

## Fra tradizione e innovazione: l'Enciclopedia delle Matematiche Elementari (1909-1949)

ERIKA LUCIANO

**Sunto.** – Con i suoi 42 autori, 3 direttori e 8 commissari, l'Enciclopedia delle Matematiche Elementari è stata una delle iniziative più corali e partecipate intraprese dalla comunità matematica italiana. Illustrare la genesi e la vicenda editoriale di quest'opera dà modo di individuare quali aspetti e temi di matematica pura e applicata furono ritenuti rilevanti per la formazione dei docenti, come essi variarono negli anni 1909-1949 e secondo quali approcci fu impostata la loro trattazione. D'altro canto, indagando le dinamiche di confronto e di interazione reciproca fra i redattori e i direttori dell'Enciclopedia, emerge il ruolo che questa ricoprì nell'organizzazione e nell'istituzionalizzazione di alcune tradizioni di studi, quali la logica e i fondamenti della matematica, che videro riconosciuto il proprio ruolo di parti integranti della cultura degli insegnanti italiani.

### 1. – La vicenda editoriale

Nell'adunanza dell'associazione Mathesis, tenutasi a Pavia il 23 Maggio 1909, il socio R. Bonola avanza per la prima volta l'idea di pubblicare un'*Enciclopedia delle Matematiche Elementari* rivolta ai docenti in servizio, agli studenti universitari e agli allievi delle Scuole di Magistero.<sup>(1)</sup> Un'opera di questo genere avrebbe dovuto mirare

“a diffondere la coltura delle scienze esatte fra i numerosi insegnanti che, per ragioni d'ufficio, risiedono lontani dai centri di studio, dalle biblioteche, dal movimento scientifico moderno; (...) formare una specie di legame intellettuale fra quanti s'interessano del progresso delle matematiche elementari e, porgendo a tutti dati preziosi, notizie interessanti, promuovere ricerche in campi non sterili, né privi di qualsiasi interesse”.<sup>(2)</sup>

<sup>(1)</sup> Cfr. Sezione Lombarda Mathesis 1909, p. 35-37, 48; Bonola 1909b, p. 343-344; *Un'opera in progetto*, Bollettino di Bibliografia e Storia delle Scienze Matematiche (Loria), 11, 1909, p. 91.

<sup>(2)</sup> Bonola 1909a, p. 41.

Fin da questo momento, temi e indirizzo della collana sono fissati. L'*Enciclopedia* dovrebbe includere i contenuti previsti dai *curricula* delle scuole secondarie e oggetto di insegnamento nel primo biennio universitario, oltre a comprendere alcuni argomenti cosiddetti 'complementari': le applicazioni (fisica, meccanica, statistica), la storia e la didattica delle matematiche. Lo stile ritenuto più adeguato per un'opera di questo tipo è quello sintetico, strettamente espositivo, uno stile che "pur non evitando di toccare in certe questioni il lato critico e filosofico" si conservi "senza pregiudizi di metodo o Scuola".<sup>(3)</sup>

Le proposte di Bonola sono approvate all'unanimità e, nella medesima riunione del 23 maggio 1909, viene costituita la Commissione direttiva dell'*Enciclopedia*, tutta composta da docenti universitari e di scuola media-secondaria di area pavese: L. Berzolari, F. Gerbaldi, G. Vivanti, R. Bonola e E. Veneroni.<sup>(4)</sup> Questa, nel corso di alcune riunioni preparatorie, tenutesi nel Luglio del 1909, si dedica a precisare meglio gli orientamenti e l'indice delle materie, affrontando pure le problematiche connesse alla selezione dei collaboratori e alla scelta della casa editrice. Le fasi preliminari di progettazione dell'opera si svolgono in un clima di fattiva collaborazione tant'è che, già al congresso Mathesis di Padova, nel Settembre dello stesso anno, la Commissione è in grado di presentare un piano dettagliato dell'*Enciclopedia*, che sarà seguito abbastanza fedelmente negli anni a venire.<sup>(5)</sup> Esso prevede una struttura in tre volumi, di cui i primi due dedicati all'*Analisi* e alla *Geometria*, e il terzo mirato agli argomenti 'complementari' sopra citati. Il prospetto incontra il pieno sostegno del presidente della Mathesis F. Severi e, nel frattempo, illustri matematici come V. Volterra e G. Castelnuovo si dichiarano disponibili a intervenire presso i Ministeri dell'Istruzione e di Agricoltura per ottenere sussidi all'edizione.

I lavori procedono speditamente. Fin dai primi mesi del 1910 inizia la distribuzione del lavoro redazionale e sono contattati i collaboratori: M. Pieri per la *Logica*, F. Amodeo per la *Geometria del piano e dello spazio*, A. Perna per la *Teoria della misura*, G. Vacca per la *Storia della Matematica*.<sup>(6)</sup> Frattanto, l'annuncio dell'imminente pubblicazione dell'*Enciclopedia*, corredato dall'indice dei soggetti e dalla lista dei redattori, campeggia su numerosi periodici 'intermediari' italiani come *Il Bollettino di Matematica*, il *Giornale di Matematiche* e il *Bollettino di Bibliografia e Storia delle*

<sup>(3)</sup> Bonola 1909a, p. 41.

<sup>(4)</sup> Sezione Lombarda Mathesis 1909, p. 36, 48.

<sup>(5)</sup> Berzolari, Bonola 1909, p. 1-5, 43-45.

<sup>(6)</sup> Cfr. L. Berzolari a M. Pieri, 29.5.1910, in Arrighi 1997, p. 7-8; G. Vivanti a F. Amodeo, 4.8.1910, in F., N. Palladino 2006, p. 477; G. Vivanti a G. Vacca, 11.5.1910, in Nastasi, Scimone 1995, p. 185.

*Scienze Matematiche*.<sup>(7)</sup> Per accelerare i tempi di uscita, viene prevista una stampa dell'*Enciclopedia* in fascicoli, sul modello dell'*Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften* promossa da F. Klein.<sup>(8)</sup>

Alcuni lutti, fra cui l'improvvisa scomparsa di tre membri del Consiglio direttivo (Bonola, Calò e Veneroni), il primo conflitto mondiale e la crisi post-bellica paralizzano però per lungo tempo le attività della Commissione, che è

“ridotta per lunghi anni all'inerzia, e all'impossibilità di dare qualsiasi risposta ai molti che dall'Italia e dall'estero chiedevano notizie dello stato de' suoi lavori”.<sup>(9)</sup>

(7) Cfr. *Per la pubblicazione di una Enciclopedia delle Matematiche Elementari*, Il Bollettino di Matematica (Conti), VIII, 1909, p. 180-182; *Notiziario*, Giornale di Matematiche ad uso degli studenti delle Università italiane (Battaglini), 49 (3, 2), 1911, p. 171; *Notizie. Enciclopedia delle Matematiche Elementari*, Bollettino di Bibliografia e Storia delle Scienze Matematiche (Loria), 13, 1911, p. 44-45. Particolarmente significativa, per documentare i molteplici cambi di redattori e, conseguentemente, i mutati rapporti di forza fra le varie 'Scuole' matematiche italiane è la *Notizia* apparsa sul Bollettino di Loria, secondo cui la scansione dell'*Enciclopedia* è la seguente: “Vol. I. *Analisi*. 1. Logica matematica (A. Padoa). 2. Aritmetica elementare (E. Bortolotti). 3. Teoria dei numeri, analisi indeterminata (M. Cipolla). 4. Concetto di numero e sue estensioni (F. Enriques e D. Gigli). 5. Limiti, serie, frazioni continue, prodotti infiniti (G. Vitali). 6. Progressioni e logaritmi (L. Tenca e A. Finzi). 7. Calcolo letterale, identità algebriche (D. Gigli). 8. Analisi combinatoria, determinanti, equazioni lineari (L. Berzolari). 9. Equazioni di grado superiore al primo (O. Nicoletti). 10. Problemi algebrici e loro discussione (B. Calò). 11. Elementi di calcolo infinitesimale (G. Vivanti). 12. Rapporti fra l'analisi e l'algebra elementare (S. Pincherle e G. Vivanti). Vol. II *Geometria*. 1. Proprietà elementari delle figure del piano e dello spazio (F. Amodeo). 2. Teoria della misura ed applicazioni (A. Perna). 3. Geometria del triangolo e del tetraedro (V. Retali). 4. Poligoni e poliedri regolari e stellati (L. Brusotti). 5. Trasformazioni geometriche elementari (E. Veneroni). 7. Geometria sulla sfera (R. Bonola). 8. Sezioni del cilindro e del cono circolari (E. Ciani). 9. Massimi e minimi in geometria (A. Padoa). 10. Metodi per la risoluzione dei problemi geometrici; problemi classici (F. Gerbaldi). 11. Fondamenti della geometria elementare (U. Amaldi). 12. Funzioni circolari, funzioni iperboliche, trigonometria piana e sferica (G. Pesci). 13. Calcolo vettoriale (R. Marcolongo e C. Burali-Forti). 14. Elementi di geometria analitica (L. Berzolari). 15. Elementi di geometria proiettiva (M. Pieri). 15. Elementi di geometria descrittiva (F. Severi). 17. Curve e superficie speciali (G. Loria). 18. Geometria non euclidea (R. Bonola). 19. Geometria non archimedea (G. Veronese). 20. Rappresentazioni geometriche dei numeri complessi (R. Bonola). 21. Rapporti fra le teorie geometriche superiori e la geometria elementare (U. Amaldi, R. Bonola, F. Enriques). Vol. III. *Matematica applicata, Storia, Didattica*. 1. Unità di misura (G. Celoria). 2. Approssimazioni numeriche; calcolo grafico (G. Lazzeri e G. Pesci). 3. Calcolo delle probabilità; teoria degli errori (F. Guarducci). 4. Applicazioni elementari della matematica alle scienze fisiche (E. Daniele e A. Viterbi). 5. Statistica matematica; attuaria (C. Gini e R. Viti). 6. Matematica finanziaria (T. Boggio). Storia della matematica elementare (G. Vacca). 8. Indirizzi didattici e libri di testo (G. Scorza). 9. Ricerche matematiche (M. Cipolla). 10. Strumenti (F. Guarducci). 11. Modelli (F. Guarducci)”.

