diritto ed economia dell'impresa

Diretta da LUCIANO M. QUATTROCCHIO

1 - 2018

INTERVENTI di

E. Desideri, P. Rossi Odello, M. Cisi
F. Lunardon, G. Varrasi, V. Pacileo

APPROFONDIMENTI di

E. Di Capua, L.M. Quattrocchio, M. Tucci

SAGGI di

L.M. Quattrocchio, B.M. Omegna, M. Airoldi, F. Pipicelli

G. Giappichelli Editore – Torino

Rivista telematica bimestrale 1 - 2018 • Iscrizione al R.O.C. n. 25223
ISSN 2499-3158

La matematica applicata alla mediazione: la teoria dei giochi

Luciano M. Quattrocchio

Sommario:

1. *Premessa*

Con l'emanazione del d.lgs. 4 marzo 2010, n. 28, in attuazione dell'art. 60 della l. 18 giugno 2009, n. 69, è stato introdotto nel nostro ordinamento un procedimento, denominato di mediazione, finalizzato alla conciliazione delle controversie civili e commerciali.

Si tratta di una procedura deflativa del contenzioso (o, più correttamente, del potenziale contenzioso), che la dottrina ha distinto in tre categorie:

- mediazione obbligatoria, il cui esperimento costituisce condizione di procedibilità della domanda giudiziale;
- mediazione facoltativa, rimessa all'iniziativa delle parti o del giudice, nel corso di un eventuale giudizio;
- mediazione concordata, conseguente alla previsione di un'apposita clausola contrattuale o statutaria.

In particolare, l'ipotesi della mediazione obbligatoria riguarda «*chi intende esercitare in giudizio un'azione relativa ad una controversia in materia di condominio, diritti reali, divisione, successioni ereditarie, patti di famiglia, locazione, comodato, affitto di aziende, risarcimento del danno derivante dalla circolazione di veicoli e natanti, da responsabilità medica e da diffamazione con il mezzo della stampa o altro mezzo di pubblicità, contratti assicurativi, bancari e finanziari*» (art. 5, comma 1).

La funzione del mediatore è chiaramente desumibile dal comma 3 del medesimo articolo, ove è precisato che egli «*si adopera affinché le parti raggiungano un accordo amichevole di definizione della controversia*».

Apparentemente, la mediazione e la matematica sembrerebbero non avere nulla da spartire. Tuttavia, una branca della matematica, denominata "teoria dei giochi", offre spunti di riflessione di estremo interesse, soprattutto al fine di comprendere la rilevanza del ruolo del mediatore nella soluzione dei conflitti.

La teoria dei giochi è la scienza matematica che studia e analizza le decisioni individuali di un soggetto in situazioni di conflitto o interazione strategica con altri soggetti rivali (due o più), finalizzate al massimo guadagno di ciascun giocatore; in tale contesto, le decisioni di un giocatore possono influire sui risultati conseguibili dagli altri e viceversa, secondo un meccanismo di retroazione. La teoria dei giochi si propone di ricercare le soluzioni competitive – o cooperative (v. *infra*) – dei giochi, tramite modelli matematici.

La nascita della moderna teoria dei giochi può essere fatta coincidere con la pubblicazione – nel 1944 – del libro "*Theory of Games and Economic Behavior*" di John von Neumann (un matematico) e Oskar Morgenstern (un economista). Il più famoso studioso a essersi occupato successivamente della teoria dei giochi, e in particolare dei cd. "*giochi non cooperativi*" (v. *infra*), è il matematico John Forbes Nash jr., protagonista del film di Ron Howard "*A Beautiful Mind*".

Per collocare correttamente la mediazione nel contesto della teoria dei giochi occorre prendere le mosse da un dialogo del famoso film appena citato: «Adam Smith va rivisto! ... Se tutti ci proviamo con la bionda, ci blocchiamo a vicenda. E alla fine ... nessuno di noi se la prende. Allora ci proviamo con le sue amiche, e tutte loro ci voltano le spalle, perché a nessuno piace essere un ripiego. Ma se invece nessuno ci prova con la bionda, non ci ostacoliamo a vicenda, e non offendiamo le altre ragazze. È l'unico modo per vincere... Adam Smith ha detto che il miglior risultato si ottiene quando ogni componente del gruppo fa ciò che è meglio per sé, giusto? Incompleto. Incompleto! Perché il miglior risultato si ottiene... quando ogni componente del gruppo farà ciò che è meglio per sé e per il gruppo! Dinamiche dominanti, signori. Dinamiche dominanti! Adam Smith ... si sbagliava!».

