero si domanda se la promessa sarà mantenuta dall'altro: infatti, se un prigioniero non rispetta la promessa e l'altro sì, il primo è liberato e l'altro dovrà scontare 10 anni. Ed è proprio qui che affiora il dilemma: confessare o non confessare.

La teoria dei giochi, come si è detto, afferma che vi è un solo equilibrio (confessa, confessa), che – tuttavia – conduce ad un paradosso e, cioè, un risultato non ottimale.

Se si pensa agli Stati Uniti e all'URSS come ai due prigionieri, e alla confessione come all'armamento con la bomba atomica (mentre alla non confessione come al disarmo), il dilemma descrive chiaramente come per le due potenze fosse inevitabile al tempo della guerra fredda la corsa agli armamenti, benché questo risultato finale fosse non ottimale per nessuna delle due (e per l'intero mondo).

L'equilibrio di Nash rappresenta, dunque, una situazione nella quale nessun agente razionale ha interesse a cambiare la strategia di equilibrio ferme restando le strategie adottate dagli altri giocatori. Rappresenta quindi la situazione nella quale il gruppo si viene a trovare se ogni componente del gruppo fa ciò che è meglio per sé, quando anche gli altri giocatori adottano la loro strategia di equilibrio: nel film, la scelta delle amiche, anziché della bionda.

Tuttavia, non è detto che l'equilibrio di Nash sia la soluzione migliore per tutti. Infatti, se è vero che in un equilibrio di Nash il singolo giocatore non può aumentare il proprio guadagno modificando solo la propria strategia, non è affatto detto che un gruppo di giocatori o – al limite – tutti non possano aumentare il proprio guadagno allontanandosi congiuntamente dall'equilibrio. Come già sottolineato, infatti, l'equilibrio di Nash potrebbe non costituire al contempo un ottimo paretiano; possono, cioè, esistere altre combinazioni di strategie che conducono a migliorare il guadagno di alcuni senza ridurre il guadagno di nessuno, o addirittura – come accade nel caso del dilemma del prigioniero – ad aumentare il guadagno di tutti.

### 2.3. La rappresentazione grafica

Esistono due modi per descrivere graficamente un gioco: la rappresentazione in forma strategica (o normale) e la rappresentazione in forma estesa.

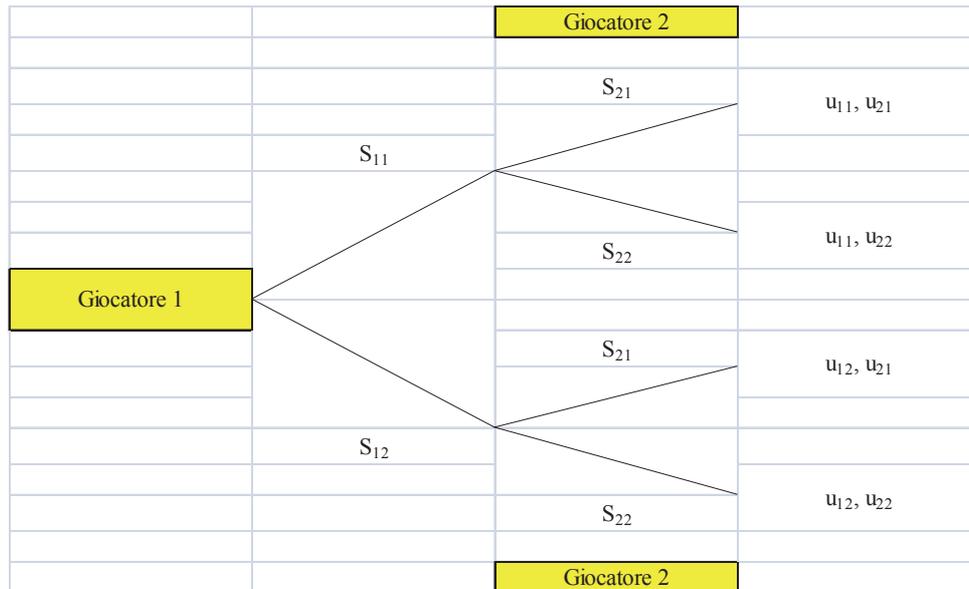
Di seguito viene riportata la rappresentazione in forma strategica nel caso di due giocatori, in ipotesi di due sole strategie:

Giocatore 2 Giocatore 1	$S_{21}$	$S_{22}$
$S_{11}$	$u_{11}, u_{21}$	$u_{11}, u_{22}$
$S_{12}$	$u_{12}, u_{21}$	$u_{12}, u_{22}$

La rappresentazione in forma estesa viene preferita quando i giocatori agiscono sequenzialmente (prima l'uno e poi l'altro). In questo caso si utilizza un albero (o "grafo"), nella forma seguente, in cui ogni punto del grafo da cui si

dipartono le linee che rappresentano le possibili scelte dei giocatori si definisce “nodo”.

Di seguito viene raffigurata la rappresentazione in forma estesa nel caso di due giocatori, in ipotesi di due sole strategie.



Le decisioni assunte da un giocatore possono essere in accordo o in contrapposizione con le decisioni assunte dagli altri giocatori e da simili situazioni nascono varie tipologie di giochi (c.d. “*giochi cooperativi*” e “*giochi non cooperativi*”, su cui v. *infra*).

## 2.4. Classificazioni

### 2.4.1. Giochi cooperativi e giochi non cooperativi

Un gioco cooperativo si presenta quando gli interessi dei giocatori non sono in contrapposizione diretta tra loro, ma esiste una comunanza fra gli stessi. I giocatori perseguono un fine comune, almeno per la durata del gioco, e alcuni di essi possono tendere ad associarsi per migliorare il proprio “*pay-off*”.

La garanzia è data dagli accordi vincolanti e la suddivisione della vincita avviene in relazione al ruolo svolto da ciascun giocatore, secondo la sua strategia e i suoi accordi.

Nei giochi c.d. “*essenziali*”, per i quali vale l’adagio “*l’unione fa la forza*”, i giocatori – collaborando – si garantiscono un guadagno superiore a quello che otterrebbero giocando individualmente.

Per contro, nei giochi non cooperativi (detti anche “*giochi competitivi*”) i giocatori non possono stipulare accordi vincolanti (anche normativamente), indipendentemente dai loro obiettivi.

A questa categoria si applica la soluzione data da John Nash con il suo “*Equilibrio di Nash*” (v. *supra*); probabilmente la nozione più importante, grazie al suo vastissimo campo di applicabilità.

Il criterio di comportamento razionale adottato nei giochi non-cooperativi è di carattere individuale ed è chiamato strategia del massimo: in sostanza il comportamento di ogni giocatore è tale da perseguire sempre la strategia più vantaggiosa per sé stesso.

Qualora nel gioco esista una strategia che presenta il massimo guadagno per tutti i giocatori si parla di punto di equilibrio. Un punto di equilibrio in un gioco in cui si attua la strategia del massimo esprime il fatto che tutti i giocatori conseguono sì il massimo guadagno individuale, ma anche quello collettivo.

Il punto di equilibrio di Nash esprime in un certo senso un comportamento razionale socialmente utile, dal momento che tutti i giocatori ottengono un payoff positivo, che garantisce la convergenza degli interessi di tutti i giocatori.

John Nash ha dimostrato che ogni gioco finito ad  $n$  giocatori ammette almeno un punto di equilibrio in strategie miste.

#### **2.4.2. Giochi simultanei e giochi non simultanei**

I giochi si suddividono in giochi simultanei (o statici) e giochi dinamici (o sequenziali). Nei giochi simultanei vi è la presenza di azioni indipendenti tra i giocatori, mentre nei giochi dinamici le azioni dei giocatori dipendono da quelle precedenti; ove per “*dipendenza*” si intende il fatto che un giocatore sceglie di effettuare una determinata azione sulla base delle informazioni di cui dispone con riguardo alle scelte effettuate dall’avversario (o che ritiene effettuerà quest’ultimo).

