

AperTO - Archivio Istituzionale Open Access dell'Università di Torino

La matrice processi-contenuti nell'analisi delle aree di criticità dei risultati in Matematica di PISA 2012

This is the author's manuscript

Original Citation:

Availability:

This version is available <http://hdl.handle.net/2318/1621849> since 2022-07-05T16:59:42Z

Publisher:

Franco Angeli

Terms of use:

Open Access

Anyone can freely access the full text of works made available as "Open Access". Works made available under a Creative Commons license can be used according to the terms and conditions of said license. Use of all other works requires consent of the right holder (author or publisher) if not exempted from copyright protection by the applicable law.

(Article begins on next page)

**CALL FOR PAPER PER UNA PUBBLICAZIONE DI APPROFONDIMENTO
SUI TEMI RELATIVI AL PISA 2012**

**AREE DI CRITICITA' NELLA COMPETENZA MATEMATICA:
TENDENZE EMERGENTI IN ITALIA E
NELLE REGIONI OBIETTIVO CONVERGENZA**

1. SCOPO E STRUTTURA DELL'ARTICOLO

Sulla base delle tabelle relative ai risultati nazionali si intende fornire un approfondimento sulle differenze di risultato nelle quattro regioni obiettivo convergenza (Puglia, Calabria, Campania, Sicilia) attraverso un incrocio tra le dimensioni di processo (formulare, utilizzare, interpretare) e gli ambiti di contenuto (quantità, spazio e forma, cambiamento e relazioni, incertezza e dati), finalizzato ad individuare le aree più critiche emergenti dai dati in relazione allo sviluppo della competenza matematica negli studenti quindicenni. Il riferimento chiave su cui sviluppare l'analisi è il framework PISA relativo alla competenza matematica, con particolare riferimento alle relazioni tra i macro-processi chiave e gli ambiti di contenuto, le quali forniscono una chiave interpretativa molto feconda per un approfondimento degli apprendimenti orientato verso lo sviluppo di una competenza.

Nei contesti formativi, infatti, l'analisi della competenza vista come interconnessione tra la manifestazione di processi (cognitivi, metacognitivi, affettivi, relazionali) e la padronanza di aree di contenuto incontra sempre maggiore attenzione, come mostrano i quadri di riferimento delle indagini internazionali e recenti riforme dei documenti programmatici e dei sistemi di valutazione in diversi paesi (vd., ad esempio, il progetto Harnos in corso di realizzazione nella Confederazione elvetica). Il modello proposto può rappresentare una chiave di lettura trasferibile anche su una scala più ampia, ad esempio per un confronto tra regioni a livello nazionale o tra paesi a livello internazionale, ma potenzialmente vitale anche su una scala più ridotta, ad esempio per un'analisi dei dati PISA in funzione del miglioramento della didattica a livello di singola scuola. Nel contributo, alla luce dell'analisi proposta sulle quattro regioni obiettivo convergenza, si forniranno alcune indicazioni utili per l'approfondimento degli sviluppi indicati.

2. IL QUADRO DI RIFERIMENTO DI MATEMATICA IN PISA 2012

Il quadro di riferimento PISA 2012 ha lo scopo di rendere più chiari ed espliciti i componenti in gioco nella matematica per studenti quindicenni e di assicurare che i quesiti proposti si inseriscano in contesti autentici e significativi (PISA 2013). Il ciclo matematico, utilizzato nelle edizioni precedenti del PISA, per descrivere gli stadi percorsi dal soggetto nel risolvere problemi contestualizzati rimane un aspetto chiave di PISA 2012. Esso è strutturato intorno a tre componenti: i **processi** matematici e le capacità matematiche fondamentali alla base di tali processi; il modo in cui il contenuto di sapere matematico è organizzato in PISA 2012 e i **contenuti** di conoscenza che sono rilevanti per studenti di 15 anni; i **contesti** nei quali gli studenti dovranno affrontare le sfide matematiche.

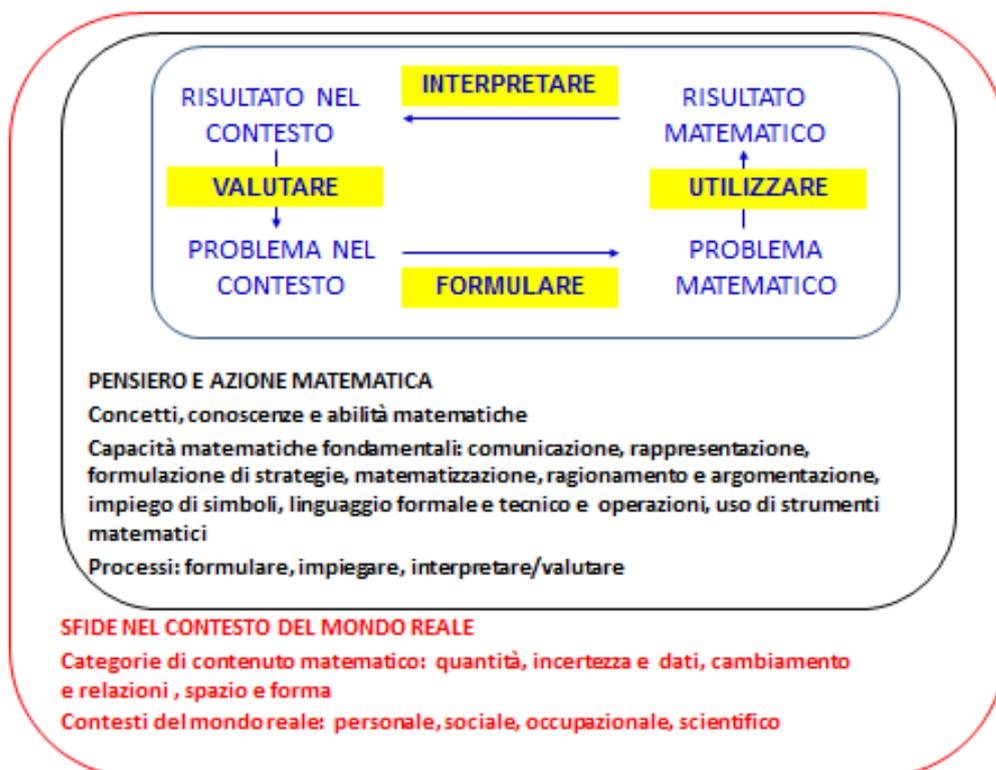
La literacy matematica è la capacità di un individuo di formulare, impiegare e interpretare la matematica in una varietà di contesti. Essa comprende il ragionamento matematico e l'utilizzo di concetti matematici, le procedure, i fatti e gli strumenti per descrivere, spiegare e prevedere fenomeni. Essa assiste i soggetti a riconoscere il ruolo che la matematica gioca nel mondo e a fondare il giudizio e le decisioni necessarie a cittadini attivi, coinvolti e riflessivi.

Il focus sul linguaggio nella definizione di literacy matematica comporta un coinvolgimento attivo nella matematica ed è inteso ad inquadrare il ragionamento matematico e l'utilizzo di concetti, procedure, fatti e strumenti per descrivere, spiegare e prevedere fenomeni. In particolare, i verbi

'formulare' 'impiegare' e 'interpretare' richiamano i tre processi in cui gli studenti sono coinvolti in quanti attivi risolutori di problemi. **Formulare** implica l'individuazione delle opportunità per applicare e utilizzare la matematica; richiede di essere in grado di prendere una situazione data e trasformarla in una forma suscettibile di trattamento matematico, fornendo la struttura matematica e le relative rappresentazioni, identificando le variabili utili alla risoluzione della situazione problematica. **Impiegare** implica l'applicazione del ragionamento matematico e l'utilizzo di concetti, procedure, fatti e strumenti matematici per ricavare una soluzione matematica; esso richiede l'esecuzione di calcoli, la manipolazione di espressioni algebriche ed equazioni o altri modelli matematici, l'analisi delle informazioni attraverso diagrammi e grafici, lo sviluppo di descrizioni e spiegazioni matematiche e l'impiego di strumenti matematici per risolvere i problemi. **Interpretare** implica la riflessione in merito alle soluzioni e ai risultati matematici e la loro contestualizzazione in rapporto alla situazione proposta; esso richiede di valutare le soluzioni o i ragionamenti matematici in relazione al contesto del problema e di determinare se i risultati sono ragionevoli e hanno senso nella specifica situazione.

