

QUADERNI
DI
STORIA DELL'UNIVERSITÀ DI TORINO
10
(2009-2011)

Le fotografie inserite in questo *Quaderno* sono di proprietà dell'Università di Torino, conservate presso l'Archivio Storico e il Dipartimento di Matematica G. Peano.

In copertina: Giuseppe Peano, Mario Pieri, Giovanni Vacca, Giovanni Vailati.

Il volume è pubblicato con il contributo del CSSUT (Centro Studi di Storia dell'Università di Torino).

Consiglio di Gestione del CSSUT: Giovanni Carpinelli (presidente), R. Allio, P. Bianchini, L. Giacardi, M. Fausone.

© CSSUT (Centro Studi di Storia dell'Università di Torino)

© Celid, luglio 2012
via Cialdini 26, 10138 Torino
tel. 011.44.74.774
edizioni@celid.it
www.celid.it/casaeditrice

I diritti di riproduzione, di memorizzazione e di adattamento totale o parziale con qualsiasi mezzo (compresi microfilm e copie fotostatiche) sono riservati.

ISBN 978-88-7661-969-4

Progetto grafico: Ezio Aluffi - Leprechaun, Torino
Stampa: DigitalPrint, Segrate (Mi)

Clara Silvia Roero, <i>Questo «Quaderno»</i>	VII
SAGGI E STUDI	1
Elena Anne Corie Marchisotto <i>The legacy of Mario Pieri: the man, the scholar, the teacher</i>	3
Aldo Brigaglia <i>Mario Pieri e la Scuola di Corrado Segre</i>	19
Erika Luciano <i>Mario Pieri e la Scuola di Giuseppe Peano</i>	35
Ferdinando Arzarello <i>Dalla monografia del 'punto' e del 'moto' di M. Pieri ai software di geometria dinamica</i>	63
Clara Silvia Roero <i>La storia delle matematiche a Torino tra Ottocento e Novecento: il sodalizio fra G. Peano, G. Vailati e G. Vacca</i>	81
Erika Luciano <i>I contributi di G. Vacca alla Storiografia della Logica Matematica</i>	109
Livia Giacardi <i>Giovanni Vailati e l'idea della "scuola come laboratorio". Un confronto con le proposte internazionali</i>	129
ARCHIVI	155
Luca Dell'Aglio, Clara Silvia Roero <i>Mario Pieri, studente di Enrico Betti, 1882-1884. I quaderni di lezioni conservati a Lucca</i>	157
Clara Silvia Roero <i>Un manoscritto di G. Peano per G. Vailati «Sulla storia della Logica matematica e suo stato presente»</i>	169

Mario Pieri e la Scuola di Giuseppe Peano¹

ERIKA LUCIANO

Il riconoscimento del proprio legame con una Scuola è un elemento tipico della prosopografia e della retorica, anche in campo matematico², e d'altra parte la categoria stessa di Scuola è stata ripresa in esame negli ultimi anni, in relazione alle nozioni affini di rete, di tradizione e di stile³. Per quanto concerne l'*entourage* di Peano, la questione è stata di recente problematizzata⁴, con una rivisitazione critica di due quadri ermeneutici andati cristallizzandosi nel tempo: quello che la presentava come un gruppo di studiosi tanto coeso al punto da essere indistinto, e quello che ne enfatizzava per contro la struttura gerarchica, dipingendone i membri come una pleora di spigolatori, il cui compito consisteva nel proseguire le ricerche nel solco del Maestro, arricchendole di corollari.

Le dichiarazioni di affiliazione di Pieri alla Scuola di Peano – sia dirette sia indirette – non mancano⁵: il mio obiettivo sarà allora quello di precisarne il

¹ Ricerca eseguita nell'ambito del progetto PRIN 2009 *Scuole matematiche e identità nazionale nell'età moderna e contemporanea*, unità di Torino.

² Cfr. P. NABONNAND, L. ROLLET, *Définir, classer, compter: l'approche prosopographique en histoire des sciences*, Colloque 26-27-28.11.2009, Université Nancy 2, sito <http://poincare.univ-nancy2.fr/Activites/?contentId=6647>.

³ Cfr. P. MANCOSU, *Mathematical Style*, Stanford Encyclopedia of Philosophy, 2009 (<http://plato.stanford.edu>), 23 p.; D. ROWE, *Mathematical Schools, Communities, and Networks*, in M.J. NYE (ed.), *Cambridge History of Science*, vol. 5, *Modern Physical and Mathematical Sciences*, Cambridge, UP, 2003, p. 113-132; *Making Mathematics in an Oral Culture: Göttingen in the Era of Klein and Hilbert*, in «Science in Context», 17, 2004, p. 85-129; L. CORRY, *Introduction*, *ibidem*, p. 1-22.

⁴ Cfr. E. LUCIANO, C.S. ROERO, *La Scuola di Peano*, in C.S. ROERO (a cura di), *Peano e la sua Scuola fra matematica, logica e interlingua*, Torino, Dep. Sub. Storia Patria, 2010, p. XI-XVIII.

⁵ Cfr. U. CASSINA, *Vita et Opera de Giuseppe Peano ...*, in «Schola et Vita», 7, 1932, p. 124; G. CASTELNUOVO, *Necrologio di Mario Pieri*, in «Bollettino Mathesis», 5, 1913, p. 40; S. RINDI, *Notizie intorno al defunto socio corrispondente Mario Pieri*, in «Atti R. Accademia Lucchese di

senso, la portata e i contorni, individuando le dinamiche di costruzione, condivisione, trasmissione e diffusione del sapere matematico interne a questa *équipe*.

L'analisi mirerà in particolar modo a mostrare che Pieri si sentì effettivamente parte di questa Scuola, di cui non si limitò a condividere acriticamente gli assunti, coniando anzi una visione originale della cornice metodologica e pedagogica atta a giustificare l'utilizzo delle ricerche fondazionali nell'insegnamento.

Le riflessioni di Pieri su questi aspetti, assai meno note e studiate di quelle di G. Vailati e di A. Padoa, restarono tuttavia nell'alveo della dimensione teorica, motivo per cui spettò ad alcuni docenti di scuola media e secondaria il compito di tradurle nella prassi didattica.

Ecco allora che la mia indagine si soffermerà a individuare una rete interessante di collaborazioni fra il mondo della ricerca e quello degli insegnanti, con l'obiettivo di inficiare la tradizionale suddivisione degli esponenti della Scuola di Peano in due compagini: le 'grandi' figure, come Pieri appunto, e 'gli spigolatori' sopra citati, quali A. Padoa o C. Bocalatte.

La ricostruzione del percorso che portò Padoa e Pieri a elaborare un sistema minimo per la geometria euclidea permetterà infine di illustrare come le strategie di coordinamento della ricerca interne all'*équipe* torinese fossero assai fluide, intaccando così l'immagine, ampiamente avvalorata, di un Peano 'caposcuola' che detta in modo rigido ai suoi collaboratori le direttive sui temi da sviluppare e sull'approccio con cui farlo.

Prima di entrare *in medias res*, è opportuno riepilogare alcuni dati 'oggettivi' dei legami fra Pieri e la Scuola di Peano.

1. Pieri e la Scuola di Peano

Il periodo trascorso da Pieri a Torino, fra il 1886 e il 1900, costituisce un momento chiave della sua biografia. Sono gli anni in cui svolge importanti studi di geometria enumerativa, in cui consegue la libera docenza in Geometria proiettiva (1891) e in cui opera all'Università come assistente sulla cattedra di G. Bruno, tenendo corsi liberi di Geometria proiettiva (1891) e di Complementi di geometria (1891-1896)⁶. Nello stesso tempo egli insegna anche

Scienze Lettere ed Arti», 35, 1917, p. 445-446; U. CASSINA, *Nel centenario della nascita del matematico lucchese Mario Pieri*, in «Atti Accademia Lucchese di Scienze Lettere ed Arti», (2) 9, 1961, p. 191-208; F. TRICOMI, *Matematici italiani del primo secolo dello stato unitario*, in «Memorie dell'Accademia delle Scienze di Torino», Cl. Scienze MFN, (4) 1, 1962, p. 86-87.

⁶ Cfr. E.A. MARCHISOTTO, J.T. SMITH, *The Legacy of Mario Pieri in Geometry and Arithmetic*, Boston, Birkhäuser, 2007, p. 1-50; LUCIANO, ROERO 2010 cit., p. 6-16, e il sito www.peano2008.unito.it.

all'Accademia Militare, dove è collega di Peano, R. Bettazzi, C. Burali-Forti e F. Castellano.

L'ambiente culturale del capoluogo piemontese, all'epoca, è quanto mai vivace: attirati dalla figura di C. Segre vi soggiornano, per perfezionarsi negli studi di geometria algebrica, F. Enriques, G. Castelnuovo, G. Chisholm e W. Young, mentre R. Baire raggiunge la capitale sabauda nel 1898, per lavorare con V. Volterra sulla teoria delle funzioni di variabile reale. Accanto a quelle di Segre e di Volterra, vi è la Scuola di Peano, impegnata a forgiare il linguaggio logico-ideografico e ad applicarlo alle indagini sui fondamenti. Sarà questo gruppo di studiosi a influenzare Pieri, attraverso i contatti con i colleghi di Accademia militare, orientando i suoi interessi verso la critica dei principi e il calcolo vettoriale.

Durante gli anni vissuti a Torino, Pieri è coinvolto nelle iniziative dedicate alla diffusione della logica e nelle imprese editoriali avviate dalla Scuola di Peano: la *Rivista* e il *Formulario di Matematica*. Secondo B. Levi e Peano, egli è infatti fra gli uditori del corso libero di Logica – il primo in Italia – tenuto da Burali-Forti nel 1894.⁷ Impadronitosi del nuovo linguaggio simbolico, Pieri redige i primi lavori sui fondamenti della geometria di posizione e, a partire dal 1893, collabora alla *Rivista di Matematica*, su cui appaiono alcuni suoi articoli e recensioni di libri di testo di geometria⁸. Collaboratore alla seconda, alla terza e alla quarta edizione del *Formulario* – anche se in una posizione più defilata rispetto a quella di Burali-Forti, Padoa, Vacca o Vailati – Pieri vi apporta alcune integrazioni al capitolo di calcolo geometrico, e i suoi scritti sono citati nel trattato, fra le pubblicazioni che testimoniano al meglio le applicazioni della logica alla matematica⁹.

⁷ Cfr. B. LEVI, *Mario Pieri*, in «Bollettino di Bibliografia e Storia delle Scienze Matematiche» (Loria), 12, 1913, p. 67 e G. PEANO 1913f, *Mario Pieri*, in «*ApI Discussiones*», 4, 2, p. 32. Qui e nel seguito gli scritti di Peano sono citati con la sigla del dvd a cura di C.S. ROERO, *L'Opera Omnia e i Marginalia di Giuseppe Peano (with English Version)*, Torino, Dipartimento di Matematica, 2008.

⁸ Cfr. M. PIERI 1893h, *Dott. Giulio Lazzeri, Trattato di geometria analitica*, Livorno, Giusti, 1893, in «*Rivista di Matematica*» (in seguito «RdM»), 3, 1893, p. 115-117; 1894a, *Job. Thomae in Jena, Die Kegelschnitte in rein projectiver Behandlung*, Halle, L. Nebert, 1894, in «RdM», 4, 1894, p. 36-39; 1899b, *Giuseppe Ingrams, Elementi di Geometria per le scuole secondarie superiori*, Bologna, Tip. Cenerelli, 1899, in «RdM», 6, 1899, p. 178-182. Le sigle si riferiscono all'elenco delle pubblicazioni di Pieri in LUCIANO, ROERO 2010 cit., p. 11-15. Queste recensioni sono state di notevole interesse ai fini della mia ricerca, dal momento che spesso Pieri ha inserito in esse le sue riflessioni di carattere didattico.

⁹ G. PEANO 1899b, *Formulaire de Mathématiques*, t. II, n. 3, Turin, Bocca, 1899, p. 4; 1903f, *Formulaire mathématique, édition de l'an 1902-03 (tome IV de l'édition complète)*, Turin, Bocca, p. 253, 264. Particolarmente significativo è il giudizio sulle memorie di Pieri concernenti la geometria euclidea, dato da Peano in 1908a, *Formulario Mathematico, Editio V (tomo V de Formulario completo)*, Torino, Bocca, 1908, p. XI: "M. Pieri, *Della Geometria elementare come sistema ipotetico deduttivo*, Mem. Ac. Torino, a. 1898-99, t. 49, p. 173, reduce ideas non definito in Geometria ad duo: puncto et motu. Omni reductione facta ante et post scripto de prof. Pieri, contine numero eccessivo de ideas non definito."