Nei giochi dinamici, quindi, le scelte vengono compiute sulla base delle informazioni acquisite, che dispiegano effetti sulle successive decisioni strategiche.

#### **2.4.3. Giochi a informazione completa e giochi a informazione incompleta**

Nel gioco a informazione completa, ogni giocatore ha una conoscenza completa del contesto, ma non necessariamente delle azioni degli altri giocatori; ad esempio perché le mosse dei diversi giocatori devono avvenire simultaneamente (v. *infra* il famoso “*dilemma del prigioniero*”).

Nei giochi a informazione incompleta i giocatori non sono, invece, a conoscenza del contesto, e – cioè – di tutti gli elementi del gioco: ad esempio non

conoscono quanti sono gli altri giocatori o quali sono le loro possibili strategie ovvero i loro *pay-off*.

#### 2.4.4. Giochi finiti e giochi infiniti

I giochi finiti sono quelli in cui il numero delle situazioni di gioco possibili è finito, ma il numero delle situazioni può essere assai elevato; per contro, i giochi infiniti presentano un numero infinito di situazioni possibili.

#### 2.4.5. Giochi a somma zero e giochi a somma diversa da zero

I “*giochi a somma zero*” comprendono tutte le situazioni conflittuali in cui la contrapposizione dei giocatori è totale: la vincita di un giocatore coincide esattamente con la perdita degli altri; la somma dei *pay-off* (di segno positivo o negativo) dei diversi contendenti in funzione delle strategie utilizzate è cioè sempre pari a zero.

Invece, nei “*giochi a somma diversa da zero*” la somma dei *pay-off* può essere positiva o negativa.

### 2.5. Le strategie

La strategia di un giocatore si compone di una serie di mosse volte, per definizione, a massimizzare la sua utilità. Si definisce soluzione di un gioco l'insieme (o gli insiemi) di strategie che i giocatori pongono in essere, appunto per massimizzare la loro utilità.

Per il Giocatore 1, una strategia  $S_{1i}$  si definisce “*dominante*” se scegliendo tale strategia egli ottiene il massimo risultato qualunque sia la scelta degli altri giocatori. Se vi è una strategia dominante comune a tutti i giocatori, allora il gioco ha un equilibrio: l'equilibrio di Nash.

## 3. La teoria delle aste

### 3.1. Inquadramento concettuale

Secondo la dottrina economica, l'asta è un meccanismo di allocazione delle risorse caratterizzato da regole che presiedono lo scambio tra agenti economici.

Dal punto di vista matematico, l'asta è un gioco matematico rappresentato da:

- un insieme di giocatori;
- un insieme di strategie disponibili per ciascun giocatore;
- un vettore di *pay-off*, corrispondente ad ogni combinazione di strategie.

I giocatori sono il banditore e i partecipanti, i quali hanno un prezzo di riserva – e, cioè, una valutazione del bene – e una funzione di utilità diverse; data la circostanza che i beni venduti nella normalità dei casi non hanno un valore *standard* – unitamente al fatto che, tra i partecipanti, vi è asimmetria informativa riguardo al valore medesimo – i modelli d’asta si basano, pertanto, sulla fissazione di un prezzo-base.

Come si è detto, la teoria delle aste costituisce una branca della teoria dei giochi e, più precisamente, dei “*giochi ad informazione incompleta*”, dato che ciascun giocatore non conosce il prezzo di riserva degli altri.

Dal punto di vista economico, l’asta si caratterizza come luogo di incontro tra domanda e offerta, in cui solo una delle due parti (tipicamente la domanda) svolge un ruolo attivo (*one-side market*); mentre la parte che resta inattiva stabilisce rigidamente il volume di offerta. L’asta ha la funzione di garantire la miglior allocazione possibile del bene.

Più in particolare, la situazione-tipo in cui per alienare un bene si fa ricorso ad una procedura d’asta può essere come di seguito descritta: su un lato del mercato – quello dell’offerta – un monopolista deve vendere una certa quantità di un bene (nel caso più semplice si tratta di un’unità di un bene indivisibile); dall’altro lato del mercato – quello della domanda – vi sono due o più potenziali acquirenti dello stesso.

Ma il fatto che il monopolista possa agire da *leader* nella scelta della procedura d’asta non significa necessariamente che egli sia in grado di appropriarsi della totalità del *surplus*, in quanto non è a conoscenza del valore del bene per i potenziali acquirenti: egli, tuttavia, può sfruttare – attraverso la procedura d’asta – la competizione tra gli agenti per far emergere l’informazione privata e, quindi, ridurre la rendita informativa (*rectius*, l’asimmetria informativa) di questi. In tal modo, ottiene il risultato di massimizzare il ricavo, se non in valore assoluto quantomeno in termini relativi.

Solo in casi particolari, come ad esempio negli appalti pubblici, può affiancarsi all’obiettivo di massimizzare il ricavo per il banditore quello di massimizzare l’efficienza, ovvero il c.d. “*surplus sociale*”.

Nei meccanismi d’asta vengono generalmente coinvolti tre (categorie di) soggetti (in taluni casi, ridotti a due):

- il venditore (“*seller*”);
- il banditore (“*auctioneer*”);
- gli offerenti (“*bidder*”).

Può, peraltro, prospettarsi la situazione inversa, e cioè quella in cui chi indice un’asta è in realtà un compratore (*buyer*) che vuole acquistare un bene o

servizio da più potenziali venditori o fornitori; se ciò accade si parla di *monopsonio* (è il caso, ad esempio, delle gare d'appalto).

Un gioco d'asta, pertanto, è descritto da quattro elementi:

- l'insieme degli offerenti (*bidder*):  $N = \{1, 2, \dots, n\}$ ;
- l'insieme dei segnali (*e*, cioè, degli elementi che concorrono alla valutazione ovvero alla determinazione del prezzo di riserva) dagli offerenti:

$$V_1 = \{V_{11}, V_{12}, \dots, V_{1m}\};$$

$$V_2 = \{V_{21}, V_{22}, \dots, V_{2m}\};$$

...

$$V_n = \{V_{n1}, V_{n2}, \dots, V_{nm}\};$$

- l'insieme delle azioni poste in atto dagli offerenti (le offerte):

$$B_1 = \{B_{11}, B_{12}, \dots, B_{1m}\};$$

$$B_2 = \{B_{21}, B_{22}, \dots, B_{2m}\};$$

...

$$B_n = \{B_{n1}, B_{n2}, \dots, B_{nm}\};$$

- l'insieme delle strategie degli offerenti, consistenti in funzioni che trasformano i segnali in offerte:

$$S_1: V_i \rightarrow B_i;$$

$$S_2: V_i \rightarrow B_i;$$

...

$$S_n: V_i \rightarrow B_i;$$

- i *pay-off* del gioco per ciascun giocatore (espresse in termini di utilità):

$$U_1 = \{u_{11}, u_{12}, \dots, u_{1m}\};$$

$$U_2 = \{u_{21}, u_{22}, \dots, u_{2m}\};$$

...

$$U_n = \{u_{n1}, u_{n2}, \dots, u_{nm}\};$$

- l'insieme delle regole del gioco (ovvero il criterio con cui le strategie sono messe in relazione con gli esiti):

- l'oggetto dell'asta;

- le modalità di ammissione;

- le modalità di presentazione delle offerte;

- la regola di aggiudicazione;

- la regola di pagamento.

### 3.2. Tipi di aste

Come si è detto, le aste sono considerate giochi ad informazione incompleta, in quanto non si conosce la caratteristica privata di ciascuno degli avversari, ovvero la valutazione del bene. In tali situazioni esiste, inoltre, incertezza strategica, poiché ciascun partecipante deve formare la propria strategia

senza conoscere il comportamento tenuto dagli avversari.

La teoria delle aste si occupa del comportamento degli individui nei mercati ad asta, stabilendone le strategie ottimali che conducono ad equilibri stabili (G. ANGELE'F. CORVAGLIA-R. GRECO).

