

MODELLIZZAZIONE STOCASTICA DISCRETA DEL FLUSSO DIFASICO IN UN MEZZO FESSURATO MEDIANTE L'APPLICAZIONE DI UN MODELLO 2D A FRATTURE DISCRETE

L'immagazzinamento sotterraneo di fluidi e di gas una tecnica particolarmente importante per la creazione di riserve strategiche di materie energetiche e per l'eliminazione di una quantità crescente di rifiuti, sovente tossici ed in ogni caso ingombranti.

Per ragioni di sicurezza, un problema essenziale e comune a queste due operazioni è quello di garantire la tenuta del deposito in funzione delle caratteristiche geomeccaniche e idrogeologiche del mezzo in cui la struttura viene realizzata. Infatti gli ammassi rocciosi sono in generale attraversati da un reticolo di fratture in cui possono instaurarsi dei flussi preferenziali e conseguentemente delle fughe di gas.

Una delle tecniche utilizzate per assicurare una tenuta dinamica quella di confinamento idraulico con l'applicazione del dispositivo "water curtain" disposto sopra il sito di stoccaggio.

Il piano di ricerca prevede diverse tappe successive:

- Inserimento dello studio nel quadro industriale e presentazione dei fenomeni fisici.
- Realizzazione di un modello monodimensionale del comportamento difasico alla scala della frattura.
- Estensione di questo modello alla scala globale attraverso una modellizzazione stocastica e discreta della geometria del mezzo, basata su una descrizione aleatoria della rete di fratture.

PAROLE CHIAVE: *Flussobifasico, mezzi fratturati, modello stocastico, confinamento idraulico.*

MOTS CLÉS: *Flux biphasique, milieux facturés, modèle sthocastique, confinement hydraulique.*

La tecnica del "water curtain"

Una delle tecniche più utilizzate per impedire le fughe di gas l'immagazzinamento sotto-falda con l'applicazione del "water curtain" (tenda d'acqua).

Si tratta di un sistema destinato a indurre delle sovrappressioni costanti di acqua nell'ammasso fratturato, attorno alla cavità di stoccaggio. Questo dispositi-

vo è caratterizzato da un tunnel principale, scavato sopra il sito e riempito d'acqua; a partire da questa galleria si diramano una serie di canali di acqua in pressione che stabiliscono un flusso convergente verso la cavità, evitando così il movimento inverso del gas.

Grazie a questa tecnica è possibile raggiungere valori di pressione di circa 7 MPa. Per evitare il superamento della pressione interstiziale viene utilizzata il "water curtain" che induce una pressione supplementare tale che la cavità risulti sempre impermeabile al gas (Fig. 1):

$$P_g < P_e + P_c$$

con P_g = pressione gas
 P_e = pressione acqua
 P_c = pressione capillare

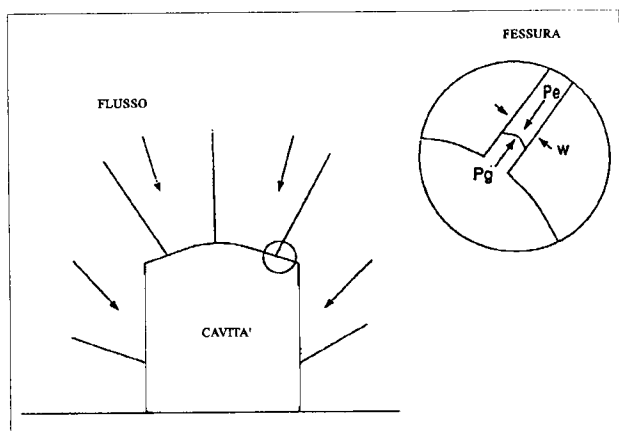


FIG. 1 — Schema concettuale del confinamento idrodinamico. p_e = pressione fase acqua; p_g ; p_g = pressione fase gas; w = apertura della frattura.

— Schéma conceptuel de la méthode du confinement hydrodynamique. p_e = pression eau; p_g = pression gaz; w = ouverture fracture.