La Figura 1 mostra una panoramica dei principali costrutti utilizzati nel quadro di riferimento e illustra le loro reciproche relazioni. La cornice più esterna mostra che la literacy matematica si esplica nel contesto di una **sfida** o di un **problema che nasce dal mondo reale**. Le sfide sono caratterizzate in due modi: le categorie di contesto, che identificano le aree della vita reale da cui i problemi traggono origine. Il contesto può essere di natura personale, in relazione a problemi o sfide che potrebbero incontrarsi nella vita individuale, familiare o del gruppo dei pari. Il problema potrebbe essere invece inserito in un contesto sociale - in riferimento ad una comunità locale, nazionale o globale - occupazionale - in riferimento al mondo del lavoro - o scientifico - in riferimento all'applicazione della matematica al mondo naturale e tecnologico-. Un problema è anche caratterizzato dalla natura del fenomeno matematico sottostante la situazione sfidante. Le quattro categorie di contenuto matematico identificano ampie classi di fenomeni creati dal sapere matematico: quantità, incertezza e dati, cambiamento e relazioni e spazio e forma.

Fig. 1 Competenza matematica: framework PISA 2012



Per risolvere tali problemi contestualizzati, gli individui devono applicare il **pensiero e l'azione matematica** alla situazione sfidante e il quadro di riferimento precisa ciò in tre modi differenti:

- riconoscendo la necessità dell'individuo di attingere a una varietà di concetti, conoscenze e abilità durante il proprio lavoro; questo sapere matematico è attinto mentre l'individuo rappresenta e comunica la matematica elabora strategie, ragionamenti, argomenti e così via;
- descrivendo le azioni matematiche nei termini di sette fondamentali capacità matematiche;
- prevedendo l'attivazione in successione e/o simultanea di queste capacità matematiche nel lavoro matematico, attraverso la formulazione del problema, l'impiego di concetti o procedure matematiche o l'interpretazione delle soluzioni raggiunte.

La rappresentazione visiva del **ciclo matematico** nella cornice più interna rappresenta una versione idealizzata e semplificata degli stadi attraverso cui un risolutore di problemi si muove quando mette in gioco la literacy matematica. Il punto d'avvio è il "problema nel contesto"; il soggetto cerca di identificare i risvolti matematici presenti nella situazione problematica e di formulare la situazione in termini matematici sulla base dei concetti e delle relazioni identificate e delle assunzioni che si è dato. In tal modo il risolutore trasforma il "problema nel contesto" in un "problema matematico" suscettibile di trattamento matematico. La freccia rivolta verso l'alto illustra il lavoro intrapreso dal risolutore su concetti, procedure, fatti e strumenti matematici per ottenere "risultati matematici"; questa fase generalmente richiede il ragionamento matematico, la manipolazione, la trasformazione e il calcolo. Successivamente i "risultati matematici" richiedono di essere interpretati in relazione alla situazione problematica di partenza ("risultati nel contesto"). Ciò richiede al risolutore di interpretare, applicare e valutare gli esiti matematici e di riconoscerne la ragionevolezza nel contesto di un problema reale. Questi processi di formulazione, impiego e interpretazione sono componenti chiave del ciclo proposto e della definizione di literacy matematica; essi attingono alle capacità matematiche fondamentali che, a loro volta, rinviano alle conoscenze matematiche del soggetto.

Il ciclo di modellizzazione è un aspetto centrale della concezione degli studenti come attivi risolutori di problemi; tuttavia, non è sempre necessario passare attraverso ciascuno stadio del ciclo, specialmente nel contesto di una prova di valutazione. Succede spesso che parti significative del ciclo di modellizzazione sono state intraprese da altri e al risolutore è chiesto di svolgere solo alcuni passaggi.

Ai fini della valutazione, la definizione di literacy matematica nel PISA 2012 può essere analizzata nei termini di tre aspetti interrelati :

- i processi matematici che descrivono ciò che gli individui fanno per collegare il contesto del problema con la matematica e quindi risolvere il problema e le capacità che sottendono tali processi;
- i contenuti matematici che sono richiesti per la risoluzione del quesito;
- i contesti in cui i quesiti valutativi sono collocati.

L'indagine PISA 2012 riporta i risultati in relazione ai processi matematici e questa struttura fornirà categorie utili e politicamente rilevanti per la loro interpretazione. Le categorie impiegate per il report sono le seguenti:

- formulare situazioni in chiave matematica;
- impiegare concetti, fatti, procedure e ragionamento matematico;
- interpretare, applicare e valutare i risultati matematici.

I risultati dell'indagine PISA per il processo "formulare" indicano quanto gli studenti siano in grado di riconoscere e identificare le opportunità per utilizzare la matematica in situazioni problematiche e, di conseguenza, fornire le necessarie strutture matematiche per formulare il problema

contestualizzato in forma matematica. I risultati dell'indagine PISA per il processo “impiegare” indicano quanto gli studenti sono in grado di eseguire calcoli e manipolazioni e applicare i concetti e le conoscenze che possiedono per arrivare a una soluzione matematica di un problema formulato matematicamente. I risultati dell'indagine PISA per il processo “interpretare” indicano come gli studenti sono in grado di riflettere sulle soluzioni o conclusioni matematiche, interpretarle nel contesto di un problema del mondo reale e determinare se i risultati o le conclusioni sono ragionevoli.

Un decennio di esperienza nello sviluppo dei quesiti PISA e nell'analisi dei modi con cui gli studenti rispondono ha rivelato che vi è un insieme di capacità matematiche fondamentali alla base dei processi indicati e della literacy matematica. La crescente attivazione delle capacità matematiche fondamentali è associata con l'aumento della difficoltà dell'item. Questa osservazione è stata usata come base per la descrizione di differenti livelli di competenza nella literacy matematica. Le sette capacità matematiche fondamentali utilizzati in questo quadro di riferimento sono le seguenti :

- **Comunicazione:** la literacy matematica comporta la comunicazione. L'individuo percepisce l'esistenza di qualche sfida ed è stimolato a riconoscere e comprendere una situazione problematica. Leggere, decodificare e interpretare affermazioni, domande, compiti od oggetti consente all'individuo di formarsi un modello mentale della situazione, che rappresenta un passo importante per la comprensione, chiarificazione e formulazione del problema. Durante il processo risolutivo, può essere necessario sintetizzare e presentare risultati intermedi. Infine, una volta che è stata trovata una soluzione, il risolutore può aver bisogno di presentare la soluzione e, in taluni casi, di spiegarla e giustificarla agli altri.
- **Matematizzazione:** la literacy matematica può comportare la trasformazione di un problema definito nel mondo reale in una forma strettamente matematica (che può includere strutturare, concettualizzare, fare ipotesi e/o formulare un modello), interpretare o valutare un risultato matematico o un modello matematico in relazione al problema originario. Il termine "matematizzazione" è usato per descrivere le attività matematiche fondamentali implicate.
- **Rappresentazione:** la literacy matematica comporta molto frequentemente rappresentazioni di oggetti e situazioni matematiche. Questo può richiedere di selezionare, interpretare, trasporre e utilizzare una varietà di rappresentazioni per “catturare” una situazione, interagire con un problema o presentare il proprio lavoro. Le rappresentazioni possono richiedere l'uso di grafici, tavole, diagrammi, immagini, equazioni, formule e materiali concreti.
- **Ragionamento e argomentazione:** una abilità matematica che viene messa in gioco in tutte le varie fasi e attività associate alla literacy matematica riguarda il ragionamento e l'argomentazione. Questa capacità comporta logicamente processi di pensiero che esplorano e collegano gli elementi di un problema, fanno inferenze, controllano una giustificazione data o forniscono una giustificazione di affermazioni o soluzioni di problemi.
- **Elaborazione di strategie per risolvere i problemi:** la literacy matematica spesso richiede l'elaborazione di strategie per risolvere i problemi in chiave matematica. Questo comporta una serie di processi di controllo che guidano un individuo nel riconoscere, formulare e risolvere problemi. Questa abilità si caratterizza come selezione o elaborazione di un piano o una strategia per utilizzare la matematica per risolvere problemi derivanti da un compito o un contesto, ma anche come guida per la sua attuazione. Questa capacità matematica può essere necessaria in una qualsiasi delle fasi del processo di problem solving.
- **Utilizzare i simboli, il linguaggio tecnico e le operazioni:** la literacy matematica richiede l'uso di simboli, di linguaggio tecnico e formale e di operazioni. Ciò comporta la comprensione, interpretazione, manipolazione e uso di espressioni simboliche entro un contesto matematico (comprese le espressioni e operazioni aritmetiche) governate da convenzioni e regole

