Form@re
Open Journal per la formazione in rete

articoli

PotenziaMente 2.0. Costruire la numeracy nella scuola primaria attraverso il gioco computerizzato

PotenziaMente 2.0. Developing numeracy in primary schools through computer games

Roberto Trinchero[a]

[a] *Università degli Studi di Torino, roberto.trinchero@unito.it*

Abstract

La ricerca in neuroscienze ed in psicologia dell'apprendimento suggerisce già da tempo l'esistenza di un "senso del numero" innato, localizzato in strutture cerebrali specializzate che si occupano di interpretare il mondo in termini numerici. Eppure nel senso comune di giovani e adulti permangono credenze che vedono la matematica come un qualcosa di astratto, difficile e lontano dalla vita quotidiana. Come è possibile costruire la *numeracy* nei bambini sfruttando queste capacità innate e favorendo lo sviluppo dei giusti atteggiamenti verso il sapere matematico? L'articolo descrive le possibili ricadute educative della ricerca sul senso del numero e sul ruolo delle funzioni esecutive nel ragionamento matematico. Partendo da queste risultanze, presenta poi i principi alla base di una collezione di giochi computerizzati liberamente fruibili online (PotenziaMente 2.0) concepiti per sviluppare gli aspetti lessicali, semantici e sintattici della numeracy e potenziare l'uso delle funzioni esecutive su problemi matematici tipici della scuola primaria.

Parole chiave: numeracy; didattica della matematica nella scuola primaria; difficoltà di apprendimento in matematica; potenziamento cognitivo attraverso il gioco computerizzato; training delle funzioni esecutive.

Abstract

Research in neuroscience and psychology of learning suggests the existence of inborn "number sense", localized in specialized brain structures that deal with interpreting the world in terms of numbers. However in the common sense of young people and adults are still strong beliefs that mathematics is something of abstract, difficult and far away from everyday life. How is it possible to build numeracy in children using these innate capacities and fostering the development of the right attitudes towards the mathematical knowledge? The article describes the possible impact on educational practices of the research about the number sense and the role of executive functions in mathematical reasoning. It presents the basic principles of a collection of computer games freely available online (PotenziaMente 2.0) designed specifically to develop lexical, semantic and syntactic aspects of numeracy and increasing the use of executive functions in typical mathematical problem solving for primary school.

Keywords: numeracy; mathematics education in primary school; learning difficulties in mathematics; game-based cognitive enhancement; training of executive functions.

1. Introduzione

"Non si può non comunicare" diceva un vecchio adagio di Paul Watzlawick, allo stesso modo non si può non contare. I numeri, e in generale i concetti matematici, pervadono una parte decisamente consistente della vita quotidiana. Tutte le situazioni hanno degli aspetti matematici con i quali è necessario confrontarsi e ciascuno di noi è chiamato nella sua vita a riconoscere, utilizzare e produrre numeri, anche attraverso processi cognitivi complessi. Gli esseri umani sono dotati fin dalla nascita di quello che può essere definito il senso del numero (*number sense*): strutture cerebrali specializzate che si occupano di "leggere" il mondo in termini numerici (Dehaene, 1997). Eppure nel senso comune di giovani e adulti permangono credenze del tipo: "la matematica è lontana dalla vita quotidiana", "la matematica è astratta", "la matematica è difficile per la maggior parte degli esseri umani", "la matematica è applicazione meccanica di regole", "la matematica è quella cosa per cui bisogna fare come dice il docente anche se non se ne capisce il perché", "per la matematica bisogna essere portati", e via dicendo.

In aggiunta, i risultati delle indagini comparative internazionali su adolescenti e adulti (es. IEA-Timss, OECD-PISA, OECD-Piaac) evidenziano nel nostro Paese una capacità di uso in situazione di fatti, concetti e procedure matematiche significativamente più bassa rispetto a quella di altri Paesi. Credenze diffuse e risultati delle indagini internazionali portano ad interrogarsi sull'adeguatezza delle strategie didattiche utilizzate nella nostra scuola e sulla loro capacità di smentire pregiudizi radicati e di venire incontro alle difficoltà manifestate dagli studenti. Quanti insegnanti di matematica conoscono in modo non superficiale e applicano nella pratica corrente le risultanze prodotte dalla ricerca in psicologia dell'apprendimento e in neuroscienze[1]?

Un buon approccio didattico dovrebbe tenere conto dei meccanismi innati con cui la mente umana elabora le informazioni matematiche, ma anche delle conoscenze e delle abilità cognitive di base con cui gli studenti si accostano al percorso di apprendimento, degli atteggiamenti nei confronti della disciplina, degli obiettivi che caratterizzano il loro impegno (padronanza o prestazione), delle aspettative su se stessi e sull'insegnante, delle attribuzioni collegate a successi e insuccessi.

Nell'insegnamento della matematica, partire bene (con opportune attività preparatorie nella scuola dell'infanzia e con approcci efficaci nella scuola primaria) può contribuire ad evitare che si consolidino strategie di apprendimento scarsamente efficaci e credenze disfunzionali in grado di compromettere il successo negli anni a venire. Costruire un'immagine della matematica positiva e stimolante, legare la matematica al piacere del gioco e della sfida, sviluppare ed automatizzare buone strutture mentali in grado di fungere da base per gli apprendimenti successivi, può prevenire problemi futuri e suscitare simpatia ed interesse nei confronti della disciplina.

Obiettivo del presente articolo è quello di descrivere i principi teorici alla base di una collezione di giochi matematici (PotenziaMente 2.0, liberamente fruibili e scaricabili all'indirizzo www.edurete.org/potenziamente) volti a sviluppare in modo ludico un insieme di conoscenze, abilità/capacità e atteggiamenti matematici nei bambini a partire dai cinque anni di età.

[1] Per una rassegna in lingua italiana si vedano Butterworth (2011), Cornoldi (2007), Dehaene (2010), Lucangeli, Poli, Molin, De Candia e Bertolli (2003), Zan (2007).

2. Le basi neurofisiologiche della numeracy

Il termine *numeracy* indica la capacità di utilizzare con padronanza fatti, concetti e procedure matematiche in tutti gli aspetti della vita quotidiana e lavorativa, allo scopo di comprendere e ragionare su dati e processi, risolvere problemi, valutare situazioni, prendere decisioni informate (Brooks & Pui, 2010; Withnall, 1994). Le abilità coinvolte nella numeracy sono quelle legate al senso dei numeri (classificazione, ordinalità, cardinalità), al senso delle operazioni (somma, sottrazione, moltiplicazione, divisione), al calcolo, alla misura, alla geometria, alla probabilità e alla statistica.

La numeracy viene acquisita con l'apprendimento, ma il bambino non parte da zero. Numerosi studi dimostrano che i neonati riescono a differenziare insiemi di numerosità differente e possiedono aspettative aritmetiche legate alla quantità degli oggetti: se ad un insieme di oggetti che ha una data numerosità vengono aggiunti o tolti degli oggetti, il bambino di quattro-sei mesi è già in grado di percepirlo (Antell & Keating, 1983; Butterworth, 2005; Feigenson, Dehaene, & Spelke, 2004; Simon, Hespos & Rochat, 1995; Starkey & Cooper, 1980; Wynn, 1992; Xu & Spelke, 2000).

