

Atti del IX Convegno Nazionale  
di Didattica della Fisica e della Matematica  
DI.FI.MA. 2019

Matematica e Fisica nella cultura e nella società

*Torino, 9-10-11 ottobre 2019 - Liceo «M. D'Azeglio»*

A cura di:

Raffaella Bonino

Daniela Marocchi

Marta Rinaudo

Marina Serio



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI TORINO

## **Matematica e Fisica nella Cultura e nella Società**

Atti del IX Convegno Nazionale di Didattica della Fisica e della Matematica, DI.FI.MA 2019

A cura di R. Bonino, D. Marocchi, M. Rinaudo, M. Serio

**Responsabile del convegno:** Ornella Robutti

**Responsabili scientifici:** Giulia Bini, Alessio Drivet, Matteo Leone, Tommaso Marino, Daniela Marocchi, Ornella Robutti, Cristina Sabena, Ada Sargenti, Marina Serio, Germana Trincherò

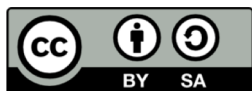
**Esperto Tecnico:** Tiziana Armano

**Coordinamento rapporti con le scuole:** Daniela Truffo (Città Metropolitana di Torino, CE.SE.DI)

Collane@unito.it

Università di Torino

ISBN: 9788875901523



Quest'opera è stata rilasciata con [licenza Creative Commons Attribuzione 4.0 Internazionale](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/).

*Disegno grafico:* Maria Grazia Imarisio

*Immagine di copertina:* rielaborazione grafica di Elisa Gentile, collage di Marina Serio

## DALL'ORIENTE ALL'ITALIA PER I DOCENTI: LESSON STUDY

Manolino Carola, Minisola Riccardo

Università degli Studi di Torino – Dipartimento di Matematica “G. Peano”

[carola.manolino@unito.it](mailto:carola.manolino@unito.it), [riccardo.minisola@unito.it](mailto:riccardo.minisola@unito.it)

### Abstract

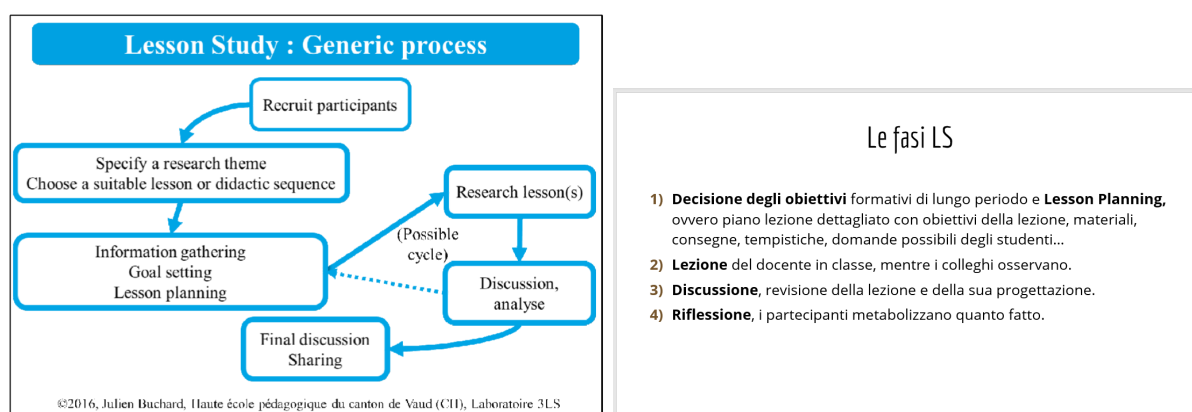
In questo articolo descriviamo due sperimentazioni didattiche di *Lesson Study* (LS) in Piemonte: il primo in una scuola Primaria di Piosasco (TO) e il secondo in una scuola Secondaria di Primo Grado di Govone (CN). Presentiamo il contenuto matematico di due lezioni progettate, implementate e discusse dai due gruppi di lavoro e proveremo a ripercorrere le fasi di ciascuna delle due esperienze. Al lavoro fa da sfondo teorico la Trasposizione Culturale, intesa come sguardo a pratiche didattiche di altre culture volto a ripensare le ragioni implicite alla base delle nostre scelte educative e di ricerca. La trasversalità del contenuto matematico e la verticalità rispetto al grado scolastico di queste sperimentazioni vuole essere paradigmatica della complessità, ma allo stesso tempo dell'applicabilità, della metodologia LS.

### Parole-chiave

Lesson Study, Scuola Primaria, Università, Formazione docenti, Trasposizione Culturale.

## INTRODUZIONE: LA METODOLOGIA LESSON STUDY

Lesson Study (LS) è la traduzione letterale inglese di un termine giapponese composto dalle parole “lezione” e “ricerca”. Parliamo di uno strumento di formazione professionale dei docenti, incentrato sulla collaborazione e la corresponsabilità dei partecipanti nel processo potenzialmente ciclico di (1) progettazione, (2) implementazione e (3) discussione di lezioni – nel nostro caso, di matematica. Grazie a lavori di dettagliata revisione della letteratura esistente, come quello descritto in Buchard & Martin (2017) e condivisa dalla World Association of Lesson Studies (WALS), possiamo delineare quali sono le caratteristiche generiche essenziali della metodologia LS (vedi fig.1). Ogni nazione o realtà ha poi ulteriori caratteristiche locali.