(8) Berzolari, Bonola 1909, p. 5.

(9) Berzolari - Vivanti - Gigli 1930-1949, I<sub>1</sub>, p. VIII.

Di fatto, la prima parte dell'*Enciclopedia*, pur essendo pronta fin dal dicembre del 1923,<sup>(10)</sup> esce solo nel giugno del 1929, seguita da tre altri tomi, apparsi nel novembre del 1931, nel 1932 e nel settembre del 1936,<sup>(11)</sup> che vengono presentati nelle principali accademie italiane e accolti con favore sulla scena nazionale ed internazionale.<sup>(12)</sup>

Le leggi razziali del 1938, che colpiscono alcuni autori e uno dei direttori, Vivanti, insieme allo scoppio del secondo conflitto mondiale, portano però a un'altra brusca interruzione della pubblicazione. Gli ultimi tre volumi della collana, che nella veste definitiva comprenderà 63 capitoli, per un totale di oltre 4300 pagine, appariranno solo nel dicembre del 1949, dopo la morte di Berzolari.

## 2. - I direttori e i collaboratori

Ad animare e dirigere l'*Enciclopedia*, durante il quarantennio della sua edizione, è Berzolari (1863-1949) che si vale, per i primi volumi, della collaborazione di suo genero D. Gigli (1878-1933) e di quella del collega G. Vivanti (1859-1949).<sup>(13)</sup>

Questi studiosi sono accomunati dalla partecipazione, in veste di redattori, a importanti imprese enciclopediche italiane ed estere, quali l'*Encyclopädie der mathematischen Wissenschaften*, il *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*, il *Repertorio di Matematiche Superiori* e l'*Enciclopedia Italiana Treccani*, oltre che dal legame, per formazione o per attività, con le Università di Pavia e di Milano e con la sezione lombarda della Mathesis. Ad accostarli, però, è soprattutto l'"intento di compiere alta opera nazionale"<sup>(14)</sup> e di dar prova di "fervore patriottico",<sup>(15)</sup> mettendo a frutto della scuola italiana e dei suoi insegnanti la loro decennale esperienza di matematici professionisti e di educatori.

È specialmente Berzolari a incarnare il ruolo di *chief editor* dell'*Enciclopedia*, nella quale esplica al meglio la sua capacità di coniugare una "larga veduta d'insieme ed una minuta informazione bibliografica, conciliando tali esigenze a

<sup>(10)</sup> Cfr. Berzolari 1924, p. 47.

<sup>(11)</sup> Le informazioni sull'uscita dei vari tomi sono desunte da indagini condotte su carteggi e documenti archivistici; il frontespizio dei volumi reca in alcuni casi una data successiva di un anno a quella di stampa. Cfr. Luciano 2012, p. 348-349.

<sup>(12)</sup> Berzolari riceve pure l'offerta di curare un'edizione tedesca dell'*Enciclopedia delle Matematiche Elementari*, da pubblicarsi contemporaneamente a quella italiana.

<sup>(13)</sup> Fra i numerosi profili biografici di Berzolari, Gigli e Vivanti si vedano quelli di Bompiani 1950; Brusotti 1936; AA.VV. 1934; Brusotti 1934; Brusotti 1935; Cinquini 1950; Vivanti 1933.

<sup>(14)</sup> Brusotti 1936, p. XXVII.

<sup>(15)</sup> Bennett 1930, p. 378.

prima vista antitetiche in un quadro armonico ed efficace".<sup>(16)</sup> È lui, di fatto, a selezionare, talora in completa autonomia, la maggior parte dei redattori, molti dei quali provengono dalle fila dei suoi ex allievi, assistenti e colleghi.<sup>(17)</sup> Ed è ancora Berzolari a seguire la gestione finanziaria dell'impresa e a stringere e mantenere i contatti con l'editore Hoepli, dopo il rifiuto della Zanichelli ad accollarsi l'incarico della stampa.

Quella di Berzolari, Vivanti e Gigli non è una mera forma di patrocinio o di gestione manageriale. Da un lato, infatti, essi fanno fronte a una pletera di problemi materiali – dalle sostituzioni nella squadra dei collaboratori, dovute a ragioni estrinseche e non, al monitoraggio dei costi dell'iniziativa, dalla correzione delle bozze alla promozione e alla propaganda dell'opera –; dall'altro, stabiliscono i criteri generali della collana ed entrano nel merito dei contenuti, della forma e dell'estensione dei vari articoli, anche a costo di limitare la libertà degli autori.<sup>(18)</sup> Questo tipo di supervisione emerge bene, per esempio, nel caso della sezione dell'*Enciclopedia* dedicata all'Analisi. Di questa fanno parte, secondo il piano originale dell'opera, due capitoli classici: quello su *Limiti, serie, frazioni continue, prodotti infiniti* (I<sub>2</sub>, p. 391-440) e quello sugli *Elementi del calcolo infinitesimale* (I<sub>2</sub>, p. 447-547), affidati rispettivamente a G. Vitali e a G. Vivanti. Fanno loro da cornice due saggi di natura meno propedeutica: gli *Elementi della teoria degli aggregati* (I<sub>2</sub>, p. 551-563), redatti ancora da Vivanti, e *Le funzioni analitiche da un punto di vista elementare* (I<sub>2</sub>, p. 567-597), curate da S. Pincherle. A Berzolari spetta, in quella circostanza, il compito di coordinare il lavoro dei tre autori, con l'obiettivo di offrire nell'*Enciclopedia* un'esposizione degli argomenti di analisi che da un lato sia immediatamente spendibile nell'insegnamento (per esempio nei licei classici e moderni e nelle sezioni fisico-matematiche degli istituti tecnici) e, dall'altro, dia ai lettori gli strumenti concettuali essenziali per addentrarsi negli sviluppi più avanzati di questa disciplina. Di fronte a tale delicata opera di mediazione epistemico-cognitiva, Berzolari, Vivanti e Vitali intrecciano un fitto dialogo epistolare.<sup>(19)</sup> I due direttori chiedono in particolare a Vitali di apportare alcune aggiunte e modifiche allo schema che egli aveva tracciato per il suo saggio, così da fornire a un pubblico come quello dell'*Enciclopedia*, costituito da docenti e allievi di Scuola di Magistero, i requisiti per leggere autonomamente il capitolo sulle funzioni analitiche. Da ultimo, Vivanti e Vitali concertano una suddivisione dei compiti che vede affidata a Vitali la parte numerica dell'analisi e a Vivanti quella più prettamente funzionale, oltre ai cenni di teoria degli insiemi.

<sup>(16)</sup> Brusotti 1936, p. XXVII.

<sup>(17)</sup> La rosa definitiva vede la presenza di 36 docenti universitari e 6 insegnanti di scuola media-superiore, attivi in 14 sedi italiane.

<sup>(18)</sup> Berzolari, Bonola 1909, p. 5.

<sup>(19)</sup> Cfr. Luciano 2012, p. 361-369.

