

AperTO - Archivio Istituzionale Open Access dell'Università di Torino

Kants Grundsatz der 'Antizipationen der Wahrnehmung' und seine Bedeutung für die theoretische Philosophie des Marburger Neukantianismus

This is the author's manuscript

Original Citation:

Availability:

This version is available <http://hdl.handle.net/2318/69012> since 2020-04-27T17:02:36Z

Publisher:

Königshausen und Neumann

Terms of use:

Open Access

Anyone can freely access the full text of works made available as "Open Access". Works made available under a Creative Commons license can be used according to the terms and conditions of said license. Use of all other works requires consent of the right holder (author or publisher) if not exempted from copyright protection by the applicable law.

(Article begins on next page)

Studien und Materialien zum Neukantianismus

herausgegeben von

Helmut Holzhey und Ernst Wolfgang Orth

unter Mitwirkung von

Karl-Heinz Lembeck und Peter-Ulrich Merz-Benz

Band 23

Kant im Neukantianismus

Fortschritt oder Rückschritt?

Herausgegeben von
Marion Heinz und Christian Krijnen

Königshausen & Neumann

Und an der genannten Einsicht in die unübersteigbare Grenze des Subjekt-rückgangs vermag sie qua Konvention *nichts zu ändern*.

MARCO GIOVANELLI

Kants Grundsatz der ‚Antizipationen der Wahrnehmung‘ und seine Bedeutung für die theoretische Philosophie des Marburger Neukantianismus

„In allen Erscheinungen“, so formuliert Kant in der zweiten Auflage der *Kritik der reinen Vernunft* den Grundsatz der *Antizipationen der Wahrnehmung*, „hat das Reale, was ein Gegenstand der Empfindung ist, intensive Größe, d.i. einen Grad“ (B 208).¹ In einem bereits vor mehr als zwanzig Jahren erschienenen Aufsatz wird dieser Grundsatz zu Recht als „the forgotten Principle“² – „der vergessene Grundsatz“ – bezeichnet. Vermag diese Feststellung die Lage der Kant-Forschung im zwanzigsten Jahrhundert in bezug auf dieses Thema ziemlich gut zu beschreiben, so scheint es doch zumindest merkwürdig, daß Hermann Cohen, der Begründer einer der einflußreichsten neukantianischen Schulen, die *Antizipationen der Wahrnehmung* nicht nur in den Mittelpunkt seiner Kant-Interpretation, sondern, so könnte man sagen, seiner ganzen Philosophie rückt. Die intensive Größe, die Kant im zweiten Grundsatz dem „Realen, was ein Gegenstand der Empfindung ist“ zuschreibt – so ließe sich Cohens Hauptthese zusammenfassen – sei „nichts Anderes“ (CW I, 1, 544) als die Differentialgröße der Infinitesimalrechnung. Dieser Gedanke hat zunächst zu der systematischen Gestaltung der *Logik der reinen Erkenntnis* geführt und dadurch zugleich, wie sich noch zeigen wird, die ganze Philosophie des Marburger Neukantianismus geprägt.

- 1 Abkürzungen häufig zitierter Werke: AA: I. KANT, *Kant's gesammelte Schriften*, hrsg. von der Königlichen Preussischen Akademie der Wissenschaften, Reimer, Berlin 1900; wie üblich wird mit B die zweite Auflage der *Kritik der reinen Vernunft* bezeichnet; CW: H. COHEN, *Werke*, hrsg. von H. Holzhey, Olms, Hildesheim 1977; C.G.W.: E. CASSIRER, *Gesammelte Werke*, hrsg. von B. Recki, Meiner, Hamburg 1998.
- 2 Vgl. TH. E. UEHLING, *The Forgotten Principle: Kant's Anticipation of Perception*, in G. FUNKE (Hrsg.), *Akten des 5. Internationalen Kant-Kongresses Mainz, 4.-8. April 1981*, Bouvier, Bonn 1981, S. 376ff.

Um die Bedeutung der Cohenschen Interpretation besser begreifen zu können, sollte vorerst zu bestimmen versucht werden, was er unter der Identifizierung von „Intensivem“ und „Infinitesimalem“ versteht. Zu diesem Zweck soll im folgenden die Cohensche Auffassung der Infinitesimalmethode, wie sie vor allem in der 1883 erschienenen Schrift *Das Prinzip der Infinitesimal-Methode und seine Geschichte* zu finden ist, betrachtet werden. Die Obskurität dieses Buches wurde wiederholt von seinen Lesern betont und die von Cohen dort aufgezeigten theoretischen Folgerungen wurden Gegenstand scharfer Kritik (nicht nur von seiten Bertrand Russells,³ Gottlob Freges⁴ und Georg Cantors,⁵ sondern auch von seiten mehrerer Freunde und Schüler Cohens; wie etwa August Stadler und Ferdinand August Müller),⁶ zugleich aber auch leidenschaftlicher Verteidigungen von seiten der wichtigsten Vertreter der Marburger Schule (man denke lediglich an die Polemik, die Ernst Cassirer und Leonard Nelson entfachten).⁷

Die Bedeutung der gegen die Cohensche Auffassung der Infinitesimalmethode erhobenen Einwände läßt sich einfach zusammenfassen: indem er „unendlichkleine“ und „intensive“ Größe, „Grund und Ursprung des Extensiven“, (CW I, 1, 758) miteinander identifizierte, habe Cohen eine realistische Konzeption des Infinitesimalbegriffs entwickelt. Er habe die unend-

3 B. RUSSELL, *The Principles of Mathematics*, Cambridge University Press, Cambridge 1903, S. 304; 316-24.

4 G. FREGE, Rez. zu: H. Cohen, *Das Prinzip der Infinitesimal-Methode und seine Geschichte* in: Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik, LXXXVII (1885), S. 324-9; Neudruck in Ders., *Kleine Schriften*, hrsg. von I. Angelelli, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt 1967, S. 99-102.

5 G. CANTOR, Rez. zu: H. Cohen, *Das Prinzip der Infinitesimal-Methode und seine Geschichte* in: Deutsche Literaturzeitung V (1884), S. 266-8.

6 Vgl. die These August Stadlers: „wer die intensive Größe als solche mit dem Differential entsprechen läßt“, verwechselt „die Form mit dem Inhalt“. (A. STADLER, *Kants Theorie der Materie*, Hirzel, Leipzig 1883, S. 40). Auch Ferdinand August Müller betont in *Das Problem der Continuität in Mathematik und Mechanik*, daß Cohen fehlerhaft versuche, „einem Etwas, das, wie das Differential, nicht reales Object sondern nur das Zeichen für die Position eines Inhalts ohne Umfang ist, Größe und zwar intensive Größe beizulegen“, (F. A. MÜLLER, *Das Problem der Continuität in Mathematik und Mechanik: historische und systematische Beiträge*, Elwert, Marburg 1886, S. 96, FN).

