

# IL DATO NELLA DIDATTICA DELLE DISCIPLINE

Il Seminario "I dati INVALSI:  
uno strumento per la ricerca"

a cura di  
Patrizia Falzetti

**FrancoAngeli**  
OPEN  ACCESS

  
2014-2020

  
INVALSI

INVALSI PER LA RICERCA  
STUDI E RICERCHE



## INVALSI PER LA RICERCA

La collana Open Access INVALSI PER LA RICERCA si pone come obiettivo la diffusione degli esiti delle attività di ricerca promosse dall'Istituto, favorendo lo scambio di esperienze e conoscenze con il mondo accademico e scolastico.

La collana è articolata in due sezioni: "Studi e ricerche", i cui contributi sono sottoposti a revisione in doppio cieco, e "Percorsi e strumenti", di taglio più divulgativo o di approfondimento, sottoposta a singolo referaggio.

**Direzione:** Anna Maria Ajello

### **Comitato scientifico:**

- Tommaso Agasisti (Politecnico di Milano);
- Cinzia Angelini (Università Roma Tre);
- Giorgio Asquini (Sapienza Università di Roma);
- Carlo Barone (Istituto di Studi politici di Parigi);
- Maria Giuseppina Bartolini (Università di Modena e Reggio Emilia);
- Giorgio Bolondi (Libera Università di Bolzano);
- Francesca Borgonovi (OCSE•PISA, Parigi);
- Roberta Cardarelo (Università di Modena e Reggio Emilia);
- Lerida Cisotto (Università di Padova);
- Patrizia Falzetti (INVALSI);
- Martina Irsara (Libera Università di Bolzano);
- Paolo Landri (CNR);
- Bruno Losito (Università Roma Tre);
- Annamaria Lusardi (George Washington University School of Business, USA);
- Stefania Mignani (Università di Bologna);
- Marcella Milana (Università di Verona);
- Paola Monari (Università di Bologna);
- Maria Gabriella Ottaviani (Sapienza Università di Roma);
- Laura Palmerio (INVALSI);
- Mauro Palumbo (Università di Genova);
- Emmanuele Pavolini (Università di Macerata);
- Donatella Poliandri (INVALSI);
- Roberto Ricci (INVALSI);
- Arduino Salatin (Istituto Universitario Salesiano di Venezia);
- Jaap Scheerens (Università di Twente, Paesi Bassi);
- Paolo Sestito (Banca d'Italia);
- Nicoletta Stame (Sapienza Università di Roma);
- Roberto Trincherò (Università di Torino);
- Matteo Viale (Università di Bologna);
- Assunta Viteritti (Sapienza Università di Roma);
- Alberto Zuliani (Sapienza Università di Roma).

### **Comitato editoriale:**

Paola Bischetti; Ughetta Favazzi; Simona Incerto; Rita Marzoli (coordinatrice); Veronica Riccardi.



Il presente volume è pubblicato in open access, ossia il file dell'intero lavoro è liberamente scaricabile dalla piattaforma **FrancoAngeli Open Access** (<http://bit.ly/francoangeli-oa>).

**FrancoAngeli Open Access** è la piattaforma per pubblicare articoli e monografie, rispettando gli standard etici e qualitativi e la messa a disposizione dei contenuti ad accesso aperto. Oltre a garantire il deposito nei maggiori archivi e repository internazionali OA, la sua integrazione con tutto il ricco catalogo di riviste e collane FrancoAngeli massimizza la visibilità, favorisce facilità di ricerca per l'utente e possibilità di impatto per l'autore.

Per saperne di più:

[http://www.francoangeli.it/come\\_publicare/publicare\\_19.asp](http://www.francoangeli.it/come_publicare/publicare_19.asp)

I lettori che desiderano informarsi sui libri e le riviste da noi pubblicati possono consultare il nostro sito Internet: [www.francoangeli.it](http://www.francoangeli.it) e iscriversi nella home page al servizio "Informatemi" per ricevere via e-mail le segnalazioni delle novità.

# IL DATO NELLA DIDATTICA DELLE DISCIPLINE

Il Seminario "I dati INVALSI:  
uno strumento per la ricerca"

a cura di  
Patrizia Falzetti



**FrancoAngeli**  
OPEN  ACCESS

Le opinioni espresse nei lavori sono riconducibili esclusivamente agli autori e non impegnano in alcun modo l'Istituto. Nel citare i contributi contenuti nel volume non è, pertanto, corretto attribuirne le argomentazioni all'INVALSI o ai suoi vertici.

*Grafica di copertina: Alessandro Petrini*

Copyright © 2020 by FrancoAngeli s.r.l., Milano, Italy & INVALSI – Istituto Nazionale per la Valutazione del Sistema educativo di Istruzione e di formazione.

L'opera, comprese tutte le sue parti, è tutelata dalla legge sul diritto d'autore ed è pubblicata in versione digitale con licenza Creative Commons Attribuzione-Non Commerciale-Non opere derivate 4.0 Internazionale (CC-BY-NC-ND 4.0)

*L'Utente nel momento in cui effettua il download dell'opera accetta tutte le condizioni della licenza d'uso dell'opera previste e comunicate sul sito*

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.it>

ISBN 9788835101581

# Indice

Introduzione, di <i>Patrizia Falzetti</i>	pag. 7
1. I costrutti di didattica della Matematica come chiave di lettura di alcune evidenze statistiche nelle prove INVALSI di <i>Federica Ferretti, Chiara Giberti, Alice Lemmo</i>	» 9
2. Le prove INVALSI per lo sviluppo di competenze matematiche e di problem solving di <i>Alice Barana, Marina Marchisio</i>	» 29
3. La Matematica nelle prove INVALSI per la quinta primaria del 2016: dall'analisi degli esiti di una scuola a una sperimentazione disciplinare di <i>Fabio Brunelli, Chiara Saletti</i>	» 50
4. Un'analisi longitudinale dei dati INVALSI di Matematica di una stessa coorte di allievi alla scuola primaria di <i>Monica Panero</i>	» 74
5. Due direzioni didattiche per migliorare l'apprendimento della Matematica: percorsi di formazione in rete per la scuola primaria di <i>Daniela Ruffolo, Maria Antonietta Russo, Laura Rossomando, Angela Caruso</i>	» 94
6. Divertical-Math – Divertiamoci verticalmente con la Matematica dei quesiti INVALSI di <i>Stefano Babini, Ivan Graziani</i>	» 143

## *2. Le prove INVALSI per lo sviluppo di competenze matematiche e di problem solving*

di Alice Barana, Marina Marchisio

Questo lavoro di ricerca presenta i risultati della sperimentazione realizzata nell'a.s. 2016/2017 nell'ambito del progetto "Città Educante", con la collaborazione del CNR e del Dipartimento di Matematica dell'Università di Torino. Obiettivo della ricerca è sviluppare competenze matematiche e di problem solving attraverso metodologie innovative per l'apprendimento della Matematica basate sull'utilizzo di un ambiente virtuale di apprendimento integrato con un ambiente di calcolo evoluto e un sistema di valutazione automatica.