### 3. – Le enciclopedie e l'apprendistato culturale degli insegnanti

Il contesto in cui appare l'*Enciclopedia delle Matematiche Elementari* è contraddistinto a livello internazionale da una forte sensibilità per imprese collettive quali repertori, bibliografie ragionate, enciclopedie, dizionari sistematici, ecc. Le problematiche suscitate da questo tipo di pubblicazioni sono spesso portate all'attenzione dei congressi e le discussioni che ne scaturiscono, cui prendono parte fra gli altri H. Poincaré, G. Mittag-Leffler, C.-A. Laisant, G. Peano, F. Klein e J. Molk, fanno emergere nuove forme di creazione condivisa, di trasmissione e di socializzazione del sapere scientifico.<sup>(20)</sup> Oggetti del dibattito sono, in prima battuta: i problemi di classificazione delle conoscenze, soprattutto in presenza di ambiti 'di frontiera'; il taglio da adottare per le singole voci (con una costante contrapposizione fra chi propende per lo stile analitico e specialistico, e chi invece si schiera a favore di quello sintetico e generalista-divulgativo); le difficoltà di conciliare le esigenze di unitarietà di impostazione di un'enciclopedia con la varietà e, talvolta, con l'inconciliabilità delle posizioni di autori lontani fra loro per formazione, professionalità, convinzioni e carattere.

In questo *parterre* di progetti non mancano collane dedicate alle matematiche elementari e rivolte agli insegnanti. Fra queste spiccano l'*Enzyklopädie der Elementar Mathematik* (1907) di H. Weber e J. Wellstein e, per l'Italia, il *Formulaire des mathématiques* (1895-1908) di G. Peano e – a cura di F. Enriques – le *Questioni riguardanti la Geometria Elementare* (1900), le *Questioni riguardanti le matematiche elementari* (1912-14; 1925-27) e la collana *Per la storia e la filosofia delle matematiche* (1925-38), oltre all'*Enciclopedia dei Maestri* (1923-32) di E. Brenna e a volumi di sintesi quali *I concetti fondamentali dell'algebra e della geometria* di J.W. Young, tradotto nel 1919 da D. Mercogliano, *Il concetto di numero e le sue estensioni* (1923) di A. Natucci, *L'insegnamento delle matematiche nelle scuole elementari e secondarie* di J.W. Young, tradotto nel 1923 da D. Gambioli e *La matematica elementare nei suoi fondamenti, nei riguardi didattici e negli sviluppi superiori* (1927) di M. Cipolla.

Dominante, nell'ambito di tale segmento editoriale, è l'influenza dei trattati di Klein *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus* (1908-1909), collegati alle iniziative per i docenti avviate a Göttingen e improntati ad un assunto unitario: quello di colmare il baratro fra insegnamento secondario e universitario, contrastando il 'sistema del duplice oblio'.<sup>(21)</sup>

Pur in presenza di tale modello di riferimento comune, le collane sopra menzionate assumono caratteristiche distinte e si rivolgono a fasce di pubblico

<sup>(20)</sup> Cfr. von Dyck 1908; Gispert 1999; Gispert, Verley 2000; Gispert 2001; Goldstein 2001; Rollet, Nabonnand 2002.

<sup>(21)</sup> Cfr. Luciano, Roero 2012, p. 42-44, 54-62, 204.

differenti, a seconda del significato e dell'estensione attribuiti dai loro direttori alla locuzione 'matematiche elementari'. A questo riguardo, la posizione epistemologica di Berzolari appare chiara: è l'opinione di chi, à la Klein, ritiene che una pubblicazione rivolta agli insegnanti – sia essa un trattato o un'enciclopedia – debba necessariamente contemplare: le matematiche elementari in senso stretto, che “debbono costituire il solido fondamento della cultura”; le matematiche elementari da un punto di vista superiore, cioè quell'insieme di idee, strumenti e metodi utili “per bene comprendere lo spirito delle matematiche elementari in senso stretto”<sup>(22)</sup> e, infine, le matematiche complementari, ossia le riflessioni di carattere storico e pedagogico che conferiscono profondità al bagaglio di competenze del docente, rendendo più maturo e consapevole il suo magistero.

Di qui discende naturalmente, per Berzolari, la necessità di fissare il discrimine fra 'elementare' e 'superiore', in rapporto ai contenuti della sua *Enciclopedia*, e quella di dettare le linee da seguire nella trattazione, affinché questa si possa legittimamente qualificare come 'elementare'. In assenza di fonti, quali lettere o manoscritti, è possibile solo formulare delle ipotesi sulla linea di condotta da lui tenuta all'atto di assumere la direzione dell'*Enciclopedia*. Tuttavia, esaminando l'opera nella sua veste definitiva è plausibile sostenere, con E. Bompiani, che l'attributo 'elementare' vi abbia assunto almeno tre significati distinti:

“il primo è quello di semplice, piano, e vale a delimitare qualitativamente la materia che è oggetto dell'insegnamento medio; il secondo è quello di relativo agli elementi, ai fondamenti ed offre all'analisi critica l'opportunità di approfondire le nozioni che soggiacciono all'intuizione comune e di allargare conseguentemente il campo della ricerca; il terzo si riferisce alla elementarietà dei mezzi impiegati per raggiungere proprietà che più rapidamente si troverebbero con altri mezzi. Di questi tre aspetti il primo è necessario, il secondo è il più interessante perché supera il primo dandogli sicuro fondamento e indicando nuove vie di sviluppo; il terzo sa spesso d'artificio”.<sup>(23)</sup>

Effettivamente, la struttura dell'*Enciclopedia delle Matematiche Elementari* ricalca bene, a livello tematico, questa molteplicità di accezioni. Accanto a capitoli di 'matematiche elementari in senso stretto', che illustrano cioè teorie tradizionali dell'insegnamento attivo (aritmetica pratica, progressioni, logaritmi, proprietà delle figure del piano e dello spazio, trigonometria, ...) o che sono di sussidio ai docenti per rendere più accattivanti le lezioni e le esercitazioni (ad esempio il saggio di matematica ricreativa), spiccano articoli che affrontano argomenti di 'matematiche elementari da un punto di vista superiore', quali i fondamenti del-

<sup>(22)</sup> Cassina 1932, p. LXVII.

<sup>(23)</sup> Bompiani 1937, p. 156.

l'aritmetica e della geometria, la teoria dei gruppi, le geometrie non euclidee e non archimedee, le trasformazioni, le curve speciali, ecc. Dal punto di vista dello stile, il *modus operandi* di Berzolari è altrettanto lucido e coerente: il livello di 'elementarietà' della trattazione è mantenuto quasi ovunque adeguato a una fascia di lettori costituita in prevalenza da insegnanti, non dettando a priori una serie di indicazioni sull'approccio da seguire, bensì concertando, insieme ai redattori dell'*Enciclopedia*, la strategia di volta in volta più opportuna. A seconda dei casi, perciò, vi saranno alcuni autori (assai pochi, in verità) che rinunciano del tutto ad addentrarsi nei risvolti più tecnici e avanzati del tema loro affidato, e altri che li sviluppano invece in modo dettagliato, talora nei paragrafi conclusivi del saggio, talaltra in sezioni indicate con metasegni editoriali, o ancora nelle note a piè di pagina.

Grazie a questa distribuzione contenutistica e a questo taglio espositivo, l'*Enciclopedia* risponde egregiamente alle esigenze formative e informative delle prime due sfere di pubblico individuate da Bonola e Berzolari nel 1909: gli insegnanti di ruolo e gli studenti universitari. Resta da esaminare la sua efficacia in relazione alla terza sfera di lettori, quella costituita dagli allievi delle Scuole di Magistero. A questo proposito, occorre tener presente che la pubblicazione dell'*Enciclopedia* si situa in un'epoca di ricchi dibattiti sull'organizzazione di tali Scuole,<sup>(24)</sup> dibattiti che vedono coinvolti matematici e docenti come G. Castelnuovo, L. Certo, F. Enriques, G. Fano, G. Loria, A. Padoa, G. Peano, S. Pincherle, G. Pittarelli e G. Vailati. Come è noto, le loro opinioni in merito alla preparazione scientifica e pedagogica necessaria ai futuri insegnanti sono contrastanti. Nella sostanza, tuttavia, la maggior parte di questi studiosi concorda nel sottolineare quattro tipi di criticità che viziano il consueto percorso di studi degli aspiranti docenti: 1) l'ignoranza dei recenti sviluppi delle ricerche logico-fondazionali; 2) la carenza di cultura storico-filosofica; 3) l'insufficiente conoscenza delle applicazioni della matematica alle scienze fisiche, naturali, economiche, ...; 4) la superficialità della preparazione didattica propriamente detta, sia di tipo attivo ( tirocinio), sia di tipo passivo (in particolare a causa dell'assenza di lezioni dedicate a questioni metodologiche, all'analisi dei manuali, ecc.). A tali né si propone di ovviare istituendo corsi di Logica e Fondamenti, Metodologia Matematica, Matematiche elementari da un punto di vista superiore, ecc.<sup>(25)</sup>

L'*Enciclopedia delle Matematiche Elementari* recepisce pienamente le istanze sollevate in questi dibattiti e, pur non potendo essere utilizzata effetti-

<sup>(24)</sup> Cfr. Furinghetti, Giacardi 2012.