7 Vgl. L. NELSON, Rez. zu H. Cohen, *Logik der reinen Erkenntnis* in Göttingische Gelehrte Anzeigen, CLXVII (1905), S. 610-30; Neudruck in: L. NELSON, *Gesammelte Schriften*, Bd. II, Meiner, Hamburg 1973, S. 3-27; Vgl. auch die Antwort Cassirers in E. CASSIRER, *Der kritische Idealismus und die Philosophie des „gesunden Menschenverstandes“*, in Philosophische Arbeiten, hrsg. von H. Cohen und S. Natort, Band 1, Heft 1, Gießen, Töpelmann, 1906; Neudruck in CGW IX, S. 3-36.

lichkleinen Größen als tatsächlich existierende Entitäten verstanden, aus denen die endlichen Größen durch eine stetige Summe unendlich vieler unendlichkleiner Elemente entstehen. Eine Konzeption, die – wie man es mit den Worten des oben erwähnten Ferdinand August Müller formulieren könnte – eine „vollständige Verkenning der Bedeutung der Grenzmethode“⁸ darstellt. Leonard Nelson hat in seiner Rezension der *Logik der reinen Erkenntnis* den Kern dieser Kritiken exemplarisch dargestellt: „Die Arbeiten von Cauchy, Weierstrass und ihren Schülern haben einwandfrei gezeigt, dass im gesamten Gebiet der Analysis dem so genannten Unendlichkleinen keine mathematisch genau definierbare Bedeutung zukommt und dass man es in ihr niemals mit wirklich existierenden unendlich kleinen Größen in irgend einem mystischen Sinne zu tun hat“.⁹ Cohen habe demgegenüber zu beweisen versucht „dass dem Unendlichkleinen nicht nur eine selbständige Bedeutung und Existenz zukommen soll, sondern dass in ihm sogar das Ursprungs- und Erzeugungsprinzip für das Endliche liegt“.¹⁰

Um das Verhältnis zu verstehen, das Cohen zufolge zwischen den Prinzipien der Infinitesimalmethode und dem Grundsatz der *Antizipationen der Wahrnehmung*, d.h. zwischen der unendlichkleinen und der intensiven Größe besteht, muß man zuerst erklären, weshalb – obwohl die Analyse zu einer vollständigen und scheinbar definitiven Ablehnung des Infinitesimalbegriffs dadurch gelangt war, daß sie ihn durch einen Grenzenkalkül ersetzte – Cohen die historische und systematische Bedeutung der Einführung der unendlich kleinen Größen betonen wollte.

Um diese Erkenntnis klar beschreiben zu können, ist die Beziehung zu berücksichtigen, die für Cohen zwischen den beiden verschiedenen Grundrichtungen, in die sich die Auffassung der Infinitesimalrechnung aufgespalten hat, besteht. „Die Grenzmethode“ – schreibt Cohen in der *Logik der reinen Erkenntnis* – „mag noch so sehr für die Kontrolle der Rechnung nützlich und notwendig sein; die Entdeckung der Methode aber lag nicht nur in ihr, sondern in ihrem Widerspiel, in dem Gegensatz zu ihr. Dieser Gegensatz liegt in der Behauptung und Festlegung dessen, was endlich nicht bestimmbar sei, und dennoch, und gerade deshalb den Grund des Endlichen vertreten könne. Dies ist der neue Gedanke. Und in ihm werden Mathematik und Naturwissenschaft vereinbart“. (CW VI, 135) Dieser Pas-

8 F. A. MÜLLER, *Das Problem der Continuität in Mathematik und Mechanik: historische und systematische Beiträge*, S. 96, FN.

9 NELSON, Rez. zu H. Cohen, *Logik der reinen Erkenntnis*, S. 617.

10 Ebd.

sus scheint die gesamte, der Cohenschen Forschung über den Begriff des Unendlichkleinen zugrundeliegende Problemstellung angemessen zusammenzufassen. Einerseits wird die mathematische Legitimität der Grenzmethode (nach der das sogenannte „Differential“ keine echte Größe ist, sondern nur die „Grenze“ einer endlichen Differenz)¹¹ für die innere mathematische Rechtfertigung der Infinitesimalrechnung anerkannt. Andererseits wird zugleich angedeutet, daß die *Entdeckung* der Infinitesimalmethode mit Hilfe des entgegengesetzten Verfahrens, nach dem die endliche Größe das Ergebnis eines Erzeugungsprozesses ist, das von dem Unendlichkleinen ausgeht, erfolgte. Jenes sollte daher in dieser Hinsicht als „Ursprung“ und nicht nur als „Grenze“ des Endlichen betrachtet werden. (vgl. CW V, 1, 31f.)

Cohen scheint also zu behaupten, daß die philosophische bzw. ‚erkenntniskritische‘ Bedeutung der Infinitesimalmethode aufgezeigt werden kann, wenn man die Geschichte ihrer Entdeckung rekonstruiert: „Nachdem die Entdeckung vollzogen und bestimmt war, sind die Versuche auch bei den Entdeckern selbst verständlich, dieselbe durch die [...] Methode der Grenze zu behaupten und zu schützen“ (CW V, 1, 88). Erst „durch Vergegenwärtigung der wissenschaftlichen Verhältnisse, welche zur Entdeckung des Infinitesimalbegriffs geführt haben“, „eröffnen [wir] uns am sichersten das Verständnis seiner erkenntniskritischen Bedeutung“ (CW V, 1, 11), d.h. seiner Fähigkeit, Mathematik und mathematische Naturwissenschaft zu vereinigen. Für Cohen ist demzufolge „klar und einleuchtend, dass zur Entdeckung des Gedankens die erkenntniskritische Beleuchtung gehörte“. (CW V, 1, 88)

Warum aber schreibt Cohen der eigentlich äußerlichen und scheinbar zufälligen Frage nach der Entdeckung eines Begriffs so große Bedeutung und Relevanz zu? Wieso sollte eine historische oder schlicht psychologische Tatsache eine erkenntniskritische Bedeutung haben? Eine strenge Trennung von dem, was als „Entdeckungskontext“ und „Rechtfertigungskontext“ bezeichnet werden könnte, scheint zunächst insofern mit der Konzeption Cohens übereinzustimmen, als sie jede Verwicklung von Psychologie und Erkenntnistheorie vermeidet. Zugleich aber geht damit auch die komplexe Beziehung verloren, die der Cohenschen und der Marburger Auffassung der Transzendentalmethode zufolge zwischen der reinen Erkenntnistheorie und

der konkreten Entwicklungsgeschichte des wissenschaftlichen Denkens besteht. Cohen betont nämlich immer wieder die Notwendigkeit, die historische Entwicklung eines Begriffes mit seiner systematischen Rechtfertigung in Verbindung zu bringen: „Nirgends ist es mir zu sehr Bedürfnis gewesen, und nirgends auch so unmittelbar nützlich erschienen, zugleich mit der Durchführung eines systematisch entscheidenden Gedankens seine geschichtliche Entwicklung zu verfolgen“. (CW V, 1, III) Mit anderen Worten versucht *Das Prinzip der Infinitesimal-Methode* eine „systematische Aufgabe historisch anzufassen“. (CW V, 1, 11) Cohen zufolge kann die eigentliche Bedeutung der Infinitesimalmethode erst dargestellt werden, wenn eine systematische Definition des historisch entstandenen Problems erreicht wurde.