Grazie ai suoi contributi, fra i più brillanti ottenuti nella Scuola torinese, Pieri si conquista presto la stima di Peano, al punto che quest'ultimo interviene in Facoltà, nel 1900, per tentare di scongiurarne il trasferimento a Catania¹⁰. La partenza di Pieri per la Sicilia non interrompe comunque i contatti con 'i peaniani', documentabili grazie ai carteggi diagonali di T. Boggio, Burali-Forti, Padoa, G. Pagliero, Peano, Vacca e Vailati¹¹. La corrispondenza con Peano mostra ad esempio, da parte di quest'ultimo, la reiterata richiesta di estratti di Pieri, da inviare in Italia e all'estero¹². Parimenti, Peano cerca di coordinare con lui la partecipazione a congressi prestigiosi, come quello internazionale di Filosofia a Ginevra, nell'estate del 1904¹³, e cura la relazione sui lavori del collega, per il concorso al premio Lobatchewsky della *Société fisico-mathématique* dell'Università di Kazan¹⁴.

Fra il 1905 e il 1907 il matematico lucchese è inoltre coinvolto a pieno titolo nella polemica su rigore ed intuizione che divampa sulla *Revue de Métaphysique et de Morale* e, in questo frangente, redige l'articolo *Sur la compatibilité des axiomes de l'arithmétique*¹⁵. Nei mesi seguenti discute a più riprese con gli amici torinesi i temi fondazionali all'ordine del giorno e, per esempio, le antinomie della teoria degli insiemi, il principio di induzione, la coerenza dei sistemi di postulati e le posizioni di J. Richard in merito al concetto di numero naturale¹⁶.

Pieri non resta estraneo neppure alla propaganda interlinguista di Peano, divenendo socio dal 1912 dell'*Academia pro Interlingua*¹⁷ e, ancora durante il periodo parmense, negli ultimi anni di vita, è tenuto al corrente delle novità riguardanti la Scuola di Peano. Dopo la morte di Vailati nel 1909, e con l'allontanamento di Vacca, il gruppo iniziale di collaboratori si sta però ormai sfaldando e la crisi diventerà via via più marcata dopo il 1910.

L'appartenenza di Pieri alla Scuola di Peano è documentata, oltre che da questi elementi che mostrano la condivisione di indirizzi di ricerca e di batta-

¹⁰ Tale proposta non sarà accolta e Pieri lascerà Torino, cedendo il posto a E. Daniele e G. Scorza, due assistenti di C. Segre, nell'attesa dell'apertura di un concorso. Cfr. LUCIANO, ROERO 2010 cit., p. 7.

¹¹ Cfr. G. ARRIGHI (a cura di), *Lettere a Mario Pieri*, in «Quaderni Pristem», 6, 1997, p. 14, 19-35, 86, 90-92, 123-124.

¹² G. Peano a M. Pieri, 28.1.1903, in ARRIGHI 1997 cit., p. 90: "Il Sig. Dr. Bertrand Russell, nostro collaboratore [...] ti chiede, per mio mezzo, la tua *Geometria elementare come sistema ipotetico deduttivo*, di cui vuole fare uso in un libro che sta pubblicando. Spero non avrai difficoltà a trovarne copia, altrimenti gli invierò la mia."

¹³ G. Peano a M. Pieri, 2.9.1904, *ibidem*, p. 90.

¹⁴ G. PEANO 1904b, *Sur les principes de la Géométrie selon Mario Pieri, Rapport*, in «Société physique et mathématique de Kazan», 1904, p. 1-4.

¹⁵ M. PIERI 1906d, *Sur la compatibilité des axiomes de l'arithmétique*, in «Revue de Métaphysique et de Morale» (in seguito «RMM»), 13, 1906, p. 196-207.

¹⁶ Cfr. C. Burali-Forti a M. Pieri, 19.9.1908, in ARRIGHI 1997 cit., p. 19-20.

¹⁷ Cfr. G. Peano a M. Pieri, 2.3.1910, *ibidem*, p. 91.

glie culturali, anche dal meccanismo di ringraziamenti e di citazioni incrociate ai lavori di quell'*equipe*¹⁸, che lasciano intuire l'esistenza di un patrimonio di letture collettivo, nella cerchia di Peano¹⁹.

Cultore riconosciuto della logica nell'indirizzo ideografico ma attento, più di altri, alle istanze metamatematiche e agli sviluppi che la disciplina stava conoscendo all'estero, Pieri è invitato da L. Berzolari a redigere il capitolo di *Logica* per l'*Enciclopedia delle Matematiche Elementari*²⁰. La scelta non è casuale: Pieri è infatti considerato l'esponente della Scuola torinese più aperto alle 'recenti deviazioni dal sistema del Peano', e dunque più adatto a dare un respiro internazionale alla trattazione, aprendola al necessario tentativo di confronto e di collegamento con i sistemi di Hilbert e di Russell.

Dopo il 1911, nella redazione di questo capitolo, Pieri viene sostituito da A. Padoa²¹ che, in un'ottantina di pagine, fornisce un'esposizione delle ricerche logiche contraddistinta da alcuni elementi di novità²². Dal punto di vista dell'approccio, egli rinuncia del tutto a toccare 'questioni controverse' come le antinomie o l'assioma della scelta, anche a rischio di dar luogo a un completo distacco fra il suo saggio ed altri affini, inerenti per esempio la teoria degli aggregati o i fondamenti dell'aritmetica. Per contro, prendendo le distanze

¹⁸ Così egli esprime la sua riconoscenza a Padoa nella memoria *Un sistema di postulati per la geometria proiettiva astratta degli iperspazi*, in «RdM», 6, 1896, p. 4: "Questa proposizione, equivalente al prodotto logico di (VII) e (IX), teneva luogo dapprima (m. 1, §2) a questi postulati: la sua scomposizione in (VII) e (IX) mi fu poi suggerita dal sig. Dott. A. Padoa."

¹⁹ La formazione di Pieri nel settore logico-matematico è solo in parte documentabile, essendosi consolidata grazie a una rete di relazioni in larga misura orali. La comunanza quotidiana di idee e di spunti e il confronto reciproco anche su dettagli minuti delle rispettive ricerche affiora però dalle note a piè di pagina dei lavori di Pieri, cfr. M. PIERI, *Opere sui fondamenti della matematica* (a cura dell'UMI), Bologna, Cremonese, 1980, p. 14, 15, 19, 22, 31, 32, 44, 45, 69, 84, 85, 86, 88, 103, 105, 107, 122, 126, 132, 144, 145, 158, 166, 184, 185, 187, 189, 190, 209, 229, 246, 248, 250, 251, 258, 260, 307, 375, 377, 384, 385, 386, 393, 395, 397, 409, 410, 423, 424, 428, 431, 433, 435, 438, 441, 449, 456, 457, 461, 558.

²⁰ L. Berzolari a M. Pieri, 29.5.1910, in ARRIGHI 1997 cit., p. 7-8. Sulla storia dell'*Enciclopedia* cfr. E. LUCIANO, *The Enciclopedia delle Matematiche elementari and the Contributions of Bolognese Mathematicians*, in S. COEN (ed.), *Mathematicians in Bologna 1861-1960*, Basel, Springer, 2012, p. 343-372.

²¹ Per ricostruire i molteplici avvicendamenti nelle fila dei redattori dell'*Enciclopedia delle Matematiche Elementari*, spesso non dettati da mere motivazioni biografiche o esterne, mi sono valsa della prima lista di collaboratori, pubblicata sul «Bollettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche» (Loria), 13, 1911, p. 44-45. Da questa si deduce che, nel 1911, il capitolo *Logica matematica* era già stato affidato a Padoa, insieme a quello sui *Massimi e minimi in geometria*, mentre Pieri avrebbe dovuto redigere il saggio dedicato agli *Elementi di geometria proiettiva*. La rinuncia di Pieri alla curatela della voce *Logica* non è dunque imputabile al manifestarsi della malattia che lo avrebbe condotto a morte nel 1913.

²² Rispetto ai suoi precedenti lavori, Padoa abolisce ad esempio la distinzione fra logica delle classi e delle proposizioni, e completa la riduzione dei concetti primitivi ai soli segni =, \cap ed ϵ .

dall'unica trattazione didattica di questi temi allora esistente – quella offerta dal *Formulario* – Padoa si propone di dare un assetto autonomo alla logica, svincolandola dalla connotazione di semplice 'strumento' della matematica e fornendone una presentazione assiomatica.

Allo stato delle attuali fonti in nostro possesso non è possibile precisare se e quanto Pieri abbia interagito con Padoa nella redazione di questo testo. Alla luce di altri scritti del matematico lucchese di poco anteriori, e in particolare sulla scorta del discorso inaugurale tenuto a Catania nel 1906, appare però plausibile affermare che egli avrebbe approvato solo in parte il taglio scelto da Padoa. Dal punto di vista della contestualizzazione storica e filosofica delle ricerche di logica, Pieri possiede infatti una cultura più solida rispetto a quella del collega, nutrita dallo studio di un *parterre* di autori che spazia da C.S. Peirce a I. Kant, da E. Goblot a F. Enriques. Ciò lo porta a cogliere con maggiore perspicacia caratteristiche, pregi e limiti di indirizzi di studi, come quello hilbertiano o russelliano, la cui assenza nella *Logica* di Padoa suscitò, non a caso, le reazioni contrarie di non pochi matematici italiani²³.

2. Fondamenti e insegnamento: il contesto

Il *milieu* in cui Pieri matura le sue posizioni metodologiche è contraddistinto da due elementi: il dibattito su rigore ed intuizione e quello sull'utilizzo degli *Elementi* di Euclide come manuale scolastico.

Testimone della polemica sviluppatasi fra Segre e Peano nel 1891 sulla

²³ La voce *Logica* dell'*Enciclopedia delle Matematiche Elementari* è valutata in modo discorde, sia all'interno che all'esterno della cerchia di collaboratori di Peano. Apprezzata da quest'ultimo come "una chiara ed esauriente esposizione storica e critica di quanto fu fatto finora" (Archivio dell'Accademia delle Scienze di Torino Cat. 3^a, *Adunanze di Classe e Verbalì, Classe I, Marzo 38, Verbalì originali della Classe di Scienze Fisiche e Matematiche*, 1920-1933, 1.12.1929, p. 2), è invece recepita con perplessità da U. CASSINA (in «Bollettino di Matematica», 27, 1931, p. LV), che critica l'eccessivo peso dato all'analisi dei concetti primitivi, rispetto a quella delle proposizioni primitive, ritenendo quest'ultima una problematica di pertinenza della logica come scienza in sé, e non della logica quale introduzione alla matematica. F. ENRIQUES (in «Periodico di Matematiche», (4) 10, 1930, p. 40-41) denuncia inoltre fortemente la partigianeria di Padoa, reo di essersi 'chiuso in una Scuola particolare e quasi nel suo sistema attuale' e di aver rinunciato ad un confronto con gli indirizzi stranieri d'avanguardia. Si riscontra tuttavia un'ampia convergenza di opinioni sul fatto che l'inserimento di un capitolo di *Logica*, in un'*Enciclopedia* rivolta agli insegnanti, fosse stata un'occasione culturalmente rilevante e che fosse stato "... giusto che questo ramo di scienza, che la Scuola del Peano pone a fondamento di ogni altra e che ha fatto anche recentemente notevoli progressi, avesse trovato posto in una raccolta di matematiche elementari" (cfr. L. ONOFRI, in «Bollettino dell'Unione Matematica Italiana», (1) 8, 1929, p. 276).