<sup>(25)</sup> Fra i vari interventi spicca – nell'ottica del nostro discorso – quello di G. Fano (1922, p. 107) che, come antidoto all'educazione eccessivamente settoriale impartita agli aspiranti insegnanti nelle Università e nelle Scuole di Magistero, propone di offrire loro corsi etichettati come "corsi di Enciclopedia".



vamente nelle Scuole di Magistero, che vengono soppresse nel 1921, diventerà però un *point de repère* dei corsi di Matematiche complementari dal 1922 e fino agli anni Cinquanta almeno. <sup>(26)</sup> In effetti, alcuni suoi saggi – ad esempio quelli di calcolo delle probabilità, fisica, matematica finanziaria – valorizzano le ‘matematiche di precisione e di approssimazione’, esattamente nel senso auspicato, fra gli altri, da Castelnuovo. Quelli di storia della matematica e della fisica vanno invece nella direzione di sostenere l’ideale di *humanitas scientifica*, la cui importanza per la formazione dei docenti era stata sostenuta da Vailati ed Enriques.

Sotto questo punto di vista, l’*Enciclopedia* è affine ad altre iniziative coeve, e soprattutto alle *Questioni riguardanti le Matematiche Elementari*, coordinate da Enriques. Di queste ultime, però, essa è tutt’altro che “un inutile duplicato”. <sup>(27)</sup> La diversità d’impostazione, come vedremo, si avverte soprattutto sul terreno delle questioni logico-fondazionali.

#### 4. – Un’occasione mancata: il capitolo di Logica matematica

Fra gli elementi di maggiore originalità dell’*Enciclopedia* di Berzolari, Vivanti e Gigli vi è l’inserzione di un capitolo di logica (I<sub>1</sub>, p. 5-79).

La decisione di aprire la collana con un saggio di questo tipo è tutt’altro che scontata, per l’epoca. Nel 1909, infatti, la logica è lungi dall’essere una disciplina istituzionalizzata <sup>(28)</sup> e i suoi stessi cultori nutrono opinioni divergenti sullo *status* da conferire alle loro ricerche, in un eterno oscillare fra chi considera la logica uno strumento della matematica, chi la vorrebbe elevare al rango di disciplina autonoma e chi la considera un *organon* della gnoseologia, o della filosofia. D’altra parte, altrettanto poco condivisa, sia dai matematici sia dagli insegnanti, è la convinzione che la logica costituisca la naturale propedeutica alle matema-

<sup>(26)</sup> Per esempio all’Università di Torino i volumi dell’*Enciclopedia delle Matematiche Elementari* sono citati da G. Peano (1929-32), G. Ascoli (1948-56) e T. Viola (1957-65) nei loro corsi di Matematiche Complementari. Cfr. G. Peano a A. Natucci, 21.11.1929, Domus Galilaeana Pisa, *Fondo Natucci*, c.p.; Ascoli 1954, p. 297.

<sup>(27)</sup> Bonola 1909b, p. 344. Di fatto, i punti di contatto fra le due collane non mancano, a partire dalle intersezioni tematiche per giungere ai casi di sovrapposizione fra le due cerchie di redattori. Il taglio delle voci, però, è differente e, salvo eccezioni, i capitoli dell’*Enciclopedia* hanno carattere più compendiale rispetto agli omologhi delle *Questioni*. Per contro, l’apparato storico-bibliografico è più rigoroso, ampio e dettagliato nei saggi dell’*Enciclopedia*, in confronto a quelli delle *Questioni*.

<sup>(28)</sup> I corsi di Logica sono istituiti in Italia, nelle facoltà di Scienze MFN, solo dal 1960 tuttavia, a partire dalla fine dell’Ottocento, era esistita nel nostro paese una tradizione piuttosto ricca di corsi liberi e di cicli di conferenze e seminari di logica matematica. Cfr. Luciano 2010, p. 279-300, 303-315.

tiche elementari. A peggiorare ulteriormente il quadro vi è poi il grado di esacerbazione raggiunto dalle polemiche su rigore e intuizione, e più precisamente dai dibattiti sull'opportunità di riversare nell'ambito dell'insegnamento alcuni esiti degli studi logico-fondazionali, in special modo se condotti con linguaggi simbolico-ideografici.

Di fronte a questo stato di cose, la decisione di Berzolari ha del sorprendente e testimonia l'apertura dell'*Enciclopedia* a tutte le correnti di studi, anche a quelle ancora non universalmente accettate, 'senza pregiudizi di Scuola', secondo gli auspici originari dei suoi direttori.

Il compito, assai spinoso, di redattore del capitolo *Logica* è affidato da principio a M. Pieri, eminente studioso di fondamenti della geometria e legato alla Scuola di Peano, al quale viene espressamente chiesto, da Berzolari, di tenere conto nell'esposizione delle "più recenti deviazioni dal sistema del Peano (Russell ecc.)".<sup>(29)</sup> Questo *affidavit* è indice della lungimiranza e dello spirito sincretico del direttore dell'*Enciclopedia*, che da un lato contatta un esponente dell'*equipe* italiana unanimemente considerata come specialista nelle ricerche di logica e, dall'altro, non coinvolge però un logico *tout-court* o un 'peaniano di salda fede'. Pieri, infatti, ha al suo attivo nel 1909 un solo lavoro di logica, è fra coloro che da tempo hanno rinunciato a valersi dell'ideografia nei lavori a stampa e, a differenza di C. Burali-Forti o di A. Padoa, non ha mai insegnato logica né in ambito medio-secondario, né all'Università. Per contro, Pieri è ritenuto uno studioso equilibrato, capace di apprezzare i vantaggi dell'ideografia per le ricerche sui fondamenti, ma anche di segnalare le pecche di un'impostazione strettamente formalistico-deduttiva, soprattutto se applicata nella scuola in modo acritico.

Le speranze di Berzolari, questa volta, andranno deluse. Già nel 1911, infatti, come redattore del capitolo *Logica* a Pieri subentra Padoa, uno fra i propugnatori più tenaci dell'indirizzo peaniano, sia a livello di attività scientifica che di insegnamento. Questi, in un'ottantina di pagine, fornisce una trattazione non priva di spunti nuovi, anche rispetto alla sua precedente produzione e in particolare in rapporto al suo manuale *La logique deductive dans sa dernière phase de développement* (Paris, Gauthier-Villars, 1912). È ad esempio abolita la distinzione fra la logica delle classi e quella delle proposizioni e sono introdotti tre soli concetti primitivi: uguale, et e tale che ( $=$ ,  $\cap$  e  $\ni$ ).<sup>(30)</sup> Per quanto attiene

<sup>(29)</sup> L. Berzolari a M. Pieri, 29.5.1910, in Arrighi 1997, p. 7-8.

<sup>(30)</sup> Nel far ciò, Padoa prende le distanze dalla presentazione della logica offerta dall'edizione completa e definitiva del *Formulario* di Peano (1908, p. 3-17), che non era di tipo assiomatico. La *Logica* non figurava come capitolo a sé stante in nessuna delle enciclopedie e collane rivolte a insegnanti precedentemente citate. La voce *Logica* curata da Peano per il *Dizionario di cognizioni utili. Enciclopedia elementare di Scienze, Lettere, Arti, Agricoltura, Diritto, Medicina, Geografia, ecc.* (direttore F. Cosentini, v. 6, Supplemento, Torino, Utet, 1919, p. 959-960) e quella *Logica Matematica* redatta da B.

all'approccio, due sono gli elementi salienti: da una parte la scelta di Padoa di rilevare, anche con una certa *verve*, i successi dell'indirizzo ideografico italiano (I<sub>1</sub>, p. 16, 22, 26-29, 41, 43, 47, 62, 78-79) e i suoi vantaggi rispetto alle altre correnti; dall'altra, la decisione di sorvolare sulle questioni controverse, come le antinomie, l'assioma della scelta e il teorema del buon ordinamento, anche a costo di dar luogo a un completo distacco del capitolo *Logica* da altri saggi dell'*Enciclopedia* che pure gli sarebbero stati naturalmente legati, per esempio quelli sui principi dell'aritmetica (I<sub>1</sub>, p. 83-212), sulla teoria degli insiemi (I<sub>2</sub>, p. 551-563) e sulla teoria delle funzioni di variabile reale.