**Figura 1.** Le caratteristiche essenziali della metodologia LS presentate in Buchard & Martin (2017, p.13) e nella presentazione degli autori al convegno Di.Fi.Ma 2019.

La strada con cui la LS è giunta in Italia è peculiare e forse parallela rispetto ad altri paesi. Il gruppo di ricerca di Modena e Reggio Emilia si è infatti avvicinato a pratiche adottate in altri contesti culturali con la chiara intenzione, esplicita fin da subito, di riconsiderare i temi dell'intenzionalità educativa italiana (Ramploud & Di Paola, 2013; Bartolini Bussi, Baccaglioni-Frank & Ramploud, 2014; Bartolini Bussi, Bertolini, Ramploud & Sun, 2017). A seguito di incontri e viaggi in Cina e grazie ad approfonditi

studi sulla cultura dell'insegnamento giapponese e cinese, i risultati ottenuti da ricerche e riflessioni sono stati la base per la progettazione di percorsi di formazione dei docenti realizzati in tutta Italia. Nel resto del mondo, invece, l'"idea" LS – come la definiscono Stigler e Hiebert (1999) – prende piede in seguito allo studio TIMSS del 1999 allo scopo di migliorare i processi di insegnamento e apprendimento. In paesi come Stati Uniti, Australia, Tailandia, America Latina, Canada, Svezia, Olanda e Sud Africa si sviluppano diverse concettualizzazioni di LS o forme simili di attività, perseguendo scopi e assumendo formati tra loro anche molto differenti (Huang, Takahashi & da Ponte, 2019). Per quanto detto finora e poiché "l'insegnamento è un'attività culturale" (Stigler & Hiebert, 1999), non possiamo esimerci dall'affermare che la LS è una metodologia culturalmente e istituzionalmente situata e pertanto non può essere invariante per traduzione da un contesto all'altro.

## QUADRO TEORICO: CULTURA e TRASPOSIZIONE CULTURALE

Con l'avvento del nuovo secolo, in Didattica della Matematica, comincia a farsi strada la consapevolezza degli effetti diretti della diversità culturale su questo campo di studi. Bartolini e Martignone (2013) fanno risalire tale studio anche all'attenzione internazionale stimolata dalla sorprendente performance degli studenti orientali nelle valutazioni internazionali di matematica e, di conseguenza, alla ricerca che ne fiorì mettendo a confronto le tradizioni occidentali e orientali nell'educazione matematica (Mellone & Ramploud, 2015). Per camminare su questo sentiero, abbiamo quindi sentito l'esigenza di far riferimento a un'idea dinamica e strutturale di cultura, come quella suggerita per esempio da Franz Boas (1995), il quale scrive:

"La cultura può essere definita come la totalità delle reazioni e delle attività psichiche e fisiche che caratterizzano, collettivamente e individualmente, il comportamento degli individui componenti un gruppo sociale in relazione all'ambiente naturale, ad altri gruppi, ai membri del proprio gruppo, nonché di ogni individuo in relazione a se stesso. Include anche i prodotti di queste attività e il loro ruolo nella vita dei gruppi. La semplice enumerazione di questi vari aspetti della vita, però, non costituisce la cultura. Essa è molto di più, perché i suoi elementi non sono indipendenti, hanno una struttura." (*ibid.*, p. 131).

Pertanto, proprio perché la cultura è una totalità fatta di relazioni e scambi sia interni che esterni, i fattori culturali possono influenzare profondamente l'apprendimento e l'insegnamento della matematica e soprattutto ne possono condizionare l'intenzionalità didattica. La sfida che la Ricerca in Didattica Matematica si appresta ad affrontare tenendo in considerazione le differenze culturali, può produrre modi utili per sviluppare e implementare nuovi *curricola* di matematica. Un esempio concreto è costituito dall'esperienza della maestra Bruna Villa di San Mauro Torinese: i numeri detti in italiano ma "al modo cinese" (12 = dieci-due) non mostrano le irregolarità della lingua francese o italiana, e accostare al linguaggio parlato tanti altri linguaggi per contare (dita, dadi, etc.) si è dimostrato essere una strada fruttuosa per l'accorciamento dei tempi di apprendimento dei numeri (come riportato in Arzarello, 2015). Questo esempio, come altri esistenti in letteratura, collegato a una nuova riflessione sul concetto sistemico e dinamico di cultura, crediamo che possa aiutare a continuare a sviluppare una cornice opportuna per il costrutto di Trasposizione Culturale nell'insegnamento della matematica: "un processo attivato da ricercatori, educatori e insegnanti i quali decostruiscono quelle pratiche educative adottate in altri contesti culturali per riconsiderare i temi dell'intenzionalità educativa, la quale è il retroterra di ogni pratica educativa" (Mellone, Ramploud, Martignone & Di Paola, 2019, p.3). Il quadro teorico della Trasposizione Culturale propone "il decentramento della pratica didattica [e, nel nostro caso, della formazione insegnanti] di uno specifico contesto culturale attraverso il contatto con le pratiche didattiche dei diversi contesti culturali" come modo per fare emergere i presupposti culturali impliciti in cui le pratiche sono radicate, rivisitandole eventualmente attraverso un nuovo punto di vista arricchito (*ibid.*, p.2). Ciò consentirebbe a docenti e ricercatori di diventare più consapevoli delle ragioni implicite che stanno alla base delle proprie scelte educative e di ricerca.