La sperimentazione ha coinvolto 279 studenti di 12 classi di grado 8, 9 e 10 di tre scuole secondarie di Torino. Le attività sperimentali sono state condotte in tre classi per ogni grado, affiancate da una quarta classe di controllo per la verifica dei risultati. Per misurare oggettivamente il miglioramento delle competenze attraverso le metodologie innovative sono state somministrate agli studenti, all'inizio e alla fine della sperimentazione, verifiche composte da domande tratte dalle prove INVALSI relative alla dimensione "Risolvere problemi". Nelle nove classi oggetto della sperimentazione sono state proposte attività di problem solving relative ad argomenti oggetto di studio nel periodo didattico corrente, parte in classe o in laboratorio, parte in piattaforma con un sistema di valutazione automatica. Le attività sono state progettate a partire da domande INVALSI contestualizzate, scelte, sviluppate ed elaborate in modo che la classe potesse acquisire il contenuto matematico dopo aver risolto il problema. Durante la sperimentazione sono stati somministrati questionari che indagano sulle attitudini degli studenti per la Matematica e sulle loro motivazioni intrinseche ed estrinseche allo studio di questa materia; sono inoltre stati effettuati incontri tra ricercatori e docenti per condividere materiali, criticità, difficoltà e punti forza.

I risultati delle verifiche sono stati analizzati sulla base delle risposte ai questionari, dei protocolli osservati durante le attività e degli atteggiamenti dei docenti; sono inoltre stati confrontati con il campione nazionale INVAL-

SI, per dedurre quali fattori hanno favorito lo sviluppo di competenze. La discussione dei risultati può suggerire spunti di riflessione utili per migliorare la didattica della Matematica attraverso l'adozione di metodologie innovative, per definire con maggiore precisione le attività di formazione di docenti in servizio e in formazione iniziale e per adottare azioni didattiche coerenti a una logica di promozione di competenze.

## 1. Introduzione

“Il 65% dei bambini che inizia la scuola quest'anno svolgerà una professione che ora non esiste”, ha pubblicato il World Economic Forum nel report *The Future of Jobs* nel gennaio 2016. Si tratta di una frase provocatoria; tuttavia il documento, analizzando i cambiamenti sociali, economici e tecnologici avvenuti negli ultimi anni, prospetta rapide evoluzioni nel mondo del lavoro da qui al 2020 (World Economic Forum, 2016).

Cosa bisogna insegnare dunque a scuola, se conoscenze e abilità che gli studenti apprendono oggi non serviranno più, o saranno superate, nel mondo con cui dovranno interfacciarsi al termine degli studi?

Le istituzioni educative nazionali ed europee da alcuni anni propongono azioni, riforme e indicazioni per portare gli obiettivi della scuola dal piano delle conoscenze a quello delle competenze, intese, citando Pellerey (2004), come la comprovata capacità di far fronte a un compito, o un insieme di compiti, riuscendo a mettere in moto e a orchestrare le proprie risorse interne, cognitive, affettive e volitive, e a utilizzare quelle esterne disponibili in modo coerente e fecondo.

Le armi della scuola per formare adulti competenti, capaci di agire nel mondo in modo autonomo grazie alle risorse che hanno acquisito, sono le discipline. Il documento del 2006 firmato dal Consiglio dell'Unione Europea individua le 8 competenze chiave per l'apprendimento continuo che si coniugano con le discipline scolastiche, ponendo una base su cui ogni nazione ha potuto stilare i propri regolamenti scolastici (European Parliament and Council of European Union, 2006). In particolar modo per la Matematica, le Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e il primo ciclo di istruzione, le Indicazioni nazionali per i licei e le Linee guida per gli istituti tecnici e professionali (MIUR, 2012; MIUR, 2010a; MIUR, 2010b) fanno riferimento alla definizione di competenza matematica quale la capacità di sviluppare e mettere in atto il pensiero matematico per trovare le soluzioni a vari problemi in situazioni quotidiane, mettendo l'accento sugli aspetti del processo, dell'attività e della conoscenza.

Dal 2010 l'INVALSI si occupa di valutare il sistema di istruzione italiano nella sua capacità di formare cittadini competenti. Le prove standardizzate in Matematica verificano che gli studenti sappiano “trovare soluzioni a vari problemi in situazioni quotidiane mettendo in atto il pensiero matematico”. Le risposte ai quesiti in realtà possono misurare soltanto parzialmente l'acquisizione delle competenze, in quanto difficilmente riescono a mettere in evidenza aspetti attitudinali e metacognitivi (INVALSI, 2017).

D'altro canto, molte delle domande elaborate e inserite nelle prove standardizzate, in particolare quelle relative alla dimensione “Risolvere problemi”, viste come situazioni problematiche, possono costituire contesti interessanti per lo sviluppo di competenze nella loro piena accezione. Da questa considerazione è nata l'idea di utilizzare alcuni dei quesiti di Matematica per costruire percorsi di apprendimento innovativi per lo sviluppo di competenze matematiche. Questi percorsi sono stati progettati e sperimentati dal Dipartimento di Matematica dell'Università di Torino in una sperimentazione nell'ambito del Progetto “Città Educante”, in collaborazione con il CNR. I percorsi didattici sono stati costruiti secondo la metodologia del problem posing e problem solving utilizzando un Ambiente di calcolo evoluto (ACE), un sistema di valutazione automatica e un ambiente virtuale di apprendimento (Palumbo e Zich, 2012).

In questo contributo viene presentata la sperimentazione, vengono discusse le metodologie didattiche scelte con degli esempi di materiali utilizzati, vengono infine illustrati e interpretati i risultati, che possono suggerire spunti di riflessione utili per migliorare la didattica della Matematica attraverso l'adozione di metodologie innovative.

## **2. Stato dell'arte**

I presupposti teorici sulla base dei quali sono state elaborate le attività per gli studenti fanno riferimento alla teoria sull'apprendimento situato e alla teoria sulla valutazione formativa.

### ***2.1. Apprendimento situato***

In questa ricerca si accoglie la teoria sviluppata da Jean Lave sull'apprendimento situato, di matrice socioculturale, secondo cui l'apprendimento avviene durante l'interazione sociale tra i membri di una comunità impegnata nello svolgimento di un'attività, ed è frutto dell'attività, del contesto

e della cultura in cui avviene (Lave, 1991). Nel suo impiego didattico, questa teoria richiede che la comunità degli studenti sia posta di fronte ad attività contestualizzate ed esperienze reali, anche con l'utilizzo delle tecnologie. Deve essere dato spazio alle interazioni sociali, cruciali per l'apprendimento. Il ruolo del docente da "trasmettitore" di conoscenze diventa tutor, facilitatore, con il compito di scegliere le esperienze più adeguate perché gli studenti possano maturare le competenze previste e accompagnarli in questo processo.