*Rivista di Matematica*²⁴ e consapevole delle riflessioni di Vailati e di F. Klein²⁵ sul ruolo dell'intuizione nei processi cognitivi, Pieri manterrà sempre una posizione salomonica al riguardo²⁶, rivolgendosi per esempio in questi termini a Klein, nell'aprile del 1897:

Io, senz'esser fanatico dei simboli logico-matematici del prof. Peano, ho creduto per altro ben fatto di tenerne conto nei miei studi sui fondamenti della Geometria. [...] Per rispondere ad una Sua domanda circa l'influenza che possono avere queste ricerche puramente deduttive sopra l'insegnamento elementare delle matematiche (dove l'intuizione deve avere una parte principalissima) Le dirò che, a mio parere, molti miglioramenti nel senso strettamente deduttivo, di cui sembrano capaci per es. la Logica e la Geometria elementare, gioverebbero forse a render queste dottrine di più facile intelligenza che non siano al presente: in quanto la maggiore *astrazione* sarebbe compensata dalla maggior *semplicità* dei concetti fondamentali. Così vediamo spesso i giovani meravigliati di trovar più facile l'Algebra dell'Aritmetica²⁷.

Il parere espresso da Klein in quell'occasione è *tranchant* e Pieri ne sarà influenzato:

Invero questi modi puramente deduttivi di rappresentazione – sebbene io aderisca sempre all'intuizione e sia a questa legato con tutto il mio interesse – mi sembrano scientificamente molto importanti. Un'altra domanda è quale significato si vuole attribuire a questi nell'insegnamento ai principianti. Caratteristico in quest'ottica è il nuovo manuale elementare di Veronese. Devo dire che relativamente ad una pedagogia pratica, non posso essere d'accordo. Che nell'insegnamento si debba iniziare con l'intuizione (per salire poi gradualmente a vedute più astratte) è attualmente in Germania anche la concezione comune della cerchia degli insegnanti²⁸.

²⁴ Cfr. C. SEGRE, *Su alcuni indirizzi nelle investigazioni geometriche. Osservazioni dirette ai miei studenti*, in «RdM», 1, 1891, p. 42-66; G. PEANO 1891h, *Osservazioni del Direttore sull'articolo precedente*, in «RdM», 1, p. 66-69; C. SEGRE, *Una dichiarazione*, in «RdM», 1, 1891, p. 154-156, G. PEANO 1891k, *Risposta*, in «RdM», 1, p. 156-159. La polemica fra Segre e Peano riguarda inizialmente il modo di concepire la ricerca scientifica, ma fin da subito essa cela un corrispettivo scontro fra differenti impostazioni didattiche. Ciò ben traspare dalle successive allusioni: cfr. ad esempio G. PEANO 1910a, *Sui fondamenti dell'Analisi*, in «Bollettino della Mathesis», giugno 1910, p. 31-37 e C. SEGRE, [Appunti relativi alle lezioni tenute per la Scuola di Magistero], *Quaderno n. 40*, s.d., p. 23-26, in L. GIACARDI (a cura di), *I quaderni di Corrado Segre*, Torino, Dipartimento di Matematica, cd-rom n. 1, 2001.

²⁵ Cfr. M. PIERI 1907a, *Uno sguardo al nuovo indirizzo logico-matematico delle scienze deduttive*, in «Annuario della R. Università di Catania», 1906-07, p. 23, 24, 27-28, 53-55.

²⁶ Cfr. PIERI 1907a cit., p. 21-82, in particolare p. 59-61. Particolarmente pacati appaiono anche i suoi interventi a proposito del rigore e dell'intuizione, in occasione del dibattito fra S. Catania e G. Castelnuovo, in cui era stato chiamato in causa, in quanto promotore della logica in Sicilia.

²⁷ Cfr. M. Pieri a F. Klein, 9.4.1897, in E. LUCIANO, C.S. ROERO, *From Turin to Göttingen: dialogues and correspondence (1879-1923)*, in «Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche», 32, 2012, lettera 73.

²⁸ F. Klein a M. Pieri, 31.3.1897, *ibidem*, lettera 72, trad. it. a cura dell'autrice.

Una costola italiana del dibattito su rigore ed intuizione riguarda, in particolare, l'uso degli *Elementi* di Euclide nell'istruzione secondaria²⁹. Le discussioni su questo tema si protraggono fin dal 1867 e la Scuola di Peano vi prende parte attiva. Gli anni torinesi di Pieri sono infatti gli stessi in cui Peano esprime in simboli alcuni libri degli *Elementi*³⁰. La traduzione delle 'verità' di Euclide è non solo propedeutica al loro inserimento nel *Formulario*, ma è anche volta a trasporre in linguaggio algebrico i contenuti dei libri VII-X, al fine di fornire una base adeguata alla redazione di manuali razionali di aritmetica e di algebra. Non si possono infine dimenticare i dibattiti interni alla Scuola di Peano sui pro e i contro del ricorso al V libro di Euclide, con gli interventi di Bettazzi, Burali-Forti e Vailati, in occasione del questionario della Commissione Reale per la riforma della Scuola media (1905). La *Rivista di Matematica* dà risalto a queste tematiche, ospitando fra l'altro una polemica fra G. Lazzeri e M. Gremigni, a proposito dell'edizione degli *Elementi* curata da quest'ultimo nel 1893³¹.

Senza banalizzarne eccessivamente le posizioni dei singoli, si può dire che Pieri, come la maggior parte della Scuola di Peano, si schiera a favore dell'utilizzo di Euclide, sia per quanto riguarda i libri geometrici, con l'eccezione della teoria delle proporzioni, sia per quelli aritmetici, purché illustrati in forma algebrica.

3. L'analisi metodologica di Pieri

Il settore dei fondamenti della geometria euclidea, cui Pieri dedica tre lavori nel 1899, 1900 e 1908³², è particolarmente atto a far emergere la sinergia fra le ricerche d'indole scientifica e quelle di natura pedagogica condotte nell'*equipe* di Peano.

²⁹ Cfr. L. GIACARDI, *L'insegnamento della matematica in Italia dall'Unità al Fascismo* in L. GIACARDI (a cura di), *Da Casati a Gentile. Momenti di storia dell'insegnamento secondario della matematica in Italia*, La Spezia, Agorà, 2006, p. 1-14.

³⁰ Cfr. G. PEANO 1890d, *Les propositions du cinquième livre d'Euclide, réduites en formules*, «*Mathesis*» (Gand), 10, 1890, p. 73-74; 1891d, *Sommario dei libri VII, VIII, IX di Euclide*, in «*RdM*», 1, 1891, p. 10-12; 1892c, *Sommario del libro X d'Euclide*, in «*RdM*», 2, 1892, p. 7-11; 1906c, *Sul libro V di Euclide*, in «*Il Bollettino di Matematica*», Maggio-Giugno 1906, p. 87-91.

³¹ Cfr. G. LAZZERI, *Gli elementi di Euclide, Nuova edizione modificata ed accresciuta dal Dott. Michele Gremigni, Libro I, Firenze, Successori Le Monnier, 1893*, in «*RdM*», 2, 1892, p. 188-191; *Sulla seconda edizione degli Elementi di Euclide. Risposta al prof. Gremigni*, in «*RdM*», 3, 1893, p. 121-127; M. GREMIGNI, *A difesa della seconda edizione degli Elementi di Euclide. Altra risposta al prof. Lazzeri*, in «*RdM*», 4, 1894, p. 17-21.

³² M. PIERI 1899a, *Della geometria elementare come sistema ipotetico deduttivo. Monografia del punto e del moto*, in «*Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino*», (2) 49, 1898-99, p. 173-222; 1901a, *Sur la Géométrie envisagée comme un système purement logique*, Bibliothèque du Congrès International de Philosophie, vol. III, *Logique et histoire des sciences*, Paris, Colin, 1901, p. 367-404; 1908, *La geometria elementare istituita sulle nozioni di «punto» e «sfera»*, in «*Memorie della Società Italiana delle Scienze (detta dei XL)*», (3) 15, 1908, p. 345-450.

La posizione di Pieri – se si esclude il suo discorso inaugurale del 1906³³ – non sono oggetto di scritti organici, ma possono essere ricostruite sulla base di una serie di osservazioni minute quanto puntuali, spesso affidate alle note a piè di pagina e alle appendici dei suoi saggi³⁴. Esse scaturiscono dall'attività di ricerca del matematico lucchese e si consolidano in rapporto ad una sua parentesi giovanile di insegnamento nelle Scuole tecniche di Livorno e di Pisa (1885-86). Più precisamente, a indirizzarlo verso gli studi fondazionali sono alcuni fattori concomitanti: i contatti con il gruppo di Peano, la traduzione della *Geometrie der Lage* e dei primi capitoli dei *Beiträge* di C. Von Staudt, e l'edizione delle lezioni di Geometria proiettiva per gli studenti dell'Accademia militare³⁵.

Gli assunti didattici di Pieri si basano su una precisa visione epistemologica che prende le mosse dall'*Essai sur la classification des sciences* di E. Goblot (Paris, Alcan, 1898) e da uno scritto del 1885 del filosofo F. Masci³⁶. La convinzione che egli ne trae, e che ribadirà più volte nel corso degli anni, è la naturale evoluzione di tutte le scienze, e *in primis* della geometria, verso l'assetto di sistema ipotetico-deduttivo, da cui discende la corrispettiva evoluzione dell'insegnamento verso l'indirizzo razionale-astratto:

Da gran tempo si disputa se la Geometria elementare debba aversi, o no, quale scienza ipotetica, e di sola ragione [...]. A me par che sia sempre per esser come noi la facciamo: e che se per anco non è istituita in qualità di dottrina puramente deduttiva (di scienza, cioè, del possibile, anzi che del reale) potrà nondimeno ricevere prima o poi cotal forma; e che nulla in essa ripugni da cotesta evoluzione, alla quale anzi sembrano propriamente avviate le scienze che progrediscono; ma la Geometria si dee riconoscer più prossima di qualunque altra allo scopo. [...] Una riforma della Geometria Elementare, con intento d'istituirla a mo' di scienza puramente deduttiva e senza troppo scostarsi dagli "Elementi d'Euclide" sembra oggimai per molti indizi effettivamente matura; e ci sarà forse [di] stimolo ad altre ricerche più minute ed intrinseche³⁷.

A queste letture, Pieri accosta una buona conoscenza delle analisi di F. Enriques³⁸ sul fondamento psicologico dei postulati, al punto che in apertura

³³ PIERI 1907a cit.

³⁴ Cfr. PIERI 1980 cit., p. 185, 245, 253, 290, 310, 398, 413, 442-443, 455-457, 557-560 e *Una lettera inedita a E. Maccaferri*, in «*Bollettino di Matematica*», (n. s.) 4, 1925, p. 49-50.

³⁵ LEVI 1913 cit., p. 67.

³⁶ F. MASCI, *Sulla natura logica delle conoscenze matematiche. Contribuzione alla teoria della conoscenza*, in «*Filosofia delle Scuole Italiane*», 32, 1885, p. 3-51, 115-150, 273-293.

³⁷ PIERI 1899a cit., p. 175.

³⁸ Agli scritti di Goblot, Masci ed Enriques, Pieri affianca pure l'esame dei saggi di G. VAILATI, *Des difficultés qui s'opposent à une classification rationnelle des sciences*, Bibliothèque du Congrès International de Philosophie, vol. III, *Logique et histoire des sciences*, Paris, Colin, 1901, p. 603-632; E. LE ROY, *Science et Philosophie*, in «*RMM*», 7, 1899, p. 375-425, 562; 8, 1900, p. 37-72.

alla memoria del 1908 *La geometria elementare istituita sulle nozioni di "punto" e "sfera"* scrive significativamente, riferendosi agli studi di fisiologia di H. Spencer, G. Romanes, G.H. Lewes, W. Wundt e V. Henri:

Tutto sommato, parrebbe che gli elementi costruttivi primordiali, che più spicciamente intervengono a formare lo spazio tattile-muscolare, non siano le nozioni della retta e del piano, ma sì della distanza e quindi dei cerchi e delle sfere³⁹.

Il passo è tratto dai *Problemi della scienza*⁴⁰ di Enriques ed è scelto a ragion veduta per dimostrare che la selezione delle nozioni comuni deve essere non solo la più appropriata dal punto di vista logico, ma anche da quello percettivo.

