

AperTO - Archivio Istituzionale Open Access dell'Università di Torino

## Da Matepraticamente alla Quality Class

**This is a pre print version of the following article:**

*Original Citation:*

*Availability:*

This version is available <http://hdl.handle.net/2318/1703525> since 2019-05-30T16:28:31Z

*Publisher:*

Graphot Editrice

*Terms of use:*

Open Access

Anyone can freely access the full text of works made available as "Open Access". Works made available under a Creative Commons license can be used according to the terms and conditions of said license. Use of all other works requires consent of the right holder (author or publisher) if not exempted from copyright protection by the applicable law.

(Article begins on next page)

DI.FI.MA. 2017: Matematica e Fisica nelle istituzioni: curriculum, valutazione, sperimentazione.

## **DA MATEPRATICAMENTE ALLA QUALITY CLASS**

**Riccardo Minisola<sup>1</sup>, Federica Magonara<sup>2</sup>**

**<sup>1</sup>Matepraticamente, <sup>2</sup>IIS Q. Sella, Biella**

riccardo.minisola@gmail.com

### **Abstract**

Nel 2017 abbiamo partecipato alla Quality Class, una summer school per neo-insegnanti europei per la quale abbiamo preparato un'attività che raccogliesse la storia e le pratiche della ricerca italiana in didattica della matematica. L'obiettivo dell'articolo è quello di presentare l'attività dalla sua nascita all'interno della comunità di Matepraticamente fino alla sua presentazione durante la Quality Class, come questa attività si sia evoluta e come sia stata accolta da docenti di altri paesi europei.

### **Parole chiave**

Didattica della matematica, GeoGebra, Matepraticamente, problema di Erone, Quality Class

## **INTRODUZIONE**

Quella dell'insegnante dovrebbe essere una vita improntata all'apprendimento continuo. Un insegnamento efficace, infatti, non si basa solo sulla conoscenza della materia, ma anche delle strategie pedagogiche e didattiche che permettono il trasferimento di questa conoscenza (Koehler e Mishra 2009). Se l'università è una componente fondamentale della formazione di un insegnante, crediamo sia altrettanto vero che un contributo importante può arrivare dal confronto con altre realtà. Per questo motivo abbiamo accolto con entusiasmo l'opportunità offertaci dall'Università di Torino e dal Piano nazionale Lauree Scientifiche di partecipare alla Quality Class.

### **Cosa è la Quality Class**

DI.FI.MA. 2017: Matematica e Fisica nelle istituzioni: curriculum, valutazione, sperimentazione.

La Quality Class è un programma di studio-scambio inter-europeo, organizzato da Lambrecht Spijkerboer<sup>1</sup> e Monica Mattei<sup>2</sup>, che permette a insegnanti in formazione e neo-insegnanti di confrontare, in un fitto percorso della durata di 10 giorni, le proprie credenze sulla didattica della matematica e di relazionarsi con il mondo della ricerca, grazie alla partecipazione a un convegno internazionale dedicato alla didattica della Matematica.

Per la partecipazione sono consigliati il completamento di almeno il 50% del proprio percorso formativo, l'avere un po' di esperienza di insegnamento in classe, la capacità di collaborare e lavorare in gruppo, la capacità di comunicare in inglese. Gli obiettivi del percorso sono l'acquisizione di nuove conoscenze e competenze didattiche, lo sviluppo della capacità di *muoversi* in una conferenza internazionale e di lavorare in un ambiente multiculturale<sup>3</sup>.

Un elemento fondamentale della Quality Class è l'obbligo di preparare, nei mesi precedenti l'inizio del programma, un workshop di circa tre ore nel quale presentare le proprie idee sulla didattica della matematica. Ci siamo trovati quindi ad affrontare il problema di condensare tutte le nostre conoscenze della storia della ricerca in didattica della matematica e delle metodologie e strategie didattiche che fanno parte del bagaglio culturale della ricerca italiana. Trovare lo spunto iniziale non è stato un problema, grazie alla comunità di Matepraticamente di cui facciamo entrambi parte.