Esiste quindi già nei neonati una competenza numerica innata, non verbale, mediata da una rappresentazione mentale della quantità, fornita da quello che Dehaene (2010) definisce un "accumulatore" interno al soggetto, geneticamente programmato, in grado di valutare in modo approssimato la quantità degli oggetti da esso percepiti attraverso i sensi. Tale accumulatore si avvale di circuiti neurali specifici (neuroni della corteccia parietale dei due emisferi che si attivano esclusivamente in presenza di situazioni in cui è implicata una quantità) che si ampliano e si specializzano con lo sviluppo consentendo l'acquisizione di abilità numeriche sempre più avanzate, le quali hanno però come base sempre questo insieme di capacità innate (Butterworth, 1999; Dehaene, 2010).

Nel processo di acquisizione della numeracy, l'accumulatore viene poi supportato dai circuiti cerebrali deputati al linguaggio. Man mano che i bambini sviluppano le capacità verbali, queste vengono utilizzate anche per rappresentare mentalmente entità matematiche. Secondo il modello del *triplo codice* (Dehaene, 1992; 2010; Dehaene & Cohen, 1995), le rappresentazioni mentali sottostanti al processamento dei numeri fanno ricorso a tre tipi di codice: verbale-lessicale, legato alla parola che rappresenta il numero (es. "dieci"); quantitativo-semantico, legato al significato del numero in termini di quantità di oggetti (es. ☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺ ossia "dieci faccine"); visivo-sintattico (anche detto visivo-arabico, es. la cifra "10", formata da un "1" e da uno "0" affiancati).

La rappresentazione verbale-lessicale viene utilizzata per il recupero dei cosiddetti "fatti aritmetici", in genere semplici addizioni e moltiplicazioni (ad esempio quando ci ricordiamo a memoria che "otto più sette fa quindici" e "sette per otto fa cinquantasei" senza dover immaginare una quantità corrispondente e senza dover attivare meccanismi di calcolo mentale). La rappresentazione quantitativo-semantica viene utilizzata per il confronto tra numerosità di insiemi e per le stime di quantità. Infine, la rappresentazione visiva-sintattica viene utilizzata per il calcolo a più cifre, per stabilire relazioni di maggiore/minore tra numeri e per formulare giudizi di parità, ad esempio calcolare 15 x 234, stabilire se 81 è maggiore di 67 e dire se 2.269 è un numero pari o dispari (Dehaene, 1992; Dehaene, Bossini & Giraux, 1993; Dehaene & Cohen, 1995). Secondo questo modello, una buona numeracy dipende dalla capacità di far operare le tre rappresentazioni in modo interrelato, attraverso processi di transcodifica diretta ed automatica: vedere su un foglio il numero "9" attiva la corrispondente rappresentazione verbale "nove" e porta alla rievocazione di immagini tipiche in cui è presente quella numerosità (es. nove quadrati in una tabella 3 x 3).

La rappresentazione quantitativo-semantica si avvale di meccanismi innati di quantificazione, quali il *subitizing* e la *stima*. Con il termine subitizing viene indicato un processo preattentivo che consente di determinare "a colpo d'occhio" la quantità di un insieme di oggetti di piccola numerosità (fino ad un massimo di quattro oggetti) in modo immediato ed accurato (Dehaene, 1997; Gelman & Gallistel, 1978). Ad esempio è più semplice riconoscere la numerosità dell'insieme di oggetti ☺☺☺ ☺☺☺ ☺☺☺ ☺, rispetto a quella dell'insieme ☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺, perché la visione del primo, essendo suddiviso in gruppi di tre, attiva i circuiti cerebrali del subitizing, mentre la visione del secondo richiede l'attivazione dei circuiti cerebrali deputati al conteggio.

Con il termine stima (o approssimazione), viene indicato il meccanismo innato che ci permette di apprezzare in modo grossolano la numerosità di grandi quantità di oggetti (Siegler & Opfer, 2003). Nella stima, cosi come in tutti i compiti che richiedono la comprensione della quantità associata al numero (quali la comparazione numerica e il calcolo approssimato), entra in gioco una sorta di "linea numerica mentale" (Berteletti, Lucangeli, Piazza, Dehaene & Zorzi, 2010; Dehaene, 2010), orientata da sinistra a destra e composta da intervalli non uguali ma con distanza tra i numeri che diminuisce all'aumentare della grandezza numerica. Tale linea è soggetta ad alcuni effetti tipici, dimostrati sperimentalmente:

- l'effetto distanza: se due quantità sono vicine il nostro cervello impiega più tempo per discriminare quale sia la più grande/piccola quindi, ad esempio, è più rapido indicare qual è il numero più piccolo tra il 10 e il 40 che non tra il 10 e il 20;
- l'effetto grandezza: se aumenta la grandezza delle quantità da confrontare il nostro cervello impiega più tempo per discriminare quale sia la più grande/piccola quindi, ad esempio, è più rapido indicare il numero più piccolo tra il 20 e il 40 che non tra il 70 e il 90;
- l'effetto compressione: sulla nostra linea mentale i numeri grandi occupano meno spazio di quelli piccoli;
- l'effetto Snarc (Spatial-Numerical Association of Response Codes): sulla nostra linea mentale, i numeri piccoli sono associati con la parte sinistra della linea, mentre i numeri più grandi con la parte destra.

Le ricerche di neuroimaging localizzano tale linea nel segmento orizzontale del solco intraparietale di entrambi gli emisferi cerebrali (Pinel, Dehaene, Riviere & LeBihan, 2001). Studi evolutivi dimostrano che un'anomala organizzazione funzionale ed anatomica del solco intraparietale è associata a problemi nelle abilità numeriche (Isaacs, Edmonds, Luca & Gadian, 2001; Molko et al., 2003).

Tutte le abilità matematiche che i bambini sviluppano nel tempo, quali contare, fare inferenze sulle relazioni tra numeri, trasformare i numeri attraverso le operazioni aritmetiche, poggiano su queste capacità di base. Il conteggio, ad esempio, implica l'interiorizzazione di una serie di principi:

- la corrispondenza uno a uno tra l'oggetto contato e il numero ad esso assegnato, che implica un collegamento tra rappresentazione lessicale e rappresentazione semantica;
- un ordine stabile tra i numeri assegnati ai vari oggetti, ad esempio il 2 deve venire dopo l'1, che implica l'esistenza di una linea mentale che fornisce un ordine preciso alle quantità e ai simboli corrispondenti;

- la cardinalità dell'insieme: il numero corrispondente all'ultimo oggetto contato (rappresentazione lessicale) corrisponde alla quantità di oggetti nell'insieme (rappresentazione semantica);
- l'astrazione associata ai numeri: gli stessi numeri, intesi come rappresentazioni lessicali e semantiche, possono essere utilizzati per contare qualsiasi tipo di oggetti;
- l'irrilevanza dell'ordine degli oggetti contati: se scambio di posto due oggetti il conteggio non cambia, dato che la rappresentazione semantica della quantità non dipende dagli oggetti utilizzati per rappresentarla.