L'utilizzo delle tecnologie può offrire simulazioni della realtà, strumenti che diventano parte del sistema con cui lo studente interagisce oppure ambienti virtuali in cui le interazioni sociali sono facilitate (Bridges *et al.*, 2016).

## 2.2. Valutazione formativa

Nel progettare le attività si è voluto porre attenzione a offrire agli studenti opportunità di valutazione formativa durante l'intero percorso. Si sceglie la definizione di valutazione formativa proposta da Paul Black e Dylan William (2009), secondo cui una pratica in classe è formativa nella misura in cui evidenze dei traguardi raggiunti dagli studenti vengono ricercate, interpretate e utilizzate dai docenti, dagli studenti o dai compagni per prendere decisioni sui prossimi passi nel processo educativo che siano migliori, o meglio fondate, rispetto alle decisioni che avrebbero potuto essere prese in assenza di quelle evidenze che sono state ricercate.

In particolare le strategie di valutazione formativa coinvolgono studenti, docenti e pari e sono volte a:

- chiarire e condividere gli obiettivi dell'apprendimento e i criteri per raggiungere il successo;
- architettare discussioni efficaci e attività in grado di mettere in evidenza quanto gli studenti abbiano capito;
- fornire feedback che facciano progredire l'apprendimento;
- attivare gli studenti come risorse educative gli uni per gli altri;
- attivare gli studenti come responsabili del proprio apprendimento.

I feedback che gli studenti potevano ottenere nelle attività in classe oppure per mezzo degli strumenti tecnologici utilizzati sono stati elaborati seguendo il modello di Hattie e Timperley (2007), allo scopo di ridurre la discrepanza tra traguardo atteso e livello raggiunto. Si assume inoltre la classificazione dei livelli di azione di un feedback proposta dagli stessi autori:

- *task level*, quando il feedback dà informazioni su come il compito è stato svolto e su come lo studente ha risposto alla domanda;

- *process level*, quando fornisce informazioni sul processo da eseguire per rispondere alle domande;
- *self-regulation level*, quando aiuta lo studente nell'autogestione dei processi e delle azioni;
- *self level*, quando dà una valutazione personale dello studente.

### 3. Metodologie adottate

Nella sperimentazione è stato adottato un insieme di metodologie per l'apprendimento della Matematica, proposte dal Dipartimento di Matematica dell'Università di Torino, sperimentate in numerosi progetti a livello locale, territoriale, nazionale ed europeo e ritenute vincenti per l'efficacia provata (Barana *et al.*, 2017a).

#### 3.1. *Problem posing e problem solving*

Utilizzare il problem solving per l'apprendimento della Matematica è una delle strategie che meglio si coniuga con l'apprendimento situato e la didattica per competenze. Il problem solving è concettualizzato attraverso un processo in quattro fasi:

- 1) si parte da una situazione problematica reale oppure rilevante per un'altra disciplina esterna alla Matematica, capace di richiamare l'attenzione degli studenti e interessante per il contenuto matematico che la risoluzione coinvolge;
- 2) gli studenti elaborano strategie risolutive, collaborando tra di loro in presenza oppure online e/o discutendo con l'insegnante, anche con l'utilizzo di appropriati strumenti tecnologici;
- 3) la strategia risolutiva individuata viene quindi sintetizzata, individuando la componente matematica che modella il problema;
- 4) la soluzione del problema viene generalizzata ed estesa a un caso universale che coinvolge diverse variabili. Qui avviene il processo di astrazione matematica, che porta a individuare e risolvere una varietà di problemi simili, ed è facilitato dall'utilizzo di opportune tecnologie che consentano la simulazione.

La risoluzione del problema non solo necessita della Matematica, ma consente anche di rafforzare le competenze: l'apprendimento avviene durante l'interazione con il problema, con gli strumenti tecnologici, con la comunità e con la Matematica.

Grande importanza è data anche al problem posing, che deve essere adeguatamente strutturato dal docente per permettere che diventi un'esperienza di apprendimento per gli studenti (Branccaccio *et al.*, 2015).

### ***3.2. Utilizzo di un Ambiente di calcolo evoluto***

Durante le quattro fasi di problem solving si utilizza un Ambiente di calcolo evoluto, uno strumento che consente di effettuare calcolo numerico e simbolico, visualizzazione geometrica in due e tre dimensioni, animazioni, simulazioni con componenti interattive e di disporre tutto all'interno di un unico testo in modo elegante e comprensivo, molto adatto alla risoluzione di problemi. Se i processi di modellizzazione e di rappresentazione sono strettamente interconnessi nelle attività di problem solving (Lesh e Leher, 2009), un ACE consente agli studenti di rappresentare il loro ragionamento e scegliere il tipo di modellizzazione più consono al proprio stile di apprendimento o di interpretazione della situazione problematica (Barana *et al.*, 2017b). In particolare in questa sperimentazione l'ACE Maple è stato impiegato dagli studenti oppure dai docenti per elaborare materiali interattivi.

### ***3.3. Valutazione formativa automatica adattiva***

Per la valutazione formativa individuale si utilizza un sistema di valutazione automatica particolarmente adatto alla Matematica, il cui motore è basato sull'ACE Maple (Maple TA). Questo sistema consente di inserire risposte matematiche aperte, riconosciute per la loro equivalenza matematica alla risposta corretta, parametri che variano casualmente, algoritmi, formule, grafici e calcoli eseguiti automaticamente. È inoltre possibile impostare percorsi adattivi per il problem solving. Nella sperimentazione è stato adoperato per creare piccoli problemi contestualizzati con dati parametrici, di cui si chiede il risultato finale. Nel caso lo studente non dia la risposta corretta, gli viene presentata una possibile risoluzione guidata del problema. La domanda offre allo studente sia un feedback sulla prestazione effettuata (*task level*: giusto/sbagliato), sia un feedback *interattivo* sul processo che avrebbe dovuto eseguire per rispondere (*process level*): lo studente è infatti guidato a ripercorrere in modo attivo il processo di risoluzione; potrà poi effettuare un secondo tentativo e risolvere autonomamente un nuovo problema, avendo imparato un metodo. Il feedback agisce inoltre a livello metacognitivo (*self-regulation level*) promuovendo l'autonomia, la consapevolezza del proprio

livello di apprendimento, la fiducia in sé stessi, la possibilità di imparare dai propri stessi errori (Barana e Marchisio, 2016).