Modellizzazione del mezzo fratturato: i modelli stocastici e discreti

Il problema principale legato alla modellizzazione del mezzo fratturato è l'"effetto scala" (de Marsily, 1981).

Il mezzo fratturato presenta discontinuità a diverse scale! Le fratture maggiori rappresentano gli assi principali d'alimentazione e di drenaggio del mezzo, le fratture a scala media ripartiscono i fluidi nel mez-

zo e le fratture di estensione più limitata sono importanti solo per i meccanismi di stoccaggio e di scambio con la matrice solida.

Per la rappresentazione del mezzo fratturato e delle sue caratteristiche idrodinamiche sono possibili diversi metodi di modellizzazione:

Approccio di un mezzo continuo omogeneo equivalente: è un approccio globale in cui i flussi seguono la legge di Darcy; la descrizione del mezzo è basata sul concetto di V.E.R. (Volume Elementare Rappresentativo).

Approccio dei modelli stocastici e discreti: questo approccio si basa su studi locali in cui può essere identificato un certo numero di fratture che governa l'insieme dei fenomeni (Cacas, 1989; Dershowitz, 1992). Il termine stocastico indica che queste proprietà (giacitura delle fratture, apertura, dimensioni, conduttività idrauliche, ecc.) sono descritte per mezzo di distribuzioni statistiche derivanti dalle osservazioni di terreno.

Presentazione del modello

Poiché lo scopo di questo lavoro è quello di localizzare e di tracciare l'evoluzione nel tempo del fronte gas-acqua in un mezzo fratturato si è ritenuto opportuno fare ricorso ad un approccio discreto caratterizzato dalle seguenti fasi:

- modellizzazione del mezzo fratturato in due dimensioni (modello geometrico stocastico discreto)
- modellizzazione del flusso difasico in un condotto circolare (modello fisico monodimensionale)
- applicazione del flusso difasico alla geometria precedentemente ottenuta secondo l'ipotesi di un fronte netto separante le due fasi
- simulazione sotto determinate condizioni iniziali e al contorno
- verifica dei risultati ottenuti dal modello numerico.

Descrizione del modello geometrico discreto bidimensionale

La circolazione nelle fratture viene schematizzata dalle connessioni idrauliche monodimensionali.

Queste connessioni sono il risultato di un sorteggio relativo alla posizione delle fratture, alla loro orientazione ed estensione.

Definendo i limiti geometrici del mezzo (larghezza del tetto della cavità del dispositivo di tenuta dinamica e del mezzo fratturato, e distanza tra il tetto della cavità e il dispositivo), si ottiene il reticolo di fratture secondo la seguente procedura:

- 1 — Generazione dei canali con l'eliminazione dei segmenti situati fuori dal mezzo definito.
- 2 — Ricerca delle intersezioni tra i canali.
- 3 — Eliminazione delle fratture che non partecipano al flusso entro i limiti prestabiliti.
- 4 — Rinumerazione delle intersezioni e dei segmenti definiti da queste intersezioni.
- 5 — Ricerca di tutti i cammini possibili ed "assemblaggio" delle tavole di connessione dei segmenti tra loro, tra le entrate e le uscite dal modello (applicazione della teoria dei grafici; Robinson, 1984).

Descrizione del modello difasico monodimensionale

Per la realizzazione del modello difasico sono state apportate alcune semplificazioni:

- 1 — Le due fasi sono considerate incomprensibili, continue e separate da un'interfaccia netta. La formazione di bolle di gas non viene presa in considerazione, si segue solamente il movimento del fronte gas-acqua.
- 2 — Come conseguenza alla precedente ipotesi, la saturazione dei fluidi del 100% per ogni fase che occupa un lato del fronte.

Nel caso di una frattura piana, esiste una soluzione analitica presentata da Thunvik & Braester (1987). Poiché le proprietà del gas dipendono strettamente dalla pressione, questa soluzione può essere utilizzata nei casi in cui la variazione della pressione è relativamente debole; nel caso specifico questa soluzione è stata adattata ad un condotto circolare (Fig. 2).