Questo quadro è stato ed è essenziale per dare forma a tutto il lavoro di ricerca italiano sulla LS. Trasporre la metodologia LS nel contesto italiano significa studiarla a fondo, ovvero decostruirla, per:

- cogliere quali componenti sono radicate nella cultura (o nelle culture) di origine;
- comprendere come queste componenti possano essere modificate o rivisitate per rendere la LS compatibile con il contesto italiano, pur senza snaturarne le caratteristiche fondamentali;

DI.FI.MA. 2019: Matematica e Fisica nella cultura e nella società.

- eventualmente individuare aspetti così forti della nostra cultura e in contrasto con aspetti delle culture di origine che un loro adattamento appare difficilmente realizzabile.

### **Il contesto italiano a confronto con quello orientale**

Il Piano Nazionale per lo sviluppo professionale degli insegnanti del Ministero della Pubblica Istruzione italiano, che copre il triennio 2016 - 2019, sottolinea l'importanza di affrontare temi quali:

- l'isolamento degli insegnanti nella responsabilità della gestione del percorso formativo degli alunni;
- la connessione tra lavoro e sviluppo professionale;
- le difficoltà di applicare in un contesto scolastico reale le innovazioni didattiche proposte dalla comunità scientifica.

Per rispondere in maniera efficiente e costruttiva alle richieste del Ministero, sia in termini di formazione "obbligatoria, permanente e strutturale" sia in termini di "costruzione di adeguate reti di collaborazione professionale", la comunità di Ricerca Italiana in Didattica della Matematica ha pensato alla LS come ulteriore strumento metodologico da studiare e proporre alla comunità docente. Discutere, osservare e riflettere sulle proprie e altrui pratiche può aiutare a ripensare la propria professionalità e a relazionarsi con una comunità di pari. L'incontro con gli altri, da questo punto di vista, è la riscoperta di se stessi (Mellone et al., 2019). L'obiettivo di un ciclo LS, in Italia, è infatti costruire e istituzionalizzare un lavoro collegiale che sostenga il singolo docente nel proprio lavoro e aiuti a focalizzare l'attenzione sul nuovo ambiente multiculturale in cui viviamo (Bartolini Bussi & Ramploud, 2018).

Come scrive Bartolini Bussi<sup>8</sup>, l'applicazione della metodologia LS nei diversi paesi è resa possibile grazie alla sua a-teoreticità, ossia la possibilità di essere utilizzato con modelli differenti di processi di insegnamento e di apprendimento. Proprio in quest'ottica, analizzando in particolare le intenzionalità educative e la costruzione di materiali per la realizzazione della lezione, si notano delle grandi peculiarità. In Cina, ad esempio, il sistema di istruzione è fortemente centralizzato e i curriculum scolastici offrono riferimenti normativi su come strutturare non solo i libri di testo ma anche gli stessi materiali didattici (Bartolini Bussi & Ramploud, 2018). Il singolo docente non è autonomo nella scelta del percorso educativo. Inoltre, le classi sono molto numerose, composte da 40-60 allievi, ed essi sono suddivisi in classi differenti secondo i livelli di successo raggiunti da ciascuno. Infatti, l'insegnamento non è concepito come individualizzato. Nella visione culturale cinese è previsto che l'allievo debba gestire autonomamente il proprio apprendimento, tramite una riflessione personale sui problemi proposti (Mellone & Ramploud, 2015). Gli insegnanti, poi, trascorrono a scuola 36-40 ore a settimana, di cui solo una parte riguarda le attività con gli allievi: le restanti ore sono dedicate alle programmazioni, al confronto tra colleghi e alla formazione. I docenti sono fin dalla scuola Primaria specializzati in materie specifiche e rimangono per molti anni sempre nella stessa classe. Una delle caratteristiche principali del sistema educativo in Italia, invece, è la libertà di insegnamento nella scelta di obiettivi, contenuto, materiali e strategie didattiche; inoltre spesso gli insegnanti seguono una classe per tutto il ciclo scolastico. Vi è quindi una maggiore flessibilità, anche oraria, proprio in virtù dell'organizzazione scolastica del paese. Due elementi costitutivi del sistema scolastico italiano sono quindi l'idea di scuola inclusiva e di didattica individualizzata: l'attenzione è rivolta ai processi di apprendimento e alle difficoltà di ogni singolo allievo. Le pratiche di insegnamento e la progettazione delle lezioni non possono prescindere dai contesti di classe e scolastico in cui vanno a inserirsi.

Nelle prime sperimentazioni il gruppo di ricerca di Modena e Reggio Emilia ha pertanto deciso di implementare la metodologia LS così come osservata in Cina, al fine di comprenderne limiti e potenzialità nell'utilizzo in contesto italiano. Un elemento caratteristico della LS cinese che il gruppo di ricerca non ha potuto sottovalutare è il *Lesson Plan*: un documento redatto dal gruppo di lavoro e, in Cina, espressamente richiesto dal dirigente scolastico, in cui la lezione è descritta e scandita a livello temporale. Il *Lesson Plan* cinese presenta una struttura semplice ma contemporaneamente molto dettagliata, che si articola in 13 punti: ripasso e revisione della lezione precedente; controllo dei compiti; presentazione dell'argomento e formulazione del problema; presentazione del problema del giorno; lavoro sul sotto-problema; attività svolta sul problema; presentazione del lavoro da parte degli alunni al