## UN PASSO INDIETRO: MATEPRATICAMENTE

### Cosa è Matepraticamente

Matepraticamente è un progetto didattico avviato nel 2014 da un gruppo di studenti dell'Università di Torino, Laurea Magistrale in Matematica, che hanno deciso di mettere a disposizione degli insegnanti le conoscenze in didattica della matematica acquisite durante gli studi universitari: l'obiettivo principe del progetto, infatti, è avvicinare la matematica ai ragazzi rendendola accessibile a tutti (e non solo alle eccellenze) presentandola in maniera alternativa e divertente. (Tallone et al. 2017)

---

<sup>1</sup> STA@lambrechtspijkerboer.nl

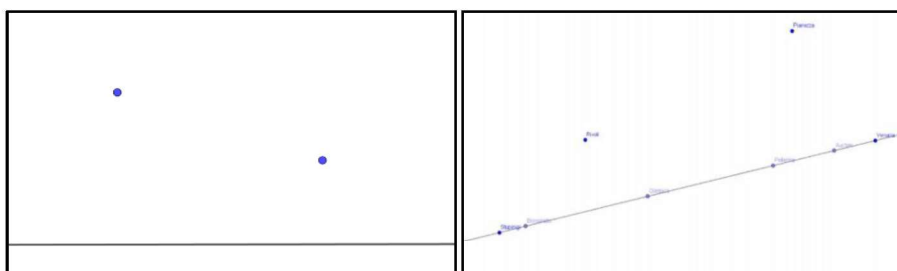
<sup>2</sup> mattei\_monica@libero.it

<sup>3</sup> Maggiori informazioni sulla Quality Class sul sito <http://lambrechtspijkerboer.nl/quality-class/>

DI.FI.MA. 2017: Matematica e Fisica nelle istituzioni: curriculum, valutazione, sperimentazione.

### L'attività dentro Matepraticamente

All'interno del gruppo Matepraticamente i ruoli sono intercambiabili, ma ogni componente della comunità ha comunque una propria *specializzazione*. Quello di Riccardo è occuparsi di attività che mettano in moto la capacità dei ragazzi di ragionare, ipotizzare e dimostrare, come richiesto dalle Linee Guida del MIUR. L'attività che è stata poi sviluppata per la Quality Class nasce nel corso del 2017 per essere presentata alle classi prime del Liceo Scientifico Darwin di Rivoli: l'obiettivo è quello di permettere ai ragazzi di lavorare su ipotesi e dimostrazioni con argomenti che risultino alla portata di tutti. L'idea di concentrarsi sulla geometria viene da Lockart (2010), che presenta in maniera molto efficace il problema di Erone. La sua formulazione, in termini matematici, è semplice: *dati una retta e due punti su uno dei due semipiani individuati da tale retta, qual è il percorso più breve che collega un punto all'altro toccando la retta?* La risposta al problema è facile da raggiungere, così come semplice è la dimostrazione (vengono entrambe lasciate al lettore<sup>4</sup>).



**Figura 1.** Una rappresentazione delle ipotesi del problema di Erone e il suo utilizzo per il laboratorio.

Nonostante gli svariati usi del problema (si pensi alle sue applicazioni nell'ottica geometrica), perché questo venga accettato dagli studenti come qualcosa su cui *giocare* è necessario che gli elementi matematici vengano inseriti all'interno di un contesto realistico. La retta diventa quindi una futura linea della metropolitana di Torino, come punti vengono presi due paesi dell'hinterland (nello specifico Rivoli e Pianezza), il problema della minima distanza si trasforma in un problema di minima spesa nella stesura dei binari,

---

<sup>4</sup> Per i meno avvezzi, un suggerimento: dopo aver fatto il disegno provate a piegare il foglio lungo la retta e a marcare con un pennarello uno dei due punti. Riaperto il foglio cosa osservate?



DI.FI.MA. 2017: Matematica e Fisica nelle istituzioni: curriculum, valutazione, sperimentazione.

oltre che di necessità di non privilegiare un paese rispetto all'altro. Gli elementi contestuali sono presi dal reale, ma il problema non lo è: ad esempio per il fatto che la soluzione, puramente matematica, non prende in considerazione questioni di geografia (il dislivello tra le stazioni, ad esempio) o di effettiva convenienza politica.

Al momento, questa versione dell'attività è stata messa in pratica una sola volta: nei venticinque minuti previsti per lo svolgimento, i ragazzi hanno ricevuto un foglio con una mappa molto stilizzata sulla quale lavorare (Figura 1) e dei pezzi di spago da cucina per effettuare le misurazioni.