Come si evince dal dialogo, nei giochi non cooperativi il criterio di comportamento razionale – cioè la strategia dominante – è di carattere individuale: il comportamento di ogni giocatore è tale da perseguire sempre la strategia più vantaggiosa per sé stesso e, solo qualora nel gioco esista una strategia che presenta il massimo guadagno per tutti i giocatori (anche se non il risultato ottimo, ma v. *infra*), si parla di punto di equilibrio. Ed è proprio nell'ambito dei giochi non cooperativi che John Nash ha ottenuto i risultati più innovativi (cd. "*Equilibrio di Nash*"), grazie ai quali nel 1994 ha conseguito il Premio Nobel.

2. *Fondamenti concettuali della teoria dei giochi*

2.1. *Definizione di gioco*

Nella teoria dei giochi l'obiettivo di ciascun giocatore (o agente) è vincere; inoltre, tutti i giocatori devono essere a conoscenza delle regole del gioco ed essere consapevoli delle conseguenze di ogni singola mossa.

La mossa, o l'insieme delle mosse, che un individuo intende fare viene chiamata "*strategia*". All'esito delle strategie adottate da tutti i giocatori, ciascun agente riceve una vincita (o perdita) chiamata "*pay-off*".

Un gioco, pertanto, è descritto da quattro elementi:

- l'insieme dei giocatori (o agenti): N = {1, 2, ..., n};
- l'insieme delle (m) strategie poste in atto dai giocatori:
  - $S_1 = \{S_{11}, S_{12}, \ldots, S_{1m}\}$;
  - $S_2 = \{S_{21}, S_{22}, \ldots, S_{2m}\}$;
  - …
  - $S_n = \{S_{n1}, S_{n2}, \ldots, S_{nm}\}$;
- i *pay-off* del gioco per ciascun giocatore (espresse in termini di utilità):
  - $U_1 = \{u_{11}, u_{12}, \ldots, u_{1m}\}$;
  - $U_2 = \{u_{21}, u_{22}, \ldots, u_{2m}\}$;
  - …
  - $U_n = \{u_{n1}, u_{n2}, \ldots, u_{nm}\}$;
- l'insieme delle regole del gioco (ovvero il criterio con cui le strategie sono messe in relazione con gli esiti).

Quindi, il gioco si può esprimere come una funzione vettoriale delle strategie e delle vincite:

$$\text{Gioco} = \{S_{i1}, S_{i2}, \ldots, S_{im}; u_{i1}, u_{i2}, \ldots, u_{im}\}$$

ove "i" indica il generico giocatore.

2.2. *Applicazioni*

Le applicazioni e le interazioni della teoria dei giochi sono molteplici: dal campo economico e finanziario a quello strategico-militare, dalla politica alla sociologia, dalla psicologia all'informatica, dalla biologia allo sport; e, come si vedrà, alla mediazione ...

Così, ad esempio, se il giocatore è un venditore, le sue mosse possono essere: aumentare, diminuire o lasciare invariati i prezzi delle sue merci. Le mosse di un acquirente possono invece essere: cambiare fornitore, restare fedeli a un prodotto o a un fornitore. Ancora, le mosse di un responsabile di logistica militare possono essere: inviare un convoglio lungo un certo percorso piuttosto che lungo un altro.

L'esempio di gioco più noto è il celebre "*dilemma del prigioniero*": si tratta di un gioco non cooperativo, a informazione completa, proposto negli anni cinquanta del XX secolo da Albert Tucker. Il dilemma del prigioniero è anche noto al pubblico come classico esempio di paradosso e può essere descritto come segue.

Due criminali vengono accusati di aver commesso un omicidio. Gli investigatori li arrestano entrambi e li chiudono in due celle diverse, impedendo loro di comunicare. Ad ognuno di loro vengono concesse due scelte alternative: confessare l'accaduto oppure non confessare. Viene inoltre spiegato loro che:

- se solo uno dei due confessa, chi confessa evita la pena, mentre l'altro viene condannato a 10 anni di carcere;
- se entrambi confessano, vengono entrambi condannati a 6 anni;
- se nessuno dei due confessa, entrambi vengono condannati a 1 anno, perché comunque colpevoli di porto abusivo di armi.