---

<sup>8</sup> <http://memoesperienze.comune.modena.it/lessonstudy/pdf/001.pdf>

gruppo classe; discussione dei vari metodi risolutivi; esercitazione; ricapitolazione e sottolineatura da parte dell'insegnante del punto principale della lezione; assegnazione compiti a casa; anticipazione prossimo argomento (Bartolini Bussi & Ramploud, 2018). Partendo da questo format e proprio grazie alle sperimentazioni condotte nel 2014, il gruppo di ricerca di Modena e Reggio Emilia ha apportato delle modifiche al *Lesson Plan* per rendere lo schema "più compatibile" con il contesto scolastico italiano e con le esigenze degli insegnanti. La struttura delle varie fasi della lezione è rimasta pressoché inalterata, in quanto coerente con la relativa letteratura italiana (Calvani, 2014), ma si è scelto di lasciare al gruppo di lavoro la possibilità di decidere se attuare o meno tutte le fasi. Si è optato per aggiungere la descrizione e l'analisi del contesto classe. Infatti, dal momento che in Italia crediamo in un insegnamento di tipo individualizzato e in una scuola inclusiva, si è rivelato necessario e imprescindibile tenere in considerazione ed esplicitare il percorso didattico in cui la lezione va a inserirsi. Un'ulteriore specificazione, nata proprio in virtù e per la gestione della libertà di insegnamento accennata in precedenza, riguarda le finalità educative: è stato aggiunto uno spazio apposito dedicato all'esplicitazione dell'intenzionalità di ogni momento della lezione. Gli obiettivi didattici saranno pertanto realizzati nelle intenzionalità espresse, e quelli osservativi saranno ad esse legate. Fondamentale ai fini di una progettazione coerente con i processi di design di una lezione dei nostri docenti, è stata l'aggiunta della sezione per l'analisi dei materiali, in linea con il costrutto teorico tutto italiano della Mediazione Semiotica (Bartolini Bussi & Mariotti, 2009). Il suo valore è proprio quello di accompagnare gli insegnanti in una riflessione sul "potenziale semiotico" del materiale scelto, in funzione degli obiettivi della lezione e del ruolo di mediazione del docente tra l'artefatto utilizzato e gli studenti. Infine, come ben descrive Funghi (2019) nella sua tesi di dottorato, la fase di osservazione "è strettamente connessa con la tradizione di studi occidentali su di essa come strumento di comprensione dei fenomeni che avvengono all'interno della classe" (*ibid.*, p.124). I ricercatori hanno dunque rielaborato il *Lesson Plan* in modo tale che il gruppo di lavoro potesse organizzare l'osservazione attraverso una strutturazione analitica di tale pratica. Bertolini (in Bartolini Bussi & Ramploud, 2018, pp. 70–71) infatti afferma: "L'osservazione fa parte dell'architettura dei LS fin dalle sue origini. Tuttavia, nelle passate esperienze [...] [il gruppo di lavoro] lasciava liberi gli osservatori di raccogliere una varietà di elementi, a volte anche di carattere soggettivo e valutativo. [...] abbiamo provato a ridurre il rischio di un'osservazione impressionistica attribuendo [...] anche una connotazione di maggiore strutturazione dell'osservazione della lezione, capace di garantire maggiore rigore nella raccolta delle informazioni e dunque anche maggiore attendibilità e fedeltà". Un'organizzazione strutturata dell'osservazione, la quale si differenzia dall'osservazione condotta per esempio in contesti orientali dove l'approccio è olistico, è elemento originale della nostra LS: uno sguardo analitico ai processi di osservazione è un bisogno espresso di insegnanti e ricercatori appartenenti alla cultura occidentale. Questo perché, riprendendo Funghi (2019), nel nostro contesto "non c'è un unico modello di insegnante o di insegnamento di riferimento [...]. La strutturazione analitica dell'osservazione così proposta, secondo noi, va dunque a completare con altrettanta precisione e puntualità quella parte dell'attività del LS che nel contesto orientale rimane indefinita" (*ibid.*, p. 126).

## **DUE ESPERIENZE**

In questa seconda parte descriviamo due prime sperimentazioni didattiche realizzate con LS sul territorio piemontese in due segmenti scolastici distinti: la prima in una scuola Primaria e la seconda in una scuola Secondaria di Primo Grado. Esse sono parte degli studi pilota dei progetti di tesi di dottorato dei due autori rispettivamente e seguono a una prima fase sperimentale che ha coinvolto il gruppo di studenti universitari del corso di Matematiche Elementari dal Punto di Vista Superiore dell'anno accademico 2018/19 della Laurea Magistrale in Matematica dell'Università di Torino. Tale trasversalità vuole essere paradigmatica della complessità e applicabilità della metodologia LS. Anche il contenuto matematico delle esperienze si differenzia nella trattazione sia metodologica che epistemologica.

### **Istituzionalizzazione e Argomentazione**

La prima attività sperimentale LS realizzata dai ricercatori del Dipartimento di Torino si è svolta nell'Istituto Comprensivo di Piossasco, in particolare nelle Scuole Primarie "Morandi" e "Umberto I".