La prima parte dell'attività consiste nel riconoscere quale, delle stazioni provvisorie segnate sulla mappa, sia la migliore risposta alle ipotesi di partenza: questa prima fase serve ai ragazzi per prendere dimestichezza con lo strumento di misura rudimentale e per evitare che si concentrino sul problema delle unità di misura. La mancanza di un riferimento più concreto, inoltre, è già un primo passo verso l'astrazione del problema.

Nella seconda fase, i ragazzi devono capire se la risposta trovata sia effettivamente la risposta al problema: viene loro consegnato un secondo pezzo di spago, stavolta della lunghezza corrispondente al percorso minimo, da utilizzare sia per verificare la risposta data in precedenza, sia per iniziare ad esplorare e ipotizzare sul problema di esistenza e unicità del percorso minimo. Nella terza e ultima fase, tali ipotesi vanno dimostrate.

## **DA MATEPRATICAMENTE ALLA QUALITY CLASS**

La Quality Class 2017 si è tenuta a Berlino, nella Freie Universitat Berlin, dal 10 al 20 luglio in corrispondenza con la conferenza CIEAEM 69; quest'anno la partecipazione è stata particolarmente numerosa grazie al coinvolgimento di dodici ragazzi provenienti da Italia, Francia, Germania, Polonia, Repubblica Ceca, Svezia e Finlandia.

Il gruppo italiano è stato il più numeroso, con la presenza di due coppie di lavoro. Per il workshop da presentare alla Quality Class abbiamo pensato di porci l'obiettivo di mettere in luce gli studi e le ricerche di didattica della matematica svolte in Italia. Per farlo, abbiamo ritenuto che l'attività creata per Matepraticamente fosse una buona base da sviluppare in verticale, per renderla fruibile da studenti del primo biennio fino all'ultimo anno della scuola secondaria di secondo grado, e da integrare per l'uso con GeoGebra.

### **L'attività e la Quality Class**

DI.FI.MA. 2017: Matematica e Fisica nelle istituzioni: curriculum, valutazione, sperimentazione.

Per il passaggio da Matepraticamente alla Quality Class abbiamo dovuto tener conto dei vari aspetti in cui le due realtà si differenziavano: in particolar modo le tempistiche, i soggetti coinvolti e gli strumenti disponibili nei due contesti.

Siamo dunque partiti dall'attività pensata per Matepraticamente e, sfruttando idee presenti in risorse come M@t.abel<sup>5</sup> (AA.VV. 2016) e Matematica 2003<sup>6</sup> (AA.VV. 2004), abbiamo esteso il problema iniziale in tre parti progressive, pensate per essere proposte rispettivamente al secondo, terzo e quarto anno di una scuola secondaria di secondo grado.

L'idea alla base della creazione delle diverse schede è stata quella di presentare problemi che fossero sia di esplorazione sia di modellizzazione, che permettessero allo studente di argomentare e di far utilizzo di diversi strumenti, informatici e non, nonché di diverse rappresentazioni per lo svolgimento del problema stesso (fondamentali per lo sviluppo della mathematical literacy, OECD 2010).

La prima attività si differenzia da quanto proposto durante Matepraticamente principalmente per gli strumenti utilizzati; per lo svolgimento del primo problema, cioè il problema di minimo nel piano, è stato infatti richiesto il passaggio sul software di geometria dinamica GeoGebra (Figura 2). Abbiamo fatto tale scelta per presentare alla comunità della Quality Class uno strumento centrale della didattica della matematica italiana; tramite GeoGebra, l'attività ha potuto avere un valore aggiuntivo rispetto allo svolgimento con sola carta e matita, permettendo di riflettere sul significato di valore minimo in maniera, forse, più profonda. Strumenti come carta e matita sono sicuramente necessari per rendere lo studente maggiormente consapevole del problema a lui presentato: con l'aggiunta di GeoGebra si può far comprendere bene come il valore minimo determinato sul foglio può non essere quello cercato, poiché i casi analizzati non esauriscono tutti quelli possibili.