Dalla rappresentazione di numerosità fornita dal conteggio è possibile derivare tutte le rappresentazioni collegate alle operazioni tipiche del ragionamento numerico e alle loro proprietà. La somma può essere rappresentata ad esempio come il prendere quantità da luoghi differenti e metterle tutte assieme, la differenza come togliere una quantità da un'altra quantità, la moltiplicazione come la replicazione di una quantità per un certo numero di volte (quantità di quantità, ossia quantità di oggetti per quantità di volte, da cui la relazione rappresentativa tra moltiplicazioni e aree), la divisione come la suddivisione della quantità in gruppi differenti. La proprietà dissociativa acquisisce significato nella scomposizione delle quantità costituenti una somma ("3 + 4" è uguale a "3 + 2 + 2"), la proprietà associativa nella loro composizione ("3 + 6 + 7" è uguale a "9 + 7"), la proprietà commutativa nello scambio di luogo degli oggetti che rappresentano le quantità ("6 + 3" è uguale a "3 + 6"), la proprietà distributiva nella scomposizione della quantità associata ad un moltiplicando o moltiplicatore ("6 x 10" è uguale a "6 x 5 + 6 x 5") o ad un dividendo ("9 : 2" è uguale a "4 : 2 + 5 : 2"), la proprietà invariantiva nell'aggiunta o nella sottrazione di una quantità ad entrambi i termini di una sottrazione ("12 - 8" è uguale a "(12 - 1) - (8 - 1)") oppure nel dividere o moltiplicare il dividendo o il divisore per lo stesso numero ("8 : 3" è uguale a "(8 x 2): (3 x 2)").

L'abilità di calcolo sulle quattro operazioni è poi alla base del problem solving in tutta una serie di problemi matematici (Fuchs et al., 2006; Jordan, Glutting, & Ramineni, 2010; Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001) e, nella misura in cui la matematica è il linguaggio di base di molte altre discipline, di problemi che afferiscono ad un ampio ventaglio di ambiti di sapere che va dalle scienze della natura alle scienze economiche e sociali. Per un bambino, padroneggiare al meglio le abilità di calcolo costruendo buone strutture mentali nella scuola dell'infanzia e nella scuola primaria è quindi un'importante chiave del successo matematico per tutta la vita.

In termini di apprendimento, si può affermare che il cervello del bambino è dotato fin dalla nascita di elementari strutture di azione, ossia strutture mentali che rendono possibile trasformare l'informazione in suo possesso allo scopo di costruire saperi e strategie che utilizzano questi saperi in vista di un fine[2].

In aggiunta alle abilità di calcolo, sono parte integrante della numeracy le abilità legate alla "lettura" (in termini di riconoscimento, interpretazione e assegnazione di significato) degli aspetti matematici presenti nelle situazioni che il soggetto esperisce. Anche queste abilità si fondano sui meccanismi descritti: se quanto viene esperito contraddice i modelli interpretativi "naturali", questo verrà contraddistinto come incomprensibile, non logico, e quindi rifiutato o appreso in modo puramente meccanico e presto dimenticato. Ad esempio

---

[2] Il riferimento è al modello R-I-Z-A (Risorse, strutture di Interpretazione, strutture di aZione, strutture di Autoregolazione) si veda Trinchero (2006; 2012).

una rappresentazione frazionaria può essere per il bambino priva di significato e contraddire le strutture che ha precedentemente costruito: come è possibile che 1/8 sia più piccolo di 1/5 se 8 è più grande di 5? Solo rimettendo al loro posto sulla linea dei numeri le due quantità 1/8 e 1/5 le rappresentazioni tornano ad essere coerenti con i principi "naturali" e quindi accettabili.

In termini di apprendimento, si può affermare che il cervello del bambino non è una spugna in grado di assorbire incondizionatamente tutti gli stimoli che arrivano, ma è un organo dotato fin dalla nascita di elementari strutture di interpretazione, geneticamente determinate, che assegna significato solo agli stimoli compatibili con tali strutture.

Il terzo elemento chiave della numeracy è la capacità di riflettere sulla coerenza interna e sull'aderenza ai dati di realtà delle proprie interpretazioni ed azioni e di modificarle se e quando necessario. In termini di apprendimento significa che il bambino, fin dalla più tenera età, è dotato di elementari strutture di autoregolazione, che gli consentono di superare le situazioni di impasse in cui può venirsi a trovare laddove le sue prime interpretazioni ed azioni non gli consentono di raggiungere gli obiettivi che si prefigge.

Un'azione didattica efficace nel costruire la numeracy deve quindi mirare a riconoscere e far emergere questi elementi innati, che in un cervello non "istruito" agiscono in modo slegato e modulare, e a trasformarli in una rete organizzata che porti a mettere in atto, in modo coordinato e sinergico, processi lessicali (contare ad alta voce, leggere i numeri, gli operatori matematici, i decimali, le frazioni, associare simboli ai nomi dei simboli), processi semantici (associare nomi e simboli al loro significato matematico, ordinare oggetti sulla base della numerosità, stabilire relazioni "di più" e "di meno", prevedere evoluzioni di numerosità) e processi sintattici (mettere in relazione le cifre che compongono i numeri e i simboli che formano le espressioni numeriche, ad esempio padroneggiando il valore posizionale delle cifre, le regole di composizione e scomposizione dei numeri, etc.).

Partendo dall'intuizione spontanea del bambino il buon insegnante deve arricchirla stuzzicando la sua curiosità, proponendo sfide possibili, esaltando l'elemento ludico insito nella matematica stessa (concetti matematici sono presenti in tutti i giochi del mondo, etc.) e passando gradualmente al pensiero simbolico, supportando però l'allievo nel mantenere ben salda la corrispondenza tra aspetti lessicali, semantici e sintattici. Dove il simbolo perde di significato è un simbolo vuoto, inerte, inutile. Dove il significato non è formalizzabile in simbolo, il significato è circoscritto a quella specifica situazione e quindi scarsamente utile, perché non trasferibile. Insegnare la matematica, secondo Dehaene (2010), significa ritracciarne la storia, dalla comparsa dell'homo sapiens ad oggi, nel cervello di ciascun allievo.

In questo approccio, insegnare a vedere, riconoscere, interpretare le situazioni matematiche (ossia sviluppare le strutture mentali di interpretazione) ed insegnare a riconoscere le debolezze nei propri modelli interpretativi e di azione e a cambiarli quando necessario (ossia sviluppare le strutture mentali di autoregolazione) è altrettanto importante dell'insegnare a risolvere, applicare, fare calcoli (ossia sviluppare le strutture mentali di azione). Ragionare in termini di sfide possibili e di feedback costante per sbloccare eventuali situazioni di impasse sviluppa i giusti atteggiamenti del bambino verso la matematica: non un qualcosa di astruso e inutile, ma qualcosa di sensato, divertente, motivante e strettamente connesso alla vita quotidiana. Se ai bambini in tenera età venissero date le stesse stimolazioni in matematica che vengono date loro nel linguaggio o nel movimento, la matematica sarebbe facile come parlare o correre su un prato, etc.