Il gioco può essere raffigurato con la rappresentazione in forma strategica:

Prigioniero 2 / Prigioniero 1	Confessa	Non confessa
Confessa	6, 6	0, 10
Non confessa	10, 0	1, 1

Dai *pay-off* mostrati nella tabella appare chiaro che per entrambi i prigionieri sarebbe meglio non confessare e scontare soltanto un anno di carcere.

È opportuno, tuttavia, individuare quale sia il comportamento ottimo di uno dei due prigionieri, giacché l'altro si comporterà in modo identico, essendo il gioco simmetrico.

La miglior strategia è confessare, perché non si conosce cosa sceglierà l'altro prigioniero. Per entrambi l'obiettivo è, infatti, minimizzare la propria condanna e ciascun prigioniero:

- confessando, rischia 0 o 6 anni;
- non confessando, rischia 1 o 10 anni.

La strategia "non confessa" è, dunque, strettamente dominata dalla strategia "confessa"; eliminando le strategie strettamente dominate si arriva all'equilibrio di Nash, in cui i due prigionieri confessano e vengono condannati a 6 anni di carcere.

La strategia dominante non massimizza l'utilità per i giocatori: infatti, il risultato migliore per i due (cd. "*ottimo paretiano*") è di non confessare (1 anno di carcere invece di 6); ma il risultato raggiunto, in tal caso, non corrisponde ad un punto di equilibrio.

Si supponga, ora, che i due criminali si siano promessi di non confessare in caso di arresto. Una volta arrestati, e messi in due celle diverse, ciascun prigioniero si domanda se la promessa sarà mantenuta dall'altro: infatti, se un prigioniero non rispetta la promessa e l'altro sì, il primo è liberato e l'altro dovrà scontare 10 anni. Ed è proprio qui che affiora il dilemma: confessare o non confessare.

La teoria dei giochi, come si è detto, afferma che vi è un solo equilibrio (confessa, confessa), che – tuttavia – conduce ad un paradosso e, cioè, un risultato non ottimale.

Se si pensa agli Stati Uniti e all'URSS come ai due prigionieri, e alla confessione come all'armamento con la bomba atomica (mentre alla non confessione come al disarmo), il dilemma descrive chiaramente come per le due potenze fosse inevitabile al tempo della guerra fredda la corsa agli armamenti, benché questo risultato finale fosse non ottimale per nessuna delle due (e per l'intero mondo).

L'equilibrio di Nash rappresenta, dunque, una situazione nella quale nessun agente razionale ha interesse a cambiare la strategia di equilibrio, ferme restando le strategie adottate dagli altri giocatori. Rappresenta quindi la situazione nella quale il gruppo si viene a trovare se ogni componente del gruppo fa ciò che è meglio per sé, quando anche gli altri giocatori adottano la loro strategia di equilibrio: nel film, la scelta delle amiche, anziché della bionda.

Tuttavia, non è detto che l'equilibrio di Nash sia la soluzione migliore per tutti. Infatti, se è vero che in un equilibrio di Nash il singolo giocatore non può aumentare il proprio guadagno modificando solo la propria strategia, non è affatto detto che un gruppo di giocatori o – al limite – tutti non possano aumentare il proprio guadagno allontanandosi congiuntamente dall'equilibrio. Come già sottolineato, infatti, l'equilibrio di Nash potrebbe non costituire al contempo un ottimo paretiano; possono, cioè, esistere altre combinazioni di strategie che conducono a migliorare il guadagno di alcuni senza ridurre il guadagno di nessuno, o addirittura – come accade nel caso del dilemma del prigioniero – ad aumentare il guadagno di tutti.