Per Enriques, come per Pieri, gli enunciati alla base della geometria correlano concetti primitivi cui non è associato alcun significato. In questo senso il *punto* e lo *spazio* non sono enti univocamente determinati *a priori*, anzi essi sono caratterizzati da condizioni formali liberamente imposte e si risolvono nella classe di tutte le interpretazioni che le soddisfano, soggette al solo vincolo della consistenza.⁴¹ Conseguentemente, ritenere che i postulati della geometria non siano altro che forme rigorose e necessariamente euclidee del concetto intuitivo di spazio significa, per Pieri, rimanere legati ad una rappresentazione schematica e soggettiva, comportandosi in modo analogo a chi, rimanendo ancorato alla rappresentazione del numero come moneta, scambiasse l'aritmetica con la contabilità⁴².

Nonostante queste convinzioni di fondo, Pieri colloca tuttavia parte del proprio lavoro, e soprattutto le relative ricadute didattiche, in una prospet-

³⁹ PIERI 1908 cit., p. 345. Anche in altre occasioni (per esempio in 1907a cit., p. 28-30) Pieri fa riferimento esplicito al programma di una gnoseologia positiva elaborato da Enriques e volto a chiarire il processo di acquisizione e costruzione della conoscenza, a partire dall'esame dei concetti più generali della geometria e della meccanica.

⁴⁰ F. ENRIQUES, *Problemi della scienza*, Bologna, Zanichelli, 1906. Cfr. anche F. ENRIQUES, *Sulla spiegazione psicologica dei postulati della Geometria*, in «Rivista filosofica», 3, 4, 1901, p. 171-195.

⁴¹ Lo spazio, dunque, non è un oggetto reale esterno assolutamente dato, come vorrebbe la posizione empirista, ma è un insieme di relazioni denotanti rapporti tra i corpi, il cui elemento formale è offerto dalle operazioni della struttura mentale. In PIERI 1907a cit., p. 27 si afferma: "In sostanza il Peirce, con la più parte dei filosofi, concepiva la Geometria, per es., come un ramo di matematica applicata; a un dipresso come una fisica matematica dell'estensione, dove i concetti fondamentali non fosser capaci di un contenuto diverso da quello che ci viene dall'ordinaria intuizione spaziale. [...] Per certo nessuno vorrà negare l'importanza euristica, e molto meno il valore didattico, di codesta interpretazione concreta degli enti geometrici: ma sostenere (come fa p. es. il Kant) che i postulati della Geometria non siano altro che forme rigorose del concetto intuitivo di spazio; né che spetti loro altro ufficio, tranne quello di imprimere, con suggello razionale, un certo carattere di stabilità nei fatti dell'intuizione spaziale, sarà forse un attribuire importanza soverchia a una speciale rappresentazione oggettiva, facendone quasi una condizione *sine qua non* per l'esistenza stessa della Geometria."

⁴² Cfr. PIERI 1907a cit., p. 28.

tiva diversa, sottolineando che, pur essendo la geometria un sistema ipotetico-deduttivo, bisogna però tener conto dei suoi legami con il modo esterno, motivo per cui i suoi postulati possono e devono trovare un'immagine esatta e conforme nei fenomeni ai quali si applica il sistema.

La riflessione di natura teorica si coniuga in Pieri a una chiara visione del problema dell'insegnamento "ch'è oramai nel pensiero di tutti", ossia a una lucida disamina dei difetti della presentazione scolastica della geometria, condivisa con Peano, Padoa e Burali-Forti:

Les conséquences n'y découlent pas toujours des prémisses par la Logique pure: les arguments d'évidence (ou, comme on dit à présent, d'intuition) se dissimulent derrière les syllogismes les mieux ajustés, ou même sont invoqués ouvertement. Les notions primitives y sont plus nombreuses qu'il n'est besoin; etc.⁴³.

La soluzione a questi problemi deve essere ravvisata nell'opportunità di riversare nel campo dell'istruzione e nella manualistica le ricerche sui fondamenti che, anzi, giustificano il loro interesse e la loro utilità proprio in virtù di questo risvolto 'pratico'. Non stupisce quindi che la connotazione didattica sia spesso sottolineata da Pieri nei suoi lavori:

l'a[utore] si lusinga di ravvisare in tutto l'insieme un andamento più facile, ed un maggior grado di semplicità reale in confronto dei precedenti sistemi; da farne insino sperare una qualche riforma degli Elementi di Geometria per le scuole, secondo i principi qui esposti, od altri poco dissimili⁴⁴

e che essa sia espressamente richiamata dai primi colleghi che ne commentarono gli scritti. Peano ad esempio afferma, nel necrologio del collega:

Post analysi de principios de Geometria superiore, nostro auctore incipe analysi multo superiore de principios de Geometria elementare. Geometria elementare es objecto de studio ab ultra 23 seculo; ergo es plus difficile de inveni novitates. Et omni perfectionamento habe interesse practico fundamentale, nam in omni schola discipulos stude Geometria elementare. Illos [studios] es puro theorico, sed in idem tempore, de magno utilitate pro didactica in scholas inferiore, ut juvenes disce geometria elementare⁴⁵.

⁴³ PIERI 1901a cit., p. 377.

⁴⁴ PIERI 1899a cit., p. 175. In PIERI 1908 cit., p. 6-7 si ribadisce: "Il nuovo Saggio, che or si espone al giudizio del pubblico, palesa intenti speculativi e critici. [...] Non ha vesti o pretese didattiche; ma neppur vorrebbe apparire così remoto dalla Scuola, né di sì ardua o preziosa fattura, da non potersene avvantaggiare anche i giovani poco più che iniziati allo studio delle Matematiche." Analogamente, nel lavoro dedicato ai fondamenti dell'Aritmetica si legge (M. PIERI 1907b, *Sopra gli assiomi aritmetici*, in «Bollettino dell'Accademia Gioenia di Scienze Naturali in Catania», (2) 2, 1908, p. 30): "I fatti allegati a questa dimostrazione (§4) son tutte cose fondamentali, di cui l'Aritmetica non può passarsi in niun modo: onde sarà manifesto, che il nuovo sistema di pstl. I), ... IV) non implica, rispetto a quelli già noti, alcuna maggiore difficoltà deduttiva o didattica".

⁴⁵ PEANO 1913f cit., p. 32-34.

Dal canto loro, C. Segre ed E. D'Ovidio, nella relazione ad un corposo saggio di Pieri sulla geometria elementare, redatta per la sua accettazione nelle *Memorie* dell'Accademia delle Scienze di Torino, concludono:

In ogni modo è certo che dal punto di vista puramente logico il sistema del Pieri è pienamente soddisfacente, e contiene, come abbiamo già rilevato, un risultato di particolare importanza nella riduzione fatta delle nozioni primitive. Dal punto di vista didattico poi possiamo dire che, se anche non si vorrà adottare in tutti i particolari l'attuale trattazione, pure molta parte di quanto in essa si contiene potrà essere utilizzata con vantaggio⁴⁶.

Ammessi che sia opportuno valersi, nell'insegnamento, delle indagini sui fondamenti, occorre domandarsi in che misura e in che modo Pieri intendesse adattare questi studi fatti 'con puro spirito scientifico'. Ecco allora che acquisiscono maggior peso le sue riflessioni sul problema dei criteri di scelta degli enti e delle proposizioni primitive, sulla loro indipendenza, sulla preoccupazione di evitare ammissioni sottintese, sull'importanza dell'aderenza alla realtà fisica o psicologica, in opposizione allo scheletrico formalismo dell'impalcatura logico-deduttiva, e sulla "diversa cura nello schematizzare il linguaggio fra gli opposti poli dell'espressione corrente e del simbolismo logico-matematico"⁴⁷.

L'ideale di Pieri è quello di un insegnamento che presenti la geometria euclidea come un sistema speculativo astratto, una dottrina o una scienza 'di tutto ciò che è figurabile ovvero rappresentabile', svincolata da qualsiasi interpretazione empirica⁴⁸. Una mente educata alle idee generali e sorretta da una discreta facoltà di astrazione – argomenta il matematico lucchese – diventa infatti capace di percepire sia il senso, sia il nesso delle varie proposizioni e le loro 'veci deduttive', cioè la loro concatenazione e i rapporti reciproci, facendo appello solo alle proprietà che gli assiomi conferiscono alle nozioni primitive e richiamandosi unicamente alle definizioni dei singoli oggetti. Scopo dell'in-

⁴⁶ C. SEGRE, E. D'OVIDIO, *Relazione sulla Memoria del prof. M. Pieri intitolata: Della geometria elementare come sistema ipotetico-deduttivo*, in «Atti R. Accademia delle Scienze di Torino», 34, 1898-99, p. 760-762. Cfr. anche G. PEANO, E. D'OVIDIO, C. SEGRE 1897d, *Relazione sulla memoria "I principii della geometria di posizione composti in sistema logico-deduttivo" del prof. Mario Pieri*, in «Atti R. Accademia delle Scienze di Torino», 33, 1897-98, p. 148-150; G.Z. GIAMBELLI, *Mario Pieri*, in «Bollettino di Matematica», 12, 1913, p. 291-293 e G. MARLETTA, *M. Pieri, La geometria elementare istituita sulle nozioni di punto e sfera ...*, in «Bollettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche» (Loria), 12, 1910, p. 6-13.

⁴⁷ L. BRUSOTTI, *Questioni didattiche* in L. BERZOLARI, D. GIGLI, G. VIVANTI (a cura di), *Enciclopedia delle Matematiche Elementari*, 3₂, Milano, Hoepli, 1949, p. 924.

⁴⁸ Tale interpretazione fisica era invece ritenuta imprescindibile dai matematici di orientamento positivista. Cfr. ad esempio G. PEANO 1894c, *Sui fondamenti della Geometria*, in «RdM», 4, p. 52, 54-55; C. SEGRE, *Vedute superiori sulla Geometria elementare*, *Quaderno* 29, 1916-17, p. 7-27 e [Appunti relativi alle lezioni tenute per la Scuola di Magistero], *Quaderno n. 40*, p. 1-7, 14-22, in GIACARDI 2001 cit.

segnamento geometrico diventa dunque quello di sviluppare e promuovere la "pratica del ragionare con esattezza, vale a dire la cognizione sicura dei rapporti logici di principio e conseguenza: insomma l'arte o la facoltà di rettamente argomentare e concludere"⁴⁹. D'altra parte un approccio assiomatico costituisce l'unica via percorribile per colmare il divario fra l'educazione elementare, media e secondaria, che è e deve essere necessariamente intuitiva, e quella universitaria, che invece non può che essere formale e ipotetico-deduttiva⁵⁰.

Appare quindi indispensabile introdurre gli oggetti geometrici (punti, rette, figure e così via) come pure creazioni dello spirito e i postulati come semplici atti della nostra volontà ovvero "scelte dello spirito o verità di definizione"⁵¹, arbitrarie nella misura in cui il loro ordinamento è determinato dal fine deduttivo che ci si propone⁵². Una peculiare sensibilità per le problematiche dell'apprendimento porta tuttavia Pieri a ritenere che non si possa ragionevolmente prescindere, nella scuola, dal presentare la geometria elementare anche nella veste di una 'fisica matematica dell'estensione': una veste che la storia, la tradizione didattica e il frutto delle ricerche cognitive sembrano necessariamente conferirle⁵³.

Un ulteriore tema di riflessione è costituito dai simboli della logica e, in quest'ambito, appare quanto mai chiaro il retaggio della personale esperienza di Pieri, quale matematico professionista e docente scrupoloso. Fin dalle memorie del 1894 egli sottolinea infatti di essere ricorso alla logica per 'pensare' e scrivere le singole proposizioni, ravvisando in essa un valido strumento di analisi:

non soltanto per l'efficacia dei simboli in sé, quanto ancora in virtù degli abiti intellettuali, che i metodi e le dottrine di questa scienza si manifestano capaci di educare e promuovere, ed anche per certa loro facoltà suggestiva, che guida spesso ad osservazioni e ricerche non curate altrimenti⁵⁴.

⁴⁹ PIERI 1908 cit., p. 107.

⁵⁰ Cfr. *ibidem*, p. 7: "Certo è che l'insegnamento della Geometria Elementare, quale oggi s'imparte nelle nostre scuole medie, è troppo impari al bisogno di chi più tardi abbia a fare di quelle scienze il suo studio principale: onde più volte da valorosi e provetti docenti mi avvenne di udire espresso il desiderio, che i loro giovani scolari trovassero poi modo di approfondirne o rifarne il trattato, con mezzi più idonei e più rigorosi, nelle scuole universitarie."

⁵¹ PIERI 1901a cit., p. 373.