In base alla natura dell'oggetto scambiato si distingue fra:

- aste *single-unit*: quando hanno per oggetto di aggiudicazione un solo prodotto (o un lotto indivisibile di beni);
- aste *multiple-unit*: che riguardano una molteplicità di oggetti, ove gli oggetti:
  - possono essere uguali o meno;
  - possono essere venduti simultaneamente o in sequenza.

Esistono quattro principali tipi di aste:

– asta inglese aperta (“*English Auction*”): l’asta è di tipo ascendente, cioè vince il prezzo massimo. Il banditore comunica il prezzo di riserva, che rappresenta il prezzo minimo richiesto per partecipare all’asta. Ad ogni *round*, il banditore comunica il prezzo del *round* precedente, aumentato di una quota che è nota – sin dall’inizio – a tutti i partecipanti. Se il prezzo di riserva del partecipante è inferiore alla quota comunicata, esce dall’asta. Alla fine, vince il solo offerente rimasto, che paga l’ultima quota comunicata;

– asta olandese aperta (“*Dutch Auction*”), nella quale è fissato un prezzo sufficientemente alto da dissuadere tutti gli offerenti e viene progressivamente ridotto fino a che qualcuno non è disposto a comprare. Il vincitore paga l’ultimo prezzo più basso;

– asta in busta chiusa e pagamento del prezzo più alto (“*First Price Sealed Bid Auction*”), nella quale gli offerenti inseriscono la loro offerta in una busta sigillata e la consegnano al banditore. Le buste, successivamente, sono aperte e l’individuo con l’offerta più alta vince l’asta, pagando un prezzo pari all’ammontare offerto. La simultaneità temporale non è essenziale, ciò che conta è che quando un offerente formula la propria offerta, entro il termine fissato, non conosca le offerte fatte dagli altri;

– asta in busta chiusa e pagamento del secondo prezzo più alto (“*Second Price Sealed Bid Auction*”), nella quale gli offerenti inseriscono la loro offerta in una busta sigillata e la consegnano al banditore. Le buste, successivamente, sono aperte e l’individuo con l’offerta più alta vince l’asta, pagando un prezzo pari al secondo ammontare offerto più alto. Questo tipo di asta viene anche detto “*asta di Vickrey*” (v. *infra*).

L’asta inglese e l’asta olandese appartengono alla famiglia delle gare cosiddette dinamiche, ovvero quelle in cui le offerte individuali non sono presentate in segreto al banditore, ma in pubblico. Le aste in busta chiusa al prezzo

migliore e al secondo prezzo migliore appartengono invece alla famiglia delle gare a offerta segreta.

Nell'asta inglese e nell'asta di Vickrey si ha un unico equilibrio in strategie dominanti: il bene viene assegnato all'offerente con la valutazione più alta, che paga un prezzo corrispondente all'offerta necessaria per estromettere tutti gli altri, pari – nel secondo caso – alla seconda valutazione più alta.

I diversi tipi d'asta hanno una differente applicazione pratica:

– l'asta inglese viene utilizzata per molti beni, fra cui le opere d'arte e – con il correttivo di cui si dirà più oltre – nelle procedure competitive individuali e collettive;

– l'asta olandese viene adottata per la vendita dei fiori in Olanda;

– l'asta in busta chiusa al prezzo più alto viene utilizzata per la vendita dei titoli;

– l'asta di Vickrey viene utilizzata nel mercato dei francobolli.

Ma vi sono anche altre forme d'asta, fra le quali:

– l'asta giapponese;

– l'asta muta;

– l'asta a stretta di mano;

– l'asta sussurrata;

– l'asta a intervallo di tempo;

– l'asta a candela che brucia (“*burning candle*”).

### 3.3. Segue: *L'asta inglese*

Come è facile intuire, il successo di un'asta inglese – dal punto di vista del venditore – è maggiore quanto più alto è il livello di competitività dei potenziali compratori: infatti, in un ambiente molto competitivo, il gran numero di rilanci fa crescere di molto il prezzo finale.

Per contro, dal punto di vista del compratore, la chiave del successo è di offrire poco di più della precedente migliore offerta fino a quando il prezzo corrente (la quota comunicata dal banditore) raggiunge la sua valutazione (prezzo di riserva), in corrispondenza della quale deve necessariamente fermarsi. In questo modo, l'acquirente riesce – talvolta – ad acquisire un bene per un prezzo anche significativamente inferiore alla sua massima valutazione. In contropartita, il venditore non riceve necessariamente il valore massimo che il miglior partecipante è disposto a pagare e, quindi, l'intero *surplus*.

Un problema generale delle aste è costituito dalla c.d. “*asimmetria informativa*”, che sussiste quando il venditore e gli offerenti non posseggono lo stesso *set* di informazioni. Tale circostanza può limitare l'obiettivo della massimizzazione del ricavo per il venditore; infatti, se il venditore conoscesse tut-

te le valutazioni dei potenziali offerenti potrebbe offrire il bene ad un prezzo coincidente con la massima valutazione.

Per contro, il principale vantaggio per il compratore è costituito dalla disponibilità di informazioni: il carattere orale dell'asta inglese rende trasparente la dinamica competitiva, poiché tutti i partecipanti sono in grado di osservare in ogni momento il prezzo corrente e l'identità del massimo offerente, potendo in tal modo trarre importanti informazioni sul valore che gli altri partecipanti attribuiscono al bene e modificare – di conseguenza – la propria valutazione, man mano che l'asta prosegue. La strategia di un partecipante è, infatti, espressa dalla serie delle sue offerte, che a sua volta dipende da una serie di elementi: *i*) la sua valutazione (prezzo di riserva); *ii*) la sua stima delle valutazioni degli altri partecipanti; *iii*) l'andamento delle loro offerte precedenti. Proprio per limitare la quantità di informazioni diffuse durante la procedura, alcuni partecipanti preferiscono celare la propria identità, partecipando alle aste tramite mandatari e fornendo indicazioni da remoto (ad esempio, per telefono).

Un *vulnus* di particolare rilievo nell'asta inglese è la formazione di gruppi di partecipanti, che si mettono d'accordo per non rilanciare sulle loro offerte, in modo da mantenere basso il prezzo finale: come si vedrà, questi gruppi sono chiamati *rings*. Inoltre, è abbastanza diffuso il pericolo della “*maledizione del vincitore*” (“*winner's curse*”), ossia il fenomeno per cui il vincitore paga un bene più del suo valore reale; ciò che accade, più frequentemente, in caso di elevato livello di competizione e di inesperienza di alcuni partecipanti.

### 3.4. Classificazioni

#### 3.4.1. Modello a valore privato e modello a valore comune

##### 3.4.1.1. Modello a valore privato

Nelle aste a valore privato (“*Independent Private Values*”) il valore del bene è potenzialmente diverso per ogni partecipante: il valore individuale del bene costituisce, quindi, un'informazione privata per ciascun partecipante ed è indipendente sia dai giudizi di valore altrui sia da eventi esogeni.

Il modello a valore privato è tipico delle aste in cui ogni *bidder* ha una propria valutazione del bene, spesso per ragioni estetiche o – più in generale – soggettive: ad esempio, un'opera d'arte può avere un valore diverso per diversi collezionisti, a seconda dei loro gusti, e non risente dell'influenza degli altri *bidder*.

L'asta a valore privato gode di una serie di proprietà, la più importante delle quali è costituita dal “*Revenue Equivalence Theorem*”, che – nella sua versione più semplice – stabilisce che le quattro diverse forme d'asta garantiscono il medesimo ricavo atteso dal venditore.

### 3.4.1.2. *Modello a valore privato (generalizzato)*

Si tratta di una generalizzazione del modello a valore privato, nel quale si ipotizza che le valutazioni dei *bidder* dipendono non solo dalle informazioni private del bene, ma anche da ciò che non conoscono, e che suppongono siano disponibili presso autorità indipendenti, il banditore stesso dell'asta o gli altri partecipanti. I *bidder* sono quindi disponibili a modificare la loro valutazione privata del bene nel momento in cui entrano in possesso di altre informazioni, che si diffondono nel corso dell'asta.

