© Lo Sguardo - rivista di filosofia
N. 32, 2021 (I) - Leibniz e la sua eredità post-idealistica

DOI: 10.5281/zenodo.5838199

Articoli/1

Leibniz e Peano

Dalla numerazione binaria alle macchine

Clara Silvia Roero 0000-0001-7320-7721

Erika Luciano 0000-0002-4037-7676

Articolo sottoposto a doppia *blind peer review*. Inviato il 25/04/2021. Accettato il 26/07/2021.

Leibniz and Peano. From binary number systems to machines

This paper presents some reflections on binary arithmetic and its applications by Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) and Giuseppe Peano (1858-1932). The topic is relevant both for the intrinsic historical, mathematical, philosophical, theological, and linguistic interests motivating its development, and for the social implications derived by the design and the realization of machines. In the light of Leibniz's texts on dyadic between 1663 and 1705, we highlight the results that he obtained as well as the aims he did not achieve, both in the theoretical and in the applicative field. We also underline the ability of the German philosopher and mathematician to involve high-level experts, teachers, and academics from various countries in his projects on dyadic. With regard to Peano, we analyse the sources that between 1898 and 1903 brought him to deal with the history of the binary number system in the wake of Leibniz. Based on the examination of some unpublished manuscripts, we reconstruct his research and show how it culminates in the construction of a binary shorthand machine, in which mathematics, linguistics and technology merged together. For both authors, research in different cultural fields and their historical status constituted an important step in identifying and achieving their objectives.

***

Introduzione

Il filo rosso che collega, a distanza di secoli, le riflessioni di Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) e quelle di Giuseppe Peano (1858-1932)* sull'aritmetica binaria e sulle sue applicazioni merita di essere maggiormente conosciuto, sia

* Abbreviazioni utilizzate: A = Leibniz 1923- in corso, *Sämtliche Schriften und Briefe,* serie I-VIII, Leipzig-Berlin; D = Dutens 1768 (ed.), *Gothofredi Guillelmi Leibnitii Opera omnia*, 6 voll., Genève; GM = Gerhardt 1849-1863 (ed.), *Leibnizens mathematische Schriften*, 7 voll. Halle; rist. 1961-1962 Hildesheim; GP = Gerhardt 1875-1890 (ed.), *Die philosophischen Schriften von G. W. Leibniz*, 7 voll., Berlin; rist. 1965 Hildesheim; NLB = Niedersächsische Landesbibliothek; Zacher, *Die Hauptschriften zur Dyadik von G. W. Leibniz,* Frankfurt a. M. 1973. Le sigle degli scritti di Peano in ordine cronologico si riferiscono a *L'Opera omnia e i Marginalia di Giuseppe Peano (with English version)*, a cura di C. S. Roero, DVD-rom, Dipartimento di Matematica, Università di Torino 2008.

per l'interesse storico-matematico, oltre che filosofico-teologico-linguistico, sia per i risvolti sociali che ispirarono i due protagonisti nell'ideazione di macchine. Alla luce di manoscritti, saggi e carteggi di Leibniz su questi temi, ripercorriamo le finalità e i risultati ottenuti, e quelli disattesi, in ambito teorico e applicativo, fra il 1663 e il 1705, evidenziando la capacità del filosofo e matematico tedesco di coinvolgere nei suoi progetti sulla diadica esperti di alto livello, insegnanti e accademici.

Proseguiamo quindi nell'esame delle fonti che ispirarono Peano – a cavallo fra Ottocento e Novecento – ad occuparsi della storia della numerazione binaria, sulla scia di Leibniz, e mostriamo, con documenti inediti, le tappe che lo portarono a costruire una macchina stenografica binaria, in cui matematica, linguistica e tecnologia si fondevano. Anche in questo caso le ricerche messe in campo spaziavano in ambiti culturali diversi, e l'aspetto storico costituì un tassello importante per individuare e raggiungere l'obiettivo.

1. Leibniz, l'aritmetica binaria e le macchine (1663-1705)

Gli studi e le ricerche di Leibniz sulla numerazione binaria e sulle sue applicazioni sono documentati in una serie di manoscritti, uno solo dei quali fu pubblicato durante la sua vita, e in numerosi riferimenti nei dialoghi epistolari con i contemporanei, fra cui troviamo politici, principesse, segretari di accademie, redattori di riviste, gesuiti, matematici, insegnanti, storici e studiosi di culture orientali[1].

Nel *De progressione dyadica* (15 marzo 1679), oltre alle regole sulle operazioni elementari, affrontò le caratteristiche di regolarità della progressione dei numeri naturali e sottolineò l'utilità della base 2 per indagare altre proprietà, come la divisibilità. Le ricadute della diadica nella teoria dei numeri, nell'algebra e nell'analisi furono invece oggetto di studio nel *Summum calculi analytici fastigium* (dicembre 1679) e su esse tornerà negli anni 1682-1703, nella speranza di individuare quali proprietà si conservano e quali si perdono, al variare della base scelta[2]. La ricerca sulla distribuzione dei numeri primi culminò, per essere subito abbandonata, nel 1700-1701, quando stilò varie tavole numeriche in base 2, fra cui quella dei numeri primi[3]. Nell'*Essay d'une nouvelle science des nombres*,

[1] La raccolta digitale dei manoscritti e dei carteggi di Leibniz è nel sito della biblioteca NLB di Hannover: http://digitale-sammlungen.gwlb.de. Non avendo ancora l'edizione critica completa dei manoscritti e dei carteggi di Leibniz sulla diadica nelle magnifiche serie di volumi G. W. Leibniz, *Sämtliche Schriften und Briefe* finora editi, indichiamo in nota e nella bibliografia le fonti utilizzate.

[2] Sull'algebra di Leibniz in questo contesto cfr. M. Brancato, *Leibniz's Binary Algebra and its Role in the Expression and Classification of Numbers*, «Philosophiae Scientiae», 25/2, 2021, pp. 71-94.

[3] Cfr. *Utrum numerus datus per alium datum sit divisibilis agnoscere ex additione characterum*, 1683, *LH* 35, 3B 17.

Fig. L_1

nel febbraio 1701, dopo aver riportato tale tavola fino a 67, concluse affermando che i primi sono privi di periodi[4].

I risvolti applicativi e meccanici li troviamo invece nei due progetti elaborati fra il 1676 e il 1680 di macchine calcolatrici diadiche, l'una basata su un sistema di palline rotolanti, l'altra su un meccanismo più complesso di ingranaggi. La prima soluzione, proposta nel *De progressione dyadica* prevedeva un apparecchio che, senza utilizzare ruote, né impulsi elettrici, ma solo un sistema di palline, consentiva di applicare il codice binario per la rappresentazione meccanica dei dati:

> Huiusmodi calculus fieri posset per machinam. Hoc modo potest sane facillime et sine punctis; sit si pyxis perforata ita ut foramina aperiri et claudi possint, aperta in locis respondentibus ipsis 1 clausa manens in locis respondentibus ipsis 0. Per loca aperta deponat cubulos vel orbiculos in crenas per alios nihil, et ita promota et de columnis in columnas transportata, ut multiplicatio postulat crenae repraesentent columnas nec possit orbiculum ex una crena in aliam ire nisi postea mota machinula ubi globuli effluent omnes in sequentem crenam, demto semper uno qui in foramine manet. Si quidem per portam transire vult solum nam res ita institui potest, ut dum semper simul effluant necessario, alioqui non effluent[5].

La ricostruzione del meccanismo ad opera di L. von Mackensen in disegni tecnici (Fig. L_1) ha permesso a R. Paland di costruire un modello funzionante di calcolatrice binaria, oggi conservato nel museo di Kassel (Fig. L_2). Ecco un esempio di operazione.

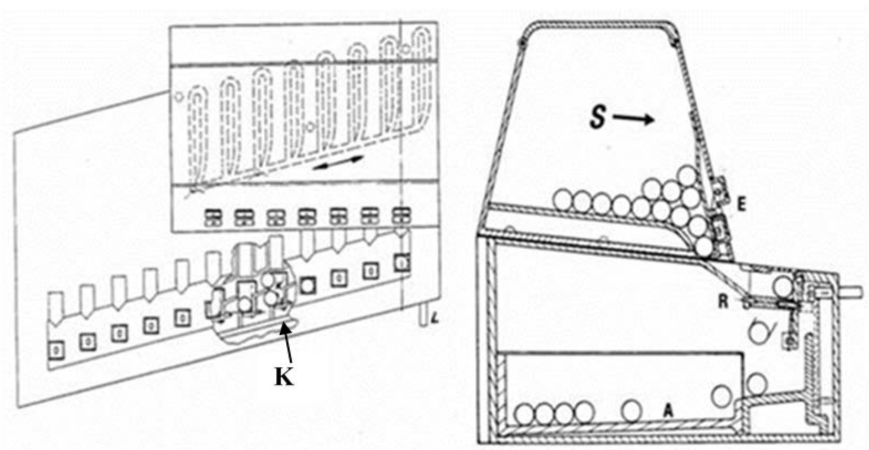


Fig. L_2

[4] *Essay d'une nouvelle science des nombres*, *LH* 35, 3B 3, Zacher, p. 261.

[5] *De progresione dyadica*, *LH* 35, 3 B, 2, L. von Mackensen, *Leibniz als Ahnherr der Kybernetik – ein bisher unbekannter Leibnizscher Vorschlag einer "Machina arithmeticae dyadicae"*, II Int. Leiniz-Kongress 1972, «Studia Leibnitiana», 13/2, Wiesbaden 1974, pp. 255-268; Id., *The first decimal and binary calculating machines*, in K. Popp-E. Stein (eds.), *Gottfried Wilhelm Leibniz The work of the great universal scholar as Philosopher Mathematician Physicist Engineer*, Hannover 2000, pp. 84-107: 98.

Per eseguire l'addizione 111001+10000, si inserisce nel carrello S il primo addendo, premendo gli opportuni tasti. I fori corrispondenti a determinate posizioni si aprono, permettendo alle palline di uscire: si ha un'unità nelle posizioni dove si trova una pallina, uno zero nelle posizioni vuote. Il carrello S viene spostato in avanti mediante il meccanismo E e le palline inserite cadono così, attraverso canali, nel sottostante meccanismo di calcolo R. Si inserisce poi il secondo addendo. Eseguendo la somma, il peso delle due palline che si incontrano nella quinta posizione fa abbassare la molla K: la prima pallina cade nel carrello di raccolta A, la seconda continua a rotolare fino alla posizione della successiva colonna a sinistra, posta lievemente più in basso. Avviene così il riporto. Il meccanismo ricomincia e procede analogamente fino ad ottenere il risultato 1001001[6].