Per un condotto circolare di raggio il flusso monodimensionale nella direzione x , formante un angolo con l'orizzontale, è rappresentato dalle seguenti equazioni:

FASE GAS

Legge di Poiseuille:

$$1.1 \quad u_g = -k_f/\mu_g (\partial h_g/\partial x)$$

dove

$$1.2 \quad h_g = p_g + \rho_g g z$$

e k_f è la permeabilità della frattura legata al raggio del canale dalla relazione:

$$1.3 \quad k_f = r^2/8$$

Equazione di conservazione della massa:

$$1.4 \quad \partial u_g/\partial x = 0$$

associando le equazioni 1.1 e 1.4 si ottiene in regime permanente:

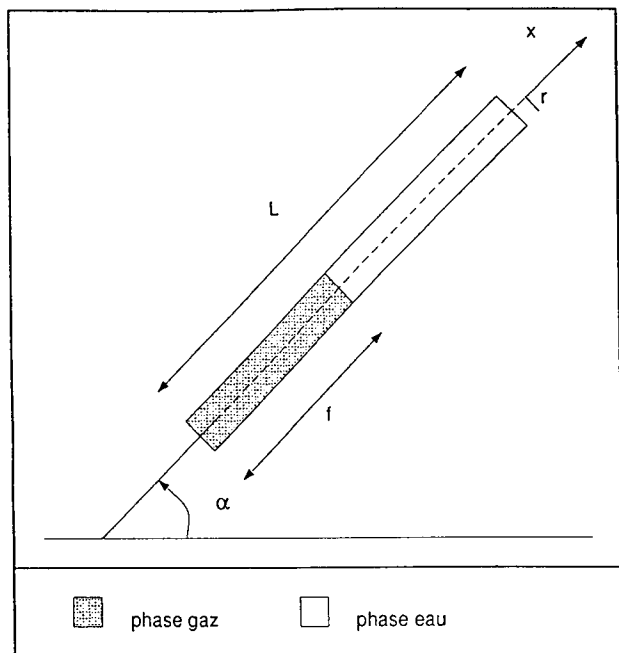


FIG. 2 — Schema di flusso in un condotto circolare. L = lunghezza condotto, f = lunghezza fronte, r = raggio condotto, α = angolo dell'asse del condotto rispetto all'orizzontale.

— Schéma du flux dans une conduite circulaire. L = longueur de la conduite; f = longueur de l'interface; r = rayon de la conduite, α = angle entre la conduite et l'horizontale.

$$1.5 \quad \partial^2 h_g / \partial x^2 = 0$$

FASE ACQUA

Legge di Poiseuille

$$1.6 \quad u_e = -k_f / \mu_e (\partial h_e / \partial x)$$

dove

$$1.7 \quad h_e = P_e + \rho_e g z$$

Equazione di conservazione della massa:

$$1.8 \quad \partial u_e / \partial x = 0$$

ossia

$$1.9 \quad \partial^2 h_e / \partial x^2 = 0$$

Le condizioni limite sono:

Pressione del gas costante al livello della cavità ($x = 0$)

$$1.10 \quad x = 0 \quad h_g = h_{g0}$$

Pressione dell'acqua costante al livello del "water curtain" ($x = L$)

$$1.11 \quad x = L \quad h_e = h_{eL}$$

dove L è la lunghezza del condotto. A $x = f$, le due fasi e il fronte si muovono alla stessa velocità. Un'altra condizione è data dalla pressione capillare p_c attraverso il fronte gas-acqua:

$$1.12 \quad x = f \quad p_c = p_{gz} - p_{ez} = \text{cost}$$

Come condizione iniziale si considera la frattura saturata in acqua e il fronte in corrispondenza delle pareti della cavità:

$$1.13 \quad t = 0 \quad f = 0$$

Integrando le equazioni 1.5 e 1.9 con le condizioni limite 1.10 e 1.11, si ottiene:

$$1.14 \quad h_g = h_{g0} + (h_{gf} - h_{g0}) x / f$$

$$1.15 \quad h_e = h_{ef} + (h_{eL} - h_{ef}) (x - f) / (L - f)$$

sostituendo 1.1 in 1.14 e 1.6 in 1.15 si ha:

$$1.16 \quad u_g = k_f (h_{gf} - h_{g0}) / (\mu_g f) = k_f (p_{g0} - p_g - \rho_g g f \sin \alpha) / (\mu_g f)$$

$$1.17 \quad u_e = k_f (h_{eL} - h_{ef}) / (\mu_e (L - f)) = k_f (p_{ef} - p_{eL} - \rho_e g (L - f) \sin \alpha) / (\mu_e (L - f))$$

aggiungendo le due equazioni 1.16 e 1.17 dove le velocità sono uguali, si ottiene:

$$1.18 \quad u_g = k_f (p_{g0} - p_{eL} - p_c - \rho_e g L \sin \alpha) / (\mu_g (f + \mu_e / \mu_g (L - f)))$$

Questa equazione definisce la velocità in funzione della distanza percorsa dal fronte f, ossia:

$$1.19 \quad u_g = df / dt$$

Sostituendo l'equazione 1.18 nella 1.19 ed integrando i due membri:

$$1.20 \quad \int dt = \int df / u_g$$

si ottiene il tempo in funzione dello "spiazzamento" del fronte:

$$1.21 \quad t = \mu_g / k_f g \Delta \rho \sin \alpha [((\mu_e L / \mu_g) - (1 - \mu_e / \mu_g)) \cdot (\Delta p - \rho_e g L \sin \alpha / g \Delta \rho \sin \alpha) \cdot \log(1 + (g \Delta \rho f \sin \alpha) / (\Delta p - \rho_e g L \sin \alpha)) + (1 - \mu_e / \mu_g) f]$$

dove

$$\Delta p = p_{g0} - p_{eL} - p_c$$

e

$$\Delta q = q_c - q_g$$

Questa equazione è valida per angoli α diversi da zero.

Assemblaggio di un modello bidimensionale a partire dalle soluzioni monodimensionali presentate

L'unione di tutte le tappe elementari fino ad ora presentate permette di studiare la progressione del fronte gas-acqua nel caso in cui il mezzo fratturato sia invaso dal gas (processo di drenaggio).

Generazione della geometria aleatoria bidimensionale

La creazione della rete di fratture utilizza un generatore di numeri casuali, nell'intervallo $[0,1]$, grazie ai quali si ottengono tutti i parametri necessari per la creazione dei canali. In questo caso sono state utilizzate delle procedure di sorteggio che rispettano le leggi di ripartizione statistica. Per esempio, l'algoritmo di Box e Müller utilizzato per ottenere dei dati distribuiti in modo normale e log-normale.

Il numero dei canali e le loro proprietà sono dunque il risultato della applicazione di leggi statistiche appropriate.

In pratica ogni canale è rappresentato da un segmento di retta al quale viene applicato un raggio. Ogni segmento è caratterizzato da un centro, una lunghezza e un angolo, dando l'orientazione nel piano e simulando la pendenza della frattura. Questi parametri sono propri ad ogni famiglia direzionale.

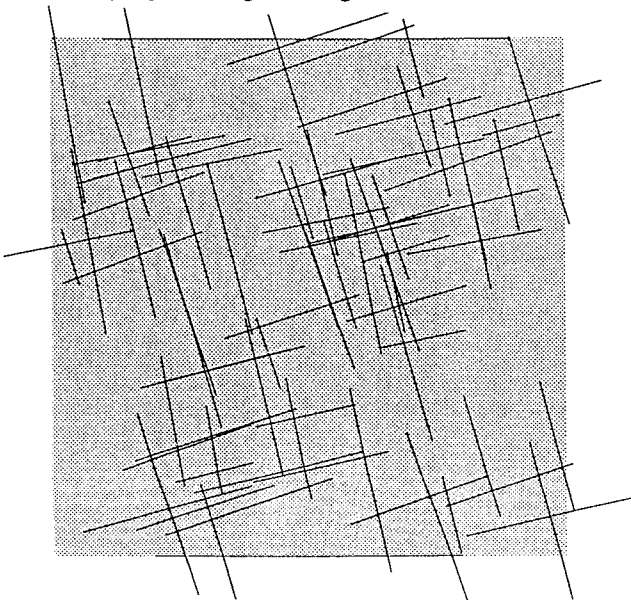


FIG. 3 — Esempio di generazione di un reticolo "aleatorio" di fratture.