3. Il ruolo delle funzioni esecutive nello sviluppo della numeracy

Un altro elemento chiave nello sviluppo della numeracy sono le funzioni esecutive (Cantagallo, Spintoni & Antonucci, 2010). Con questo termine viene indicata una famiglia di processi mentali che consente di rispondere flessibilmente agli stimoli e alle richieste che provengono dall'ambiente, permettendo ai soggetti di mettere in atto pensieri e azioni intenzionali, orientati verso un obiettivo anche non immediato (Cragg & Gilmore, 2014). Tali processi iniziano ad emergere nell'infanzia (Diamond, 1985) ma raggiungono la piena maturazione solo nella tarda adolescenza. Le funzioni esecutive entrano in gioco quando il soggetto si trova ad eseguire compiti in situazioni nuove – che non possono essere affrontate con schemi mentali preesistenti, automatismi cognitivi, istinto o intuizione (Diamond, 2013) – e in assenza di una guida esterna che gli dica cosa deve fare. Esse consentono di elaborare mentalmente dei concetti, prendere il tempo necessario per pensare prima di agire, affrontare con successo sfide e compiti non noti e non previsti, resistere alla tentazione di prendere scorciatoie facili ed inefficaci e rimanere focalizzati su un compito. Secondo il modello definito da Adele Diamond[3] è possibile distinguere tre funzioni esecutive principali, che operano in modo strettamente interrelato tra di loro:

- inibizione di interferenze e risposte inefficaci, che comprende l'autocontrollo comportamentale e cognitivo (resistere alla tentazione di pensare ed agire impulsivamente o secondo automatismi non efficaci, unito allo spostare in un tempo futuro la gratificazione associata alle azioni presenti) e il controllo delle interferenze interne ed esterne sui propri processi di pensiero (attenzione selettiva e capacità di non cedere alle distrazioni);
- memoria di lavoro (verbale e visuo-spaziale), che comprende la codifica, il mantenimento, l'aggiornamento e il monitoraggio delle informazioni e degli obiettivi considerati rilevanti dal soggetto, attraverso una manipolazione attiva e volontaria dei dati presenti nella memoria stessa;
- flessibilità cognitiva, che comprende il muoversi agilmente tra modelli interpretativi e di azione differenti, il vedere le cose da prospettive differenti e l'adattarsi rapidamente a contesti e circostanze che cambiano.

In particolare la memoria di lavoro sarebbe coinvolta nel recupero dei fatti numerici, delle strategie e procedure di calcolo, delle scomposizioni e dei risultati parziali, oltre che nella comprensione semantica delle situazioni matematiche proposte. L'inibizione eviterebbe al soggetto di procedere secondo letture superficiali ed inadeguate dei problemi matematici o di perseverare in letture e procedure inefficaci. La flessibilità cognitiva consentirebbe di adottare letture, strategie e procedure differenti laddove quelle correnti risultino essere inadeguate. Bull e Scerif (2001) hanno dimostrato una relazione tra problemi nelle funzioni esecutive (soprattutto nell'inibizione di risposte inefficaci e nella ritenzione dell'informazione nella memoria di lavoro) e performance carenti in matematica; Jarvis e Gathercole (2003) hanno dimostrato che i bambini con bassi punteggi nei test che rilevano la funzionalità della memoria di lavoro hanno anche bassi punteggi in matematica; Seidman (2006) ha rilevato un'associazione tra difficoltà nello svolgere operazioni aritmetiche e deficit nelle funzioni esecutive (nei ragazzi con disabilità intellettiva). In generale, i bambini con disabilità mentali sembrano avere problemi in particolare con la memoria di

[3] Tale modello tiene conto di numerose recenti evidenze sperimentali, soprattutto con riferimento agli studi sullo sviluppo delle funzioni esecutive nell'infanzia (Diamond & Lee, 2011).

lavoro (David, 2012), e questi si manifestano soprattutto nei compiti che richiedono l'elaborazione di informazioni numeriche (Andersson & Lyxell, 2007).

Anche per i bambini normofunzionali, da ricerche condotte in età scolare (dai nove ai dodici anni), la performance in matematica risulta essere associata a memoria di lavoro e flessibilità cognitiva (Agostino, Johnson & Pascual-Leone, 2010; Geary, Hoard, Byrd-Craven & DeSoto, 2004; Passolunghi & Siegel, 2001; Waber, Gerber, Turcios, Wagner & Forbes, 2006). La capacità della memoria di lavoro (in genere indicata con il termine *span*) è più piccola nei bambini più piccoli (Gathercole, Pickering, Ambridge & Wearing, 2004), in un'età in cui il suo ruolo è anche più importante per il problem solving matematico a causa di una minor automatizzazione delle strutture mentali che guidano interpretazioni ed azioni. Numerosi altri studi mettono poi in evidenza il ruolo del controllo inibitorio (Brock, Rimm-Kaufman, Nathanson & Grimm, 2009; Gilmore et al., 2013; Lee et al., 2012) e della flessibilità cognitiva (Yeniad, Malda, Mesman, Van IJzendoorn & Pieper, 2013) per le performance in matematica, soprattutto per quanto riguarda l'inibizione di schemi "ingenui" e la capacità di passare a letture alternative dei problemi che ne facilitino la risoluzione.

In particolare, le operazioni aritmetiche nei primi anni della scuola primaria richiedono un coinvolgimento maggiore delle aree frontali del cervello, che diminuisce al crescere dell'età dei bambini, dell'automatizzazione delle operazioni mentali e dell'uso di strategie di calcolo differenti che ottimizzano il carico cognitivo (Cho, Ryali, Geary & Menon, 2011; Rosenberg-Lee, Barth & Menon, 2011). Nello svolgere le operazioni aritmetiche la memoria di lavoro viene coinvolta nelle elaborazioni degli elementi simbolici e quantitativi e nella conservazione dei risultati parziali dell'operazione. L'inibizione consente di resistere alla tentazione di rispondere frettolosamente, ad esempio iniziare l'operazione dalla parte sbagliata, incolonnare in modo errato gli operandi, usare automatismi di calcolo errati (es. "9 + 6 = 14"), etc. La flessibilità cognitiva consente di cambiare procedura o automatismo di calcolo se quelli utilizzati sembrano non funzionare (Siegler & Araya, 2005).

Altre ricerche dimostrano come migliori funzioni esecutive rendano più facile l'acquisizione di nuove competenze matematiche a seguito di un percorso di formazione scolastica (Clark, Sheffield, Wiebe & Espy, 2013; Geary, 2011; LeFevre et al., 2013). Incrementi nella memoria di lavoro, ad esempio in relazione ad un training specifico supportato da computer o da attività in piccolo gruppo (Holmes, Gathercole & Dunning, 2009; Kroesbergen, van't Noordende & Kolkman, 2014; Mirmehdi, Alizadeh & Naraghi, 2009; St Clair-Thompson, Stevens, Hunt & Bolder, 2010), sono legati a specifici progressi in matematica (Swanson, 2011; Van der Ven, Kroesbergen, Boom & Leseman, 2012) e questo è particolarmente vero per quanto riguarda l'acquisizione di conoscenza numerica fattuale (LeFevre et al., 2013). Queste ricerche hanno evidenziato la necessità che il potenziamento sia strettamente legato agli specifici contenuti e processi da migliorare (ad esempio se si vogliono migliorare le abilità di conteggio è necessario svolgere training numerici e non visuo-spaziali). In generale, non vi sono evidenze di effetti visibili di transfer sulle performance scolastiche di interventi di training delle funzioni esecutive non ancorati agli specifici contenuti scolastici su cui si desidera ottenere un incremento delle performance (Morrison & Chein, 2011). Infine, vi sono evidenze che dimostrano che azioni altamente strutturate di tutoraggio in matematica danno risultati migliori se i test che rilevano la capacità della memoria di lavoro dei soggetti che vi partecipano danno punteggi più alti (Fuchs et al., 2005; 2013), anche se questi risultati sembrano difficili da generalizzare a normali situazioni di apprendimento in classe.