L'utilizzo pratico dell'apparecchio ideato era però ostacolato dalla difficoltà di trasformare i numeri in base decimale in codice binario e viceversa: si trattava perciò di ideare un convertitore numerico da abbinare al dispositivo. Leibniz accennò a questo nel manoscritto *Machina arithmeticæ dyadicæ*, dove descriveva in poche righe, un secondo modello di calcolatrice binaria, corredato da un bozzetto che illustrava un singolo meccanismo o "regola" della macchina (Fig. L_3):

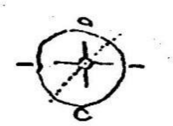


Fig. L_3

Numeros dyadicos per machinam addere, subtrahere, multiplicare et dividere facillimum est. Nam ad quemvis binarium unitatem transferre in sequens facile est. Et putem commode rotas fieri posse quatuor dentium, et cylindro inscribi 0 1 0 1, ita circuitus unus binas transportationes habebit. Facilis est et variatio in 0 et 1 in ipso multiplicante vel dividente idque sine rotis. Effici posset, quod in machina mea ordinaria non procedit, ut tam multiplicans quam multiplicator initio designentur in machina, et inde propellatur tantum regula; [...] Sed maxima difficulats est numerum dyadicum mutare in communem vel contra[7].

Delle macchine binarie di Leibniz non restano prototipi, forse per gli ostacoli nella loro costruzione, ritenuti insuperabili per la meccanica di precisione dell'epoca. Fra questi la difficoltà di rendere minimo l'attrito e i giochi, e il problema di rendere il movimento omogeneo, come sostenne E. J. Aiton[8]. Recentemente il convertitore numerico da decimale a binario, ideato da Leibniz in un disegno senza data, forse del 1676, fu realizzato grazie a L. von Mackensen,

[6] L. von Mackensen, *The first decimal and binary calculating machines*, cit., pp. 98-99.
[7] Ms. *LH* 42, 5, 62 r-v, L. von Mackensen, *Leibniz als Ahnherr der Kybernetik*, cit., pp. 256-259.
[8] E. J. Aiton, Eric J. 1985, *Leibniz. A Biography*, Bristol-Boston, 1985; trad. it. G. Pacini Mugnai, Milano 1991, p. 125.

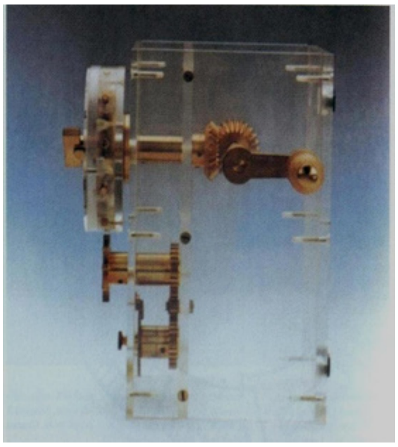


Fig. L_4

J. N. Lehmann e R. Paland e ora è conservato al museo di Brunswick (Fig. L_4)[9].

1.2 Aspetti filosofici e teologici della diadica nelle figure cinesi di Fohy 1689-1705

Sollecitato nel 1689 dall'incontro a Roma con il gesuita C. Filippo Grimaldi e dalla scoperta, fatta congiuntamente a Joachim Bouvet, del legame fra il sistema binario e gli esagrammi cinesi dell'*I Ching*, attribuito all'imperatore Fohy, Leibniz riprese le sue riflessioni con un'ottica più filosofica e teologica, che mirava a usare la diadica per diffondere la fede cristiana[10].

Significativi sono i carteggi del 1697 e 1698 con J. Christoph Schulenburg e con il duca Rudolf August di Brunswick-Wolfenbüttel[11], al quale Leibniz presentò la diadica come 'emblema' o 'magnifica similitudine' della creazione, in quanto come tutto fu creato dal nulla, grazie all'onnipotenza divina, così nella numerazione binaria tutti i numeri si ottengono da due sole cifre 0 e 1. Nel 1697 gli suggerì di far coniare una medaglia con l'iscrizione *imago creationis omnibus ex nihilo ducendis sufficit unum*, affiancato dai primi diciassette numeri naturali in codice binario, ottenendone dal duca la realizzazione (Fig. L_5), con un sigillo per le missive a lui dirette[12].

Fig. L_5

[9] Mackensen, *The first decimal and binary calculating machines*, pp. 104-107. Per successivi sviluppi tecnici cfr. E. Stein, F. O. Kopp, K. Wiechmann, G. Weber, *Neue Forschungsergebnisse und Nachbauten zur Vier-Spezies-Rechenmaschine und zur dyadischen Rechenmaschine nach Leibniz*, in *VIII Int. Leibniz-Kongress*, Hannover 2006, pp. 1018-1025.

[10] Cfr. i due contributi di A. Robinet, *La Rencontre Leibniz-Grimaldi à Rome et l'Avenir des Académies*, e di C. von Collani, *Gottfried Wilhelm Leibniz and the China Mission of the Jesuits*, in W. Li, H. Poser (eds.), *Das Neueste über China* (Studia Leibnitiana Supplementa 33) Wiesbaden 2000, rispettivamente pp. 79-88 e 89-103.

[11] *Leibniz a Rudolf August, 8/18 maggio 1696*, Zacher, p. 235; *Leibniz a J. C. Schulenburg, 29 marzo 1698* e *17 maggio 1698*, *D* 3, pp. 349-354; *GM* VII, pp. 238-243.

[12] *Leibniz a Johann Bernoulli, 19 aprile 1701*, *A* 3, 8, N. 246, p. 639.

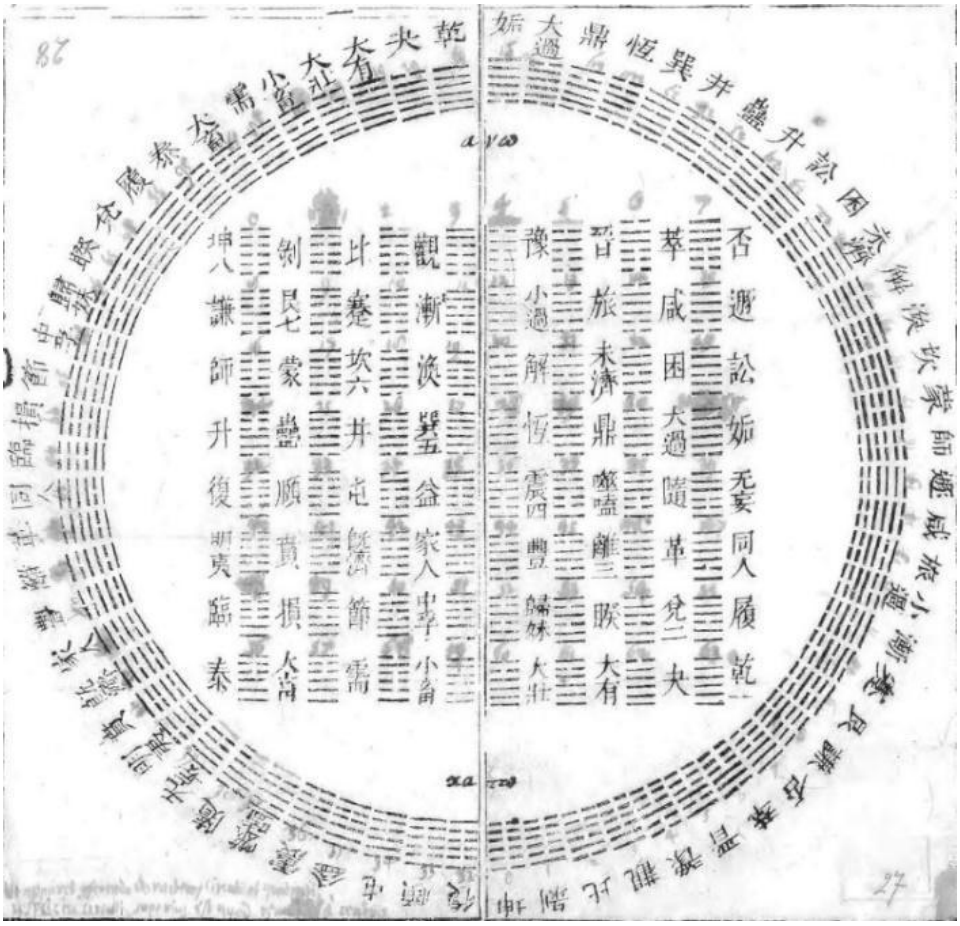


Fig. L_6

Del diagramma trasmessogli da Bouvet, nell'ordinamento di Fohy (Fig. L_6), Leibniz interpretò matematicamente il significato[13], attribuendo alla barra intera il numero 1 e a quella spezzata lo 0. Egli identificò così i primi 64 numeri naturali, scritti in base 2, partendo in alto a sinistra con sei barre spezzate e terminando in basso a destra con sei barre intere. Gli studi leibniziani sulla storia della civiltà cinese e i legami con la diadica costituirono un ottimo mezzo per presentare al grande pubblico erudito il saggio divulgativo *Explication de l'arithmétique binaire qui se sert des seuls caractères* 0 *et* 1*, avec des remarques sur son utilité et sur ce qu'elle donne le sens des anciennes figures chinoises de Fohy*, che inviò a Parigi nell'aprile 1703 al segretario dell'Académie des sciences, B. de Fontenelle e fu pubblicato nel 1705 e nell'*Opera omnia* di Leibniz, a cura di L. Dutens, nel 1768.

[13] Questa interpretazione è stata recentemente contestata, cfr. M. J. Maitre, *L'Analogie de Joachim Bouvet entre le Xiantiantu de Shao Yong et l'arithmétique binaire de Leibniz. Analyse d'une rencontre intellectuelle transculturelle*, New Taipei City 2020.

1.3 Ricerche sui periodi, tavole e dialoghi con matematici e accademie (1701-1705)

Dal 1696 al 1705 l'obiettivo di Leibniz era la ricerca dei periodi nelle successioni numeriche in notazione binaria, considerata il fulcro degli sviluppi teorici in vari ambiti della matematica e in particolare dell'analisi. Per questo propose il tema nei suoi dialoghi epistolari ai matematici e ai loro allievi in vari stati europei: Philippe Naudé (1700-1701), Pierre Dangicourt (1701), G. F. de l'Hôpital (1701), Johann Bernoulli (1701, 1705), Jacob Bernoulli (1704-1705), Jacob Hermann (1704-1705), Carlo Maurizio Vota (1703) e César Caze (1704-1705)[14]. Come già scriveva a l'Hôpital nel novembre 1694, e lo ripeterà a vari altri, per realizzare ricerche nuove e impegnative servono collaboratori giovani:

> je suis presque hors d'estat de poursuivre mes methodes, parcequ'il n'y a personne icy ny dans le voisinage, avec qui j'en puisse communiquer, au lieu qu' à Paris il est aisé non seulement de trouver des amis habiles, mais aussi d'avoir des personnes dont on puisse estre soulagé dans le calcul; il est surtout aisé à vous Monsieur d'avoir ces sortes d'assistances[15].

Nel manoscritto *Mira numerorum omnium expressio per* 1 *et* 0 del maggio 1696 e nei carteggi Leibniz iniziò ad esaminare le successioni dei numeri naturali, dei loro multipli – e in particolare dei numeri da lui chiamati ternari, quinari, settenari ecc. – cioè dei multipli di 3, 5, 7, ecc., dei quadrati e dei cubi[16] e già nel gennaio 1701 era in grado di fornire le periodicità riscontrate in esse. A tale risultato giunse anche grazie ai dialoghi instaurati a Berlino con i matematici Naudé e Dangicourt, che risposero alle sue sollecitazioni, inviando le tavole in binario dei naturali, dei pari, dei dispari, dei ternari e delle prime potenze[17].