In tali situazioni, le “*aste pubbliche*” generano ricavi più elevati rispetto alle “*aste segrete*”, in quanto viene diffusa una quantità maggiore di informazioni; i *bidder* sono, quindi, in grado di modificare le loro valutazioni e – all'occorrenza – di fare un'offerta equivalente alla loro più alta valutazione. Pertanto, la miglior politica per il banditore per far sì che i *bidder* siano incentivati a offrire a livelli prossimi alla loro valutazione è quella di diffondere nel corso dell'asta la massima quantità di informazioni. Per tale ragione, dal punto di vista del venditore la preferenza è per un modello di asta aperta ascendente, soprattutto nelle aste in cui i prezzi di riserva dipendono da informazioni non a disposizione dei *bidder*, diverse da quelle private.

Come è facile intuire, l'asta inglese è per definizione quella che rende disponibile il maggior numero di informazioni, anche per effetto delle interazioni che si determinano nel gioco al rialzo tra i competitori. Per contro, è minore il contenuto informativo che sono in grado di mettere a disposizione le procedure d'asta chiuse.

### 3.4.1.3. *Modello a valore comune*

Nelle aste a valore comune (“*Common Value Model*”), tutti i partecipanti attribuiscono lo stesso valore al bene messo in vendita, ma ciascun partecipante può avere stime diverse di quel valore: più in particolare, il bene in vendita ha un valore fisso ed identico per tutti i partecipanti, ma nessuno di essi lo conosce con certezza. Ciascun *bidder* è solo in grado di formulare una stima del vero valore, formata sulla base di un segnale informativo privato.

È questo il caso, ad esempio, della vendita competitiva di *asset* necessari per lo svolgimento di un'attività economica (ad esempio, un ramo d'azienda), cui partecipano imprese che operano nello stesso settore e che hanno quindi le stesse prospettive di profitto, ma diversi segnali relativi alle condizioni in cui si troveranno ad operare.

Come testimoniato dalla letteratura, lo sviluppo dei modelli a valore comune risponde alla necessità di spiegare un singolare fenomeno emerso nell'applicazione concreta delle aste.

Fin dalla prima metà degli anni Cinquanta, negli Stati Uniti, era pratica comune quella di assegnare i diritti di sfruttamento di particolari risorse naturali, in particolare di petrolio, tramite meccanismi d'asta. Verso l'inizio degli anni Settanta, si è presentata una situazione assai peculiare caratterizzata da bassi (o addirittura nulli) profitti per le imprese aggiudicatrici. Tale fenomeno, cui ben presto fu attribuito l'appellativo "*maledizione del vincitore*" ("*winner's curse*"), non aveva ancora una spiegazione in termini economici, ma la sua pervasività faceva – in effetti – ritenere che fosse all'opera un qualche fenomeno occulto, legato ad un errato uso – da parte delle imprese vincitrici – dell'informazione diffusa nell'asta.

#### 3.4.1.4. Segue: *La maledizione del vincitore*

La maledizione del vincitore indica la situazione nella quale si trova una persona che acquista all'asta un bene, pagandolo più del suo effettivo valore; come anticipato nel paragrafo precedente, l'esempio classico è quello delle aste relative alle concessioni per l'estrazione di petrolio.

In tali casi, si parte dal presupposto che il valore di una concessione, una volta ottenuta, sia lo stesso per tutti i partecipanti e dipenda dalla quantità di petrolio estraibile e dall'andamento del mercato: i partecipanti, tuttavia, possono avere stime sulla redditività della concessione molto approssimative e, soprattutto, diverse fra loro. Per comprendere il fenomeno è opportuno ricorrere ad un esempio (F. PATRONE).

Si immagini che sia messa all'asta una concessione petrolifera in una zona poco esplorata e che vi siano 5 società interessate, con una diversa valutazione della profittabilità della concessione. Il suo valore vero sia 3.000.000 di euro, valore noto soltanto *ex post* e la valutazione delle 5 società sia, rispettivamente, 1.000.000, 2.000.000, 3.000.000, 4.000.000 e 5.000.000 di euro.

Se l'asta è di tipo inglese, è prevedibile che la concessione venga aggiudicata a 4.000.000 di euro più un piccolo margine, giacché la compagnia con la valutazione più alta può limitarsi ad offrire poco più della seconda migliore valutazione.

In tal caso, quindi, il vincitore paga 4.000.000 di euro qualcosa che vale 3.000.000 di euro: questo fenomeno viene identificato con l'espressione "*maledizione del vincitore*" ("*winner's curse*") ed è l'effetto di un comportamento ingenuo, non strategico, in una situazione di interazione strategica.

In tali casi, la diffusione di informazioni pubbliche, o comunque non esclusive alla sfera di determinazione del singolo *bidder*, permette di ridurre l'incertezza relativa alla propria valutazione, riducendo quindi il rischio della "*maledizione del vincitore*" ("*winner's curse*").

Come è facile intuire, poiché l'asta inglese è per definizione quella che rende disponibile il maggior numero di informazioni, anche per effetto delle interazioni che si determinano nel gioco al rialzo tra i competitori, riduce tale rischio e – nel contempo – limita la possibilità, per il venditore, di realizzare *extra*-profitti.

### 3.5. Le aste nelle procedure individuali e collettive

#### 3.5.1. La motivazione alla base delle procedure competitive

Nelle aste a valore privato e in quelle a valore pubblico ad informazione incompleta, i partecipanti dispongono di valutazioni indipendenti del bene posto in vendita, che si esprimono in un prezzo massimo (c.d. “*prezzo di riserva*”) che ciascuno di essi è disposto a pagare per ottenerlo. Anche il venditore ha una propria valutazione (il suo “*prezzo di riserva*”) che, per definizione, è maggiore di zero.

In tale contesto, se i prezzi di riserva dei partecipanti fossero noti al venditore, egli metterebbe in vendita il bene al maggiore di essi e non vi sarebbe bisogno di dare corso ad un'asta; il venditore, in tale ipotesi, si approprierebbe di tutto il *surplus* – ed eventualmente dell'*extra*-profitto (v. *supra*) – generato dalla transazione. Ma i prezzi di riserva dei partecipanti non sono, in generale, noti ed è a ciò che servono le aste: per permettere al venditore di catturare la maggior quota possibile del *surplus*, sapendo – tuttavia – che è per lui impossibile “*catturare*” l'intero *surplus* (G. COSTA).

#### 3.5.2. Il modello d'asta utilizzato nelle procedure competitive

Le vendite competitive nelle procedure individuali e collettive si basano sul modello dell'asta all'inglese, nella quale il banditore fissa un prezzo-base (detto anche “*bid minimo*”), al disotto del quale non è disposto a vendere il bene. I partecipanti all'asta offrono prezzi via via più alti, con rialzi che – in genere – devono superare un predefinito aumento minimo, fino a che l'ultima offerta valida rimane imbattuta per un certo intervallo di tempo. Quando nessuno è più disposto ad aumentare l'offerta, il maggior offerente si aggiudica il bene e il prezzo che paga è pari al suo *bid*. Nel caso non siano pervenute offerte pari o superiori alla base d'asta, l'oggetto rimane invenduto.

Tutte, le vendite competitive si caratterizzano per una barriera all'ingresso, costituita dal “*prezzo di riserva*” del venditore, che i partecipanti devono comunque offrire come condizione per partecipare all'asta; solo nel caso in cui sia soddisfatta tale condizione da almeno due partecipanti, prende avvio l'asta all'inglese. Si tratta, quindi, di un *mix* fra l'asta in busta chiusa al prezzo più

alto e l'asta all'inglese: si compone, cioè, di una fase prodromica di natura statica – tipica dell'asta in busta chiusa al prezzo più alto, in cui le buste vengono consegnate al banditore – e di una fase successiva di natura dinamica – propria, invece, dell'asta all'inglese, in cui i partecipanti sono invitati ad effettuare rilanci successivi –.