La memoria di lavoro e il controllo inibitorio sembrano essere associati anche alle abilità di lettura e scrittura (St Clair-Thompson & Gathercole, 2006; Van der Sluis, de Jong & Van der Leij, 2007) e di comprensione dei testi (De Beni, Palladino, Pazzaglia & Cornoldi, 1998), che sono comunque coinvolte in modo rilevante nel problem solving matematico (si pensi a quanti allievi fanno errori nell'interpretare correttamente il testo dei problemi o nell'esporre in modo comprensibile il procedimento di risoluzione). Studi longitudinali dimostrano che l'importanza della memoria di lavoro per la performance in lettura decresce con l'età (al contrario di quello che accade per la performance in matematica), man mano che le operazioni di decodifica delle lettere e dei significati associati alle parole diventa più automatica (Geary, 2011). In generale, memoria di lavoro e inibizione risultano essere buoni predittori dei punteggi nei test, sia di lettura sia di matematica, dall'età prescolare fino alla scuola superiore.

La Figura 1 sintetizza gli elementi chiave che caratterizzano lo sviluppo della numeracy nei bambini, descritti nei due paragrafi precedenti.

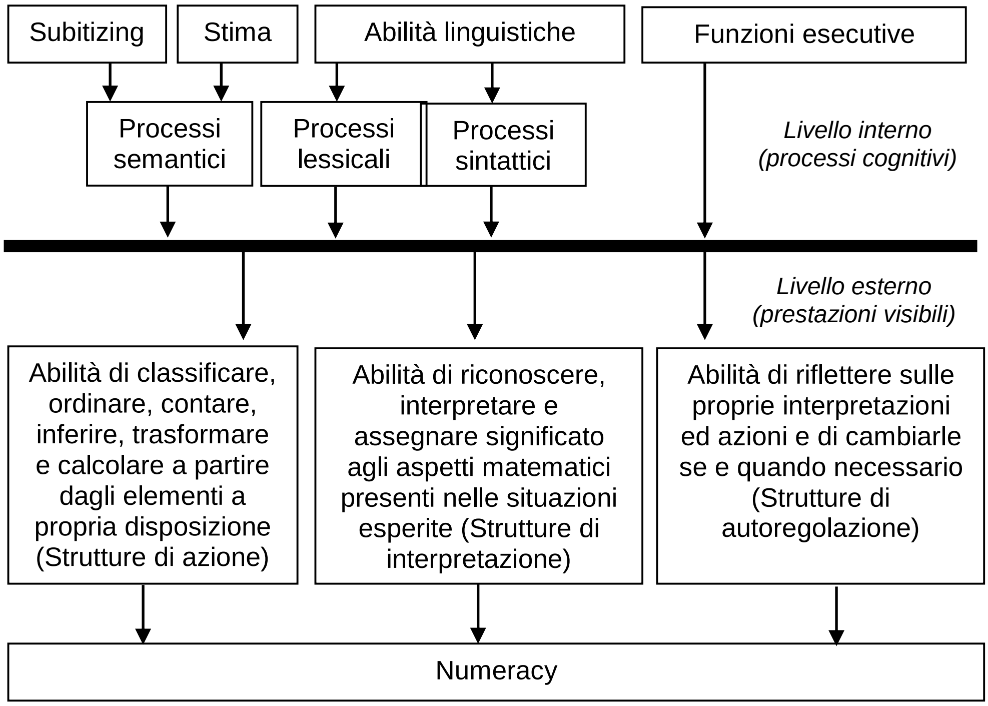

Figura 1. Elementi chiave nello sviluppo della numeracy.

4. PotenziaMente 2.0: un software per esercitare le funzioni esecutive e costruire la numeracy nella scuola primaria

Il software PotenziaMente 2.0 nasce come implementazione pratica dei principi descritti nei paragrafi precedenti. Il software, liberamente fruibile online[4] e scaricabile all'indirizzo

[4] Il software è scritto in Html 5 e Javascript e gira all'interno del browser. Attualmente è stato collaudato su Internet Explorer, Chrome, Firefox, Opera, QupZilla, Safari, CM Browser, in ambiente Windows, MacOs e Android. Può essere utilizzato sia online sia, scaricandolo, dal disco locale (non richiede installazione, solo copia sul disco fisso o su chiavetta Usb).

www.edurete.org/potenziamente, è composto da più moduli-gioco, ciascuno con 12 livelli di difficoltà. Attualmente (marzo 2016) sono disponibili i seguenti moduli: “I numeri fino a 10”, “I numeri da 10 in poi”, “Operazioni di base”, “Spazio e figure”, “Somme”, “Sottrazioni”, “Moltiplicazioni”, “Divisioni”. Sono in preparazione i moduli: “Decimali e frazioni”, “Tabelle, grafici e probabilità”, “Progressioni e serie”, “Viste, proiezioni e trasformazioni”, “Matematizzare il mondo”. I giochi sono pensati per essere utilizzati a partire dall’ultimo anno della scuola della dell’infanzia. La Figura 2 schematizza gli obiettivi di gioco presenti nei livelli di ciascun modulo.

Modulo	*Obiettivi di gioco*
I numeri fino a 10	Ordinare le cifre da 0 a 9 sulla linea dei numeri, mettere in corrispondenza cifra e nome del numero (con trascinamento e con memory) con e senza aiuti. Costruire con il conteggio la quantità corrispondente ad un dato numero. Mettere in corrispondenza cifra e quantità (con subitizing e trascinamento e con memory, con e senza aiuti). Ordinare quantità sulla linea dei numeri. Dare istruzioni alla tartaruga per spostarsi sul righello 0-10 di una data quantità. Costruire un grafico a barre con mattoncini colorati di varia numerosità. Unire i puntini numerati con la penna sullo schermo e scrivere il nome della cifra tracciata.
I numeri da 10 in poi	Ordinare i numeri da 10 a 30 sulla linea dei numeri, utilizzando la regola di composizione unità-decine. Mettere in corrispondenza numeri da 10 a 100 e nome del numero (con trascinamento e con memory, con e senza aiuti). Costruire con i regoli decine-unità la quantità corrispondente ad un dato numero da 10 a 100. Classificare i numeri su una matrice decine-unità. Spezzare blocchi da 10, da 100 e da 1.000 per comporre numeri più piccoli con centinaia, decine, unità. Dare istruzioni alla tartaruga per spostarsi sul righello 0-100 di una data quantità. Comporre con gli euro una quantità da 0 a 1.000. Contare oggetti che si ripetono secondo sequenze regolari e irregolari.
Operazioni di base	Associare esempi di operazioni aritmetiche di base alla rispettiva tipologia (con trascinamento). Associare esempi di operazioni aritmetiche di base alla loro descrizione letterale (con memory). Eseguire addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni, divisioni spostando oggetti. Eseguire addizioni sulla linea dei numeri sperimentando la proprietà commutativa, associativa, dissociativa. Eseguire sottrazioni sulla linea dei numeri sperimentando la proprietà invariantiva ed applicando la proprietà associativa dell’addizione. Eseguire moltiplicazioni sulla linea dei numeri applicando la proprietà commutativa, associativa, dissociativa ed applicando la proprietà distributiva dell’addizione. Eseguire divisioni sulla linea dei numeri applicando la proprietà invariantiva. Associare operazioni aritmetiche di base al loro risultato (con memory).
Spazio e figure	Mettere in corrispondenza rappresentazioni e concetti di destra, sinistra, sopra, sotto, alto, basso, davanti, dietro, dentro, fuori, con memory. Mettere in corrispondenza rappresentazioni e concetti di cerchio, segmento, angolo, triangolo, quadrato, rombo, rettangolo, parallelepipedo, trapezio, pentagono (con trascinamento e con

	memory). Costruire figure geometriche unendo i puntini con la penna sullo schermo. Mettere in corrispondenza rappresentazioni di cerchio, segmento, angolo, triangolo, quadrato, rombo, rettangolo, parallelepipedo, trapezio, pentagono e loro caratteristiche peculiari (con trascinamento e con memory). Dare istruzioni alla tartaruga per raggiungere un obiettivo in un labirinto. Dare istruzioni alla tartaruga per disegnare figure geometriche, Trovare il perimetro di una figura geometrica. Comporre figure geometriche di area data con tasselli colorati. Trovare l'area di figure geometriche su un piano quadrettato. Collocare oggetti su un piano in base a coordinate date.
Somme	Addizioni in colonna da 1 cifra più 1 cifra a 5 cifre più 5 cifre più 5 cifre.
Sottrazioni	Sottrazioni in colonna da 1 cifra meno 1 cifra a 5 cifre meno 4 cifre meno 4 cifre.
Moltiplicazioni	Moltiplicazioni in colonna da 1 cifra per 1 cifra (tabelline) a 3 cifre per 3 cifre.
Divisioni	Divisioni in colonna da 1 cifra diviso 1 cifra a 6 cifre diviso 3 cifre.