L'algoritmo di Leibniz per ricavare il periodo per i naturali non è esplicitato, essendo immediata la sua codifica, e invece è descritto il metodo per individuare le periodicità nelle successioni dei multipli di 3, 5 e 7, e dei quadrati. Ricostruiamo tale metodo nel caso della successione dei quadrati, da Leibniz accennato nella lettera a Naudé del 15 gennaio e nell'*Essay d'une nouvelle science des nombres* (26 febbraio 1701), in cui la moltiplicazione era eseguita con lo

[14] Le date in parentesi indicano gli anni in cui dialogò su queste ricerche.
[15] *Leibniz a l'Hospital, 27 novembre 1694, A* 3, 6, p. 254.
[16] *LH* 35, 3B, 5, f. 93r, Zacher, pp. 225-228; *Leibniz a J. Ch. Schulenburg, 29 marzo 1698, 7 aprile 1698, 17 maggio 1698, LBr* 842, ff. 4, 6, 17-18; *D* 3, pp. 351-354; *GM* 7, pp. 240-243; *Leibniz a Bouvet, 15 febbraio 1701*, LBr. 728, ff. 94-97, A 1, 19, N. 202, pp. 401-415.
[17] *Naudé a Leibniz, Sett.-Ott. 1700, A* 3, 8, N. 187, pp. 480-481; *Leibniz a Naudé, 15 gennaio 1701, LBr.* 679, *A* 3, 8, N.198, pp. 507-510 («Ma pensee est de rechercher avec mes amis les series des periodes car les nombres naturels ont leur periodes […] Il s'agit de trouver par le mouvement comment les ternaires, quinaires et autres doivent continuer leur periodes, comme aussi les quarrés, cubes, etc. C'est ce que j'espere qu'on decouvrira en partie sans trop de difficulté et je vous supplie et Mons. d'Angicourt, d'y penser aussi à loisir »); *Naudé a Leibniz, feb.-mar. 1701, A* 3, 8, N. 210, pp. 546-547; *Dangicourt a Leibniz, feb.-mar. 1701, A* 3, 8, N. 209, pp. 534-545. Un'esposizione didattica delle ricerche di Dangicourt sull'aritmetica diadica fu edita nell'articolo *De periodis columnarum in serie numerorum progressionis dyadice expressorum*, «Miscellanea Berolinensia» 1, 1710, pp. 336-376.

schema, cosiddetto 'a calice' o 'alla francese', di antico retaggio medioevale, ma ben noto ai matematici contemporanei[18].

Un generico numero in notazione binaria sia scritto con le lettere *khgfedcba* – dove *a*, *b*, *c*, *d*, … indicano sia le colonne della successione dei numeri naturali, sia i rispettivi periodi in esse ricorrenti (vedi in Tav. 1 le colonne *dcba* della successione dei naturali e i calcoli eseguiti sui periodi). Essendo il numero moltiplicato per se stesso, nella prima riga troviamo i risultati dei prodotti per il fattore *a*, nella seconda riga i risultati dei prodotti per il fattore *b*, e così via. Si ottiene pertanto:

				k	*h*	*g*	*f*	*e*	*d*	*c*	*b*	*a*
				k	*h*	*g*	*f*	*e*	*d*	*c*	*b*	*a*
				ka	*ha*	*ga*	*fa*	*ea*	*da*	*ca*	*ba*	*aa*
			bk	*bh*	*bg*	*bf*	*be*	*bd*	*bc*	*bb*	*ba*	
		ck	*ch*	*cg*	*cf*	*ce*	*cd*	*cc*	*cb*	*ca*		
	dk	*dh*	*dg*	*df*	*de*	*dd*	*dc*	*db*	*da*			
ek	*eh*	*eg*	*ef*	*ee*	*ed*	*ec*	*eb*	*ea*				
	…	…	…	…	…	…	…					
					2ha	*2ga*	*2fa*	*2ea*	*2da*	*2ca*	*2ba*	*aa*
					2gb	*2fb*	*2eb*	*2db*	*2cb*	*bb*		
						2cf	*2ce*	*2cd*	*cc*			
							2ed	*dd*				
	…	…	…	…	…	…	…					
			ka	*ha*	*ga*	*fa*	*ea*	*da*	*ca*	*ba*	0	*a*
			hb	*gb*	*fb*	*eb*	*db*	*cb*		*b*		
			gc	*fc*	*ec*	*dc*		*c*				
			fd	*ed*		*d*						
				e								

Fig. L_7

L'idea alla base della dimostrazione consiste nell'eseguire sui periodi dei numeri naturali le operazioni di somma e di prodotto indicate. I riporti che via via si ottengono saranno 'tenuti da parte' e conteggiati al passo successivo, cioè quando si va a calcolare il periodo della colonna a sinistra di quella su cui si sta operando. Ad es. essendo a = 0101… è chiaro che aa = 0101…, cioè $aa = a$ e quindi il periodo della prima colonna della successione dei quadrati coincide con il periodo della prima colonna della successione dei numeri naturali ed è 01.

Essendo poi a = 01010101, b = 00001111, si avrà ab = 00000101. Moltiplicando tale prodotto per due si ottiene una colonna costituita da soli zeri, il cui periodo è dunque 0, e una colonna di riporto che andrà sommata alla colonna successiva $2ca+bb$. Eseguendo la somma $2ca+bb$ e aggiungendo la colonna di riporto si ricava una colonna che coincide con $ba+b$. E così via, come si vede nella Tav. 1.

[18] Cfr. *Leibniz a Naudé, 15 gennaio 1701*, *LBr.* 679, *A* 3, 8, N. 198, pp. 507-510 e *Essay d'une nouvelle science des nombres*, *LH* 35, 3B, 3 ff. 1r-2v, Zacher, pp. 259-260.

a	*b*	*c*	*d*	*aa*	*ba*	*2ba*	*bb*	*2ca*	*2ca+ bb*	*2cb*	*2da*	*2da+ 2cb*	*2ea*	*2bd*	*cc*	*2b+ 2ea +cc*	*ba+ b*	*da+ cb+c*
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
1	1	0	0	1	1	10	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	10	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1
1	0	1	0	1	0	0	0	10	10	0	0	0	0	0	1	1	0	1
0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	10	0	10	0	0	1	1	1	10
1	1	1	0	1	1	10	1	10	11	10	0	10	0	0	1	1	10	10
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	10	10	0	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	10	0	10	1	0
1	1	0	1	1	1	10	1	0	1	0	10	10	0	10	0	10	10	1
0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1
1	0	1	1	1	0	0	0	10	10	0	10	10	0	0	1	1	0	10
0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	10	0	10	0	10	1	11	1	10
1	1	1	1	1	1	10	1	10	11	10	10	100	0	10	1	11	10	11

Tav. 1

Naturali ……*fedcba*	Ternari	Quinari	Settenari	Quadrati	Cubi	Triangolari
000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000
000001	000011	0000101	000111	000001	000001	000001
000010	000110	0001010	001110	000100	001000	000011
000011	001001	0001111	010101	001001	011011	000110
000100	001100	0010100	011100	010000	1000000	001010
000101	001111	0011001	100011	011001	1111101	001111
000110	010010	0011110	101010	100100	11011000	010101
000111	010101	0100011	110001	110001	101010111	011100
001000	011000	0101000	111000	1000000	1000000000	100100
001001	011011	0101101	111111	1010001	1011011001	101101
001010	011110	0110010	1000110	1100100	1111101000	110111
001011	100001	0110111	1001101	1111001	10100110011	1000010
001100	100100	0111100	1010100	10010000		1001110
001101	100111	1000001	1011011	10101001		1011011
001110	101010	1000110	1100010	11000100		1101001
001111	101101	1001011	1101001	11100001		1111000
Periodi	Periodi	Periodi	Periodi	Periodi	Periodi	Periodi
01	01	01	01	01	01	1100
0011	0110	0011	0110	0010	0001	11110000
$0.2^2.1.2^2$	00101101	01011010	01111000	00010100	00000101	
$0.2^3.1.2^3$	0001110011100011	0011011011001001	0010101011010101	0000110101011000		

Tav. 2

Per le potenze di grado superiore a tre, le espressioni polinomiali, i numeri triangolari, piramidali e figurati in genere, Leibniz sperava che la diadica consentisse di trovare, "senza induzione e con il ricorso al puro ragionamento"[19], analoghe proprietà di periodicità. In queste successioni gli intervalli, dopo cui si ripetono le stesse cifre, non sono più lunghi rispetto a quelli che si riscontrano nei numeri naturali e dunque egli cercava il modo per individuare questi periodi *a priori*, senza bisogno di ricavarli direttamente con il calcolo.

Delle successioni sopra citate erano date le tavole, ottenute disponendo i numeri che le compongono in codice binario uno sotto l'altro e aggiungendo degli zeri nei posti vacanti (v. Tav. 2). Tali zeri sono superflui, ma servono a far risaltare i periodi nelle colonne e Leibniz creò nel 1705 un conciso simbolismo per rappresentare le periodicità[20]. Ad esempio, per i naturali, il periodo della terza colonna, a partire da destra, è indicato con $0.2^2.1.2^2$, essendo costituito da

[19] *Essay d'une nouvelle science des nombres*, *LH* 35, 3B, 3, Zacher, p. 256: « On pourra tout trouver sans induction par le raisonnement pur ».

[20] Un tassello per ricostruire il procedimento è fornito nella lettera di *Leibniz a Hermann del 26 giugno.1705* (*A* 3, 9, N. 286, già edita in *D* 3, pp. 516-518, a disposizione di Peano nella sua libreria personale, e in *GM* 4, 1859, nella Biblioteca Matematica dell'università di Torino da lui frequentata) in cui si vede come eseguire le operazioni di addizione e di sottrazione sui periodi dei naturali, calcolando il prodotto dei periodi di due generiche colonne di tale progressione. Indicando i termini della prima colonna dei numeri naturali con 10, quelli della seconda con 11, quelli della terza con 12 e così via, il periodo della colonna (n-1)-esima sarà $0.2^n.1.2^n$, cioè è costituito da 2^n zeri e da altrettante unità. Iterando il procedimento Leibniz giunse alla generazione della legge delle periodicità per le successioni.

uno 0 che si ripete 2 volte, seguito da un 1 che si ripete altrettante volte. Come nell'analisi infinitesimale e in altri settori matematici egli sentiva l'esigenza di condensare i contenuti in simboli concisi, pregnanti di significato.

Il 26 febbraio 1701, per esprimere la sua gratitudine per la nomina a socio corrispondente dell'Académie parigina, Leibniz inviò a Fontenelle l'*Essay d'une nouvelle science des nombres*, allo scopo di invogliare altri studiosi a proseguire quel tipo di indagini. Nel saggio scriveva: «apres avoir donné des essais d'induction, j'adjuteray une clef du raisonnement pour ceux qui se pourroient plaire à cette recherche»[21].