Il gruppo di lavoro LS era composto da sei persone: una dottoranda in Matematica Pura e Applicata dell'Università di Torino (Carola), un insegnante-ricercatore in pensione (Ezio) e quattro docenti. Tre sono insegnanti di classe prima: una di loro è un'insegnante di sostegno (Michela), una è docente di italiano nella sua classe e formatrice all'università di Torino (Nicoletta), il terzo maestro (Marcello) insegna matematica, scienze, storia, geografia e inglese. La quarta docente (Valentina) insegna matematica e scienze in terza primaria. La prima parte della sperimentazione didattica è consistita in tre cicli completi nelle tre classi prime, in cui l'argomento della lezione è stato l'introduzione del segno "più" e la sua istituzionalizzazione. L'obiettivo specifico sui bambini era quello di accompagnarli a comprendere il concetto di addizione come la somma di due quantità nel suo significato di "mettere insieme" e metterlo in relazione con il segno + del linguaggio matematico. In seguito, e coerentemente con questi tre cicli, il gruppo ha svolto un altro ciclo LS in terza primaria. L'attività progettata faceva parte del percorso didattico della classe, ideato dalle maestre a inizio anno, che comprende la conoscenza delle misure di peso e lo studio delle transizioni di stato, attraverso esperimenti relativi all'elemento acqua. L'obiettivo era quello di accompagnare gli studenti a reinvestire le loro conoscenze matematiche e le loro capacità di argomentazione rispetto alla trasversalità delle discipline.

Ogni insegnante ha realizzato la lezione nella propria classe ma nella totale corresponsabilità di tutto il gruppo. Durante la lezione, gli altri partecipanti hanno svolto il ruolo di osservatori attivi: interagendo con gli studenti come "presta-mano" nelle classi prime, ovvero trascrivendo i pensieri dei bambini che ancora mostravano difficoltà nella scrittura.

**L'addizione nella classe prima di Marcello.** Riportiamo di seguito un breve estratto della lezione implementata nella classe di Marcello. Tre studenti – di cui due con difficoltà fino-motorie, emotive e dell'attenzione (non certificate) – stanno provando a rispondere al problema posto, interagendo con Nicoletta. Tra i dati raccolti abbiamo scelto di riportare questa trascrizione perché racchiude al suo interno un passaggio paradigmatico per l'individuazione dei processi culturali di classe.

Il gruppo LS ha già progettato, implementato e verificato la lezione nelle classi di Nicoletta e di Michela. Ora, a seguito di una riprogettazione fatta ad hoc per la classe di Marcello, il gruppo riporta nel relativo *Lesson Plan* (e qui cito testualmente il documento redatto dal gruppo) che l'obiettivo osservativo è: guardare al "livello di consapevolezza degli allievi rispetto alle operazioni mentali (della somma) che l'insegnante intende condurli a svolgere durante le attività, cercando di rilevarlo dagli agiti, dai gesti e dalle verbalizzazioni in modo da poterne discutere in fase di revisione. In relazione ad allievi specifici [...] l'osservazione della presenza di indicatori di attivazione dell'attenzione, della permanenza nel tempo sul focus dell'attività, della possibilità effettiva di mettere in gioco le capacità di ragionamento e di espressione rimanendo legati al contesto della lezione. Osservare inoltre come i bambini lavorano in coppia e come si relazionano agli adulti con cui svolgono l'attività di prestamano<sup>9</sup>."

La lezione progettata per la LS prevede un esercizio di argomentazione a coppie o trii su un doppio acquisto: i bambini alcuni giorni prima hanno acquistato ciascuno un cartoncino a 16 centesimi e dei fermacampioni a 4 centesimi per la costruzione di una marionetta di cartone. All'inizio della lezione Marcello, Michela e Valentina ripropongono una rappresentazione scenica di come i bambini della classe hanno effettuato tale acquisto. Michela paga in due momenti, dando a Marcello prima 16

---

<sup>9</sup> Nata in grembo al Circolo didattico di Piossasco (TO) già negli anni '90, l'attività di "prestamano" consiste nell'interazione del docente con il bambino che ancora non è autonomo nella produzione scritta. Tale attività didattica sorse dalla necessità condivisa dei docenti di studio e confronto sul percorso di insegnamento e apprendimento della scrittura. Quando il docente "presta la mano", egli si offre come mediatore – in senso Vygotskijano – tra il bambino e il testo. Infatti, il maestro supporta il bambino nella selezione delle idee e, tramite domande, stimola ne l'esposizione. Tale processo consente al bambino di allontanarsi progressivamente dal proprio testo orale e di impadronirsi dei meccanismi espressivi e semiotici, per domandarsi se il testo esposto risulti comprensibile anche da terzi. L'azione di scrittura del maestro permette poi al bambino di sperimentare le modalità operative di tale processo.

Per un approfondimento consigliamo la lettura di BONDESAN, M. G., FERRARA, M., VIGNOLO, M. G. (n.d.). "P come PRESTAMANO" *Un percorso verso la scrittura del testo*. Consultato il 27 gennaio 2020, da <http://didmat.dima.unige.it/PRESTAMANO/home.html>



centesimi e poi 4 centesimi. Valentina paga con 20 centesimi. La domanda chiave della lezione è rivolta al *perché* abbia pagato 20 centesimi, se i cartellini dei due prezzi indicavano 16 e 4 rispettivamente.