### **3.4. Ambiente virtuale di apprendimento**

I problemi risolti con l'ACE e le domande di valutazione formativa sono inserite, insieme ad altre risorse, attività relazionali o interattive, all'interno di un ambiente di apprendimento virtuale (VLE). Per la sperimentazione è stato scelto Moodle, integrato sia con Maple sia con Maple TA senza alcun costo per lo studente, ed è stata aperta un'istanza dedicata sulla piattaforma dell'Università di Torino. Un VLE consente di tenere traccia di tutto il materiale e di come è organizzato e inoltre di costruire, o in questo caso estendere, la comunità di apprendimento. Se già nel problem solving aveva assunto un ruolo diverso, qui la figura del docente cambia radicalmente diventando tutor che progetta le attività per gli studenti e monitora il loro apprendimento.

## **4. La sperimentazione “Città Educante”**

La sperimentazione effettuata si colloca all'interno del Progetto “Città Educante”, di cui il CNR è uno dei partner, ed è stata svolta in collaborazione con il Dipartimento di Matematica “Giuseppe Peano” dell'Università di Torino. Le attività sono state elaborate ed effettuate dalle autrici, afferenti al Dipartimento, in collaborazione con l'esperto INVALSI prof.ssa Rossella Garuti.

La sperimentazione si è svolta nella primavera 2017 e ha coinvolto un totale di 279 studenti di 12 classi di tre scuole secondarie della Città di Torino, ripartite in 3 gradi:

- 3 classi terza secondaria di primo grado (grado 8);
- 3 classi prima liceo scientifico (grado 9);
- 3 classi seconda liceo scientifico (grado 10).

Inoltre per ogni grado è stata scelta una classe di controllo appartenente alla stessa scuola, o a una delle scuole, delle classi in cui si è svolta l'attività sperimentale.

Gli studenti di tutte le classi hanno svolto una prova d'ingresso e hanno risposto a un questionario sul loro rapporto con la Matematica. Per ogni grado sono stati scelti, in collaborazione con i docenti di Matematica delle classi, due argomenti in accordo con la programmazione didattica di ciascuna classe:

- per i gradi 8 e 9 sono stati scelti statistica ed equazioni di primo grado (argomenti non ancora trattati durante l’anno scolastico);
- per il grado 10 sono stati scelti equazioni di secondo grado e sistemi lineari (argomenti già affrontati a livello iniziale dai docenti, ma non approfonditi).

Per ogni argomento sono state proposte le seguenti attività:

- alcune domande-stimolo, costruite a partire da domande INVALSI e riprodotte con la valutazione automatica attraverso la piattaforma, da utilizzare in classe o in laboratorio a piccoli gruppi, promuovendo l’interazione e il confronto tra gli studenti. Le domande-stimolo sono state studiate per coinvolgere i concetti fondamentali dell’argomento scelto, con la funzione di pretesto per aprire una discussione con l’insegnante sull’argomento;
- un problema aperto, da risolvere in classe a piccoli gruppi, utilizzando l’ACE nel caso le classi già lo padroneggiavano, oppure con carta e penna. Le soluzioni dei gruppi venivano poi proposte al resto della classe e il processo di risoluzione discusso con il docente;
- problemi con valutazione automatica ed eventuale risoluzione guidata da svolgere in piattaforma, in sostituzione dei classici “compiti per casa”. Le attività sono state progettate a partire da domande INVALSI, prevalentemente relative alla dimensione “risolvere problemi”, ampliate o rielaborate.

Sono state stimate almeno 15 ore di lavoro per ogni classe in cui si è svolta la sperimentazione, mentre le classi di controllo hanno svolto gli stessi argomenti con metodologie tradizionali.

Gli insegnanti coinvolti sono stati in tutto 11, uno per classe, ad eccezione della classe seconda di controllo, la cui docente insegnava anche in una seconda che ha seguito le attività sperimentali. Alcuni dei docenti avevano già partecipato ad attività di formazione specifica sulle metodologie proposte, ma non le utilizzavano regolarmente in classe.

## 5. Metodologia di ricerca

Il miglioramento delle competenze matematiche degli studenti è stato misurato attraverso la somministrazione di una verifica iniziale e una finale, simili nella struttura, sia alle classi che hanno svolto le attività sperimentali, sia alle classi di controllo. Le prove erano composte da 10 quesiti tratti dalle prove INVALSI relativi alla dimensione “Risolvere problemi” da svolgere in 30 minuti. Sono state somministrate in forma cartacea a tutti gli studenti.

Mentre la prova iniziale comprendeva domande di ogni ambito (3 di numeri, 3 di relazioni e funzioni, 2 di spazio e forma e 2 di dati e previsioni), la prova finale comprendeva soltanto domande relative agli argomenti affrontati durante il percorso sperimentale. Le prove per le classi di grado 8 e 9 erano identiche.

La motivazione e l'interesse degli studenti nei confronti della Matematica è stato misurato attraverso un questionario iniziale proposto a tutte le classi, con domande in scala Likert con risposta da 1 a 5 sulle loro motivazioni intrinseche ed estrinseche allo studio della disciplina.

Il gradimento delle attività sperimentali è stato misurato attraverso un questionario, rivolto esclusivamente agli studenti della classi che le hanno svolte, compilato al termine delle attività, con domande in scala Likert e domande aperte sull'apprezzamento e sull'efficacia delle metodologie proposte (problemi, valutazione automatica, attività in classe).

La quasi totalità delle lezioni in classe sono state svolte in compresenza con la dott.ssa Alice Barana, che ha collaborato con il docente nella gestione delle attività di gruppo e nell'utilizzo degli strumenti tecnologici e ha raccolto osservazioni sulle risposte e sugli atteggiamenti della classe.

Gli insegnanti hanno risposto a un questionario iniziale sulle aspettative che nutrivano nel progetto e uno finale sul bilancio dell'esperienza; hanno inoltre partecipato a un focus group al termine. Al termine della sperimentazione è stata eseguita un'analisi quantitativa dei dati raccolti per mezzo di questionari, verifiche, log e valutazioni delle attività in piattaforma. È stato inoltre eseguito un confronto tra i risultati delle prove di verifica iniziali e finali e i risultati delle stesse.

I genitori hanno firmato una liberatoria per l'utilizzo a soli scopi didattici e di ricerca dei dati degli studenti registrati in classe e in piattaforma.

## **6. Esempio di attività**

Per chiarire come le attività sono state progettate e create, si propone e discute un esempio relativo alle attività di statistica proposte sia alla classe terza secondaria di primo grado sia alla prima liceo. Nei due gradi gli stessi materiali sono stati proposti con metodi differenti, adatti al tipo di classe e scuola; si illustra di seguito come sono avvenute le lezioni, concentrandosi principalmente sulle classi di grado 8.



✓ In un'indagine sul numero di gelati consumati a Ferragosto sono state intervistate 100 persone. La seguente tabella registra le risposte.