So wird etwa in der Geschichte der Formulierung der Stoßgesetze, d.h. in den Versuchen das, was sich in dem Stoß erhält, genau zu bestimmen, möglich, die eigentliche Bedeutung der Kategorie der Substanz und des entsprechenden Grundsatzes ihrer Beharrlichkeit zu bestimmen. Analog dazu – so könnte man Cohens These zusammenfassen – war die Entdeckung der Infinitesimalmethode eine Folge des von Kant durch die Kategorie der Realität und ihre Formulierung als synthetischem Grundsatz in den *Antizipationen der Wahrnehmung* (obgleich noch auf unpräzise Weise) aufgezeigten Problems. Und umgekehrt ließe sich die eigentliche Bedeutung der Realitätskategorie und der *Antizipationen der Wahrnehmung* als solche erst dann begreifen, wenn diese als Ausdruck einer unvermeidbaren Frage der Geschichte des wissenschaftlichen Denkens anerkannt werden.

In dieser Auffassung des Problems steckt freilich der Sinn der transzendentalen Bedeutung des *a priori*, insofern die apriorischen Voraussetzungen unserer Naturerkenntnis „kein auf einmal vom Himmel gefallener Gesetzkodex“¹² sind. Sie zeichnen sich nicht durch eine innere Allgemeinheit und Notwendigkeit aus, die als eine nicht weiter erklärbare metaphysische Eigenschaft derselben betrachtet werden sollte. Vielmehr müssen sie sich in dem „geschichtlich wirklich gewordenen“ *Faktum* der mathematischen Naturwissenschaft, wie es in „gedruckten Büchern gegeben“ (CW II, 33) wird, als notwendige und allgemeine Bedingungen seiner Möglichkeit darstellen. Aus dieser Perspektive versuchen die historischen Arbeiten der Marburger (von

11 Für die Cohensche Auffassung der Grenzmethode vgl. P. SCHULTESS, *Einleitung zu: Das Prinzip der Infinitesimal-Methode und seine Geschichte*, in CW V, 1, 17*-21*.

12 P. NATORP, *Kant und die Marburger Schule*, in: Kant Studien XVII (1912), S. 194 (Neudruck in W. FLACH, H. HOLZHEY (Hrsg.), *Erkenntnistheorie und Logik im Neukantianismus*, Hildesheim, Gerstenberg 1980.

den Schriften Paul Natorps über die „Vorgeschichte“ des Kritizismus¹³ bis zu Cassirers *Das Erkenntnisproblem in der Philosophie und Wissenschaft der neueren Zeit*¹⁴ eine unauflösbare Verknüpfung zwischen systematischen und geschichtlichen Aspekten zu schaffen, indem sie „die Geschichte der philosophischen Theorie der Erkenntnis mit der Geschichte der wissenschaftlichen Erkenntnis“ verknüpfen.¹⁵ Die Schwierigkeit scheint eher folgenden Cohenschen Gedanken zu betreffen: Einerseits muß die Bedeutung der kantischen Kategorie der Realität als Forschungshypothese im Rahmen einer Rekonstruktion der Geschichte der Infinitesimalmethode vorausgesetzt werden. Andererseits kann aber die genaue Bedeutung dieser Kategorie und des Grundsatzes der *Antizipationen der Wahrnehmung* nur in der Geschichte der Naturwissenschaft selbst gegeben sein.

Es ist bekannt, daß die Bedeutung der „Kategorie“ der Realität im Gegensatz zur umgangssprachlichen Bedeutung des Wortes, mit der Existenz oder Wirklichkeit nichts zu tun hat. Es ist dennoch ein großer Verdienst Cohens, diese Bedeutung der Realitätskategorie wieder klar festgehalten zu haben („Das Reale ist an sich nicht wirklich“ [CW I, 1, 620]). Man denke nur daran, daß ein berühmter Kantinterpret wie Friederich Paulsen „Realität“ und „Negation“ mit „Wirklichkeit“ und „Unwirklichkeit“¹⁶ übersetzt. Die „realitas“ ist, wie die Etymologie des Wortes besagt, für Kant wie für die philosophische Debatte in seiner Zeit, das was eine „res“ (d.h. eine Sache oder ein Ding) als solche bestimmt (Kant umschreibt deshalb Realität gelegentlich mit „Sachheit“ oder „Dingheit“). Die Realität ist also diejenige Bestimmung, die ein Etwas als Etwas charakterisiert, seine „Etwasheit“ oder die Qualität, die etwas gegenüber etwas anderem auszeichnet oder „abgrenzt“. In den *Antizipationen der Wahrnehmung* wird die reine Realitätskategorie zur „*realitas phaenomenon*“, zu jener Realität, die als „das, was einer Empfindung überhaupt correspondirt“ (B 182) definiert wird. Die „Realität“ bezeichnet hier den „qualitativ“ bestimmten Inhalt, der den leeren Raum-

und Zeitstellen gegenübersteht, die infolge der durchgängigen Homogenität des reinen Raumes und der reinen Zeit völlig gleichartig und daher als solche ununterscheidbar sind. Das „Reale der Empfindung“ (B 207) ist nämlich das, was jenseits der Ausdehnung die bestimmte „Qualität“, die sich ausdehnt oder – anders gesagt – „die Materie (das Physische)“ (B 751), gegenüber dem, was nur mathematisch oder geometrisch in Raum und Zeit darstellbar ist, definiert. Wenn die „Form“ der Erscheinung, Raum und Zeit als „reine Anschauungen“ extensive Größen sind, läßt sich *a priori* behaupten (d.h. „Anticipieren“¹⁷), daß der nur in der Empfindung gegebene Inhalt, nämlich „das Reale in der Erscheinung“ (B 210; B 230), eine intensive Größe hat, d.h. eine Größe, die nicht von der Ausdehnung abhängt und demzufolge „in einem Punkte und in einem Augenblicke eben so groß als in jedem noch so großen Raume oder Zeit“ (AA IV, 309, FN) sein kann.

Das von Kant hier gestellte, die Bestimmung des Überganges von den leeren undifferenzierten Formen zu ihrem qualitativ differenzierten Inhalt bzw. von dem reinen mathematisch-geometrischen zu dem realphysikalischen Objekt betreffende Problem scheint nur in der Empfindung begründet zu sein. Es beruht auf der bloßen Tatsache, daß Raum und Zeit „an sich gar nicht wahrgenommen werden“ (B 207) können, das sie erfüllende Reale im Gegensatz dazu aber einen größeren oder kleineren „Grad des Einflusses auf den Sinn“ (B 208) ausüben kann. Was Kant hier scheinbar nur „psychologisch“ bestimmt, läßt sich Cohen zufolge „erkenntnis-kritisch“ fassen, wenn man statt der nur „subjektiven“ Gegnerschaft zwischen der „reinen Anschauung“ und der „Empfindung“, den „objektiven“ Konflikt zwischen den logischen Anforderungen der diskreten Zahl und der stetigen Naturvorgänge in Betracht zieht. Vermag die Zahl nur endliche extensive Differenzen zwischen Raum- oder Zeitgrößen zu bestimmen, so verlangt doch jede Veränderung in der Natur, daß in Raum- oder Zeitstrecken gleicher Extension noch Größenwerte anderer Art unterschieden werden:

„In Raum und Zeit allein sind die sogenannten Dinge günstigsten Falls nur als mathematische Körper gegeben. Die Zahl, die diese zählt, würde daher zwar ein solchen Idealgestalten gewachsener Maßstab sein; aber so wie jene mathematischen Gestalten nicht als physische Objekte gegeben wären, so würde die Zahl nur eine fictive wissenschaftliche Größe sein, correlativ zu jenem idealen Din-

13 Vgl. P. NATORP, *Leibniz und der Materialismus*, aus dem Nachlaß hrsg. von H. Holzhey, in: *Studia Leibniziana* XVII (1985), S. 3-14; DERS., *Galilei als Philosoph. Eine Skizze*, in: *Philosophische Monatshefte*, XVIII 1882, S. 193-229; DERS., *Descartes' Erkenntnistheorie. Eine Studie zur Vorgeschichte des Kritizismus*, Marburg, Elwert, 1882.