matematiche. Implica anche la comprensione e l'utilizzo di costrutti formali basati su definizioni, regole e sistemi formali e anche l'uso di algoritmi con tali entità. I simboli, le regole e i sistemi usati variano in relazione ai particolari contenuti di conoscenza necessari per formulare, risolvere o interpretare uno specifico compito matematico.

- Utilizzo di strumenti matematici: le capacità matematiche soggiacenti la literacy matematica usano, per estrinsecarsi, strumenti matematici. Questi comprendono strumenti fisici, come strumenti di misura, calcolatori e programmi basati sul computer che stanno diventando sempre più disponibili. Tale capacità implica la conoscenza e il saper usare i vari strumenti che possono assistere l'attività matematica ed essere consapevoli dei limiti di tali strumenti. Gli strumenti matematici possono assumere anche un ruolo importante nella comunicazione dei risultati; l'introduzione di prove basate sul computer in PISA 2012, in alternativa a quelle tradizionali su carta, fornisce maggiori opportunità di utilizzare gli strumenti matematici e consente di apprezzare il modo in cui tali strumenti vengono impiegati.

Queste funzionalità sono evidenti a vari livelli in ciascuno dei tre processi matematici, nei modi descritti dalla Tav. 1.

Tav. 1 Relazioni fra processi matematici e capacità matematiche fondamentali

	FORMULARE SITUAZIONI MATEMATICAMENTE	IMPIEGARE CONCETTI, FATTI, PROCEDURE E RAGIONAMENTI MATEMATICI	INTERPRETARE, APPLICARE E VALUTARE RISULTATI MATEMATICI
COMUNICAZIONE	Leggere, decodificare e attribuire senso ad affermazioni, domande, compiti, oggetti, immagini o animazioni (nell'accertamento basato sul computer) allo scopo di formarsi un modello mentale della situazione	Articolare una soluzione, mostrare il lavoro implicato nel ricercare una soluzione e/o sintetizzare e presentare risultati intermedi	Elaborare e comunicare spiegazioni e argomenti nel contesto del problema
MATEMATIZZAZIONE	Identificare le variabili e strutture matematiche soggiacenti a problemi del mondo reale e stabilire assunzioni che consentono il loro uso	Usare la comprensione del contesto per guidare o indirizzare il processo risolutivo, per esempio lavorando a un livello di accuratezza appropriato al contesto	Comprendere le possibilità e i limiti di una soluzione matematica conseguenti al modello matematico impiegato
RAPPRESENTAZIONE	Creare una rappresentazione matematica delle informazioni del mondo reale	Attribuire senso, collegare e utilizzare una varietà di rappresentazioni che interagiscono con un problema	Interpretare i risultati matematici in una varietà di formati in relazione alla situazione e all'uso; comparare e valutare due o più rappresentazioni in relazione a una situazione
RAGIONAMENTO E ARGOMENTAZIONE	Spiegare, difendere o fornire una giustificazione per rappresentazioni	Spiegare, difendere o fornire una giustificazione di processi e procedure	Riflettere su soluzioni matematiche e creare spiegazioni o argomenti che supportano,

	identificate o elaborate di situazioni del mondo reale	impiegati per determinare un risultato o una soluzione matematica. Connettere pezzi di informazione per arrivare a una soluzione matematica, fare generalizzazioni o creare un'argomentazione articolata	rifiutano o qualificano una soluzione matematica per un problema contestualizzato
FORMULAZIONE DI STRATEGIE PER RISOLVERE PROBLEMI	Selezionare o formulare un piano o una strategia per ristrutturare matematicamente problemi contestualizzati	Attivare meccanismi di controllo efficaci e funzionali attraverso una procedura multi-passo che conduce a una soluzione, conclusione o generalizzazione matematica	Elaborare e implementare una strategia per interpretare, valutare e validare una soluzione matematica a un problema contestualizzato
USO DI LINGUAGGIO E OPERAZIONI SIMBOLICHE, FORMALI E TECNICHE	Usare variabili, simboli, diagrammi e modelli standard appropriati per rappresentare un problema del mondo reale usando un linguaggio simbolico/formale	Comprendere e utilizzare costrutti formali basati su definizioni, regole e sistemi formale, come pure impiegare algoritmi	Comprendere le relazioni fra il contesto del problema e la rappresentazione della soluzione matematica. Usare questa comprensione per aiutare a interpretare la soluzione nel contesto e riconoscere la fattibilità e i possibili limiti della soluzione
USO DI STRUMENTI MATEMATICI	Usare gli strumenti matematici per riconoscere le strutture matematiche o rappresentare relazioni matematiche	Conoscere e saper usare in modo appropriato i vari strumenti che posso-no supportare nei processi di implementazione e nelle procedure per determinare soluzioni matematiche	Usare gli strumenti matematici per accertare la ragionevolezza di una soluzione matematica e alcuni vincoli e limiti di quella soluzione, dato il contesto del problema

Per quanto riguarda i contenuti matematici in PISA 2012 vengono proposte quattro categorie che includono la gamma dei contenuti matematici che sono centrali per la disciplina e illustrano l'ampia area di contenuti che guidano lo sviluppo dei quesiti valutativi:

- cambiamento e relazioni;
- spazio e forma;
- quantità;
- incertezza e dati.

Con queste quattro categorie, il dominio matematico può essere organizzato in modo da assicurare una diffusione di item sull'intera gamma di saperi e concentrarsi sui più importanti fenomeni matematici ma, allo stesso tempo, evitare divisioni troppo analitiche che rischierebbero di compromettere il focus su problemi matematici sfidanti basati su situazioni reali.

Il seguente elenco di tematiche viene utilizzato in PISA 2012 per incontrare le tendenze dello sviluppo storico della disciplina, assicurare la copertura del dominio matematico e dei fenomeni ad esso collegati, riflettere i principali filoni dei curricula scolastici; molti dei concetti proposti risultano centrali per tutte e quattro le categorie di contenuto proposte e rafforzano la coerenza della matematica come disciplina. Esso intende illustrare i contenuti principali affrontati in PISA 2012:

- Funzioni: il concetto di funzione, riferito ma non limitato a funzioni lineari, le loro proprietà e una varietà di loro descrizioni e rappresentazioni. Le rappresentazioni comunemente usate sono verbali, simboliche, tabellari e grafiche;
- Espressioni algebriche : interpretazione verbale e manipolazione di espressioni algebriche, che coinvolgono numeri, simboli, operazioni aritmetiche, potenze e radici semplici;
- Equazioni e disequazioni : equazioni e disequazioni lineari e correlate, semplici equazioni di secondo grado e metodi di soluzione analitici e non analitici;
- Sistemi di coordinate: rappresentazione e descrizione di dati, posizioni e relazioni;
- Relazioni entro e tra oggetti geometrici in due e tre dimensioni: i rapporti statici come connessioni algebriche tra gli elementi di figure (ad esempio, il teorema di Pitagora per definire il rapporto tra le lunghezze dei lati di un triangolo rettangolo), posizioni relative , somiglianze e congruenze e relazioni dinamiche che coinvolgono trasformazioni e movimento di oggetti , così come corrispondenze tra oggetti bi- e tri-dimensionali;
- Misura: quantificazione delle caratteristiche di e tra forme e oggetti, come le misure angolari, di distanza , di lunghezza, perimetro , circonferenza , area e volume;
- Numeri e unità : concetti, rappresentazioni di numeri e sistemi numerici, comprese le proprietà dei numeri interi e razionali, aspetti rilevanti di numeri irrazionali , nonché quantità e unità riferite a fenomeni come tempo, denaro , peso, temperatura , distanza, area e volume, e quantità derivate e le loro descrizioni numeriche;
- Operazioni aritmetiche : la natura e le proprietà di queste operazioni e i simboli convenzionali correlati;
- Percentuali , rapporti e proporzioni : descrizione numerica della grandezza relativa e applicazione delle proporzioni e del ragionamento proporzionale per risolvere problemi;
- Fondamenti computazionali : combinazioni semplici e permutazioni;
- Stima: approssimazione di quantità ed espressioni numeriche guidate dallo scopo, comprese cifre significative e arrotondamenti;
- Raccolta dei dati , rappresentazione e interpretazione: natura , genesi e la raccolta di vari tipi di dati e i differenti modi per rappresentarli e interpretarli;
- Variabilità dei dati e sua descrizione: concetti come la variabilità, distribuzione e tendenza centrale di un insieme di dati e modi per descriverli e interpretarli in termini quantitativi;
- Campioni e campionamento : concetti di campione e di campionamento da popolazioni di dati, incluse semplici inferenze basate sulle proprietà dei campioni;
- Caso e probabilità: nozione di eventi casuali, variazione casuale e sua rappresentazione, possibilità e frequenza di eventi e gli aspetti fondamentali del concetto di probabilità.

Un altro aspetto importante della literacy matematica è che la matematica è impegnata a risolvere un problema ambientato in un contesto, inteso come aspetto del mondo di un individuo in cui i problemi sono posti. La scelta di una strategia e rappresentazione matematica appropriata è spesso dipendente dal contesto in cui sorge un problema. Ai fini della literacy matematica, quattro

categorie di contesto sono state definite e utilizzate per classificare gli item sviluppati per l'indagine PISA :

- **Personale:** problemi classificati nella categoria personale si focalizzano sulle attività per se stessi, per la propria famiglia o per il gruppo dei pari . I tipi di contesti che possono essere considerati personale includono (ma non sono limitati a) quelli connessi alla preparazione del cibo, shopping, giochi , salute personale, trasporto, sport , viaggi , programmazione e finanza personale .
- **Occupazionale:** i problemi classificati nella categoria contesto occupazionale sono incentrati sul mondo del lavoro . Gli item categorizzati come occupazionali possono comportare (ma non sono limitati a) aspetti quali misurazione , costo e ordine di materiali per l'edilizia , paghe/contabilità , controllo di qualità , pianificazione / inventario, design / architettura e decisioni correlate al lavoro. I contesti occupazionali possono riguardare qualsiasi livello della forza lavoro , dal lavoro non qualificato ai più alti livelli di lavoro professionale, anche se gli item del PISA devono essere accessibili a studenti quindicenni.
- **Sociale:** i problemi classificati nel contesto sociale si focalizzano sulla comunità (locale, nazionale o globale). Essi possono comportare (ma non sono limitati a) aspetti come sistemi di voto , trasporti pubblici, governo, politiche pubbliche, demografia , pubblicità, statistiche nazionali ed economia. Anche se gli individui sono coinvolti in tutte queste cose in modo personale, nella categoria contesto sociale il focus dei problemi è sulla prospettiva comunitaria.
- **Scientifico:** i problemi classificati nella categoria scientifica riguardano l' applicazione della matematica al mondo naturale e questioni e argomenti legati alla scienza e alla tecnologia. Particolari contesti possono includere (ma non sono limitati a) aree come meteo o clima , ecologia , medicina , scienza spaziale , genetica , misurazione e il mondo stesso della matematica.

3. LA MATRICE IN AZIONE: CHIAVI DI LETTURA

Sulla base delle categorie proposte dal quadro di riferimento PISA 2012 è possibile rappresentare l'apprendimento in matematica esplorato attraverso l'indagine con una matrice che incrocia i quattro ambiti di contenuto con i tre macro-processi (cfr. Castoldi, 2014). In questa sezione discuteremo più nel dettaglio le categorie presenti nella matrice (vd. Tav. 2).

Tav. 2 Competenza matematica PISA 2012: matrice processi/contenuti

ambiti di contenuto macro-processi	CAMBIAMENTO E RELAZIONI	INCERTEZZA E DATI	SPAZIO E FORME	QUANTITA'
FORMULARE				
UTILIZZARE				
INTERPRETARE				

La parola "**formulare**" nella definizione di literacy matematica si riferisce alla capacità degli individui di riconoscere e identificare le opportunità di utilizzare la matematica e quindi fornire struttura matematica a problemi presentati in forma contestualizzata. Nel processo di formulazione delle situazioni in chiave matematica, gli individui determinano come possono usare la matematica per analizzare, impostare e risolvere un problema. Essi traducono da un ambiente reale al dominio della matematica e forniscono al problema del mondo reale una struttura matematica e una rappresentazione matematica. Essi ragionano intorno ai vincoli e alle assunzioni del problema. In particolare questo processo di formulare situazioni in chiave matematica include le seguenti attività:

- identificare gli aspetti matematici di un problema situato in un contesto del mondo reale e individuare le variabili significative ;
- riconoscere la struttura matematica (comprese regolarità , relazioni e modelli in problemi o situazioni ;
- semplificare una situazione o problema in modo da renderlo suscettibile di analisi matematica ;
- individuare i vincoli e le assunzioni che stanno dietro qualsiasi modello matematico e le semplificazioni emergenti dal contesto ;
- rappresentare una situazione in chiave matematica , utilizzando variabili, simboli, diagrammi e modelli standard appropriati;
- rappresentare un problema in modo diverso , incluso l'organizzarlo in accordo ai concetti matematici e formulare le assunzioni appropriate;
- comprendere e spiegare le relazioni tra il linguaggio specifico e contestuale di un problema e il linguaggio simbolico e formale necessario per rappresentarlo matematicamente;
- tradurre un problema in linguaggio o rappresentazione matematica;
- riconoscere gli aspetti di un problema che corrispondono a problemi noti o concetti, conoscenze o procedure matematiche;
- utilizzare la tecnologia (come un foglio di calcolo o la lista di riepilogo in una calcolatrice grafica) per rappresentare una relazione matematica insita in un problema contestualizzato.

Il termine “**impiegare**” nella definizione di literacy matematica si riferisce alla capacità dei soggetti di applicare concetti, conoscenze, procedure e ragionamenti per risolvere problemi formulati matematicamente. In tale processo gli individui eseguono le procedure matematiche necessarie per ricavare risultati e trovare soluzioni matematiche (per esempio eseguire calcoli aritmetici, risolvere equazioni , operare deduzioni logiche da ipotesi matematiche , eseguire manipolazioni di simboli, ricavare informazioni matematiche da tabelle e grafici , rappresentare e manipolare forme nello spazio, analizzare dati). Essi lavorano su un modello della situazione problematica, stabiliscono regolarità, identificano le connessioni tra entità matematiche, creano argomenti matematici. In particolare questo processo di impiego di concetti, conoscenze, procedure e ragionamento matematici include le seguenti attività:

- elaborare e attuare strategie per la ricerca di soluzioni matematiche ;
- utilizzare strumenti matematici , tra cui la tecnologia, per aiutare a trovare soluzioni esatte o approssimate;
- applicare conoscenze, regole , algoritmi e strutture matematiche per la ricerca di soluzioni ;
- manipolare numeri, dati e informazioni in forma grafica e statistica, espressioni algebriche ed equazioni e rappresentazioni geometriche ;
- costruire diagrammi, grafici e costruzioni matematiche ed estrarre informazioni matematiche da loro;
- usare differenti soluzioni e passare dall'una all'altra nel processo di ricerca di una soluzione;
- operare generalizzazioni basate sui risultati dell'applicazione di procedimenti matematici di trovare soluzioni;
- riflettere su argomenti matematici e spiegare e giustificare i risultati matematici.