⁵² A questa conclusione giungono negli stessi mesi, in termini analoghi, anche Vailati, Vacca e F. Brentano.

⁵³ Cfr. PIERI 1901a cit., p. 377: "[...] étant données les qualités de l'esprit des adolescents, les exigences de l'école et les bonnes règles didactiques, etc. il ne sera jamais permis dans ce domaine de faire un trop grand usage des abstractions, ni de détourner l'esprit des jeunes gens des phénomènes de l'étendue; de sorte que, dans les écoles, la Géométrie élémentaire ne pourra peut-être jamais quitter le caractère d'une Physique de l'étendue qu'elle possède depuis l'antiquité la plus reculée".

⁵⁴ PIERI 1899a cit., p. 177.

A partire dal 1897, tuttavia, egli rinuncia al simbolismo in tutti i suoi articoli, sia specialistici sia divulgativi, giustificando tale scelta in virtù della “considerazione dei molti, a cui [esso] non è familiare”⁵⁵. Ad orientarlo verso un uso dei segni esclusivamente confinato all’attività privata di ricerca potrebbe aver contribuito sia il rifiuto di Klein a pubblicare sui *Mathematische Annalen* un compendio dei suoi scritti fondazionali redatto in linguaggio ideografico,⁵⁶ sia una polemica con F. Amodeo sul *Periodico di Matematica*. Il dibattito fra i due era nato da alcuni rilievi mossi dal matematico napoletano al sistema di postulati per la geometria proiettiva elaborato da Pieri, ma si era ben presto spostato sui vantaggi dell’ideografia⁵⁷.

Un atteggiamento di cautela è parallelamente tenuto da quest’ultimo riguardo all’uso dell’algoritmo logico a livello di educazione pre-universitaria. Recensendo il manuale di *Aritmetica generale ed Algebra elementare* di Peano (1902), tutto redatto in simboli, Pieri non esita infatti ad osservare:

Non c’è troppo da illudersi sull’accoglienza, che una riforma di questo genere è per trovare in buona parte del pubblico [...]. Ma nondimeno è lecito sperare che la bontà del presente trattato vincerà molte ritrosie, spegnerà molti pregiudizi, e farà nascere in qualche volenteroso docente il proposito di sperimentarlo per sé e per la Scuola⁵⁸.

Preferibile gli appare la via tentata da S. Catania, già suo studente all’Università di Catania e poi insegnante di scuola secondaria, che proprio da lui aveva ereditato il gusto per il linguaggio ideografico⁵⁹. Nella sua *Aritmetica razionale* Catania si era proposto, con il consenso di Peano, di estrarre dal *Formulario di Matematica* le parti meno elevate dell’aritmetica, riproducendole fedelmente in scrittura ordinaria. Si trattava, in sostanza, dello stesso tipo di ‘ri-traduzione’ che Pieri aveva condotto dal 1897, all’atto di trasformare i suoi

⁵⁵ *Ibidem*, p. 177.

⁵⁶ F. Klein a M. Pieri, 31.3.1897, in LUCIANO, ROERO 2012 cit., lettera 72.

⁵⁷ Cfr. F. AMODEO, *A proposito dei postulati della Geometria proiettiva*, in «Giornale di Matematiche» (Battaglini), 34, 1897, p. 101-103 e M. PIERI 1897d, *Intermezzo*, in «Periodico di Matematica», (3) 12, 1897, p. 152: “A chi mi chiedesse, onde nascono gli equivoci del sig. Amodeo in questa parte, direi senza punto esitare: da poca avvertenza a certe particolarità di un’ipotesi; da poco o niun conto di certe differenze ideali, che paion piccine, e son grandi: particolarità e differenze, che men facilmente si scuoprono a chi non è familiare con quelle tali ‘idee ai simboli logici’, di cui tocca elegantemente il mio critico verso la fine”.

⁵⁸ M. PIERI, *G. Peano, Aritmetica generale ed Algebra elementare ...*, in «Periodico di Matematiche», (2) 5, 1903, p. 293.

⁵⁹ Catania sposò la visione assiomatico-deduttiva dell’insegnamento sostenuta da Pieri e da Peano nei suoi numerosi libri di testo, cfr. per esempio S. CATANIA, *Aritmetica ed algebra ad uso degl’Istituti tecnici*, Catania, Giannotta, 1910³; *Aritmetica razionale per i ginnasi superiori e per la prima classe d’istituto tecnico*, Catania, Giannotta, 1914⁴ e *Corso di Algebra elementare per i Licei secondo i nuovi programmi, parte I per la prima classe liceale*, Catania, Giannotta, 1917⁴.

appunti in memorie scientifiche da destinare alla pubblicazione. Ecco allora che il libro di Catania, che ben presto si troverà al centro di un aspro dibattito nella *Mathesis*⁶⁰, è recensito elogiativamente da Pieri come

un trattatello, che nella forma e un po’ anche nella materia, si distingue dagli altri libri d’aritmetica, ed è atto a fornire una giusta idea dei vantaggi, anche didattici e pratici, che si potrebbe ritrarre da un uso discreto dei principi e dei metodi che informano la Logica⁶¹.

4. Pieri, Padoa e il Formulario

Se, fino a questo punto, non sarebbe stato necessario specificare in quale lavoro emergevano le singole convinzioni di Pieri, dal momento che esse venivano ribadite in più circostanze e luoghi, lo stesso non può dirsi per quanto riguarda la scelta delle idee primitive che, come è noto, varia dal sistema ‘punto e moto’ del 1898-99 a quello basato su ‘punto e distanza tra due punti’ del 1900, per giungere a quello ‘punto e sfera’ del 1908⁶². La ricostruzione del percorso che lo portò a modificare più volte tale selezione è emblematica dei meccanismi di ‘costruzione sociale’ del sapere matematico tipici della Scuola di Peano.

La riflessione prende le mosse dal concetto di moto, già esaminato da Peano nel saggio *Sui Fondamenti della Geometria* (1894)⁶³ e quindi da Pieri, nella recensione al volume di J. Thomae *Die Kegelschnitte in rein projectiver Behandlung*, curata per la *Rivista di Matematica*⁶⁴.

La prima e più semplice soluzione che gli si prospetta è quella di “abbandonare una strada, che nell’ordine speculativo sarebbe forse migliore”, escludendo cioè dai principi della geometria il moto come concetto primitivo e definendo la congruenza delle figure mediante la più generale nozione di omografia⁶⁵. Ciò porterebbe tuttavia a una riforma dell’insegnamento considerata troppo radicale, sia per ragioni storiche che pedagogiche. Ecco allora che, fin dall’aprile del 1899, Pieri intuisce la possibilità di

⁶⁰ Sulle polemiche concernenti l’uso della logica e dei fondamenti nella manualistica cfr. E. LUCIANO, *I dibattiti sull’insegnamento della Logica, da Peano a Bourbaki*, in F. FERRARA, L. GIACARDI, M. MOSCA (a cura di), *Ass. Sub. Mathesis Conferenze e Seminari 2008-2009*, Torino, Kim Williams Books, 2009, p. 231-238.

⁶¹ M. PIERI 1905b, *S. Catania, Aritmetica razionale per le scuole secondarie superiori ... 1904*, in «Periodico di Matematiche», (3) 2, 1905, p. 46-47.

⁶² La sfera è definita attraverso la relazione ternaria: “*c* dista da *a* quanto *b*”, “*c* appartiene alla sfera di *b*, di centro *a*” e “le coppie (*a, b*) ed (*a, c*) sono congruenti fra loro”.

⁶³ PEANO 1894c cit., p. 75-80.

⁶⁴ PIERI 1894a cit., p. 38-39.

⁶⁵ PIERI 1899a cit., p. 175.

comporre tutta quanta la Geometria elementare con queste due sole materie prime: il “punto” ed una certa relazione fra tre punti a , b , c che si può interpretar con le frasi “ c dista da a quanto b ”, ovvero “ c appartiene alla sfera descritta da b , centro a ”, “la coppia (a, c) è congruente alla coppia (a, b) ”⁶⁶.

Dal punto di vista storico, l’archetipo di questo modo di procedere è ravvisato negli scritti di G.W. Leibniz sulla *Characteristica geometrica*, noti grazie ai *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* di M. Cantor.

L’eccessiva complicazione degli sviluppi di un tale sistema “date le molte pretese d’indole logico-deduttiva” necessita tuttavia “il desiderio, se non il bisogno di nuovi studi e di ricerche ulteriori”⁶⁷, che Pieri intraprende in vista del Congresso internazionale di Filosofia di Parigi, nell’estate del 1900. Organizzatore della sezione di *Logica e storia delle scienze* è il filosofo L. Couturat che, per il tramite Peano⁶⁸, invita il matematico lucchese fin dal luglio del 1899 insieme ai collaboratori del *Formulaire*. Di fatto egli non prenderà parte al congresso, ma invierà ugualmente il testo *Sur la géométrie envisagée comme système purement logique*, letto da Couturat nella seduta del 3 agosto⁶⁹.

Fra i presenti vi è Padoa, che a sua volta ha elaborato, indipendentemente da Pieri, un sistema di assiomi per la geometria euclidea, oggetto della comunicazione che intende tenere di lì a pochi giorni al II Congresso internazionale dei Matematici⁷⁰. Nei mesi precedenti, anche Padoa ha sviluppato un’analisi dei principi della geometria elementare, mosso dal medesimo intreccio di stimoli d’indole didattica e scientifica che aveva guidato il suo collega⁷¹.

In particolare, anch’egli ha preso le mosse da una disamina del concetto di moto, alla luce dello studio degli *Elementi di Geometria per i licei e gli istituti*

⁶⁶ *Ibidem*, p. 176.

⁶⁷ *Ibidem*, p. 176.

⁶⁸ L. Couturat a G. Peano, 8.7.1899, in E. LUCIANO, C.S. ROERO (a cura di), *Giuseppe Peano - Louis Couturat Carteggio (1896-1914)*, Firenze, Olschki, 2005, p. 28. Cfr. anche L. Couturat a M. Pieri, 26.7.1899, in ARRIGHI 1997 cit., p. 42-43.

⁶⁹ Cfr. L. COUTURAT, *Les mathématiques au congrès de philosophie*, in «L’Enseignement mathématique», 2, 1900, p. 397-410.

⁷⁰ A. PADOA, *Un nouveau système des définitions pour la géométrie euclidienne*, in *Compte Rendu du deuxième Congrès International des mathématiciens ...*, Paris, Gauthier-Villars, 1902, p. 353-363; trad. it. *Un nuovo sistema di definizioni per la geometria euclidea*, in «Periodico di Matematiche», (3) 19, 1904, p. 74-80. Per un’analisi dei suoi contributi ai fondamenti della geometria euclidea e per un confronto con le monografie di Pieri del 1899 e del 1908 cfr. M. BORGA, G. FENAROLI, A.C. GARIBALDI, *Un inedito di Alessandro Padoa*, in «Epistemologia», 32, 2009, p. 233-254 e M. BORGA, *Su alcuni contributi di Alessandro Padoa e Mario Pieri ai Fondamenti della Geometria*, in «Epistemologia», 34, 2011, p. 89-114.

⁷¹ Cfr. PADOA 1902 cit., p. 356, 360; 1904 cit., p. 76, 78, citazione a p. 360: “Maintenant que nous avons accompli notre tâche en laissant de côté toute préoccupation didactique, nous désirons faire remarquer la possibilité d’employer notre système de symboles non définis même dans l’enseignement élémentaire”.

tecniche di G. Veronese, ed è giunto a osservare, nelle *Note critiche* a questo manuale:

Al «movimento» – quale «stromento dimostrativo di eguaglianza» – l’A. rinuncia nel suo libro, e questa è innovazione molto importante; ma del «movimento» – quale «stromento genetico» – l’A. si giova, in modo più o meno larvato. E, precisamente, vi ricorre ogni qualvolta considera una figura non *attuale*, ma *divenente*: poiché – a chi non voglia varcare i confini che separano la matematica dalla metafisica – poco importa che il divenire sia esterno (per movimento reale dell’elemento generatore) o interno (per concezione successiva di elementi esterni attuali). [...] Tuttavia l’A. dichiara (p. VII) di non accettare l’opinione di Newton, che la *Geometria* considerava qual parte della *Meccanica*⁷².