Numero gelati	Numero persone
0	13
1	44
2	23
3	15
4	5
5	0

Quanti intervistati hanno mangiato almeno 2 gelati?  ✓

Correct response: 43

**Clicca su Verify per proseguire.**

---

Qual è la media dei gelati mangiati dagli intervistati?

Scrivi il procedimento che hai seguito.

Submit Assignment   Quit & Save   Back   Question Menu ▲   Next

Fig. 2 – Seconda domanda stimolo di statistica: la media ponderata

I tre quesiti sono tratti da prove INVALSI e adattati alla valutazione automatica: la risposta da scelta multipla è stata trasformata in aperta ed è stato aggiunto uno spazio in cui si chiedeva allo studente di descrivere il proprio ragionamento. Le domande stimolo sono state utilizzate con le classi terze secondaria di primo grado durante una lezione in classe, in 90 minuti di tempo. Ogni domanda veniva proiettata utilizzando la Lavagna interattiva multimediale (LIM) e gli studenti, divisi in gruppi di 3, dovevano trovare la soluzione e scriverla su un foglio, descrivendo anche il procedimento seguito. Ogni gruppo poi veniva chiamato a proporre ad alta voce la propria soluzione; la più frequente veniva scelta, inserita come risposta in piattaforma e verificata in modo automatico. Una volta stabilita la risposta corretta, a un rappresentante di ogni gruppo veniva chiesto di illustrare alla classe il proprio ragionamento. Le tre domande sono poi state utilizzate per spiegare, a partire dagli esempi, le rappresentazioni grafiche e tabulari dei dati, la media e la moda.

In prima liceo la stessa attività è stata proposta agli studenti in modo autonomo, in laboratorio, seguita da una discussione sui risultati e sulle risposte.

## 6.2. Problemi contestualizzati

In seguito alle attività sulle domande stimolo, agli studenti è stato proposto un problema più aperto, che riguarda le frequenze assolute e percentuali, le rappresentazioni dei dati in forma tabulare e grafica e la media ponderata (fig. 3). Questo problema è stato inventato in collaborazione con gli insegnanti appositamente per questa lezione.

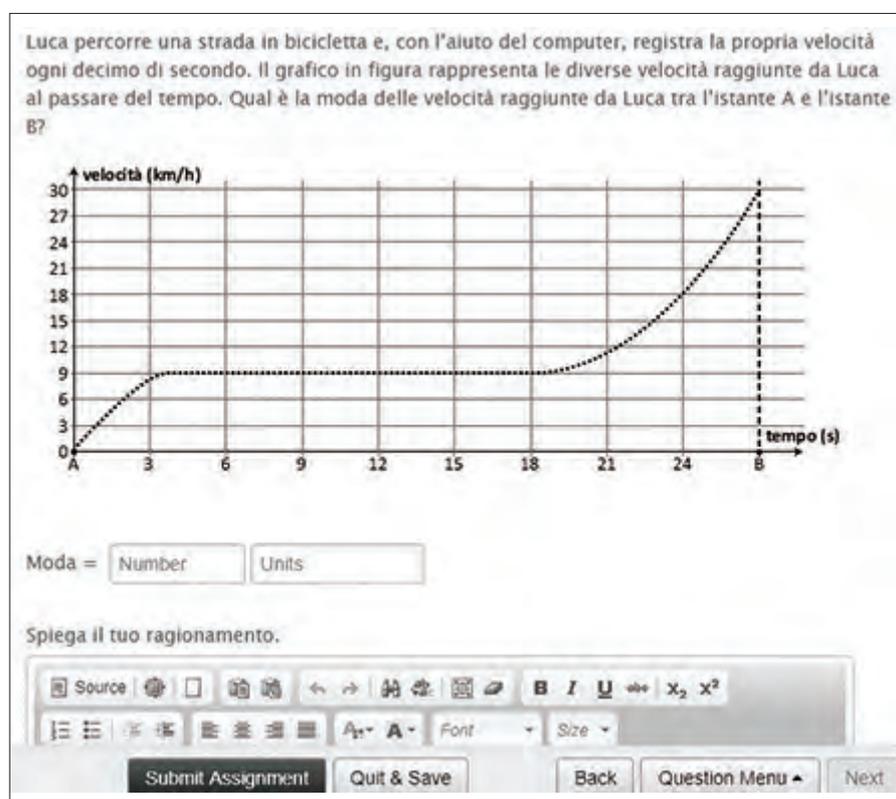


Fig. 3 – Terza domanda stimolo di statistica: la moda

Nelle classi terze il problema è stato risolto in classe a gruppi, in modo simile a come fatto per le domande stimolo, con un controllo passo a passo; in

prima liceo invece gli studenti l’hanno risolto autonomamente in laboratorio con l’ACE, sotto la guida dell’insegnante per dettare i tempi, vedere insieme i passaggi che creavano più difficoltà, confrontare i risultati. In entrambi i casi al termine della risoluzione sono stati riepilogati i fondamenti teorici coinvolti nel problema, e sono stati lasciati, illustrati all’interno del file, a disposizione in piattaforma.

### 6.3. Attività in piattaforma

All’interno della piattaforma dedicata al progetto è stato creato un corso dedicato a ogni classe, all’interno del quale potevano accedere studenti e docenti delle classi, ricercatori e professori coinvolti nella sperimentazione. Nel corso sono stati caricati, per ogni argomento:

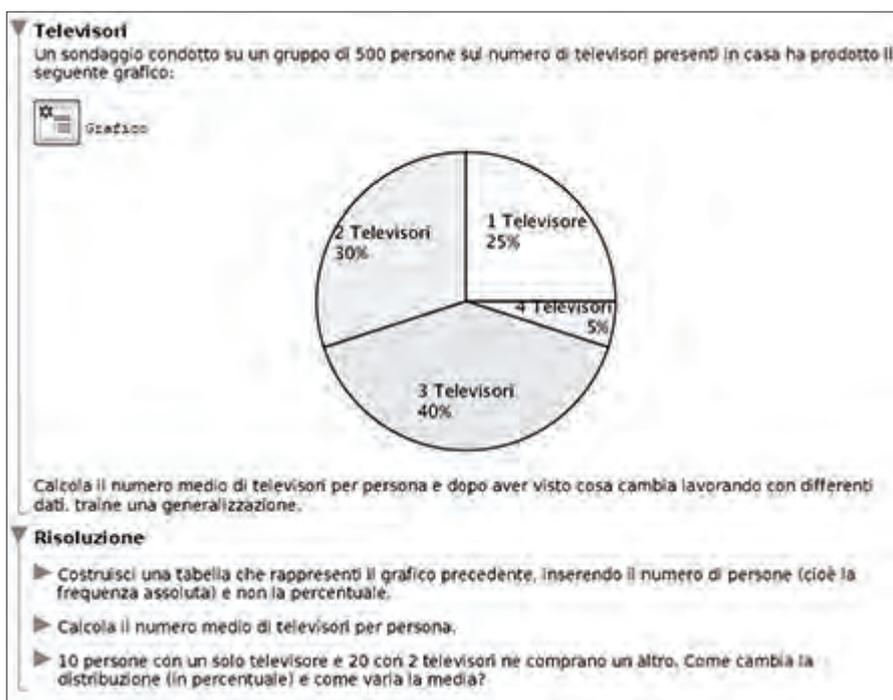


Fig. 4 – Problema di statistica: televisori

- le domande stimolo che, anche se viste in classe, potevano essere ripetute anche a casa;

- il problema contestualizzato con una risoluzione proposta, una generalizzazione, la spiegazione della Matematica utile per spiegare l'argomento;
  - esercizi con valutazione automatica da svolgere a casa.
- Inoltre erano presenti un forum e questionari per gli studenti (fig. 5).