14 E. CASSIRER, *Das Erkenntnisproblem in der Philosophie und Wissenschaft der neueren Zeit*, B. Cassirer, Berlin 1906-1957, 4 Bde; Neudruck in *CGW II-V*.

15 P. NATORP, *Descartes' Erkenntnistheorie. Eine Studie zur Vorgeschichte des Kritizismus*, S. 162.

16 F. PAULSEN, *Immanuel Kant: sein Leben und seine Lehre. Mit Bildnis und einem Briefe Kants aus dem Jahre 1792*, Frommann, Stuttgart 1924, S. 180f.

17 „Man kann alle Erkenntniß, wodurch ich dasjenige, was zur empirischen Erkenntniß gehört, *a priori* erkennen und bestimmen kann, eine Anticipation nennen.“ (B 207)

gen die als Größe der reinen Anschauung gemessen werden. Wenn aber die geometrischen Körper physische werden sollen, diese fernere Bedeutung vermag die antike Zahl selbst nicht zu gewährleisten“ (C V, 1, 22)

Das Problem der Realität scheint hier eine objektive, nicht mehr durch bloß psychologische Betrachtungen verwickelte Bestimmung zu erhalten. Es besteht nämlich nicht in der Erfüllung der reinen Anschauung durch *a posteriori* gegebene Empfindungsqualitäten, sondern in dem Übergang von der Geometrie und Mathematik zu jener „Wissenschaft, welche sich mit der letzten Instruction für diese materielle Bedeutung der Dinge beschäftigt, welche die geometrischen Körper zu physischen ausrechnet“ d.h. der „Mechanik“ (CW V, 1, 22). Es betrifft den Übergang von der rein geometrischen Bedeutung der Bewegung als bloßer Folge von Raumstellen in der Zeit zur physischen Bedeutung derselben, der zufolge in jedem Augenblick und in jedem Punkt noch verschiedene Geschwindigkeiten zu unterscheiden sind. Da die diskrete Zahl für die Definition dieser verschiedenen Werte nicht hinreicht, bedarf es einer „neuen Größenart“. Deren Entdeckung erfolgte also zum Zwecke der Lösung des von Kant als „Realitätsproblem“ bezeichneten Problems.

Die Bewegung eines Körpers in der Zeit kann in Teile (d.h. Zeitstrecken) von willkürlicher „extensiver“ Größe, in denen der Körper einen bestimmten Raum durchquert, d.h. eine gewisse Geschwindigkeit hat, zergliedert werden. Wenn der Körper sich geradlinig und gleichförmig bewegt, ist seine Geschwindigkeit in einer Zeitstrecke für eine gewisse Dauer mit der Geschwindigkeit identisch, die er in jedem unausgedehnten Augenblick hat. Sobald man aber ein komplizierteres Beispiel, etwa die Fallbewegung, bei dem der Körper sich in derselben Zeitstrecke zunächst sehr langsam, daraufhin aber immer schneller bewegt, betrachtet, ist diese Auffassung der Geschwindigkeit nicht mehr ausreichend, um die Bewegung selbst genau zu beschreiben. Eine gradlinige und gleichförmige Bewegung und eine beschleunigte Bewegung mit gleicher Durchschnittsgeschwindigkeit wären nämlich völlig ununterscheidbar. Die Geschwindigkeit eines bewegten Körpers müssen wir uns als in der ungleichförmigen Bewegung von Zeitmoment zu Zeitmoment veränderlich vorstellen, ohne dabei aufzuhören, sie in jedem unteilbaren Zeitpunkt als Geschwindigkeit aufzufassen und ihr, im Hinblick auf andere Geschwindigkeiten, ein bestimmtes Maß zuzuschreiben. „Die Geschwindigkeit – schreibt Cohen – ist einfach der Zeit proportional zu setzen, da sie die Gleichartige, nämlich extensive Anwen-

derung der Zeit auf den Raum bedeutet. [...] Die Geschwindigkeit kann man also anfänglich noch in sinnlicher Naivität vorstellen, als ein Attribut der Zeit am Raume. [...] Bei der Beschleunigung dagegen ist die Erfassung des Infinitesimalen von vornherein nicht zu umgehen“ (C V, 1, 49) Hier genügt es nicht mehr, endliche „extensive“ Differenzen anzunehmen. Es muß zugleich behauptet werden, daß zu jedem Zeitpunkt, in dem keine eigentliche Ortsveränderung, d.h. keine Bewegung stattfinden kann, die Geschwindigkeit noch definierbar sei. Um dieses Problem zu lösen, wurde Cohens Meinung zufolge der Infinitesimalbegriff eingeführt. Der Differentialbegriff ist im letzten Grunde „aus dem Quell und Princip der mechanischen Probleme“ (C V, 1, 22f.) entsprungen. Indem wir nämlich „zeigen – schreibt weiter Cohen –, dass in den Fallgesetzen der infinitesimalen Gedanken sich schöpferisch erwiesen hat, so bewähren wir denselben als einen mechanischen Grundbegriff“ (C V, 1, 47). Die neue Analysis des Unendlichen geht also historisch und systematisch auf die Probleme der Dynamik zurück. „Die Macht dieses Gedankens zeigt sich in dem Prinzip der Beharrung“ (CW V, 1, 49), in dem „Princip der Trägheit“: „Die geradlinige Fortsetzung der Bewegung ist nichts anders als die infinitesimale Voraussetzung“ (CW V, 1, 50), um zu jedem Zeitpunkt noch die Geschwindigkeit bestimmen zu können, mit welcher die Bewegung des Körpers fortginge, würde sie nicht durch Kräfte gezwungen, ihren Zustand zu ändern. In seinen Versuchen, die Begriffe Geschwindigkeit und Beschleunigung zu definieren, entdeckte Galilei jenes neue Verfahren, das die spätere Methodik der „Analysis des Unendlichen“ bereits im Keim enthält. In Ausdrücken wie „L'Impeto, il talento, l'energia, il momento del discendere; il momento e la propensione al moto“ wird dieser Begriff gewiß „nur sinnlich [...] beschrieben“ und „nicht begrifflich fixiert“; aber dennoch kann man schon hier „das Desiderat dieses Epoche machenden Gedankens“ (CW V, 1, 51) klar erkennen. Es ist das Problem, das die Analysis des Unendlichen lösen sollte, um eine Bewegungslehre möglich zu machen. „Das neue bei Galilei ist die Voraussetzung, die Vorwegnahme desjenigen Begriffs, der erst später zur Entdeckung kommen sollte: in den Konzeptionen Galileis ist der Differential-Begriff bereits enthalten und in schöpferischer Wirksamkeit“ (CW V, 2, 70).