Il termine "**interpretare**" utilizzato nella definizione di literacy matematica si concentra sulla capacità degli individui di riflettere intorno alle soluzioni matematiche, ai risultati o alle conclusioni e interpretarli nel contesto dei problemi della vita reale . Ciò richiede di tradurre soluzioni o

ragionamenti matematici nel contesto di un problema e determinare se i risultati sono ragionevoli e hanno senso nel contesto del problema. Questa categoria comprende sia "Interpretare " che " valutare ". I soggetti impegnati in questo processo possono essere chiamati a costruire e comunicare spiegazioni e argomenti nel contesto del problema, riflettendo sia sul processo di modellizzazione sia sui suoi risultati . In particolare , questo processo di interpretazione, applicazione e valutazione dei risultati matematici comprende attività quali:

- interpretare un risultato matematico nel contesto del mondo reale;
- valutare la ragionevolezza di una soluzione matematica nel contesto di un problema del mondo reale ;
- comprendere il reale impatto sul mondo reale degli esiti e dei calcoli di una procedura o modello matematici allo scopo di formulare giudizi contestuali in merito a come i risultati potrebbero essere regolati o applicati ;
- spiegare perché un risultato o una conclusione matematici conferisca o meno senso al contesto di un problema;
- comprendere la portata e i limiti dei concetti matematici e delle soluzioni matematiche;
- criticare e identificare i limiti del modello utilizzato per risolvere un problema.

L'espressione "**Cambiamento e relazioni**" parte dalla constatazione che i mondi naturali e artificiali mostrano una moltitudine di relazioni temporanee e permanenti tra gli oggetti e le circostanze , in cui i cambiamenti avvengono all'interno di sistemi di oggetti correlati o di situazioni in cui gli elementi si influenzano l'uno con l'altro. In molti casi questi cambiamenti si verificano nel corso del tempo, in altri casi i cambiamenti di un oggetto o una quantità sono correlati ai cambiamenti di in un altro oggetto o quantità. Alcune di queste situazioni implicano cambiamenti discreti, altre cambiamenti continui; alcune relazioni sono di natura permanente o invariante.

Essere più alfabetizzati circa i cambiamenti e le relazioni comporta la comprensione di tipi di cambiamento fondamentali e la possibilità di riconoscere quando essi occorrono attraverso modelli matematici adatti a descrivere e predire i cambiamenti. Matematicamente questo significa trasporre il cambiamento e le relazioni in gioco con funzioni ed equazioni appropriate, come pure creare, interpretare e tradurre rappresentazioni simboliche e grafiche di relazioni. Il cambiamento e le relazioni sono evidenti in contesti diversi come la crescita degli organismi, la musica, il ciclo delle stagioni , i modelli metereologici, i livelli occupazionali e le condizioni economiche. Gli aspetti dei tradizionali contenuti matematici di funzioni e algebra , incluse le espressioni algebriche, le equazioni e disequazioni, le rappresentazioni grafiche e tabellari sono centrali nel descrivere , modellizzare e interpretare i fenomeni di cambiamento.

L'espressione "**Incerteza e dati**" evidenzia un dato di realtà presente nella scienza, nella tecnologia e nella vita quotidiana. L'incerteza è dunque un fenomeno al cuore dell'analisi matematica di molte situazioni problematiche e la teoria della probabilità e la statistica, nonché le tecniche di rappresentazione e la descrizione dei dati hanno a che fare con essa. La categoria dell'incerteza comprende il riconoscere il ruolo delle variazioni nei processi , avere il senso della quantificazione di tali variazioni, riconoscere l'incerteza e l'errore nella misurazione, stimare la probabilità di un evento. Essa comprende anche la creazione, interpretazione e valutazione delle conclusioni ricavate da situazioni in cui l'incerteza è centrale. La presentazione e l'interpretazione dei dati sono concetti chiave in questa categoria.

Vi è incerteza nelle previsioni scientifiche, nei sondaggi, nelle previsioni meteo e nei modelli economici. C'è variazione nei processi di produzione, nei punteggi dei test, nei risultati delle indagini e la probabilità è fondamentale per molte attività ricreative per gli individui. Le tradizionali aree curriculari della probabilità e statistica forniscono i mezzi formali per descrivere, modellizzare e interpretare una certa classe di fenomeni di incerteza e per fare inferenze. Inoltre, la conoscenza

del numero e di aspetti dell'algebra come grafici e rappresentazioni simboliche contribuiscono alla possibilità di impegnarsi in problemi relativi a questa categoria di contenuti.

L'espressione "**Spazio e forma**" comprende una vasta gamma di fenomeni che si incontrano ovunque nel nostro mondo visivo e fisico: i modelli, le proprietà di oggetti, le posizioni e gli orientamenti, la rappresentazione di oggetti, la codifica e decodifica di informazioni visive, la navigazione e interazione dinamica con forme reali e con rappresentazioni. La geometria fornisce una base essenziale per lo studio dello spazio e della forma, ma la categoria si estende oltre i tradizionali contenuti, significati e metodi geometrici, attingendo ad elementi di altri settori matematici come la visualizzazione spaziale, la misurazione e algebra. Per esempio, le forme possono cambiare e un punto può muoversi nello spazio richiedendo concetti funzionali.

Formule per la misurazione sono centrali in questa area. La manipolazione e l'interpretazione delle forme in ambienti che richiedono strumenti che vanno dai software di geometria dinamica ai sistemi di posizionamento globale (GPS) sono inclusi in questo area di contenuto. PISA assume che la comprensione di un insieme di concetti e competenze di base è importante per la literacy matematica relativa allo spazio e alla forma. Literacy matematica nell'area dello spazio e della forma comporta una serie di attività come la comprensione della prospettiva (per esempio in quadri), la creazione e la lettura di mappe, la trasformazione di formazione con e senza strumenti tecnologici, l'interpretazione di scene tridimensionali da diverse prospettive e la costruzione di rappresentazioni formali.

L'espressione "**Quantità**" richiama l'aspetto matematico più pervasivo ed essenziale per agire nel nostro mondo. Esso incorpora la quantificazione degli attributi di oggetti, relazioni, situazioni ed entità nel mondo, la comprensione di varie rappresentazioni di tali quantificazioni, il giudizio sulle interpretazioni e argomenti centrati sulla quantità. Impegnarsi nella quantificazione del mondo implica la comprensione di misure, conteggi, grandezze, unità, indicatori, tendenze e modelli numerici. Gli aspetti del ragionamento quantitativo - come il significato di numero, le molteplici rappresentazioni dei numeri, l'eleganza nel calcolo, il calcolo mentale, la stima e la valutazione in merito alla ragionevolezza dei risultati - sono l'essenza della literacy matematica alfabetizzazione relativa alla quantità.

La quantificazione è un metodo essenziale per descrivere e misurare una vasta serie di attributi degli oggetti del mondo. Essa consente la modellizzazione di situazioni, lo studio di cambiamenti e relazioni, la descrizione e la manipolazione di spazio e forma, l'organizzazione e interpretazione di dati e la misurazione e la valutazione di situazioni di incertezza. Così la literacy matematica nell'area delle quantità applica la conoscenza del numero e le operazioni sui numeri in un'ampia varietà di situazioni.