- 1] Nicoletta: Voi avete detto che è lo stesso dargli 16 e 4 e dargli 20. E avete ragione che è la stessa cosa. Che va bene lo stesso. Ma cosa avrà pensato [Valentina] prima di aver scelto di dargli 20? Prima cercavate sul calendario [indica il calendario appeso al muro alle spalle dei bambini, S1 si volta a guardarlo]. Cosa potreste ancora cercare oltre a 20. [Si voltano anche S2 e S3.] Avevate guardato i numeri e avevate trovato il 20 giusto? E che cos'altro potreste provare ad usare dei numeri per capire cos'ha pensato...
- 2] S3: ahhhhh! [si volta nuovamente verso Nicoletta decisamente soddisfatta; S1 la osserva; mentre S3 è ancora girato a osservare il calendario] Che 16 e 4 [pone la mano sinistra sul palmo della mano destra, spostando la mano destra alla sua destra] fa 20 [e unisce le mani in un pugno]! (fig.2).



Figura 2. S3 “mette insieme” 16 e 4.

- 3] Nicoletta: S2 [richiamandone l'attenzione], vai un po' a cercare il 16. Ti aiuta S1. [Entrambe le compagne lo aiutano, prendendogli la mano e muovendola sul calendario.] Dov'è 16?
- 4] S1: Qua. [lo tiene indicato con il dito]
- 5] Nicoletta: E cosa faccio?



Figura 3. I tre studenti intenti a rispondere al problema attraverso l'uso del calendario.

- 6] S1: E contiamo 4. Teniamo 16 a mente e facciamo... 17 [prende la mano destra di S2 con la sua mano sinistra e gli alza un dito; intanto con la mano destra scende di una linea sul calendario], 18 [procede in modo analogo ma siccome S2 ha aperto la mano intera ora si concentra a prendergli il secondo dito e intanto procede con la conta], 19 [ma si accorge di non essere scesa di una linea con la mano destra al passaggio precedente, allora S3 le indica dove toccare (fig.3)], e 20 [scende ancora di una linea e sposta la mano sinistra su un ulteriore dito di S2]. [Si concentrano allora tutti e quattro sulla mano di S2, mentre S1 mantiene il dito indice destro su 20. Sembrano controllare che ci siano 4 dita alzate.]
- 7] Nicoletta: Allora è vero che 16 e 4 faceva 20?
- 8] S1: [determinata] Sì! [anche S3 li guarda annuendo e sorridendo, S1 fissa il calendario]
- 9] Nicoletta: Quindi cosa ha pensato alla fine? Cosa scriviamo che ha pensato?



10]S1: Abbiamo pensato di contare sul calendario, si poteva perché...se teniamo 16 a mente e contiamo 4, è proprio giusto che fa 20.

In fase di revisione, grazie all'osservazione che ogni componente ha attuato durante l'implementazione della lezione, il gruppo torna a ragionare sulle pratiche e sui processi degli studenti. Provando a rispondere agli obiettivi di osservazione, a partire dalla presa in considerazione di interventi espressi soprattutto attraverso gesti – come quello di S3 (linea 2]) –, i docenti sentono di poter affermare che il gruppo classe abbia interiorizzato il concetto di somma di due quantità nel suo significato di “mettere insieme”. Il riferimento al calendario, inoltre, mette in gioco il significato ordinale del numero, che costituisce la base per la conta cardinale e quindi per il “mettere insieme” secondo la cardinalità. Infatti, come dalla discussione avvenuta in fase di progettazione, i docenti condividono che “la cardinalità pura si realizza solo con il subitizing. Negli altri casi si appoggia all'ordinalità, che è necessaria per stabilire la numerosità di un insieme”. Il gruppo di lavoro quindi riconosce la cultura didattica e di classe nei campi di esperienza (Boero, Douek & Garuti, 2011) – in questo caso del calendario – e quanto essa sia intrinseca nei processi di pensiero di ogni bambino. Il focus rimane pertanto sulle necessità e sulle caratteristiche del singolo alunno. I docenti riflettono su quanto siano stati difficili i processi di verbalizzazione del ragionamento all'insegnante e quelli di interazione a coppie.

### **Alla scoperta del teorema di Pitagora**

L'attività utilizzata per la *Lesson Study* tenutasi all'Istituto Comprensivo Govone è ispirata all'*Attività su Pitagora* proposta nel dicembre 2018 all'interno del progetto *Scuola Secondaria Potenziata in Matematica* dell'Università di Torino. L'attività originale prevede cinque fasi di lavoro in piccolo gruppo nelle quali gli studenti costruiscono in autonomia, tramite sperimentazione con disegni e ritagli di carta, il significato del Teorema di Pitagora sia nella sua “forma canonica” con i triangoli rettangoli, sia nella formulazione più generale con figure simili. Il gruppo di docenti l'ha ritenuta adatta a essere inserita nel percorso curricolare di Geometria, nonché allo stile laboratoriale che caratterizza circa la metà delle ore di lezione dedicate alla materia.

La LS ha coinvolto un dottorando in Matematica Pura e Applicata dell'Università di Torino e sei docenti di Matematica e Scienze della scuola. Dopo un primo incontro di due ore per la pianificazione dell'attività e la stesura del *Lesson Plan*, la lezione (della durata di un'ora) è stata sperimentata in due classi seconde di Scuola Secondaria di Primo Grado, nella stessa giornata e in due ore consecutive; l'incontro di discussione e revisione, della durata di un'ora, ha prodotto una rivisitazione della lezione, che in questa seconda versione è stata sperimentata in altre due classi con la stessa modalità (lezione di un'ora in due classi diverse, durante due ore consecutive); il ciclo si è concluso con un incontro di riflessione, della durata di un'ora.