Le reazioni della comunità italiana, all'uscita del volume dell'*Enciclopedia delle Matematiche Elementari* contenente l'articolo *Logica*, sono discordi. Pur ritenendo "giusto che questo ramo di scienza, che la Scuola del Peano pone a fondamento di ogni altra e che ha fatto anche recentemente notevoli progressi, trovi posto in una raccolta di matematiche elementari",<sup>(31)</sup> parecchi studiosi manifestano perplessità sull'approccio adottato da Padoa. Già all'interno della Scuola torinese vi è chi, come Peano, apprezza la *Logica* come "una chiara ed esauriente esposizione storica e critica, di quanto fu fatto finora",<sup>(32)</sup> ma anche chi, come G. Vacca<sup>(33)</sup> e U. Cassina, ravvisa in essa carenze e difetti. Quest'ultimo, in particolare, critica l'eccessivo peso dato all'analisi dei concetti primitivi, a discapito di quella delle proposizioni primitive. Entrambe le questioni, secondo Cassina, esulerebbero dagli scopi di una trattazione destinata a un'enciclopedia per insegnanti, e meglio sarebbe stato:

"venire senz'altro e nel modo più semplice alla formulazione dei concetti e delle proposizioni logiche fondamentali, senza preoccuparsi troppo della loro riduzione ad un sistema completo di concetti e proposizioni primitive assolutamente indipendenti; la quale, pur essendo questione interessante ed ancora insoluta, è di pura pertinenza della logica come scienza in sé, e non della logica come introduzione alla matematica".<sup>(34)</sup>

Levi per l'*Enciclopedia Italiana di Scienze, Lettere ed Arti* Treccani (Roma, v. XXI, 1934, p. 398-401) erano invece inadatte a essere utilizzate come traccia per attività didattiche.

<sup>(31)</sup> Onofri 1929, p. 276.

<sup>(32)</sup> Accademia delle Scienze di Torino, *Cat. 3<sup>a</sup>, Adunanze di Classe e Verbalì, Classe I, Mazzo 38, Verbalì originali della Classe di Scienze Fisiche e Matematiche, 1920-33*, p. nn., seduta del 1.12.1929.

<sup>(33)</sup> Cfr. G. Vacca a G. Peano, 24.11.1929, Dip. di Matematica dell'Università di Torino, *Archivio Peano-Vacca*: "Non ho ancora visto l'*Enciclopedia* del prof. Berzolari, se non di sfuggita. Ho avuto l'impressione che la *Logica* del Padoa sia troppo lunga, e forse anche, per quanto me ne ha detto il Padoa stesso, non corrispondente in tutto al mio modo di vedere".

<sup>(34)</sup> Cassina 1931, p. LV.

La *Logica* di Padoa è fortemente criticata soprattutto da Enriques, che pure riconosce la rilevanza di questo ramo di studi per la formazione dei docenti. Questi rimprovera all'autore di non aver puntato a una trattazione che contemplasse sia l'aspetto 'in grande' che quello 'in piccolo' della logica, e di essersi invece chiuso "in una scuola particolare e quasi nel suo sistema attuale", rinunciando al confronto con le idee altrui e dando prova di partigianeria:

"Approviamo *toto corde* la scelta di codesto titolo [*Logica*] che implica il concetto non esservi due diverse logiche, ad una delle quali lavorano i matematici o quei matematici che usano linguaggi simbolici, mentre l'altra sarebbe coltivata dagli altri (filosofi, o cultori delle scienze in genere o anche matematici non simbolisti). C'è una sola logica, e si capisce anche che, per il Padoa, questa tocchi la più alta espressione nella trattazione simbolica e nel suo proprio sistema. La spiegazione d'una tale veduta, col confronto delle idee altrui, sarebbe riuscita interessantissima anche e specialmente per chi ne dissenta".<sup>(35)</sup>

In effetti, se si scorrono i riferimenti bibliografici, si resta stupiti dell'arretratezza degli orizzonti culturali di Padoa, che accenna solo di sfuggita ai problemi metamatematici più rilevanti (soffermandosi anzi quasi esclusivamente su quello dell'indipendenza) e che si dimostra poco al corrente della letteratura d'avanguardia. Basti pensare che i soli nomi menzionati nel capitolo, oltre a quelli di membri della cerchia di Peano, sono C.S. Peirce, E. Schröder, L. Couturat, B. Russell e A.N. Whitehead. Fra i 'grandi assenti' vi è D. Hilbert, a proposito del quale Padoa si limita ad asserire, in una nota a piè dell'ultima pagina del saggio:

"giova raffrontare quanto è stato esposto con D. Hilbert und W. Ackermann, *Grundzüge der theoretischen Logik*, Berlin, 1928. Quantunque siano citati G. Peano e il suo *Formulaire de Mathématiques* (p. 2) le medesime idee sono indicate con simboli diversi, che non sembrano preferibili (p. 3-5). (...) Senza inoltrarci nel raffronto, devesi riconoscere a D. Hilbert il grande merito di aver rimesso in onore gli studi di Logica, che da parecchi anni languivano".<sup>(36)</sup>

Il passo è sintomatico di un sentire diffuso nell'ultima Scuola di Peano. Proprio negli anni che separano la prima bozza dalla stesura definitiva del capitolo di Padoa, si avverte infatti la progressiva miopia di alcuni allievi di Peano che coltivano forme sempre più accese di auto-celebrazione dei propri contributi, talora anche in chiave nazionalista,<sup>(37)</sup> e che rimangono così estranei alle

<sup>(35)</sup> Enriques 1930, p. 40-41.

<sup>(36)</sup> A. Padoa, *Logica*, in Berzolari - Vivanti - Gigli 1930-1949, I<sub>1</sub>, p. 78.

<sup>(37)</sup> Cfr. per esempio Burali-Forti 1919, p. XXXII, 109, 163, 313, 341, 359, 387, 477; G. Vacca, *La logica matematica negli ultimi cinquant'anni*, Dip. di Matematica dell'Università di Torino, *Archivio Peano-Vacca*, dattiloscritto, 1939, p. 1, 10-11.

'deviazioni' dal sistema logico ideografico, in particolare alle nuove linee di studio percorse dalle scuole anglosassoni, tedesca e polacca.<sup>(38)</sup>

## 5. – I saggi sui fondamenti della matematica

Se l'introduzione di un capitolo di logica in un'*Enciclopedia delle Matematiche Elementari* è un elemento innovativo, molto meno lo è il fatto che essa includa dei saggi sui principi dell'aritmetica e della geometria, cui era già stato dedicato un intero volume dei *Collectanea* di Enriques. La cifra di originalità, questa volta, è data più che dal livello di spessore critico-filosofico o tecnico della trattazione, dalla volontà di finalizzare esplicitamente la presentazione dei contenuti fondazionali alla loro trasposizione didattica.<sup>(39)</sup>

A risultare provvidenziale, in vista di un'operazione culturale di questo tipo, è una serie di avvicendamenti nelle fila dei redattori dell'*Enciclopedia*. Infatti, mentre la scelta iniziale era caduta su Enriques e Gigli per i fondamenti dell'aritmetica, e su U. Amaldi per quelli della geometria, dal 1911 vediamo subentrare a questi il solo Gigli per l'aritmetica e P. Benedetti per la geometria. In entrambi i casi si tratta di studiosi meno profondi, rispetto a Peano, Enriques, Pieri o G. Veronese, che avevano dedicato a quei temi numerosi lavori di ricerca. Essi, però, possiedono un *quid* aggiuntivo, e cioè il fatto di aver potuto testare sul campo i pregi e i limiti dell'insegnamento ipotetico-deduttivo, grazie alla loro esperienza di professori e di autori di

<sup>(38)</sup> Il 'confronto' fra il *Formulario* di Peano e i *Grundzüge der theoretischen Logik* di D. Hilbert e W. Ackermann, abbozzato da Padoa nell'*Enciclopedia delle Matematiche Elementari*, riprende quasi alla lettera alcune affermazioni che Peano aveva indirizzato ad A. Natucci in una lettera dell'8.5.1926, conservata alla Domus Galilaeana di Pisa, nel *Fondo Natucci*.

<sup>(39)</sup> A partire dalla fine dell'Ottocento, in Italia si erano susseguiti aspri dibattiti sull'opportunità o meno di introdurre le discussioni sui fondamenti nell'insegnamento medio-secondario. Relativamente ai fondamenti dell'aritmetica, sono innumerevoli gli articoli dedicati dai peaniani al loro utilizzo nella didattica e i manuali scolastici, da essi pubblicati, in cui si sviluppava l'aritmetica razionale sulla scorta degli studi di Peano, Padoa e Burali-Forti. A titolo d'esempio cfr. Burali-Forti 1892; Burali-Forti 1897; Burali-Forti 1897b; Padoa 1898; Burali-Forti 1898; Padoa 1902; Peano 1902; Catania 1904; Catania 1913; Padoa 1936. Peano a Torino, F. Cecioni a Pisa, U. Cassina a Milano, A. Perna a Roma dedicano inoltre interi corsi ai fondamenti dell'aritmetica (cfr. *L'Enseignement mathématique*, 28, 1929, p. 321; 30, 1931, p. 151; 32, 1933, p. 94; 33, 1934, p. 108). Nel 1939 A. Natucci propone infine di istituire una cattedra universitaria dedicata ai fondamenti della matematica, con speciale riguardo ai principi dell'aritmetica generale, sviluppati con metodo assiomatico o sintetico, e a quelli della teoria dei numeri (cfr. *Il Bollettino di Matematica*, s. 3, a. 1, 1939, p. 80). Per quanto concerne invece la trasposizione didattica degli studi sui fondamenti della geometria si veda Luciano 2012b, p. 281-301.

manuali scolastici.<sup>(40)</sup> L'esposizione che ne deriva, se da un lato è meno suggestiva rispetto a quella delle *Questioni*,<sup>(41)</sup> oltre che viziata da alcune ingenuità, dall'altro risulta più utile per valutare lo stato effettivo di penetrazione degli studi fondazionali nella classe docente del primo Novecento italiano.