Wir stehen hier vor einer radikalen Wende in der Geschichte der Wissenschaft: die Bewegung ist kein *Verwandlungsprozeß* mehr, sondern genau wie die Ruhe, ein *Zustand*. Die geometrische Ortsveränderung in der Zeit charakterisiert nicht die Bewegung als solche, da diese mit der Ruhe völlig

gleichbedeutend ist. Wenn ein Körper sich gleichförmig bewegt, bleiben seine Zustände identisch und in jedem unteilbaren „Jetzt“, da ihm immer nur eine einzige, eindeutig bestimmte und unteilbare „Lage“ zukommt, ist die Bewegung von der Ruhe ununterscheidbar. Nur wenn in der perfekten Uniformität der Zeit „Niveaudifferenzen“ erkennbar sind, so daß verschiedene Bewegungszustände für Zeitteilchen derselben Dauer vergleichbar werden, ist es möglich, das eigentlich „Reale“ der Bewegung, das sich in der Zeitdauer gleichförmig oder ungleichförmig zu verbreiten vermag, zu erfassen:

„Denn genau genommen – so hat Leibniz in dem Specimen Dynamicum dieses Problem klar ausgesprochen – hat die Bewegung so wenig wie die Zeit, jemals ein eigentliches „Dasein“, da sie keine koexistierenden Teile besitzt, folglich niemals als Ganze existiert. Und so liegt in ihr selbst nichts Reales, außer der Realität des momentanen Zustandes. [...] Hierin ist all das befaßt, was außer dem Objekt der Geometrie oder der Ausdehnung in der materiellen Natur vorhanden ist“.¹⁸

Um die Bewegung nicht nur als phoronomische Ortsveränderung, sondern als physikalisches Objekt zu definieren, brauchen wir etwas, das „zur bloßen Ausdehnung hinzukommt, ja ihr vorangeht [*praeter extensionem, imo extensione prius*]“¹⁹, etwas, das in jedem Augenblick, in dem keine Ortsveränderung und damit keine Bewegung stattfindet, noch die ‚Tendenz‘ der Bewegung, seinen Zustand zu erhalten ausdrücken kann. Das Problem dieser ‚intensiven‘ Dimension, die der physikalischen Bewegung zuzuschreiben ist, soll von der Infinitesimalanalysis gelöst werden. In diesem mechanischen „Motiv – schreibt Cohen – entspricht das Differential einem reinen Grundbegriffe des reinen Denkens, der Kategorie der Realität“ (CW, V, 1, 23)

Cohen scheint nicht immer mathematische und physikalische Aspekte des Problems klar zu unterscheiden und manchmal auch das Differential als solches mit der intensiven Realität zu identifizieren. Verfolgt man die ‚Wirkungsgeschichte‘ von *Das Prinzip der Infinitesimal-Methode* in der Marburger Schule, bemerkt man, daß der Kern der Cohenschen Auffassung immer deutlicher hervortritt. Kurd Lasswitz gelingt in seiner *Geschichte der Atomistik* (1894) eine besonders klare Darstellung des Problems:

18 G. W. LEIBNIZ, *Hauptschriften zur Grundlegung der Philosophie*, hrsg. von E. Cassirer, Meiner, Hamburg 1996, Bd. I, S. 258f.

19 Ebd.

„So lange die Bewegung rein phoronomisch ist, muss die Abstraktion von dem Verlaufe in der Zeit [...] den Begriff der Bewegung zerstören. Der fliegende Pfeil ruht in jedem Punkt seiner Bahn. Die phoronomische Bewegung bedeutet, dass die Lage eines Körpers relativ zur Lage anderer Körper im Verlaufe der Zeit sich ändert, sie schließt also den Zeitverlauf an sich selbst. Indem man den Zeitverlauf aufhebt und eine bestimmten Zeitpunkt fixiert, hebt man den Begriff der Bewegung zugleich auf. Es scheint daher, als sei diese Abstraktion nicht statthaft und dennoch unvermeidlich. Aber: „Nehmt alles fort – schreibt Lasswitz weiter – was die Lageveränderung definiert; im bewegtem Körper bleibt noch ein Etwas, eine Realität, die von der Zeit unabhängig ist, das Intensive der Bewegung“.²⁰

Eine solche ‚Qualität der Bewegung‘ „als Größe aufgefaßt“ ist „keine endliche Größe, sondern der Beginn einer solchen und wird [...] als unendlich kleine Größe bezeichnet [...] Darum war die Schöpfung der Dynamik die Vorbedingung zur Erfindung der Differenzialrechnung“²¹. Die Verbindung von intensiver und unendlichkleiner Größe in dem Realitätsbegriff stellt sich hier ganz deutlich als ein nur physikalisches Problem dar, als Problem, das Reale der Bewegung zu definieren:

„Das Reale der Bewegung – schreibt Paul Natorp in *Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften* (1910) – ist zu definieren in einem solchen Etwas, das, obgleich stetiger Veränderung unterliegen, ja nur in dieser Veränderlichkeit selbst bestehend, dennoch und gerade so in der Substanz dieser Veränderlichkeit sich identisch erhalte“.²²

Was die Bewegung als solche definiert ist nicht „die zu bestimmter Zeit gegebene Ortsbeziehung [...] beweglicher Elemente, sondern ihr Bewegungszustand selbst“, der „sich zu erhalten strebe“²³ d.h. jene ‚Bewegungstendenz‘, die „ohne Rücksicht auf solche Umstände, die anderswoher modifizierend hinzutreten, eine geradlinige und gleichförmige Bewegung bestimmen würde“.²⁴ Man müßte daher behaupten, „dass die Änderung des

20 K. LASSWITZ, *Geschichte der Atomistik*, Voss, Hamburg-Leipzig 1890, 2. Bd., S. 5f.

21 A.a.O., S. 7.

22 P. NATORP, *Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften*, Teubner, Leipzig 1910, S. 356.

23 A.a.O., S. 357.

24 A.a.O., S. 367.

Zustandes eines Realen allein [als] die Geschwindigkeitsänderung, nicht die Ortsveränderung zu denken sei“.²⁵

Der Grundgedanke der Cohenschen Konzeption scheint in diesen verschiedenen Darstellungen immer deutlicher erkennbar zu werden. Zugleich wird hier aber auch klar, inwiefern diese Auffassung des „Realitätsproblems“ tatsächlich der Kantischen Position entspricht:

„Man merke wohl – so eine Fußnote im Rahmen des Beweises der zweiten Analogien der Erfahrung, in der Kant den Begriff der „Veränderung“ zu definieren versucht – daß ich nicht von der Veränderung gewisser Relationen überhaupt, sondern von Veränderung des Zustandes rede. Daher wenn ein Körper sich gleichförmig bewegt, so verändert er seinen Zustand (der Bewegung) gar nicht; aber wohl, wenn seine Bewegung zu- oder abnimmt“. (B 252, FN)