— Exemple de réseau de fractures issu d'un tirage aleatoire.

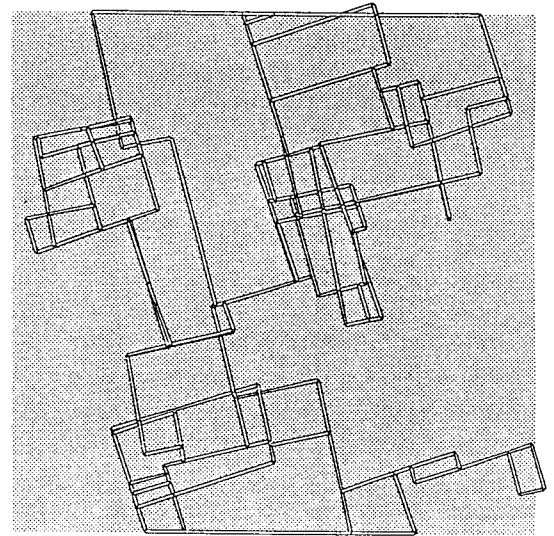


FIG. 4 — Costruzione delle maglie sull'esempio presentato in Fig. 3.

— Maillae du réseau présenté par la Fig. 3.

Le leggi statistiche classicamente utilizzate per il sorteggio di questi parametri sono (Robinson, 1984): la legge di Poisson per la densità della popolazione e la localizzazione dei centri dei segmenti, la legge normale per le estensioni e le orientazioni.

Nello spazio modellizzato, che misura 50 metri per lato, sono rappresentate due famiglie di fratture, una subverticale (inclinazione $75^\circ \pm 5^\circ$), l'altra suborizzontale (inclinazione $-15^\circ \pm 5^\circ$). Le lunghezze dei segmenti sono ripartite secondo una legge normale con un valore medio di 12,5 metri e uno scarto quadratico di 7,5 metri (Fig. 3).

Le due famiglie sono in proporzione uguale e la densità di popolazione scelta per ogni famiglia di 0,02 centri/m² circa un centinaio di fratture). I segmenti orizzontali che appaiono in alto ed in basso della figura indicano il "water curtain" ed il tetto della cavità.

Ricerca delle connessioni e costruzione delle maglie

Per poter effettuare i calcoli di flusso è necessario estrarre le fratture connesse tra loro che permettono il movimento dei fluidi da un limite all'altro (dal basso verso l'alto). La procedura utilizzata è iterativa. Si parte da un bordo cercando gli elementi connessi a questo limite.

In seguito vengono cercati gli elementi che intersecano i precedenti e così via. Nel corso di questa ricerca vengono costruite delle tavole di connessione in cui sono memorizzati i numeri degli elementi connessi tra di loro. I punti di intersezione tra le fratture permettono di definire un insieme di sotto-segmenti, aventi caratteristiche geometriche del loro segmento supporto (orientazione, diametro), ma di lunghezza definita dalla connettività della rete (Fig. 4).

Ogni nodo può appartenere ad un massimo di quattro segmenti.

Su questa griglia vengono applicati i metodi numerici classici dell'idrogeologia quantitativa.

Soluzione del problema idraulico monofasico in regime permanente

Ad ogni nodo il bilancio di massa è ottenuto sommando le portate parziali provenienti dai nodi vicini; esse sono ottenute applicando la legge di Poiseuille a partire dai carichi idraulici h_i che esistono in questi punti, e dei termini a_{ij} , costruiti a partire dal raggio r_{ij} , dalla lunghezza l_{ij} dei canali:

$$a_{ij} = \pi r_{ij}^4 / 8 \mu l_{ij}$$

Il bilancio di massa al nodo i si può scrivere sotto la seguente forma:

$$\sum a_{ij}(h_i - h_j) = q_i$$

dove q_i è in generale nullo per un nodo ordinario, o diverso da zero nel caso di condizioni specifiche imposte (per esempio il caso di un flusso imposto su un limite). Questa equazione, scritta per ogni nodo, dà luogo ad un sistema di equazioni lineari il cui numero uguale a quello dei nodi presenti:

$$[A](h) = (b)$$

Il metodo scelto per risolvere tale sistema consiste nell'annullare, sulla riga i , i termini non diagonali, nel mettere un valore uguale a 1 sulla diagonale della matrice $[A]$ e nell'imporre il valore H_0 nella i esima componente del vettore b formando il secondo membro del sistema. In pratica solo i termini non nulli di $[A]$ sono memorizzati; per risolvere questo sistema lineare viene utilizzato un metodo numerico iterativo adattato alle matrici sparse (a gradiente coniugato).

La risoluzione di questo sistema dà il carico idraulico ad ogni nodo, a partire dal quale, conoscendo la profondità z del nodo, viene calcolata la pressione al punto considerato.

Spiazzamento del fronte di gas

Per lo spiazzamento del gas nel massiccio sono state utilizzate alcune regole proprie al movimento dei fluidi non miscibili:

- Il fluido non bagnante (il gas) può entrare in un canale saturo solamente quando la differenza di pressione eccede il valore della pressione capillare definita dal raggio del condotto.
- Il fluido non bagnante può entrare in un canale a condizione che il fluido bagnante (acqua) possa uscire dall'altra estremità.

Per un intervallo di tempo dt , a partire da un nodo in entrata, qualora il campo di pressioni lo permette, il gas, alla pressione p_g penetra per una certa lunghezza nel canale. La lunghezza percorsa è data dalla formula analitica 1.21. Alla fine di questa procedura si ottiene una serie di canali interamente o parzialmente saturi di gas, serie utilizzata per un nuovo calcolo idraulico.

Si suppone in questo primo approccio che le perdite di carico siano trascurabili per il movimento del gas, dal momento che esso in equi-pressione in tutta la zona invasa.

Calcolo del movimento dell'acqua imposto da un fronte mobile

Il risultato ottenuto nella tappa precedente viene considerato come la nuova condizione limite. I nodi i invasi dal gas divengono nodi a carico idraulico imposto ed i coefficienti a_{ij} della interamente o parzialmente invasi dal gas:

- Caso di un canale interamente invaso: il coefficiente a_{ij} viene arbitrariamente moltiplicato per un numero molto grande (1000).
- Caso di un canale parzialmente invaso: la posizione del fronte è ben conosciuta; in questo caso viene calcolato un nuovo valore del coefficiente a_{ij} come se la parte desaturata fosse molto conduttiva, ed il nuovo carico idraulico al fronte.

Questa ultima risoluzione idraulica fornisce una nuova distribuzione del campo di pressioni con la quale si fa progredire, a partire dalle posizioni stabilite al passo di tempo precedente, il fronte di gas nell'ammasso roccioso. Il ciclo dei calcoli si arresta quando uno dei nodi situato sulla faccia superiore del modello viene raggiunto dal gas. La Fig. 5 illustra un esempio di simulazione dove i segmenti grigi sono saturi in acqua, gli elementi bianchi sono saturi in gas e gli elementi neri sono quelli parzialmente saturi in cui il fronte è situato al tempo indicato. Il raggio relativo alle fratture subverticali è di $75 \pm 25 \times 10^{-6}$ m, mentre quello delle fratture suborizzontali è di $50 \pm 25 \times 10^{-6}$ m. Il regime idraulico iniziale è idrostatico, la zona fratturata simulata si trova tra 100 e 50 metri di profondità. La pressione del gas al tetto della cavità di stoccaggio ha un valore di 1,025 MPa (ossia un eccesso di 2,5 m sulla pressione d'acqua in quel punto). Il tempo di arrivo calcolato per questo esempio è di 114 minuti.

Conclusioni

Questo lavoro rappresenta la prima tappa della modellizzazione stocastica discreta del flusso difasico in un mezzo fratturato.