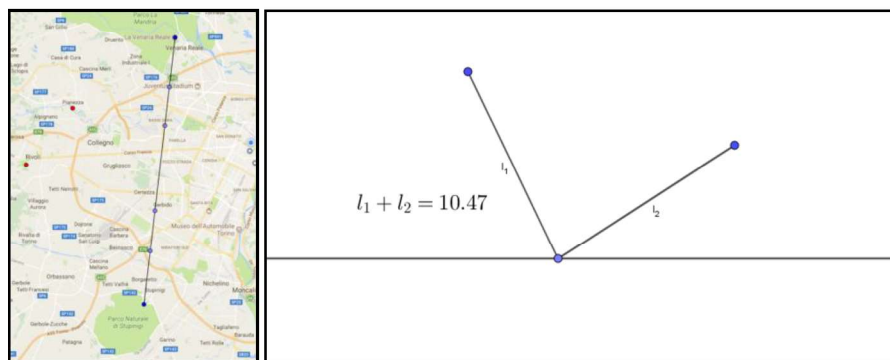
Come estensione al problema di minimo ci siamo orientati verso competenze legate alle isometrie, passando dall'attività relativa alla composizione di simmetrie assiali presente in Matematica 2003 con il titolo "Il biliardo", per arrivare a esempi applicati legati al comportamento dei raggi di luce rispetto a specchi piani, parabolici ed ellittici.

---

<sup>5</sup> [http://www.scuolavalore.indire.it/nuove\\_risorse/problemi-di-minimo-nel-piano/](http://www.scuolavalore.indire.it/nuove_risorse/problemi-di-minimo-nel-piano/)

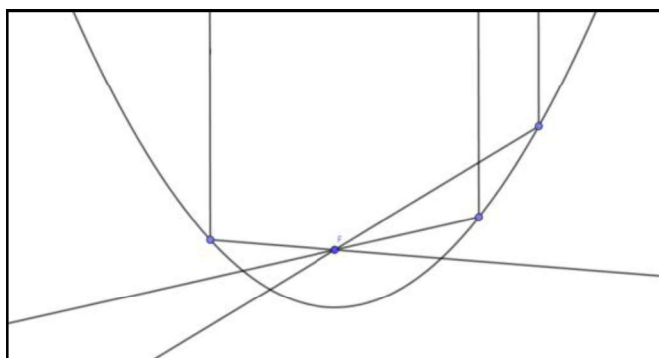
<sup>6</sup> <http://repository.indire.it/repository/working/export/274/files/biliardo.pdf>

DI.FI.MA. 2017: Matematica e Fisica nelle istituzioni: curriculum, valutazione, sperimentazione.



**Figura 2.** Un esempio di astrazione grazie al passaggio dalla mappa a GeoGebra.

Nell'attività del biliardo si chiede di determinare la direzione di lancio di una biglia in modo che, dopo aver battuto successivamente contro le quattro sponde consecutive del tavolo da biliardo, questa ripassi per il punto di partenza. Questa attività ben si inquadra con le Indicazioni Nazionali, essendo uno degli obiettivi "comunicare in maniera esauriente e comprensibile le strategie risolutive prodotte, discutendone l'efficacia e la validità e confrontarle con eventuali altre strategie".



**Figura 3.** Rappresentazione del problema sugli specchi parabolici.

Come ultima estensione dell'attività iniziale abbiamo cercato un collegamento interdisciplinare con la fisica, trovando aggancio con l'ottica geometrica e il comportamento dei raggi di luce. Una delle ultime richieste dell'attività era la seguente (Figura 3): *Supponi di avere uno specchio parabolico. Usa GeoGebra per capire cosa succede ai raggi di luce che colpiscono lo specchio*



DI.FI.MA. 2017: Matematica e Fisica nelle istituzioni: curriculum, valutazione, sperimentazione.

*parallelamente all'asse della parabola, poi giustificalo. La stessa proprietà vale per un raggio qualsiasi?*

### **Feedback all'attività**

Una parte essenziale del workshop tenuto durante la Quality Class è stata la discussione di gruppo, avvenuta con i colleghi e i formatori dopo la presentazione e la sperimentazione delle schede proposte: ciascun partecipante ha dato le proprie impressioni, sulle quali abbiamo poi ragionato per delle possibili modifiche all'attività stessa. Abbiamo ricevuto un riscontro mediamente positivo anche se non sono mancate alcune criticità.