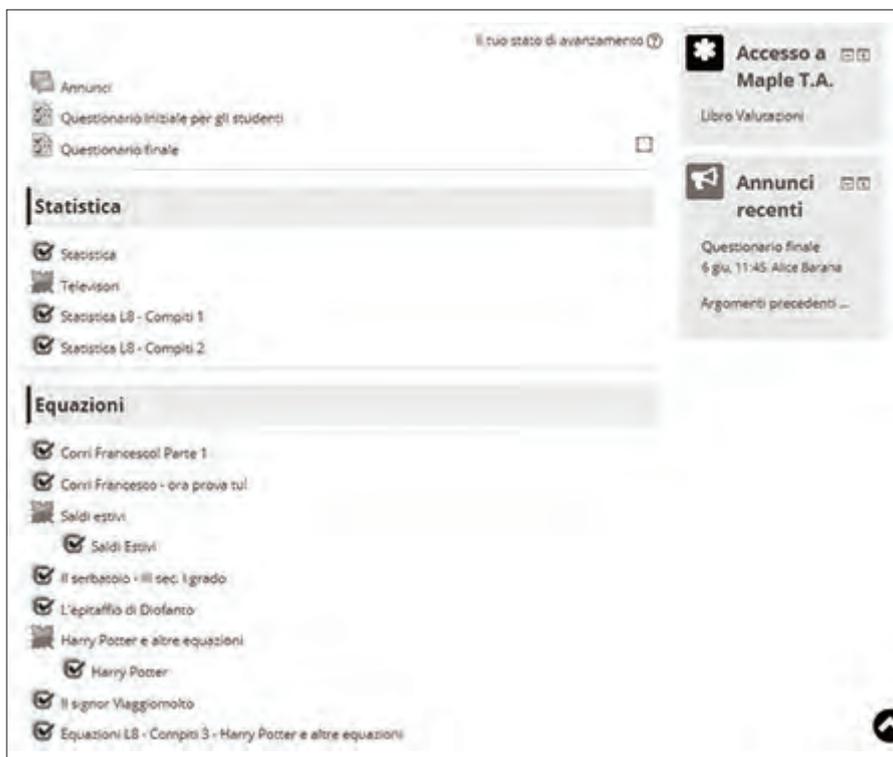


Fig. 5 – Corso online per gli studenti

In fig. 6 e fig. 7 è visibile un esempio di esercizio di statistica valutato automaticamente a disposizione in piattaforma. L'esercizio è algoritmico, i numeri variano ogni volta che gli studenti aprono la domanda. È tratto da una domanda INVALSI ma ampliato e adattato alla valutazione automatica formativa.

E' stato effettuato un sondaggio su un campione di 5000 donne in età compresa tra i 25 e i 50 per conoscere la loro opinione su una rivista mensile che riguarda la salute. Si sono ottenuti i seguenti risultati:

	Occupate	Disoccupate
Giudizio positivo	1519	1108
Giudizio negativo	1035	1338

Qual è la percentuale di donne che ha espresso un giudizio positivo?

**Arrotonda il risultato alla seconda cifra decimale. Utilizza il punto come separatore decimale. Esempio: 25.19**

Qual è la percentuale di donne disoccupate che ha partecipato al sondaggio?

**Arrotonda il risultato alla seconda cifra decimale. Utilizza il punto come separatore decimale. Esempio: 25.19**

Seleziona i grafici che rappresentano correttamente la situazione.

Fig. 6 – Domanda di statistica con valutazione automatica – parte 1

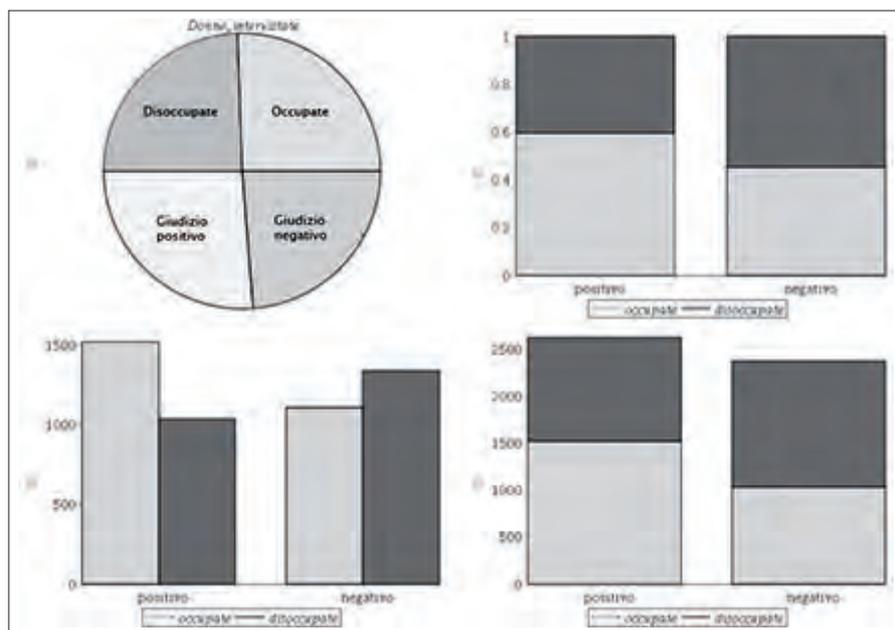


Fig. 7 – Domanda di statistica con valutazione automatica – parte 2

## **7. Risultati e discussione**

### ***7.1. Limiti della ricerca***

La sperimentazione ha coinvolto diverse classi ma in un periodo di tempo ristretto, verso il termine dell'anno scolastico, con poche ore previste durante le lezioni scolastiche. Qualunque supposizione fondata sui risultati quantitativi della sperimentazione rischia di essere poco attendibile dal punto di vista scientifico.