È da rilevare che l'adeguamento dinamico delle valutazioni e la determinazione del giusto prezzo non si potrebbero verificare nel solo modello d'asta in busta chiusa al prezzo più alto, trattandosi di procedura statica in cui la formulazione del *bid* avviene quindi nella più totale ignoranza circa le stime degli avversari. Se le vendite competitive si limitassero a tale modello, ciascun partecipante – per ragioni di prudenza – sarebbe indotto ad agire come se, avendo la maggiore valutazione, potesse incorrere nella “*maledizione del vincitore*”; con la conseguenza che – al fine di evitare questo evento – tenderebbe a ridurre l'offerta, rispetto alla propria valutazione, di un ammontare che dipende dal numero di partecipanti.

L'integrazione fra i due modelli garantisce un ulteriore effetto, in quanto l'asta all'inglese si caratterizza per la proprietà di produrre un risultato efficiente in senso paretiano.

Occorre, tuttavia, sottolineare il fatto che nelle aste all'inglese vi è un rischio maggiore che i partecipanti colludano fra di loro (v. *infra*).

Nell'asta inglese ciascun partecipante ha una strategia dominante, che consiste nell'aumentare del rilancio minimo l'ultimo prezzo offerto, sino a quando non viene superato il proprio prezzo di riserva; infatti, a nessuno conviene ritirarsi fino a quando vi è la possibilità di portare a casa il bene ad un prezzo inferiore alla propria valutazione; per contro, a nessuno conviene rilanciare oltre il rialzo minimo, poiché quest'ultimo potrebbe essere già sufficiente a “*superare*” la seconda migliore valutazione. Se ciascuno si attiene a questa strategia, il bene viene venduto ad un prezzo pari alla seconda migliore valutazione (secondo prezzo di riserva), oltre al rilancio minimo.

Da tale constatazione discende la sostanziale equivalenza dell'asta all'inglese e dell'asta di Vickrey, giacché l'asta all'inglese è fatta in modo da permettere a chi ha il prezzo di riserva più alto di vincere con una lieve maggiorazione rispetto all'offerta fatta dal suo ultimo avversario; offerta che costituisce il prezzo di vendita dell'asta di Vickrey.

In entrambi i casi il vincitore consegue un *pay-off* pari alla differenza tra il suo prezzo di riserva e la valutazione dell'ultimo avversario; con l'unica differenza, nell'asta all'inglese, costituita dal rilancio. Dunque, con l'asta inglese il bene viene assegnato al concorrente che è disposto a pagare di più per esso, ad un prezzo (quasi) pari al secondo prezzo di riserva (G. COSTA). E la differenza

fra le due migliori offerte costituisce – nel contempo – la porzione di profitto (“*surplus*”) del venditore, di cui si avvantaggia l’aggiudicatario.

Tenuto conto della peculiarità delle procedure competitive, pare ancora utile rammentare che il “*Revenue Equivalence Theorem*” di Vickrey (che ha vinto il premio Nobel per l’Economia del 1996) afferma che il guadagno atteso per il venditore è lo stesso sia per l’asta in busta chiusa al miglior prezzo sia per l’asta al secondo prezzo (cioè, l’asta di Vickrey). L’affermazione sembra paradossale, giacché nell’asta al miglior prezzo il vincitore paga quanto ha offerto, mentre nell’asta di Vickrey il vincitore paga il prezzo offerto dal secondo miglior offerente, ma non lo è affatto: infatti, in un’asta Vickrey la teoria sostiene che è sensato fare una offerta pari alla propria valutazione dell’oggetto, mentre nell’asta al miglior prezzo un offerente razionale offre un po’ di meno.

In definitiva, il vantaggio economico del modello utilizzato nelle vendite competitive è costituito dal rialzo minimo di cui può avvantaggiarsi il venditore, in termini di quota aggiuntiva del *surplus* rispetto al suo prezzo di riserva; vantaggio che – come si vedrà in seguito – non sempre, tuttavia, si concretizza. Nel contempo, è opportuno sottolineare che l’applicazione del modello d’asta all’inglese nella sua formulazione pura risulterebbe impraticabile nelle vendite competitive, poiché favorirebbe la “*spinta*” al ribasso del prezzo-base, a causa del rischio immanente di pratiche collusive in procedure “*aperte*” già nella fase iniziale.

### 3.5.3. *Un tentativo di sistemazione concettuale*

Le procedure competitive, come si è detto, si fondano su un *mix* di asta con busta chiusa al primo prezzo e di asta inglese. Nel caso di più partecipanti, e – quindi – di almeno due offerenti nella fase prodromica, la procedura competitiva configura un gioco d’asta dinamico, poiché procede per rilanci successivi. Man mano che si succedono i rilanci, alcuni *bidder* abbandonano l’asta. Alla fine restano solo due partecipanti in gioco e, nel momento in cui uno dei due si ritira non rilanciando più, il banditore dichiara aggiudicato l’oggetto all’unico rimasto in gioco.

Se si indica con “*i*” ogni fase (rilancio), la strategia ottima prevede per ciascun partecipante di restare attivo nella competizione fino a quando il prezzo corrente ( $P_t$ ) non eguaglia il suo valore privato (c.d. “*prezzo di riserva*”). Quando  $P_t$  supera  $V_i$ , il *bidder* “*i*” abbandona l’asta, poiché rimanendo subirebbe una perdita (*pay-off* negativo) in caso di vittoria.

La strategia ottimale del *bidder* è, quindi, quella di rimanere in gara – e, cioè, effettuare rilanci – fino a quando il prezzo corrente non raggiunge la sua valutazione. A questo livello di prezzo non è razionale per il *bidder* fare

un ulteriore rilancio – in quanto, come si è detto, otterrebbe un *pay-off* negativo – e, quindi, è per lui preferibile abbandonare l’asta.

La procedura competitiva è, quindi, un meccanismo dinamico suddiviso in una fase prodromica, che costituisce una barriera all’ingresso al gioco d’asta (il prezzo di riserva del banditore), ed una serie di fasi omogenee successive, corrispondenti a ciascun rilancio, durante la quale i *bidder* decidono se rimanere in gioco oppure lasciare l’asta.

Il momento decisivo della procedura competitiva è quello che si apre con l’ultima fase, che corrisponde al prezzo al quale  $n - 2$  partecipanti hanno abbandonato l’asta. I due concorrenti finali, che hanno valutazioni  $V_1$  (penultima maggiore valutazione) e  $V_2$  (ultima maggiore valutazione) rilanciano fino a che il prezzo corrente non supera  $V_1$ , valore al quale il secondo maggior *bidder* abbandona l’asta. Il prezzo finale è perciò  $P_t = V_1 + r$  (ove  $r$  corrisponde al rilancio minimo). Supponiamo che gli ultimi due giocatori abbiano una valutazione rispettivamente pari a:

- $V_1 = 100.000,00$  euro;
- $V_2 = 120.000,00$  euro.

Quando si giunge al valore di 100.000,00 euro, in cui il primo *bidder* dovrebbe abbandonare l’asta, possono presentarsi due situazioni:

- se il rilancio a 100.000,00 euro è stato fatto dal primo *bidder*, allora al secondo *bidder* basta incrementare del rilancio minimo consentito, per vincere;
- se il rilancio a 100.000,00 euro è stato fatto dal secondo *bidder*, allora il primo *bidder* non rilancerà ulteriormente.

In ogni caso il vincitore paga un prezzo corrispondente o molto vicino alla seconda maggior valutazione.

Al termine del gioco d’asta, il vincitore ha un profitto (*pay-off* positivo) pari alla differenza fra  $V_2$  e  $P_t$ ; il banditore, per contro, riceve un prezzo inferiore rispetto alla disponibilità a pagare del vincitore, ma ottiene – comunque – un *surplus* pari alla differenza fra  $P_t$  e il suo prezzo di riserva (la barriera d’ingresso di cui si è detto). Questo è l’equilibrio di Nash!