Di qui, Padoa è approdato alla stessa conclusione di Pieri: il moto deve essere bandito dal novero dei concetti primitivi e sostituito opportunamente.

La coincidenza di opinioni fra i due si spinge tuttavia ancora oltre. Convinti che in scuola sia preferibile, anche psicologicamente, procedere dall’idea di segmento a quella di retta, sia Pieri che Padoa ritengono infatti naturale chiedersi come sia possibile espungere anche il concetto di segmento, riconducendone la definizione ad una relazione fra punti. Ecco allora che entrambe si trovano ad elaborare un sistema per la geometria euclidea in cui i concetti primitivi sono, rispettivamente, il punto e una relazione ternaria “ a sta fra b e c ” per Pieri, e il punto e una relazione fra quattro punti, più precisamente una relazione di congruenza fra coppie di punti, per Padoa. Come quest’ultimo scrive a Pieri, del resto:

Nelle ricerche scientifiche v’è una specie di filiazione; come, nell’analisi dei principi della Geometria, Peano si ispirò a Pasch ed ella a entrambi, così io, ultimo non soltanto cronologicamente, mi ispirai a tutti e tre [...]. Ed io non ho mancato – per debito di onestà scientifica e tanto più volentieri in quanto altrimenti non sarebbe stato fatto il Suo nome al Congresso matematico – di assegnarle il dovuto posto d’onore in tale categoria di ricerche, non solo per i Suoi scritti già pubblicati, ma ancora per segnalare come dal Suo lavoro inedito risultasse per lo meno l’avviamento alla semplificazione ultima⁷³.

Che le discussioni sui fondamenti della geometria elementare e sulla loro applicazione nell’insegnamento fossero all’ordine del giorno nella Scuola di Peano in quei mesi è ulteriormente confermato dal fatto che, ancora una volta autonomamente rispetto agli altri ‘allievi’, anche Vacca e Vailati stavano “discorrendo” con Peano della possibilità di costruire un sistema di geometria elementare con

⁷² A. PADOA, *Note critiche agli Elementi di Geometria di Giuseppe Veronese*, Pinerolo, Chiantore-Mascarelli, 1899, p. 18.

⁷³ A. Padoa a M. Pieri, 6.1.1901, in ARRIGHI 1997 cit., p. 85.

i simboli del *Formulario*, con l'obiettivo di superare le "gravi difficoltà" che rendevano i precedenti tentativi "ancora niente didattici"⁷⁴. La prima ipotesi ad essere presa in considerazione è quella del calcolo geometrico, seguendo la terza edizione del *Formulario*, anche se, per evitare eccessive complicazioni, Peano e Vacca si convincono presto che è preferibile assumere come idee primitive il punto e la distanza tra due punti⁷⁵. I vaghi riferimenti di Pieri alle intuizioni di Leibniz sono precisati da Vacca, grazie ai suoi studi storici sullo *Specimen geometriae luciferae*, condotti sulle fonti a stampa e sui manoscritti di Leibniz, riscoperti ad Hannover nel luglio del 1899. Da ultimo, la sintesi dei contributi di Peano, Pieri, Padoa, Vacca e Vailati dà luogo alla trattazione contenuta nella quarta edizione del *Formulario*⁷⁶, che risulta paradigmatica del sincretismo, talora solo in parte riuscito, delle ricerche condotte da Peano e dai suoi collaboratori, talvolta all'insaputa delle intuizioni e dei progressi gli uni degli altri.

5. La trasposizione didattica dei sistemi di Peano-Pieri

Anche se ad accomunare gli esponenti della Scuola di Peano vi è la volontà di rinnovare i tradizionali approcci didattici per il tramite delle ricerche logico-fondazionali, non mancano significative distinzioni sull'attuazione concreta di questo tipo di istanze. Pieri è, insieme a Vailati, fra le figure più aperte dell'*entourage* nei confronti delle critiche sollevate da alcune componenti del mondo scientifico italiano, e soprattutto da figure legate alla Scuola di Segre come G. Castelnuovo o F. Enriques.

Ammesso che la geometria debba preservare il suo carattere di 'fisica dell'estensione', il matematico lucchese può infatti accettare più facilmente, rispetto ad esempio a un Padoa o a un Burali-Forti, che:

molto giova all'intelligenza dei fatti geometrici l'aver sempre innanzi un'immagine o rappresentazione intuitiva del 'punto' e della 'sfera' d'un punto intorno ad un altro; ossia l'abito di contemplare il senso reale e concreto, che l'uso annette ai giudizi come "A, B, C sono punti, e C dista da A quanto B". Se è vero che "nihil est in intellectu, quod non fuerit in sensu" (Aristotile) e che "ogni uman sapere ha principio nell'intuizione" (Kant) non sarà mai superfluo appellarsi anche ai mezzi

⁷⁴ G. Vacca a G. Vailati, 30.9- 6.11.1902, *Archivio Peano-Vacca*, Dip. Mat. Univ. Torino, cc. 1r-2v.

⁷⁵ Cfr. G. PEANO 1898c, *Analisi della teoria dei vettori*, in «Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino», 33, 1898, p. 513-534; 1903a, *La geometria basata sulle idee di punto e distanza*, in «Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino», 38, 1902-03, p. 6-10.

⁷⁶ PEANO 1903f cit., p. 253-265. Solo in minima parte sono però contemplati nel *Formulario* i risultati di Pieri sui fondamenti della geometria euclidea e neutrale, nonostante il tema si pre-stasse ad essere integrato in questa enciclopedia, edita con esplicite finalità didattiche.

più grossolani ed empirici per suscitare e vivificare nei giovani ogni sorta di cognizioni intuitive e sperimentali sui vari oggetti geometrici⁷⁷.

Un granello di polvere, il forellino di un ago su un foglio di carta possono allora dare un'immagine del punto; la sfera si può concepire come la superficie di un corpo rotondo, quale una palla o un arancio. E ancora, sistemi articolati di aste rigide di semplicissima struttura, o fili saldati alla trama di un telaio, si prestano alla verifica sperimentale degli assiomi esposti nella memoria del 1908. Se un'asta rigida è fissa ad un estremo – sia per es. A – ma può girare intorno ad A come perno, le posizioni dell'altro estremo forniscono infatti l'immagine dei punti che distano da A quanto B. Analogamente un filo teso tra due punti A e B, uno dei quali fisso, può rendere l'idea della sfera BA, del segmento |AB|, ecc.

Ricorrere a rappresentazioni concrete degli enti fondamentali non significa tacere la connotazione ipotetico-deduttiva della geometria, e anzi è lo stesso Pieri a fornire alcune indicazioni per impostare l'attività in aula, sostenendo che la prima lezione, in una scuola secondaria, potrebbe aprirsi con queste parole:

La prima volta il Maestro così parli ai discepoli: Concedetemi la verità di codeste proposizioni primitive; ed io vi conduco man mano, per via di successive deduzioni, a dover riconoscere la verità di tutte le altre proposizioni geometriche. Gli assiomi son come il seme di tutte le verità geometriche: ma i germi di queste non si svolgono da quelli, se non sian fecondati dal raziocinio. A questo modo s'istituisce, p. es., la Geometria e l'Aritmetica; in ciò consiste sommariamente il processo deduttivo, che informa tutta quanta la Matematica pura⁷⁸.

L'esame di alcuni libri di testo che tentarono la trasposizione didattica dei sistemi di Peano e di Pieri consente di individuare le strategie di diffusione e divulgazione dei risultati adottate dal gruppo torinese, mostrando la labilità delle gerarchie fra i suoi membri, sovente instaurate a posteriori dalla storiografia.

L'assoluta precisione di linguaggio e un continuo riferimento a enti concreti del mondo fisico caratterizzano gli *Elementi di Geometria per le scuole secondarie superiori* di Giuseppe Ingrams, recensiti con favore da Pieri nel 1899 sulla *Rivista di Matematica*⁷⁹. La trattazione, condotta rigorosamente secondo

⁷⁷ PIERI 1908 cit., p. 107.

⁷⁸ *Ibidem*, p. 107.

⁷⁹ PIERI 1899b, p. 178-179. Il testo di Ingrams fu pure recensito da F. PALATINI sul «Periodico di Matematiche», 2, 1900, p. 85-88. Fra gli aspetti migliori del libro, "frutto di lunghe meditazioni e di uno studio accurato e intelligente dei più recenti lavori sui fondamenti della geometria" si segnala la generazione degli enti geometrici fondamentali. Presi come concetti primitivi il punto e il segmento, la retta è ad esempio definita come la classe degli infiniti punti, formata da un segmento e dai suoi due prolungamenti; il piano e lo spazio sono generati proiettando i punti del contorno, rispettivamente di un triangolo o di un tetraedro, mediante raggi aventi l'origine nell'interno di questo triangolo e di questo tetraedro.

il metodo deduttivo a partire da tre concetti primitivi (punto, segmento e una relazione di uguaglianza fra due segmenti) applica per la prima volta in un manuale scolastico alcuni dei risultati di Pasch, Peano e Pieri. Quest'ultimo rileva come, grazie a successivi approfondimenti, si sia ormai giunti a sistemi geometrici ancor più minimali, come quello da lui ottenuto nella memoria del 1898, all'epoca ancora in corso di stampa, in cui sono sufficienti due sole idee primitive: il punto ed il moto, inteso come trasformazione dei punti in punti. Nonostante sia ben conscio delle difficoltà che ancora restano da affrontare, Pieri tuttavia conclude:

se (didatticamente parlando) la Geometria elementare non accenna per ora a quel grado di scienza ipotetica e schiettamente deduttiva, che tanto ammiriamo nell'Arithmetica, non di meno quest'opera del prof. Ingrams, dove alcuni propositi vagheggiati speculativamente da pochi, e da non molto tempo, cominciano ad attuarsi in forma concreta e pratica, è già un ottimo pegno, e un affidamento sicuro di nuovi e sempre maggiori progressi su quella via⁸⁰.

Uno svolgimento esclusivamente assiomatico, fondato su due enti (punto e segmento)⁸¹ è quello adottato nella *Geometria elementare ad uso dei Licei e dei Ginnasi superiori* di Michele De Franchis, edita nel 1909. Animato dalla volontà di presentare questa disciplina come una 'scienza di ragionamento fondata su basi sperimentali', proprio come Pieri aveva raccomandato, l'autore si dedica alle verifiche empiriche dei postulati ed è il primo a inserire, in un testo scolastico di geometria, un paragrafo dedicato agli elementi della logica matematica di Peano⁸².

Il libro forse più emblematico della 'moderna onda' scaturita dai lavori di Pieri è però costituito dagli *Elementi di Geometria* di Angelo Pensa⁸³. Il manuale, rivolto alle scuole medie inferiori e pubblicato nel 1912 presso la casa editrice Petrini-Gallizio di Torino, dietro suggerimento di Burali-Forti, assume come substrato la memoria *La Geometria elementare istituita sulle nozioni di punto e sfera*. Al concetto di sfera è tuttavia sostituito quello più intuitivo di distanza "anzi quello materiale di filo teso tra due punti, o quello fornito dal compasso"⁸⁴. Lo stile si distingue per semplicità e chiarezza e, grazie al fatto che "la preoccupazione logica dell'insieme risiede soltanto nella

⁸⁰ PIERI 1899b, p. 182.

⁸¹ Il moto è invece definito come un'affinità.

⁸² M. DE FRANCHIS, *Geometria elementare*, Milano, Sandron, 1909.

⁸³ Per il profilo biografico di Pensa cfr. LUCIANO, ROERO 2010 cit., p. 119-122 e il sito <http://www.peano2008.unito.it/scuola/pensa.pdf>.

⁸⁴ C. BURALI-FORTI, A. Pensa, *Elementi di Geometria ad uso delle Scuole secondarie inferiori ... 1912*, in «Bollettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche» (Loria), 13, 1911, p. 117-120, cit. a p. 118 e 119.

mente dell'autore"⁸⁵, non è in alcun punto arido o noioso. Delle idee fondamentali sono offerte interpretazioni fisiche, espungendo invece quelle pseudo-definizioni che la moderna critica aveva smascherato come puri circoli viziosi. Facendo propri gli inviti di Pieri e di Peano, Pensa sopprime inoltre coraggiosamente la maggior parte delle dimostrazioni e le sostituisce con giustificazioni sperimentali, ottenute ad esempio tramite la sovrapposibilità. Del resto, secondo l'opinione di Pieri, Burali-Forti e Peano, è questa la migliore forma di mediazione epistemico-cognitiva del sistema di Pieri, dal momento che la sua completa 'giustificazione scientifica'

non è possibile [...] neanche in una scuola media superiore. Ciò non dice che dalla memoria di M. Pieri sia impossibile trarre un ottimo e semplice libro di Geometria per le scuole medie superiori. [...] Certamente il lavoro da fare è vasto e non facile⁸⁶.