Figura 2. La matematica nei giochi di PotenziaMente 2.0.

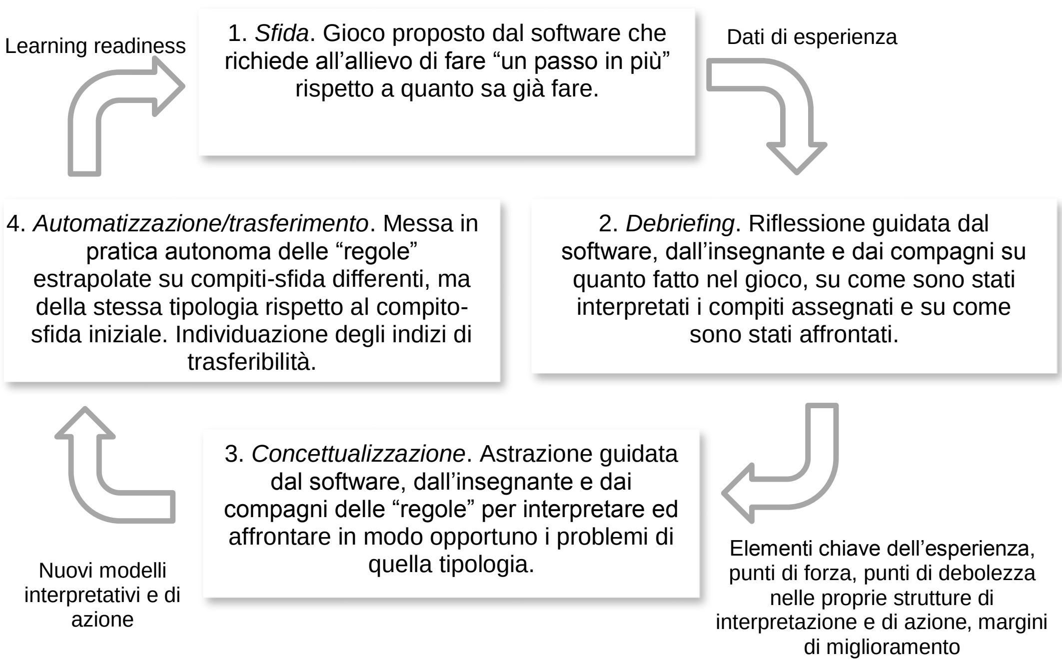

Figura 3. Ciclo SDCA (Sfida-Debriefing-Concettualizzazione-Automatizzazione/trasferimento).

Le attività di PotenziaMente 2.0 sono pensate per far svolgere al bambino sessioni di *pratica deliberata* (Ericsson, Krampe & Tesch-Romer, 1993; Trinchero, 2015) strutturate secondo il ciclo Sfida-Debriefing-Concettualizzazione-Automatizzazione/trasferimento (SDCA) (Figura 3).

I giochi implementati nel software propongono al bambino – per ciascuno dei 12 livelli – delle *sfide*, calibrate sull'attuale *learning readiness* (ossia l'insieme di conoscenze, abilità/capacità, atteggiamenti) media dei soggetti, con cui i soggetti stessi non si sono mai cimentati precedentemente (e che quindi richiedono un utilizzo rilevante delle funzioni esecutive, non potendo contare su strutture di interpretazione e di azione automatizzate). In questi compiti-gioco i soggetti possono procedere formulando ipotesi e controllandole e il software li supporta fornendo diversi feedback ed aiuti, testuali, visivi e vocali. L'affrontare questi compiti-gioco fa sì che i soggetti raccolgano un insieme più o meno ampio di dati di esperienza, che costituiscono oggetto di riflessione nel momento di *debriefing*, che inizia con i feedback forniti dal software e che, può essere supportato e integrato da una riflessione guidata dall'insegnante e dai compagni stessi su quanto il bambino ha fatto per superare la sfida. Scopo di tale riflessione è guidare il bambino ad autovalutare il proprio operato e riflettere sulla propria interpretazione del compito-gioco (e degli elementi che lo costituiscono) e sulle strategie con cui lo ha affrontato. L'operazione di debriefing serve per isolare gli elementi chiave dell'esperienza, i punti di forza e i punti di debolezza di quanto è stato fatto e i relativi margini di miglioramento. Tutti questi elementi vengono sottoposti ad un momento di *concettualizzazione*, guidato sia dai suggerimenti dati dal software sia dall'insegnante sia dai compagni, in cui vengono isolate delle "regole" e delle "invarianti" (riguardanti conoscenze, abilità/capacità, atteggiamenti) che consentono di affrontare in modo ottimale il compito-sfida proposto (e tutti i compiti-sfida appartenenti a quella famiglia). Tali regole ed invarianti vengono codificate come schemi/strutture mentali, i quali costituiscono altrettanti modelli interpretativi e di azione utili per affrontare compiti analoghi. Il momento successivo è quello dell'*automatizzazione* di tali schemi/strutture e del loro *trasferimento*, gestito dal software attraverso la proposizione di compiti analoghi a quello su cui la concettualizzazione è avvenuta, i quali consentono al bambino, anche con l'aiuto dell'insegnante e dei compagni, di individuare nei nuovi compiti gli indizi (*cues*) che permettono di operare il giudizio di trasferibilità. L'esito dell'intero processo è la padronanza degli schemi/strutture assimilati (riguardanti conoscenze, abilità/capacità, atteggiamenti) e l'aumentata capacità del soggetto di coglierne con immediatezza i margini di applicazione in una molteplicità di situazioni, ossia nella costruzione di nuova learning readiness. Con questo bagaglio consolidato il soggetto è pronto ad affrontare una nuova sfida proposta dal livello successivo del gioco, facendo così partire un nuovo ciclo.