La procedura competitiva assicura, quindi, l’efficienza paretiana, dato che il partecipante che attribuisce al bene il valore più elevato se lo aggiudica. Tuttavia, il prezzo di aggiudicazione può risultare inferiore al valore massimo attribuito dal vincitore; infatti, quest’ultimo paga un prezzo pari al valore massimo attribuito dal secondo miglior offerente, con l’eventuale aggiunta del rilancio minimo previsto dalle regole dell’asta.

Volendo utilizzare la rappresentazione estesa, nel caso di un unico Partecipante, il risultato sarà:



In questo caso, il Partecipante 1 rimane nel gioco d'asta sino al raggiungimento del suo prezzo di riserva ( $V_1$ ).

#### 3.5.4. *Le aste con beni multipli*

Nelle aste con beni multipli, cioè con una pluralità di beni, è possibile ipotizzare due differenti modalità: una secondo cui i beni vengono posti in gara uno per uno, costruendo una successione di aste singole (asta sequenziale); un'altra che prevede che tutte le unità siano attribuite simultaneamente e, pertanto, ciascun potenziale acquirente può formulare offerte per una o più unità (asta simultanea).

Le due modalità sono indifferenti nel caso in cui sono posti in vendita beni identici, ma hanno proprietà notevolmente diverse quando riguardano beni con caratteristiche differenti.

Nel caso di asta sequenziale, l'evidenza empirica mostra che, invece di assistere ad un andamento crescente dei prezzi, si osservano processi contrari: al procedere delle aste, infatti, il prezzo offerto tendenzialmente diminuisce. Questo fenomeno, chiamato "*afternoon effect*" è spiegabile sia a causa dell'avversione al rischio dei partecipanti, i quali per avere la garanzia di ottenere almeno un bene sono disposti a fare elevate offerte nel corso delle prime aste, sia per effetto di comportamenti strategici che i partecipanti possono mettere in atto, sul riflesso che l'offerta sulle prime unità del bene modifica la percezione del valore delle unità successive. In effetti, alcuni *bidder* con alte valutazioni dei beni potrebbero formulare offerte basse nel corso delle prime aste in modo da segnalare agli altri partecipanti una bassa valutazione del bene, e ottenere così l'aggiudicazione dei beni nel corso delle aste seguenti a prezzi inferiori, quando è verosimilmente diminuita la competizione, a causa dell'uscita di alcuni concorrenti. L'asta ha, pertanto, un risultato complessivamente inefficiente, determinato dall'effetto di distorsione che si realizza tra valutazioni del bene e offerte presentate.

La letteratura più recente pare quindi orientata ad un certo favore nei confronti delle aste simultanee, aspetto che risulta rafforzato quando si analizzano le caratteristiche di aste multi-oggetto in cui sono venduti beni diversi. Occorre, tuttavia, prestare attenzione a due fenomeni peculiari:

– la presenza di effetti di complementarità (sinergie) tra i beni: quando i beni in vendita non sono tutti uguali, potrebbero verificarsi casi in cui i partecipanti all'asta sono interessati non tanto all'acquisto del singolo bene, quanto all'aggiudicazione di un insieme di beni. In questo caso potrebbe accadere che la valutazione di un bene sarebbe nulla nel caso in cui questo fosse l'unico bene acquistabile e positiva se il bene è acquistato insieme ad altri; o, viceversa, che il bene venga valutato meno se acquistato per una qualche ragione insieme ad altri. Se

si verifica questo fenomeno, si determina una dissociazione tra valutazione del bene e presentazione delle offerte e diventa difficile individuare un modello di asta efficiente in senso allocativo, soprattutto in assenza di un criterio di ottimalità che discrimini tra le aggregazioni possibili. È, quindi, necessario ricorrere a criteri di efficienza esterni che prescindono dal meccanismo d'asta, ossia prospettare soluzioni *ad hoc* – cioè modalità d'asta specifiche – per i singoli casi;

– l'asimmetria tra i *bidder*: nelle aste con beni diversi si può presumere che vi partecipino soggetti portatori di interessi diversi, alcuni disposti ad acquistare tutti i beni ed altri interessati ad acquistare solo alcuni beni, ma totalmente disinteressati agli altri.

Alla luce di quanto sopra, nelle aste in cui sono venduti beni diversi può avere senso permettere l'utilizzo di *package bid*, cioè di offerte definite per l'acquisto congiunto di più beni: si definisce *package bid* un'offerta che riguarda un insieme di  $k$  ( $> 1$ ) beni degli  $n$  ( $\geq k$ ) beni offerti.

Per comprendere l'utilità del modello, si può ricorrere all'esempio di un'asta per le compagnie aeree in cui il bene in vendita è il diritto di istituire voli tra due o più località: è evidente che si deve permettere alle compagnie di fare offerte concernenti almeno due aeroporti, al fine di evitare la situazione assurda di aggiudicazione di un volo per il quale non è garantito l'atterraggio in qualche località preventivamente definita.

Anche se è stata dimostrata la superiorità teorica dei *package bid* rispetto alle offerte su singoli beni (nel caso in cui siano presenti effetti di complementarità tra i beni in vendita), sono tuttora preferiti meccanismi di offerta per singoli beni. Infatti nelle aste in cui è ammessa la possibilità di usare *package bid*, si presentano difficoltà operative causate dal fatto che il meccanismo di aggiudicazione del singolo bene – per il quale possono esserci sia offerte singole sia *package bid* nelle quali il bene è parte di un pacchetto che ne comprende altri – diventa estremamente complesso.

Nelle procedure competitive il fenomeno può manifestarsi nel caso in cui l'alternativa sia tra la vendita dell'azienda comprensiva dell'immobile in cui viene esercitata l'attività d'impresa ("*package bid*") e la vendita separata dell'azienda e dell'immobile, per il quale potrebbero esservi offerte ad un prezzo addirittura superiore a quello offerto per l'azienda comprensiva dell'immobile.

### 3.6. Il fenomeno della collusione

#### 3.6.1. Premessa

Quando gli stessi *bidder* partecipano a diverse aste c'è il rischio che tra le loro strategie nasca una sorta di coordinamento, cioè che essi definiscano una co-

mune strategia con riguardo ad alcune variabili (prezzo e/o quantità), allo scopo di massimizzare il loro profitto atteso congiunto e limitare la competizione tra i partecipanti. Se tale comportamento è esplicito, allora si dice che il gruppo di soggetti che partecipa all'accordo costituisce un "cartello" (o "ring").

Gli elementi comuni che caratterizzano le pratiche collusive possono essere come di seguito sintetizzati (L. PARISIO):

- i cartelli collusivi (*ring*) presentano una forma organizzativa stabile nel tempo;
- i *ring* mirano ad eliminare tra i loro membri una vera competizione, a danno del banditore e degli altri *bidder*;
- solo un membro del *ring* partecipa all'asta, a vantaggio dell'intera coalizione;
- i benefici della collusione sono ripartiti tra i membri del *ring*;
- i *ring* non presentano in genere ostacoli all'accettazione di nuovi affiliati;
- i *ring* cercano in tutti i modi di rimanere occulti.

Il banditore può rispondere strategicamente alla presenza di un *ring*, prevenendo ad esempio:

- *bids off the wall*;
- prezzi di riserva (pubblici o segreti);
- indagini giudiziarie.

Vi sono due modalità di collusione, che rispondono all'esigenza che l'accordo collusivo sia regolato da un meccanismo di funzionamento "interno" del cartello, esplicito o implicito:

- accordi collusivi deboli (o *weak cartel*);
- accordi collusivi forti (o *strong cartel*).

Si parla di meccanismo di funzionamento "interno" al cartello, in contrapposizione al funzionamento (proprio) dell'asta principale.