Die Geschwindigkeitsveränderung allein kann also als eine echte Veränderung betrachtet werden, in der „der zweite Zustand als Realität (in der Erscheinung) vom ersteren, darin diese nicht war“ (B 253; meine Hervorhebung) unterschieden ist. Eine solche „Veränderung – so Kant weiter – ist also nur durch eine kontinuierliche Handlung der Causalität möglich, welche, so fern sie gleichförmig ist, ein *Moment* heißt“. (B 254). Der kantische Begriff des ‚Moments‘ scheint somit jenen „Bewegungszustand“ anzudeuten, der für jedes beliebig kleine Zeitteilchen als gleichförmig betrachtet werden muß und der die „Wirkungsfähigkeit“ des bewegten Körpers darstellt. Man muß dieses Moment „nicht schon selbst als Geschwindigkeit betrachten, sondern bloß als das *Bestreben*, einem Körper eine gewisse Geschwindigkeit mitzutheilen; nicht als extensive, sondern als intensive Größe, die aber den Grund der extensiven Größe enthält“ (AA XIV, 496; *Refl.* 67; meine Hervorhebung). In dieser intensiven „Tendenz“, die Kant als „Moment“ bezeichnet, ist das eigentlich „Reale“ der Bewegung zu suchen:

„Wenn man diese Realität als Ursache (es sei der Empfindung, oder anderer Realität in der Erscheinung, z.B. einer Veränderung) betrachtet so nennt man den Grad der Realität als Ursache ein *Moment*, z.B. das Moment der Schwere, und zwar darum, weil der Grad nur die Größe bezeichnet, deren Apprehension nicht successiv, sondern augenblicklich ist“. (B 210; meine Hervorhebung).

25 A.a.O., S. 359.

In eben dieser Verknüpfung von Realität, intensiver und unendlichkleiner Größe, die der kantische Momentbegriff auszudrücken scheint, glaubte Cohen das Grundmotiv der Entdeckung der „Infinitesimal-Methode“ gefunden zu haben. Das „Differential“ muß also als Endpunkt einer langen Tradition von Versuchen, etwas zu bestimmen, das durch diskrete, endliche Differenzen nicht definierbar war, betrachtet werden. Galilei spricht in diesem Zusammenhang von *momento* oder *impeto*, Leibniz gebraucht Ausdrücke wie *conatus*, *impetus*, *nisus* und Newton bezeichnet es als *Moment* usw. Die infinitesimale Größe muß nicht als ein wirklicher „aktueller“ Bestandteil der endlichen extensiven Größen, als ob sie aus unendlich kleinen Partikeln zusammengesetzt wäre, betrachtet werden. Sie stellt vielmehr „eine andere Größenart“ dar, die die Größe der „Realität“ oder der „Qualität, die sich ausdehnt“ gegenüber der Ausdehnungsgröße definiert. Es ist die Größe, die in jedem unausgedehnten Augenblick noch die Tendenz der Bewegung, in ihrem Zustand zu beharren und damit ihre physikalische Wirkungsfähigkeit jenseits der rein geometrischen Ortsveränderung definieren kann: „um die Dinge als physische Körper, als reale Gegenstände zu bestätigen, dazu bedurfte es infinitesimaler Zählung“. (C V, 1, 22) In der Einführung des Infinitesimalbegriffs zum Zwecke der Definierbarkeit der physischen Dimension der Bewegung liegen der „Sinn der Realität und das Geheimnis des Differentialsbegriffs“ (C V, 1, 22). Das Differential wird erkenntnistheoretisch begründet, indem seine Entdeckung als Lösung des auch von Kant in der Verbindung von Realität und intensiver Größe gestellten, in den *Antizipationen der Wahrnehmung* aufgezeigten Problems dargestellt wird. Zugleich kann man auch das kantische Realitätsproblem genauer verstehen, wenn man die Geschichte der Entdeckung des Infinitesimalbegriffs rekonstruiert: „Der Mangel der erkenntnistheoretischen Bedeutung des Differentialsbegriffs ist zugleich der Grund für die Lücke, die der Grundbegriff der Realität in den Reihen der Kategorien bildet“. (CW V, 1, 26)

Die immer genauere Bestimmung des Cohenschen Grundgedankens in der Geschichte seiner Rezeption in der Marburger Schule zeigt aber zugleich, daß jede „Gleichwertigkeit des Differentialen und Intensiven“ (CW V, 1, 15), von der Cohen manchmal ohne weitere Präzisierungen spricht, im Grunde genommen unhaltbar ist. Es ist z.B. kein Zufall, daß Ernst Cassirer in dem Kapitel über die Infinitesimalrechnung in *Leibniz' System in seinen wissenschaftlichen Grundlagen* niemals das Wort „intensiv“ benutzt, das nur in dem Kapitel über die Dynamik Leibniz' eine Rolle spielt. Dort nämlich tritt das erwähnte Problem, die „Realität“ der Bewegung in der Zer-

streuung ihrer Teile in der Zeit festzuhalten wieder auf: „Diese Leistung der Infinitesimalen – schreibt Cassirer – und ihr Wert für das Realitätsproblem entwickeln sich vollständig erst in der Logik des Kraftbegriffs“. (CGW I, 258) Cohens Idee konnte damit zwar wiederaufgenommen und präzisiert werden, wurde zugleich aber im Grunde genommen in etwas ganz anders verwandelt.

Im *Erkenntnisproblem* scheint Cassirer vorerst mit Cohen übereinzustimmen, wenn er in bezug auf Galilei schreibt „dass der Begriff des Unendlichen, der, auf das räumliche Kontinuum allein bezogen, mit inneren Schwierigkeiten behaftet bleibt, seine erste Klärung und Fixierung im Begriff der Geschwindigkeit gefunden hat“. Dieser Idee liegt hier allerdings eine völlig andere Konzeption zugrunde:

„Nicht das Differential des Raumes, ja auch nicht das der Zeit vermochte von sich allein aus den Weg zu weisen: Der Begriff des Differentialquotienten bildete den geschichtlichen und logischen Ausgangspunkt. Die Funktionalgleichung bietet – auf ihren reinsten und prägnantesten Ausdruck gebracht – zugleich den sichersten und ‚substantiellsten‘ Untergrund, den das wissenschaftliche Denken für den Aufbau der Größe zu bieten vermag“. (CGW II, 357)

Betrachten wir zwei Wertefolgen veränderlicher Größe, die durch ein Gesetz miteinander verbunden sind, so darf die zwischen den Reihengliedern bestehende Beziehung nicht aufgehoben werden, wenn wir von ihnen auf die Grenzen beider Reihen übergehen. Also ist nicht das „Differential“ als solches, sondern „der Differentialquotient [...] der mathematische Ausdruck für die Selbständigkeit und Ursprünglichkeit der Relation gegenüber dem Einzelgebilde, das aus ihr gewonnen wird“. In dem Differentialquotienten wird nämlich deutlich erkennbar, daß „die Aufhebung der Quantität [...] somit den Inbegriff qualitativer Beziehungen fortbestehen“ (CGW I, 161) läßt.