Rispetto ad altri software in commercio PotenziaMente 2.0 offre una serie di vantaggi. Anzitutto è completamente gratuito (e privo di avvisi pubblicitari), non richiede installazione e può essere fruito direttamente online facendolo girare all'interno del browser. Se scaricato e utilizzato offline è sufficiente scompattare il file compresso ed aprire in locale il file index.htm. Attraverso il software PotenziaMente 2.0 è possibile poi avere uno strumento per lavorare in classe con la LIM (o con pc e videoproiettore) in modo interattivo e coinvolgente, guidando gli allievi alla scoperta di concetti e situazioni matematiche e alla riflessione collettiva su di essi, ma anche far esercitare gli allievi, a scuola e a casa, con lo stesso gioco che hanno visto precedentemente sulla LIM (il software può essere utilizzato su tutte le piattaforme Windows, MacOs e Android, su pc, laptop, tablet e smartphone), allo scopo di cimentarsi in modo autonomo con le sfide proposte e beneficiare del tutoring individuale messo a disposizione dal software, che li guida passo passo nel processo e che fornisce loro feedback tempestivi e mirati (più di quanto un insegnante potrebbe realisticamente fare in classi con 20 o più allievi). Con i giochi proposti dal pacchetto è possibile organizzare vari momenti ludici, ad esempio tornei di matematica a squadre, sfide contro il tempo individuali e a squadre, momenti di allenamento individuale per migliorare le performance nelle gare suddette.

È necessario sottolineare che per avere effetti positivi dall'uso del software, l'insegnante:

- non deve svolgere la sua didattica in modo classico e poi dire "adesso esercitatevi a casa con il software", dato che questo verrebbe percepito come un accessorio inutile, che distoglie l'attenzione dalle cose "importanti" che sono quelle viste a lezione: l'uso del software va integrato nella didattica corrente;
- deve organizzare momenti in cui i ragazzi devono giocare a coppie (con un allievo che ha meno difficoltà accoppiato ad uno con difficoltà): l'uso del software deve originare occasioni di feedback e di tutoring tra pari;
- deve organizzare momenti in cui i ragazzi debbano potersi cimentare da soli con le sfide proposte dai giochi, senza che in classe sia stato spiegato prima come fare: il software deve essere uno strumento per sviluppare l'autonomia degli allievi nell'affrontare anche situazioni nuove ed impreviste, ed il tutoring offerto dal software stesso è pensato proprio per questo obiettivo.

Utilizzato in questo modo PotenziaMente 2.0 costituisce un vero e proprio strumento di potenziamento cognitivo, in grado sia di far crescere con più rapidità gli allievi che non presentano particolari difficoltà, sia di aiutare gli allievi con difficoltà a raggiungere gli obiettivi previsti.

Bibliografia

Agostino, A., Johnson, J., & Pascual-Leone, J. (2010). Executive functions underlying multiplicative reasoning: problem type matters. *Journal of Experimental Child Psychology*, *105*, 285–305.

Andersson, U., & Lyxell, B. (2007). Working memory deficit in children with mathematical difficulties: a general or specific deficit?. *Journal of Experimental Child Psychology*, *96*(3), 197–228.

Antell, S.E., & Keating, D.P. (1983). Perception of numerical invariance in neonates. *Child Development*, *54*(3), 695–701.

Berteletti, I., Lucangeli, D., Piazza, M., Dehaene, S., & Zorzi, M. (2010). Numerical estimation in preschoolers. *Development Psychology*, *46*(2), 545–551.

Brock, L.L., Rimm-Kaufman, S.E., Nathanson, L., & Grimm, K.J. (2009). The contributions of "hot" and "cool" executive function to children's academic achievement, learning-related behaviors, and engagement in kindergarten. *Early Childhood Research Quarterly*, *24*(3), 337–349.

Brooks, M.E., & Pui, S. (2010). Are individual differences in numeracy unique from general mental ability? A closer look at a common measure of numeracy. *Individual Differences Research*, *8*(4), 257–265.

Bull, R., & Scerif, G. (2001). Executive functioning as a predictor of children's mathematics ability: inhibition, switching and working memory. *Development Neuropsychology Journal*, *19*(3), 273–293.

Butterworth, B. (1999). *The mathematical brain*. London: Macmillan.

Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, *46*(1), 3–18.

Butterworth, B. (2011). *Numeri e calcolo. Lo sviluppo delle competenze aritmetiche e la discalculia evolutiva*. Trento: Erickson.

Cantagallo, A., Spintoni, G., & Antonucci, G. (eds.). (2010). *Le funzioni esecutive. Valutazione e riabilitazione*. Roma: Carocci.

Cho, S., Ryali, S., Geary, D.C., & Menon, V. (2011). How does a child solve 7 + 8? Decoding brain activity patterns associated with counting and retrieval strategies. *Developmental Science*, *14*(5), 989–1001.

Clark, C.A.C., Sheffield, T.D., Wiebe, S.A., & Espy, K.A. (2013). Longitudinal associations between executive control and developing mathematical competence in preschool boys and girls. *Child Development, 84,* 662–677.

Cornoldi, C. (2007). *Difficoltà e disturbi dell'apprendimento*. Bologna: Il Mulino.

Cragg, L., & Gilmore, C. (2014). Skills underlying mathematics: the role of executive function in the development of mathematics proficiency. *Trends in Neuroscience and Education*, *3*(2), 63–68.

David, C.V. (2012). Working memory deficits in math learning difficulties: a meta-analysis. *International Journal Developmental Disabilities*, *58*(2), 67–84.

De Beni, R., Palladino, P., Pazzaglia, F., & Cornoldi, C. (1998). Increases in intrusion errors and working memory deficit of poor comprehenders. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, *51*, 305–320.

Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, *44*, 1–42.

Dehaene, S. (1997). *The number sense: how the mind creates mathematics*. New York, NY: Oxford University Press.

Dehaene, S. (2010). *Il pallino della matematica. Scoprire il genio dei numeri che è in noi*. Milano: Raffaello Cortina.

Dehaene, S., Bossini, S., & Giraux, P. (1993). The mental representation of parity and number magnitude. *Journal of Experimental Psychology*, *122*, 371–396.

Dehaene, S., & Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition*, *1*, 83–120.

Diamond, A. (1985). Development of the ability to use recall to guide action, as indicated by infants' performance on AB. *Child Development*, *56*(4), 868–883.

Diamond, A. (2013). Executive functions. *Annual Review of Psychology*, *64*, 135–168.

Diamond, A., & Lee, K. (2011). Interventions shown to aid executive function development in children 4-12 years old. *Science*, *333*(6045), 959–964.

Ericsson, K.A., Krampe, R.T., & Tesch-Romer C. (1993). The role of deliberate practice in the acquisition of expert performance. *Psychological Review*, *100*(3), 363–406.

Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E.S. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences*, *8*, 307–314.

Fuchs, L.S., Compton, D.L., Fuchs, D., Paulsen, K., Bryant, J.D., & Hamlett, C.L. (2005). The prevention, identification, and cognitive determinants of math difficulty. *Journal of Educational Psychology*, *97*(3), 493–513.

Fuchs, L.S. Fuchs, D., Compton, D.L., Powell, S.R., Seethaler, P.M., Capizzi, A.M., ...Fletcher, J.M. (2006). The cognitive correlates of third-grade skill in arithmetic, algorithmic computation, and arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, *98*, 29–43.

Fuchs, L.S., Geary, D.C., Compton, D.L., Fuchs, D., Schatschneider, C., Hamlett, C.L., ...Bryant, J.D. (2013). Effects of first-grade number knowledge tutoring with contrasting forms of practice. *Journal of Educational Psychology*, *105*(1), 58–77.

Gathercole, S.E., Pickering, S.J., Ambridge, B., & Wearing, H. (2004). The structure of working memory from 4 to 15 years of age. *Developmental Psychology*, *40*(2), 177–190.

Geary, D.C. (2011). Cognitive predictors of achievement growth in mathematics: a 5-year longitudinal study. *Developmental Psychology*, *47*(6), 1539–1552.