L'impostazione metodologica del capitolo *Aritmetica generale* (I<sub>1</sub>, p. 83-212) riprende gli assunti adottati da Gigli nei saggi *Riflessioni sui principi dell'aritmetica*<sup>(42)</sup> e *Definizioni in matematica*,<sup>(43)</sup> dei quali si configura, unitamente al manuale *Lezioni di aritmetica e di algebra elementare ad uso delle scuole secondarie superiori*, come un esempio di applicazione concreta.

Animato dalla convinzione che, nella didattica, occorra salvaguardare di pari passo le istanze del rigore logico deduttivo della trattazione e le esigenze dell'aderenza alla realtà psicologica dei concetti e delle costruzioni matematiche oggetto di studio, Gigli sceglie di declinare il suo saggio secondo un doppio registro.

Dopo una breve introduzione, dedicata alla distinzione fra numeri astratti e concreti, agli aspetti storico-matematici di tali concetti e alla critica della manualistica di aritmetica per la scuola, la trattazione si scinde in tre filoni: una prima parte rivolta ai numeri naturali, una seconda dedicata ai numeri assoluti e una terza incentrata su quelli relativi e complessi. Alla dimostrazione della trascendenza di  $e$  e di  $\pi$ , considerata un tema di matematiche elementari da un punto di vista superiore, è riservata un'appendice posta al termine del capitolo.

Per ciascuna specie numerica è svolta dapprima la teoria sintetica e poi quella analitica. Gigli è attento a non esprimere giudizi di merito o commenti sulla preferibilità di adottare in classe un approccio o l'altro. Tuttavia, un lettore attento non ha difficoltà a cogliere che le sue preferenze vanno al metodo combinatorio di A. Capelli per i naturali, alle teorie sintetiche per gli interi e per i razionali, e alla costruzione dei reali tramite sezioni di Dedekind.

L'*Enciclopedia delle Matematiche Elementari* valorizza ampiamente i contributi della Scuola di Peano, che fin dagli anni '90 aveva ribadito proprio il risvolto didattico del campo di ricerche fondazionali.<sup>(44)</sup> Ecco allora che, passando in rassegna le definizioni assiomatiche di numero reale, Gigli ricorda che:

<sup>(40)</sup> In particolare si ricordano i seguenti testi: Gigli 1921-1931; Benedetti, Rosati 1925.

<sup>(41)</sup> Basti citare, a titolo d'esempio, la maggior profondità di analisi critica e storico-matematica delle pagine delle *Questioni* dedicate da Enriques al continuo o ai numeri non archimedei (p. 361-363, 364-383, 383-398), temi assenti dall'articolo di Gigli curato per l'*Enciclopedia delle Matematiche Elementari*, e cui si accenna solo di sfuggita nei capitoli redatti da G. Vivanti (I<sub>2</sub>, p. 554-555, 560-562) e da G. Fano (II<sub>2</sub>, p. 499-504) per la medesima *Enciclopedia*.

<sup>(42)</sup> Gigli 1925-26, p. 215-237.

<sup>(43)</sup> Gigli 1926-27, 8 p.

<sup>(44)</sup> Cfr. Peano 1891, p. 87-102, 256-267; 1894, p. 51-90; 1910, p. 31-37.

“Rappresentante principale dell’indirizzo assiomatico è G. Peano, che ha in Italia una Scuola e che in Italia e fuori ha esercitato una grande influenza sullo sviluppo degli studi critici intorno ai fondamenti delle Matematiche. (...) La teoria sintetica dei numeri reali è stata espressa da C. Burali-Forti nelle forme usate dalla Logica matematica”.<sup>(45)</sup>

Sezioni specifiche sono poi dedicate alle definizioni sintetiche dei numeri interi, razionali e reali “nella logica matematica” (p. 141-142), alla teoria analitica operatoria di Peano per i razionali (p. 144-147), ai razionali come classi di coppie di interi secondo i lavori di A. Padoa (p. 147-149), ai reali introdotti come limiti superiori di classi di razionali, seguendo gli scritti di Peano (p. 153-154) e, ancora, ai contributi di Peano e di Padoa inerenti i numeri relativi (p. 173-174, 175).

Fra gli elementi di pregio dell’*Aritmetica generale* di Gigli spicca l’inusuale ricchezza di riferimenti bibliografici che includono – accanto ai classici lavori di Weierstrass, Cantor, Peano, Enriques, Frege e Dedekind (nella traduzione italiana curata da O. Zariski nel 1926) – alcuni manuali e trattati scolastici in cui sono confluiti i risultati della critica fondazionale, in particolare i testi di Peano (1902), Capelli (1902), S. Catania (1915), M. Cipolla (1914), G. Scorza (1921), D. Gigli (1921-31), e alcune autentiche rarità bibliografiche, come un contributo di A. Grandi del 1874-75, apparso nelle *Cronache del R. Liceo Forteguerri di Pistoia*, a proposito del quale Gigli afferma che gli si deve “riconoscere il merito d’aver intrapreso a far conoscere in Italia le teorie ricordate” di Weierstrass, Cantor e Dedekind sui reali (p. 158).

Parimenti indicativo è il quadro offerto dall’*Enciclopedia* a proposito della cosiddetta ‘geometria razionale’, illustrata da P. Benedetti e da E. Artom<sup>(46)</sup> nei capitoli *Fondamenti di geometria* (II<sub>1</sub>, p. 3-47) e *Proprietà elementari delle figure del piano e dello spazio* (II<sub>1</sub>, p. 51-118). In entrambi i casi, infatti, i due autori mostrano di saper declinare la geometria euclidea nella duplice veste di sistema assiomatico-deduttivo e di fisica matematica dell’estensione, illustrando le riflessioni di M. Pasch e G. Veronese, quelle della scuola peaniana e gli adattamenti che ne erano stati dati in manuali per l’insegnamento secondario, quali quelli di P. Gazzaniga e G. Veronese (1877), F. Enriques e U. Amaldi (1903), M. De Franchis (1909), C. Rosati e P. Benedetti (1925), e F. Palatini (1920). In questo caso, tuttavia, le preferenze appaiono più decisamente orientate verso il volume *Grundlagen der Geometrie* di D. Hilbert, che è seguito come testo di riferimento. Tutt’altro che scontata risulta la scelta di Benedetti di dedicare alcune sezioni del capitolo a delicati problemi metama-

<sup>(45)</sup> D. Gigli, *Aritmetica generale*, in Berzolari - Vivanti - Gigli 1930-1949, I<sub>1</sub>, p. 95, 141.

<sup>(46)</sup> Ricordiamo, fra l’altro, che Artom era stato allievo di Peano, durante gli studi universitari, e aveva continuato a seguire le iniziative del logico cuneese rivolte alla scuola, partecipando ad esempio alle Conferenze Matematiche Torinesi (1915-1925).

tematici, quali la compatibilità dei gruppi di assiomi hilbertiani (p. 18-19, 26, 27-28, 30), la loro indipendenza e completezza (p. 33-35).