### 3.6.2. Gli accordi collusivi forti

#### 3.6.2.1. L'ipotesi di asta precedente a quella principale

Nel caso di *strong cartel*, il meccanismo collusivo può essere implementato tramite un'asta interna al cartello, che si svolge prima dell'asta principale, oppure tramite una *knock-out auction* che si svolge dopo l'asta principale.

Nella prima ipotesi, il *bidder* viene scelto sulla base della maggior valutazione e deve seguire nell'asta una strategia concordata dal *ring*. Perché l'accordo collusivo funzioni, occorre – quindi – che la valutazione di ogni partecipante al *ring* sia rivelata correttamente e che il rappresentante di quest'ultimo offra garanzie di fedeltà nella partecipazione all'asta principale.

Secondo la letteratura, un meccanismo collusivo efficiente deve essere tale da selezionare quale partecipante all'asta principale e quale vincitore il soggetto che esprime la massima valutazione del bene.

Evidentemente, il cartello partecipa all'asta soltanto nel caso in cui la valutazione massima è superiore alla base d'asta; in tal caso, il *bidder* selezionato partecipa all'asta principale e presenta un *bid* pari al minimo ammissibile, in tal modo favorendo la massimizzazione del *surplus* del cartello.

In caso di aggiudicazione, il *surplus* del cartello è dato dalla differenza fra la valutazione del *bidder* e il prezzo di aggiudicazione. I partecipanti al cartello ricevono ciascuno una quota identica del profitto da collusione, che – in un'asta non collusiva – non avrebbero ottenuto. Il banditore, per parte sua, subisce un danno – nella peggiore delle ipotesi – pari al *surplus*: infatti, il *surplus* generato dal *ring* va per una parte più o meno significativa a vantaggio dei *bidder* collusi.

L'allocazione determinata da un accordo collusivo forte è efficiente, poiché il bene viene in ogni caso attribuito al *bidder* che lo valuta di più. Inoltre, la partecipazione all'accordo collusivo costituisce una strategia dominante per i *bidder*, analoga a quella ottenuta nei giochi cooperativi.

### 3.6.2.2. *Il caso dell'asta interna successiva all'asta principale*

Nel caso di asta successiva, un qualsiasi rappresentante del cartello partecipa all'asta principale e – in assenza di competizione – ottiene il bene al prezzo di aggiudicazione, che si forma in asta. Successivamente si tiene l'asta *knock out* tra i collusi e il vincitore (di quest'ultima) paga lo stesso prezzo che avrebbe pagato in un'asta non-collusiva: la differenza tra questo prezzo e il prezzo di aggiudicazione viene ripartito uniformemente tra i collusi (compreso il vincitore).

### 3.6.3. *La collusione debole*

La collusione debole si ha nel caso di assenza di accordi espliciti tra i *bidder* e di trasferimenti monetari interni al cartello: la collusione debole, infatti, non prevede redistribuzione.

La collusione debole non realizza necessariamente un risultato efficiente, in quanto l'allocazione del bene può avvenire in capo ad un soggetto diverso rispetto a quello che esprime la massima valutazione del bene.

Essa, in ogni caso, riduce il prezzo di aggiudicazione, a danno del banditore.

### 3.6.4. *I fenomeni collusivi in modelli d'asta a valore comune*

Nel caso di asta a valore comune, la strategia fondamentale per il banditore consiste nella diffusione tra i *bidder* di tutte le informazioni utili a stimare il

valore – ignoto e identico per tutti – del bene: infatti, se tutti i segnali sono noti, le valutazioni individuali convergono tutte verso il medesimo valore. In tal modo, infatti, se da un lato non si determina – in capo al venditore – l'*extra*-profitto che deriverebbe dalla maledizione del vincitore, non si corre neppure il rischio di una contrazione eccessiva del *surplus* che conseguirebbe alla benedizione del vincitore.

Lo stesso risultato si otterrebbe – attraverso un *ring* – nel caso in cui tutti i *bidder* si accordassero per rivelare al cartello, attraverso un qualche meccanismo incentivante, i loro segnali privati. In tale ipotesi, infatti, la collusione garantirebbe una maggiore diffusione dell'informazione in asta ed il prezzo di aggiudicazione si avvicinerebbe ad una stima efficiente del suo valore. La collusione ridurrebbe inoltre, tra i partecipanti al cartello, il rischio della maledizione del vincitore.

### 3.6.5. Considerazioni di sintesi

Affinché l'accordo collusivo venga rispettato è necessario che i partecipanti al *ring* non abbiano benefici maggiori rinnegando l'accordo: uno (o più) di essi, infatti, potrebbe avere la tentazione di deviare unilateralmente dall'azione collusiva in modo da aumentare il proprio profitto. Un incentivo a mantenere l'accordo collusivo potrebbe essere la presenza di una "*punizione*" da parte degli altri partecipanti al cartello, tale da ridurre notevolmente il profitto del deviatore.

La letteratura si è spinta a valutare la *performance* delle varie procedure d'asta, in rapporto a fenomeni collusivi. Il giudizio comune è che la collusione sia più facilmente sostenibile con una procedura aperta rispetto ad una procedura chiusa: un'asta ascendente, infatti, permette al *ring* sia di inviare segnali già dalle prime offerte, sia di controllare molto più facilmente se un componente del cartello viola gli accordi. Inoltre scoraggia gli offerenti più deboli, diminuendo quindi il numero di partecipanti. Per contro, nell'asta chiusa la collusione tra gli offerenti è meno probabile (anche se possibile), perché i potenziali cartelli non possono sfruttare le informazioni dovute alla sequenzialità dell'asta, per controllare il comportamento di tutti i suoi membri.

Paradossalmente, un cartello forte ha effetti meno perniciosi sull'asta rispetto ad uno debole, ma è meno praticato in quanto è più facile da scoprire. I *bidder* tendono allora a preferire le forme implicite di collusione, che non assicurano profitti espliciti, ma che contengono il rischio della relativa emersione.

Il banditore può reagire attivamente alla presenza di un accordo collusivo, forte o debole che sia, incrementando il prezzo-base; in tal modo, egli riduce il *surplus* collusivo. Tale scelta, peraltro, potrebbe non vanificare l'efficacia del

cartello, ove quest'ultimo decidesse di non partecipare all'asta e di attendere eventuali bandi successivi.

Una seconda contromisura attuabile dal banditore in presenza di collusione consiste nella segretezza del prezzo di riserva (c.d. "*bidding off the wall*"): la presenza di una base d'asta ignota genera per i *bidder* la medesima situazione creata da un cartello incompleto e pone rilevanti problemi di coordinamento tra i collusi.

In ogni caso, la maggior parte degli autori ritiene preferibili – per contenere il rischio di accordi collusivi – le aste in busta chiusa rispetto a quelle aperte.

La legge vieta tali accordi, che danno luogo alla c.d. "*turbativa d'asta*" (*bid rigging*), in quanto ostacolano la formazione di un'effettiva concorrenza tra i partecipanti e avvicinano il mercato a una situazione di monopolio. La presenza di collusione ha, infatti, effetti dirompenti sull'efficacia del meccanismo d'asta: i *ring* limitano la concorrenza reciproca a danno dei *bidder* estranei e del venditore, che si vede costretto ad aggiudicare i beni ad un prezzo inferiore a quello che sarebbe generato da un modello competitivo.

Risulta, tuttavia, difficile provare l'esistenza di questi accordi con ragionevole certezza, ove si escludano le dichiarazioni spontanee delle persone coinvolte o le intercettazioni.

#### 4. Conclusioni

Nel progettare il meccanismo d'asta "*perfetto*" devono essere temperati due obiettivi apparentemente contrastanti e, cioè, l'efficienza paretiana e la massimizzazione del profitto per il venditore:

- con l'efficienza paretiana si ottiene un risultato "*Pareto efficiente*", ossia il bene viene assegnato alla persona che gli attribuisce la più alta valutazione;
- con la massimizzazione del profitto, invece, il venditore ottiene – per l'appunto – il massimo profitto possibile dalla vendita.