I vantaggi di questo modello difasico dipendono dall'approccio discreto di modellizzazione del mezzo

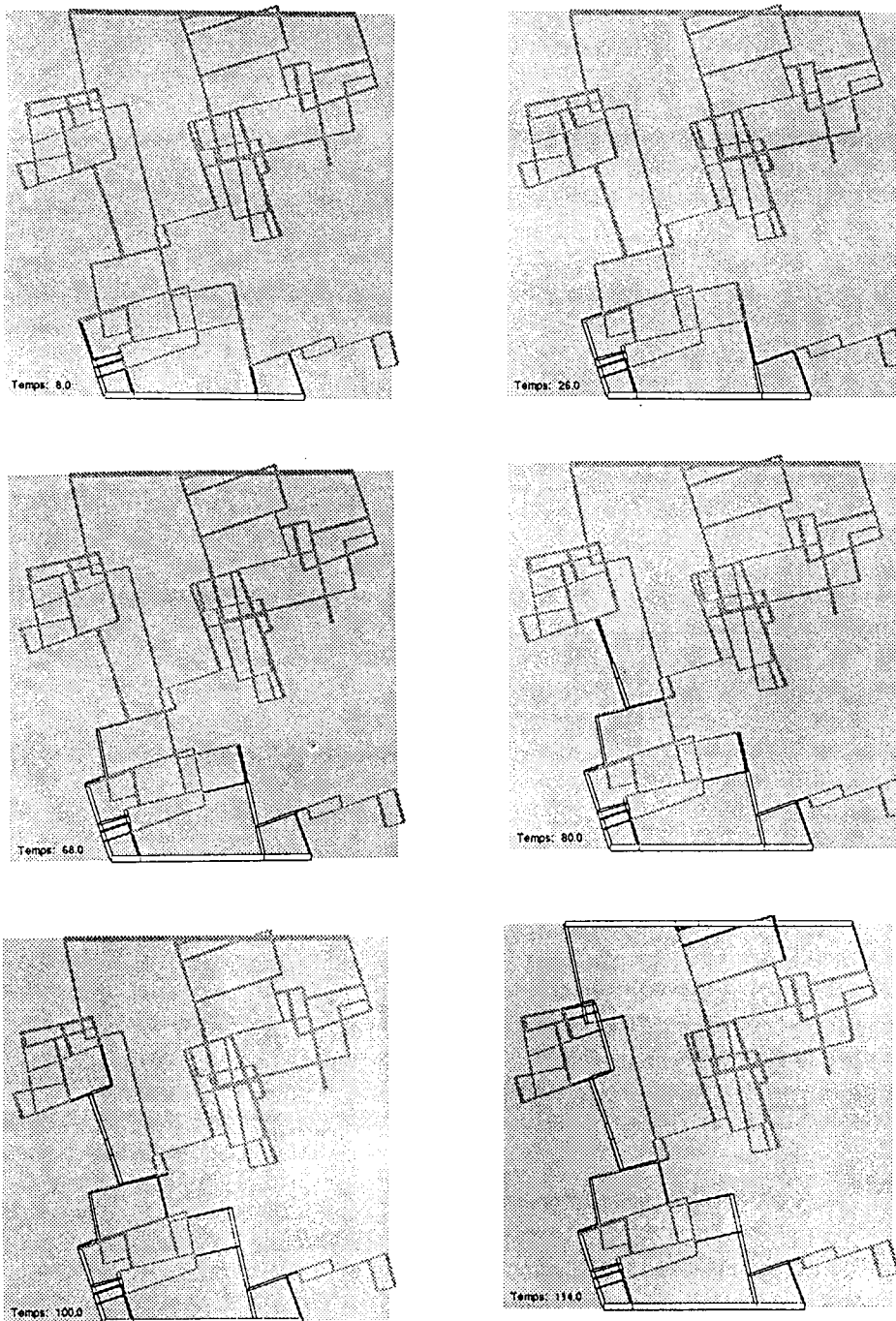


FIG. 5 — Esempio di una applicazione numerica.