Letto da Fontenelle nella seduta del 23 aprile 1701, il testo non sarà pubblicato sugli atti per l'esplicita richiesta di Leibniz[22]. Le motivazioni di questa scelta sono chiarite da Costabel, anche alla luce dei carteggi[23]. È infatti nel dialogo epistolare intercorso fra aprile e settembre del 1701 con l'Hôpital e con Johann Bernoulli che Leibniz svelava il 'meraviglioso' programma di ricerche sulla diadica e le sue speranze, chiedendo la loro collaborazione per l'applicazione della diadica all'analisi, di cui essi erano i pionieri e i divulgatori:

> Mes distractions m'ostant l'esperance de faire grand chose par moy seul, je tache de sauver quelques pensées qui se pouvoient perdre, et pour cet effect, j'ay envoyé à l'Academie Royale un essay qui contient une nouvelle maniere d'Arithmetique, dans la progression dyadique où il n'y a de caracteres que 0 et 1, ce qui fait que tout y va dans un ordre *merveilleux*. Je crois de voir que par ce moyen et par les series infinies determinees mises en cette expression on aura ce qu'on ne sçauroit attendre facilement par d'autres voyes, et que ce sera comme *anchora sacra* même dans les transcendentes reduites aux cas determinés et dans ceux où nostre calcul des differences et des sommes nous abandonne. Il y a des belles regles pour les periodes des colonnes des nombres naturels et de leur multiples. Mais comme les quarrés, cubes et autres puissances et leur sommes vont avec les mêmes periodes et ne les ont pas plus longues que les progressions les plus simples, ce qui est *surprenant* et de grande consequence, il sera important d'en *decouvrir les loix*. S'il y avoit qui eussent de la penetration et de la curiosité pour ces recherches; ils y trouveroient de quoy les employer utilement; et comme j'ay envoyé l'*Essay* à l'Academie pour cet effect, je crois Monsieur que vostre autorité contribuant à y encourager quelqu'un, ce seroit pour le bien des sciences que vous l'auriés employée[24].

[21] *Essay d'une nouvelle science des nombres*, *LH* 35, 3B, 3, Zacher, p. 257.

[22] Egli scrisse in proposito a l'Hôpital (4 aprile 1701, *LBr.* 560, *A* 3, 8, N. 231, p. 597): «L'essay que j'ay envoyé n'est pas pour estre imprimé mais seulement pour faire entendre ma pensée, car pour le public il faudroit avoir pris plus de <loisir> pour adjouter quelque chose de plus profond». E in latino a Joh. Bernoulli, 5 aprile 1701, *A* 3, 8, N. 233, p. 602: «A multis annis cogitationem habui singularem de novo genere Arithmeticae ubi omnia exprimantur per 0 et 1 adhibita scilicet progressione dyadica pro decadica […] Misi Parisios ad Dn. Secretarium Academiae, non [ut] edatur sed ut aliquis cui plus otii excitetur ad hoc argumentum excolendum.»

[23] P. Costabel, *Les mémoires de Leibniz sur l'arithmétique binaire à l'Académie Royale des Sciences de Paris*, in K. Müller, W. Wilhelm (eds.) *Akten des Intern. Leibniz Kongresse Hannover 14-19.11.1966* (Studia Leibnitiana Supplementa 2), Wiesbaden 1969, pp. 20-26, in particolare pp. 21-23.

[24] *Leibniz a l'Hôpital, 4 aprile 1701*, LBr. 560, *A* 3, 8, N. 231, pp. 596-597. I corsivi nel testo sono nostri.

Miror Te qui tam acri es ingenio, non animadvertisse quid in Calculo dyadico mihi vellem mentione periodorum 01, 0011, 00001111. Nempe Numeri sub hac enuntiatione naturali ordine dispositi pro prima periodo dant 01, pro secunda 0011, pro tertia 00001111, et ita porro, quae periodi semper in eadem columna revertuntur in infinitum. Sed quod est palmarium series non tantum arithmeticorum, sed et summarum, et summi-summarum et tertiarum quartarumque etc. summarum; et potentiarum quarumcunque ut quadratorum, cuborum, biquadratorum etc. et summarum et summi-summarum cujusque potentiae, habent Periodos hujusmodi. Et quidem quod maximi momenti, non longiores quam naturales. Nempe series cuborum (verb. gr.) similiter in prima columna non habet periodum nisi duarum, in secunda columna quatuor, in tertia octo notarum, et ita porro. Ita ut periodi altissimarum potentiarum semper repertae non sint operiosiores quam naturalium. Tales periodi sunt et in aliis progressionibus, sed semper tanto prolixiores, quanto in illis magis notae plures quam 0 et 1. Unde in decadica fiunt periodi intractabiles. […] Cum mihi Dyadica unice ad nova arcana numerorum et magnitudinum emenda adhiberi debere videatur. […] Habet hic calculus et alia plane *mirifica*, unde mihi plurimum promitto ad Transcendentia definita[25].

E ancora nel settembre 1701 per sollecitarli a collaborare concentrava l'attenzione sulle successioni di numeri razionali e sugli sviluppi in serie, come la sua celebre di $\pi/4$:

Je crois qu'un des principaux usages qu'on en pourra tirer, sera pour la Geometrie et l'Analyse des Transcendentes en trouvant moyen d'exprimer en nombre entiers continuables reglemens à l'infini, des grandeurs déterminées comme du cercle entier, d'une certaine portion de l'hyperbole, et autres car l'expression de Ludolphe par exemple pour la circomference est en entiers, mais dont la series ou continuation ne paroist pas: et ma quadrature Arithmetique en explique la quantité par une series aisée à continuer, mais qui n'est qu'en rompus. Or les expressions par les rompus estant variables d'une infinité de façons, en sorte que deux series peuvent estre egales, sans qu'on le sache avant que de reduire les rompus aux entiers; il est manifeste que l'expression par des series des entiers, est la plus parfaite des rationelles: Mais je n'espere pas qu'on y arrive plus aisement que par les dyadiques que j'ay proposés. Cette suite de considerations m'y avoit mené il y a plusieurs années, et l'esperance de pousser un peu cette recherche avant que de la produire, m'avait empeché d'en parler mais j'ay vu qu'ayant tant d'autres choses à faire, je courois risque de laisser perir une pensée qui sembloit digne d'estre conservée[26].

Non avendo riscosso un vero interesse da parte loro, [27] Leibniz approfondì le ricerche sulle successioni dei numeri razionali e cercò di generalizzare i risultati ottenuti, facendoli confluire in un breve saggio, redatto nell'ottobre-novembre 1701 a Berlino, quando incontrò Dangicourt e gli mostrò i suoi progressi (*Demonstratio quod columnae serierum exhibentium potestates ab arithmeticis*

[25] *Leibniz a Joh. Bernoulli, 19 aprile 1701*, *A* 3, 8, N. 246, pp. 637-638. Il corsivo nel testo è nostro.
[26] *Leibniz a l'Hôpital, 26 settembre 1701*, *LBr*. 560, *A* 3, 8, N. 297, p. 762.
[27] Cfr. *Joh. Bernoulli a Leibniz, 11 aprile 1701*, *A* 3, 8, N. 240, p. 614; *Leibniz a Joh. Bernoulli, 19 aprile 1701*, *A* 3, 8, N. 246, pp. 636-640; *Joh. Bernoulli a Leibniz, 7 maggio 1701*, *A* 3, 8, N. 256, p. 670.

aut numeros ex his conflatos sint periodicae)[28]. Egli esordiva affermando che ogni successione di numeri razionali che sono potenze intere di numeri aritmetici (cioè in progressione aritmetica di ragione 1,2,3, …) dello stesso grado, o di combinazioni di tali potenze (polinomi, numeri figurati) hanno una differenza costante di un certo ordine. Poteva così riprendere l'algoritmo elaborato nel periodo parigino sul triangolo aritmetico e sul triangolo armonico formato dai reciproci dei numeri nelle righe del triangolo aritmetico[29], ideato per risolvere il problema sulla somma dei reciproci dei numeri triangolari che Huygens gli aveva richiesto.

Triangolo aritmetico

1	1	1	1	1	…
1	2	3	4	5	…
1	3	6	10	15	…
1	4	10	20	35	…
1	5	15	35	70	…
…	…	…	…	…	…

$$a_{h,n} = \sum_{k=1}^{n} a_{h-1,k}$$

$$a_{h,n} = a_{h+1,n} - a_{h+1,n-1}$$

Triangolo armonico

$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	…
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{20}$	…
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{60}$	…
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{140}$	…
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{105}$	…	…
…	…	…	…	…

Fig. L_8

La serie dei numeri aritmetici gode di proprietà di periodicità, che risultano evidenti con la diadica, essendo questa serie la sommatrice di una successione di costanti. Nel triangolo aritmetico ogni termine si può vedere come somma o come differenza di termini; la prima colonna è costituita da tutte unità, nella seconda si hanno i numeri naturali, nella terza i triangolari, nella quarta i piramidali e così via, e si passa da una colonna alla successiva, calcolando le opportune differenze (Fig. L_8). Così con un singolo processo di differenziazione si ricava la successione dei naturali (serie sommanda) da quella dei numeri triangolari (serie sommatrice); iterando tre volte il processo si riconduce la successione dei numeri piramidali a una progressione aritmetica di ragione 1; iterandolo quattro volte si passa dalla successione delle quarte potenze dei naturali a una progressione

[28] *LH* 35, 3B 4, Berolini Novembris 1701, «Hoc D.no Angicourt demonstravi», *GM* 7, pp. 235-243. Su questi temi Dangicourt avrebbe poi pubblicato sulla «Miscellanea Berolinensia» l'articolo *De periodis columnarum in serie numerorum progressionis Arithmeticae Dyadice expressorum*, 1, 1710: 336-376. Il testo di Leibniz è giudicato, a ragione, notevolissimo da Costabel, *Les mémoires de Leibniz sur l'arithmétique binaire*, pp. 23-24.

[29] Per ottenere la somma di infinite serie decrescenti all'infinito, costituite dai reciproci dei numeri aritmetici, Leibniz aveva ideato il triangolo armonico, in cui è $a_{h,n} = a_{h-1,n} - a_{h-1,n+1}$.

aritmetica di ragione 2, e così via. Il legame fra le varie successioni, espresse in notazione binaria, e i numeri naturali è individuato in questo processo di differenziazioni posto a fondamento della costruzione del triangolo aritmetico e, di conseguenza, i periodi delle serie sommatrici si otterranno da quelli delle serie sommande, eseguendo su esse operazioni di somma e di prodotto e tenendo conto dei successivi riporti[30].

Per dimostrare poi che le proprietà di periodicità si ritrovano nelle successioni dei numeri razionali (potenze e combinazioni di potenze) basta provare che ogni serie sommatrice di una successione periodica è anch'essa periodica (Lemma 1)[31]. Leibniz provò anche che la somma di due o più colonne periodiche dà come risultato ancora una colonna periodica (Lemma 2)[32], fornendo un tipico esempio di *dimostrazione a priori*: la dimostrazione della *possibilità* di ricavare e saper prevedere i periodi di queste successioni numeriche. Egli suggeriva come stabilire la lunghezza e la costituzione del periodo di una generica sommatrice. Se, ad esempio, il periodo della sommanda semplice, cioè il periodo della successione 'base' su cui si opera algebricamente, è costituito da 4 unità seguite da altrettanti zeri e dunque consta di 2^3=8 cifre, essendo 4=100 in base 2, dopo 8 cifre avremo 0 nella prima e nella seconda colonna sommatrice, e 1 nella terza colonna sommatrice, e le colonne sommatici avranno periodi di 2^4, 2^5, ecc. cifre. Possiamo dunque affermare che una delle chiavi interpretative del *corpus* degli studi leibniziani sulla diadica risiede nella ricerca delle proprietà di periodicità: l'obiettivo consisteva nello sfruttare i periodi "verticali" nelle successioni numeriche scritte in sistema binario per scrivere senza calcoli le corrispondenti tavole e, nello stesso tempo, per codificare il meccanismo che governa la successione delle cifre significative di tali serie.