Ecco allora che, seguendo l'orientamento dettato dal matematico lucchese stesso, per introdurre il concetto di retta e di distanza Pensa adotta sistemi di fili e di aste rigide⁸⁷, alternando al testo un suggestivo apparato di disegni ed immagini.

Gli *Elementi* di Pensa sono recensiti assai positivamente da Peano, G. Moglia e Burali-Forti⁸⁸. Anche G. Vacca, nei manoscritti intitolati *Sugli elementi di geometria nelle scuole secondarie inferiori* e *Sugli elementi di geometria nelle scuole*⁸⁹ analizza questo manuale, concludendo che esso è pressoché perfetto per quanto concerne l'introduzione delle nozioni di punto, figura, retta, piano, distanza, uguaglianza e sovrapposibilità, ed è assolutamente moderno per il ricorso alla piegatura della carta nella dimostrazione di alcuni teoremi sulle rette parallele.

⁸⁵ G. MOGLIA, A. Pensa, *Elementi di Geometria ad uso delle scuole secondarie inferiori ... 1912*, in «Bollettino di Matematica», 2, 1912, p. 194-197, cit. a p. 195.

⁸⁶ C. BURALI-FORTI, Prefazione ad A. Pensa, *Elementi di Geometria*, Torino, Petrini-Gallizio, 1912, p. III. Particolarmente riusciti sono i capitoli IV e V: nel primo, dalle costruzioni dei triangoli sono ricavati i criteri di uguaglianza, procedendo così, secondo i dettami della pedagogia positivista, dal concreto all'astratto; nel V sono dedotte le proprietà dei parallelogrammi, rettangoli e rombi, che "forniscono uno dei più notevoli e semplici esercizi logico-deduttivi".

⁸⁷ Cfr. ad esempio Pensa 1912 cit., p. 2-3: "Fissiamo su due sostegni, come indica la figura, due punte di ferro, o di legno, ecc. e indichiamone con A, B gli estremi. Due persone, tenendo teso un filo sottile, flessibile e inestendibile, possono fare appoggiare il filo ai punti A e B. Tutti i punti del filo teso costituiscono una *figura geometrica* che è una *parte* della retta che passa per A e B, ossia, più brevemente, è una parte della retta AB."

⁸⁸ Cfr. le note 84, 85 e G. PEANO, Dott. A. Pensa, *Elementi di Geometria ...*, in «ApI Discussiones», 4, 1912, p. 132-133.

⁸⁹ *Archivio Peano-Vacca*, Dip. Mat. Univ. Torino, *Sugli elementi di geometria nelle scuole secondarie inferiori*, ms., 10 p. numerate; *Sugli elementi di geometria nelle scuole*, ms., 6 p. denominate a, b, c, d, e, f. Tali manoscritti furono probabilmente redatti in previsione di una recensione o di un articolo di taglio didattico che non vide mai la luce, e sono conservati nel fondo torinese, insieme all'esemplare degli *Elementi di Geometria* di Pensa, con alcuni *marginalia* autografi di Vacca.

Di fatto, benché il libro riscuota un buon successo, confermato dalle undici edizioni e ristampe successive, fino al 1928⁹⁰, la sua ricezione conosce vicende di segno opposto. Secondo il racconto di T. Boggio a Peano, ad esempio, benché esso fosse stato adottato in varie scuole e giudicato “il migliore dei libri del genere”, era stato impedito allo stesso Pensa di utilizzarlo nella Scuola Tecnica Lagrange di Torino, dove prestava servizio. Un collega più anziano e “abituato ai soliti metodi sbagliati di molti anni fa”, non riuscendo a comprendere l'impostazione nuova e rigorosa di questi *Elementi*, si era infatti rifiutato di consigliarne l'acquisto ed era riuscito a convincere il direttore a obbligare anche il loro autore all'uso di testi imprecisi e desueti⁹¹.

L'episodio in sé non deve comunque stupire eccessivamente, se si tiene conto del coacervo di dibattiti che accolsero i primi esperimenti didattici basati sull'approccio ipotetico-deduttivo astratto e che portarono H. Fehr a concludere, nel suo rapporto ICMI su *La rigueur dans l'enseignement mathématique*, che in nessun paese, fatte salve le eccezioni di singoli professori, era stato accolto in modo sistematico il metodo propugnato da Peano, Hilbert e G.B. Halsted⁹². D'altro canto, non si possono neppure paragonare gli *Elementi* di Pensa a manuali come l'*Aritmetica* di Peano o la *Rational Geometry* di Halsted⁹³, desunti rispettivamente dal *Formulario* e dai *Grundlagen* di Hilbert. In quel libro, infatti, la trattazione è sì rigorosa, ma non strettamente logico-assiomatizzata; non si trovano discussioni sull'indipendenza degli assiomi, né mancano – come si è detto – gli appelli all'intuizione fisica e spaziale.

Coevo agli *Elementi* di Pensa, ma ben più noto di essi, è infine il *Trattato di Geometria elementare ad uso delle scuole secondarie superiori* di G. Marletta⁹⁴. Allievo di Pieri a Catania, egli illustra le questioni sui principi dapprima in un saggio edito sul *Periodico di Matematiche*⁹⁵, e successivamente, a partire da questo sviluppo un manuale improntato alle ricerche logico-fondazionali, in cui la geometria euclidea è dedotta dai concetti primitivi di punto e di segmento⁹⁶.

⁹⁰ A. PENZA, *Elementi di Geometria*, 1912¹, 1914², 1916³, 1918⁵, 1919⁶, 1922⁷, 1928¹¹.

⁹¹ T. BOGGIO a G. PEANO, 1.7.1912, in LUCIANO, ROERO 2010 cit., p. 120.

⁹² H. FEHR, *La rigueur dans l'enseignement mathématique dans les écoles moyennes*, in «L'Enseignement mathématique», 13, 1911, p. 462-463.

⁹³ G.B. HALSTED, *Rational Geometry. A textbook for the Science of space, based on Hilbert's Foundations*, New York, Wiley, 1906; trad. fr. P. BARBARIN, Paris, Gauthier-Villars, 1911. Cfr. anche G. VAILATI, *Halsted G.B., Rational Geometry ... 1906*, in «Bollettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche» (Loria), 8, 1905, p. 74-77.

⁹⁴ G. MARLETTA, *Trattato di Geometria elementare ad uso delle scuole secondarie superiori*, Catania, Giannotta, 1912.

⁹⁵ G. MARLETTA, *Principi di geometria euclidea*, in «Periodico di Matematiche», (3) 2, 1905, p. 257-273.

⁹⁶ Per un esame di altri testi che adottarono l'impostazione fondazionale, seguendo ad esempio l'indirizzo hilbertiano, cfr. C. MAMMANA, *I Grundlagen der Geometrie e i libri di testo di geometria in Italia*, in «Le matematiche», 55, 2000, suppl. 1, p. 227-251 e L. GIACARDI, *From*

6. L'influenza degli studi di Pieri sulla formazione degli insegnanti

Mentre gli studi di Pieri sui fondamenti della geometria iniziano a penetrare nel campo della manualistica, pur in presenza di critiche e perplessità, essi diventano parallelamente parte integrante della formazione culturale dei docenti italiani.

Rinvii ai lavori del matematico lucchese si ritrovano, ad esempio, nella bibliografia posta a corredo delle lezioni di C. Segre a Torino, tenute presso la Scuola di Magistero negli anni 1907-1921⁹⁷. Qui essi sono accostati ai saggi di M. Pasch (1882), G. Peano (1889 e 1894), G. Veronese (1891) e D. Hilbert (1899), e commentati in relazione ai libri di testo che da essi avevano tratto origine, come gli *Elementi di Geometria* di Ingrams o il volume di De Franchis, ritenuto però da Segre “poco didattico”⁹⁸.

Analogamente, i risultati di Pieri sono inclusi nelle lezioni di Matematiche complementari di Peano degli anni 1925-1932. In questo caso la documentazione è più frammentaria, poiché di esse restano solo i titoli e alcuni brevi prospetti riassuntivi, editi su *L'Enseignement mathématique*⁹⁹. Da fonti indirette, quali le tesi di laurea guidate da Peano, si desume però che egli aveva proposto alla studentessa Cesarina Boccalatte, come oggetto della sua dissertazione, proprio l'assiomatizzazione della geometria euclidea. L'obiettivo della ricerca consisteva, in quel caso, nella costruzione di un sistema basato sui concetti primitivi di punto e di angolo retto, traendo spunto dagli studi di Pieri, Peano e Pasch¹⁰⁰.

Ancor più significativo è l'inserimento dei contributi sui sistemi ipotetico-deduttivi di Pieri in due *Enciclopedie* espressamente rivolte ai docenti di scuola media-secondaria e agli allievi delle Scuole di Magistero: le *Questioni riguardanti le matematiche elementari*¹⁰¹ coordinate da F. Enriques e l'*Enciclopedia delle Matematiche Elementari* diretta da L. Berzolari, G. Vivanti e D. Gigli.

Per quanto concerne la seconda, il capitolo sui fondamenti della geometria elementare viene inizialmente assegnato da Berzolari a U. Amaldi, cui

Euclid as Textbook to the Giovanni Gentile Reform (1867-1923). Problems, Methods and Debates in Mathematics Teaching in Italy, in «Paedagogica Historica», 17, 2006, p. 587-613.

⁹⁷ Cfr. C. SEGRE, [Appunti relativi alle lezioni tenute per la Scuola di Magistero], *Quaderno n. 40*, s.d., p. 111 in GIACARDI 2001 cit.

⁹⁸ *Ibidem*, p. 113.

⁹⁹ Il corso di Peano dell'a.a. 1930-31 era ad esempio intitolato *Fondamenti dell'Aritmetica e della Geometria* (cfr. «L'Enseignement Mathématique», 30, 1931, p. 151).

¹⁰⁰ La tesi è presentata da Peano all'Accademia delle Scienze di Torino sotto forma di nota: C. BOCCALATTE, *La geometria basata sulle idee di punto e angolo retto*, in «Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino», 64, 1928-29, p. 47-55.

¹⁰¹ Cfr. F. ENRIQUES (a cura di), *Questioni riguardanti le matematiche elementari*, Bologna, Zanichelli, 1924-1927, I.1, p. 1-40.

subentra P. Benedetti, dopo il 1911. Per la curatela di tutti i saggi concernenti tematiche logico-critiche – forse i più esposti a contestazioni dell'intera *Enciclopedia*, visti i dibattiti che si erano susseguiti in Italia – Berzolari aveva infatti ritenuto più opportuno fare affidamento su insegnanti. Solo questi ultimi, del resto, potevano a suo avviso valutare in modo obiettivo le eventuali ricadute delle ricerche fondazionali nell'insegnamento e sulla preparazione dei docenti, grazie all'esperienza maturata sul campo, a contatto diretto con gli alunni ed i colleghi¹⁰². Autore, insieme a C. Rosati, di un pregevole manuale di *Geometria*¹⁰³, Benedetti mostra di essere fortemente influenzato non solo dall'impostazione dei *Grundlagen der Geometrie* di Hilbert, ma ancor più dalla visione di Pieri della geometria quale sistema ipotetico-deduttivo e fisica matematica dell'estensione. Ciò appare evidente laddove, citando quasi alla lettera le parole del collaboratore di Peano, egli afferma:

Però la questione dei due indirizzi ha importanza più filosofica che matematica; infatti, per lontana tradizione, la Geometria diviene in ogni modo e per tutti, dopo il primo stadio di posizione dei concetti, un organismo puramente logico, nel quale gli enti valgono non per quello che sono, ma per quello che se ne è affermato. E d'altra parte, anche in una Geometria concepita come sistema ipotetico-deduttivo che non voglia essere una esercitazione logica priva di reale interesse, i postulati, per quanto liberi, non possono essere senza riferimento allo spazio fisico-intuitivo, e devono esprimere proprietà riconosciute da tutti. Così rimane appagato tanto il logico che l'intuitivo¹⁰⁴.