4. ANALISI DEI RISULTATI

L'uso della matrice processi/contenuti per l'analisi dei risultati complessivi per la literacy matematica rilevati nell'edizione 2012 nell'area OCSE ci consegna un quadro sostanzialmente omogeneo, con una variazione minima tra le celle della matrice: a fronte di una media complessiva di 494 punti, si passa da un punteggio minimo di 491 a un punteggio massimo di 496, con un range di variazione di soli 5 punti (cfr. Tav. 3). Pur in tale omogeneità nelle colonne si riscontra una lieve riduzione del punteggio in "Spazio e forme" (490) e un lieve aumento in "Quantità" (495), mentre nelle righe, si passa da un minimo di 492 per "Formulare" ad un massimo di 497 per "Interpretare". Mentre negli ambiti di contenuto è l'area geometrica a segnalare le maggiori difficoltà, in relazione ai macro-processi emergono come più critici i processi di messa a fuoco della situazione problematica che precedono il momento risolutivo. Come si è detto, peraltro, l'orientamento indicato risulta solo accennato nei dati OCSE, che si caratterizzano per la loro sostanziale omogeneità.

Tav. 3 Media nel rendimento degli studenti - Area OCSE (complessiva: 494)

ambiti di contenuto macro-processi	CAMBIAMENTO E RELAZIONI (493 e.s. 0,6)	INCERTEZZA E DATI (493 e.s. 0,5)	SPAZIO E FORME (490 e.s 0,5)	QUANTITA' (495 e.s. 0,5)
FORMULARE (492 e.s. 0,5)	492,5	492,5	491	493,5
UTILIZZARE (493 e.s. 0,5)	493	493	491,5	494
INTERPRETARE (497 e.s. 0,5)	495	495	493,5	496

Passando ai dati medi italiani, mentre si conferma la tendenza ad un incremento del punteggio passando dalla righe in alto a quelle in basso, in rapporto alle colonne l'incremento si rileva muovendosi da sinistra verso destra (cfr. Tav. 4). A fronte di una media complessiva di 485 punti, lo scarto tra i punteggi medi degli ambiti di contenuto arriva a 14 punti (da "Cambiamento e relazioni" a "Quantità") e quello dei processi a 23 punti (da "Formulare" a "Interpretare"), mentre lo scostamento tra il punteggio medio della prima cella in alto a sinistra e l'ultima in basso a destra è di 18,5 punti. Emerge con evidenza la diversa "familiarità" dei vari aspetti considerati nella didattica scolastica prevalente nel nostro paese: gli ambiti "Cambiamento e relazioni" e "Incertezza e dati" risultano i meno frequentati, come pure l'attenzione ai processi di focalizzazione e formulazione del problema attraverso il linguaggio matematico. In particolare la notevole accentuazione delle differenze tra i diversi parametri, a confronto con i dati complessivi OCSE, evidenzia uno squilibrio nella copertura dei diversi aspetti della literacy matematica previsti dal PISA e l'esigenza di azioni didattiche e valutative volte a riequilibrare il quadro complessivo; ciò risulta evidente confrontando la cella in basso a destra dove il dato italiano è quasi identico a quello OCSE (494,5 a fronte di 496 punti) con la cella in alto a sinistra dove il dato italiano è inferiore di 16,5 punti rispetto al dato OCSE (476 a fronte 492,5 punti) (cfr. INVALSI, 2013).

Tav. 4 Media nel rendimento degli studenti - Italia (complessiva: 485)

ambiti di contenuto macro-processi	CAMBIAMENTO E RELAZIONI (477 e.s. 2,0)	INCERTEZZA E DATI (482 e.s. 2,0)	SPAZIO E FORME (487 e.s 2,5)	QUANTITA' (491 e.s. 2,0)
FORMULARE (475 e.s. 2,2)	476	478,5	481	483
UTILIZZARE (485 e.s. 2,1)	481	483,5	486	488
INTERPRETARE (498 e.s. 2,1)	487,5	490	492,5	494,5

Una situazione analoga la troviamo nei risultati complessivi della quattro regioni PON (cfr. Tav. 5): a fronte di una media complessiva di 454 punti, lo scarto tra il punteggio medio della prima cella in alto a sinistra e l'ultima in basso a destra è di 17,5 punti. I due parametri in gioco (ambiti di contenuto e macro-processi) incidono in modo lievemente diverso rispetto ai dati nazionali: si amplia a 17 punti la differenza tra gli ambiti di contenuto (da "Cambiamento e relazioni" a "Quantità"), mentre si riduce a 18 punti la differenza tra i macro-processi (da "Formulare" a "Interpretare"). Sostanzialmente, comunque, risulta confermata la lettura del fenomeno evidenziata a livello nazionale, per cui le maggiori differenze richiamano la maggiore presenza di una didattica tradizionalmente scolastica; in particolare spicca verso il basso l'ambito di contenuto "Cambiamento e relazioni" (11 punti sotto la media complessiva).

Tav. 5 Media nel rendimento degli studenti - Regioni PON (complessiva: 454)

ambiti di contenuto macro-processi	CAMBIAMENTO E RELAZIONI (443 e.s. 3,6)	INCERTEZZA E DATI (452 e.s. 3,4)	SPAZIO E FORME (455 e.s. 4,0)	QUANTITA' (460 e.s. 3,5)
FORMULARE (446 e.s. 3,6)	444,5	449	450,5	453
UTILIZZARE (454 e.s. 3,5)	448,5	453	454,5	457
INTERPRETARE (464 e.s. 3,7)	453,5	458	459,5	462

L'analisi dei dati delle singole regioni conferma le tendenze evidenziate e non segnala differenze così rilevanti da essere riportate. In ciascuna di esse, in particolare, si conferma la tendenza alla crescita dei punteggi medi spostandosi da sinistra a destra della matrice e dall'alto in basso.

Una linea di approfondimento può riguardare i "low-performer", ovvero la percentuale di studenti collocata ai due livelli più bassi della scala di punteggi PISA (sotto 1 e 1), allo scopo di verificare se si riscontrano le stesse tendenze generali o vi sono alcune peculiarità da segnalare. Nell'area OCSE la percentuale di "low performer" è del 23% e la loro articolazione nelle celle della matrice presenta qualche differenza rispetto ai dati complessivi (cfr. Tav. 6): per quanto riguarda gli ambiti di contenuto, la percentuale più alta si ritrova in "Spazio e forme" (25,8%), seguito da "Cambiamento e relazioni" (24,9%), "Quantità" (23,5%) e "Incertezza e dati" (23,1%); per quanto riguarda i macro-processi la percentuale più alta si ritrova in "Formulare" (25,9%), seguito da "interpretare" (23,1%) e "Utilizzare" (22,7%).

Tav. 6 Percentuale di studenti non superiore al livello 1 (livelli sotto 1 e 1)– Area OCSE (complessiva: 23,0 %)

ambiti di contenuto macro-processi	CAMBIAMENTO E RELAZIONI (24,9 %)	INCERTEZZA E DATI (23,1 %)	SPAZIO E FORME (25,8 %)	QUANTITA' (23,5 %)
FORMULARE (25,9 %)	25,4	24,5	25,85	24,7
UTILIZZARE (22,7 %)	23,8	22,9	24,25	23,1
INTERPRETARE (23,1 %)	24	23,1	24,45	23,3

Il contesto italiano si discosta da questo fenomeno riscontrato nell'area OCSE, puntando ad avvicinarsi maggiormente alle tendenze osservate nei dati complessivi (cfr. Tav. 7): riguardo ai macro-processi si conferma l'ordinamento a difficoltà decrescente dal "Formulare" all'"Utilizzare", riguardo agli ambiti di contenuto l'unica varia all'ordinamento a difficoltà decrescente sinistra-destra è dato da "Spazio e forme" (26,6%), che si colloca al secondo posto anziché al terzo. Da notare che le differenze si fanno più marcate, sia tra gli ambiti di contenuto (differenza di 4 punti percentuali contro i 2,7 dell'area OCSE), sia tra i processi (differenza di 6,3 punti percentuali contro i 3,2 dell'area OCSE)). Rispetto alle aree di criticità riscontrate nell'area OCSE si conferma la rilevanza del processo "Formulare", mentre la minore consuetudine del lavoro scolastico con l'ambito "Cambiamento e relazioni" rende meno rilevante l'ambito "Spazio e forme".