In breve, Leibniz giunse a stabilire la permanenza del carattere di periodicità con la reiterazione del processo di 'sommazione' che consentiva di passare dalle successioni di numeri aritmetici alle successioni di numeri razionali.

Come aveva scritto a l'Hôpital il 26 settembre 1701 egli sperava di applicare la diadica all'analisi, in particolare alle serie e ai processi di integrazione definita, citando ad esempio la sua serie per il cerchio $\pi/4$ e le cosiddette cifre 'ludolfine' per la quadratura del cerchio, cioè l'approssimazione fornita da Ludolf von Ceulen di π in numerazione decadica. Era questo un tema da lui già affrontato nel manoscritto *Summum calculi analytici fastigium* (dicembre 1679), dove osservava che nella sua serie di $\pi/4$ i denominatori delle frazioni sono numeri aritmetici di ragione 2 e se si esprimono in binario, disponendoli verticalmente, si ottengono tutte colonne periodiche, per cui congetturava la possibilità di sfruttare tale periodicità per ricavare una periodicità nelle frazioni corrispondenti, da cui dedurre conseguenze sul processo all'infinito, cercando un modo per fissare questi periodi[33].

[30] Cfr. *De dyadicis*,*GM* 7, p. 234.
[31] *GM* 7, p. 236.
[32] *GM* 7, p. 237.
[33] *LH* 35, 13, 3, *Summum calculi analytici fastigium*, Zacher, pp. 218-224.

Questa e altre applicazioni della diadica, per esempio relative all'integrazione di una serie di potenze per determinare la quadratura dell'iperbole, la lunghezza dell'arco di circonferenza, i logaritmi, ecc. furono proposte nel 1704 e 1705 ad altri due 'pionieri' e 'difensori' del suo calcolo differenziale e integrale: Jacob Bernoulli e il suo allievo Hermann che nel 1696 si era laureato con lui, sostenendo una dissertazione sulle serie e nel 1701 aveva pubblicato una risposta agli attacchi di B. Nieuwentijt alla nuova analisi.

È grazie a questi dialoghi epistolari e alle frasi inserite da Leibniz direttamente sulle lettere ricevute dalla Svizzera che possiamo cogliere le interazioni e influenze reciproche, e il declino finale del programma leibniziano sulla diadica con la morte di Jacob Bernoulli nell'agosto 1705[34].

A ridestare l'interesse di Leibniz per le applicazioni della diadica all'analisi furono gli estratti delle ultime dissertazioni sulle serie, uscite nel 1698 e nel 1704, che Jacob Bernoulli gli inviò nella primavera-estate del 1704. Fra altri argomenti, nella lettera del 2 agosto 1704, Bernoulli informava Leibniz su un recente sviluppo in serie di $\pi/4$, ottenuto dallo svizzero J. C. Fatio de Duiller, con un'espressione a termini tutti positivi. La notizia gli era giunta da Hermann, amico dei due fratelli Jean Christophe e Nicolas Fatio de Duillier:

> Frater ejus natu major, et ipse Geometra insignis, nuper cum Hermanno nostro communicavit ingeniosum ipsius inventum de Transmutatione seriei tuae Cyclicae […] quae terminos habet alternatim affirmativos et negativos, in hanc aliam pure affirmativam
>
> $$\frac{1}{2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 7}+\frac{4}{5\cdot 7\cdot 9}+\frac{4\cdot 5}{5\cdot 7\cdot 9\cdot 11}+\frac{4\cdot 5\cdot 6}{5\cdot 7\cdot 9\cdot 11\cdot 13}+\text{etc.}$$
>
> quae celerrime convergit, utpote in qua terminus quilibet minor est quam subduplus praecedentis, addiditque, quod sibi constitutum sit proximam hyemem impendere in provehendis seriei hujus ope numeris Ludolphinis ad centum usque notas...[35]

La curiosità di Leibniz è evidente dalla nota autografa, posta in interlinea: "Id inventum nosse velim distinctius". Il 24 novembre 1704, scrivendo a Hermann sulle trattative diplomatiche in Veneto per fargli affidare la cattedra di matematica all'università di Padova, Leibniz gli esponeva il nuovo genere di aritmetica diadica da lui ideato, come strumento utile all'analisi[36] e descriveva i

[34] *Jac. Bernoulli a Leibniz, 2 agosto 1704*, LK-MOW Bernoulli10, ff. 44-45, *A* 3, 9, N. 209; *Leibniz a Hermann, 24 novembre 1704*, *A* 3, 9, N. 233; *Leibniz a Jac. Bernoulli, 28 novembre 1704*, *A* 3, 9, N. 234; *Hermann a Leibniz 21 gennaio 1705*, *A* 3, 9, N. 250; *Jac. Bernoulli a Leibniz, 28 febbraio 1705*, *A* 3, 9, N. 256; *Leibniz a Hermann, 10 marzo 1705*, *A* 3, 9, N. 258; *Leibniz a Jac. Bernoulli, aprile 1705*, *A* 3, 9, N. 269; *Leibniz a Hermann, 7 aprile 1705*, *A* 3, 9, N.270; *Leibniz a Hermann, 26 giugno 1705*, *A* 3, 9, N. 286; *Leibniz a Hermann, 2 luglio 1705*, *A* 3, 10, N. 1. Desideriamo qui esprimere i più sentiti ringraziamenti a Charlotte Wahl del *Leibniz Archiv* di Hannover per averci inviato l'edizione critica delle lettere di questo periodo, che sono in corso di stampa nel volume *A* 3, 9 (Januar 1702-Dezember 1705) a cura della stessa Wahl e di Uwe Mayer.

[35] J*ac. Bernoulli a Leibniz, 2 agosto 1704*, *A* 3, 9, N. 209.

[36] L*eibniz a Hermann, 24 novembre 1704*, *A* 3, 9, N. 233: «tanquam ipsius Analyseos transcendentis instrumentum inexpectatum. Publicavi nondum, quod usus ejus reapse ostendere non

risultati ottenuti sui periodi, chiedendo la collaborazione sua e di suoi amici, in particolare sulle serie:

Et ne putes rem esse exigui momenti, considerandum est pro seriebus infinitis generalibus, ubi scilicet indeterminata inest, et pro determinatis, sed per fractos, qualis est mea tetragonistica [...] superesse series in integris investigandas tanquam ultimum, quod in quantitatibus transcendentibus determinatis per Numeros exprimendis quaeri potest. Ita si haberemus qua ratione continuari in infinitum posset series Ludolphina pro circulo, nihil amplius in Numeris rationalibus pro circuli magnitudine, quaerendum superest. Quod autem difficile erit, dum notis utemur decadicis, id facilius (opinor) obtinebimus per dyadicas, ubi non aliae erunt notae quam 0 et 1. Et viam eo perveniendi commodissimam video, ubi constituta erunt, prout par est, novae hujus scientiae Numerica Elementa, quae cum ita sint, nolim suadere, ut tempus teras Ludolphinis calculis extendendis, ubi nec magna laus ingenii, nec artis inveniendi augmentum apparet.

Rivolgendosi poi a Jacob Bernoulli, dopo aver accennato agli esiti favorevoli per la cattedra in Italia di Hermann, a proposito della diadica il 28 novembre 1704 scriveva:

Non suaserim Dno Hermanno nostro ut tempus terat Ludolphinis calculis extendendis, etsi placeat Faciana series, quae quomodo ex mea deducta sit, nosse velim. Malim adhibita mea Arithmetica dyadica, ubi omnia scribuntur per 0 et 1, inveniri regulam generalem qua appareat quomodo Magnitudo Circumferentiae vel aliae quantitates Transcendentes determinatae exprimi possint per seriem infinitam integrorum vel quasi integrorum numerorum id est (pro decimalibus) bimalium, quemadmodum si regula haberetur qua series Ludolphina semper continuari posset. Scripsi ea de re ad Dn. Hermannum, nec puto ullam esse Methodum meliorem pro expressione quantitatum determinatarum.

E aggiungeva lo schema dei primi otto numeri naturali in base 2 con la codifica dei periodi:

Hac enim scribendi ratione omnes series omnium potentiarum habent periodos columnarum, quales vides habere naturalium seriem, ubi periodus primae columnae est 01, secundae 0011, 3tiae 00001111; etc.

Alla risposta di Hermann a Leibniz del 21 gennaio 1705, in cui gli mostrava l'algoritmo usato da Fatio sulla serie leibniziana, seguì il 28 febbraio la risposta di Jacob Bernoulli, in cui quello stesso algoritmo era delineato in modo conciso, con l'aggiunta di un'interessante considerazione sulla serie iperbolica, in cui sono evidenziati i diversi comportamenti all'infinito con i due sviluppi ottenuti:

Artificium commutandi seriem Tuam in Facianam leviculum est, et consistit in sola additione continua primi et 2di, 2di et 3tii, 3tii et 4ti etc. termini, prout uberius Tibi ab ipso Hermanno explicitum esse credo. Unum hoc addo, quod ejusdem artificioli ope series hyperbolica 1 - 1/2 + 1/3 - 1/4 + 1/5 - 1/6, etc. convertatur in hanc 1/(1·2)

vacarit. Volui tamen, ut nescius ne esses.»

+ 1/(2·4) + 1/(3·8) + 1/(4·16) + 1/(5·32) + 1/(6·64)+ etc. quae eadem mihi ex alio fundamento se obtulerat (vid. Prop. LIX *de Seriebus*) et in qua per 18 primos terminos tantundem approximatur, quantum per mille terminos alterius.

A proposito poi dell'aritmetica binaria, delle sue proprietà misteriose e delle aspettative di Leibniz sul confronto fra la diadica e la decadica, Bernoulli esprimeva la sua diffidenza e la mostrava con i calcoli sui periodi della successione dei quadrati e sulle cosiddette cifre 'ludolfine', concludendo con un drastico verdetto:

De mysterio Arithmeticae Tuae Dyadicae […] nihil adhuc innotuerat; ex iis autem, quae de illa refers, non apparet sequi quod intendis: nam et in serie numerorum naturalium Arithmeticae Decadicae periodis locus est, in altioribus autem potentiis et et quantitatibus praesertim transcendentibus nec in Dyadica nec in Decadica ejusmodi periodos obtinere puto. […]
at nulla hic apparet notarum periodus, nec ulla progressionis lex, non magis quam in ipsis Ludolfii numeris 31415 etc. quare et in aliis parum hoc pacto nos consequi posse sperandum[37].