Il capitolo compilato da Benedetti, seppur viziato da alcune ingenuità, contribuisce in modo essenziale a diffondere nel mondo della scuola le idee dell'*e-quipe* di Peano, e in particolare gli appelli all'utilizzo degli studi fondazionali nella prassi didattica orale e nella manualistica.

La scelta editoriale, da parte della direzione dell'*Enciclopedia delle Matematiche Elementari*, di accordare ampia visibilità alle posizioni dell'indirizzo peaniano in merito agli studi sui principi della geometria finisce per costituire un elemento di forte originalità di questa collana, oltre a rappresentare una delle componenti di principale *distinguo* rispetto alle *Questioni* di Enriques. Di rimando, essa susciterà alcune critiche, forse le più aspre mosse all'*Enciclopedia* di Berzolari, apprezzata quasi senza riserve per le restanti parti. Fra i detrattori più severi vi è proprio Enriques che, commentando il capitolo di

¹⁰² Analogamente, il capitolo sul *Concetto di numero e sue estensioni*, affidato a Enriques e Gigli, è poi redatto solo da quest'ultimo, anch'egli docente di scuola secondaria. Cfr. «Bollettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche» (Loria), 13, 1911, p. 45.

¹⁰³ P. BENEDETTI, C. ROSATI, *Geometria per i ginnasi, licei ed istituti tecnici*, Napoli, Perrella, 1924.

¹⁰⁴ P. BENEDETTI, *Fondamenti della Geometria*, in L. BERZOLARI, D. GIGLI, G. VIVANTI (a cura di), *Enciclopedia delle Matematiche Elementari*, Milano, Hoepli, 2, 1937, p. 6.

Benedetti e quello di E. Artom sulle *Proprietà elementari delle figure del piano e dello spazio* ad esso legato, afferma:

[...] l'esposizione dell'argomento per l'*Enciclopedia delle matematiche elementari* non aveva da conformarsi a vedute subietive, anzi doveva seguire un ordine storico, cominciando dal rilevare i presupposti dell'Euclide che i critici moderni hanno cercato di enunciare nella loro assiomatica: in mancanza di un tale ordine i diversi sistemi di postulati rischiano di apparire senza connessione fra loro, e i giudizi che vi si riferiscono non riesciranno prospettati nella giusta luce. La critica fatta al Benedetti si estende anche all'Artom [...]. Anzi questo autore aveva tanto meno motivo di ordinare la sua esposizione secondo un particolare sistema di postulati, che dovrebbe farsi ricevere dal lettore come presupposto. Ciò che vi è d'arbitrario nel suo procedimento appare per esempio nella dimostrazione del primo criterio dell'eguaglianza dei triangoli, che, seguendo non so quale trattato ipercritico [il manuale di De Franchis], si allontana a dire il vero dalla semplicità e dal buon gusto. Mi auguro che queste osservazioni sieno tenute in conto dai redattori dei volumi in preparazione, e in specie di quello che concernerà le questioni didattiche: l'*Enciclopedia* deve fornire al lettore un'informazione quanto è possibile obiettiva dei vari indirizzi e criterii scientifici, logici e didattici: i redattori non hanno il compito di risolvere, secondo un proprio criterio questioni disputate, che sono passibili soltanto d'un giudizio storico di là del presente¹⁰⁵.

L'invito di Enriques sarà pienamente recepito da Berzolari e da L. Brusotti, autore del saggio sulle *Questioni didattiche*¹⁰⁶, che darà prova di autentica equanimità di giudizio, dedicando paragrafi specifici alle istanze della Scuola geometrica italiana (l'educazione alla scoperta)¹⁰⁷, e a quelle della Scuola logico-matematica (l'educazione al retto dedurre e al corretto argomentare), citando a questo proposito diffusamente gli scritti di Peano, Padoa e Pieri¹⁰⁸.

A colmare le lacune riscontrate nell'*Enciclopedia delle Matematiche Elementari* per quanto riguarda lo sviluppo delle tematiche critico-fondazionali contribuirà infine l'*Appendice* al terzo e ultimo tomo, curata da G. Giorgi e dedicata ancora ai *Fondamenti della Geometria*¹⁰⁹. Essa è il frutto di tre conferenze tenute nel 1912 al Seminario Matematico dell'Università La Sapienza di

¹⁰⁵ F. ENRIQUES, *Enciclopedia delle Matematiche Elementari* ..., in «Periodico di Matematiche», (4) 17, 1937, p. 113.

¹⁰⁶ Ancora una volta l'avvicendamento di autore è singolare: il capitolo, originariamente intitolato *Indirizzi didattici e libri di testo*, era stato affidato al geometra G. Scorza, fautore dichiarato dell'indirizzo didattico intuitivo. Cfr. «Bollettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche» (Loria), 13, 1911, p. 45.

¹⁰⁷ L. BRUSOTTI, *Questioni didattiche*, in L. BERZOLARI (a cura di), *Enciclopedia delle Matematiche Elementari*, 3, Milano, Hoepli, 1949, p. 885-973.

¹⁰⁸ *Ibidem*, p. 900-902, 924.

¹⁰⁹ G. GIORGI, *Sui Fondamenti della Geometria*, in L. BERZOLARI (a cura di), *Enciclopedia delle Matematiche Elementari*, 3, Milano, Hoepli, 1949, p. 976-1014.

Roma, nelle quali l'autore – in stretto contatto con V. Volterra, F. Enriques, G. Castelnuovo, T. Levi-Civita, R. Marcolongo e F. Severi – aveva sviscerato le caratteristiche storiche e filosofiche dei vari indirizzi di studi sui fondamenti, da quello fisico-sperimentale a quello assiomatico, dimostrando di aver pienamente fatto propri alcuni capisaldi del pensiero di Pieri.

Quasi paradossalmente, proprio mentre iniziano a giungere i primi riconoscimenti dell'impegno della Scuola di Peano nel settore dell'educazione, alcuni fra gli stessi esponenti di quell'*equipe* esercitano sempre più spesso una forma di autocritica, anche radicale, dei tentativi di trasposizione didattica degli studi logico-fondazionali.

Ciò traspare ad esempio esaminando la sezione di pedagogia della matematica di *Schola et Vita*, un periodico rivolto soprattutto ai maestri di scuola elementare, redatto in *latino sine flexione* e co-diretto da Peano e N. Mastropaolo a partire dal 1926. Fra i suoi collaboratori più assidui¹¹⁰ spiccano Cassina e A. Natucci che, pur avendo partecipato largamente alle 'battaglie' sostenute dalla Scuola di Peano, ne condannano ora senza reticenze gli esiti, giungendo ad affermare:

In idea de auctore [Marletta], definitiones artificiale servi forsan ad expone cum majore rigore scientifico et logico uno theoria. Sed isto theoria es bono in scholas superiore, malo in scholas medio: geometria cum maximo rigore scientifico, ubi experientia es reducto ad minimo, nam auctore da minimo numero possibile de postulatatos intuitivo, non es geometria adaptable cum profectu ad alumnos de scholas medio: es causa, sine dubio, de odio implacabile de alumnos contra mathematica. In scholas medio es maximo damno fac consideratione philosophico super evolutione de principios de scientia. Aetate de alumnos non consenti ad illos de es philosopho. Hoc es necessario ad studentes de mathematica de Universitate, nam saepe illos ignora omne progressu de parte elementario. [...] Meliore definitiones es id que de ente definito da idea que coincide cum idea que nos habe ab observationes naturale. Definitiones artificiale es cito oblivito, dum semper es circulo vitioso et causa de nihil profectu¹¹¹

e ancora:

Nunc nos debe cogita que methodo deductivo, proprio de mathematica, funda se super facultates magis abstracto de conceptos, et usu de symbolismo appella ad facultate de abstractione. Ce facultates de ratiocinio surge tardo in mente de

¹¹⁰ Nessuno degli autori di «Schola et Vita» aveva anche collaborato alla «Rivista di Matematica», tanto che si può a questo proposito parlare di 'due generazioni' di membri della Scuola di Peano. Della prima fanno parte, fra gli altri, Pieri, Padoa, Vacca, Vailati e Burali-Forti, mentre la seconda emerge dalle fila dei partecipanti alle *Conferenze Matematiche Torinesi*, dai simpatizzanti del movimento interlinguista e dalla cerchia degli allievi e assistenti di Peano nei corsi di Matematiche complementari.

¹¹¹ V. CAVALLARO, *Notione de parallelismo in scholas secundario*, in «Schola et Vita», 3, 1928, p. 80-81.

puero: in maximo numero de pueros surge cum adolescentia et postea. [...] Si nos vol redde studio ipso accessibile ad pueros nos debe gradua difficultates: fac, in initio, appellatione ad intuitione, introduc symbols paulatim (paucos ad vice). Cum homine perveni ad moderno tractatione de Elementos de Algebra et Geometria per approximationes successivo, sic scholares pote perveni solo cum graduatione ad appretia valore logico de isto tractatione. [...] Methodo de docentia, erroneo aut nimis rigoroso, habe aggravato male. Ex libros pleno de errores, de tautologias, de tacito referentias ad intuitione, nos transi ad libros mirabile per exactitudine et logica, sed nimis difficile et abstracto. Nunc nos debe considera non solum aspectu scientifico sed etiam aspectu didattico de problema, et nos debe utiliza resultatu de moderno critica de principios cum grano salis¹¹².

Della ricchezza di spunti pedagogici che aveva contraddistinto l'opera di Pieri rimangono dunque solo alcune tracce e, dopo la Riforma Gentile, l'ostilità nei confronti dell'insegnamento ipotetico-deduttivo si affermerà in modo ancor più pronunciato.

7. Conclusioni

L'analisi precedente, ravvisando nella storia dell'insegnamento un anello di congiunzione fra i tradizionali approcci storiografici *esterno* e *interno*, dimostra la fallacia della visione delle Scuole di Segre e di Peano come due entità separate, la prima interamente rivolta all'intuizione e la seconda alla logica e ai fondamenti. Pieri anzi, come Vailati,¹¹³ risulta un autentico 'ponte'¹¹⁴ fra questi gruppi di studiosi anche nell'ambito dell'epistemologia e dell'educazione, essendo capace di integrare, a livello teorico e pratico, le istanze di entrambi, in una sintesi originale e di sicura modernità. In particolare, egli accosta la concezione astratta della matematica, sostenuta da Segre ma senza il sostegno di un'adeguata conoscenza degli strumenti di carattere logico-linguistico, alla padronanza del formalismo ideografico e delle assiomatizzazioni di Peano, per il quale – per contro – gli enti geometrici conservavano necessariamente un referente empirico o intuitivo¹¹⁵.

Come afferma Pieri, del resto:

conciliare i bisogni della Scuola con le idealità del metodo deduttivo è tale un'impresa, da non poter maturare, se mai, che per opera di molti e a fatica¹¹⁶.

¹¹² A. NATUCCI, *Methodologia didactico pro mathematica*, in «Schola et Vita», 3, 1928, p. 269.

¹¹³ Cfr. ad esempio G. VAILATI, *L'insegnamento della matematica nel primo triennio della scuola secondaria*, in «Bollettino di Matematica», 6, 1907, p. 137-146.

¹¹⁴ A. BRIGAGLIA, G. MASOTTO, *Il circolo matematico di Palermo*, Bari, Dedalo, 1982, p. 137.

¹¹⁵ Cfr. M. AVELLONE, M. BORGIA, *Mario Pieri e i Fondamenti della geometria*, in «Lettera Matematica Pristem», 26, 1997, p. 44-51.

¹¹⁶ PIERI, 1899b cit., p. 181.

L'esame della manualistica che cercò di adottare i suoi risultati e le indagini sulla sua attività nel campo dell'insegnamento, possono allora effettivamente servire ad illustrare le forme di collaborazione interne alla Scuola di Peano, così come a rilevare lo iato che intercorre fra le dichiarazioni programmatiche di alcuni assunti e la loro concreta attuazione¹¹⁷.

¹¹⁷ Tale iato è pure segnalato da S. Invernizzi, a proposito dei docenti di Gottinga (cfr. S. INVERNIZZI, *Il re è nudo*, in «Pluriverso», 3, 4, 1998, p. 94-100).