Tav. 7 Percentuale di studenti non superiore al livello 1 (livelli sotto 1 e 1) – Italia (complessiva: 24,6 %)

ambiti di contenuto	CAMBIAMENTO E RELAZIONI	INCERTEZZA E DATI	SPAZIO E FORME (26,6 %)	QUANTITA' (24,2 %)
macro-processi	(28,2 %)	(25,7 %)		
FORMULARE (29,6 %)	28,9	27,65	28,1	26,9
UTILIZZARE (24,4 %)	26,3	25,05	25,5	24,3
INTERPRETARE (23,3 %)	25,75	24,5	24,95	23,75

I dati delle quattro regioni PON (cfr. Tav. 8) confermano le tendenze riscontrate a livello nazionali, con una ulteriore accentuazione delle differenze tra gli ambiti di contenuto (6,1 punti di differenza tra “Cambiamento e relazioni” e “Quantità”).

Tav. 8 Percentuale di studenti non superiore al livello 1 (livelli sotto 1 e 1) – Area PON (complessiva: 35,2 %)

ambiti di contenuto	CAMBIAMENTO E RELAZIONI	INCERTEZZA E DATI	SPAZIO E FORME (37,2 %)	QUANTITA' (33,9 %)
macro-processi	(40,0 %)	(35,9 %)		
FORMULARE (39,1 %)	39,55	37,5	38,15	36,5
UTILIZZARE (35,3 %)	37,65	35,6	36,25	34,6
INTERPRETARE (33,3 %)	36,65	34,6	35,25	33,6

Nelle singole regioni si riscontrano le stesse tendenze con l'unica differenza della Calabria (cfr. Tav. 9), regione con la più alta percentuale di “low-performer” (45,8%), dove gli ambiti di contenuto si dispongono in ordine di criticità decrescente da sinistra a destra (“Cambiamento e relazioni”, “Incertezza e dati”, “Spazio e forme”, “Quantità”).

Tav. 9 Percentuale di studenti non superiore al livello 1 (livelli sotto 1 e 1) – Calabria (complessiva: 45,8 %)

ambiti di contenuto	CAMBIAMENTO E RELAZIONI	INCERTEZZA E DATI	SPAZIO E FORME (47,6 %)	QUANTITA' (43,8 %)
macro-processi	(49,8 %)	(48,9 %)		
FORMULARE (48,8 %)	49,3	48,85	48,2	46,3
UTILIZZARE (44,7 %)	47,25	46,8	46,15	44,25
INTERPRETARE (44,7 %)	47,25	46,8	46,15	44,25

Aldilà dell'anomalia sopra indicata la Tav. 10 evidenzia il quadro delle aree di criticità dove si addensano maggiormente i “low-performer” nel contesto italiano e delle regioni PON: i due parametri che maggiormente evidenziano le difficoltà di apprendimento in Matematica riguardano il macro-processo “Formulare” e l'area di contenuto “Cambiamento e relazioni”. Se per quest'ultimo la ragione può essere ricondotta alla ridotta presenza nella didattica scolastica, per il processo “Formulare” si tratta di una vera e propria priorità su cui concentrare l'attenzione didattica.

Tav. 10 Quota di “low-performer”: aree di criticità

ambiti di contenuto macro-processi	CAMBIAMENTO E RELAZIONI	INCERTEZZA E DATI	SPAZIO E FORME	QUANTITA'
FORMULARE				
UTILIZZARE				
INTERPRETARE				

 Aree di maggiore criticità

Un'altra linea di approfondimento può riguardare gli “high-performer”, ovvero la quota di studenti che si collocano al livello 5 e 6 della scala PISA. Nell'area OCSE (cfr. Tav. 11) la loro percentuale risulta più alta nell'ambito di contenuto “Cambiamento e relazioni” (14,4%), seguito da “Quantità” (14%), “Spazio e forme” (13,4%) e Incertezza e dati (12,5%); in rapporto ai processi la quota più alta si rileva in “Formulare” (14,5%), seguito da vicino da Interpretare (14,4%) e, più lontano, da “Utilizzare” (12,1).

Tav. 11 Percentuale di studenti non inferiore al livello 5 (livelli 5 e 6) – Area OCSE (complessiva: 12,6 %)

ambiti di contenuto macro-processi	CAMBIAMENTO E RELAZIONI (14,4 %)	INCERTEZZA E DATI (12,5 %)	SPAZIO E FORME (13,4 %)	QUANTITA' (14 %)
FORMULARE (14,5 %)	14,45	13,5	13,95	14,25
UTILIZZARE (12,1 %)	13,25	12,3	12,75	13,05
INTERPRETARE (14,4 %)	14,4	13,45	13,9	14,2

Le tendenze del dato italiano risultano diverse (cfr. Tav. 12): tra gli ambiti di contenuto la quota più alta è raggiunta da “Spazio e forme”, seguita da “Quantità”, “Incertezza e dati” e “Cambiamento e relazioni”, mentre tra i processi di discosta Interpretare, seguito da “Formulare” e “Utilizzare”.

Tav. 12 Percentuale di studenti non inferiore al livello 5 (livelli 5 e 6) – Italia (complessiva: 10 %)

ambiti di contenuto macro-processi	CAMBIAMENTO E RELAZIONI (9,5 %)	INCERTEZZA E DATI (9,6 %)	SPAZIO E FORME (13,6 %)	QUANTITA' (12,5 %)
FORMULARE (10,2 %)	9,85	9,9	11,9	11,35
UTILIZZARE (9,7 %)	9,6	9,65	11,65	11,1
INTERPRETARE (15,8 %)	12,65	12,7	14,7	14,15

Tendenze identiche si riscontrano nell'area PON, senza particolari differenze tra le diverse regioni (cfr. Tav. 13). Si rileva, quindi, che le percentuali più elevate di high performer tendono a collocarsi in quelle celle a cui il curriculum scolastico tende a dedicare maggiore attenzione. In rapporto alle altre celle le differenze sono minori, a segnalare l'incidenza delle potenzialità individuali dei soggetti che si collocano a questi livelli massimi della scala, indipendentemente dal contributo fornito dal curriculum scolastico.

Tav. 13 Percentuale di studenti non inferiore al livello 5 (livelli 5 e 6) – Area PON (complessiva: 4,2 %)

ambiti di contenuto macro-processi	CAMBIAMENTO E RELAZIONI (4,1 %)	INCERTEZZA E DATI (4,2 %)	SPAZIO E FORME (6,9 %)	QUANTITA' (5,8 %)
FORMULARE (4,7 %)	4,4	4,45	5,8	5,25
UTILIZZARE (4,4 %)	4,25	4,3	5,65	5,1
INTERPRETARE (7,8 %)	5,95	6	7,35	6,8

La Tav. 14 rappresenta le aree nelle quali si riduce maggiormente la quota di “high performer”, ad evidenziare aree più scoperte del curricolo scolastico.

Tav. 14 Quota di “high-performer”: aree di criticità

ambiti di contenuto macro-processi	CAMBIAMENTO E RELAZIONI	INCERTEZZA E DATI	SPAZIO E FORME	QUANTITA'
FORMULARE				
UTILIZZARE				
INTERPRETARE				

 Aree di maggiore criticità

La integrazione delle due linee di approfondimento proposte sui “low-performer” e sugli “high-performer” consente di evidenziare l’area di criticità sulla quale concentrare gli sforzi per una riqualificazione delle prassi didattiche e valutative (cfr. Tav. 15). Un’area che, pur riflettendo un orientamento generale, risulta particolarmente accentuata in rapporto ai dati nazionali e, in misura ancora maggiore, nelle regioni PON.