Ciononostante è necessario tenere conto di una grande differenza su come il progetto è stato condotto nelle scuole secondarie di primo grado rispetto al liceo. Da una parte, nelle classi liceali gli studenti erano, in generale, molto interessati alla Matematica, studiosi e avevano un rendimento scolastico medio decisamente elevato (affermazioni supportate dai risultati del questionario iniziale per gli studenti e dai risultati delle prove INVALSI dell'Istituto); inoltre la prova finale non era di livello sufficientemente alto per mostrare differenze nell'apprendimento tra gli studenti. È risultato dunque difficile evidenziare miglioramenti significativi dopo le attività proposte. Inoltre i docenti, benché avessero fiducia nell'efficacia delle metodologie proposte, come hanno affermato nel questionario iniziale, non avevano eccessiva necessità di stimolare i loro allievi allo studio, mentre erano più preoccupati di terminare gli argomenti programmati, dunque non hanno esteso le metodologie proposte al di fuori delle attività previste. Nelle secondarie di primo grado invece le classi erano molto più eterogenee e i docenti hanno trovato nelle metodologie proposte un grande supporto per motivare e aiutare tutti i loro studenti, soprattutto quelli delle fasce più deboli. L'urgenza di fornire una buona preparazione per la prova INVALSI è stata un'ulteriore motivazione per i docenti a riporre molta fiducia nelle attività proposte, trasmettendola agli studenti che si sono impegnati molto. Questi docenti hanno inoltre utilizzato altri materiali di loro produzione costruiti con le stesse metodologie e validati dall'Università, incrementando dunque il tempo che gli studenti hanno trascorso apprendendo attraverso le metodologie innovative.

Per questo motivo prenderemo principalmente in considerazione, nella discussione seguente, i risultati relativi alle classi di grado 8.

### ***7.2. Risultati delle verifiche***

Per le verifiche iniziali e finali sono state calcolate le percentuali di risposta corretta di tutte le domande per ogni classe (ogni item è stato valutato

separatamente); sono inoltre state estratte le percentuali di risposta corretta delle stesse domande relative al campione nazionale. I dati completi sono riportati nella tab. 1; si riferiscono a un totale di 70 studenti, di cui 48 hanno lavorato con metodologie sperimentali e 22 fanno parte della classe di controllo. Aggregando le tre classi in cui si sono svolte attività sperimentali e calcolando la media sull'intera verifica, si nota che:

- nelle verifiche iniziali, la media delle percentuali di risposte corrette delle classi del campione sperimentale è pari a quella della classe di controllo ed è di 3 punti percentuali inferiore rispetto al campione nazionale;
- nelle verifiche finali invece le classi del campione sperimentale hanno ottenuto un punteggio medio maggiore di 2 punti in percentuale rispetto al campione nazionale, mentre la classe di controllo è rimasta 3 punti sotto il campione nazionale.

Dunque, valutate rispetto al campione nazionale, le classi che hanno svolto attività sperimentali sono migliorate maggiormente rispetto alla classe di controllo, che ha mantenuto lo stesso livello.

*Tab. 1 – Percentuali di risposta corretta nelle verifiche iniziali e finali per tipo di classe*

<i>Verifica</i>	<i>Campione nazionale</i>	<i>Classi Città Educante</i>	<i>Classi sperimentali</i>	<i>Classe di controllo</i>
Iniziale	Numero di item	18	18	18
	Media	48,53	45,17	45,14
	Mediana	45,70	41,30	40,63
	Deviazione std.	25,18	21,27	21,67
Finale	Numero di item	24	24	24
	Media	65,97	66,48	67,82
	Mediana	67,50	66,18	65,98
	Deviazione std.	15,917	15,33	15,36

### **7.3. Gradimento delle attività**

Se i risultati delle verifiche, per quanto interessanti, sono basati su numeri limitati di studenti e di ore impiegate nel progetto, più significative risultano le analisi del gradimento delle attività. Già dalle osservazioni in classe e dai confronti con i docenti si è potuto constatare che gli studenti erano molto più attenti del solito e riuscivano a mantenere per molto più tempo la concentrazione. Secondo il parere dei docenti, questo è dovuto alla scelta di contesti reali come ambiente di apprendimento, al lavoro di gruppo, al confronto tra

i gruppi e all'utilizzo di strumenti digitali innovativi. Nei pochi istanti di attesa mentre si inseriva una risposta nel sistema e questa veniva elaborata dal computer, si creavano per la classe veri momenti di suspense. L'attenzione rimaneva alta anche quando i gruppi raccontavano agli altri come avevano ragionato: sempre in modi diversi, non per questo sbagliati.

Queste osservazioni qualitative sono supportate dalle opinioni degli studenti, espresse nel questionario finale e riepilogate nella tab. 2. Hanno risposto al questionario 46 studenti sui 48 delle classi che hanno svolto attività sperimentali (pari al 96%). Hanno trovato particolarmente utili le attività in generale, i problemi e la valutazione automatica per capire meglio gli argomenti di studio. In tutti questi casi la percentuale delle risposte decisamente positive (molto o moltissimo, corrispondenti a 4 o 5 nella scala Likert) è pari o superiore al 50%. Ancora di più gli studenti hanno apprezzato collaborare con i compagni, avere immediatamente la risposta corretta e poter ripetere gli esercizi più volte: in questi casi le risposte decisamente positive superano il 60%. Si noti che a nessuna di queste domande la percentuale di risposta negativa (per nulla o poco, corrispondenti a 1 o 2 nella scala Likert) è superiore al 20%.

*Tab. 2 – Risposte degli studenti al questionario finale*

<i>Domande</i>	<i>Media</i>	<i>Dev. std.</i>	<i>Percentuali di risposte</i>				
			<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
In che misura le attività proposte sono state utili per capire meglio gli argomenti di Matematica trattati?	3,59	0,91	0,00	13,00	30,40	41,30	15,20
In che misura risolvere i problemi è stato utile per capire meglio gli argomenti di Matematica trattati?	3,61	0,80	0,00	6,50	39,10	41,30	13,00
In che misura hai apprezzato collaborare con i tuoi compagni per risolvere i problemi?	3,78	1,11	4,30	8,70	21,70	34,80	30,40
In che misura risolvere gli esercizi in piattaforma è stato utile per capire meglio gli argomenti di Matematica trattati?	3,24	1,10	8,70	13,00	34,80	32,60	10,90
In che misura è stato utile avere a disposizione la valutazione automatica immediatamente dopo la tua risposta?	3,74	1,27	6,50	10,90	23,90	19,60	39,10
In che misura hai apprezzato poter rifare gli esercizi più volte?	3,67	1,27	8,70	10,90	15,20	34,80	30,40

Attraverso una lettura delle risposte alla domanda aperta “Qual è l’aspetto che hai apprezzato maggiormente?” emerge che gli studenti hanno apprezzato le attività in classe e i problemi perché diversi dal solito, più interessanti e divertenti; collaborare tra di loro per capire meglio; la valutazione automatica perché permetteva di vedere subito se la risposta data era corretta e capire il motivo dell’errore. Dunque le attività collaborative e la valutazione formativa, su cui si sono basate le attività proposte, hanno ottenuto in queste classi l’effetto desiderato. Oltre al miglioramento delle capacità di risolvere problemi, risultati come l’apprezzamento delle attività, l’interesse dimostrato e l’aver capito le proprie difficoltà permettono di porre le basi per lo sviluppo di competenze matematiche.