Nonostante i reiterati inviti a Jacob Bernoulli, a Hermann e a Caze a proseguire le indagini sul versante delle serie, di fatto la stagione delle ricerche matematiche di Leibniz su questi temi si concluse nel 1705, anche se continuò a parlarne nei carteggi fino al 1716[38]. Nel giugno 1705 egli era ormai conscio del fatto che la periodicità di una successione di numeri in progressione aritmetica non implica affatto quella della successione dei loro reciproci e lo asserì esplicitamente a Caze, che ad Amsterdam proseguiva con passione le ricerche sulla diadica, da lui suggerite:

Je vous donneray seulement la demonstration, que j'ay faite pour monstrer que toute series de nombres entiers dans la quelle la valeur de chaque terme, comme y, peut estre exprimée generalement par x, nombre naturel variable (c'est à dire 0, vel 1, vel 2, vel 3, vel 4, etc.) sans que cette grandeur variable entre dans le denominateur, ny dans l'exposant; que toute series, dis-je, qui est de cette nature, donne des colonnes périodiques; c'est à dire où les premieres notes reviennent tousjours à l'infini apres quelque intervalle[39].

E come un mantra ribadiva la fiducia nel suo programma:

il est plus aisé de trouver les regles des periodes dans la Binaire, où les notes sont les plus simples. Il s'ensuit de là que non seulement les puissances, mais encor ce qu'on peut former par leur moyen, ont ces periodes. Et la demonstration ouvre encor le chemin pour les determiner, comme c'est l'ordinaire des demonstrations de

[37] *Jac. Bernoulli a Leibniz, 28 febbraio 1705*, *A* 3, 9, N. 256.
[38] Cfr. *Leibniz a B. de Bosses, 1709*, *GP* 2, pp. 380-384 e *Leibniz a N. de Remond*, *GP* 3, p. 670.
[39] *Leibniz a C. Caze, 23 giugno 1705*, *A* 3, 9, N. 285; Zacher, p. 348. Già nel 1701 egli nutriva dubbi sulla validità di tale implicazione. Cfr. *Demonstratio quod columnae serierum…*,*GM* 7, p. 235.

la possibilité, prises à priori, de mener encor aux moyens de la mettre en acte. Le principal usage de l'Arithmetique binaire seroit, de perfectionner la Geometrie par rapport à l'expression des series infinies determinées. quand il s'agit de trouver un arc de cercle determiné, ou quelque autre grandeur irrationelle determinée, il faudroit pour achever ce sujet la pouvoir exprimer par une series de nombres entiers, semblable à nos decimales, dont la progression à l'infini fut connuë. L'on sait que la valeur d'une fraction rationelle se peut tousjours exprimer par entiers en decimales à l'infini, en sorte que les notes reviennent periodiquement [...] Mais quand la grandeur est irrationelle les notes ne sauroient ainsi revenir; cependant la loy de la progression à l'infini est tousjours determinée quoyque il soit souvent difficile de la connoistre. Si Ludolfe en donnant la valeur de la circumference 314159 etc. avoit trouvé le moyen de continuer ces notes à l'infini par une loy de la progression, il auroit fait en nombres entiers ce que j'ay fait en rompus [...] Cette determination de la loy de la progression en entiers, seroit le comble de l'Arithmetique appliquée à la Geometrie, mais je ne crois pas qu'on y arrive si tost autrement que par les Binaires. Le calcul des Binaires a cela de merveilleux, qu'estant appliqué à l'Algebre, et les notes 0 ou 1, estant prises pour des inconnues (comme elles le sont en effect lors que la grandeur n'est pas encor exprimée par leur moyen,) ces inconnues ne montent jamais à aucune puissance, et demeurent tousjours dans leur premier degré ce qui les rend aisées à trouver. [...] Cependant il sera bon de passer avec le temps des expressions binaires aux autres, pour trouver les regles mêmes des variations. Cette Arithmetique comparative seroit le plus haut point de la connoissance des nombres.

Ciò che accomuna tutte queste applicazioni e, nel contempo, ciò che le condanna all'insuccesso, è la speranza che l'apparente semplicità della diadica e le curiose "armonie" che essa consente di rilevare possano fornire un *Calculi refugium*[40] per affrontare problemi di vario genere, senza avvedersi che alcune proprietà dei numeri dipendono dalla base di numerazione scelta, mentre altre – fra cui quella di essere un numero trascendente o primo – sono invarianti. A prescindere dal fatto che nessuna di queste applicazioni fu oggetto di ulteriori ricerche, dal momento che lo stesso Leibniz ne aveva percepito le insidie concettuali che vi si nascondevano, dopo le obiezioni di Jacob Bernoulli, è interessante vedere lo slancio e l'impegno nel diffondere i semi della diadica in ambiti teorici e delle macchine da calcolo, che altri avrebbero fatto fruttificare alcuni secoli dopo:

Pour moy content d'avoir donné quelques ouvertures je crains que je n'y feray jamais grand chose sans estre assisté. Car outre que je commence à ne plus assez porter le travail des mediations, et sur tout des calculs; je ne sauroit dire combien d'ailleurs je me trouve accablé[41].

[40] *Leibniz a Joh. Bernoulli, 5 aprile 1701*, *A* 3, 8, N. 233, p. 602.
[41] *Leibniz a C. Caze, 23 giugno 1705*, *A* 3, 9, N. 285.

2. Peano e la numerazione binaria applicata alla stenografia (1898-1903)

Durante la stesura del capitolo *Arithmétique* nella seconda edizione del *Formulaire de Mathématiques*, fra l'aprile e l'agosto del 1898, Giuseppe Peano si occupò della storia dei sistemi di numerazione, soffermandosi in particolare su quello binario, e il 13 novembre dello stesso anno presentò all'Accademia delle scienze di Torino una nota intitolata *La numerazione binaria applicata alla stenografia*, in cui, fin dall'esordio, dichiarava di raccogliere l'eredità delle idee di Leibniz su questo tema, di cui era un profondo cultore e stimatore[42].

Peano possedeva nella sua libreria personale i sei ponderosi volumi dell'*Opera omnia* di Leibniz, editi nel 1768 a cura di Louis Dutens[43], che dedicavano un ampio spazio alla biografia scientifica di Leibniz e alle sue corrispondenze inedite, oltre alla riedizione dei testi pubblicati sui periodici delle accademie e sulle riviste europee. L'attenzione di Peano, attraverso la lente delle sue citazioni su Leibniz, riguardava non solo gli aspetti matematici e logici, ma anche quelli storici, filosofici, teologici e i dialoghi con i gesuiti in Cina e con i matematici contemporanei.

Senza dubbio all'approfondimento di varie fonti storiche per la stesura delle *Notes sur les systèmes de numération*, in cui troviamo i primi riferimenti alla diadica, contribuì la collaborazione con Giovanni Vacca che dal novembre 1897 era suo assistente alla cattedra di Calcolo infinitesimale nell'ateneo torinese. Alle notizie sugli antichi sistemi numerici, desunte dalle *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* (1880) di Moritz Cantor, erano accostate interessanti annotazioni sulla corrispondenza fra lettere e numeri e sul modo di leggere questi ultimi. Peano affermava che "la numerazione parlata appartiene all'ambito della filologia" e ricordava come fossero stati i Greci per primi ad attribuire alle lettere dell'alfabeto un valore numerico, ponendo ad esempio α=1, β=2, …, θ=9, ι=10, κ=20, …, ρ = 100, ecc.. E quel sistema era ancora in uso presso gli Arabi, che stabilirono una corrispondenza fra le cifre indiane e le lettere del loro alfabeto. Citava poi la lettura dei numeri raggruppati in 3 o 4 cifre, come fecero i Romani e i Greci per le miriadi, o Archimede nell'*Arenarius* per leggere numeri grandissimi fino a 64 cifre. Egli era interessato a sistemi che consentissero di leggere, in modo

[42] In proposito cfr. C. S. Roero,*Giuseppe Peano, geniale matematico, amorevole maestro*, in R. Allio (a cura di), *Maestri dell'Ateneo torinese dal Settecento al Novecento*, Torino 2004, pp. 115-144; E. Luciano, C. S. Roero, *Giuseppe Peano Matematico e Maestro*, Torino 2008; E. Luciano, *Peano and his School between Leibniz and Couturat: the Influence in Mathematics and in International Language*, in R. Krömer, Y. Chin-Drian, (eds.), *New Essays on Leibniz Reception in Science and Philosophy of Science 1800-2000*, Basel, pp. 41-64; C. S. Roero, *The "Formulario" between Mathematics and History*, in F. Skof (ed.) *Giuseppe Peano between Mathematics and Logic*, Milano 2011, pp. 83-132; C. S. Roero, *La storia delle matematiche a Torino tra Ottocento e Novecento: il sodalizio fra G. Peano, G. Vailati e G. Vacca*, «Quaderni di Storia dell'Università di Torino», 10, 2012, pp. 81-108.

[43] La collezione dell'*Opera omnia* di Leibniz, in possesso di Peano, è ora conservata presso la biblioteca del Dipartimento di Matematica F. Enriques dell'Università di Milano (coll. Op. A 21) e il catalogo della libreria di Peano è consultabile nel sito google *Giuseppe Peano e la sua Scuola*.

sintetico ed efficace, i numeri apparentemente più lunghi rispetto a quelli scritti in base dieci. Dagli studi di Rodet sulle lingue e sulle scienze orientali trovò che fu il matematico indiano Aryabhata ad attribuire un valore numerico non alle lettere, bensì ai suoni della lingua sanscrita, per fini mnemonici legati alle lunghe tavole trigonometriche e astronomiche. Quest'intuizione sarà feconda per gli sviluppi applicati alla stenografia, in cui, come vedremo, Peano attribuì alle consonanti e alle vocali certi valori numerici, stabilendo opportune convenzioni di lettura. Nel *Formulaire* di agosto 1898 scriveva:

P. ex. Attribuons

à dix consonnes	*p*	*t*	*k*	*ce*	*m*	*b*	*d*	*gu*	*ge*	*n*
les valeurs	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

Et aux voyelles *a*, *e*, *i*, *o*, *u*, les valeurs 1, 10, 100, 10^3, 10^4, c'est-à-dire indiquons par les voyelles les unités des différents ordres (par cela le signe pour indiquer le 0 est inutile). Alors *pa* = 1, *ma* = 5, *te* = 20, *do* = 7000. Pour indiquer les nombres qui ont plus de 5 chiffres, il suffit de les diviser en tranches de 5 chiffres, et de poser *la* = 10^5, *le* = 10^{10}, …, *lu* =10^{25}, etc. Ex. *tema* = 25, *time* = 250, *tomeli* = 2050 00000 00000 00000. Pour réduire les conventions sur les chiffres au plus petit nombre possible, il faut choisir pour base de numération le nombre 2.[44]

Nacque così l'idea che portò Peano a scegliere la numerazione binaria per costruire uno strumento utile alla stenografia. Come Galileo, Descartes e Leibniz, anche Peano era affascinato dall'invenzione dell'alfabeto e dalle tecniche di trasmissione e comunicazione del pensiero e della scrittura[45]. Non stupisce dunque che nella nota del 13 novembre 1898, riportando una frase della voce *Speech* dell'*Encyclopedia britannica*, affermasse che «Il classificare e numerare i suoni delle varie lingue parlate, e costruire un alfabeto universale per scriverli fu ritenuto problema pari a quello della pietra filosofale»[46]. La sintonia con Leibniz è evidente sia dai tre richiami in cui Peano esprimeva il suo apprezzamento per il filosofo e matematico tedesco: per aver evidenziato che le proprietà del sistema binario sono ridotte a forma semplicissima; per aver accennato ad applicazioni all'analisi e alle pratiche sui pesi e sulle monete, poiché con questo sistema si determinano i pesi, entro dati limiti, col minimo numero di pesi campioni additivi; e per aver riconosciuto nelle figure *kwa* o esagrammi di Fohy, fondatore della scrittura e civiltà cinese, i primi 64 numeri scritti in base 2, sia anche dalla citazione del brano della memoria di Leibniz *Explication de l'arithmétique*