Un punto su cui tutti hanno concordato è stato l'uso ottimale del software GeoGebra, affiancato ad un lavoro svolto in gruppi: con queste modalità di lavoro, la discussione è stata stimolata fin da subito, coinvolgendo tutti quanti nello svolgimento dei diversi problemi potendo, con GeoGebra, costruire e validare congetture dopo averle visualizzate. Il passaggio di astrazione nel software, tuttavia, non è banale: abbiamo concordato che gli studenti più deboli potrebbero beneficiare di un file già pronto per l'esplorazione. L'attività del biliardo ha ricevuto pareri particolarmente positivi: i partecipanti si sono trovati subito molto coinvolti, grazie anche al fatto che il problema sia stato posto sotto forma di sfide successive.

Certamente il tempo impiegato per lo svolgimento delle attività tramite il software, maggiore rispetto a strategie più tradizionali, ha preoccupato gli altri neo-docenti. Un altro problema evidente è stato riscontrato nella lunghezza del testo delle consegne: molti partecipanti, forse anche per le difficoltà linguistiche intrinseche nella traduzione da un'altra lingua, hanno svolto l'attività senza leggere fino in fondo tutte le indicazioni, riscontrando alcune difficoltà nell'affrontare il problema. Pensando, dunque, ad una sperimentazione in classe, potrebbe essere opportuna una lettura del testo da parte del docente, così da avere la certezza che tutti gli studenti abbiano compreso l'obiettivo del problema e dare loro tutto il tempo necessario per individuare una possibile strategia per lo svolgimento.

### **CONSIDERAZIONI FINALI**

Per costruire la figura professionale di un insegnante, non è sufficiente fornirgli le conoscenze proprie della materia o in campo pedagogico. Queste idee vanno fatte proprie, affinate, sviluppate ed evolute sulla base del singolo individuo. Perché questo succeda, è necessario che l'insegnante sia inserito in una



DI.FI.MA. 2017: Matematica e Fisica nelle istituzioni: curriculum, valutazione, sperimentazione.

moltitudine di comunità che gli permettano di osservare il proprio mondo e le proprie pratiche attraverso diversi filtri (Wenger 2006). L'ideale sarebbe che il contatto con tali comunità avvenisse non solo grazie a iniziative personali, ma fosse già incluso all'interno del percorso formativo.

La Quality Class è strutturata proprio per concentrare, in appena dieci giorni, una moltitudine di livelli diversi, utili alla formazione della professionalità dell'insegnante: non ci si confronta solo con i colleghi, ma con diverse realtà europee; non solo con altri insegnanti, ma con formatori e ricercatori; non ci si muove solo nel contesto dell'applicazione delle teorie didattiche, ma anche nell'acquisizione di nuove conoscenze.

Le idee nate in questo contesto internazionale non possono che aiutarci nella nostra didattica per poter preparare al meglio i nostri studenti ad una partecipazione attiva e consapevole nella società.

## RINGRAZIAMENTI

Ringraziamo Ornella Robutti, il Dipartimento di Matematica dell'Università di Torino e il Piano nazionale Lauree Scientifiche per averci permesso di partecipare alla Quality Class. Ringraziamo Monica Mattei per il supporto prima, durante e dopo lo svolgimento della Quality Class.

## BIBLIOGRAFIA

- AA.VV. (2004). *Matematica 2003. La matematica per il cittadino. Attività didattiche e prove di verifica per un nuovo curriculum di matematica. Ciclo secondario.*
- AA.VV. (2016). *PON Matematica M@t.abel.*
- Koehler, M. J., & Mishra, P. (2009). What Is Technological Pedagogical Content Knowledge? *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 60-70.
- Lockhart, P. (2010). *Contro l'ora di matematica.* Rizzoli.
- OECD. (2010). *Draft PISA 2012 Mathematics Framework.* OECD publishing.
- Tallone, C., Minisola, R., Olivero, F., & Raspitzu, M. (2017). *Matepraticamente: una palestra per la mente. Conferenze e Seminari dell'Associazione Subalpina Mathesis 2016-2017* (p. 265-284). Savigliano: L'artistica Editrice.
- Wenger, E. (2006). *Comunità di pratica: apprendimento, significato e identità.* Raffaello Cortina Editore.