#### ***7.4. Strategie di valutazione formativa***

Le attività sperimentali sono state analizzate attraverso il modello di valutazione formativa di Black e William sintetizzato nel secondo paragrafo di questo contributo.

- 1) L’adesione delle classi alla sperimentazione era stata inizialmente discussa dai docenti direttamente con gli studenti, e poi ripetuta all’inizio delle attività in presenza, condividendo in questo modo gli obiettivi dell’apprendimento.
- 2) La richiesta a ogni gruppo di spiegare la propria risoluzione dei quesiti e dei problemi ha consentito di far nascere discussioni efficaci per mettere in evidenza quanto gli studenti abbiano capito.
- 3) I feedback interattivi nelle domande con la valutazione automatica sono stati progettati per far progredire l’apprendimento.
- 4) Nei lavori di gruppo gli studenti sono stati attivati come risorse educative gli uni per gli altri.
- 5) Le attività in piattaforma, da svolgere autonomamente sotto la guida degli strumenti automatici, hanno permesso di attivare gli studenti come responsabili del proprio apprendimento.

### **8. Conclusioni**

Come già fatto notare in precedenza, il basso numero di partecipanti e la breve durata della sperimentazione non consentono ai risultati quantitativi di avere carattere generale e di essere utilizzati per dimostrare l’efficacia delle metodologie proposte. Tuttavia i risultati qualitativi di questa sperimentazione

mettono in luce come l'utilizzo delle metodologie del problem posing e problem solving, con un ambiente di calcolo evoluto, un sistema di valutazione automatica e un ambiente di apprendimento virtuale, possa favorire l'apprendimento della Matematica e lo sviluppo di competenze. Alla luce di questi risultati è in fase di progettazione una prosecuzione della sperimentazione che coinvolgerà soltanto classi di grado 8, i cui docenti e studenti si sono dimostrati più recettivi per questo tipo di metodologie, in cui saranno allargati il numero di partecipanti e il numero di ore dedicate alle attività sperimentali nel tentativo di ottenere risultati significativi anche dal punto di vista quantitativo.

Le domande tratte dalle prove INVALSI sono state apprezzate dagli studenti e, adattate alle metodologie innovative scelte, sono diventate occasione di apprendimento per gli studenti, non solo di verifica, motivo per cui sono nate.

Ha inciso moltissimo nella sperimentazione la fiducia riposta dal docente in queste metodologie e l'utilizzo anche autonomo e indipendente da parte del docente degli strumenti proposti. Qui si evidenzia la necessità di formazione dei docenti su queste metodologie anche su più ampia scala, in modo che simili sperimentazioni non rimangano occasioni limitate di apprendimento innovativo per gli studenti, ma entrino sistematicamente nelle classi diventando l'approccio comune alla Matematica.

## Riferimenti bibliografici

- Barana A., Marchisio M. (2016), "Ten good reasons to adopt an automated formative assessment model for learning and teaching Mathematics and scientific disciplines", *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 228, pp. 608-613.
- Barana A., Brancaccio A., Esposito M., Fioravera M., Marchisio M., Pardini C., Rabellino S (2017a), "Problem solving competence developed through a virtual learning environment in a European context", in *Proceedings of the 13th International Scientific Conference "eLearning and Software for Education"*, Bucharest, vol. 1, "CAROL I" National Defence University Publishing House, Bucharest, pp. 455-463.
- Barana A., Fioravera M., Marchisio M. (2017), "Developing problem solving competences through the resolution of contextualized problems with an Advanced Computing Environment", in *Proceedings of the 3rd International Conference on Higher Education Advances (HEAd'17)*, Editorial Universitat Politècnica de València, pp. 1015-1023.
- Black P., Wiliam, D. (2009), "Developing the theory of formative assessment", *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, 21, pp. 5-31.
- Brancaccio A., Demartini C., Marchisio M., Palumbo C., Pardini C., Patrucco A., Zich R. (2015), "Problem posing and Solving: Strategic Italian Key Action to En-

- hance Teaching and Learning of Mathematics and Informatics in High School”, in *Proceedings of 2015 IEEE 39th Annual Computer Software and Applications Conference (COMPSAC)*, IEEE Computer Society Conference Publishing Services, Taichung, pp. 845-850.
- Bridges S., Chan L., Hmelo-Silver C. (2016), “Situated Learning and Educational Technologies: Theory and Practice”, in S. Bridges, L. Chan, C. Hmelo-Silver (eds.), *Educational Technologies in Medical and Health Sciences Education. Advances in Medical Education*, Springer, Cham.
- European Parliament and Council of European Union (2006), “Recommendation of the European Parliament and of the Council of 18 December 2006 on key competences for lifelong learning”, *Official Journal of the European Union*, 349, 30 December, pp. 10-18.
- Hattie J., Timperley H. (2007), “The Power of Feedback”, *Review of Educational Research*, 77, 1, pp. 81-112.
- INVALSI (2017), *Il Quadro di riferimento delle prove di Matematica del Sistema nazionale di valutazione*, <https://invalsi-areaprove.cineca.it/index.php?get=static&pag=qdr>, data di consultazione 14/11/2019.
- Lave J. (1991), “Situating Learning in Communities of Practice”, in L.B. Resnick, J.M. Levine, S.D. Teasley (eds.), *Perspectives on Socially Shared Cognition*, American Psychological Association, Washington, pp. 63-82.
- Lesh R., Leher R. (2009), “Models and Modeling Perspectives on the Development of Students and Teachers”, *Mathematical Thinking and Learning*, 5, 2-3, pp. 109-129.
- MIUR (2010a), *Indicazioni nazionali riguardanti gli obiettivi specifici di apprendimento concernenti le attività e gli insegnamenti compresi nei piani degli studi previsti per i percorsi liceali*, Roma.
- MIUR (2010b), *Istituti tecnici: linee guida per il passaggio al nuovo ordinamento*, Roma.
- MIUR (2012), *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione*, Roma.
- Palumbo C., Zich R. (2012), “Matematica e informatica: costruire le basi di una nuova didattica”, *Bricks*, 2, 4, pp. 10-19.
- Pellerey M. (2004), *Le competenze individuali e il portfolio*, La Nuova Italia Scientifica, Roma.
- World Economic Forum (2016), *The Future of Jobs. Employment, Skills and Workforce Strategy for the Fourth Industrial Revolution*, <http://reports.weforum.org/future-of-jobs-2016/>, data di consultazione 14/11/2019.