[44] Peano 1898f, p. 29. Leibniz sviluppò un sistema analogo nel ms. *Phil.* VII B, III 3, dove attribuiva alle vocali gli stessi valori numerici e una corrispondenza diversa per le consonanti. (L. Couturat, O*puscules et fragments inédits de Leibniz*, Paris 1903, p. 278).
[45] Su Peano e la lingua internazionale cfr. C. S. Roero, *I matematici e la lingua internazionale*, Bollettino UMI La matematica nella Società e nella Cultura 8, 2-A, 1999, pp. 159-182: E. Luciano, C. S. Roero, *Giuseppe Peano-Louis Couturat Carteggio 1896-1914*, Firenze 2005.
[46] Peano 1898m, pp. 51-52.

binaire (1703) sulla *characteristica universalis*, identificata da Peano nella logica matematica:

> Je ne sçai s'il y a jamais eu dans l'écriture Chinoise un avantage approchant de celui qui doit être nécessairement dans une Caractéristique que je projette. C'est que tout raisonnement qu'on peut tirer des notions, pourrai être tiré de leur Caractères par une manière de calcul, qui seroit un des plus importants moyens d'aider l'esprit humain » [Dutens 1768, v. 3, p. 394]. Questa caratteristica è, com'è noto, la logica matematica, che ai nostri giorni progredisce a gran passi[47].

Dopo aver sfatato con l'esempio concreto del telegrafo i pregiudizi secondo cui il sistema binario è scomodo, a causa della grande quantità di caratteri che servono per scrivere un numero, Peano osservava che le cifre di un numero scritto in quel sistema si possono raggruppare ad *n* per volta. Considerando questo gruppo come un segno solo, lo stesso numero è scritto in base 2^n e quindi ogni numero scritto in base 2, è scritto anche in base 4, 8, 16, ecc. Di qui il progetto originale di applicare la numerazione binaria per scrivere i fonemi delle lingue europee, stabilendo alcune convenzioni, e costruire una macchina in grado di stenografare. Peano disegnò una stella regolare ottagonale, a forma di asterisco, i cui raggi rappresentano le prime otto unità binarie (Fig. P_1).

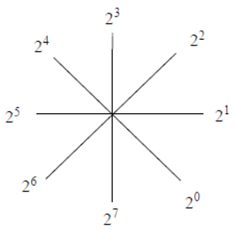


Fig. P_1

E se si assume per origine il raggio 2^0 e come verso quello antiorario si potranno avere $2^8 = 256$ figure, che rappresentano i primi 256 numeri scritti in base 2. Si tratta dunque di numerarle e di costruire un alfabeto per scriverle:

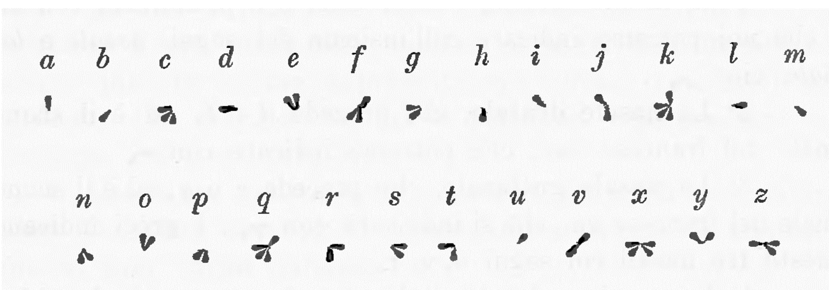


Fig. P_2

[47] *D* 3, p. 394; Peano 1898m, pp. 48-49.

L'aggruppamento delle cifre binarie ad 8 per volta presenta pure il vantaggio che questi gruppi sono all'incirca quanti i suoni semplici, o sillabe delle lingue comuni, sicché potremo stabilire una corrispondenza fra quei numeri e queste sillabe[48].

Applicando alle sillabe una classificazione dicotomica e stabilendo opportune convenzioni, come la lettura delle figure in senso orario, l'assenza delle doppie, la punteggiatura, ecc., Peano elaborò l'alfabeto della stenografia binaria per la lingua italiana, sulla falsariga dell'alfabeto sanscrito che presentava un ordine logico-razionale, a differenza di quello fenicio usato dai popoli europei.

Ecco la corrispondenza fra le lettere e i segni (Fig. P_2) e fra le cifre decimali e i corrispondenti numeri binari (Fig. P_3):

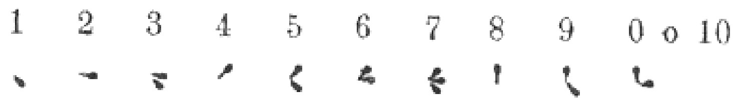


Fig. P_3

I primi esperimenti di scrittura binaria sulla carta furono fatti da Peano con un pennello intinto nell'inchiostro nero, come si vede dalla cartolina postale inviata a Vacca il 2 novembre 1898 (Fig. P_4, di cui riportiamo in nota la decifrazione)[49], e dal foglio di carta velina con motivi geometrici di colore rosso forse scelta per facilitare la lettura delle righe della scrittura stenografica (Fig. P_5)[50].

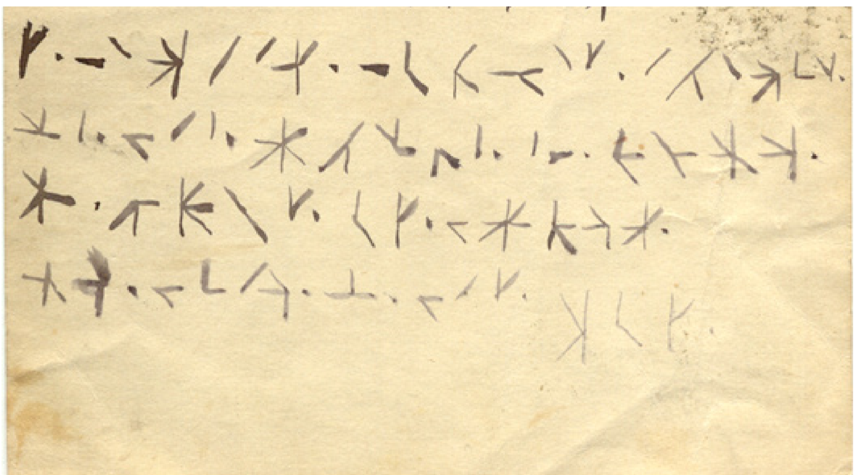


Fig. P_4

[48] Peano 1898m, p. 50.

[49] Arch. P-V, Carteggio Peano-Vacca, *Torino, 2 novembre1898*. Decifrazione (il segno // indica l'andata a capo nella riga successiva): "Caro Vacca // ho ricevuto l'annunzio ufficiale // della sua conferma ad assistente // per prossimo anno scolastico. // Tanti saluti dal suo Peano." Sull'uso del pennello per la scrittura cfr. Peano 1898m, p. 54.

[50] Arch. P-V, Mss. 1897-1905. Decifrazione: "questo è un nuovo sistema di scrittura // che mi sembra più facile a leggersi *// si possono dare ai tratti varje forme // in modo da rendere più semplice la // lettura * giovami vacca // torino cinque novembre mille ottocento novan//totto *// ta // * // questa scrittura."

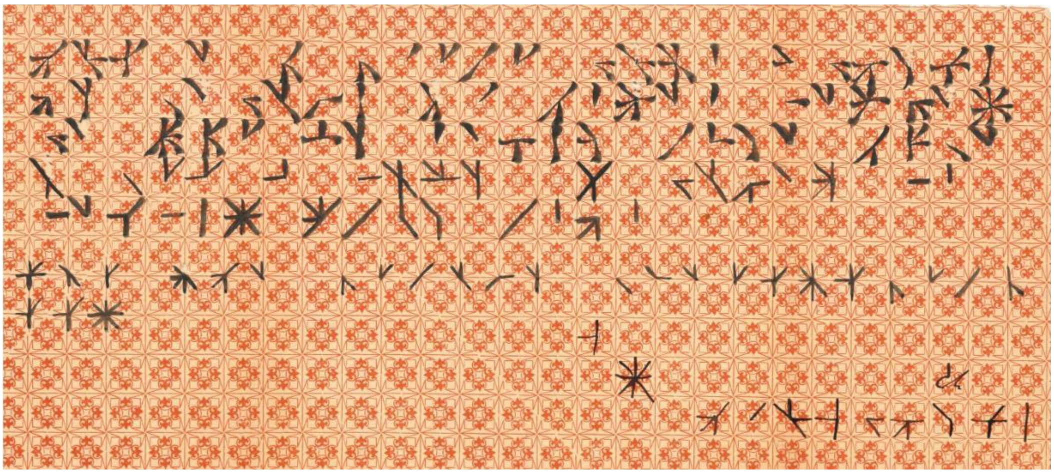


Fig. P_5

Questo secondo documento riporta – stenografata – la data del 5 novembre 1898, cioè una settimana prima che Peano presentasse la Nota all'Accademia di Torino. Potrebbe trattarsi di un esercizio di scrittura compiuto da Vacca, il cui cognome e nome (quest'ultimo storpiato) compaiono nella quinta riga. L'ipotesi è basata su alcune incertezze e lapsus dello scrivente.

Un esemplare di macchina stenografica binaria fu costruito da Peano con otto molle disposte secondo i raggi della stella ottagonale, fissate all'estremità esterna e con un timbro sull'estremità interna, in modo che toccandole con il dito esse imprimessero sulla carta i segni delle sillabe, come affermava egli stesso[51]. Dei tasti, convenientemente collegati con le molle, permettevano poi di scrivere uno dei 256 segni della scrittura binaria, toccandoli con sole tre dita, per cui mentre con le macchine ordinarie si imprimeva una lettera, con quella binaria costruita da Peano si scriveva una sillaba. Se poi si affiancavano due tastiere binarie il tempo impiegato a stenografare con due mani si riduceva moltissimo, come prova il confronto che Peano fece con la macchina fono-stenografica di Antonio Michela, basata sul sistema di numerazione decimale, allora in uso nelle sedute del Parlamento:

> La scrittura binaria è notevolmente più semplice e più rapida […] Facendo uso di ambe le mani e raddoppiando i caratteri, si possono scrivere in un sol colpo 16 cifre binarie, o l'insieme di due sillabe; esse formano 65536 combinazioni[52].

Non risulta che Peano abbia inviato al Senato del Regno l'estratto del suo lavoro, né che fosse interessato a brevettare il suo sistema. Tuttavia, contrariamente a quanto sostiene H. Kennedy[53], esistono le prove che egli costruì effettivamente uno o due prototipi della sua macchina stenografica binaria. Lo testimoniano,

[51] Peano 1898 m, p. 54.
[52] Peano 1898 m, p. 55.
[53] H. C. Kennedy, *Peano. Life and Works of Giuseppe Peano*, Dordrecht 1980; ed. it., *Peano. Storia di un matematico*, trad. di P. Pagli, Torino 1983, p. 120.