Poiché in assenza di collusioni, la procedura d'asta è efficiente – giacché assegna il bene al partecipante che vi attribuisce il massimo valore –, occorre individuare la procedura in grado di garantire al monopolista il massimo prezzo di vendita. A questo proposito la teoria economica ha evidenziato un risultato per certi versi sorprendente: sotto determinate condizioni vi è una totale equivalenza, dal punto di vista del prezzo atteso di vendita del bene tra tutte le aste appartenenti ad una classe molto ampia di procedure, comprendente – tra l'altro – le (quattro) procedure tradizionali sopra descritte.

Occorre, peraltro, precisare che la validità di questo risultato, noto tra gli

economisti come teorema di equivalenza del reddito e formulato per la prima volta da Vickrey nel 1961 (v. *supra*), richiede la presenza di ipotesi particolari sul contesto dell'interazione. In particolare, il teorema di equivalenza stabilisce che – qualora: *i*) valgano le ipotesi del modello *independent private values* (IPV); *ii*) i soggetti che formulano le offerte siano neutrali al rischio; *iii*) essi siano tra loro simmetrici e non appartengano, cioè, a classi distinte riconoscibili, rispetto alle quali sia possibile effettuare una qualche discriminazione – tutti i meccanismi d'asta efficienti (cioè quei meccanismi che assegnano il bene al soggetto che attribuisce ad esso il valore massimo) garantiscono al monopolista/venditore uno stesso reddito atteso.

Tutti i “*modelli-base*” presi in considerazione sono, dunque, tra loro equivalenti in termini di profitto per il banditore (pur sotto talune ipotesi). Ma è opportuno sottolineare che il risultato del teorema va oltre il semplice confronto tra tali procedure: l'equivalenza vale infatti per tutte le aste che assegnano il bene all'individuo che vi attribuisce il massimo valore, e in questa categoria rientrano anche forme d'asta che seguono regole anche insolite; anche se non tutte le aste sono “*revenue equivalent*”.

Ci si potrebbe interrogare se vi siano meccanismi d'asta che permettono al venditore di ottenere un prezzo maggiore rispetto a quello assicurato dai “*modelli-base*”.

Al proposito, vale la pena richiamare la c.d. “*asta di Vickrey modificata*”, in cui vince il maggior offerente e il vincitore paga il bene al prezzo medio fra le ultime due migliori offerte (G. COSTA). In tal caso, il prezzo atteso per il venditore potrebbe essere superiore a quello assicurato dall'asta all'inglese, in cui il prezzo di aggiudicazione è pari alla penultima valutazione maggiorata del rilancio minimo.

Ci si deve, da ultimo, interrogare se i diversi meccanismi d'asta sono “*truthful*” e, cioè, se i partecipanti hanno interesse a dichiarare la loro vera offerta; solo in tal caso, infatti, il meccanismo d'asta consente di selezionare il partecipante con la valutazione più alta.

Si dimostra che nell'asta di Vickrey, per ciascun offerente dichiarare la vera valutazione è una strategia dominante. Tale principio vale anche per le aste all'inglese se le valutazioni sono indipendenti e private. In questi tipi di asta, quindi, essere onesti è la miglior strategia.

Per contro, si dimostra che le aste di primo prezzo non sono “*truthful*”, in quanto l'utilità del partecipante dipende dalla propria offerta e se dichiara la sua vera valutazione non ottiene un *surplus*; quindi, tende a fare un'offerta inferiore alla sua valutazione. L'offerta ottimale di ciascun partecipante dipende, quindi, dalle sue credenze sulla valutazione degli altri giocatori.

Si può, quindi, ritenere che il meccanismo d'asta utilizzato nelle vendite

competitive garantisca – almeno in teoria – l’efficienza paretiana e la massimizzazione del profitto per il venditore, e – nel contempo – si tratti di meccanismo “*truthful*”.

Il problema rimane, dunque, quello di evitare collusioni.

In generale, come si è detto, i rischi di collusione sono tanto minori quanto più elevato è il numero dei partecipanti, per altro verso, la presenza di un mercato secondario aumenta la probabilità e l’efficacia delle pratiche collusive.

Gli effetti della collusione possono essere ridotti attraverso un’attenta determinazione del prezzo-base: infatti, innalzando quest’ultimo sino alla soglia della migliore valutazione si riduce il *surplus* del cartello.

Il venditore, tuttavia, non conosce le valutazioni dei partecipanti e non sa quanto sono disposte a pagare: se fissasse un prezzo troppo alto, potrebbe non partecipare alcun *bidder*; per contro, se fissasse un prezzo troppo basso, il meccanismo collusivo dispiegherebbe tutta la sua efficacia e il banditore si vedrebbe costretto a vendere il bene a molto meno del suo valore.

Il venditore dovrebbe, quindi, chiedere preventivamente ai partecipanti quanto sono disposti a pagare, ma questi ultimi potrebbero mentire per manipolare il meccanismo e guadagnare il *surplus*.

Si potrebbe, allora, adottare il meccanismo previsto per le vendite competitive, prevedendo una fase prodromica con offerta in busta chiusa, ma senza rivelare anticipatamente il prezzo di riserva (c.d. “*bidding off the wall*”), ammettendo poi alla gara soltanto i partecipanti che offrono un prezzo almeno pari a quest’ultimo. La presenza di una base d’asta ignota genera per i *bidder* la medesima situazione creata da un cartello incompleto e pone rilevanti problemi di coordinamento tra i collusi.

In tal modo, da un lato si conterrebbero gli effetti di accordi collusivi e dall’altro si indurrebbero i partecipanti a dichiarare la vera valutazione. Infatti, uno degli obiettivi che il banditore delle procedure competitive deve ottenere, al fine di massimizzare il profitto per la procedura, è che per gli acquirenti dichiarare la propria vera valutazione sia una strategia dominante (*truthful mechanism*, su cui v. *supra*).

Nella seconda fase, si potrebbe poi adottare la c.d. “*asta di Vickrey modificata*” (v. *supra*), in modo da garantire al banditore un prezzo di aggiudicazione superiore a quello assicurato dall’asta all’inglese.

Nel caso di asta privata, il banditore potrebbe, anche, introdurre tra i partecipanti alcuni suoi emissari (*phantom bidder*), per creare una competizione fittizia e innalzare il prezzo di aggiudicazione.

Ma la progettazione di meccanismi d’asta (c.d. “*Mechanism Design*” della Teoria dei giochi, che consiste nel trovare un buon sistema di regole e incentivi) potrebbe spingersi alla considerazione di ulteriori obiettivi: *i*) massimizza-

re il guadagno (*revenue*); *ii*) massimizzare la somma delle utilità ottenute da tutti i partecipanti (*social welfare*); *iii*) massimizzare l'equità (*fairness*); gli scopi elementari di questa trattazione impediscono tuttavia di svolgere un esame anche soltanto sommario degli stessi.

Da ultimo, ci si deve interrogare se le aste telematiche favoriscano ovvero compromettano il raggiungimento degli obiettivi sopra indicati. Ferme restando tutte le considerazioni in ordine al modello ottimale, si deve forse ritenere che la presentazione delle offerte da remoto possa favorire la collusione, giacché tutti i *bidder* partecipanti al *ring* sarebbero messi in condizione di controllare il *bidder* partecipante e controllarsi a vicenda, evitando così anche il rischio di deviazioni.

Per contro, c'è forse da considerare la circostanza che l'efficacia di tale controllo presupporrebbe un cartello perfettamente organizzato, in cui i collusi si impegnano a partecipare all'asta da un unico terminale; il che costituisce un'ipotesi inverosimile.

In definitiva, si deve ritenere che i vantaggi delle aste telematiche (celerità, ampia partecipazione, ecc.) facciano premio sul rischio – peraltro, piuttosto remoto – di collusioni fra i partecipanti.