Analog dazu betont Natorp bereits in dem 1891 erschienenen Aufsatz *Quantität und Qualität*, daß es in der Infinitesimalrechnung nie um „eine isolierte Größe geht, sondern [um] zwei in konstanter Beziehung zueinander stehenden Größen“. „Der rechtfertigende Grund“ der Rechnung besteht nämlich darin, daß „die Beziehung zwischen der Änderung beider Größen (die Function) der Substanz nach unverändert bleibt und nur einen anderen Ausdruck annimmt, wenn man gleichzeitig beiderseits die Differenzen der Null sich ohne Grenze nähern läßt. Man geht daher stets von Differential-

quotienten aus [...]; das Differential bedarf dann gar nicht noch einer eigentümlichen Begründung“²⁶. Das streng Unendlichkleine – schreibt Natorp noch deutlicher in *Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften* – „hätte überhaupt kein Wertverhältnis; dieses wäre, dem Zahlwert nach, 0/0 was an sich kein möglicher Ausdruck eines definiten Wertverhältnisses ist“; dy und dx sind als solche = 0 und haben allein in ihrer Beziehung im Differentialquotienten dy/dx eine Bedeutung: „Die Größe zwar (*quantitas*), d.h. das So- und so-groß, ist verschwunden, quantitativ null geworden, aber nicht ist damit das Gesetz der Größe qualitativ zunichte geworden“²⁷.

Das Problem des Übergangs von der Quantität zur Qualität findet hier eine ganz andere Lösung als bei Cohen. Nicht die intensive Größe als *quantitas qualitatis*, die Idee der Geschwindigkeit als *intensio motus*,²⁸ sondern vielmehr die Leibnizsche ‚qualitative Auffassung‘ des ‚Größenverhältnisses‘ wird als Bezugspunkt angenommen: „Die Figur – schreibt Leibniz in *De Analysis Situs* – enthält allgemein außer der Quantität noch eine bestimmte Qualität oder Form, und wie dasjenige *gleich* ist, dem dieselbe Größe zukommt, so ist *ähnlich*, was dieselbe Form besitzt“²⁹. Das Problem besteht hier nicht mehr darin, neben der extensiven Größe noch eine „andere“ Größe zu finden, die, obwohl sie keine Extension hat, dennoch die Tendenz besitzt, etwas zu erzeugen. Wesentlich scheint hier vielmehr zu sein, dass, wie sich im ‚charakteristischen Dreieck‘ zeigt, in der Aufhebung der Größe als solcher die Bedeutung des Größenverhältnisses fortbesteht. Nicht das ‚Differenziale‘ als *Erzeugunggröße*, sondern der ‚Differentialkoeffizient‘, in dem sich der logische Wert der Größe bei dem *Verschwinden* ihres anschaulichen Seins erhält, wird nun als logisches Modell betrachtet. „Was von einem *quanto* gilt – so könnte man mit den Worten Kants dieses Problem zusammenfassen – gilt auch von dem *limite quanti*; denn die Qualität bleibt“. (AA XVIII, 361; Refl. 5815)

Das von Kant in den *Antizipationen der Wahrnehmung* aufgezeigte Problem wird daher von zwei verschiedenen Standpunkten aus betrachtet. Sind für Kant alle Empfindungsqualitäten „als solche [...] nur *a posteriori* gegeben“ und „nur die Eigenschaft derselben, dass sie einen Grad haben, kann *a priori*

26 P. NATORP, *Quantität und Qualität in Begriff, Urteil und gegenständlicher Erkenntnis*, in „Philosophische Monatshefte“, XXVII (1891), S. 153.

27 P. NATORP, *Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften*, S. 216.

28 Vgl. G. W. LEIBNIZ, *Leibnizens mathematische Schriften*, hrsg. von C. I. Gerhardt, Olms, Hildesheim 1962 (Neudruck), Bd. VI, p. 399.

29 G. W. LEIBNIZ, *Hauptschriften zur Grundlegung der Philosophie*, Bd. I, S. 50.

erkannt werden“ (B 218), so hat Cohen diese Trennung durch die Verknüpfung von Intensiv und Differenzial zu überwinden versucht. Die „Realität“ (deren qualitative Einheit nur *a posteriori* gegeben ist) hat nicht nur eine intensive Größe (die das eigentliche *a priori* Moment darstellt), sondern sie ist, da im Differentialbegriff Quantität und Qualität unauflöslich miteinander verknüpft werden, eine intensive Größe³⁰. Für Cassirer und Natorp scheint vielmehr im Begriff des Differentialquotienten die Lösung des Problems zu bestehen. Dabei erhält das sinnliche Moment, das in der „Qualität“ zunächst mitgesetzt ist, in der Idee, daß der Übergang zur quantitativen Null die Gesetzlichkeit der Größe nicht aufhebt, eine neue gedankliche Bestimmung.

Wir können hier auch nicht annähernd den Versuch unternehmen, alle Konsequenzen, die aus dieser differenten Problemstellung gezogen werden könnten, zu betrachten. Wir möchten lediglich anmerken, daß hier einerseits ein einheitliches Problem klar hervortritt: Ist für Kant „die Qualität der Empfindung [...] jederzeit bloß empirisch und kann *a priori* gar nicht vorgestellt werden (z.B. Farben, Geschmack etc)“ (B 217), so hat man im Infinitesimalverfahren nicht nur eine Rechenmethode gefunden, sondern, wie wir bereits gesehen haben, „das allgemeine Mittel [...] ‚echte Qualitäten‘ zu streng gesetzmäßigem Ausdruck zu bringen“.³¹ Damit hat man den Weg aufgezeigt, auf dem die Gegensätze von Form und Materie, von Denken und Anschauung, von *a priori* und *a posteriori* überwunden werden können. Andererseits kommt aber in den verschiedenen dargelegten Auffassungen der Infinitesimalmethode zugleich eine andere philosophische Grundansicht ans Licht. Während der Kontinuitätsgedanke – so scheint Cassirer dieses Problem schon in *Leibniz' System* anzudeuten – „anfangs den *Ursprung* einer variablen Größe bezeichnete, die zunächst in methodischer Isolierung betrachtet wurde, bezieht er sich jetzt ausdrücklich auf die *gegenseitige Abhängigkeit* veränderlicher Größen untereinander“. (CGW I, 215; meine Hervorhebung). Die Cohensche „Logik des Ursprungs“ hat sich in eine „Logik der Relationsbegriffe“ verwandelt.

Um das einheitliche Problem, das sich trotz aller Unterschiede hinter diesen philosophisch geprägten Darstellungen der Infinitesimalrechnung verbirgt theoretisch zu verstehen, sollte man aber die philosophischen Auffassungen des Kontinuums der reinen mathematischen Definition desselben

30 Vgl. H. HOLZHEY, *Das philosophische Realitätsproblem. Zu Kants Unterscheidung von Realität und Wirklichkeit*, in J. KOPPER/W. MARX (Hrsg.), *200 Jahre Kritik der reinen Vernunft*, Gerstenberg, Hildesheim 1981, S. 98.