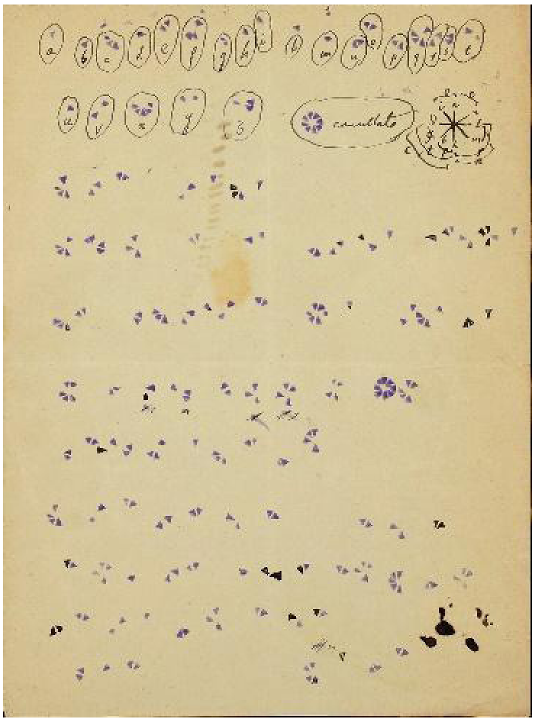


Fig. P$_6$

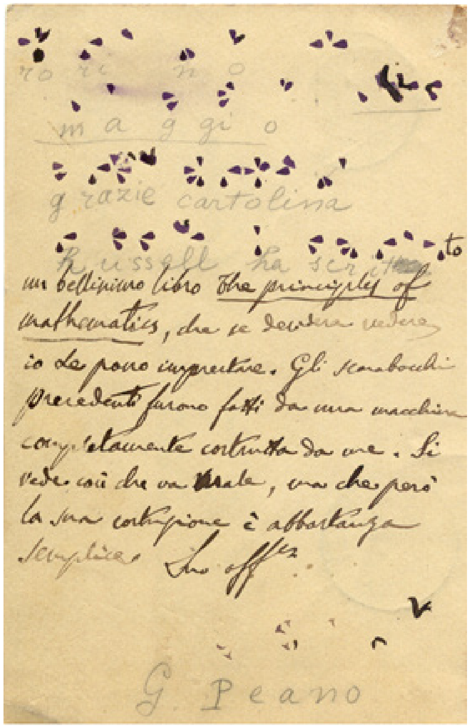


Fig. P$_8$

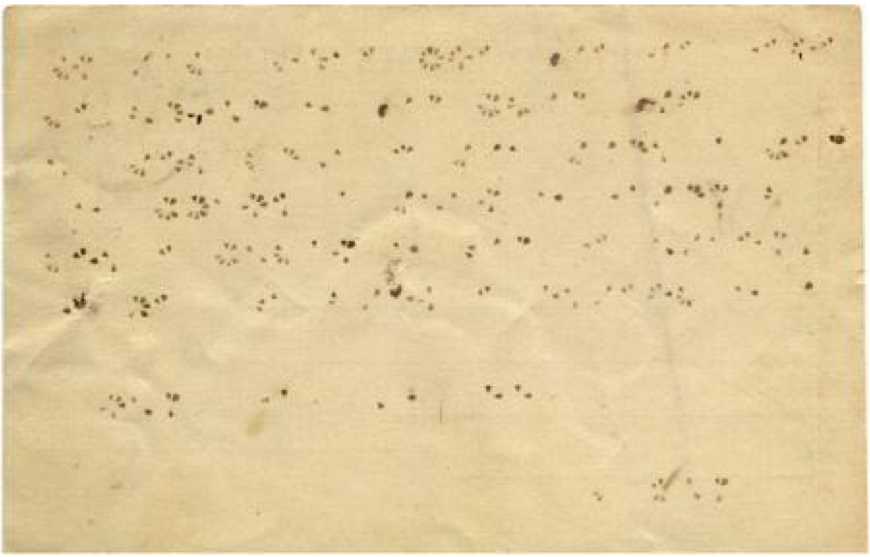


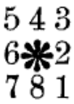
Fig. P$_7$

oltre alle stesse parole di Peano pronunciate all'Accademia, una minuta autografa di Peano a Vacca redatta a Cavoretto l'8 ottobre 1898 (Fig. P$_6$)[54] e le due cartoline

[54] Arch. P-V, Carteggio Peano-Vacca, Cavoretto 8 settembre 1898. Decifrazione: "Caro Vacca // questa è la prima lettera // che scrivo colla macchina // con risultato poco // soddisfacente.// Cavoretto otto // ottobre mille ottocento // novanta otto // suo Peano".

inviate a Vacca il 28 dicembre 1900 (Fig. P_7)[55] e il 20 maggio 1903 (Fig. P_8), di cui si riportano in nota le decifrazioni[56].

Il dialogo fra Peano e Vacca sulla diadica era proseguito con le successive edizioni del *Formulaire* e con la decisione di Vacca di recarsi ad Hannover nel 1899 per consultare gli inediti di Leibniz, su cui pubblicò una relazione nel *Bollettino* di G. Loria che si stampava a Torino, e al congresso internazionale di Scienze Storiche a Roma nel 1903 presentò la comunicazione *Sulla storia della numerazione binaria*, in cui citava il lavoro di Peano[57]. Nel 1899 un intervento di Peano su *L'Intérmédiaire des matématiciens* asseriva che la numerazione in base due forniva il mezzo più semplice sia per esprimere le cifre in ogni base di numerazione, sia per rappresentare i numeri e tutte le cose numerabili, per esempio i suoni di una lingua[58]. Nel 1901 e 1903, nella terza e quarta edizione del *Formulaire*, egli ribadiva che bastano due segni per indicare i numeri in base 2, ad es. il segno **.** (punto) e **!** (punto esclamativo) per indicare **0** e **1**, così i primi numeri naturali sono scritti **. ! !. !! !.. !.! !!.** ecc. Peano mostrava poi che raggruppando 8 cifre per volta, e disponendole circolarmente, nell'ordine indicato nella stella ottagona si ha



per cui

e per leggere rapidamente i numeri così espressi si può far corrispondere alle 256 cifre della base 2^8 altrettante sillabe facili da pronunciare, e forniva un altro tipo di corrispondenza biunivoca fra segni e lettere, e un'altra convenzione, rispetto alla nota del 1898, che pure qui citava[59].

In conclusione due furono i problemi affrontati da Peano: trovare un modo razionale e rapido di lettura dei numeri in numerazione binaria e stabilire, con

[55] Arch. P-V, Carteggio Peano-Vacca, Torino 28 dicembre [19]00. Decifrazione: "Caro Vacca grazie di queste sue due lettere // che dimostrano il suo continuo studio. // In questi giorni io fui fuori a Cuneo. // Il compositore ha finito il lavoro di // Pieri e cominciato il suo. Le invierò // le bozze. Si diverta e arrivederci il 4. // Torino 28.12.00 // G. Peano".

[56] Arch. P-V, Carteggio Peano-Vacca, Torino 20 maggio 1903. Decifrazione e trascrizione: "Torino 20 // maggio 1903 // grazie cartolina // Russell ha scritto un bellissimo libro *The principles of Mathematics*, che se desidera vedere, // io Le posso imprestare. Gli scarabocchi // precedenti furono fatti da una macchina // completamente costrutta da me. Si // vede così che va male, ma che però // la sua costruzione è abbastanza // semplice. Suo affez. // G. Peano".

[57] Cfr. G. Vacca, *Sui manoscrttti inediti di Leibniz*, «Bollettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche», Torino, ottobre-novembre 1899, pp. 113-116, e G, Vacca, *Sulla storia della numerazione binaria*, «Atti del Congresso Internazionale di Scienze Storiche», Roma 1903, vol XII, pp. 63-67. Cfr. E. Luciano, C. S. Roero, *Giovanni Vacca (1872-1953)*, in C. S. Roero, (a cura di) *Peano e la sua Scuola fra matematica, logica e interlingua*, Atti del Congresso Internazionale di Studi (Torino 6-7/10/2008), Torino 2010, pp. 98-113.

[58] Peano 1899d, p. 135: «j'ai fait voir que les combinaisons des chiffres du système de base 2 donnent le moyen le plus simple, soit pour exprimer les chiffres dans toute base de numération, soit pour indiquer les nombres, et tout ce qui est numérable, par exemple les sons d'une langue».

[59] Cfr. Peano 1901b, p. 77.

opportune convenzioni, in che modo ogni sillaba può essere rappresentata da un gruppo di 8 cifre binarie, applicando dunque la diadica per elaborare una forma di scrittura stenografica. Le note storiche e matematiche del *Formulaire* degli anni 1898-1901 e quella pubblicata all'Accademia delle scienze di Torino evidenziano elementi diversi e complementari delle sue ricerche aritmetiche e linguistiche.

I molteplici aspetti in cui la numerazione binaria fu declinata nelle opere di Leibniz e di Peano indicano da un lato la ricchezza di spunti di ricerca che coinvolsero la storia e le culture di civiltà lontane, la matematica, la logica, la linguistica, la filosofia, la teologia e la tecnica, dall'altro la capacità dei due protagonisti di intravedere le potenzialità straordinarie della diadica, di cui oggi nell'era digitale constatiamo l'attuazione concreta non solo con i calcolatori elettronici, ma anche con la conversione di suoni in scritture.

L'inedita ispirazione scaturita in Peano dalla lettura delle opere di Leibniz meritava di essere portata alla luce perché mostra non solo il fascino esercitato su Peano e su Vacca dai testi e dai manoscritti antichi di Leibniz e dei cinesi, ma anche perché testimonia e indica l'importanza e il valore che la storia della matematica rivestivano nella Scuola di Peano per la cultura e la didattica delle scienze a cavallo fra l'Ottocento e le prime decadi del Novecento. È un tassello ulteriore al mosaico della diffusione a Torino della storia delle scienze nell'università, nelle scuole e nell'editoria, cui diedero contributi significativi Giovanni Vailati, Vacca, Peano[60], Gino Loria, Giovanni Virginio Schiaparelli e in seguito Icilio Guareschi, Rodolfo Mondolfo, Nicola Abbagnano, Ludovico Geymonat e Mario Gliozzi.

Clara Silvia Roero
Università degli Studi di Torino
✉ clarasilvia.roero@unito.it

Erika Luciano
Università degli Studi di Torino
✉ erika.luciano@unito.it

[60] Cfr. C. S. Roero, *La storia delle matematiche a Torino tra Ottocento e Novecento: il sodalizio fra G. Peano, G. Vailati e G. Vacca*,«Quaderni di Storia dell'Università di Torino», 10, pp. 81-108; Ead., *Un manoscritto di G. Peano per G. Vailati sulla storia della logica matematica e suo stato presente*, «Quaderni di Storia dell'Università di Torino», 10, 2012, pp. 169-184; E. Luciano, *I contributi di Vacca alla Storiografia della Logica Matematica*, «Quaderni di Storia dell'Università di Torino», 10, 2012, pp. 109-128.