2.3. *La rappresentazione grafica*

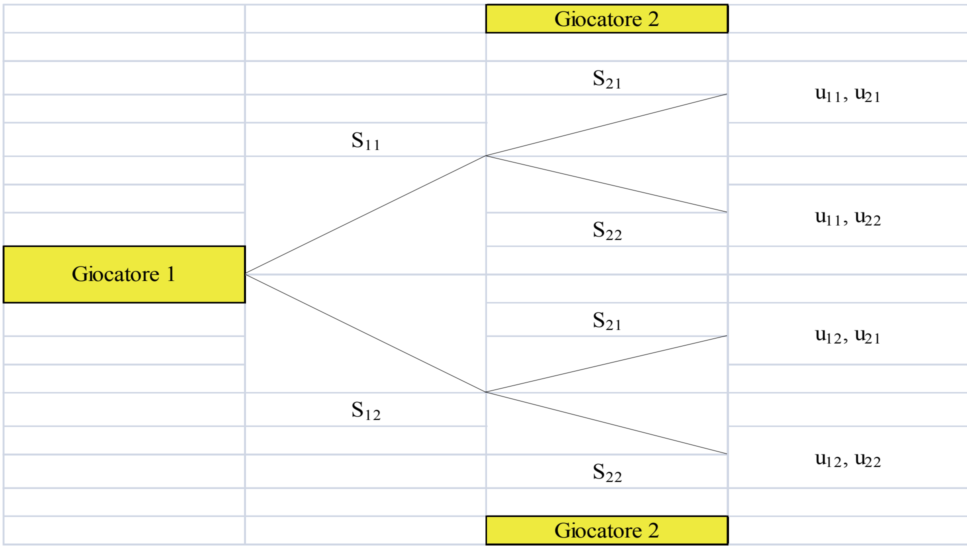
Esistono due modi per descrivere graficamente un gioco: la rappresentazione in forma strategica (o normale) e la rappresentazione in forma estesa.

Di seguito viene riportata la rappresentazione in forma strategica nel caso di due giocatori, in ipotesi di due sole strategie:

Giocatore 2 / Giocatore 1	S_{21}	S_{22}
S_{11}	u_{11}, u_{21}	u_{11}, u_{22}
S_{12}	u_{12}, u_{21}	u_{12}, u_{22}

La rappresentazione in forma estesa viene preferita quando i giocatori agiscono sequenzialmente (prima l'uno e poi l'altro). In questo caso si utilizza un albero (o "*grafo*"), nella forma seguente, in cui ogni punto del grafo da cui si dipartono le linee che rappresentano le possibili scelte dei giocatori si definisce "*nodo*".

Di seguito viene raffigurata la rappresentazione in forma estesa nel caso di due giocatori, in ipotesi di due sole strategie.



Le decisioni assunte da un giocatore possono essere in accordo o in contrapposizione con le decisioni assunte dagli altri giocatori e da simili situazioni nascono varie tipologie di giochi (cd. "*giochi cooperativi*" e "*giochi non cooperativi*", su cui v. *infra*).

2.4. *Classificazioni*

2.4.1. *Giochi cooperativi e giochi non cooperativi*

Un gioco cooperativo si presenta quando gli interessi dei giocatori non sono in contrapposizione diretta tra loro, ma esiste una comunanza fra gli stessi. I giocatori perseguono un fine comune, almeno per la durata del gioco, e alcuni di essi possono tendere ad associarsi per migliorare il proprio "*pay-off*".

La garanzia è data dagli accordi vincolanti e la suddivisione della vincita avviene in relazione al ruolo svolto da ciascun giocatore, secondo la sua strategia e i suoi accordi.

Nei giochi cd. "*essenziali*", per i quali vale l'adagio "*l'unione fa la forza*", i giocatori – collaborando – si garantiscono un guadagno superiore a quello che otterrebbero giocando individualmente.

Per contro, nei giochi non cooperativi (detti anche "*giochi competitivi*") i giocatori non possono stipulare accordi vincolanti (anche normativamente), indipendentemente dai loro obiettivi.

A questa categoria si applica la soluzione data da John Nash con il suo "*Equilibrio di Nash*" (v. *supra*); probabilmente la nozione più importante, grazie al suo vastissimo campo di applicabilità.

Il criterio di comportamento razionale adottato nei giochi non-cooperativi è di carattere individuale ed è chiamato strategia del massimo: in sostanza il comportamento di ogni giocatore è tale da perseguire sempre la strategia più vantaggiosa per sé stesso.