31 P. NATORP, *Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften*, S. 214.

gegenüberstellen. Indem das mathematische Denken versucht, eine präzise und von allen anschaulichen Elementen befreite Definition der Stetigkeit zu formulieren, fordert es zugleich die ausnahmslose Unterscheidung der Zustände des Seins, so nahe sie einander auch stehen mögen, und geht auf die punktuelle Bestimmung und Abgrenzung der Elemente ein. Der philosophischen Auffassung nach heißt eine Mannigfaltigkeit jedoch ‚stetig‘, wenn ihre einzelnen Bestandteile zu einem lückenlosen „Ganzen“ zusammenfließen, so daß die Grenzen der Elemente verwischen und sich aneinander angleichen. Die Gegenüberstellung dieser beiden Grundrichtungen, in denen sich die Frage nach der „Zusammensetzung des Kontinuums“ entfaltet, läßt sich klar mit den Worten Henri Poincarés zusammenfassen:

„Was ist eigentlich das Kontinuum, mit dem die Mathematiker arbeiten? Gehen wir von der Stufenleiter der ganzen Zahlen aus; zwischen zwei aufeinander folgenden Stufen schieben wir mehrere Zwischenstufen ein, dann zwischen diesen neuen Stufen wieder andere und so fort ohne Ende. Wir haben so eine unbegrenzte Anzahl von Gliedern; das sind die Zahlen, welche man als Brüche oder als Rationale, bzw. kommensurable Zahlen bezeichnet. Aber dies ist nicht alles; zwischen diese Glieder, welche doch schon in unendlicher Anzahl vorhanden sind, muss man noch wieder andere einschalten, welche man als irrationale oder inkommensurable Zahlen bezeichnet“.³²

„Das so aufgefaßte Kontinuum – schreibt Poincaré weiter – ist [aber] nur eine Ansammlung von Individuen, die in eine gewisse Ordnung gebracht sind; allerdings ist ihre Anzahl unendlich groß, aber sie sind doch voneinander getrennt“. Das ist aber „nicht die gewöhnliche Vorstellung, bei der man zwischen Elementen des Kontinuums eine Art inniger Verbindung voraussetzt, welche daraus ein Ganzes macht. [...] Von der berühmten Formulierung ‚das Kontinuum ist Einheit in der Vielheit‘ bleibt nur die Vielheit übrig, die Einheit ist verschwunden“.³³ „Das ist genug, um vorläufig einzusehen, daß das eigentliche mathematische Kontinuum etwas ganz anderes ist als das Kontinuum der Physiker oder dasjenige der Metaphysiker“.³⁴

32 H. POINCARÉ, *Wissenschaft und Hypothese*, dt. Ausg. mit erl. Anmerk. von F. und L. Lindemann, Teubner, Leipzig 1906, 18.

33 A.a.O., S. 18f.

34 A.a.O., S. 19.

Der wissenschaftliche Begriff der Stetigkeit, wie er besonders im neunzehnten Jahrhundert in der sogenannten „Arithmetisierung des Kontinuitätsbegriffs“ bestimmt wird, erfordert, daß jeder „Schnitt“ der Zahlenreihe von jedem anderen gedanklich völlig geschieden sein muß. Zugleich wird aber in diesem Zusammenhang deutlich, daß die rein numerische Ableitung der Kontinuität nicht allen Problemen, vor die uns insbesondere die Zeitwandlungen stellen, gleichermaßen zu genügen vermag. „Man vergesse nicht – so z.B. Hermann Weyl – dass im ‚Kontinuum‘ der reellen Zahlen in der Tat die einzelnen Elemente genau so isoliert gegeneinander stehen wie etwa die ganzen Zahlen“, daß aber im Gegensatz dazu in einer Veränderung „ein einzelner Punkt [...] unselbständig ist, d.h. für sich genommen das reine Nichts, und nur als ‚Durchgangspunkt‘ (was sich natürlich mathematisch gar nicht fassen läßt) existiert“,³⁵ weil „das Kontinuum der reellen Zahlen aus lauter Individuen besteht“.³⁶

Soll das Werden nicht in ein beziehungsloses Nacheinander isolierter Folgezustände zerfallen, so muß in jedem seiner Einzelmomente die Beziehung auf den Gesamtprozeß erhalten bleiben. Hebt man aber die Stetigkeit der Änderung an irgendeiner Stelle auf, so gäbe es kein Mittel mehr, die Veränderung an ein einheitliches identisches Subjekt zu knüpfen. Wir hätten kein Recht zu behaupten, daß in einer gewissen Veränderung ein und daselbe „Etwas“ sich geändert hat und nicht daß „Etwas neues“, das mit Ersterem nichts zu tun hat, plötzlich hervorgetreten sei. In dieser Auffassung des Kontinuitätsproblems scheint also die Grundfrage Kants, wie es zu denken sei, dass – weil „Etwas“ ist, dadurch zugleich ein „Anderes“, von ihm völlig Verschiedenes sein müsse – eine neue Form zu erhalten und damit eine neue Dimension zu erreichen. Die „Synthesis a priori“ muß nicht mehr als eine bloße Zusammenfassung und Verknüpfung anderweitig getrennter Elemente angesehen werden. Hier gibt es nicht mehr ein abstraktes „Eines“, dem in gleich abstrakter Sonderung ein „Anderes“ gegenübersteht, sondern das Eine muß im Vielen sein, wie das Viele „im“ Einen. Jede mögliche Einteilung eines Prozesses, jeder seiner möglichen Zustände muß immer wieder ein Teil desselben Prozesses sein: „Die Kontinuität – so hat Cohen in *Das Prinzip der Infinitesimal-Methode* das philosophische Kontinuumproblem zusammengefaßt – ist also eine allgemeine Grundlage des

Bewußtseins: nicht auf Haufen disparater Elemente verwiesen zu sein, sondern im Zusammenhange vergleichbarer Glieder zu wurzeln“ (CW V, 1, 37). Die mathematische Aufgabe, die einzelnen „Elemente“ des Kontinuums immer präziser zu definieren, wird zu dem Problem, die „qualitative Allheit“, die jene umgreift, zu bestimmen. Jedes Quantum muß das „Quantum“ eines „Qualen“ sein, so wie die Dauer die Dauer einer Geschwindigkeits- oder einer Temperaturänderung sein muß und die Länge die Länge einer geraden oder krummen Linie. Die Quantität setzt daher ein „qualitativ“ bestimmtes Substrat voraus, das als solches nicht „quantitativ“ faßbar ist und jene exakte Verbindung zwischen dem Anfangszustand und dem Endzustand eines Prozesses zu herzustellen erlaubt. Was am Anfang einer Verwandlung steht, muß am Ende derselben wieder gefunden werden. Denn paradoxerweise ist nur dadurch eine wissenschaftliche Auffassung der Veränderung möglich, daß es bewiesen werden kann, daß sich eigentlich nichts verändert hat.

35 H. WEYL, *Das Kontinuum. Kritische Untersuchungen über die Grundlagen der Analysis*, Veit, Leipzig 1918, S. 70.

36 A.a.O., S. 72.