**La lezione.** La lezione è stata inizialmente progettata tenendo in considerazione due classi che avevano seguito un percorso formativo molto simile. La condivisione, infatti, già caratterizza il lavoro quotidiano del gruppo di docenti della sperimentazione. Entrambe le classi avevano già raggiunto gli obiettivi minimi per poter partecipare con successo all'attività: la conoscenza dei concetti di area, di estensione di figure piane e dell'estrazione di radice quadrata.

Quella studiata nella LS sarebbe stata l'ora di lezione introduttiva a un percorso della durata di circa due mesi, unità di apprendimento sul Teorema di Pitagora. La lezione, strutturata in Introduzione, Sottoproblema, Problema, Presentazione, Ricapitolazione (Manolino, Minisola, Robutti & Arzarello, in press) prevede due attività:

“Attività 1: *Partendo dai due quadrati congruenti che ti sono stati consegnati costruisci, in due modi diversi, un quadrato che abbia l'area doppia rispetto al quadrato di partenza. Spiega sul quaderno il procedimento che hai usato.*”

“Attività 2: *Osserva la seguente figura che rappresenta un pavimento. Trovi delle relazioni tra le figure messe in evidenza? Spiega sul quaderno il procedimento che hai usato.*” (fig.4).

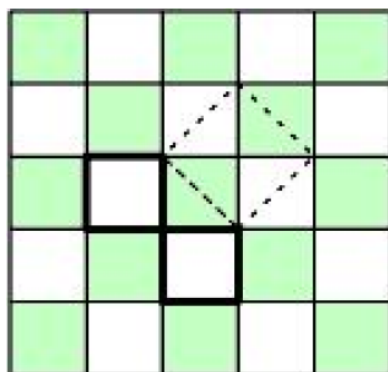


Figura 4. La figura da osservare.

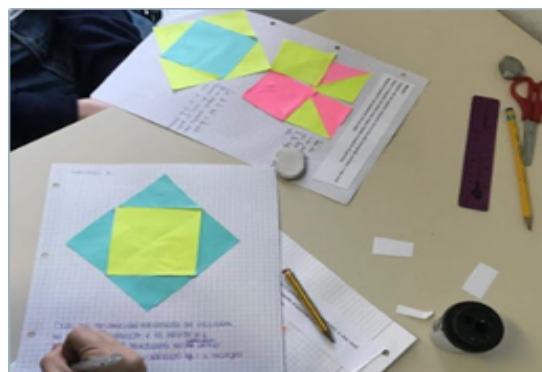


Figura 5. Alcuni studenti lavorano all'attività 1.

Il gruppo di lavoro aveva stimato la durata delle due attività rispettivamente in 10 e 15 minuti. In particolare, l'Attività 1 fa riferimento a "quadrati congruenti che ti sono stati consegnati": per la prima lezione si è pensato di utilizzare dei post-it (fig.5), sia per la semplicità di reperimento, sia per facilitare gli studenti nella fase di incollatura della carta ritagliata sul quaderno di lavoro. Sarebbero stati distribuiti quattro post-it di due colori diversi per ciascuno studente.

**La prima revisione.** Dal primo ciclo di sperimentazione della lezione progettata, sono emerse due criticità fondamentali relative ai tempi previsti e ai materiali utilizzati. In particolare, già la prima attività è risultata troppo complessa per essere svolta in appena 10 minuti, richiedendo anzi più di 25 minuti per essere portata a compimento dalla maggior parte della classe. Inoltre, i materiali scelti hanno avuto come conseguenza l'uso di un linguaggio non specifico da parte degli studenti (ad esempio, i "quadrati congruenti" diventati "i post-it"), una certa confusione nella comprensione della consegna (i quadrati di colore uguale sono stati visti come "sostituti" nel caso di errori nella manipolazione) e difficoltà di manipolazione a causa della striscia adesiva sul retro.

**La lezione rivisitata e i suoi effetti.** In seguito alla riflessione su quanto emerso dalla prima lezione, la seconda lezione (sempre della durata di un'ora) è stata ripensata per includere solo l'Attività 1, alla quale dedicare almeno 35 minuti. Viste le difficoltà degli alunni, sono stati decisi alcuni consigli da impartire al singolo studente in caso di necessità e sono state analizzate nel dettaglio tutte le diverse configurazioni possibili (almeno tra quelle individuate dal gruppo di lavoro) in maniera da affrontare al meglio eventuali dubbi degli alunni. Inoltre, i post-it sono stati sostituiti da fogli di carta semplice, di quattro colori diversi, ritagliati opportunamente in precedenza dai docenti con la collaborazione di altro personale scolastico. Se da un lato le modifiche sulla scelta dei materiali hanno prodotto i risultati sperati, altrettanto non si può dire dei cambiamenti rispetto all'attività, che è risultata comunque troppo complessa per essere svolta, discussa e formalizzata nel giro di un'ora. Il ciclo LS si è concluso senza apportare nuove modifiche, rimandando nuovi approfondimenti a una futura sperimentazione.