Tav. 15 Emergenza matematica: aree di criticità nella didattica e nella valutazione scolastica

ambiti di contenuto macro-processi	CAMBIAMENTO E RELAZIONI	INCERTEZZA E DATI	SPAZIO E FORME	QUANTITA'
FORMULARE				
UTILIZZARE				
INTERPRETARE				

5. POSSIBILITA' D'USO DELLA MATRICE

Come abbiamo già anticipato la matrice processi/contenuti rappresenta un potente strumento euristico non solo per la lettura dei risultati delle prove, ma anche per la progettazione e gestione del lavoro didattico e valutativo. La sua potenzialità si può riconoscere nella capacità di rappresentare l’apprendimento disciplinare come un “territorio” organizzato intorno ai due parametri degli ambiti di contenuto e dei processi cognitivi coinvolti nella mobilitazione delle risorse cognitive. Come la latitudine e la longitudine nella rappresentazione cartografica della Terra, i due parametri consentono di orientarsi nel territorio dell’apprendimento matematico e di identificare le diverse componenti che lo caratterizzano come integrazione tra di essi.

Riguardo la lettura dei dati forniti dall'indagine PISA, ma un discorso analogo si potrebbe fare per le prove INVALSI, la matrice consente di posizionare i diversi quesiti proposti nelle prove valutative e di identificare dove si concentrano le forze e le criticità nei risultati ottenuti (cfr. Castoldi, 2014). Nei materiali di presentazione delle indagini nazionali e internazionali, i due parametri relativi agli ambiti di contenuto e ai processi vengono impiegati per identificare le caratteristiche prevalenti dei singoli item e proposti sia per coloro che hanno il compito di elaborare i dati, sia per gli utilizzatori dei risultati (decisori politici, dirigenti scolastici, docenti).

Tale possibilità permette di passare da una prospettiva globale e indistinta di analisi dei risultati, basata sui punteggi medi e sulle comparazioni con altre realtà, ad una prospettiva focalizzata e definita, volta ad identificare con maggiore precisione le aree di criticità emergenti e i risultati conseguiti. Ciò consente di superare una lettura superficiale e mediatica dei risultati di queste indagini, centrata sul confronto di graduatorie e sull'individuazione di tendenze generali, e di assumere una prospettiva più professionale, attenta ad entrare nel merito degli apprendimenti che si sono indagati. Un uso più diffuso e capillare dei risultati delle indagini a livello degli Istituti scolastici e dei docenti richiede questa transizione, in direzione di modalità che consentano di connettere più direttamente i dati forniti con le scelte formative e didattiche.

Un altro uso della matrice può riguardare una riflessione critica in merito all'idea di apprendimento emergente dai docenti e alle prassi didattiche e valutative che sono impiegate. La matrice, infatti, fornisce le coordinate per interrogarsi sulle seguenti domande: a quali aspetti dell'apprendimento matematico diamo maggiore valore? A che cosa dedichiamo maggiore attenzione nella nostra azione didattica e valutativa? Assumendola come strumento di lavoro (e non sacralizzandola) essa aiuta a sviluppare un linguaggio per parlare di apprendimento e insegnamento tra i docenti in una prospettiva culturale orientata verso le competenze; particolare valore hanno, in questa prospettiva, l'identificazione dei processi chiave, in quanto risulta una dimensione dell'apprendimento che spesso rimane implicita nella riflessione e nel linguaggio dei docenti.

Esperienze di uso di strumenti simili relativi alle prove INVALSI con singole scuole e reti di scuole hanno dimostrato che l'impiego della matrice permette di visualizzare le risposte date alle domande indicate e di contribuire ad una rappresentazione condivisa delle proprie opzioni culturali ed operative. E' risultato interessante, ad esempio, riconoscere attraverso la matrice come tenda a ridursi sempre più l'area di apprendimento oggetto di lavoro scolastico nel passaggio dai quadri di riferimento delle prove all'idea di apprendimento dei docenti, alle prassi didattiche prevalenti, alle prassi valutative adottate (vd. Tav. 16 per un esempio). Una riflessione autovalutativa, vista in chiave professionale, richiede di appoggiarsi su strumenti di questo genere per non ridursi ad un confronto sterile ed improduttivo.

Un ulteriore uso della matrice riguarda la definizione di azioni di miglioramento e la progettazione di percorsi didattici e strumenti valutativi. Anche in questo caso la matrice può essere uno strumento di orientamento strategico che aiuta a collocare le proprie scelte entro un quadro più ampio ed organico. La domanda chiave può essere così formulata: su quali aree del nostro "territorio apprenditivo" dobbiamo puntare la nostra attenzione? Per fare cosa? Attraverso quali percorsi didattici e materiali valutativi?

Tav. 16 Esiti processo di autoriflessione su matrice ricavata dal framework INVALSI di Matematica
 AUTORIFLESSIONE SULL'IDEA DI APPRENDIMENTO - Cosa riteniamo importante?

AMBITI \ PROCESSI	NUMERI	SPAZI E FIGURE	DATI E PREVISIONI	RELAZIONI E FUNZIONI
FORMULARE				
UTILIZZARE				
INTERPRETARE				

	Importante
	Abbastanza importante
	Poco importante

AUTORIFLESSIONE SULLE PRATICHE DIDATTICHE - A cosa dedichiamo attenzione nel lavoro in aula?

AMBITI \ PROCESSI	NUMERI	SPAZI E FIGURE	DATI E PREVISIONI	RELAZIONI E FUNZIONI
FORMULARE				
UTILIZZARE				
INTERPRETARE				

	Molta attenzione
	Abbastanza attenzione
	Poca attenzione

AUTORIFLESSIONE SULLE PRATICHE VALUTATIVE - A cosa dedichiamo attenzione nel lavoro in aula?

AMBITI \ PROCESSI	NUMERI	SPAZI E FIGURE	DATI E PREVISIONI	RELAZIONI E FUNZIONI
FORMULARE				
UTILIZZARE				
INTERPRETARE				

	Molta attenzione
	Abbastanza attenzione
	Poca attenzione

Fonte: Istituto Comprensivo di Martinsicuro (TE)

Ancora una volta l'intersezione tra ambiti di contenuto e processi, su cui è costruita la matrice, consente di vedere i due piani non come separati, bensì nella loro reciproca interazione. Isolare solo gli ambiti di contenuto, ad esempio, rischierebbe di ripeterci un approccio molto diffuso nelle scuole, per il quale l'innovazione didattica si riduce all'aggiunta di qualche contenuto "nuovo" al proprio lavoro (vedi probabilità o statistica). La connessione con i processi sollecita a pensare la progettazione di nuovi percorsi o strumenti valutativi anche in relazione ai processi che vengono mobilitati e sviluppati; le domande chiave diventano: come contribuire a potenziare i processi di formulazione di un problema? O di utilizzo pertinente dei propri saperi in una data situazione? O di interpretazione e valutazione dei risultati ottenuti in rapporto al contesto problematico da affrontare?

Se gli ambiti di contenuto consentono di analizzare la dimensione statica dell'apprendimento, il repertorio di conoscenze e abilità che devono essere padroneggiate, i processi invitano a mettere a fuoco la dimensione dinamica dell'apprendimento, ovvero la capacità di mobilitare i propri saperi in rapporto ad un compito problematico da affrontare. Come la matrice ci suggerisce le due dimensioni non possono essere gestite separatamente: parafrasando un noto aforisma potremmo

affermare che i processi senza i contenuti sono vuoti, ma i contenuti senza processi sono ciechi. Promuovere apprendimento richiede di pensare in modo integrato le due dimensioni, come due prospettive diverse attraverso cui analizzare ed esplorare lo stesso territorio, l'apprendimento dei nostri studenti (cfr. Castoldi, 2013).

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI
M. Castoldi (2013), <i>Curricolo per competenze</i> , Roma, Carocci.
M. Castoldi (2014), <i>Capire le prove INVALSI</i> , Roma, Carocci.
INVALSI (2013), <i>OCSE-PISA 2012. Rapporto nazionale</i> , Frascati, INVALSI.
PISA (2013), <i>PISA 2012: Assessment and Analytical Framework</i> , Paris, OECD Publishing.

Mario Castoldi – luglio 2014