Il sostanziale favore con cui risulta giudicato, nell'*Enciclopedia delle Matematiche Elementari*, l'utilizzo degli studi fondazionali nell'ambito della didattica attiva e, ancor più, nel quadro della formazione culturale dei docenti, contribuisce ad alimentare alcune critiche, fra cui quelle di Enriques, che asserisce nella recensione curata per il *Periodico di Matematiche*:

“L'esposizione dell'argomento (...) non aveva da conformarsi a vedute subiettive, anzi doveva seguire un ordine storico, cominciando dal rilevare i presupposti dell'Euclide che i critici moderni hanno cercato di enunciare nella loro assiomatica: in mancanza di un tale ordine i diversi sistemi di postulati rischiano di apparire senza connessione fra loro, e i giudizi che vi si riferiscono non riesciranno prospettati nella giusta luce. La critica fatta al Benedetti si estende anche all'Artom (...). Anzi questo autore aveva tanto meno motivo di ordinare la sua esposizione secondo un particolare sistema di postulati, che dovrebbe farsi ricevere dal lettore come presupposto. Ciò che vi è d'arbitrario nel suo procedimento appare per esempio nella dimostrazione del primo criterio dell'eguaglianza dei triangoli,<sup>(47)</sup> che, seguendo non so quale trattato ipercritico, si allontana a dire il vero dalla semplicità e dal buon gusto. Mi auguro che queste osservazioni sieno tenute in conto dai redattori dei volumi in preparazione, e in ispecie di quello che concernerà le questioni didattiche: l'*Enciclopedia* deve fornire al lettore un'informazione quanto è possibile obiettiva dei vari indirizzi e criteri scientifici, logici e didattici: i redattori non hanno il compito di risolvere, secondo un proprio criterio questioni disputate, che sono passibili soltanto d'un giudizio storico di là del presente”.<sup>(48)</sup>

Quest'invito è, di fatto, recepito da Berzolari, che incarica G. Giorgi di completare il saggio di Benedetti, entrando nel merito delle ragioni storiche e filosofiche alla base dei vari indirizzi di studi sui fondamenti della geometria, e discutendo in particolare le caratteristiche di quelli fisico-sperimentale, psicologico

<sup>(47)</sup> Cfr. E. Artom, *Proprietà elementari delle figure del piano e dello spazio*, in Berzolari - Vivanti - Gigli 1930-1949, II<sub>1</sub>, p. 72: “Se in due triangoli due lati dell'uno sono rispettivamente uguali a due lati dell'altro e l'angolo compreso fra i primi due è uguale all'angolo compreso fra gli altri due, i due triangoli sono uguali. Siano ABC, A'B'C' i due triangoli e sia per ipotesi:  $\angle ABC = \angle A'B'C'$ ;  $AB = A'B'$ ;  $BC = B'C'$ . Fra le due corrispondenze di uguaglianza che intercedono fra i due angoli, si scelga quella che alle semirette BA, BC fa corrispondere rispettivamente le B'A', B'C'; allora ai punti A e C dovranno corrispondere i punti A' e C', quindi i due triangoli ABC e A'B'C' saranno figure corrispondenti nell'uguaglianza che intercede fra i due detti angoli e perciò saranno figure uguali. In conseguenza  $AC = A'C'$ ;  $\angle BAC = \angle B'A'C'$ ;  $\angle BCA = \angle B'C'A'$ ”. Una dimostrazione di questo tipo compariva ad esempio nei manuali di De Franchis 1909, p. 89 e di Benedetti, Rosati 1925, p. 28-29.

<sup>(48)</sup> Enriques 1937, p. 113.



e astratto-teoretico.<sup>(49)</sup> Per quanto concerne invece la trasposizione degli studi sui fondamenti nel campo dell'educazione, è L. Brusotti – subentrato a G. Scorza e ad A. Frajese come redattore del saggio *Questioni didattiche* (III<sub>2</sub>, p. 887-973) – a dare prova di equanimità, dedicando specifici paragrafi del suo articolo sia alle istanze avanzate dalla Scuola di geometria italiana (l'educazione alla scoperta, la valorizzazione delle facoltà creative e di intuizione),<sup>(50)</sup> sia agli assunti difesi dalla compagine 'avversaria', e cioè dai sostenitori dell'educazione al rigore, finalizzata allo sviluppo delle capacità logico-deduttive.<sup>(51)</sup> In particolare, per quanto concerne la didattica dell'aritmetica razionale, Brusotti condivide molti dei giudizi tacitamente formulati da Gigli (III<sub>2</sub>, p. 928-930), mentre raccomanda ai docenti maggiore prudenza in merito alla scelta di sviluppare in classe la geometria euclidea come sistema assiomatico-deduttivo (III<sub>2</sub>, p. 922-924).

## 6. – Conclusioni e problemi aperti

Dall'esame fin qui tracciato emerge l'importanza dell'*Enciclopedia delle Matematiche Elementari* per valutare la formazione degli insegnanti di matematica in Italia nella prima metà del XX secolo, in rapporto ai profondi mutamenti del contesto istituzionale, scientifico e metodologico, soprattutto per quanto attiene i temi logico-fondazionali.

Altrettanto evidente è il riscontro che l'*Enciclopedia*, più ancora di altre collane miscellanee coeve, seppe profittare della collaborazione di tutte le 'Scuole' italiane, giocando un ruolo chiave nella costruzione dell'identità di alcune tradizioni di studi e, in particolare, valorizzando e diffondendo il pensiero della Scuola di Peano.

Restano invece ancora da indagare ulteriormente le derive di stampo nazionalista che si avvertono a tratti nell'*Enciclopedia* e che danno luogo ad atteggiamenti di esaltazione delle glorie scientifiche italiane.<sup>(52)</sup>

<sup>(49)</sup> Cfr. G. Giorgi, *Sui Fondamenti della geometria*, in Berzolari - Vivanti - Gigli 1930-1949, III<sub>2</sub>, p. 977-1014. Tale capitolo è il frutto di tre conferenze tenute al seminario matematico di Roma, già apparse sul Bollettino della Mathesis nel 1912 (p. 29-44, 74-91, 105-119), nelle quali l'autore aveva messo a frutto i suoi contatti con V. Volterra, F. Enriques, G. Castelnuovo, T. Levi-Civita, R. Marcolongo e F. Severi.

<sup>(50)</sup> L. Brusotti, *Questioni didattiche*, in Berzolari - Vivanti - Gigli 1930-1949, III<sub>2</sub>, p. 892, 917-918, 969.

<sup>(51)</sup> *Ibidem*, p. 892, 900-902, 924-925, 937, 955, 959, 968.

<sup>(52)</sup> Del resto più volte, negli anni Trenta e Quaranta, l'*Enciclopedia delle Matematiche Elementari* è pubblicizzata come "opera interamente italiana". Cfr. per esempio Severi 1943, p. 83-91.

Parimenti aperta rimane la disamina dell'utilizzo effettivo dell'*Enciclopedia delle Matematiche Elementari*, sia nei corsi universitari rivolti agli insegnanti sia nell'attività professionale, negli anni della dittatura fascista e nella complessa fase di riordino del sistema scolastico italiano, durante il secondo dopoguerra.

## BIBLIOGRAFIA

- AA.V.V. 1934, *In memoria del Prof. Duilio Gigli*, Pisa, Nistri-Lischi, 1934, 39 p.
- ARRIGHI G. (a cura di) 1997, *Lettere a Mario Pieri*, Milano, Univ. Bocconi, Quaderni Pristem n. 6.
- ASCOLI G. 1954, *Lezioni di matematiche complementari*, Torino, Gheroni.
- BENEDETTI P., ROSATI C. 1925, *Geometria*, Napoli, Perrella.
- BENNETT A. 1930, *Enciclopedia delle Matematiche Elementari I<sub>1</sub>*, The American Mathematical Monthly, 37 (7), p. 378-380.
- BERZOLARI L. 1924, *Intorno alla pubblicazione di una Enciclopedia delle matematiche elementari*, 20.12.1923, Bollettino dell'UMI, s. 1, 3, p. 47.
- BERZOLARI L., BONOLA R. 1909, *Allegato E. Sopra una Enciclopedia di Matematiche Elementari da pubblicarsi sotto gli auspici della Mathesis, Relazione della Commissione Direttiva dell'opera*, in *Atti del 2. Congresso della Mathesis, Società italiana di matematica*, Padova, Società Cooperativa Tipografica, p. 1-5, 43-45.
- BERZOLARI L. - VIVANTI G. - GIGLI D. (a cura di) 1930-1949, *Enciclopedia delle Matematiche Elementari*, 3 voll., Milano, Hoepli, I<sub>1</sub>, 1930; I<sub>2</sub>, 1932; II<sub>1</sub>, 1937; II<sub>2</sub>, 1938; III<sub>1</sub>, 1949; III<sub>2</sub>, 1949; III<sub>3</sub>, 1950.
- BOMPIANI E. 1937, *Enciclopedia delle Matematiche Elementari II<sub>1</sub>*, Bollettino dell'UMI, s. 1, 16, p. 155-156.
- BOMPIANI E. 1950, *Commemorazione del Socio Luigi Berzolari*, Rendiconti Sc. Fis. Mat. e Nat. Lincei, IX, p. 396-410.
- BONOLA R. 1909a, *Sunto della relazione sul tema: Per la pubblicazione di una Enciclopedia delle Matematiche Elementari*, Bollettino della Mathesis, I, p. 40-42.
- BONOLA R. 1909b, *Per la pubblicazione di una Enciclopedia delle Matematiche Elementari*, Giornale di Matematiche ad uso degli studenti delle Università Italiane (Battaglini), 47 [2, 16], p. 343-344.
- BRUSOTTI L. 1934, *Duilio Gigli. Cenno necrologico pubblicato nell'Annuario della R. Università di Pavia 1933-34*, Pavia, Tip. Cooperativa, 1934, 5 p.
- BRUSOTTI L. 1935, *Duilio Gigli. Parole commemorative lette in un'aula del R. Liceo-Ginnasio 'Ugo Foscolo' l'11 maggio 1934*, Pavia, Tip. Moderna, 7 p.
- BRUSOTTI L. 1936, *Luigi Berzolari. Cenni biografici*, in *Scritti matematici offerti a Luigi Berzolari*, Pavia, Istituto matematico della R. Università, p. XXI-XXIX.
- BURALI-FORTI C. 1892, *Aritmetica razionale per gli istituti tecnici*, Torino, Petrini.
- BURALI-FORTI C. 1897, *Lezioni di Aritmetica pratica ad uso delle scuole secondarie inferiori*, Torino, Petrini, 1901<sup>2</sup>, 1904<sup>3</sup>, 1907<sup>4</sup>, 1910<sup>5</sup>, 1913<sup>6</sup>.
- BURALI-FORTI C. 1897b, *Note scientifiche e critiche alle lezioni di aritmetica pratica*, Torino, Petrini-Gallizio.
- BURALI-FORTI C. 1898, *Aritmetica e norme per l'insegnamento nelle scuole elementari*, Torino, Gallizio.
- BURALI-FORTI C. 1919, *Logica Matematica*, Milano, Hoepli, 2<sup>a</sup> ed.
- CASSINA U. 1931, *Enciclopedia delle Matematiche Elementari I<sub>1</sub>*, Il Bollettino di Matematica (Conti), 27, p. LIII-LVIII.