## CONCLUSIONI

Vorremmo a questo punto provare a tracciare sintetiche riflessioni riguardo agli "effetti" didattici, sia in termini di progettazione che di revisione. Tramite la descrizione e l'analisi di queste due fasi delle sperimentazioni didattiche, abbiamo voluto attirare l'attenzione del lettore sulla metodologia LS come momento di formazione docenti e come esperienza di progettazione didattica collettiva. La formazione, infatti, non è attenzione passiva verso un esperto che spiega o consiglia, ma è legata intrinsecamente all'azione didattica concreta in una classe precisa, composta da allievi con difficoltà e potenzialità specifiche. Indubbiamente qualche elemento di formazione circa la didattica disciplinare può essere necessario: per quanto riguarda la prima esperienza, per esempio, si è affrontato il tema del rapporto tra significati dell'addizione e formalizzazione dell'operazione, come aspetto indispensabile per poter progettare in modo consapevole la lezione, inquadrandola in un continuum di attività mirate alla

DI.FI.MA. 2019: Matematica e Fisica nella cultura e nella società.

concettualizzazione dell'addizione. Però la formazione interna alla metodologia LS sta non tanto in questi aspetti, quanto nell'assumere un punto di vista "complesso" riguardo all'azione didattica. Un punto di vista che unisca ciò che è già stato fatto in classe, con un obiettivo di breve-medio termine, ma dentro a un quadro che tenga conto dell'epistemologia dei nodi disciplinari, delle problematiche emotive e cognitive degli allievi, delle caratteristiche dell'insegnante coinvolto. Averlo sperimentato, al di là di come poi uno possa reinvestirlo nel futuro, rappresenta di per sé la possibilità di pensare la professione in un modo vivo e dinamico. *Lesson Study* significa dunque occasione di confronto didattico e possibilità di crescita professionale. Ciò non vuol dire che non ci siano aspetti critici o migliorabili: d'altra parte sta nell'esperienza LS stessa la necessità della riflessione critica.

## BIBLIOGRAFIA

- Arzarello, F. (2015). Panel on Tradition. In Sun X., Kaur B. and Novotná N. (Eds.), *Proceedings of the ICMI Study 23* (pp. 605–612). China, Macau: University of Macau.
- Bartolini Bussi, M., Bertolini, C., Ramploud, A. & Sun, X. (2017). Cultural transposition of Chinese lesson study to Italy: An exploratory study on fractions in a fourth-grade classroom. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 6(4), 380-395.
- Bartolini Bussi, M., Baccaglini-Frank, A., & Ramploud, A. (2014). Intercultural dialogue and the geography and history of thought. *For the Learning of Mathematics*, 34(1), 31-33.
- Bartolini Bussi, M.G., & Mariotti, M.A. (2009). Mediazione semiotica nella didattica della matematica: artefatti e segni nella tradizione di Vygotskij. *L'insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, 32, 269–294
- Bartolini Bussi, M. G., & Martignone, F. (2013). Cultural issues in the communication of research on mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 33(1), 2–8.
- Bartolini Bussi, M. G., & Ramploud, A. (2018). *Il lesson study per la formazione degli insegnanti*. Roma: Carocci Faber.
- Boas, F. (1995). *L'uomo primitivo*. (D. C. Visca, Tans.). Bari: Laterza (Original work published 1911).
- Boero, P., Douek, N. & Garuti, R. (2011). Ricerca didattica nei "campi di esperienza", 1989-2010: contributi sulla costruzione dei concetti e sull'approccio al pensiero teorico in matematica. XXVIII Seminario Nazionale di Ricerca in Didattica della Matematica. Rimini (27-29 gennaio).
- Buchard, J., & Martin, D. (2017). Lesson Study...and its effects. *Έρευνα στην Εκπαίδευση*, 6(2), 21-35.
- Calvani, A. (2014). *Come fare una lezione efficace*. Roma: Carocci Faber.
- Funghi, S. (2019). *I beliefs sull'insegnamento della matematica degli insegnanti in formazione, tra cultura e Lesson Study: uno studio sugli studenti di Scienze della Formazione Primaria della sede di Reggio Emilia*. Tesi di Dottorato in Scienze umanistiche. Università di Modena e Reggio Emilia.
- Huang, R., Takahashi, A., & da Ponte, J. P. (Eds.) (2019). *Theory and practice of lesson studies*. New York: Springer International Publishing.
- Manolino, C., Minisola, R., Robutti, O. & Arzarello, F. (in press). Translating practices for reflecting on ourselves: Lesson Study. In *CIEAEM 71*. Braga, Portugal.
- Mellone, M., & Ramploud, A. (2015). Additive structure: an educational experience of cultural transposition. *Proceedings of the 23rd ICMI Study: Primary Mathematics Study on Whole Numbers*, 567-574.
- Mellone, M., Ramploud, A., Di Paola, B., & Martignone, F. (2019). Cultural transposition: Italian didactic experiences inspired by Chinese and Russian perspectives on whole number arithmetic. *ZDM*, 51(1), 199-212.
- Ramploud, A., Di Paola, B., (2013) *Taking a look at Chinese pedagogy in 数学 [shuxue: Mathematics]: a dialogue between cultures to approach arithmetic at first and second Italian Primary classes*, Antalya (Turchia), CERME 8.
- Stigler, J. W. & Hiebert, J. (1999). *The Teaching Gap*. New York: Free Press.