Qualora nel gioco esista una strategia che presenta il massimo guadagno per tutti i giocatori si parla di punto di equilibrio. Un punto di equilibrio in un gioco in cui si attua la strategia del massimo esprime il fatto che tutti i giocatori conseguono sì il massimo guadagno individuale, anche se non necessariamente quello collettivo (v. *infra*).

Il punto di equilibrio di Nash esprime in un certo senso un comportamento razionale e conveniente dal punto di vista economico, dal momento che tutti i giocatori ottengono un *pay-off* positivo, che garantisce la convergenza degli interessi di tutti i giocatori.

John Nash ha dimostrato che ogni gioco finito ad n giocatori ammette almeno un punto di equilibrio in strategie miste.

2.4.2. *Giochi simultanei e giochi non simultanei*

I giochi si suddividono in giochi simultanei (o statici) e giochi dinamici (o sequenziali). Nei giochi simultanei vi è la presenza di azioni indipendenti tra i giocatori, mentre nei giochi dinamici le azioni dei giocatori dipendono da quelle precedenti; ove per "*dipendenza*" si intende il fatto che un giocatore sceglie di effettuare una determinata azione sulla base delle informazioni di cui dispone con riguardo alle scelte effettuate dall'avversario (o che ritiene effettuerà quest'ultimo).

Nei giochi dinamici, quindi, le scelte vengono compiute sulla base delle informazioni acquisite, che dispiegano effetti sulle successive decisioni strategiche.

2.4.3. *Giochi a informazione completa e giochi a informazione incompleta*

Nel gioco a informazione completa, ogni giocatore ha una conoscenza completa del contesto, ma non necessariamente delle azioni degli altri giocatori; ad esempio perché le mosse dei diversi giocatori devono avvenire simultaneamente (v. *infra* il famoso "*dilemma del prigioniero*").

Nei giochi a informazione incompleta i giocatori non sono, invece, a conoscenza del contesto, e – cioè – di tutti gli elementi del gioco: ad esempio non conoscono quanti sono gli altri giocatori o quali sono le loro possibili strategie ovvero i loro *pay-off*.

2.4.4. *Giochi finiti e giochi infiniti*

I giochi finiti sono quelli in cui il numero delle situazioni di gioco possibili è finito, ma il numero delle situazioni può essere assai elevato; per contro, i giochi infiniti presentano un numero infinito di situazioni possibili.

2.4.5. *Giochi a somma zero e giochi a somma diversa da zero*

I "*giochi a somma zero*" comprendono tutte le situazioni conflittuali in cui la contrapposizione dei giocatori è totale: la vincita di un giocatore coincide esattamente con la perdita degli altri; la somma dei *pay-off* (di segno positivo o negativo) dei diversi contendenti in funzione delle strategie utilizzate è cioè sempre pari a zero.

Invece, nei "*giochi a somma diversa da zero*" la somma dei *pay-off* può essere positiva o negativa.

2.5. *Le strategie*

La strategia di un giocatore si compone di una serie di mosse volte, per definizione, a massimizzare la propria utilità. Si definisce soluzione di un gioco l'insieme (o gli insiemi) di strategie che i giocatori pongono in essere, appunto per massimizzare la loro utilità.

Per il Giocatore 1, una strategia S_{1i} si definisce "*dominante*" se scegliendo tale strategia egli ottiene il massimo risultato, qualunque sia la scelta degli altri giocatori. Se vi è una strategia dominante comune a tutti i giocatori, allora il gioco ha un equilibrio: l'equilibrio di Nash.

3. *La teoria dei giochi applicata alla mediazione*

3.1. *Inquadramento concettuale*

Dal punto di vista matematico, la mediazione è un gioco non cooperativo ad informazione completa e (normalmente) a somma diversa da zero, rappresentato da:

- due (o più) di giocatori;
- un insieme di strategie disponibili per ciascun giocatore;
- un vettore di *pay-off*, corrispondente ad ogni combinazione di strategie.

I giocatori sono le parti che hanno diverse strategie disponibili, cui sono associati distinti *pay-off*.

Più in particolare, la situazione-tipo è quella in cui due parti si contendono la soluzione favorevole di un conflitto, senza conoscere le rispettive strategie, che costituiscono un'informazione privata. Come si avrà modo di chiarire, la funzione del mediatore è quella di far emergere l'informazione e, quindi, di trasformare il gioco non cooperativo in gioco cooperativo.