- CASSINA U. 1932, *Enciclopedia delle Matematiche Elementari I<sub>2</sub>*, Il Bollettino di Matematica (Conti), 28, p. LXVII-LXX.
- CATANIA S. 1904, *Aritmetica razionale ad uso delle scuole secondarie superiori*, Catania, Giannotta.
- CATANIA S. 1913, *Sui metodi d'insegnamento della matematica nelle scuole medie*, Bollettino della Mathesis, 5, p. 142-143.
- CINQUINI S. 1950, *G. Vivanti*, Rendiconti dell'Istituto Lombardo. Accademia di Scienze e Lettere, Parte Generale e Atti Ufficiali, 78, p. 184-205.
- DE FRANCHIS M. 1909, *Geometria elementare*, Milano, Sandron.
- ENRIQUES F. 1930, *Enciclopedia delle Matematiche Elementari I<sub>1</sub>*, Periodico di Matematiche, s. 4, 10, p. 39-41.
- ENRIQUES F. 1937, *Enciclopedia delle Matematiche Elementari II<sub>1</sub>*, Periodico di Matematiche, s. 4, 17, p. 112-113.
- FANO G. 1922, *Le scuole di magistero*, in *Atti della Società italiana di Matematiche "Mathesis"*, Periodico di Matematiche, s. 4, 2, p. 102-111.
- FURINGHETTI F., GIACARDI L. 2012, *Secondary school mathematics teachers and their training in pre- and post-unity Italy (1810-1920)*, ZDM, 44, 4, p. 537-550.
- GIGLI D., 1921-1931, *Lezioni di aritmetica e di algebra elementare ad uso delle scuole secondarie superiori*, Bologna, Zanichelli.
- GIGLI D. 1925-26, *Riflessioni sui principi dell'aritmetica*, Annuario del R. Liceo-Ginnasio Ugo Foscolo di Pavia, 3, Pavia, Tipografia cooperativa, p. 215-237.
- GIGLI D. 1926-27, *Definizioni in matematica*, Annuario del R. Liceo Ginnasio Ugo Foscolo di Pavia, 4, Pavia, Istituto Pavese di arti Grafiche, 8 p.
- GISPERT H. 1999, *Les débuts de l'histoire des mathématiques sur les scènes internationales et le cas de l'entreprise encyclopédique de Felix Klein et Jules Molk*, *Historia Mathematica*, 26, p. 344-360.
- GISPERT H. 2001, *The German and French editions of the Klein-Molk Encyclopedia: contrasted images* in U. Bottazzini, A. Dahan Dalmedico (a cura di), *Changing Images of Mathematics: From the French Revolution to the new millennium*, London, Routledge, p. 93-112.
- GISPERT H., VERLEY J.L. 2000, *L'encyclopédie des sciences mathématiques pures et appliquées, (1904-1916): traduire ou adapter l'entreprise de Felix Klein*, Paris, Springer.
- GOLDSTEIN C. 2001, *Sur quelques pratiques de l'information mathématique*, *Philosophia Scientiae*, 5, 2, p. 125-160.
- LUCIANO E. 2010, *Sulla didattica della Logica Matematica: dalle conferenze di A. Padoa (1898) all'istituzione dei corsi ufficiali (1960)*, in C.S. Roero (a cura di), *Peano e la sua Scuola fra matematica, logica e interlingua. Atti del Congresso internazionale di Studi (Torino 6-7 ott. 2008)*, Centro di Studi per la Storia dell'Università di Torino, Studi e Fonti XVI, Torino, Dep. Sub. Storia Patria, p. 279-315.
- LUCIANO E. 2012, *The Enciclopedia delle Matematiche elementari and the Contributions of Bolognese Mathematicians*, in S. Coen (a cura di), *Mathematicians in Bologna 1861-1960*, Basel, Birkhäuser, p. 343-372.
- LUCIANO E. 2012b, *The proposal of the School of Peano on the rational teaching of geometry* in K. Bjarnadottir, F. Furinghetti, J. Matos, G. Schubring (a cura di), *Dig where you stand 2. Proceedings of the Second International Conference on the History of Mathematics Education*, Lisbona, Portugal, p. 281-301.
- LUCIANO E., ROERO C.S. (a cura di) 2012, *From Turin to Göttingen: Dialogues and Correspondence (1879-1923)*, Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche, XXXII, 1, p. 7-232.

- NASTASI P., SCIMONE A. (a cura di) 1995, *Lettere a Giovanni Vacca*, Palermo, Quaderni Pristem n. 5.
- ONOFRI, L. 1929, *Enciclopedia delle Matematiche Elementari I*, Bollettino dell'UMI, s. 1, 8, p. 276-277.
- PADOA A. 1898, *Note critiche al libro di aritmetica e di algebra elementare di Paolo Gazzaniga*, Pinerolo, Chiantore-Mascarelli.
- PADOA A. 1902, *Logica matematica e matematica elementare*, in *Atti del Secondo Congresso dei Professori di Matematica delle scuole secondarie, tenuto in Livorno nei giorni 17-22 agosto 1901*, Livorno, Giusti, p. 186-200.
- PADOA A. 1936, *Logica, Aritmetica, Geometria*, Periodico di Matematiche, s. 2, 16, p. 15-16.
- PALLADINO F., PALLADINO N. (a cura di) 2006, *Dalla 'moderna geometria' alla 'nuova geometria italiana'. Viaggiando per Napoli, Torino e dintorni. Lettere di Sannia, Segre, Peano, Castelnuovo, D'Ovidio, Del Pezzo, Pascal e altri a Federico Amodeo*, Firenze, Olschki.
- PEANO G. 1891, *Sul concetto di numero*, Rivista di Matematica, 1, p. 87-102, 256-267.
- PEANO G. 1894, *Sui fondamenti della Geometria*, Rivista di Matematica, 4, p. 51-90.
- PEANO G. 1902, *Aritmetica generale e algebra elementare*, Torino, Paravia.
- PEANO G. 1910, *Sui fondamenti dell'Analisi*, Bollettino della Mathesis, Padova, giugno, p. 31-37.
- ROLLET L., NABONNAND P. 2002, *Une bibliographie mathématique idéale? Le Répertoire bibliographique des sciences mathématiques*, Gazette des mathématiciens, 92, p. 11-26.
- SEVERI F. 1943, *La Matematica Italiana nell'ultimo ventennio*, Gli Annali della Università d'Italia, IV, p. 83-91.
- Sezione Lombarda Mathesis 1909, *Adunanza 23 Maggio 1909*, Bollettino della Mathesis, I, p. 35-37, 48.
- VIVANTI G. 1933, *Duilio Gigli*, Periodico di Matematiche, s. 4, 13, p. 255-256.
- VON DYCK W. 1908, *Die Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften. Vortrag gehalten auf dem IV Internationalen Mathematiker Kongress in Rom am 7. April 1908*, Jahresbericht der Deutschen Mathem.-Vereinigung, 17, 1908, p. 213-227.

Erika Luciano  
Dipartimento di Matematica "G. Peano", Università di Torino  
Via Carlo Alberto 10, 10123 Torino  
e-mail: erika.luciano@unito.it