— Exemple d'une application numérique.

fratturato. Questo tipo di modellizzazione permette di mettere a profitto le misure di terreno con la loro variabilità spaziale evitando la ricerca del loro comportamento medio, necessario per l'elaborazione di un modello di tipo poroso equivalente. I punti deboli di questo modello sono la soluzione analitica utilizzata (tempi calcolati troppo sensibili ai raggi dei canali) e i metodi di calcolo scelti caratterizzati da due fasi. La prima è la fase di calcolo del flusso dell'acqua (rical-

colando le nuove condizioni idrauliche), la seconda quella di calcolo della posizione del fronte.

Le tappe ulteriori per una corretta modellizzazione discreta del flusso difasico sono: un miglioramento dei calcoli numerici risolvendo contemporaneamente le equazioni del movimento fluido e di quello del fronte, e l'estensione di questo modello ad una geometria tridimensionale.

RESUMÉ

Le stockage souterrain des fluides et de gaz est une technique particulièrement importante pour la création de réservoirs de matières énergétiques et pour l'élimination d'une quantité croissante de déchets, souvent toxiques et en tout les cas encombrants. Pour de raisons de sécurité, un problème essentiel et commun à ces deux opérations d'élimination ou de stockage, est celui de l'étanchéité du dépot abordé en fonction des caractéristiques géomécaniques et hydrogéologiques du milieu dans lequel la structure est réalisée.

Cependant les roches dures sont en général parcourues par des réseaux de fractures où des écoulements préférentiels et des fuites de gaz peuvent s'établir.

Une des techniques utilisées pour assurer une étanchéité dynamique au gaz est celle du confinement hydraulique avec l'applica-

tion de la technique du "rideau d'eau" au dessus de la cavité.

Le plan de recherche proposé prévoit plusieurs étapes qui visent successivement:

- présentation de le cadre industriel dans lequel ce sujet pourrait s'inscrire, des phénomènes physiques mis en jeux et des principales variables et lois phénoménologiques.

- réalisation d'un modèle monodimensionnel de comportement diphasique à l'échelle de la fracture élémentaire.

- Extension à l'échelle globale des résultats, acquis de manière locale, par une modélisation stochastique et discrète, basée sur une description aléatoire du réseau fracturé.

Manoscritto presentato il 28 ottobre 1992.

BIBLIOGRAFIA

- BRAESTER C. & THUNVIK R. (1990) - Gas migration in Discrete Fracture Networks. *Water Resources Research*, **26** (10): 2425-2434.
- CACAS M.C. (1989) - Développement d'un modèle tridimensionnel stochastique discret pour la simulation de l'écoulement et des transferts de masse et de chaleur en milieu fracturé. Thèse de docteur en Hydrologie et Hydrogéologie Quantitatives de l'Ecole des Mines de Paris: 178 pp., Paris.
- CHIERICI G.L. (1990) - Principi di ingegneria dei giacimenti petroliferi. *A cura dell'Azienda Generale Italiana Petroli, AGB*, **1**: 425 pp.; **2**: 568 pp., Milano.
- DEKORWITZ W.S. (1992) - Interpretation and synthesis of discrete fracture orientation, size, shape, spatial structure and hydrologic data by forward modelling. *Proc., Fracture and Jointed Rock Masses, Thao, NV*: 680-687.
- MARLE C. (1965) - Les écoulements polyphasiques: Tome IV du cours de production de l'Institut Français du Pétrole, publica-

- to sotto la direzione di A. Houpeurt, *Tecnip Ed*: 175 pp., Paris.
- MARSILY G. DE (1981) - Hydrogéologie Quantitative. *Masson Ed*: 215 pp., Paris.
- ROBINSON P.C. (1984) - Connectivity, Flow and Transport in Network Models of Fractured Media. Thesis of Doctor of Philosophy at Oxford University.
- ROUSSET G. (1990) - Stockage en souterrain. *Actes des Journées d'études organisées à Paris par l'Ecole Nationale de Pont de Chaussées*: 256 pp., Paris.
- THUNVIK R. & BRAESTER C. (1987) - Calculation of gas migration in fractured rock. *SKB, Stripa Technical Report*, **87-18**: 32 pp., Sweden.
- THUNVIK R. & BRAESTER C. (1987) - Calculation of gas migration in fractured rock. A continuum approach. *SKB, Stripa Technical Report*, **87-19**: 38 pp., Sweden.