Una mediazione, pertanto, è descritta dagli elementi di seguito richiamati:

- l'insieme degli parti: $N = \{1, 2, ..., n\}$;
- l'insieme delle (m) strategie poste in atto dai giocatori:
    - $S_1 = \{S_{11}, S_{12}, \ldots, S_{1m}\}$;
    - $S_2 = \{S_{21}, S_{22}, \ldots, S_{2m}\}$;
    - …
    - $S_n = \{S_{n1}, S_{n2}, \ldots, S_{nm}\}$;
- i *pay-off* del gioco per ciascun giocatore (espresse in termini di utilità):
    - $U_1 = \{u_{11}, u_{12}, \ldots, u_{1m}\}$;

- $U_2 = \{u_{21}, u_{22}, \ldots, u_{2m}\}$;
- …
- $U_n = \{u_{n1}, u_{n2}, \ldots, u_{nm}\}$;

- l'insieme delle regole del gioco (ovvero il criterio con cui le strategie sono messe in relazione con gli esiti):
  - l'oggetto della mediazione;
  - le modalità di presentazione delle proposte;
  - la regola di soluzione;
  - la regola di adempimento.

3.2. *Un esempio pratico*

Come si è detto, le posizioni in contenzioso possono essere considerate giochi non competitivi ad informazione completa, ma nei quali non si conosce la caratteristica privata delle altre parti. In tali situazioni esiste, dunque, incertezza strategica, poiché ciascun partecipante deve formare la propria strategia senza conoscere il comportamento tenuto dagli altri.

La funzione del mediatore è quella di aiutare le parti a far emergere le loro caratteristiche private, allo scopo di trasformare il gioco non cooperativo, che – anche in sua assenza – troverebbe una situazione di equilibrio, in un gioco cooperativo, che garantisce il raggiungimento dell'equilibrio e – nel contempo – dell'ottimo paretiano.

Ipotizziamo che due parti possano risolvere un conflitto operando due scelte alternative, pervenire ad una soluzione transattiva oppure ingaggiare una battaglia giudiziaria, dall'esito incerto; per comodità, indichiamo le due strategie come Strategia 1 e Strategia 2, cui sono associate due diverse utilità (o *pay-off*).

Il gioco può essere raffigurato con la rappresentazione in forma strategica:

Parte 2 / Parte 1	Strategia 1	Strategia 2
Strategia 1	100, 100	-200, 200
Strategia 2	200, -200	150, 150

Dai *pay-off* mostrati nella tabella appare chiaro che per entrambe le parti sarebbe meglio adottare la Strategia 2 e ottenere l'utilità massima vittoria, ma le parti sanno bene che l'utilità massima è caratterizzata da un margine di aleatorietà: l'esito del giudizio.

La strategia adottata – quella di equilibrio – sarà dunque la Strategia 1, perché le caratteristiche private non sono note e – in ipotesi – non vengono disvelate. Per entrambi l'obiettivo è, infatti, minimizzare la propria perdita:

- in caso di transazione, entrambe le parti ottengono un'utilità di 100.
- In caso di contenzioso, entrambe le parti rischiano una perdita di 200.

La Strategia 2 è, dunque, strettamente dominata dalla Strategia 1; eliminando le strategie strettamente dominate si arriva all'equilibrio di Nash, in cui le due parti addivengono ad una soluzione transattiva.

La strategia dominante non massimizza l'utilità per i giocatori: infatti, il risultato migliore per i due (cd. "*ottimo paretiano*") è di ricorrere alla mediazione (con un'utilità di 150 per entrambe le parti); ma il risultato raggiunto, in tal caso, non corrisponde ad un punto di equilibrio.

La teoria dei giochi, come si è detto, afferma che vi è un solo equilibrio (Strategia 1, per entrambe le parti), che – tuttavia – conduce ad un risultato non ottimale.

4. *Conclusioni*

Alla luce delle considerazioni sopra svolte, si possono trarre le seguenti conclusioni:

- le situazioni di conflitto possono sempre trovare una soluzione transattiva, anzi tale soluzione corrisponde al cd. equilibrio di Nash;
- tale soluzione non garantisce (necessariamente) il raggiungimento dell'ottimo paretiano;
- quest'ultimo può essere conseguito grazie alla funzione per così dire "maieutica" del mediatore.