Geary, D.C., Hoard, M.K., Byrd-Craven, J., & DeSoto, M.C. (2004). Strategy choices in simple and complex addition: contributions of working memory and counting knowledge for children with mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, *88*(2), 121–151.

Gelman, R., & Gallistel, C. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Gilmore, C., Attridge, N., Clayton, S., Cragg, L., Johnson, S., Marlow, N., ...Inglis, M. (2013). Individual differences in inhibitory control, not non-verbal number acuity, correlate with mathematics achievement. *PLoS One*, *8*(6), 673–674.

Holmes, J., Gathercole, S.E., & Dunning, D.L. (2009). Adaptive training leads to sustained enhancement of poor working memory in children. *Developmental Science*, *12*(4), 9–15.

Isaacs, E.B., Edmonds, C.J, Luca, A., & Gadian, D.G. (2001). Calculation difficulties in children of very low birthweight: a neural correlate. *Brain*, *124*, 1701–1707.

Jarvis, H.L., & Gathercole, S.E. (2003). Verbal and non-verbal working memory and achievements on national curriculum tests at 11 and 14 years of age. *Educational and Child Psychology*, *20*, 123–140.

Jordan, N.C., Glutting, J., & Ramineni, C. (2010). The importance of number sense to mathematics achievement in first and third grades. *Learning and Individual Differences*, *20*(2), 82–88.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (eds.). (2001). *Adding it up: helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.

Kroesbergen, E.H., van't Noordende, J.E., & Kolkman, M.E. (2014). Training working memory in kindergarten children: effects on working memory and early numeracy. *Child Neuropsychology*, *20*(1), 23–37.

Lee, K., Ng, S.F., Pe, M.L., Ang, S.Y., Hasshim, M.N.A.M., & Bull, R. (2012). The cognitive underpinnings of emerging mathematical skills: executive functioning, patterns, numeracy, and arithmetic. *British Journal of Educational Psychology,*, *82*(1), 82–99.

LeFevre, J., Berrigan, L., Vendetti, C., Kamawar, D., Bisanz, J., Skwarchuk, S.L., & Smith-Chant, B.L. (2013). The role of executive attention in the acquisition of mathematical skills for children in grades 2 through 4. *Journal of Experimental Child Psychology*, *114*(2), 243–261.

Lucangeli, D., Poli, S., Molin, A., De Candia C., & Bertolli C. (2003). *L'intelligenza numerica. Vol. 1-2-3-4*. Trento: Erickson.

Mirmehdi, R., Alizadeh, H., & Naraghi, M. (2009). Effectiveness of training executive functions on mathematics performance and reading in primary students with special learning disability (Persian). *Research in Exceptional Children*, *9*(1), 1–12.

Molko, N., Cachia, A., Rivière, D., Mangin, J.F., Bruandet, M., Le Bihan, D., …Dehaene, S. (2003). Functional and structural alterations of the intraparietal sulcus in a developmental dyscalculia of genetic origin. *Neuron, 40*, 847–858.

Morrison, A.B., & Chein, J.M. (2011). Does working memory training work? The promise and challenges of enhancing cognition by training working memory. *Psychonomic Bullettin Review Journal*, *18*, 46–60.

Passolunghi, M.C., & Siegel, L.S. (2001). Short term memory, working memory and inhibitory control in children with specific arithmetic learning disabilities. *Journal of Experimental Child Psychology*, *80*, 44–57.

Pinel, P., Dehaene, S., Riviere, D., & LeBihan, D. (2001). Modulation of parietal activation by semantic distance in a number comparison task. *NeuroImage*, *14*(5), 1013–1026.

PotenziaMente 2.0. http://www.edurete.org/potenziamente/ (ver. 15.04.2016).

Rosenberg-Lee, M., Barth, M., & Menon, V. (2011). What difference does a year of schooling make? Maturation of brain response and connectivity between 2nd and 3rd grades during arithmetic problem solving. *NeuroImage*, *57*(3), 796–808.

Seidman, L.J. (2006). Neuropsychological functioning in people with Adhd across the lifespan. *Clinical Psychology Review*, *26*, 466–485.

Siegler, R., & Araya, R. (2005). A computational model of conscious and unconscious strategy discovery. *Advances Childhood Development and Behavior*, *33*, 1–42.

Siegler, R.S., & Opfer, J.E. (2003). The development of numerical estimation: evidence for multiple representations of numerical quantity. *Psychological Science*, *14*, 237–243.

Simon, T.J., Hespos, S.J., & Rochat, P. (1995). Do infants understand simple arithmetic? A replication of Wynn (1992). *Cognitive Development*, *10*, 253–269.

St Clair-Thompson, H.L., & Gathercole, S.E. (2006). Executive functions and achievements on national curriculum tests: shifting, updating, inhibition, and working memory. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, *59*, 745–759.

St Clair-Thompson, H.L., Stevens, R., Hunt, A., & Bolder, E. (2010). Improving children's working memory and classroom performance. *Educational Psychology*, *30*(2), 203–220.

Starkey, P., & Cooper, R.G. (1980). Perception of numbers by human infants. *Science*, *210*(4473), 1033–1035.

Swanson, H.L. (2011). Working memory, attention, and mathematical problem solving: a longitudinal study of elementary school children. *Journal of Educational Psychology*, *103*(4), 821–837.

Trinchero, R. (2006). *Valutare l'apprendimento nell'e-learning. Dalle abilità alle competenze*. Trento: Erickson.

Trinchero, R. (2012). *Costruire, valutare, certificare competenze. Proposte di attività per la scuola*. Milano: Franco Angeli.

Trinchero, R. (2015). Costruire la learning readiness con la pratica deliberata: i software Beta! e PotenziaMente 2.0. In C. Coggi (ed.), *Favorire il successo a scuola. Il Progetto Fenix dall'infanzia alla secondaria* (pp. 165-222). Lecce: Pensa Multimedia.

Van der Sluis, S., de Jong, P.F., & van der Leij, A. (2007). Executive functioning in children, and its relations with reasoning, reading, and arithmetic. *Intelligence*, *35*(5), 427–449.

Van der Ven, H.G., Kroesbergen, E.H., Boom, J., & Leseman, P.P.M. (2012). The development of executive functions and early mathematics: a dynamic relationship. *British Journal of Educational Psychology*, *82*(1), 100–119.

Waber, D.P., Gerber, E.B., Turcios, V.Y., Wagner, E.R., & Forbes, P.W. (2006). Executive functions and performance on high-stakes testing in children from urban schools. *Developmental Neuropsychology*, *29*, 459–477.

Withnall, A. (1994). *Towards a definition of numeracy*. Proceedings of ALM-1 Conference, Birmingham, UK. http://www.alm-online.net/images/ALM/conferences/ALM01/proceedings/ALM01-proceedings-p11-17.pdf (ver. 15.04.2016).

Wynn, K. (1992). Children's acquisition of the number words and the counting system. *Cognitive Psychology*, *24*, 220–251.

Xu, F., & Spelke, E. (2000). Large number discrimination in 6 month old infants. *Cognition*, *74*, 1–11

Yeniad, N., Malda, M., Mesman, J., Van IJzendoorn, M.H., & Pieper, S. (2013). Shifting ability predicts math and reading performance in children: a meta-analytical study. *Learning and Individual Differences*, *23*(0), 1–9.

Zan, R. (2007). *Difficoltà in matematica. Osservare, interpretare, intervenire*. Milano: Springer-Italia.